酔っ払いは再び家に帰って来れるのか?~再帰性と その応用

竹内裕降

慶應義塾大学理工学部数理科学科 2 年

2015年12月12日

1 はじめに

この談話会が行われるのは12月とのことですが、12月といえば、忘年会でしょうか。 すっかり酔っ払ってしまって家にお帰りになる方を街中で見かけるかもしれません。ところ で、酔っ払いの歩く様子はとてもおぼつかなくて、周りからみても、次にどういう風に動 くのか、完全には予測できない、要するにランダムな様に感じます。確率論にはランダム ウォークという研究対象があります。日本語にでは酔歩と訳されています。字を見てわかる 通り、そのパスが酔っ払いが歩いている様に見えるからこの様に訳されました。さて、数学 的に色々とランダムウォークについて調べたいと思うのが人の常だと思うのですが、再び和 訳の元になった酔っぱらいの人の動きを見てみると、お節介を焼くのが好きな人は「この人 はちゃんと家に帰ることが出来るのだろうか?」と思ってしまうかもしれません。数学的 には、これは「このランダムウォークは再帰的か?」という問題にあたります。果たして、 この酔っ払いは無事帰宅する事が出来るのでしょうか?また、今までは酔っ払いが1歩、2 歩、…歩くと、ある意味時間の流れ方は離散的であると考えていましたが、連続時間の時は どうなるでしょうか?大ざっぱに言うと、ランダムウォークの連続時間極限はブラウン運動 になります。ブラウン運動は再帰的なのでしょうか?さらに言えば、再帰的、あるいは非再 帰的であることがなにをもたらしてくれるのでしょうか?この講演ではこれらの事について 話をしようと思います。

2 講演内容

まず初めにランダムウォークについて話をします。ランダムウォークの再帰性について話 した後、ブラウン運動についてその簡単な性質と再帰性について話をします。最後に、ブラ ウン運動の再帰性の応用として、皆さんが良く知っている、とても有名な他の分野の定理を 示そうと思います。 本来真面目にやるとなると、前提知識が多くなってしまうテーマです が、談話会なので定理も大部分は証明せず、お話しという趣で発表を進めていこうと思いま す。ですので、特にこれといった前提知識はいりません。気軽に聴講していただければ幸い です。

参考文献

- [1] 舟木直久:確率論(講座 数学の考え方,朝倉書店,2004)
- [2] L. C. G. Rogers, D. Williams: Diffusions, Markov procasses, and Martingales (Wiley, 1994)
- [3] 舟木直久:確率微分方程式(岩波講座 現代数学の基礎,岩波書店,1997)
- [4] R. Durrett: Probability Theory and Examples (Cambridge University Press, 1991)
- [5] R. Durrett:確率過程の基礎(今野紀雄 中村和敬 嵯峨隆洋 馬霞 訳, Springer, 丸 善出版, 2012)