ポアンカレ群の表現

島崎拓哉

東京大学理学部物理学科 3 年

2016年6月12日

1 はじめに

ミクロな世界を司る量子力学、時間と空間の概念を一新した特殊相対論。我々の日常的な感覚とは全く異なる切り口で世界を記述するこれらの理論は、それ自体が大変興味深いものだ。しかし、本講演では更にその先、二つの理論が統合された場の量子論という理論、特にその理論が持つ対称性を扱いたい。

量子力学はユニタリ変換に対して、特殊相対論はポアンカレ変換-ローレンツ変換と時空の並進-に対して不変な理論であった。そして、その二つの性質を引き継ぐ場の量子論は、ポアンカレ群のユニタリ表現に対して不変な理論である。この理論の不変性、対称性を注意深く考察すると、実は世界に存在しうる自由粒子の完全な分類表の作成が可能となる。理論の対称性と自由粒子の分類、その関係について本講演では見ていきたい。

2 講演内容

まず特殊相対論と量子力学が持つ対称性について触れ、場の量子論がどのような対称性を 持つべきか考える。次に理論の対称性を記述するため、群とその表現という概念を導入す る。最後にポアンカレ群の既約ユニタリ表現の分類論の骨子を述べ、今まで発見されている 粒子一電子や光子一が、分類表に確かに含まれていることを確認したい。

一見難しそうな事が並んでいるが、肩肘張らず気楽に聴いていただきたい。自由粒子の分類問題という物理と、群の表現論という数学が交わる様を楽しんでいただれば幸いだ。

参考文献

- [1] 大貫義郎:ポアンカレ群と波動方程式 (応用数学叢書, 岩波書店,1976)
- [2] 坂本眞人:場の量子論 -不変性と自由場を中心にして-(量子力学選書, 裳華房,2014)