解析総論

荒井駿 京都大学理学部理学科数理科学系 3 回

2016年6月19日

はじめに

数学の分野は、代数、幾何、解析と大きく3つに分けられます。数学科の中では代数や幾何が人気で、「解析とか計算と評価ばっかりで面倒」という意見が多く、不遇を受けているような気がします。しかしそれは解析の真の姿ではありません。解析は「いかに無限を支配するか」という分野なのです。今回は解析とは何かということに焦点を当てつつ、学部で学ぶ程度の解析の各論をざっと流します。

講義内容

最初は、解析の心、微分積分論から始めます。次いで ℝ上の解析の一般化としてベクトル解析や複素関数論を、そして解析の花、微分方程式論を見ていきます。次に微分、積分とは何かということを主題に測度論から実解析、これらを踏まえ、さらに解析の扱う構造を、距離空間や関数解析に触れながら考えます。一つのトピックとして、測度論から展開される、確率論や力学系、最後に学部範囲を少しはみ出して、作用素環論、確率解析などの紹介を時間の許す限り詰め込みたいと思います。

微積から説明するので学部1年生でも問題なく聞けると思います。主要な定理や問題などには触れますが、詳しい 証明には立ち入らないのでご了承ください。数物系の解析人口を増やすことを目的に発表したいと思います。

参考文献

- [1] 杉浦光夫 『解析入門 I,II』東京大学出版会
- [2] L.V. アールフォルス 笠原乾吉訳 『複素解析』現代数学社
- [3] V.I. アーノルド 足立正久・今西英器訳『常微分方程式』現代数学社
- [4] 神保秀一 『偏微分方程式入門』共立出版
- [5] 伊藤清三 『ルベーグ積分入門』裳華房
- [6] J. ヨスト 小谷元子訳 『ポストモダン解析学』シュプリンガー・ジャパン
- [7] 磯崎洋 『超関数・フーリエ変換入門』サイエンス社
- [8] 宮島静雄 『ソボレフ空間の基礎と応用』共立出版
- [9] 矢野公一 『距離空間と位相構造』共立出版
- [10] 黒田成俊 『関数解析』共立出版
- [11] 伊藤清 『確率論の基礎』岩波書店
- [12] 小谷眞一 『測度と確率』岩波書店
- [13] 久保泉 矢野公一 『力学系 』岩波書店
- [14] 生西明夫 中神祥臣 『作用素環入門 I,II』岩波書店
- [15] I. カラザス $\mathrm{S.E.}$ シュレーブ 渡邉壽夫訳 『ブラウン運動と確率積分』シュプリンガー・フェアラーク東京