群と幾何学

前原健吾

早稲田大学先進理工学部物理学科2年

5月22日

1 はじめに

みなさんは群ってご存知でしょうか?群は対称性を記述する言葉として現代数学のさまざまな分野に現れます。ともすれば抽象的な定義が先行してその実体がわかりづらいかもしれませんが、群の空間(図形)への作用を考えることでその構造が理解できることがあります。特に今回はユークリッド空間の合同変換群を扱い、自然に正多角形や正多面体が現れる様子を見ていきましょう。

2 講演内容

群の導入から始めて、 $SO(3,\mathbb{R})$ の有限部分群の分類を目標にします。驚くことに (当たり前?)、空間の回転で有限部分群をなすものは自然に存在する対称性の象徴である正多面体 (および平面の正多角形) を不変にするものに限られる、ということを代数的に示すことができます。時間に余裕があれば他の数学との関わりについて話すかもしれません。前提知識は 2×2 の行列の計算です。

参考文献

- [1] 岩堀長慶,『初学者のための合同変換群の話―幾何学の形での群論演習』,現代数学社, 2000.
- [2] 雪江明彦,『代数学 群論入門』,日本評論社,2010.
- [3] 難波誠,『群と幾何学』,現代数学社,1997.