

磁力線形状の再現

FOTE(First Order Taylor Expansion)法

Fu et al. (2015)で考案された手法。

磁場を1次のTaylor展開で近似し、観測データからその微分係数を決定する。

- 磁場強度が0になる点(Null点)を原点とした場合の衛星の位置を \mathbf{r} とすると、衛星の観測する磁場(\mathbf{B})はヤコビアン($\nabla \mathbf{B} = \partial B_i / \partial x_j$)を用いて以下のように書ける。

$$\mathbf{B} = \mathbf{r} \cdot \nabla \mathbf{B} = r_j \frac{\partial B_i}{\partial x_j}$$

- 未知のパラメータはNull点の位置(3個)と磁場勾配(9個)の合計12個
 - ▶ 4機の衛星の磁場データ(3成分×4機分=12)と磁場の非発散条件を合わせると、未知パラメータを決定できる。

磁力線形状を調べる理由

- リコネクションの観測において、磁場が繋ぎかわっている位置がどこで、それによって磁場の形状がどのように変化しているのかを知ることが重要。
- 磁場の空間変化がわかると電流密度を計算することもできる。ジュール加熱($E \cdot J$)を調べることで、プラズマと電磁場の間でどのようなエネルギー流れがあるのかを調べることができる。
- このような理由から、地球磁気圏におけるリコネクションの研究には、ClusterやMMSといった複数機衛星による観測データを用いることが標準的。

速度分布関数

- ある位置と時刻において、ある速度の粒子がどれくらいの数存在しているのかを表す量を速度分布関数(Velocity Distribution Function)と呼ぶ。ある位置における速度分布関数を速度で積分したものがその位置での数密度になる。

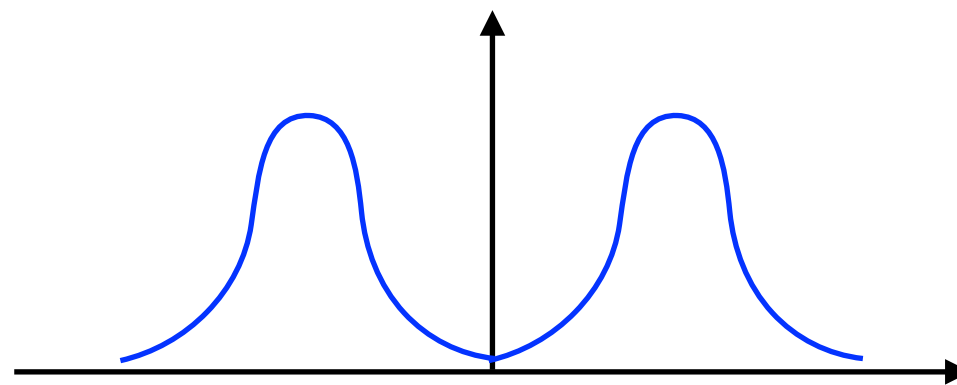
$$N(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d^3v$$

- 前回の演習で扱った”速度”は、速度分布関数に対する速度の期待値であることに注意しよう(速度分布についての情報は失われている)。

$$V_i(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{N} \int_{-\infty}^{\infty} v_i f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d^3v$$

速度分布を調べる理由

- 太陽風や磁気圏のプラズマは衝突がほとんど起こらない無衝突プラズマであるため、熱的平衡状態に達しておらず、速度分布はMaxwell分布になっていない場合がある。
- いくつかの集団が混在しているような非平衡状態においては、平均量としての速度を調べるだけでは不十分である。

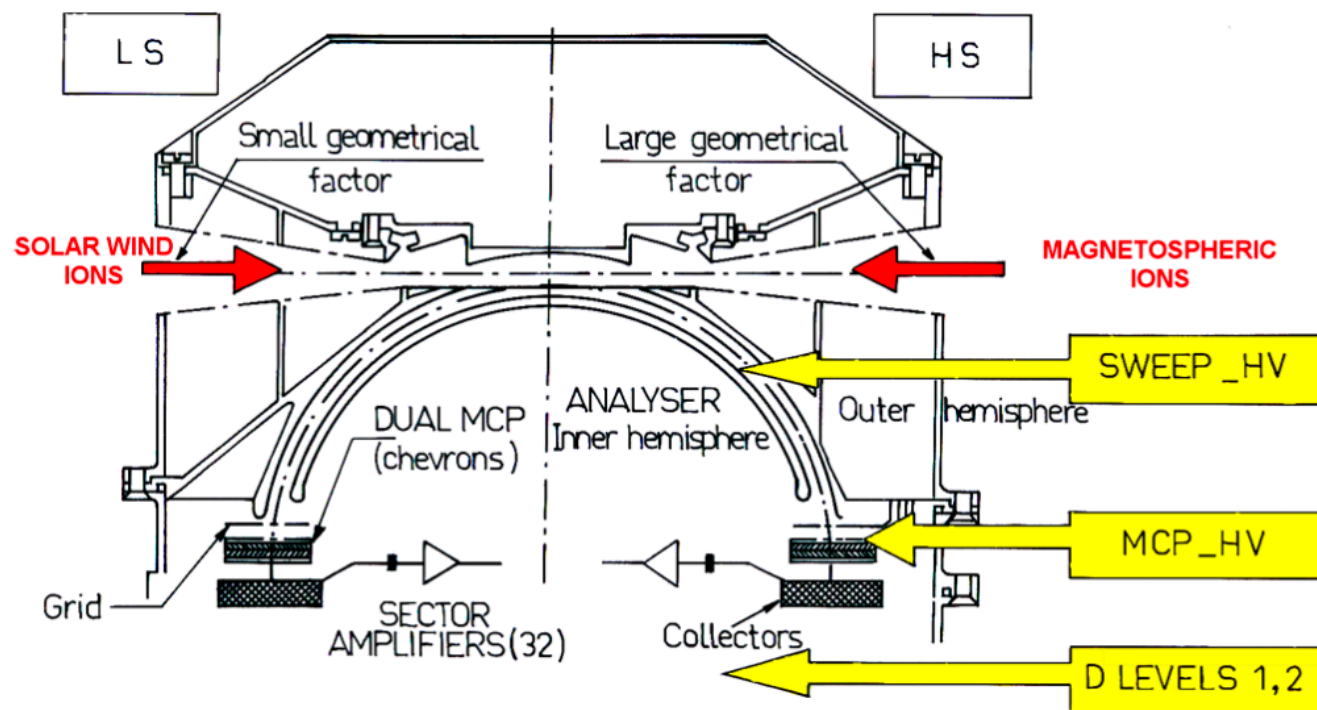


例：互いに逆行する2つの集団
平均速度は0だが、実際に速度0の
粒子はほとんどいない。

- Maxwell分布から外れたいびつな速度分布は不安定であり、それが緩和される過程で様々な現象が起こるため、速度分布の形自体がプラズマ物理において興味の対象となっている。

どのように速度分布を観測しているか

CIS-HIA(イオン計測用の静電分析器)の断面図



Sensor	Energy Range	Energy Resolution (FWHM)	Time Resolution		Mass Resolution $M/\Delta M$	Angular Resolution	Dynamics $(\text{cm}^2 \text{ sec sr})^{-1}$
			2D ms	3D s			
HIA	$\sim 5 \text{ eV/q} - 32 \text{ keV/q}$	18%	62.5	4	-	$\sim 5.6^\circ \times 5.6^\circ$	$10^4 - 2 \times 10^{10}$
CODIF	$\sim 0 - 40 \text{ keV/q}$ Mass range: 1 - 32 amu	16%	125	4	$\sim 4 - 7$	$\sim 11.2^\circ \times 22.5^\circ$	$3 \times 10^3 - 3 \times 10^9$

Sensor	Full Instantaneous Field of View	Geometrical Factor (Total) $\text{cm}^2 \cdot \text{sr} \cdot \text{keV/keV}$	Mass	Power (Nominal Operations)
HIA	$8^\circ \times 360^\circ$	7.0×10^{-3} for the HS half 3.7×10^{-4} for the LS half	2.45 kg	2.82 watts
CODIF	$8^\circ \times 360^\circ$	1.9×10^{-2} for the HS half 2.1×10^{-4} for the LS half $3.0 \times 10^{-2} \text{ cm}^2 \text{ sr}$ for the RPA	8.39 kg	6.96 watts

- 電場を印加して特定のエネルギー帯のイオンのみをカウントし、それを電場の大きさを変えながら行う。
- 衛星は4秒周期でスピンしており、スピンによって計測視野は全方向をカバーする。

磁力線形状のプロット

- はじめに期間を指定し、その期間内のある時刻を指定する。一度期間を設定した後は、IDLを終了するまでは再度設定する必要はない。

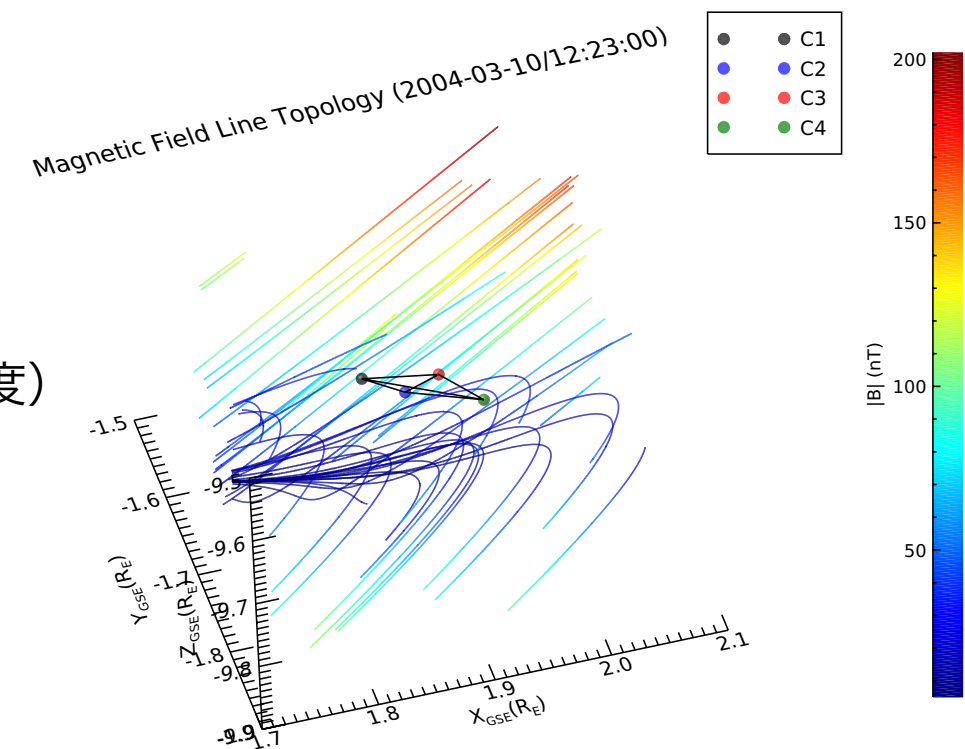
```
IDL> timespan, ['2004-03-10/12:00:00', '2004-03-10/13:00:00'] ;期間の設定
```

```
IDL> cl_fote_plot, '2004-03-10/12:22:00'
```

- それぞれの線は磁力線を表しており、色は磁場の大きさを表している。4つの点は衛星の位置である。プロット領域はマウス操作で回転させることができるので、色々な角度から眺めてみよう。

その他のキーワード

- ✓ xrange: プロットするx軸の範囲。y, z軸も同様。
- ✓ nseed: 磁力線の本数（増やしすぎると重くなるので100くらいが限度）
- ✓ null: Null点の位置をプロットする。



```
IDL> cl_fote_plot, '2004-03-10/12:22:00', xrange=[1.5, 2.5], nseed=40, /null
```

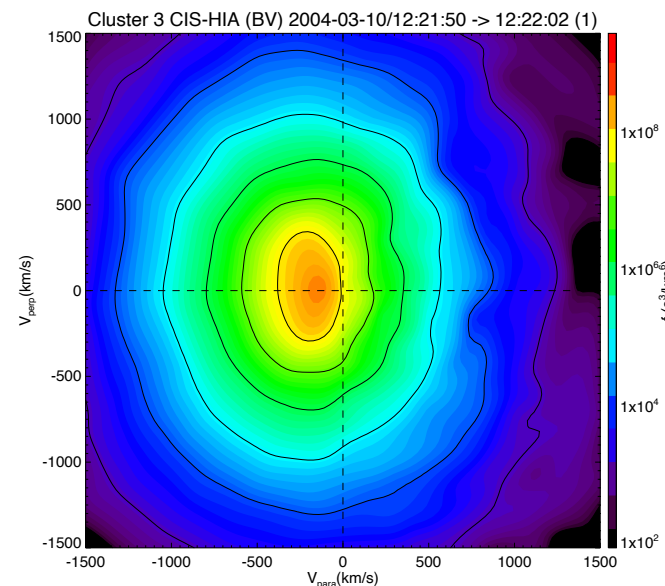
速度分布関数のプロット

- 衛星番号と時刻を指定することで、下図のような速度分布のカラーコンターのプロットが出てくる。速度分布は12秒値であるため、指定した時刻を含む12秒間の分布がプロットされる。

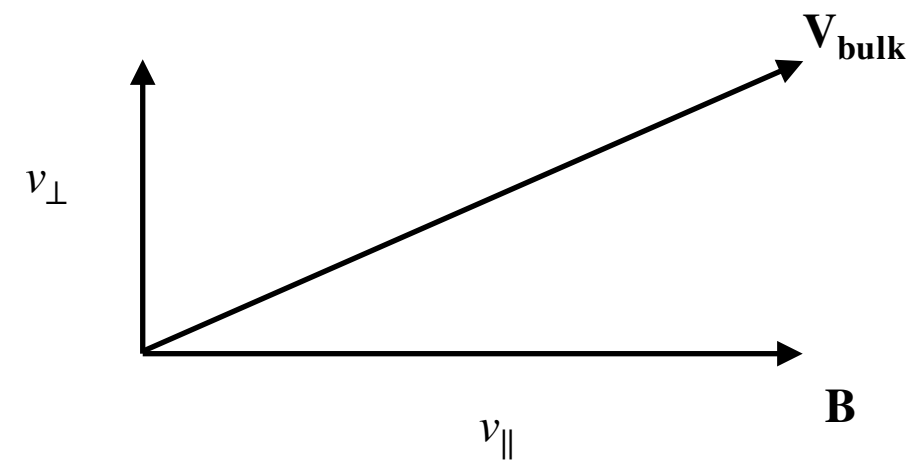
```
IDL> cl_psd_plot, 3, '2004-03-10/12:22:00' ;Cluster3の12:22:00 UTの速度分布を  
プロットする。
```

- 速度分布は背景磁場の方向に対して対称(Gyrotropic)であると仮定して、磁場に平行-垂直な2つの軸の2次元断面上でプロットされることが多い。
- 磁場垂直方向の取り方についてはいくつか慣例がある。ここでは平均速度と磁場の張る平面内に垂直方向を定義している。プロットされるデータは平面に垂直な方向について平均された値になる。

磁場垂直方向



磁場平行方向



12/20(火)の午前9時までに小池(koike@kugi.kyoto-u.ac.jp)に提出

【課題7】

衛星がマグネトシースを通過していた時刻(12:23:00 UT)と、リコネクションにより加速されたイオンを観測していた時刻(12:27:00 UT)において、Cluster3の観測したイオンの速度分布をプロットし、2つの分布の特徴を、分布の形状や分布のピーク位置の位置に着目して議論せよ。

次に、プロットされた観測値は現実的なオーダーとなっているか確認しよう。衛星がマグネトシースを通過していた時に、イオン温度は0.5 keV、イオン数密度は 10 cm^{-3} 程度であることから、この時のイオンの速度分布をMaxwell分布であると仮定した場合にその分布の最大値を求めよ。プロットしたデータと同じ $\text{s}^3 \text{ km}^{-6}$ の単位で求めること。求めた値は先ほどプロットした図から読み取れる速度分布の最大値と同程度のオーダーになっているだろうか？

【課題8】

12:23:00 UTと12:27:00 UTにおいて磁力線形状をプロットせよ。12:27:00 UTのプロットにはNull点の位置も加えること。レポートに載せる図を作る際には、プロットを回転させて磁力線形状の特徴がわかりやすくなるように調節すること。2つの時刻における衛星の位置は、リコネクション領域のどの位置に対応しているのかを前回の資料のp.4を参考にして考察しスケッチで示せ。

FOTE法によって磁力線形状を推定する場合、衛星の位置（観測データの位置）から磁場の空間変化のスケールよりも大きく離れた位置については、推定誤差が大きく実際の形状とはかけ離れている可能性が高いことに注意する必要がある。磁場の空間変化のスケールがイオンジャイロ半径程度であるとして、12:27:00 UTにおける衛星からNull点までの距離を目分量で読み取った大きさとイオンジャイロ半径を比較することで、Null点は推定した位置のあたりに実際に存在すると考えてもよいかどうかを議論せよ。ただし、イオン温度は1 keV、磁場強度は50 nTとし、イオンはプロトンであると仮定してよい。プロットの軸の目盛りの値は地球半径で規格化された大きさになっていることに注意すること。