

姓名:葉冠宏 學號:r11943113

1.

請執行 `python q1.py`

(a)

```
(1a) Gzf Y
[[ 1.-1.j]
 [-1.-3.j]
 [ 3.-3.j]]
```

我們可以看到 $x1^{\wedge}$ 是 $1-1j$

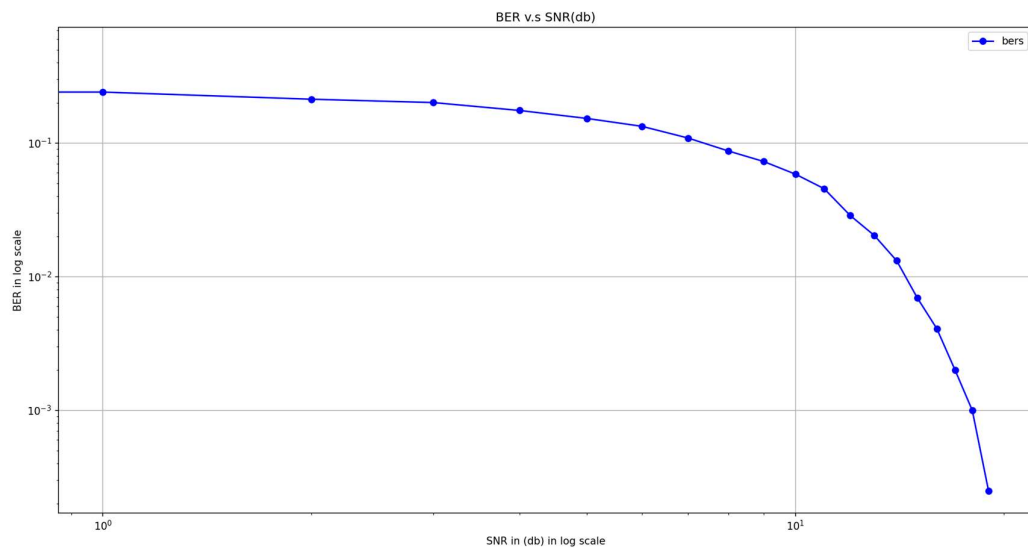
(b)

the output after you apply $GZFy^{\wedge}$:

```
(1b) Gzf Y
[[ 1.86217713-1.30702248j]
 [-1.66685467-2.41873427j]
 [ 3.76182759-3.22695317j]]
```

加上 noise 的影響，回推後， $x2^{\wedge}$ 應該為 $-1-3j$

(c)



```
bers
[0.5024166666666666, 0.5015, 0.5015, 0.4950833333333333, 0.4970833333333333, 0.49925, 0.49025, 0.4945, 0.4883333333333334,
0.4844166666666666, 0.4848333333333334, 0.4851666666666667, 0.4874166666666666, 0.4819166666666666, 0.4721666666666667, 0.46625,
0.4591666666666667, 0.4591666666666667, 0.4635833333333335, 0.4443333333333336, 0.4383333333333335, 0.42925, 0.41325, 0.394,
0.3850833333333333, 0.3655833333333333, 0.36175, 0.3305, 0.3210833333333333, 0.3, 0.2735833333333335, 0.24075, 0.2128333333333335,
0.2009166666666666, 0.17525, 0.1528333333333332, 0.1335, 0.109, 0.08725, 0.07275, 0.0585, 0.0455833333333333, 0.0286666666666667,
0.0203333333333333, 0.0131666666666667, 0.0069166666666666, 0.0040833333333333, 0.002, 0.001, 0.00025]
```

2.

請執行 python q2.py

(a)

$x(1)$

(b)

1.86217713-1.30702248j

(c)

```
(2c) Please write down the equation  $y(1) = H(1) x(1)$ :  
H(1):  
[[ 0.86303717+0.13245745j  0.61413402-0.65783739j]  
 [-0.81195896+0.61772463j -0.74107333-0.41666819j]  
 [ 0.08945218+1.07564115j -0.16658326-0.13749696j]]  
y(1):  
[[ -0.93072231-6.76469747j]  
 [-1.28482954+1.75823083j]  
 [ 1.38223259-1.98898201j]]
```

$$\begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ y(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H(1,1) & H(1,2) \\ H(2,1) & H(2,2) \\ H(3,1) & H(3,2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(1) \\ x(2) \\ x(3) \end{bmatrix}$$

$y(1) \qquad H(1) \qquad x(1)$

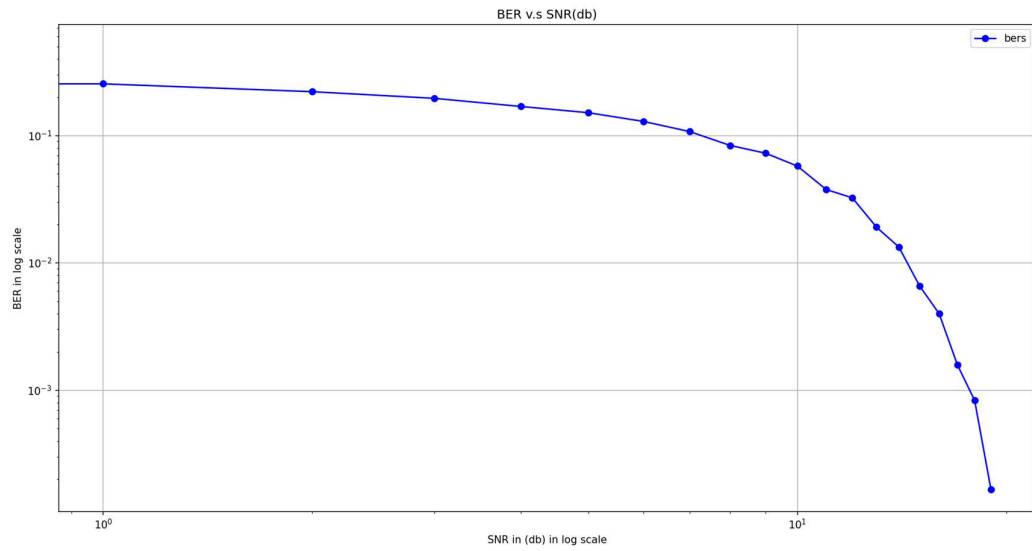
(d)

-1.66685467-2.41873427j

(e)

3.76182759-3.22695317j

(f)

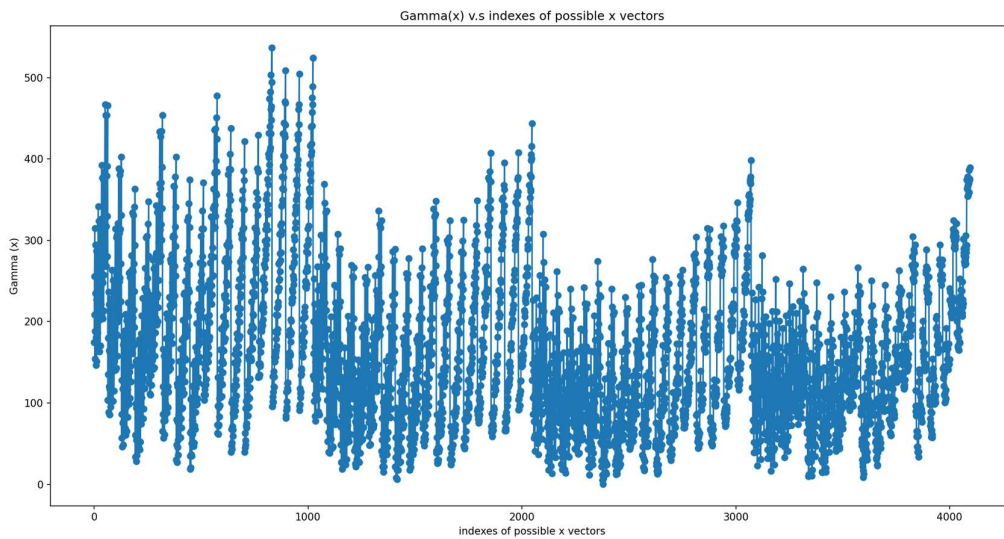


```
bers
[0.49325, 0.4943333333333335, 0.4989166666666667, 0.48825, 0.4955833333333333, 0.4883333333333334, 0.4855, 0.4873333333333334,
0.4908333333333333, 0.4785833333333336, 0.483, 0.4813333333333334, 0.4726666666666667, 0.4756666666666667, 0.46, 0.4645833333333335, 0.4515,
0.4598333333333333, 0.4446666666666665, 0.43175, 0.42875, 0.4180833333333333, 0.409, 0.3944166666666667, 0.3888333333333333,
0.3679166666666667, 0.3565, 0.3399166666666664, 0.3038333333333334, 0.2821666666666667, 0.26875, 0.25475, 0.2210833333333333, 0.196,
0.1691666666666666, 0.1511666666666667, 0.1291666666666668, 0.1074166666666666, 0.0836666666666667, 0.0726666666666667,
0.0575833333333334, 0.03775, 0.0324166666666667, 0.0190833333333334, 0.0133333333333334, 0.0065833333333333, 0.004,
0.0015833333333333, 0.0008333333333334, 0.0001666666666666]
```

3.

請執行 `python q3.py`

(a)



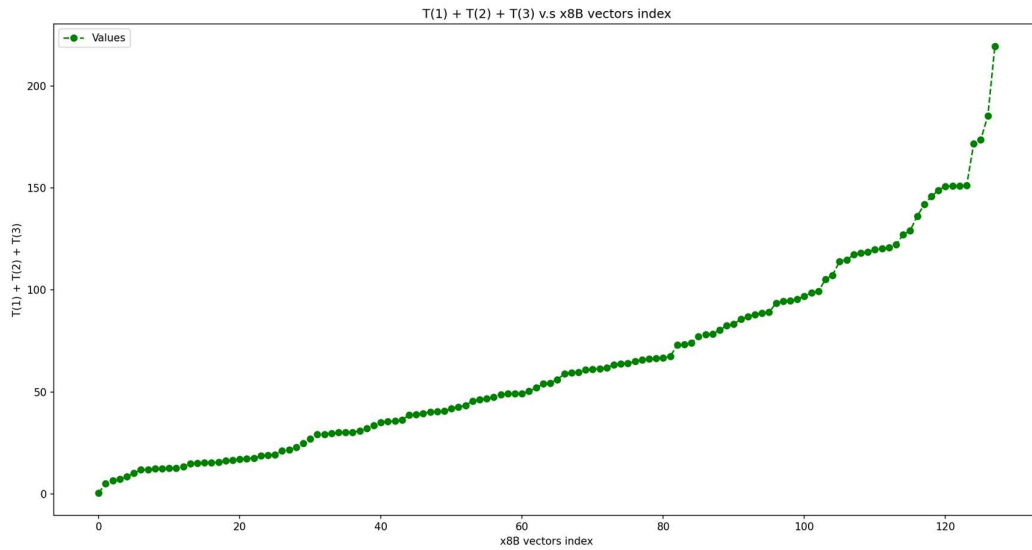
$G(X(\text{ML}))$ 是 0.49053295

X vectors $X(\text{ML})$ 是 $[(1-1j), (-1-3j), (3-3j)]$

(b)

```
(3b) z:
[[ 2.97579002-2.63692674j]
 [-0.60088236-7.05710537j]
 [-1.88106513+1.6136064j ]]
[Finished in 3.2s]
```

(c)



$\hat{x}_{8B}([x(1), x(2), x(3)]): [(1-1j), (-1-3j), (3-3j)]$

$\Phi(\hat{x}_{8B}): 0.4905329487971042$

(d)

我們從(3a)的結果和(3c)的結果發現， \hat{x}_{8B} 的值和 \hat{x}_{ML} 的值是一樣的，都是 $[(1-1j), (-1-3j), (3-3j)]$ ，而最小平方差都是約 0.4905。

主要原因是因為， $H = QR$ ， $z = Q^H y$ 。

在(3a)的時候我們去求的是 $\|y - Hx\|^2 = \|Qz - QRx\|^2 = \|Q\|^2 \|z - Rx\|^2$ ，

在(3c)的時候，我們求的是 $\|z - Rx\|^2$ 。而 Q 是一個 unitary matrix，因此

$\|Q\|^2 = 1$ 。因此在(3a)和(3c)求最佳解(平方 norm 最小)的時候，其 $[x(1),$

$x(2), x(3)]$ 的解會是一樣的，norm 的平方的值也會是一樣的。