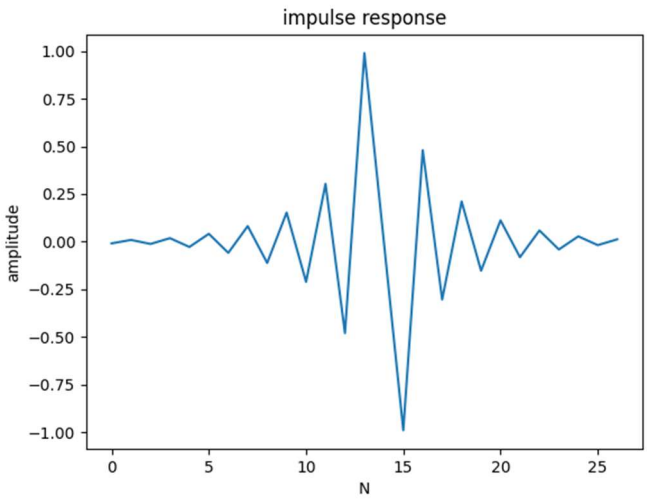
姓名:葉冠宏　學號:R11943113 ADSP HW2

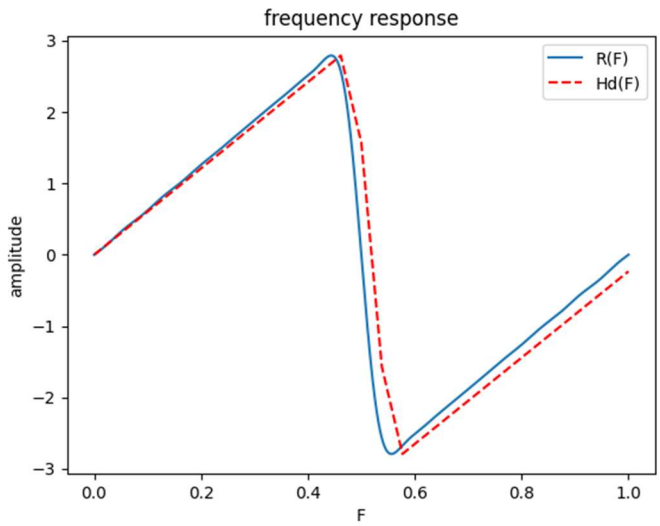
1.

當 k=13 時:

Impulse response:

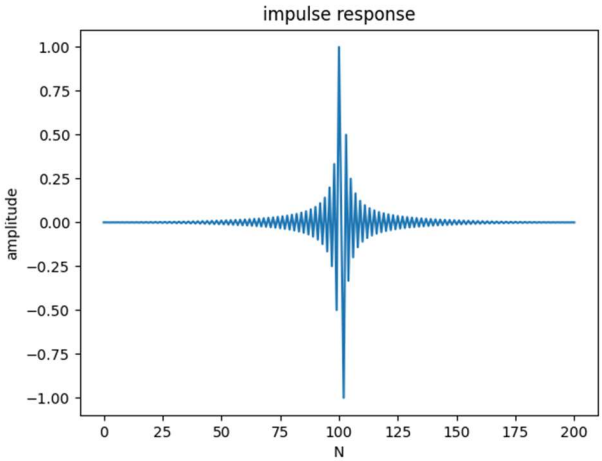


Frequency response:

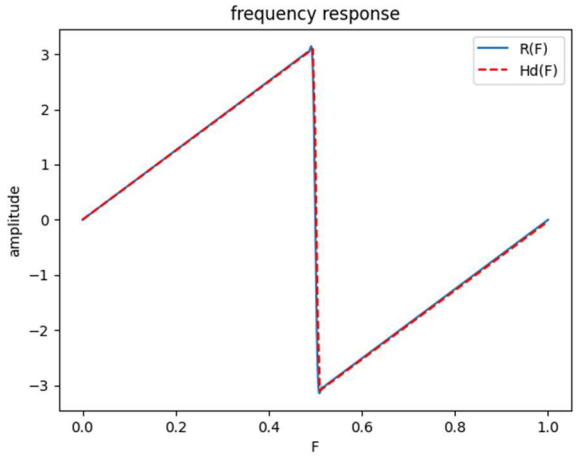


當 k=100 時:

Impulse response:



Frequency response:



我們可以觀察到當 k 上升的時候，也就是 sampling 的點變多的時候，使用 frequency sampling 的方法可以使所設計的 filter 和理想上的 filter 越接近貼合。

2.

2. (a) MSE 可以套用 weight function 和 transition band,

例如: 可以把公式轉化為 $MSE = \int_{-1/2}^{-F_2} W(F)\,|R(F)-Hd(F)|^2\,dF$

$+ \int_{-F_1}^{F_1} W(F)\,|R(F)-Hd(F)|^2\,dF$

$+ \int_{F_2}^{1/2} W(F)\,|R(F)-Hd(F)|^2\,dF$

如果 transition band 假設為 $F \in [F_1, F_2], [-F_2, -F_1]$

(b) frequency sampling 可以用設定 transition band 的方式, 來減少 passband 和 stopband 的 ripple ⇒ 可以調整邊緣減少 Gibb's phenomenon

然而, 不行用 weight function, 因為我們在 frequency sampling 是直接從 desired filter $Hd(\frac{n}{N})$ 去回頭做 inverse discrete fourier transform, 最後再經由平移等運作去得出 impulse response ⇒ 過程中沒有地方適合用 weight function

3.

3. (a)

$\because \sum_{n} h[n] = 1$, $\therefore$ $11a + 0.03 \times 10 = 1$

又 $\because |n| \le 5$ 有11個點

$\therefore$ $6 \le |n| \le 10$ 有10個點

$\Rightarrow a = \frac{1 - 0.03}{11} = 0.07$ #

(b)

可以把 $y[n]$ 先做 Fourier transform 使 $Y[f] = X(f)H(f)$

$\Rightarrow$ 同時對等號左右兩邊取 Log

$\log Y = \log X(f) + \log H(f)$

$\Rightarrow \therefore$ 我們可以先分別對 $x[n]$ 做 Fourier transform 得到 $X(f)$ 取 log，然後也對 $h[n]$ 做 $\therefore$ 取 log 得到 $\log H(f)$

$\Rightarrow$ 然後相加得到 $\log X(f) + \log H(f) = \log Y$ 後再對其值做 exponential 得到 Y，最後我們再對 Y 做 inverse Fourier transform 得到的 $y[n]$ 就是 $x[n] * h[n]$ #

4.

4. ∵ smoother filter 必需要是 even function，又趨於鈍的比較適合 small scale，反之是 large scale 少比較細微

∴ (a) 用 (ii)

(b) 用 (iv)

#

5.

(a) $\because z = 2^{-0.5}$ 是其中一個 zeros, $\therefore z = -2^{-0.5}$ 也是

$$\Rightarrow (z - 2^{-0.5})(z + 2^{-0.5}) = z^2 - 2^{-1}$$

$$\begin{array}{r|l} & 2 - 2 + 4 \\ \hline 1 + 0 - \frac{1}{2} & 2 - 2 + 3 + 1 - 2 \\ & 2 + 0 - 1 \\ \hline & -2 + 4 + 1 \\ & -2 + 0 + 1 \\ \hline & 4 + 0 - 2 \\ & 4 + 0 - 2 \\ \hline & 0 \end{array}$$

$$2z^2 - 2z + 4 = 0, \quad z = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 8}}{4} = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}\,i}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{3}\,i}{2}$$

$$\Rightarrow 2z^4 - 2z^3 + 3z^2 + z - 2 = 2\underbrace{(z - 2^{-0.5})(z + 2^{-0.5})}_{\text{inside unit circle}}\underbrace{\left(z - \frac{1+\sqrt{3}\,i}{2}\right)\left(z - \frac{1-\sqrt{3}\,i}{2}\right)}_{\text{outside unit circle}}$$

$$z^2 + 0.2z - 0.24 = 0 \Rightarrow (z + 0.4)(z - 0.6) = 0$$

$$z = \frac{-0.2 \pm \sqrt{0.04 + 0.96}}{2} = \underbrace{0.4 \text{ 或 } -0.6}_{\text{inside unit circle}}$$

$$\Rightarrow H(z) = 2z^2 (1 - 2^{-0.5} z^{-1})(1 + 2^{-0.5} z^{-1}) \left(-\frac{1+\sqrt{3}\,i}{2}\right)\left[1 - \frac{1}{\frac{1+\sqrt{3}\,i}{2}} z\right] \times \left(-\frac{1-\sqrt{3}\,i}{2}\right)\left[1 - \frac{1}{\frac{1-\sqrt{3}\,i}{2}} z\right]$$

$$= z^2 (1 - 0.4z^{-1})(1 - (-0.6) z^{-1})$$

$$\Rightarrow A = 2 \times \frac{8}{4} = 4, \quad a_k = \pm 2^{-0.5}, \quad b_k = \frac{1-\sqrt{3}\,i}{4}, \ \frac{1+\sqrt{3}\,i}{4}$$

$$c_k = 0.4, -0.6$$

$$\hat{h}[n] = \begin{cases} \log 4 & , n = 0 \\ -\dfrac{(2^{-0.5})^n}{n} - \dfrac{(-2^{-0.5})^n}{n} + \dfrac{0.4^n}{n} + \dfrac{(-0.6)^n}{n} & , n > 0 \\ \dfrac{\left(\frac{1-\sqrt{7}i}{4}\right)^n}{n} + \dfrac{\left(\frac{1+\sqrt{7}i}{4}\right)^n}{n} & , n < 0 \end{cases}$$

#

(b)

$$H(z) = \frac{2z^4 - 2z^3 + 3z^2 + z - 2}{z^2 + 0.2z - 0.24} = \frac{2\left(z - 2^{-0.5}\right)\left(z + 2^{-0.5}\right)\left(z - \frac{1+\sqrt{7}i}{2}\right)\left(z - \frac{1-\sqrt{7}i}{2}\right)}{(z - 0.4)(z + 0.6)}$$

$$H_{min}z = H(z) \times \cancel{\left(\frac{1+\sqrt{7}i}{2}\right)\left(\frac{1-\sqrt{7}i}{2}\right)} \times \frac{z - \frac{2}{1+\sqrt{7}i} \to \frac{1-\sqrt{7}i}{4}}{z - \frac{1+\sqrt{7}i}{2}} \times \frac{z - \frac{2}{1-\sqrt{7}i} \to \frac{1+\sqrt{7}i}{4}}{z - \frac{1-\sqrt{7}i}{2}}$$

$$= \frac{4\left(z - 2^{-0.5}\right)\left(z + 2^{-0.5}\right)\left(z - \left(\frac{1+\sqrt{7}i}{4}\right)\right)\left(z - \left(\frac{1-\sqrt{7}i}{4}\right)\right)}{(z - 0.4)(z - (-0.6))}$$

#

6.

6

$\hat{x}[2] = 0.7$, $\hat{x}[n] = 0$ o.w

$$\hat{X}(F) = \sum_n \hat{x}[n] z^{-n} = 0.7 z^{-2}$$

$$X(F) = \exp(\hat{X}(F)) = \exp(0.7 z^{-2})$$

$$x[n] = \mathcal{Z}^{-1}(X(F)) = \mathcal{Z}^{-1}(\exp(0.7 z^{-2}))$$

$$= \frac{1}{2\pi j} \oint_{\mathcal{R}} \exp(0.7 z^{-2}) z^{k-1} dz \quad \#$$

region of convergence

7.

7. (a)

① ∵ minimum filter 所以使 zeros 和 poles 都在單位圓內

∴ 所以使系統 stable

② 其所以使作用的能量集中在 n=0 附近

(b)

① 可以用來得到 minimum-phase response

② 可以用來代表 band pass signals 或是用來產生 single-sideband modulation signals #

(c)

① H(z) 可能 unstable ⇒ 可以通過 cepstrum 來解決 multipath 的問題

② H(z) 通常是 dynamic response

↳ equalizer 面臨的問題

Extra:

無，我是學號尾數 3