姓名:葉冠宏　學號:R11943113　ADSP hw5

1.

執行方式: python test.py

2.
① complexity 會比較大，只有 $O(N)$

② 我們可以求得最佳的 section 數目，這樣在設計硬體上我們會比較容易，可以固定電路的設計，確保輸入的 input 如何，都可以達到較好的運算量

3. (a) Walsh transform 不適合用於 linear convolution
∵ 其在運算上是屬於 logical convolution 的

(b) 可以，∵ 在壓縮上我們改利用 zero-crossing property 來去捕捉影像的邊界，藉以只記錄有變化的部份，達到壓縮變化的目地

(c) 可以，∵ 我們可以利用 walsh transform 的 zero-crossing 特性，藉由 -1~1 之間的變化 來去對 stair-like signal 做分析

4.
(a) 16 點的 walsh transform 需要 4個 stage 的 butterfly
∴ 總共有 $16 \times 4 = 64$ 個加法

(b) 16 點的 Haar transform 的加法為 $\frac{N}{8}$ 的加法 + 16，餘需
= 14 + 16 = 30 個加法

5.

① OFDM 有互相正交的性質，不同 channel 之間不會互相影響干擾，所以使我們在 modulate 後, demodulate 還原出原始信號。 #

② OFDM 可執行快速演算法，加速相關的應用 #

6.

(a) 在 16th point walsh transform 裡面，

1st row 是 ｜｜｜｜｜｜｜｜｜｜｜｜｜｜｜｜ $= W_1$

6th row 是 ｜｜-｜-｜｜ -｜-｜｜｜-｜-｜ $= W_2$

12th row 是 ｜-｜｜-｜-｜｜-｜ ｜-｜｜-｜-｜｜-｜ $= W_3$

⇒ 我們先把 data $[1, 1, 0] \to [1, 1, -1]$

$$[0, 1, 1] \to [-1, 1, 1]$$

$$[1, 0, 1] \to [1, -1, 1]$$

⇒ modulate 後

@ ｜｜｜ ｜｜｜｜ ｜｜｜｜｜ ｜｜｜｜ , ｜｜｜｜｜ ｜｜ ｜｜｜ , -｜-｜-｜ -｜-｜-｜ -｜-｜-｜-｜

-｜-｜ ｜-｜-｜ , ｜-｜-｜｜ , ｜-｜-｜-｜ ｜ -｜-｜-｜-｜ , ｜-｜-｜-｜｜ -｜-｜｜｜ -｜-｜

｜-｜-｜ -｜｜-｜ ｜-｜-｜-｜｜-｜ , -｜-｜-｜-｜ -｜-｜-｜-｜ , ｜-｜-｜ -｜｜-｜ ｜-｜-｜ -｜｜｜-｜

⇒ 我們去做相加後得到 y,

$[1, -1, 1, 2, 1, 3, 1, (-1) 3, 1, -1, 1, -1, 1, (3) 1, 1, 3, 1, -1, 1, -1, 1, 3$

$, -1, 1, 3, 1, 3, 1, -1, 1, 1, -1, 3, -1, 3, -1, 1, -1, -1, -3$

$-1, 1, 1, 1, -1, -3]$ #

(b)

如果 8th entry 和 15th entry are missed

會變成 $\vec{y_i}$ $[1,-1, 1, 3, 1, 3, 1, 0, 3, 1, -1, 1, -1, 1, 0, 1, \dots]$

我們去看 $\dfrac{\vec{y_i} \cdot w_1}{16} = 0.875 > 0 \Rightarrow 1$ for $[1, 1, 0]$

$\dfrac{\vec{y_i} \cdot w_2}{16} = -0.75 < 0 \Rightarrow -1 \Rightarrow 0$ for $[1, 1, 1]$

$\dfrac{\vec{y_i} \cdot w_3}{16} = 0.75 > 0 \Rightarrow 1$ for $[1, 1, 1]$

$\Rightarrow$ 即使有 entry misses，仍然可以 recover

回原來的 data ✡

$\therefore$ 可以靠設 benchmark，$\begin{cases} > 0 \ 設為 \ 1 \\ < 0 \ 設為 \ -1 \end{cases}$

　　　　　　　　　　　　　　✡

7.

(a)

我們發現 $3^5 \mod 11 = 1$

$\Rightarrow 3^{2049} \mod 11 = (3^5)^{409} \times 3^4 \mod 11$

$\qquad\qquad = 81 \mod 11 = 4$ ✡

(b) $N \mod 23 = 12$，我們令 $N = 23k + 12$

當 $k = 0$ 時，$N \mod 47 = 12$　　$\Rightarrow N = 196$ ✡

$\quad k = 2$ 時　　$" \quad = 11$

$\quad k = 4$ 時　　$" \quad = 10$

$\quad k = 6$ 　　$" \quad = 9$

$\quad k = 8$ 　　$" \quad = 8$

8.

① 都有 parseval's theorem

② 都有 linearity

③ 都有 orthogonality　　♯

9.

(a)

$11^2 + 2^2 = 125$, $125 \mod 31 = 1$

$\Rightarrow 2 + 11i$ 是 on the unit circle　♯

$5^2 + 10^2 = 125 \Rightarrow 5 + 10i$ is on the unit circle　♯

$125 \mod 31 = 1$

(b)

$(2 + 11i)(5 + 10i) = 10 - 110 + 20i + 55i$

$= -100 + 75i$

$100^2 + 75^2 \mod 31 = 7 \times 7 + 13 \times 13 \mod 31$

$= 49 + 169 \mod 31 = 1$

$\Rightarrow$ it 是 on the unit circle　♯

(c)

$10^2 + b^2 \mod 31$, $b \in [1, \cdots 30]$ 中 , 經過運算

$b = 5, 26$　♯

Extra: Haar transform 在 $N = 32$ 時, 第7個 row 是?

Ans:

$[0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ |\ -1\ -1\ -1\ -1\ |\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ |\ 1\ 1\ 1\ 1\ -1\ -1\ -1\ -1\ |\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]$　♯