МАИ

Лабораторная работа №11

 «Символьная математика. Ряды Фурье»Вариант №14

Факультет робототехнических и интеллектуальных систем

Кафедра «Системы приводов летательных аппаратов»

Выполнил:

Студент группы М7О-114БВ-24

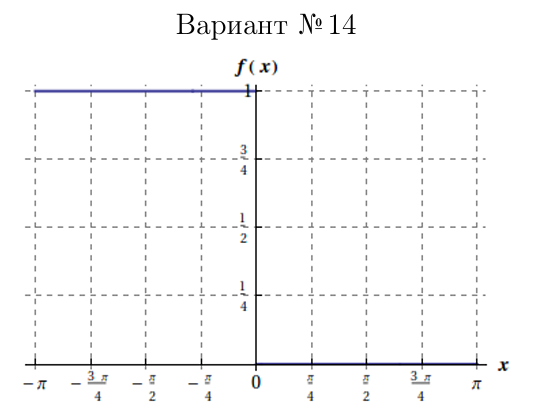
Фельдман Лев Борисович

Проверил:  
Доцент Кафедры 702 Козлова Н.М.

Ассистент Кафедры 702 Милославский Я.Г.

Москва 2025

**Цель работы**: Знакомство с пакетом расширения Symbolic и его использование для автоматизации разложения в ряд Фурье периодической кусочно-линейной функции.



Для периодического продолжения функции

с периодом , её разложение в ряд Фурье на отрезке имеет вид

где коэффициенты вычисляются так:

Из этого видно, что

Следовательно, ряд Фурье принимает компактный вид

При и этот ряд сходится к середине скачка, то есть к ​ (эффект Гиббса). Внутри интервалов и разложение сходится к исходному значению и соответственно.

syms x k;

% Определить кусочную функцию

f\_x = piecewise(x > 0, 0, x < 0, 1);

% Аналитически вычислить коэффициенты Фурье

a0 = (1/pi) \* int(f\_x, x, -pi, pi);

a\_k = (1/pi) \* int(f\_x \* cos(k\*x), x, -pi, pi);

b\_k = (1/pi) \* int(f\_x \* sin(k\*x), x, -pi, pi);

% Выбер набора значений для частичных сумм

N\_values = [1, 2, 4, 8, 16, 32];

colors = lines(numel(N\_values));

% Figure 1: Частичные суммы

figure('Name', 'Частичные суммы рядов Фурье');

hold on;

for idx = 1:numel(N\_values)

N = N\_values(idx);

% Вычислить частичную сумму символически

S\_N = a0/2 + symsum(a\_k\*cos(k\*x) + b\_k\*sin(k\*x), k, 1, N);

% Преобразование в анонимную функцию для построения графика

f\_sum = matlabFunction(S\_N, 'Vars', x);

% Plot частичной суммы

fs = fplot(f\_sum, [-2\*pi, 2\*pi], 'LineWidth', 1.5);

fs.Color = colors(idx, :);

legend\_entries{idx} = sprintf('N = %d', N);

end

% Постройение графика исходной функции для сравнения

xd = [-2\*pi, -pi, -pi, 0, 0, pi, pi, 2\*pi];

yd = [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1];

plot(xd, yd, 'k--', 'LineWidth', 2);

legend\_entries{end+1} = 'f(x)';

legend(legend\_entries, 'Location', 'best');

xlabel('x');

ylabel('f\_N(x)');

title('Частичные суммы ряда Фурье для ступенчатой ​​функции');

grid on;

hold off;

% Figure 2: Среднеквадратичное отклонение в зависимости от количества членов

sigma = zeros(size(N\_values));

for idx = 1:numel(N\_values)

N = N\_values(idx);

S\_N = a0/2 + symsum(a\_k\*cos(k\*x) + b\_k\*sin(k\*x), k, 1, N);

err\_sq = (f\_x - S\_N)^2;

sigma(idx) = double(sqrt(int(err\_sq, x, -pi, pi)));

end

figure('Name', 'Среднеквадратичное отклонение');

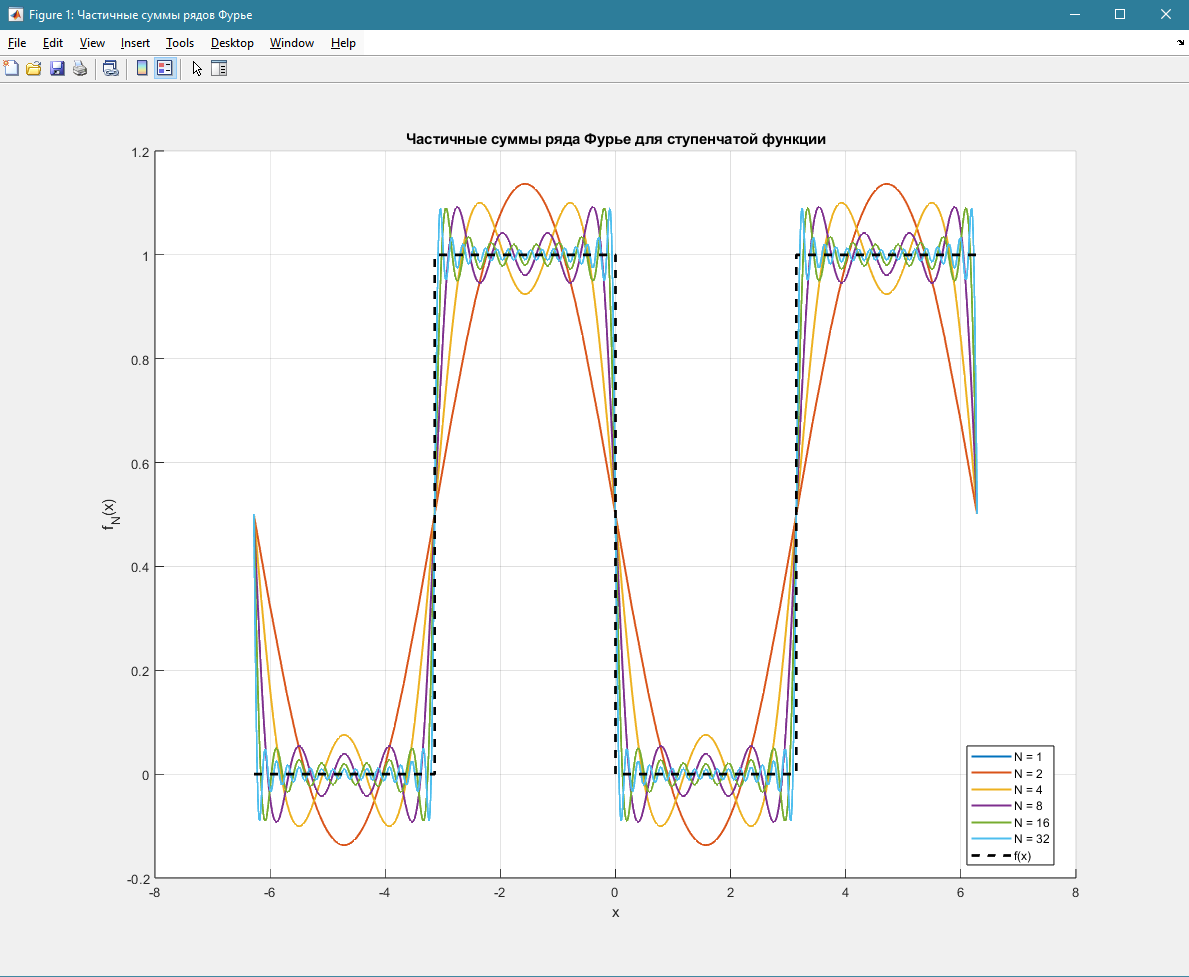
plot(N\_values, sigma, '-o', 'LineWidth', 1.5);

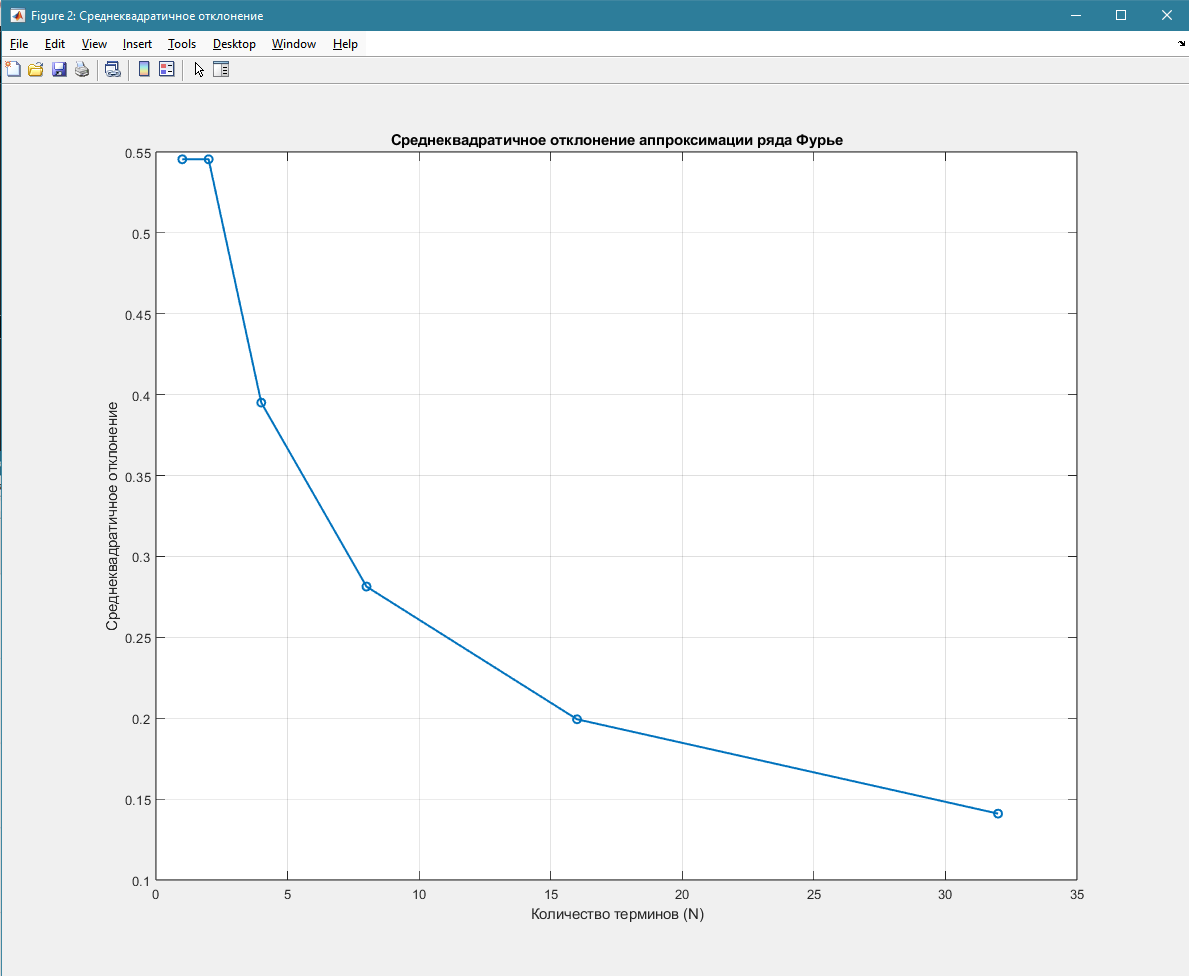
xlabel('Количество терминов (N)');

ylabel('Среднеквадратичное отклонение');

title('Среднеквадратичное отклонение аппроксимации ряда Фурье');

grid on;





## Вывод

В данной работе мы познакомились с пакетом расширения Symbolic и его использованием для автоматизации разложения в ряд Фурье периодической кусочно-линейной функции.