金融工程 —衍生品—

衍生品系列(一)

C-VIX——中国版 VIX 编制手册

分析师：包赞　　S1230518090006
联系人：王小青
TEL: 021-80108127　　baozan@stocke.com.cn

◆VIX 发展历程

VIX 的发展经历了两个阶段，**第一个阶段**是 1993 年到 2003 年，利用隐含波动率的方法来计算指数，该算法基于 B-S 公式，通过期权价格反算隐含波动率得到对预期波动率的估计。**2003 年，CBOE 同高盛合作改革了 VIX 指数，并于同年 9 月 22 日开始发布新的 VIX 指数，新版指数没有利用 B-S 公式，避开了模型风险，理论基础更加坚实。**旧版 VIX 的算法，现在仍然用在标普 100 指数期权上，名称叫“VXO”。本文是**严格按照 CBOE 在 2019 年公布的算法白皮书利用上证 50ETF 期权来编制中国版 VIX**，旧版的隐含波动率方法仍然有很大的指导意义，我们已经完成程序的编写，后续会通过深度报告发出。

◆新旧 VIX 版本的算法区别

新旧编制方法在理论上存在指数标的、合约选择和计算原理三方面的不同。（1）指数的标的不同。旧指数基于标普 100 指数，新指数基于标普 500 指数，这是根据市场变化所做的改变。在 1993 年，标普 100 指数的期权交易非常活跃，到 2003 年的时候，标普 500 指数期权则是市场中最活跃的股指期权。（2）计算所选择的合约不同。旧指数的计算只选择了近月和次近月中的共八个靠近市场价的合约，新指数则将所有满足一定条件近月、次近月的“虚值”合约全部选入。（3）计算原理不同。旧指数是利用二叉树期权定价公式反推隐含波动率再加权，新指数则是利用波动率互换的方法计算得到，与期权定价公式无关。

◆计算公式

新版计算公式:

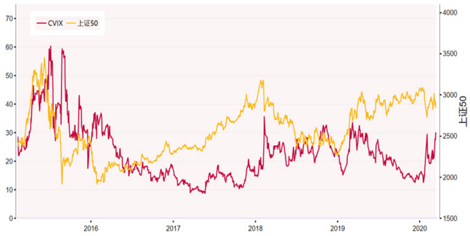
$$\sigma^2=\frac{2}{T}\sum_{i}^{n}\frac{\Delta K_i}{K_i^2}e^{rT}Q(K_i)-\frac{1}{T}\left[\frac{F}{K_0}-1\right]^2$$

该公式有坚实的理论基础，文中有展示。关于计算过程，文中对每一个参数都有详细的说明。

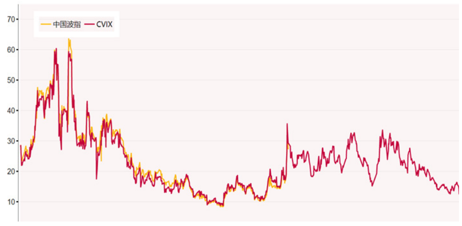
◆C-VIX 特征

总体上看，中国 VIX 比 VIX 指数更大，VIX 指数在美国市场平静时候，均值在 12 左右，而中国是在 15 左右。美国市场上行阶段，VIX 一般不会大幅上升，而中国市场上行时，C-VIX 也会大幅上行。

C-VIX 与上证 50：



C-VIX 与中国波指（2018 年停止更新）：



证券研究报告

正文目录

C-VIX ——White Paper of China VIX Calculation

Abstract

The CBOE Volatility Index, known by its ticker symbol VIX, is a popular measure of the stock market's expectation of volatility implied by S&P 500 index options, calculated and published by the Chicago Board Options Exchange (CBOE). In this report we imitate the calculation method of CBOE VIX and introduce China VIX, named C-VIX. The calculation method is described step by step and many details of C-VIX computation are showed. We are confident that our index will lead to new ways of how to gauge the China stock market volatility index more accurate for investors and market participants as well as less prone to manipulation and errors.

图表目录

1. 引言

VIX 在金融衍生品市场中的定价、交易与风险管理都发挥着非常重要的作用，尤其是该指标代表这预期波动率，常被用来当作权益市场的领先风险指标来使用，这也是本文编写中国版 VIX 的目的，希望提供这样的指标来为权益投资者提供参考。

VIX 的发展经历了两个阶段，**第一个阶段**是 1993 年到 2003 年，利用隐含波动率的方法来计算指数，该算法基于 B-S 公式，通过期权价格反算隐含波动率得到对预期波动率的估计。**2003 年，CBOE 同高盛合作改革了 VIX 指数，并于同年 9 月 22 日开始发布新的 VIX 指数，新版指数没有利用 B-S 公式，避开了模型风险，理论基础更加坚实。**当然，旧版 VIX 的算法，现在仍然用在标普 100 指数期权上，指数还在发布，名称叫“VXO”，新版算法就是为人熟知的 VIX，用在标的是标普 500 的期权上。本文是严格按照 CBOE 在 2019 年公布的算法白皮书利用上证 50ETF 期权来编制中国版 VIX，旧版的隐含波动率方法仍然有很大的指导意义，我们已经完成程序的编写，后续会通过深度报告发出。

CBOE 于 2003 年公布的新算法，用的是标普 500 看跌、看涨的虚值期权加权求和来计算，VIX 本身不能被直接交易，但是有很多跟该指数挂钩的期权和期货，这个指数是每隔 15 秒利用最新期权信息更新一次。新版算法尽管规避了模型风险，且理论基础更加扎实，但是仍然有很多来自市场投资者、律师以及监管机构的批评和争议。

当然，VIX 指数也存在问题，该指标计算基于大量不同执行价的虚值期权，很多期权可能流动性并不好，但是基于 VIX 的相关衍生品的流动性却很好，这个来自不同市场的内在问题很不容易解决。流动性非常好的衍生品却由流动性不好的产品定价，这个问题带来的直接后果是，由流动性不好期权带来的定价错误会直接给 VIX 衍生品投资者带来盈利或者损失。从美国市场上的这个问题来说，我国波动率衍生品市场的发展还有相当长的路要走。

本文除了系统性描述新版 VIX 的计算方法和引入该算法运用在上证 50ETF 期权上，也会展示新版 VIX 扎实的理论基础，其中用到大量的定价理论知识和随机微积分理论。

2. VIX 发展历程

2.1. 发展史

1987 年的世界权益市场大跌之后，为了稳定市场、保护投资者，纽约交易所在 1990 年引入了熔断机制，然而**股市暂停交易也影响了市场对波动率的估计**，于是出现了很多新的思路来测算市场的波动率，同时也出现了对市场波动率动态展示的需求。在纽交所出现熔断机制不久，CBOE 在 1993 年引入了市场波动率指数 VIX，利用 S&P100 指数期权的隐含波动率作为预期波动率的估计变量。

我们下面**按照时间顺序介绍 VIX 的发展历程**。

1987 年，Brenner ,Galai 在学术论文里面介绍了 Sigma 指数，写道“我们的波动率指数，取名为 Sigma 指数，

可以高频更新，可以被当作期权、期货的基础资产，波动率指数可以跟普通市场指数一样，被用来开发期权、期货等衍生品”。

1992 年，美国股票交易所宣布，正在进行波动率指数的可行性研究，基于该指数的衍生品可以被投资者用来对冲股票市场的波动风险。

1993 年 1 月 19 号，芝加哥期权交易所引入 VIX，该指数被用来测算未来 30 天，标普 100 实值期权的隐含波动率，其基于 B-S 公式计算隐含波动率的算法由 Robert Whaley 设计。

2003 年，CBOE 联合高盛集团，进一步更新了算法，规避了 B-S 模型的风险，也不再是基于标普 100 指数，而是更换到标普 500 指数，新算法通过计算出波动率互换的公允价值，进而反推出市场目前对波动率的期望值。其中，波动率互换的公允价值由该波动率互换到期日相同的一系列虚值期权计算得到。

2004 年，CBOE 开始发行 VIX 有关的期货。2006 年，发行期权，2009 年发行基于 VIX 期货的 ETF，比如 S&P 500 VIX Short-Term Futures ETN (NYSE: VXX)。2010 年推出 S&P 500 VIX ETF。2011 年推出，VIX Short-Term Futures ETF (NYSE: VIXY) and VIX Mid-Term Futures ETF (NYSE: VIXM)。

2014 年，VIX 算法被进一步升级，涵盖了周频率的 SPX 期权信息。更准确的反映了标普 500 指数的未来 30 天的预期波动率。

2.2. 老版 VIX 计算方法

老版的算法现在仍在使用，代码是 VXO，是 1993 年芝加哥期权交易所引入了第一个波动率指数。该指数是根据八个平值期权在最近的两个到期日估算的隐含波动率（IV）计算得出的。以下步骤总结了 VXO 的计算：

（1）近似估计两个最近到期日下的看涨期权和看跌期权的隐含波动率，其中执行价格（K_t）紧随当前指数水平 S 之下，执行价格（K_u）紧随 S 之上。这些表示为：

$$\mathrm{IV}_{c,near}^{K_t},\quad \mathrm{IV}_{p,near}^{K_t},\quad \mathrm{IV}_{c,near}^{K_u},\quad \mathrm{IV}_{p,near}^{K_u},$$
$$\mathrm{IV}_{c,next}^{K_t},\quad \mathrm{IV}_{p,next}^{K_t},\quad \mathrm{IV}_{c,next}^{K_u},\quad \mathrm{IV}_{p,next}^{K_u}.$$

（2）将看涨期权和看涨期权分别对每个行权价格和不同到期日下的隐含波动率取平均值：

$$\mathrm{IV}_{\mathrm{near}}^{K_t}=\left(\mathrm{IV}_{c,\mathrm{near}}^{K_t}+\mathrm{IV}_{p,\mathrm{near}}^{K_t}\right)/2$$
$$\mathrm{IV}_{\mathrm{next}}^{K_t}=\left(\mathrm{IV}_{c,\mathrm{next}}^{K_t}+\mathrm{IV}_{p,\mathrm{next}}^{K_t}\right)/2$$
$$\mathrm{IV}_{\mathrm{near}}^{K_u}=\left(\mathrm{IV}_{c,\mathrm{near}}^{K_u}+\mathrm{IV}_{p,\mathrm{near}}^{K_u}\right)/2$$
$$\mathrm{IV}_{\mathrm{next}}^{K_u}=\left(\mathrm{IV}_{c,\mathrm{next}}^{K_u}+\mathrm{IV}_{p,\mathrm{next}}^{K_u}\right)/2$$

（3）对最近的隐含波动率和第二近的隐含波动率使用线性插值法可以建立“平值”期权的隐含波动率，如下：

$$\mathrm{IV}_i = \mathrm{IV}_i^{K_t} \frac{K_u - S}{K_u - K_t} + \mathrm{IV}_i^{K_u} \frac{S - K_u}{K_u - K_t}$$

这里 $i = \{near, next\}$ 是指最近的两个到期日。

（4）使用以下公式对插值 IV 的交易日进行转换：

$$\mathrm{IV}_i = \mathrm{IV}_i \frac{\sqrt{N_{c,i}}}{\sqrt{N_{t,i}}}$$

这里 $N_{c,i}$ 和 $N_{t,i}$ 分别为到最近两个到期日的日历日剩余天数和交易日剩余天数，$i = \{near, next\}$。

（5）对临近和下一个到期日的 IV 进行插值计算以得到 22 个交易日的隐含波动率。

$$\mathrm{VXO} = 100 \times \left[\mathrm{IV}_{near} \left(\frac{N_{t,next} - 22}{N_{t,next} - N_{t,near}} \right) + \mathrm{IV}_{next} \left(\frac{22 - N_{t,near}}{N_{t,next} - N_{t,near}} \right) \right]$$

这里 IV_{near} 和 IV_{next} 是交易日的隐含波动率；N_{near} 和 N_{next} 是离较近到期日和下一期到期日的交易日剩余天数。下一次的计算发生在临期期权到期日之前的八个日历日。

VXO 的计算要求对符合以下条件的期权进行筛查：

(1) 非正的价差；

(2) 零买/卖价格；

(3) 期权价格违反了期权定价模型中无套利机会的期权价格界限。例如，违反了 BS 定价模型的上限和下限，其中模型的限制条件如下：

表 1：BS 定价上下界

	上限	下限
看涨期权	$S - K \times e^{-rt}$	S
看跌期权	$K \times e^{-rt} - S$	$K \times e^{-rt}$

其中 S 表示标的价格，K 表示执行价格，r 表示无风险利率，t 表示期权的到期时间。

2.3. 新版 VIX 计算方法

CBOE 使用下列公式来计算 VIX:

$$\sigma^2=\frac{2}{T}\sum_{i=1}^{n}\frac{\Delta K_i}{K_i^2}e^{rT}Q\left(K_i\right)-\frac{1}{T}\left(\frac{F}{K_0}-1\right)^2 \qquad (1)$$

这里r是无风险利率。我们将在有关期权的内容中交替使用协议价格和中间报价一词：期权当前最佳买卖价的中间值。为了计算F（远期价格），我们首先寻找使得看跌期权和看涨期权中间报价绝对值之差最小的行权价。为此，我们加入了复合绝对差。如果看跌期权和看涨期权价格相同，则F为期权本身的行权价。 这使得F为:

$$F=Strike\ price+\mathrm{e}^{rT}\times(\text{看涨期权价格-看跌期权价格})$$

在此应该指出，VIX 的所有计算都是针对近期和下一期期权计算的。CBOE 区分近期期权的剩余到期时间在 23 到 30 天之间：下一期期权的剩余到期时间在 31 到 37 天之间。K_0是远期指数F以下的第一个行权价，K_i第i个 OTM 期权的行权价。等式（1）中的下一个变量是ΔK_i。它是K_i以上和以下的期权行权价差的一半。

$$\Delta K_i=\frac{K_{i+1}-K_{i-1}}{2}$$

若K_i是所有可得 OTM 期权的最低价或最高价，则为例外。在这种情况下，必须使用等式$\Delta K_1=K_2-K_1$和$\Delta K_n=K_n-K_{n-1}$来替代。$Q\left(K_i\right)$是执行价格为K_i的期权买卖价的中点值。到期时间T定义如下:

$$T=\left(M_{Current\ day}+M_{Settlement\ day}+M_{Other\ days}\right)/\ \mathrm{Minutesinayear} \qquad (2)$$

其中$M_{Current\ day}$表示到当天午夜为止的剩余分钟数，对于标准 SPX 期权，$M_{Settlement\ day}$表示从午夜到早上 8:30 的分钟数；对于 SPXW，$M_{Settlement\ day}$表示从午夜到下午 3:00 的分钟数。$M_{Other\ days}$是当日与期权到期日之间的分钟数。在选择 OTM 看跌期权时，我们包含了从K_0到最低执行价的期权，且剔除了所有买入价为 0 的期权。如果出现两个连续的零买价期权，则不再考虑所有更低执行价格的期权（表 4）。 对于 OTM 看涨期权，我们从K_0往上遵循相同的挑选过程（表 5）。知道了所有这些规则和参数后，我们就可以计算出σ_1^2和σ_2^2，它们分别是 VIX 近期和下一期组成部分。要得到 VIX 值，则需要加权平均值σ_1^2和σ_2^2:

$$\text{VIX}=100\times\sqrt{\left[T_1\sigma_1^2\left(\frac{N_{T_2}-N_{30}}{N_{T_2}-N_{T_1}}\right)+T_2\sigma_2^2\left(\frac{N_{30}-N_{T_1}}{N_{T_2}-N_{T_1}}\right)\right]\cdot\frac{N_{365}}{N_{30}}} \tag{3}$$

这里:

1. T_1=近期期权的剩余到期时间（以 365 天计算一年的分钟总和）

2. T_2=下一期期权的剩余到期时间（以 365 天计算一年的分钟总和）

3. N_{T1}=到近期期权结算日的剩余分钟数

4. N_{T2}=到下一期期权结算日的剩余分钟数

5. N_{30}=30 天的总分指数（43200）

   N_{365}=365 天/1 年的总分指数（525600）

2.4. 新版算法的理论支持

VIX意在为投资者创建一种能够代表标的股指波动率的金融工具。我们在这一小节展示VIX 的理论公式的推导过程，从而更好的理解新版VIX算法。我们从一个信息流概率空间开始$\left(\Omega,\left(\mathbb{F}_t\right)_{0\le t\le T},P\right)$，满足一般假设，例如信息是完全和右连续的。在这个空间内，我们给定一个Wiener过程$\left(z_t\right)_{0\le t\le T}$和一个满足几何布朗运动的股票价格过程:

$$\frac{dS_t}{S_t}=rdt+\sigma dz,\quad 0\le t\le T \tag{4}$$

$r\ge 0$ 为无风险利率，$\sigma\ge 0$ 是股票价格的波动率。在风险中性概率度量下，我们知道时刻 T 时股票的远期价格满足:

$$E\left(S_T\right)=S_0\exp\left(\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)T+\frac{\sigma^2 T}{2}\right)$$

求解 σ^2 可得:

$$E\left(\sigma^2\right)=\frac{2}{T}\ln\frac{F}{S_0}-\frac{2}{T}E\left(\ln\left(\frac{S_T}{S_0}\right)\right) \tag{5a}$$

这里F是股票的远期价格，$F=E\left(S_T\right)$。

利用 Ito’s Lemma，并结合等式(4)，对时间从 0 到T积分可得：

$$\frac{1}{2}\sigma^2 T=\int_0^T \frac{dS}{S}-\ln\frac{S_T}{S_0} \tag{5b}$$

将执行价格范围内的欧式看跌期权和看涨期权的损益进行积分，并按执行价格平方的倒数加权，即可得出以下公式：

$$\int_0^{S^*}\frac{1}{K^2}\max\left(K-S_T,0\right)dK+\int_{S^*}^{\infty}\frac{1}{K^2}\max\left(S_T-K,0\right)dK=\ln\frac{S^*}{S_T}+\frac{S_T}{S^*}-1 \tag{6}$$

上面等式可以通过下面过程证明，我们先看第一项，第二项同理。

（1）如果$S^*<S_T$，

$$\int_0^{S^*}\frac{1}{K^2}\max\left(K-S_T,0\right)dK=0$$

（2）如果$S^*>S_T$，

$$\int_0^{S^*}\frac{1}{K^2}\max\left(K-S_T,0\right)dK=\int_0^{S^*}\frac{1}{K^2}\left(K-S_T\right)dK$$

$$=(\ln K+\frac{S_T}{K})\Big|_{S_T}^{S^*}$$

$$=\ln\frac{S^*}{S_T}+\frac{S_T}{S^*}-1$$

这里S^*是S 的某些取值。现在，我们假设分别有无数的执行价格为K的看涨期权和看跌期权。用$c\left(K\right)$和$p\left(K\right)$分别表示看涨期权和看跌期权的价格。在风险中性度量条件下对（6）等式取期望，可以发现从时间 0 到时间T平均方差的期望值为：

$$E\left(\sigma^2\right)=\frac{2}{T}\ln\frac{F}{S*}-\frac{2}{T}\left[\frac{F}{S*}-1\right]+\frac{2}{T}\left[\int_0^{S*}\frac{1}{K^2}e^{rT}p(K)dK+\int_{S*}^{\infty}\frac{1}{K^2}e^{rT}c(K)dK\right] \tag{7}$$

这里r为到期时间为T的无风险利率，F是期限为T的期权的远期价格。

由于实际上我们只有离散的，有限的期权，因此我们现在做出两个基本近似估计。

(1) 假设我们有 n 个离散的执行价格$K_1,\ldots,K_n$而不是连续的执行价格。另外，我们将S^*设为K_0，它表示低于远期价格F的第一个行使价格。这使得：

$$\int_0^{K_0}\frac{1}{K^2}e^{rT}p(K)dK+\int_{K_0}^{\infty}\frac{1}{K^2}e^{rT}c(K)dK=\sum_{i=1}^{n}\frac{\Delta K_i}{K_i^2}e^{rT}Q\left(K_i\right) \tag{8}$$

这里：

$$\Delta K_i=\frac{K_{i+1}-K_{i-1}}{2},\ \text{for } i=2,\ldots,n-1$$

且$\Delta K_1=K_2-K_1$，$\Delta K_n=K_n-K_{n-1}$。$Q\left(K_i\right)_{i=1,\ldots,n}$被定义为：

$$Q\left(K_i\right)=\begin{cases} c\left(K_i\right), & K_i>K_0 \\ p\left(K_i\right), & K_i<K_0 \\ [c(K_i)+p(K_i)]/2, & K_i=K_0 \end{cases}$$

(2) 对$\ln\left(N\right)$进行 0 值附近的二阶泰勒展开：

$$\ln(N)=(N-1)-\frac{1}{2}(N-1)^2+o\left((N-1)^2\right)$$

代入$\ln\frac{F}{S^*}$ 且将S^*设为K_0得到：

$$\ln\frac{F_0}{K_0}=\left(\frac{F_0}{K_0}-1\right)-\frac{1}{2}\left(\frac{F_0}{K_0}-1\right)^2$$

移项得：

$$2\left(\frac{F-K_0}{K_0}-\ln\frac{F}{K_0}\right)\approx\left(\frac{F}{K_0}-1\right)^2 \tag{9}$$

将等式(8)、(9)中的近似值代入等式(7)中可得在 VIX 计算中使用的最终公式：

$$\sigma^2=\frac{2}{T}\sum_{i}^{n}\frac{\Delta K_i}{K_i^2}e^{rT}Q(K_i)-\frac{1}{T}\left[\frac{F}{K_0}-1\right]^2 \qquad (10)$$

总而言之，VIX 公式的推导始于跳扩散过程，使用伊藤引理并且用有限总和近似替代无数的期权执行价格，并使用泰勒展开，进一步简化公式。如果对上述推导过程有兴趣，欢迎交流更详细的版本。

2.5. 新老版本算法对比

新旧编制方法在理论上存在指数标的、合约选择和计算原理三方面的不同。

（1） 指数的标的不同。旧指数基于标普 100 指数，新指数基于标普 500 指数，这是根据市场变化所做的改变。在 1993 年，标普 100 指数的期权交易非常活跃，到 2003 年的时候，标普 500 指数期权则是市场中最活跃的股指期权。

（2） 计算所选择的合约不同。旧指数的计算只选择了近月和次近月中的共八个靠近市场价的合约，新指数则将所有满足一定条件近月、次近月的“虚值”合约全部选入。

（3） 计算原理不同。旧指数是利用二叉树期权定价公式反推隐含波动率再加权，新指数则是利用波动率互换的方法计算得到，与期权定价公式无关。

3. C-VIX 编制方法

我们把公式再写到这里：

$$\sigma^2=\frac{2}{T}\sum_{i=1}^{n}\frac{\Delta K_i}{K_i^2}e^{rT}Q(K_i)-\frac{1}{T}\left(\frac{F}{K_0}-1\right)^2$$

我们下面一步步介绍，如何计算这里面的每个参数。

3.1. 计算参数 T

VIX 计算利用最近一期到期和下一期到期的期权，当计算日离最近到期的期权时间小于 5 个日历日，其波动由于临近交割可能不能正确反应市场预期，所以，如果计算日离最近到期日期权小于 5 个日历日时候，我们利用

下一个到期日和下下个到期日的期权来计算。我们把计算日距离最近一个到期日的时间叫做T_1，距离下一个到期日的期权时间叫做T_2。

根据 CBOE 白皮书的举例，我们计算这两个时间，利用分钟单位：

$$T_1=\frac{854+510+34560}{365\times24\times60}=0.06835$$

$$T_2=\frac{854+900+44640}{365\times24\times60}=0.08823$$

3.2. 计算参数 R

无风险利率计算，CBOE 白皮书里面没有提到具体的细节，没有提到按照国债利率折算还是按照其它标准。我们考虑到 VIX 计算是利用期权空间内信息，所以，无风险利率依然按照期权空间内隐含得到。依据 Put-Call Parity：

$$C-P=S-K\times e^{-r(T-t)}$$

我们得到：

$$r=\frac{1}{T-t}\ln\left[\frac{K}{S_t+P_t-C_t}\right]$$

带入相应数值，计算得：

$$r_1=\frac{1}{0.06835}\ln\left[\frac{1965}{1962.859+23.15-21.05}\right]=0.0305\%$$

$$r_2=\frac{1}{0.08827}\ln\left[\frac{1960}{1957.551+24.90-27.30}\right]=0.0286\%$$

3.3. 计算参数 F

选定的期权是虚值的 SPX 看涨期权和看跌期权，执行价格为K_0。在 VIX 指数计算中仅使用报价非零的 SPX 期权。

重要说明：随着波动性的上升和下降，非零报价的期权的执行价格范围分别趋于扩大和缩小。这使得 VIX 指数计算中使用的期权数量可能会逐月变化，逐日变化，甚至可能随分钟变化。

对于每个合约月份：

通过确定使得看涨和看跌期权绝对价差最小的执行价格和可以确定远期 SPX 的价格，即 F 。下表中的看涨和看跌期权价格反映了每个期权的买/卖报价的中间值。如下所示，看涨期权和看跌期权价格之间的差异对于临期期权和下一期期权分别在执行价格为 1965 和 1960 时最小。

表 2：近期期权

临期期权			
执行价格	看涨期权	看跌期权	价差
1940	38.45	15.25	23.20
1945	34.70	16.55	18.15
1950	31.10	18.25	12.85
1955	27.60	19.75	7.85
1960	24.25	21.30	2.95
1965	21.05	23.15	2.10
1970	18.10	25.05	6.95
1975	15.25	27.30	12.05
1980	12.75	29.75	17.00

表 3：下期期权

下一期期权			
执行价格	看涨期权	看跌期权	价差
1940	41.50	18.80	22.25
1945	37.45	20.20	17.25
1950	34.05	21.60	12.45
1955	30.60	23.20	7.40
1960	27.30	24.90	2.40
1965	24.15	26.90	2.75
1970	21.10	28.95	7.85
1975	18.30	31.05	12.75
1980	15.70	33.50	17.80

分别将执行价格为 1965 的临期期权和执行价格为 1960 的下一期期权代入下列公式：

$$F = Strike\ Price + e^{RT} \times (Call\ Price - Put\ Price)$$

临期期权的远期指数价格 F_1 和下一期期权的远期指数价格 F_2 分别为：

$$F_1 = 1965 + e^{(0.000305 \times 0.0683486)} \times (21.05 - 23.15) = 1962.89996$$

$$F_2 = 1960 + e^{(0.000286 \times 0.0882686)} \times (27.30 - 24.90) = 1962.40006$$

3.4. 计算参数 K_0 和期权选择

接下来，分别确定临期期权和下一期期权的 K_0，即执行价格等于或小于远期指数价格水平 F 。在这个例子中：$K_{0,1} = 1960$， $K_{0,2} = 1960$ 。

选择执行价格小于 K_0 的虚值看跌期权。看跌期权执行价格一低于 K_0 就开始，然后逐步降低执行价格。这里剔除了任何买价等于零（即无买价）的看跌期权。如下所示，一旦发现两个执行价格连续的看跌期权的买入价为零，则不再考虑行权价格更低的看跌期权。（注意：尽管买入价非零， 执行价格为 1350 和 1355 看跌期权没有包含在内。）

表 4：看跌期权选择

看跌期权执行价格	买入价	卖出价	是否包含?
1345	0	0.15	不包括，因为出现在连续零报价的期权后
1350	0.05	0.15	
1355	0.05	0.35	
1360	0	0.35	否
1365	0	0.35	否
1370	0.05	0.35	是
1375	0.1	0.15	是
1380	0.1	0.2	是

接下来，选择执行价格大于 K_0 的虚值看涨期权。看涨期权的执行价格一高于就开始，然后逐步提高执行价格。这里不包含任何买价等于零（即无买价）的看涨期权。与看跌期权一样，一旦发现两个执行价格连续的看涨期权的买入价为零，则不再考虑行权价格更高的看涨期权。（注意：尽管买入价非零，但执行价格为 2225 的看涨期权没有包含在内）

表 5：看涨期权选择

看涨期权执行价格	买入价	卖出价	是否包含?
2095	0.05	0.35	是
2100	0.05	0.15	是
2120	0	0.15	否
2125	0.05	0.15	是
2150	0	0.1	否
2175	0	0.05	否
2200	0	0.05	不包括，因为出现在连续零报价的期权后
2225	0.05	0.1	
2250	0	0.05	

最后，同时选择行权价为 K_0 的看跌期权和看涨期权。 注意，只有在 K_0 处同时选择了两个期权，而在其余每个执行价格都只使用了一个看跌期权或看涨期权。

下表包含此示例中用于计算 VIX 指数的期权。VIX 指数使用每个期权的买卖报价的中间值。行权价格为 K_0

的看涨期权和看跌期权通过取平均得到一个单一值。因此，行权价为 1960 的临期期权的价格为：(24.25 + 21.30)/2=22.775；下一期期权的价格为(27.30 + 24.90)/2=26.10。

表 6：近期买卖价在中间值

临期期权执行价格	期权类型	买卖报价中间值
1370	看跌	0.2
1375	看跌	0.125
1380	看跌	0.15
.	.	.
1950	看跌	18.25
1955	看跌	19.75
1960	看跌/看涨平均值	22.775
1965	看涨	21.05
1970	看涨	18.1
.	.	.
2095	看涨	0.2
2100	看涨	0.1
2125	看涨	0.1

表 7：下期买卖价在中间值

下一期期权执行价格	期权类型	买卖报价中间值
1275	看跌	0.075
1325	看跌	0.15
1350	看跌	0.15
.	.	.
1950	看跌	21.60
1955	看跌	23.20
1960	看跌/看涨平均值	26.10
1965	看涨	24.15
1970	看涨	21.10
.	.	.
2125	看涨	0.1
2150	看涨	0.1
2200	看涨	0.08

3.5. 计算临期期权和下一期期权的波动性

将 VIX 公式（1）分别应用于临期期权和下期期权，到期时间分别为 T_1 和 T_2，可以得到：

$$\sigma_1^2=\frac{2}{T_1}\sum_i\frac{\Delta K_i}{K_i^2}e^{R_1T_1}Q(K_i)-\frac{1}{T_1}\left[\frac{F_1}{K_0}-1\right]^2$$

$$\sigma_2^2=\frac{2}{T_2}\sum_i\frac{\Delta K_i}{K_i^2}e^{R_2T_2}Q\left(K_i\right)-\frac{1}{T_2}\left[\frac{F_2}{K_0}-1\right]^2$$

VIX 指数相当于所有选定期权的价格中反映信息的汇总。 单个期权对 VIX 指数值的贡献程度与 ΔK 以及该期权的价格成正比，与期权的行权价格的平方成反比。

通常，ΔK_i 是 K_i 两侧执行价格之差的一半。 例如，执行价格为 1325 的下一期看跌期权的 ΔK 为 37.5：$\Delta K_{1325\,put}=\left(1350-1275\right)/2$。在任何给定期权集合的上下限上，$\Delta K_i$ 即 K_i 与相邻执行价格之间的差值。在此示例中，行权价格为 1370 的看跌期权是近期期权集合中执行价格最低的，而 1375 是其相邻的执行价格。 因此，$\Delta K_{1370\,put}=\left(1375-1370\right)=5$。

行权价格为 1370 的临期看跌期权的贡献度如下：

$$\frac{\Delta K_{1370\text{Put}}}{K_{1370\text{ Put}}^2}e^{R_1T_1}Q(1370Put)$$

$$\frac{\Delta K_{1370\text{ put}}}{K_{1370\text{Put}}^2}e^{R_1T_1}Q(1370Put)=\frac{5}{1370^2}e^{000305(00683480)}(0.20)=0.0000005328$$

对每个期权进行相似的计算。然后将临期期权的计算结果相加并乘以 $2/T_1$。同样地，将下一期期权的计算结果相加并乘以 $2/T_2$。下表总结了每个期权集合的计算结果：

表 8：看涨期权贡献度

临期期权执行价格	期权类型	价格中间值	贡献度
1370	看跌	0.2	0.0000005328
1375	看跌	0.125	0.0000003306
1380	看跌	0.15	0.0000003938
.	.	.	.
1950	看跌	18.25	0.0000239979
1955	看跌	19.75	0.0000258376
1960	看跌/看涨平均值	22.775	0.0000296432
1965	看涨	21.05	0.0000272588
1970	看涨	18.1	0.0000233198
.	.	.	.
2095	看涨	0.2	0.0000002278
2100	看涨	0.1	0.0000003401
2125	看涨	0.1	0.0000005536
$\frac{2}{T_i}\sum_i\frac{\Delta K_i}{K_i^2}e^{R_1T_1}Q\left(K_i\right)$			0.018495

表 9：看跌期权贡献度

下一期期权执行价格	期权类型	价格中间值	贡献度
1275	看跌	0.2	0.0000023069
1325	看跌	0.125	0.0000032041
1350	看跌	0.15	0.0000020577
.	.	.	.
1950	看跌	18.25	0.0000284031
1955	看跌	19.75	0.0000303512
1960	看跌/看涨平均值	22.775	0.0000339711
1965	看涨	21.05	0.0000312732
1970	看涨	18.1	0.0000271851
.	.	.	.
2125	看涨	0.2	0.0000005536
2150	看涨	0.1	0.0000008113
2200	看涨	0.1	0.0000007748
$\frac{2}{T_i}\sum_i \frac{\Delta K_i}{K_i^2} e^{R_2 T_2} Q(K_i)$			0.018838

接下来，分别计算临期(T_1)和下一期(T_2)的$\frac{1}{T}\left[\frac{F}{K_0}-1\right]^2$：

$$\frac{1}{T_1}\left[\frac{F_1}{K_0}-1\right]^2 = \frac{1}{0.0683486}\left[\frac{1962.89996}{1960}-1\right]^2 = 0.00003203$$

$$\frac{1}{T_2}\left[\frac{F_2}{K_0}-1\right]^2 = \frac{1}{0.0882686}\left[\frac{1962.40006}{1960}-1\right]^2 = 0.00001699$$

现在计算σ_1^2和σ_2^2：

$$\sigma_1^2 = \frac{2}{T_1}\sum_i \frac{\Delta K_i}{K_i^2} e^{R_1 T_1} Q(K_i) - \frac{1}{T_1}\left[\frac{F_1}{K_0}-1\right]^2 = 0.018495 - 0.00003203 = 0.01846292$$

$$\sigma_2^2 = \frac{2}{T_2}\sum_i \frac{\Delta K_i}{K_i^2} e^{R_2 T_2} Q(K_i) - \frac{1}{T_2}\left[\frac{F_2}{K_0}-1\right]^2 = 0.018838 - 0.00001699 = 0.01882101$$

3.6. 最终计算

计算 30 天σ_1^2和σ_2^2的加权平均值。然后开平方后乘以 100 得到 VIX 指数：

$$\text{vix} = 100 \times \sqrt{\left\{ T_1\sigma_1^2 \left[\frac{N_{T_2} - N_{30}}{N_{T_2} - N_{T_1}} \right] + T_2\sigma_2^2 \left[\frac{N_{30} - N_{T_1}}{N_{T_2} - N_{T_1}} \right] \right\} \times \frac{N_{365}}{N_{30}}}$$

在 VIX 指数计算中包含了每周的 SPX 指数，这意味着临期期权始终有超过 23 天的剩余到期日；下一期期权的剩余到期日总是少于 37 天。由此计算得出的 VIX 指数将始终反映σ_1^2和σ_2^2的插值；也就是说，每个权重均小于或等于 1，并且权重之和等于 1。

回到例子中：

N_{T1}=到近期期权结算日的剩余分钟数

N_{T2}=到下一期期权结算日的剩余分钟数

N_{30}=30 天的总分指数（43200）

N_{365}=365 天/1 年的总分指数（525600）

$$\text{VIX} = 100 \times \sqrt{\left\{ 0.0683456 \times 0.0184629 \times \left[\frac{46,394 - 43,200}{46,394 - 35,924} \right] + 0.0882686 \times 0.018821 \times \left[\frac{43,200 - 35,924}{46,394 - 35,924} \right] \right\} \times \frac{525,600}{43,200}}$$

$$= 100 \times 0.13685821 = 13.69$$

4. C-VIX 计算

受数据量限制，我们计算频率是**每个交易日**，不是每隔 15 秒。数据来自万得 API，我们编写函数，输入变量是期权标的万得代码、计算日期。

函数(输入是：期权标的，计算日期)

```
CVIX=function(code,date){


    vix_prep=vix_prepare(date,code);
    neardata=vix_prep$neardata;
    nextdata=vix_prep$nextdata;
    r=vix_prep$rf;
    t1=vix_prep$t1;
    t2=vix_prep$t2;
```

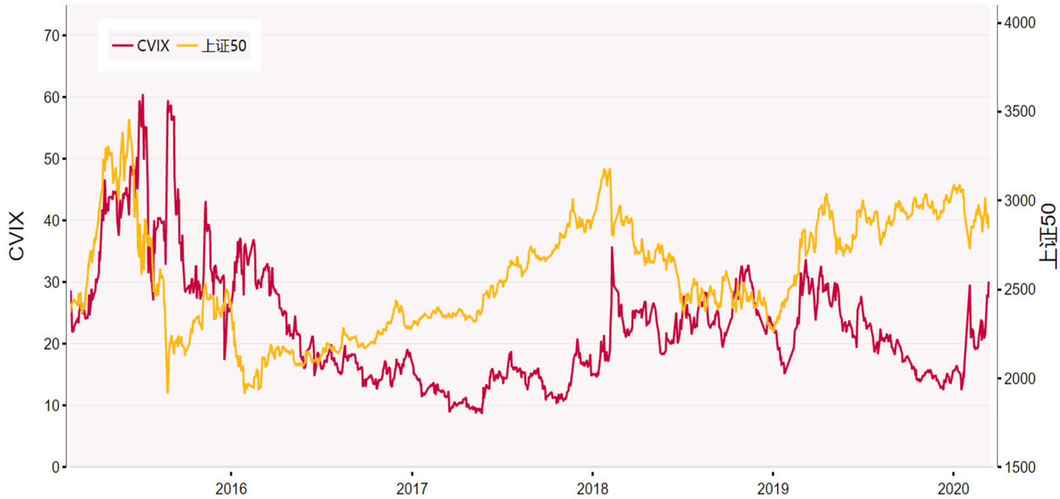
```
    cv=vix(neardata,nextdata,r,t1,t2)
    list(CVIX_data=cv)
}

CVIX("510050.SH","2015-08-26")
```

图 1：C-VIX

*资料来源：浙商证券研究所

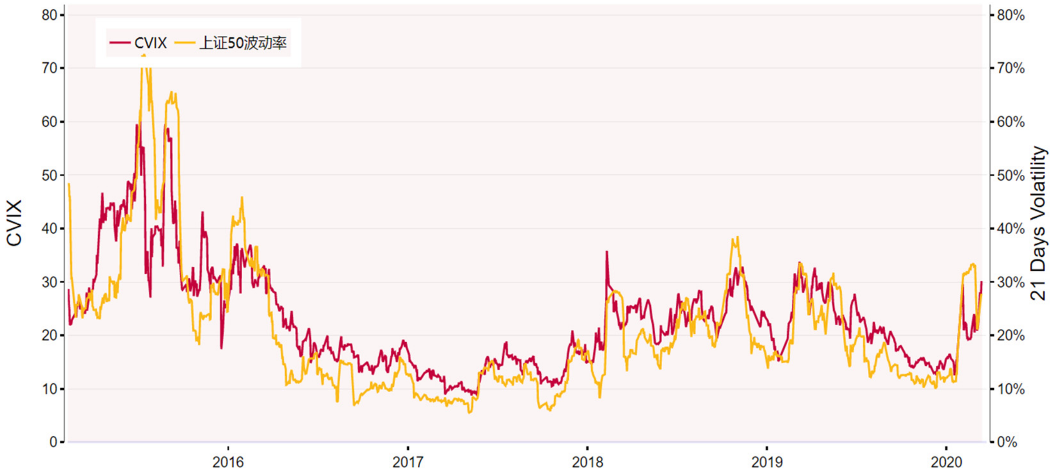
上图展示的是中国版 VIX 指数序列，总体上看，中国 VIX 比 VIX 指数更大，VIX 指数在美国市场平静时候，均值在 12 左右，而中国是在 15 左右。且美国市场上升阶段，VIX 一般不会大幅上升，而中国市场上行时，中国 VIX 也会大幅上行。这其中原因可能有两个，第一个是对中国上市公司缺乏信心，即便股价不断上行，恐慌情绪也在上升。第二个原因是，对中国投资者理性缺乏信心，大家普遍认为上涨也是非理性行为，于是即便股市平稳上行，对未来的预期分歧也较大。

图 2：C-VIX 与上证 50



*资料来源：浙商证券研究所

图 3：C-VIX 与历史波动率



*资料来源：浙商证券研究所

图 4：C-VIX 与中国波指（2018 停止更新）

*资料来源：浙商证券研究所

我们的算法**已经在某个时点进行了深度验证**，上图是我们的 C-VIX 指数和上交所之前编制的中国波指进行了比对，该指数在 2018 年停止更新，这也是我们编制 C-VIX 的原因。

附录

参考文献

[1] The CBOE Volatility Index-VIX, White paper, CBOE, 2019.

[2] Robert E Whaley. Understanding VIX. 2008.

[3] Robert E Whaley. Derivatives on market volatility: Hedging tools long overdue. The Journal of Derivatives, 1(1):71-84, 1993.

[4] Chicago Board Options Exchange. Settlement Information for VIX Derivatives. http://cfe.cboe.com/cfe-products/vx-cboe-volatility-index-vix-futures/settlement-information-for-vix-derivatives , 2018a. Accessed: 2018-04-29.

[5] Anlong Li. A Correction to the CBOE VIX Calculation Formula. 2017.

[6] Mao Xin. The VIX Volatility Index, 2011.

[7] Kresimir Demeterfi, Emanuel Derman, Michael Kamal, and Joseph Zou, More Than You Ever Wanted To Know About Volatility Swaps, Quantitative Strategies Research Notes, March, 1999.

[8] Tim Edwards and Hamish Preston. A Practitioner's Guide to Reading VIX. https://us.spindices.com/education-a-practitioners-guide-to-reading-vix.pdf, 2017. Accessed: 2018-05-01.

股票投资评级说明

以报告日后的 6 个月内，证券相对于沪深 300 指数的涨跌幅为标准，定义如下：
1、买入 ：相对于沪深 300 指数表现 ＋20％以上；
2、增持 ：相对于沪深 300 指数表现 ＋10％～＋20％；
3、中性 ：相对于沪深 300 指数表现－10％～＋10％之间波动；
4、减持 ：相对于沪深 300 指数表现－10％以下。

行业的投资评级：

以报告日后的 6 个月内，行业指数相对于沪深 300 指数的涨跌幅为标准，定义如下：
1、看好 ：行业指数相对于沪深 300 指数表现＋10%以上；
2、中性 ：行业指数相对于沪深 300 指数表现－10%～＋10%以上；
3、看淡 ：行业指数相对于沪深 300 指数表现－10%以下。
我们在此提醒您，不同证券研究机构采用不同的评级术语及评级标准。我们采用的是相对评级体系，表示投资的相对比重。
建议：投资者买入或者卖出证券的决定取决于个人的实际情况，比如当前的持仓结构以及其他需要考虑的因素。投资者不应仅仅依靠投资评级来推断结论

法律声明及风险提示

浙商证券研究所

上海市杨高南路 729 号陆家嘴世纪金融广场 1 号楼 29 层
邮政编码：200120
电话：(8621)80108518
传真：(8621)80106010
浙商证券研究所：http://research.stocke.com.cn