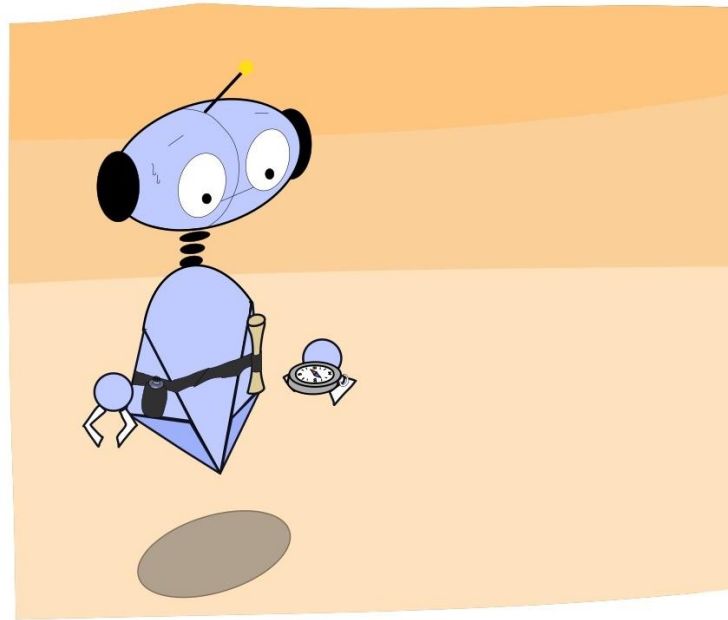


مبانی و کاربردهای هوش مصنوعی

جستجو آگاهانه (فصل 3.5 الی 3.6)



دکتر مهدی جوانمردی

دانشکده مهندسی کامپیوتر دانشگاه صنعتی امیرکبیر



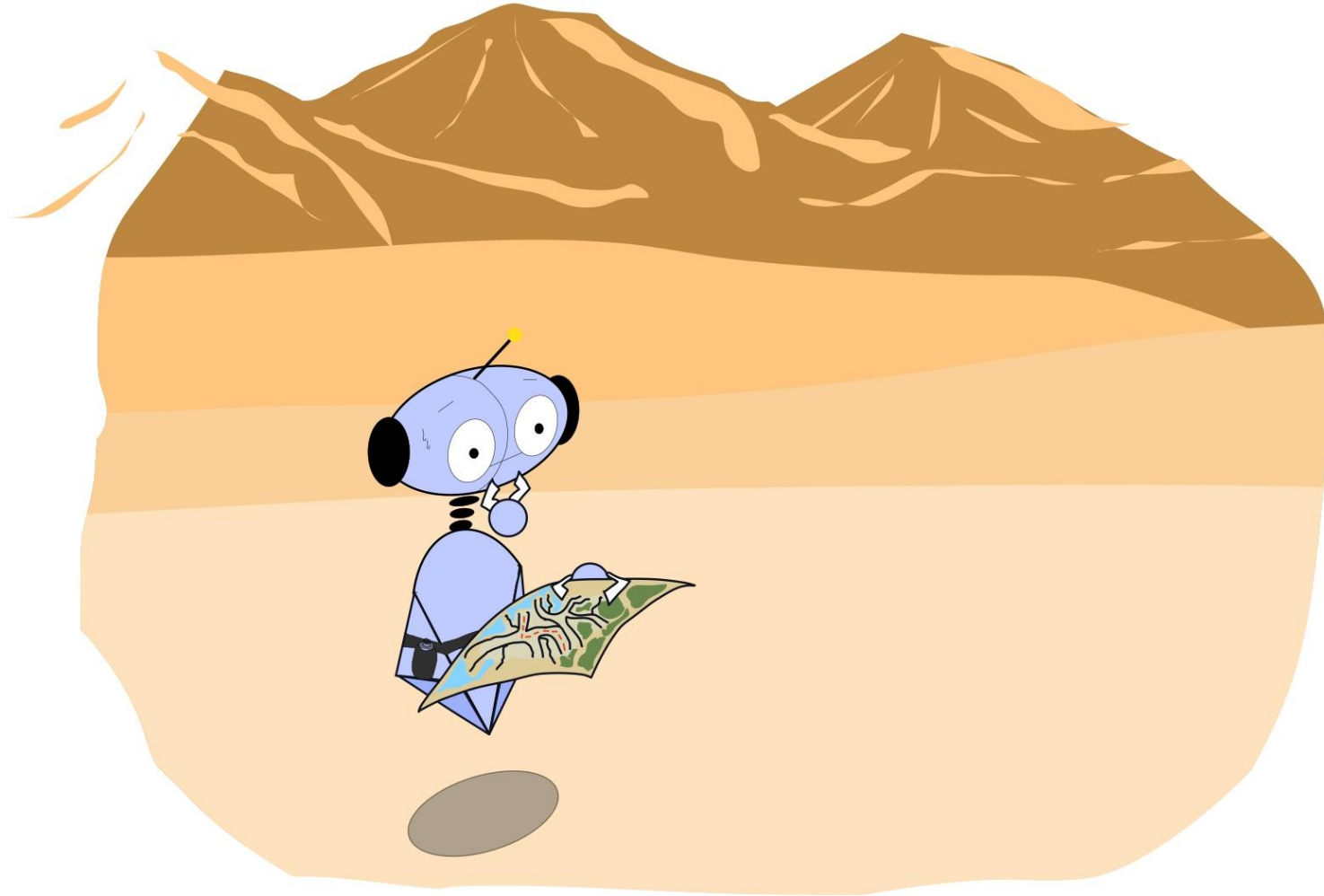
(الهام گرفته از محتوای درس هوش مصنوعی دانشگاه برکلی)

رئوس مطالب

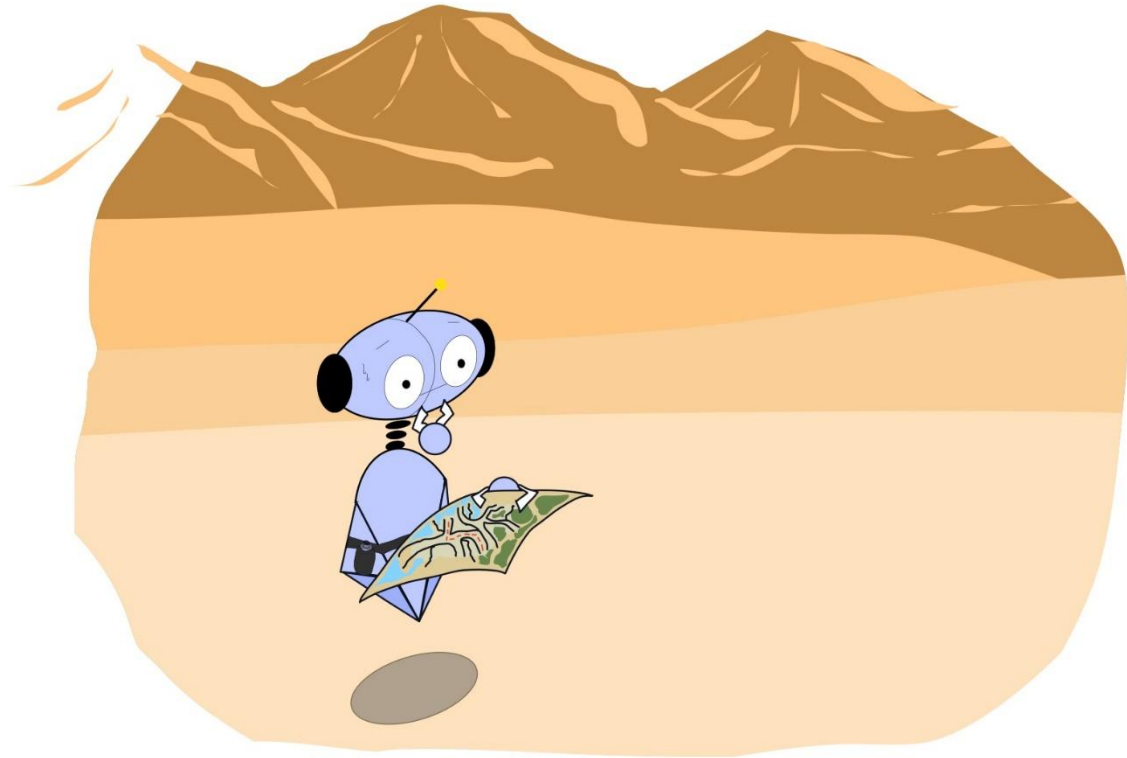


- جستجوی آگاهانه
 - هیوریستیک‌ها
 - جستجوی حریصانه
 - جستجوی A^*
- جستجوی گرافی

خلاصه: جستجو



خلاصه: جستجو



• مسائل جستجو

- حالت‌ها (پیکربندی جهان) states
- اعمال و هزینه‌ها actions and costs
- تابع پسین successor function
- حالت شروع و حالت هدف start state and goal test

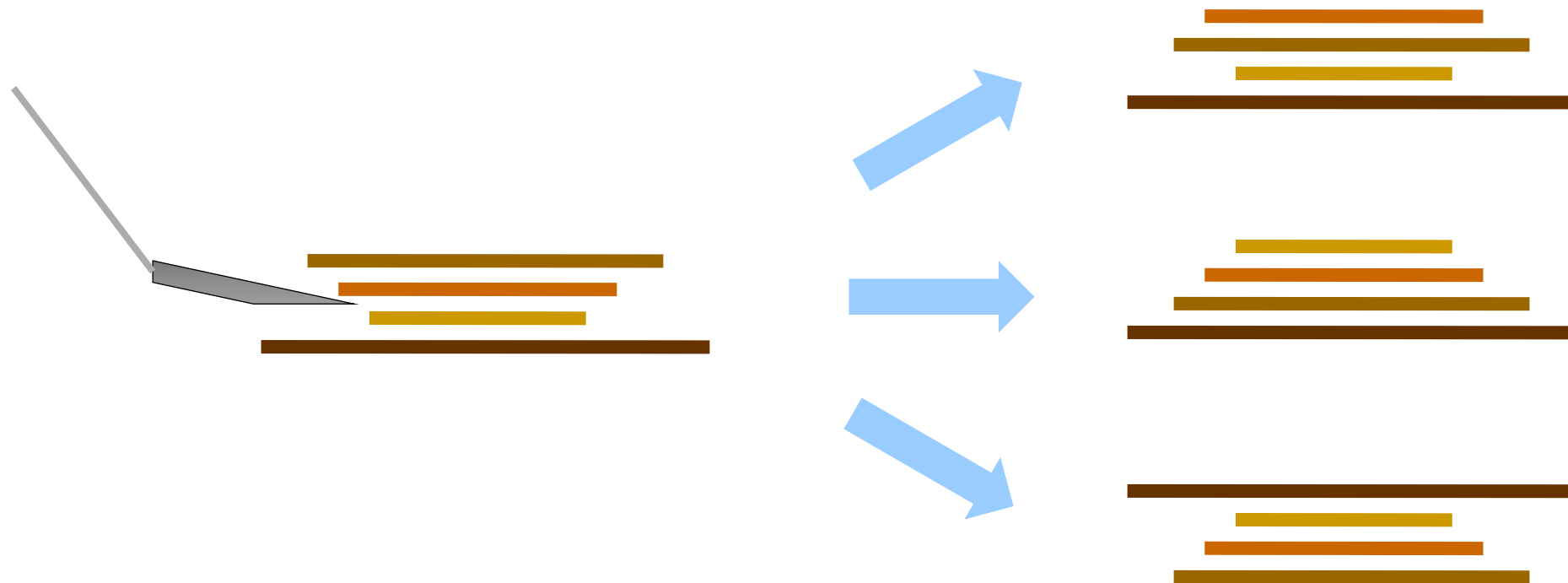
• درخت جستجو

- گره‌ها: نشان دهنده برنامه برای رسیدن به حالت‌ها
- برنامه‌ها دارای هزینه هستند (مجموع هزینه‌های اعمال)

• الگوریتم جستجو

- به طور سیستماتیک یک درخت جستجو می‌سازد
- تعیین اولویت انتخاب از لیست حاشیه (گره‌های ناشناخته)
- بهینه: پیدا کردن کم‌هزینه‌ترین برنامه‌ها

مثال: مسالهی پَن‌کیک



هزینه: تعداد پن‌کیک‌های پشت و رو شده

مثال: مسالہ ی پَن کیک

BOUNDS FOR SORTING BY PREFIX REVERSAL

William H. GATES

Microsoft, Albuquerque, New Mexico

Christos H. PAPADIMITRIOU*†

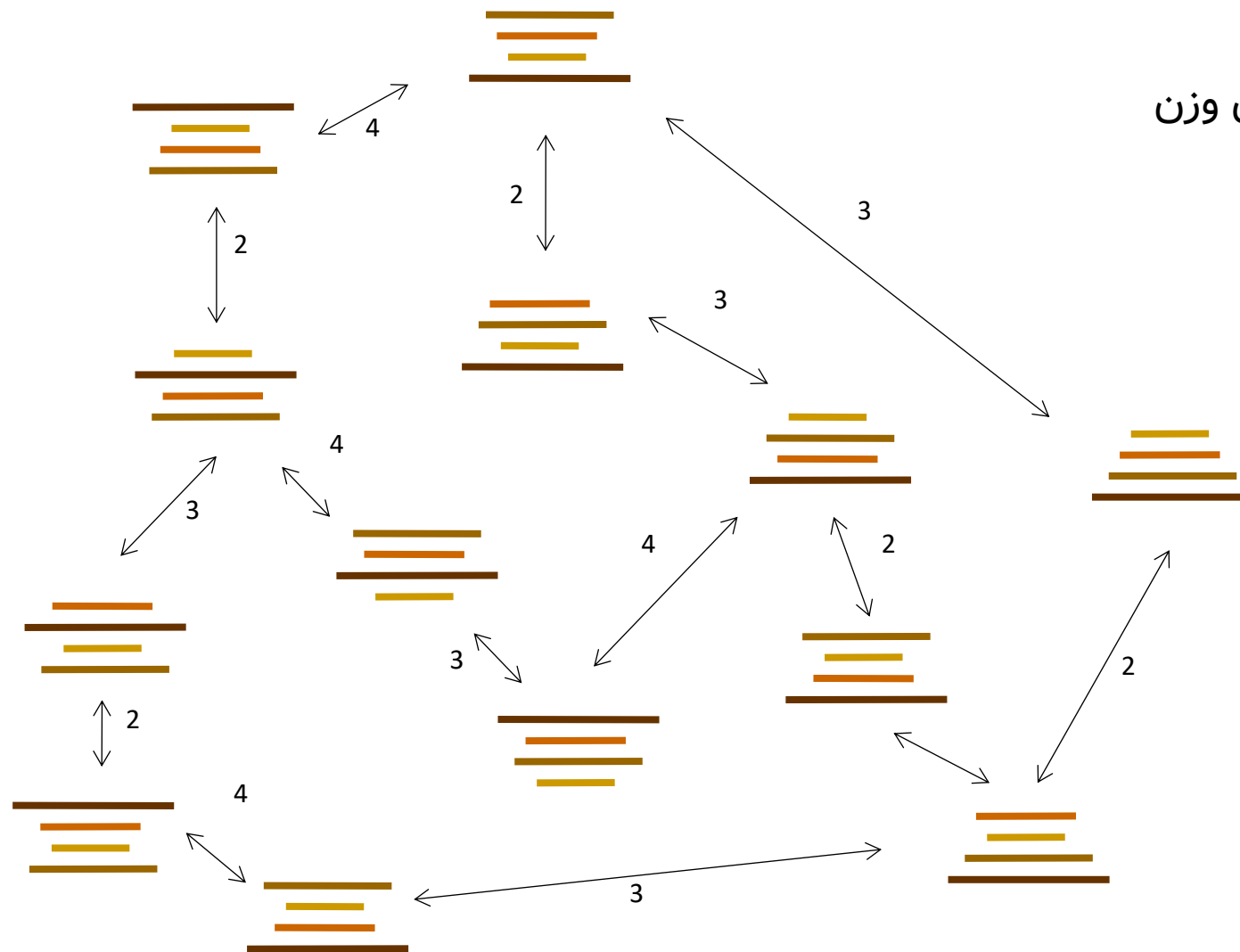
Department of Electrical Engineering, University of California, Berkeley, CA 94720, U.S.A.

Received 18 January 1978

Revised 28 August 1978

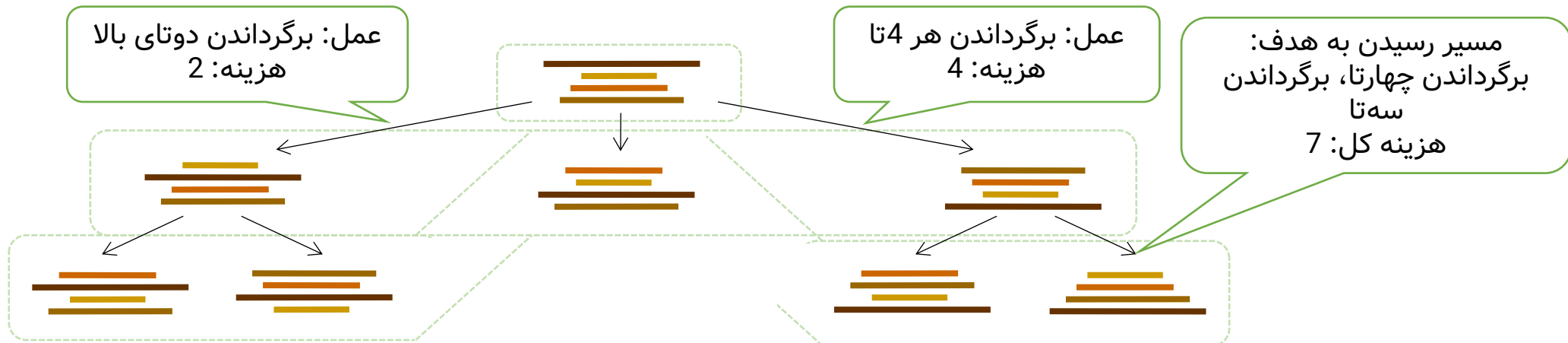
For a permutation σ of the integers from 1 to n , let $f(\sigma)$ be the smallest number of prefix reversals that will transform σ to the identity permutation, and let $f(n)$ be the largest such $f(\sigma)$ for all σ in (the symmetric group) S_n . We show that $f(n) \leq (5n+5)/3$, and that $f(n) \geq 17n/16$ for n a multiple of 16. If, furthermore, each integer is required to participate in an even number of reversed prefixes, the corresponding function $g(n)$ is shown to obey $3n/2 - 1 \leq g(n) \leq 2n + 3$.

مثال: مسالهی پَن‌کیک



جستجوی درختی متداول

```
function TREE-SEARCH(problem, strategy) returns a solution, or failure
  initialize the search tree using the initial state of problem
  loop do
    if there are no candidates for expansion then return failure
    choose a leaf node for expansion according to strategy
    if the node contains a goal state then return the corresponding solution
    else expand the node and add the resulting nodes to the search tree
  end
```

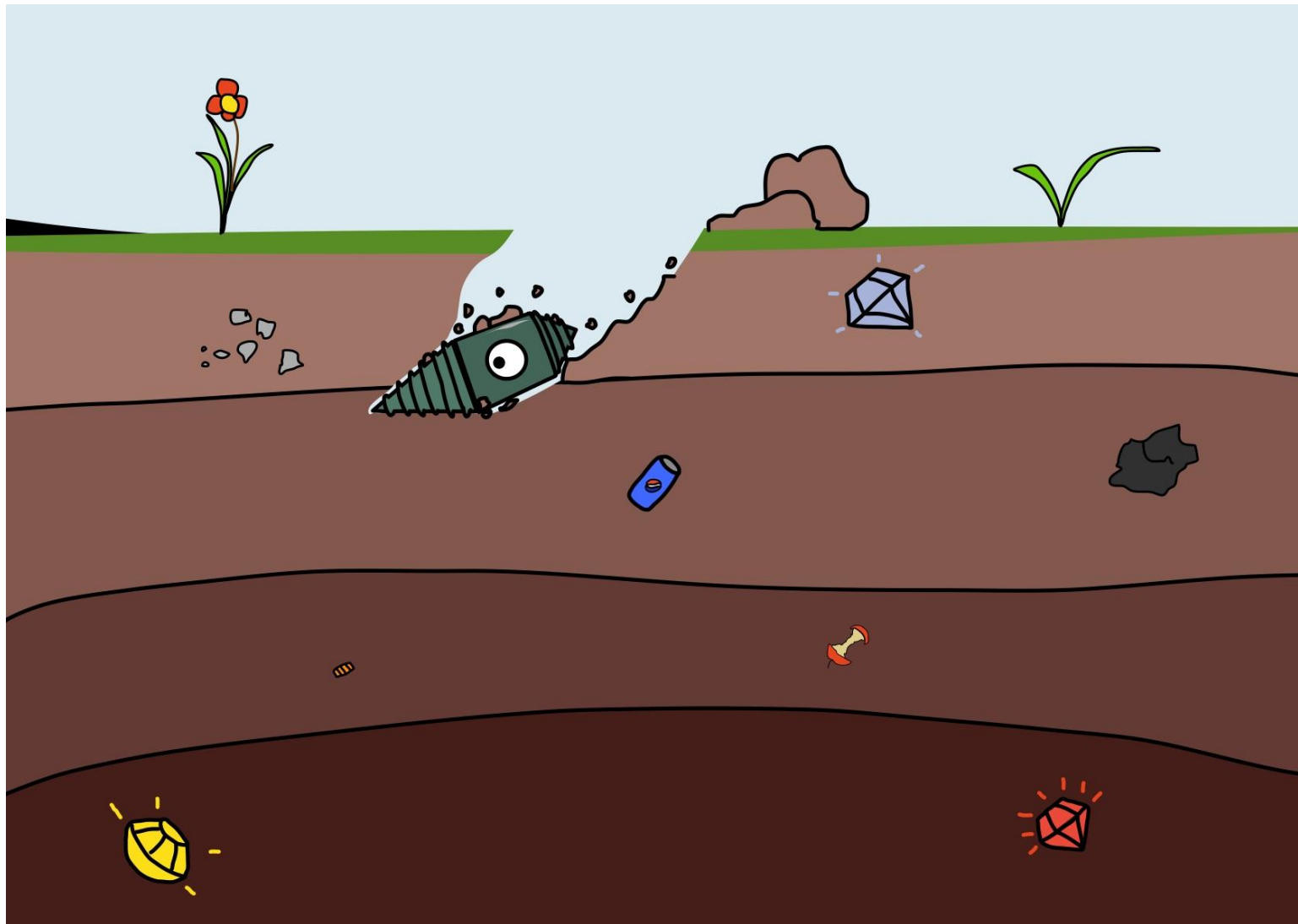


یک صف

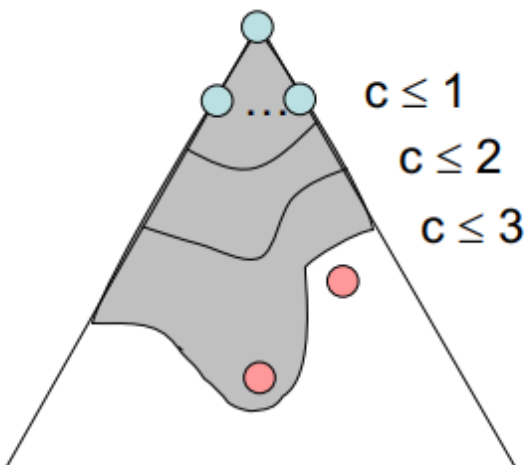
- همه این الگوریتم‌های جستجو به جز در استراتژی‌های لیست حاشیه یکسان هستند
- از نظر مفهومی، تمام لیست‌های حاشیه صف‌های اولویت هستند. (مثلاً مجموعه‌ای از گره‌ها با اولویت‌های پیوسته شده)
- عملاً، برای DFS و BFS، می‌توانید با استفاده از پشته‌ها و صف‌ها، از سربار $\log(n)$ از یک صف اولویت اجتناب کرد
- حتی می‌توان کد ثابتی برای یک پیاده‌سازی نوشت



جستجوی ناآگاهانه



جستجوی هزینه یکنواخت



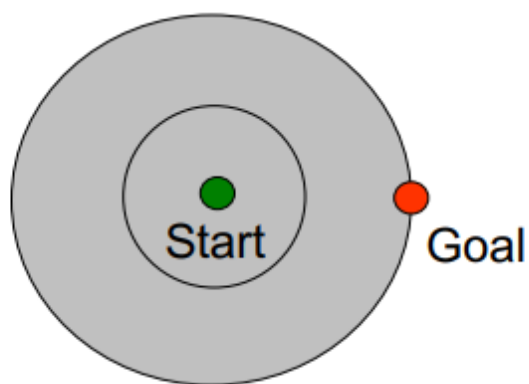
- استراتژی: مسیر با کمترین هزینه را بسط می‌دهد

- خوبی: UCS کامل و بهینه است

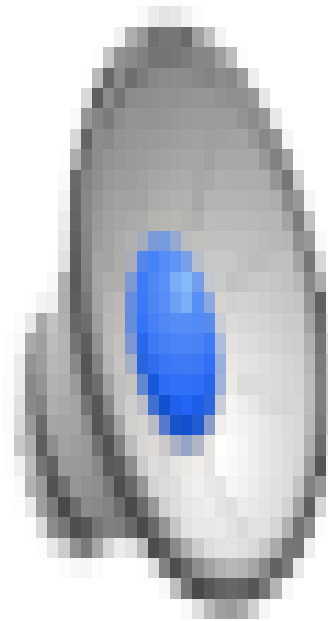
- موارد بد:

- گزینه‌ها را در همه جهت بررسی می‌کند

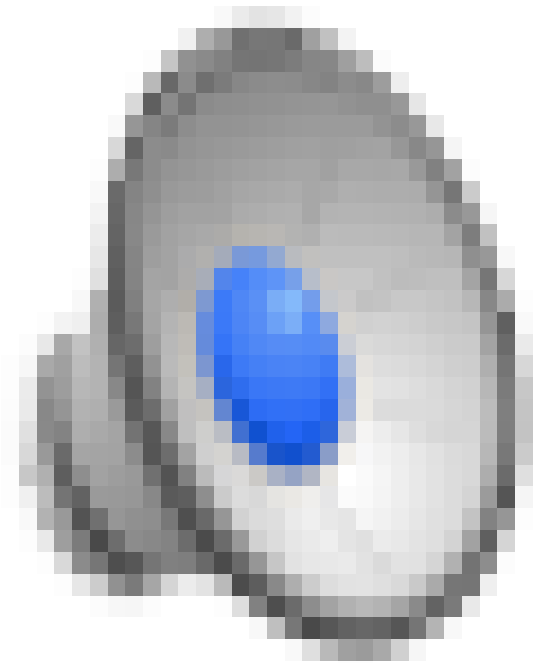
- اطلاعاتی در مورد مکان هدف وجود ندارد



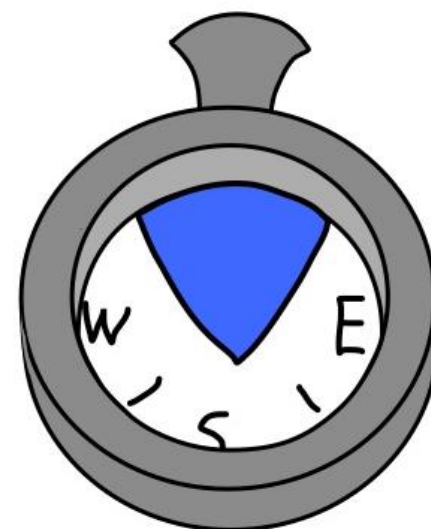
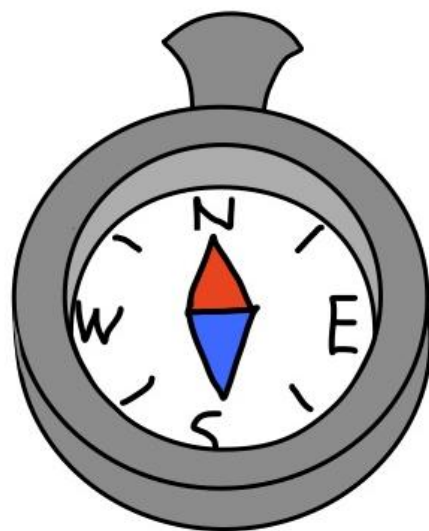
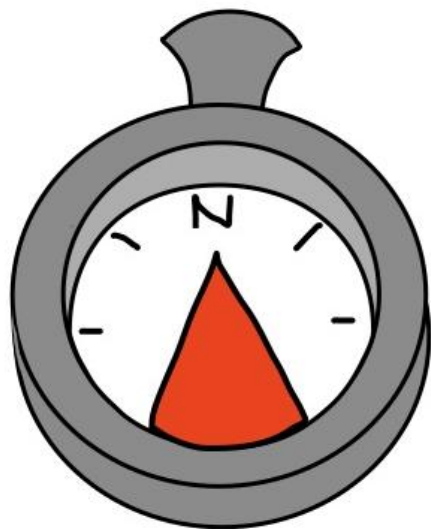
ویدیوی دموی کانتور UCS خالی



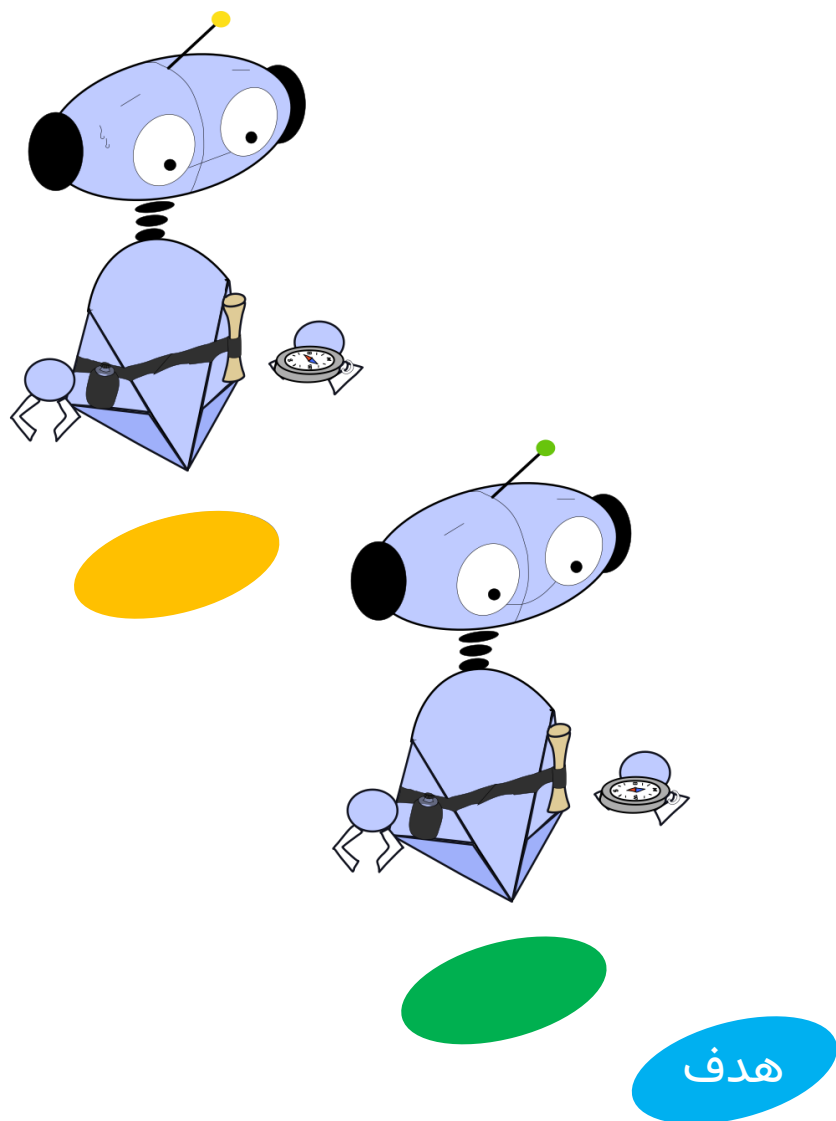
ویدیوی دموی کانتور UCSماز کوچک Pacman



جستجوی آگاهانه

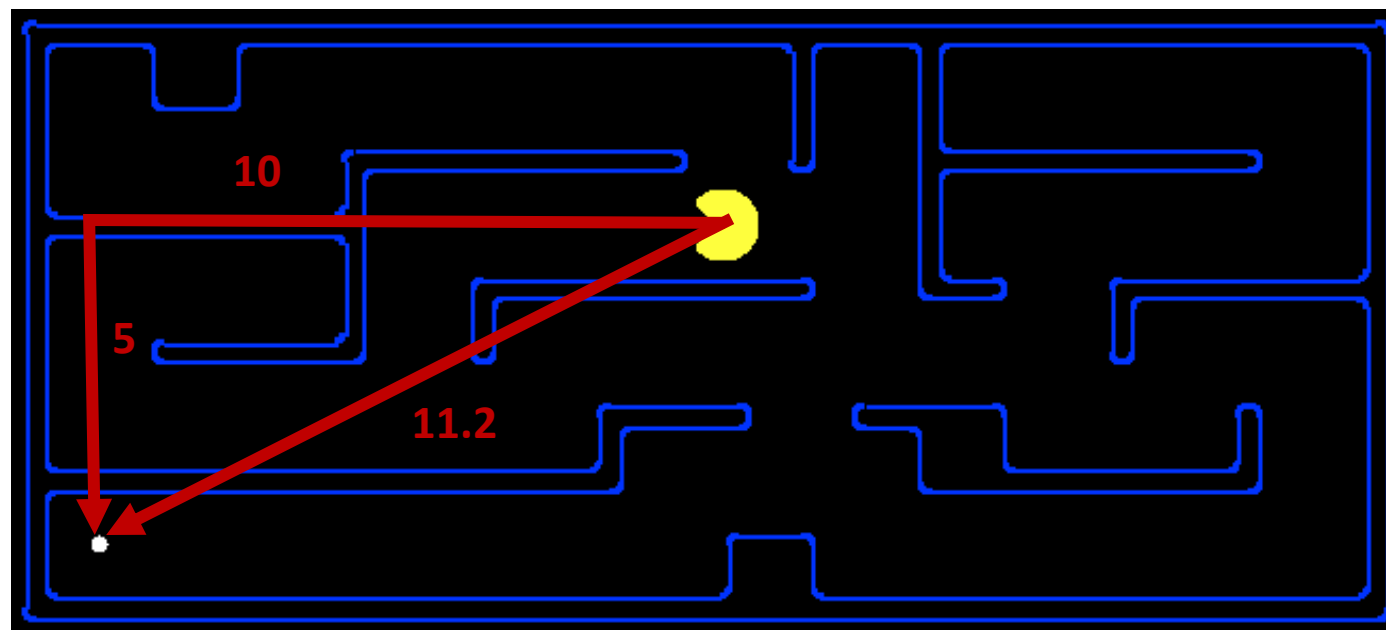


هیوریستیک‌های جستجو

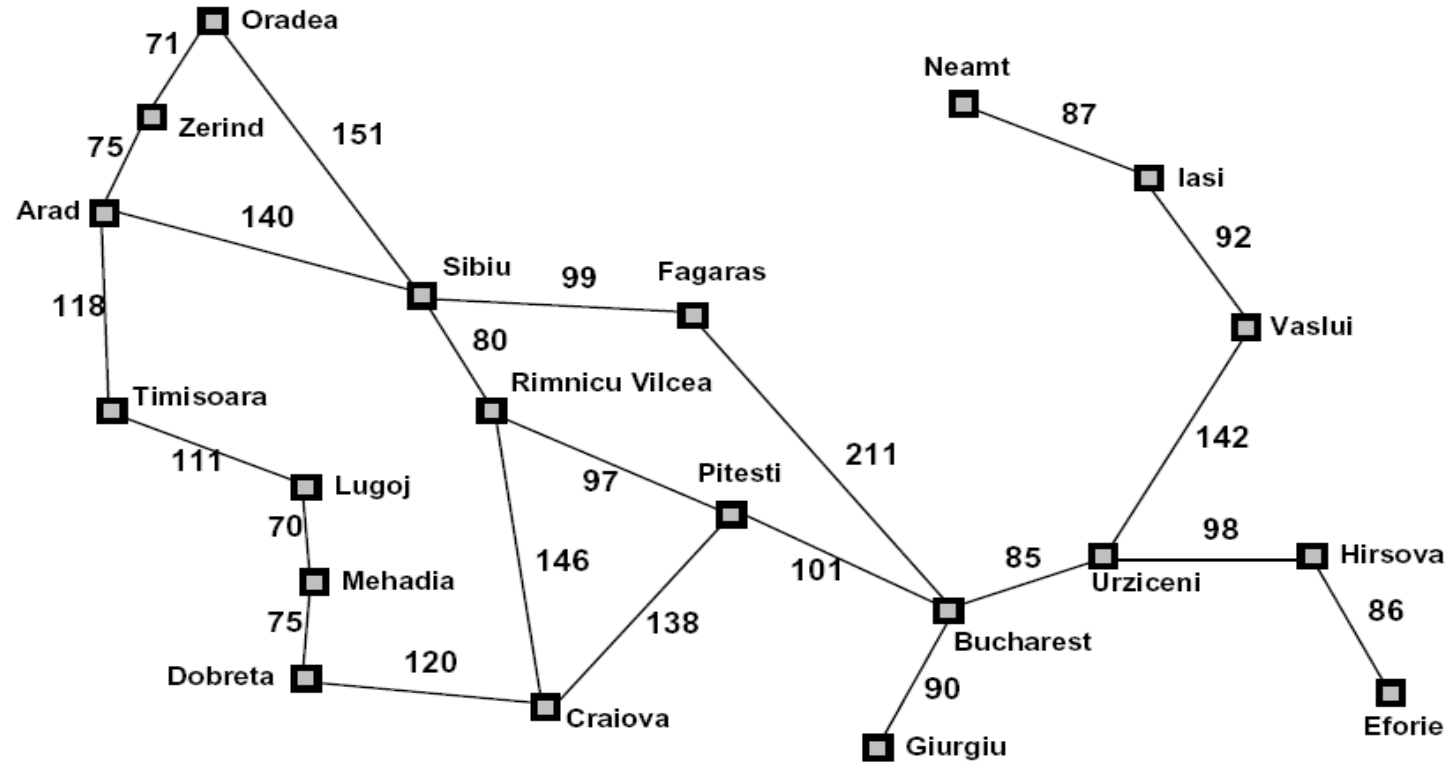


• یک هیوریستیک عبارت است از:

- تابعی که تخمین می‌زند که یک حالت چقدر به هدف نزدیک است
- برای یک مساله جستجوی خاص طراحی شده است
- مثال: فاصله منتهن و فاصله اقلیدسی برای مسئله مسیریابی



مثال: تابع هیوریستیک



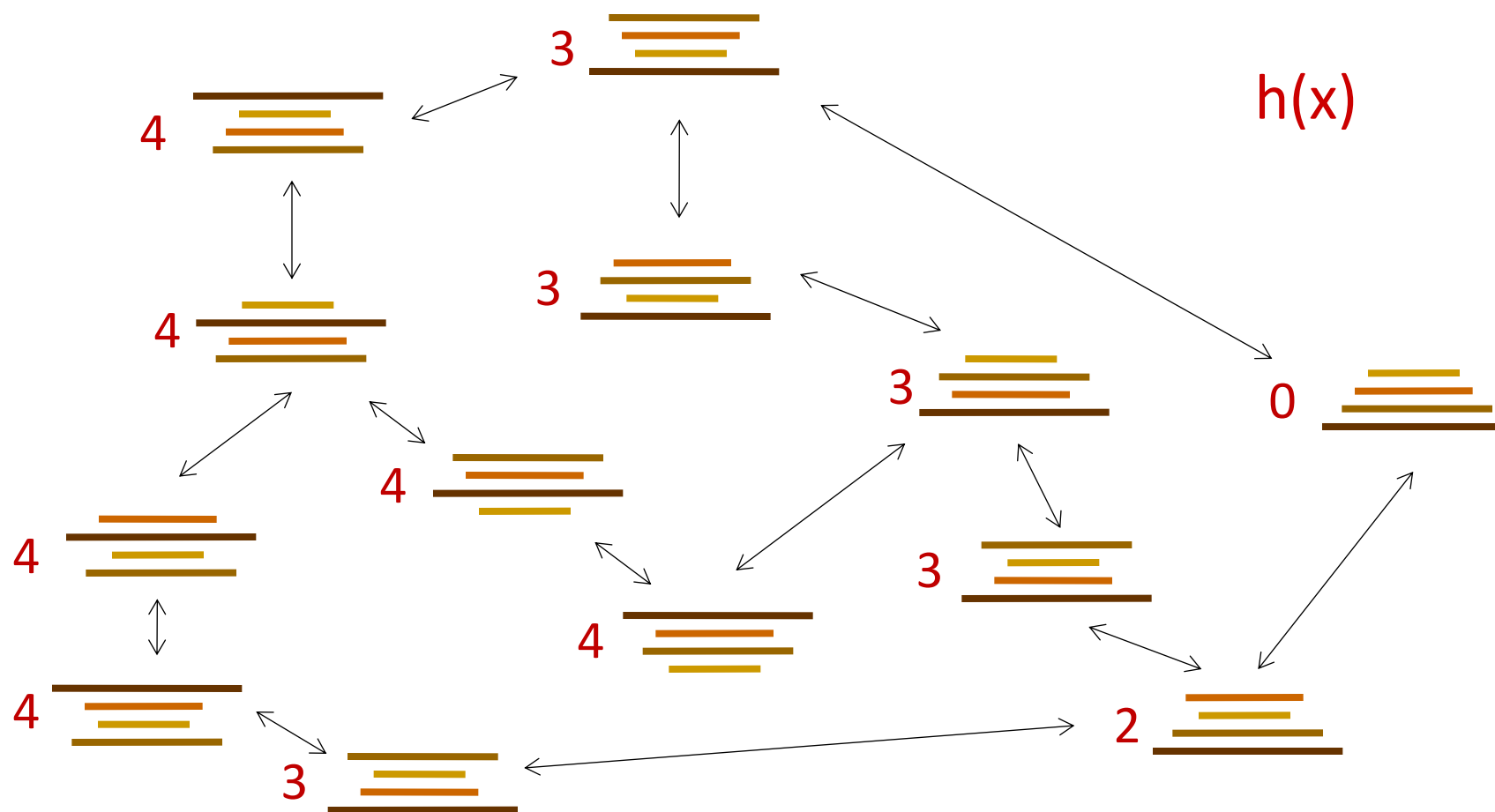
Straight-line distance
to Bucharest

Arad	366
Bucharest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	178
Giurgiu	77
Hirsova	151
Iasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	98
Rimnicu Vilcea	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374

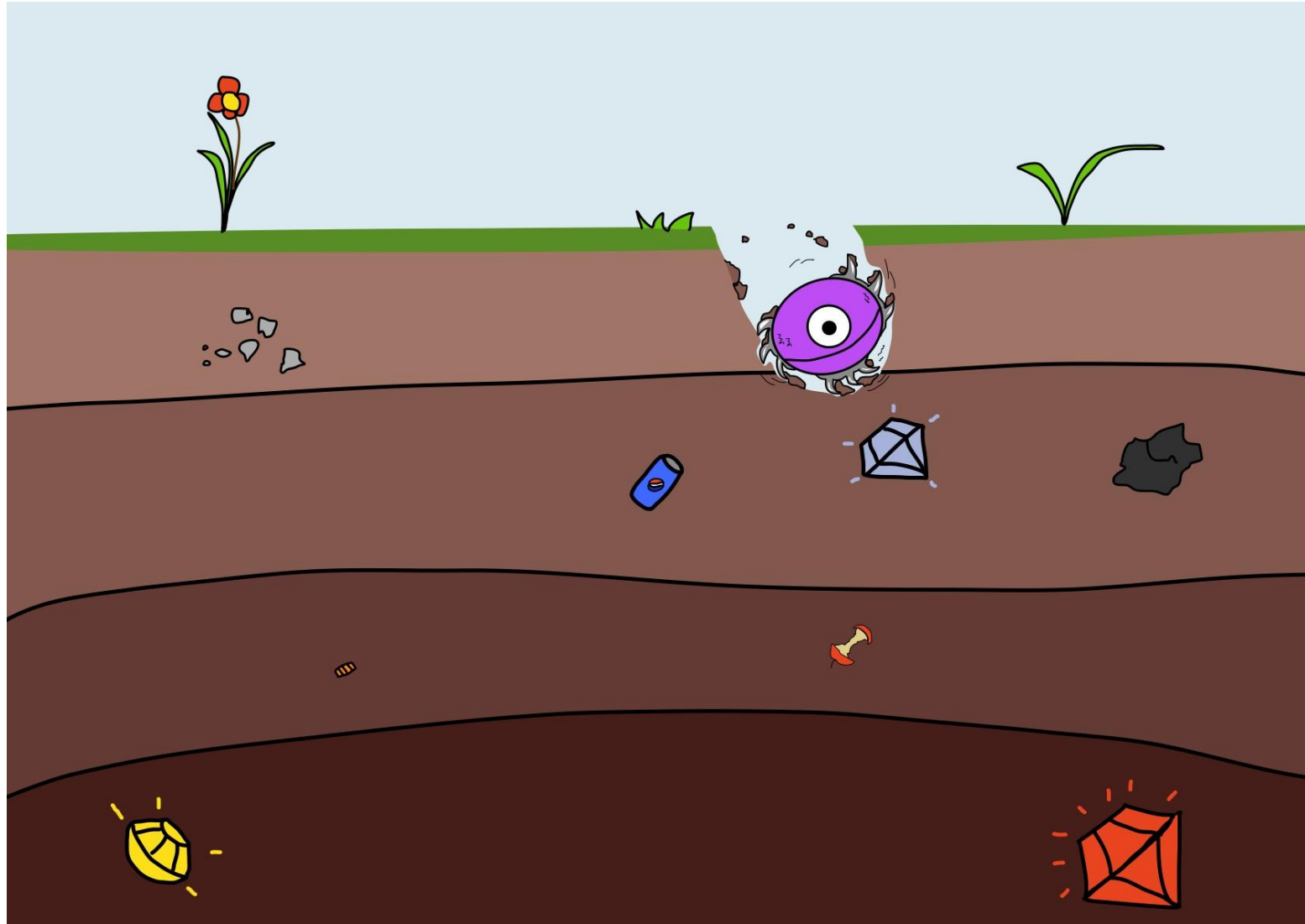
$h(x)$

مثال: تابع هیوریستیک

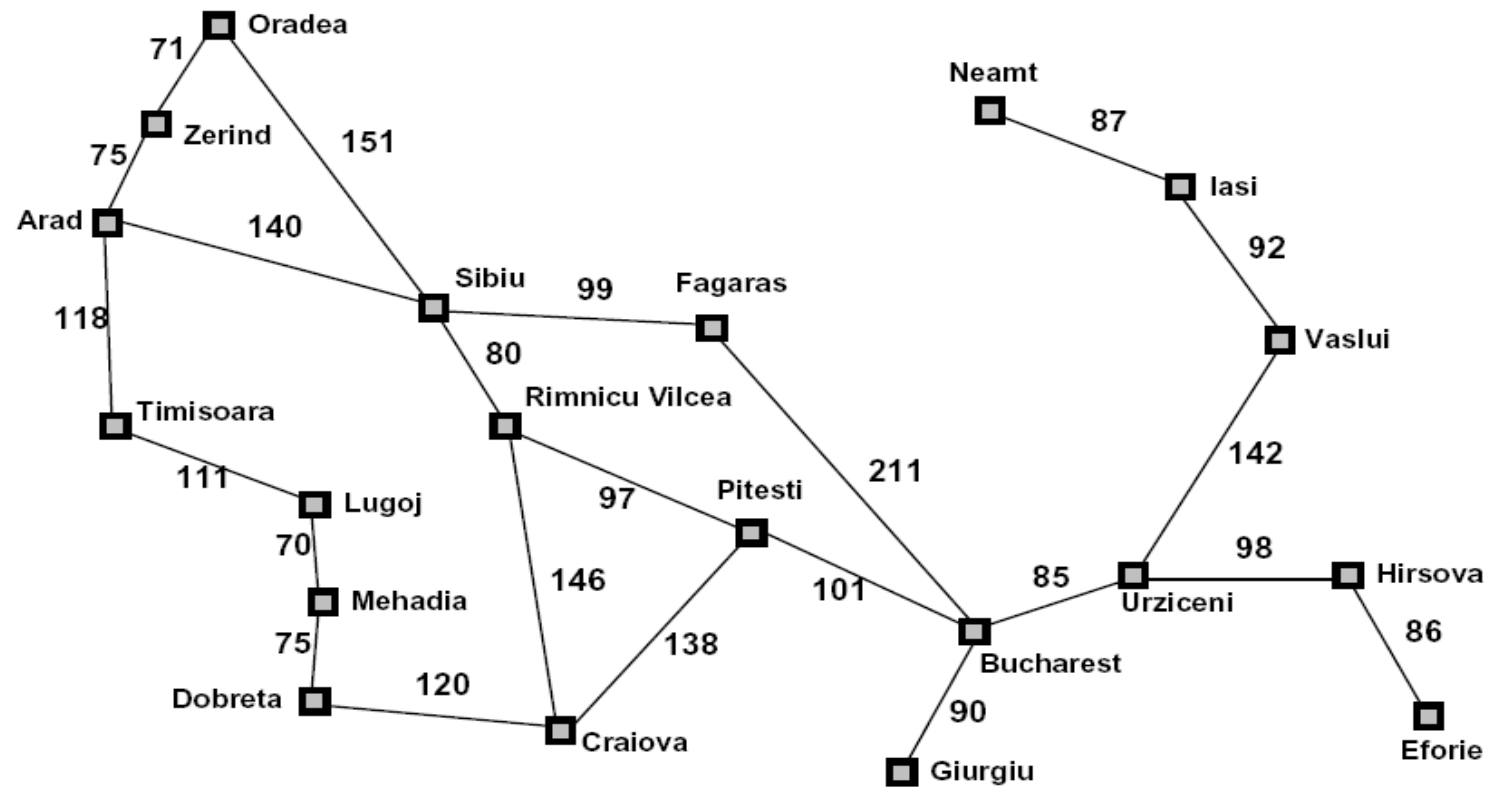
هیوریستیک: عدد بزرگترین پنیک که هنوز در جای خود نیست.



جستجوی حریصانه



جستجوی حریصانه



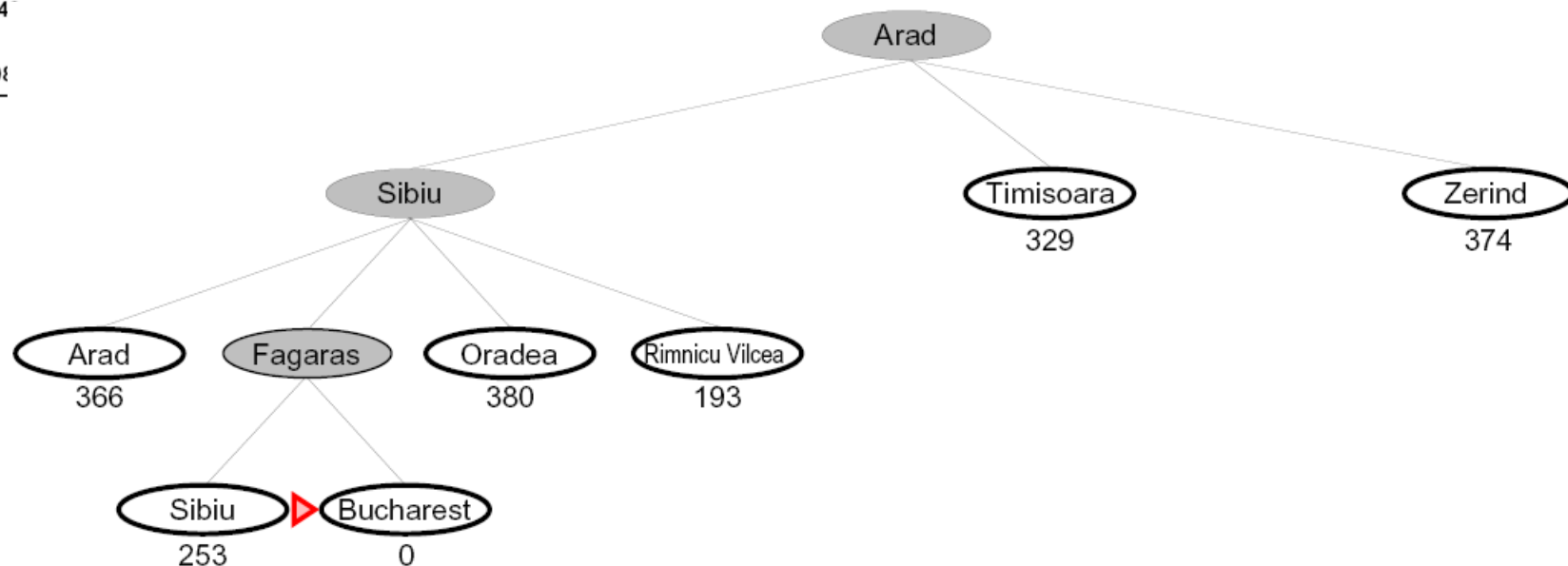
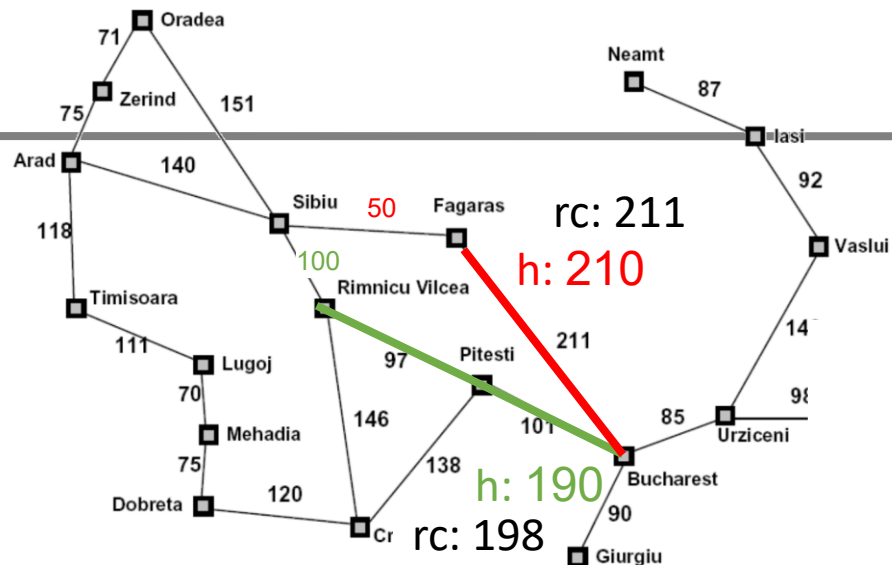
Straight-line distance
to Bucharest

Arad	366
Bucharest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	178
Giurgiu	77
Hirsova	151
Iasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	98
Rimnicu Vilcea	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374

$h(x)$

مثال: تابع هیوریستیک

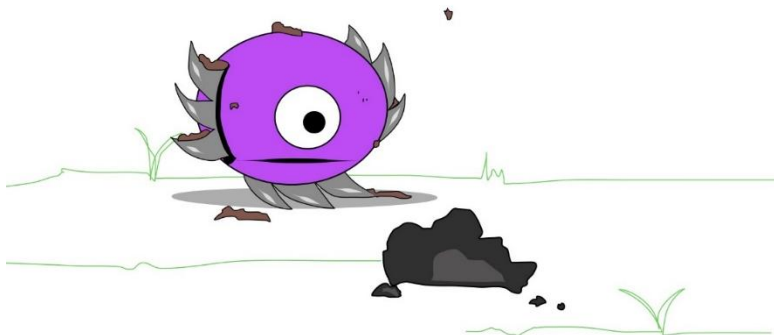
- گره‌ای را که نزدیک‌ترین به هدف بنظر می‌رسد بسط دهید...



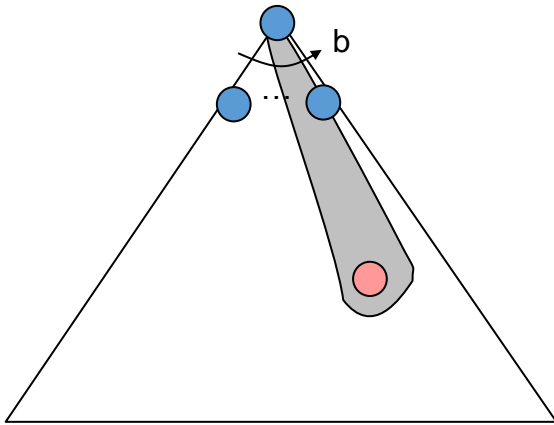
- کجای کار می‌تواند خطا برود؟

Straight-line distance
to Bucharest

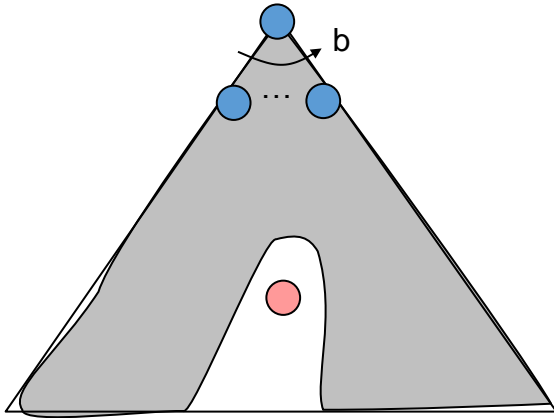
Arad	366
Bucharest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	178
Giurgiu	77
Hirsova	151
Iasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	98
Rimnicu Vilcea	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374



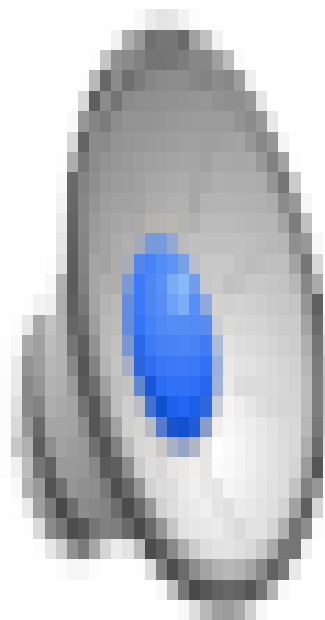
جستجوی حریصانه



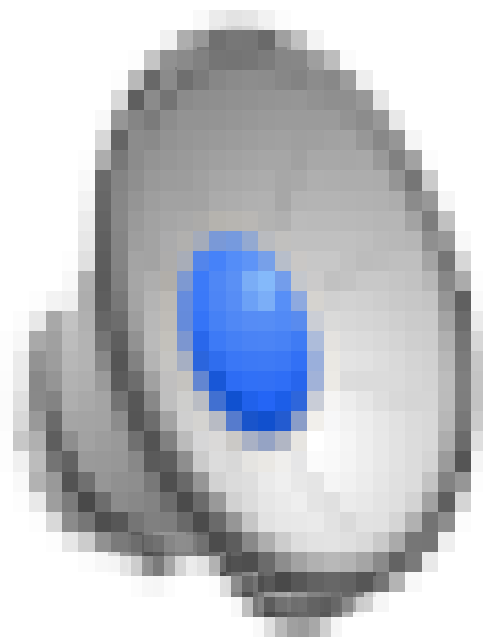
- استراتژی: گره‌ای را که حدس می‌زنیم به هدف نزدیک‌تر است، بسط دهید
- هیوریستیک: تخمین فاصله تا نزدیکترین هدف برای هر حالت
- حالت رایج و مورد انتظار:
- بهترین/اولین حدس شما را مستقیماً به سمت هدف (اشتباه) می‌برد
- بدترین حالت: مثل یک DFS با هدایت خیلی بد



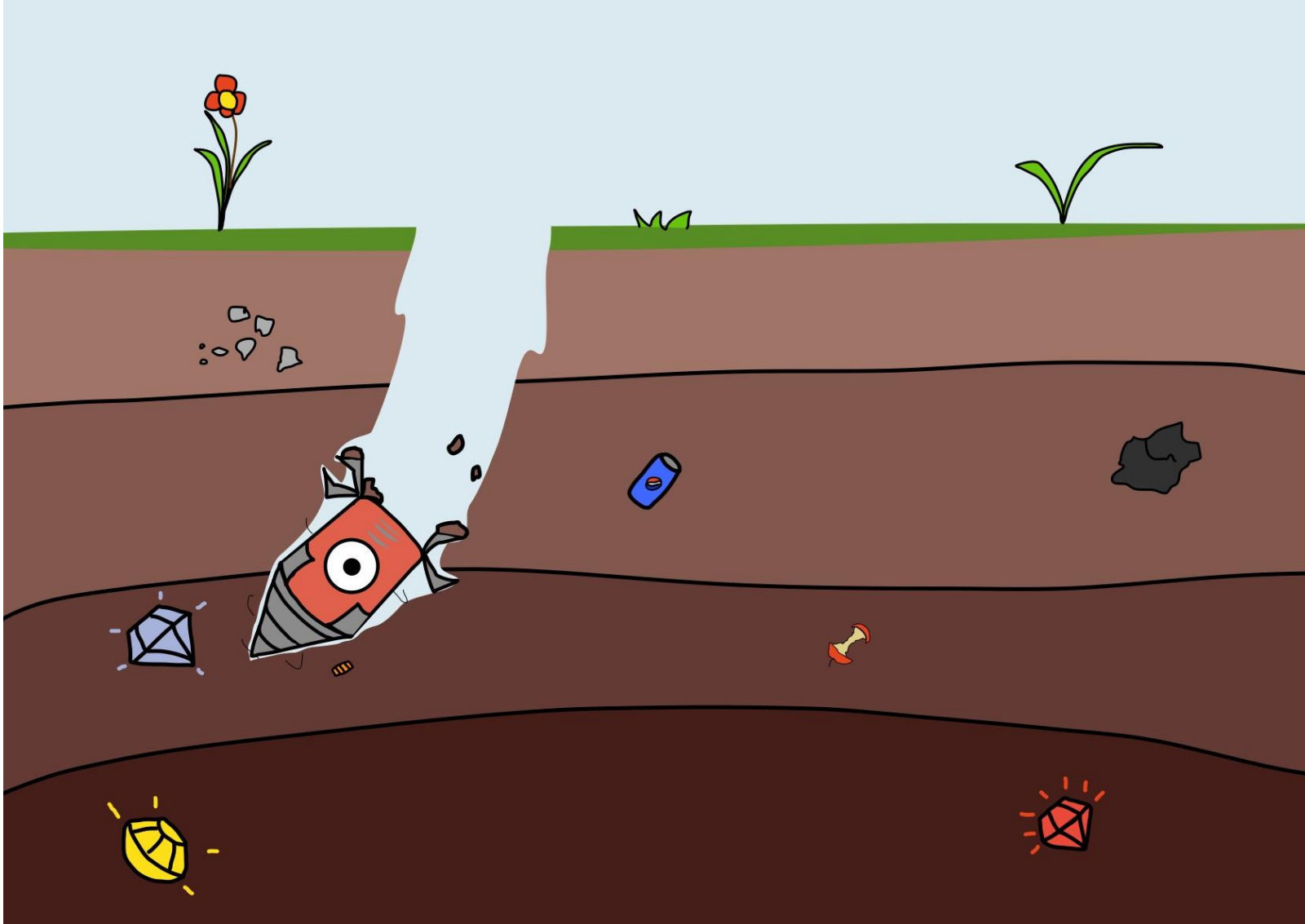
ویدیوی دموی کانتور حریصانه (صحنه خالی)



ویدیوی دموئی کانتور حریصانه (مارپیچ کوچک pacman)



جستجوی A*



جستجوی A*



UCS



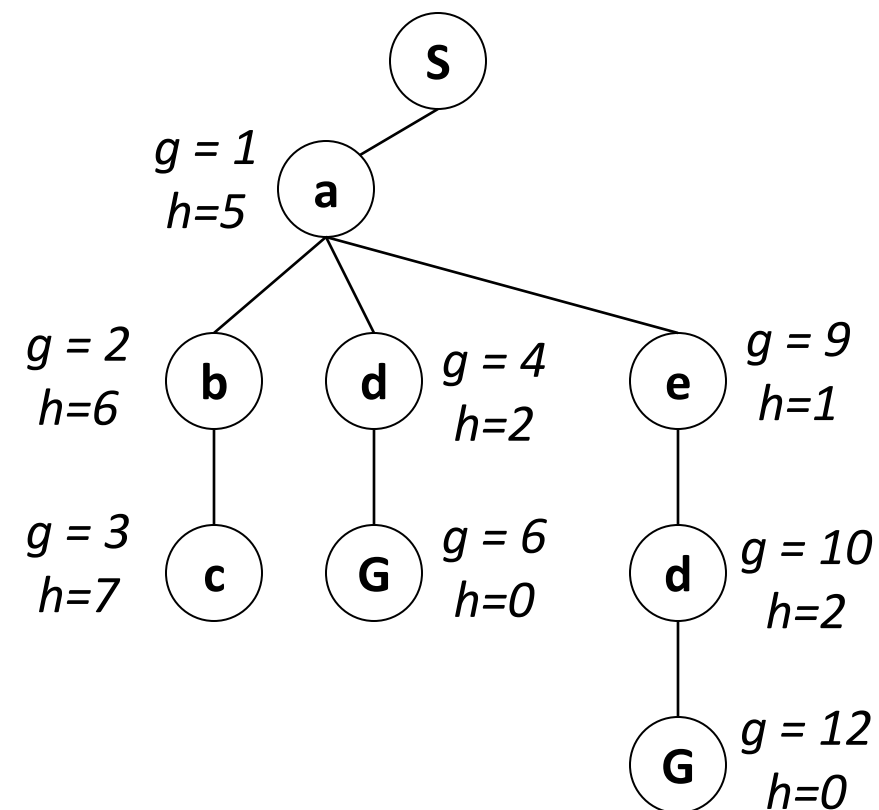
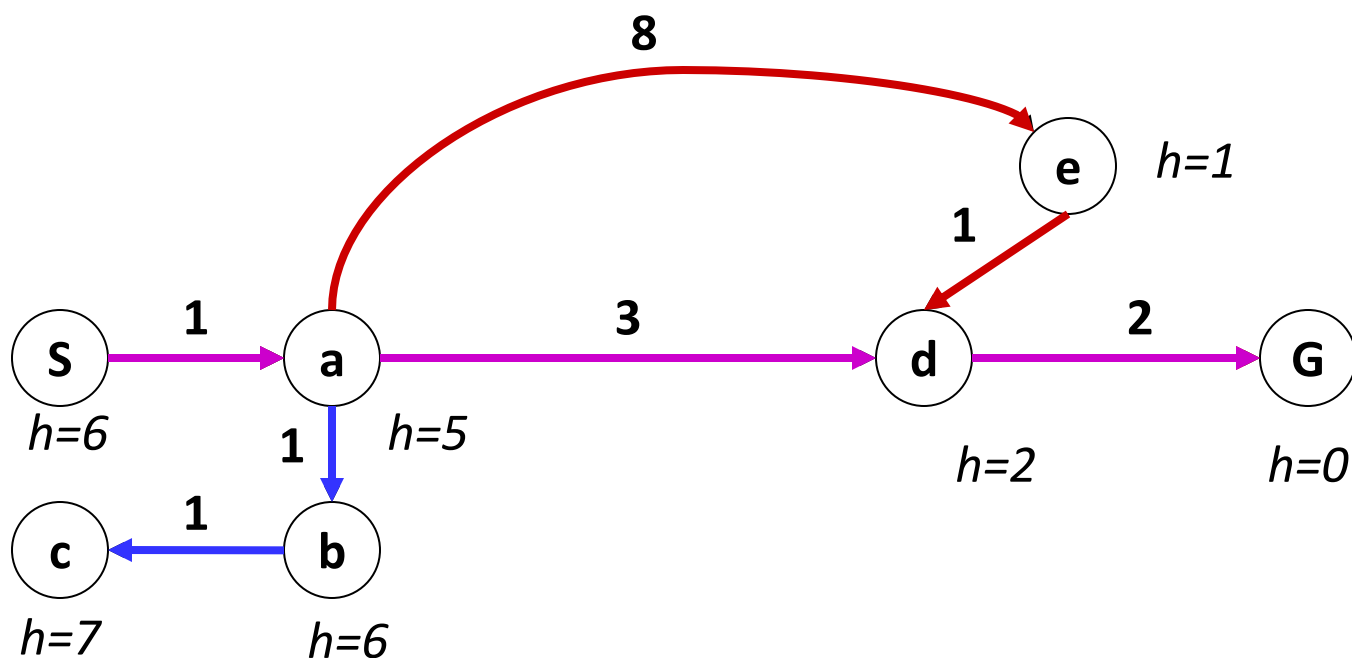
حریصانه



A*

ترکیب کردن UCS و حریصانه

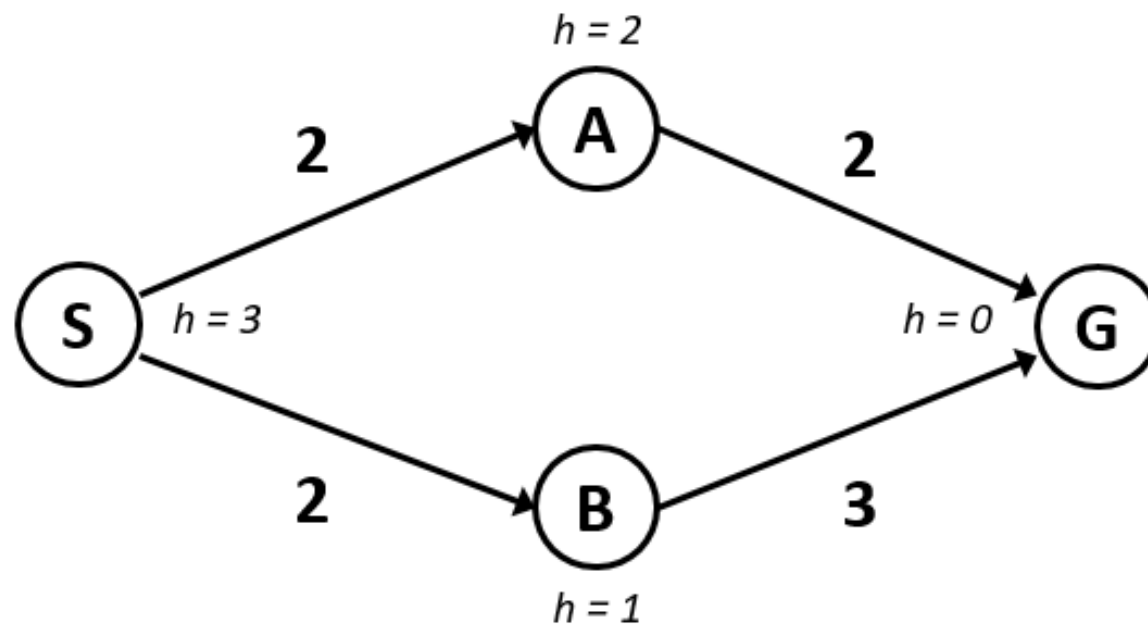
- جستجوی هزینه یکنواخت بر اساس هزینه‌ی مسیر یا هزینه رو به عقب $g(n)$ اولویت‌بندی می‌کند *backward cost*
- جستجوی حریصانه بر اساس نزدیکی به هدف یا هزینه پیش‌رو $h(n)$ اولویت‌بندی می‌کند *forward cost*



- جستجو A^* بر اساس مجموع: $f(n) = g(n) + h(n)$ اولویت‌بندی می‌کند

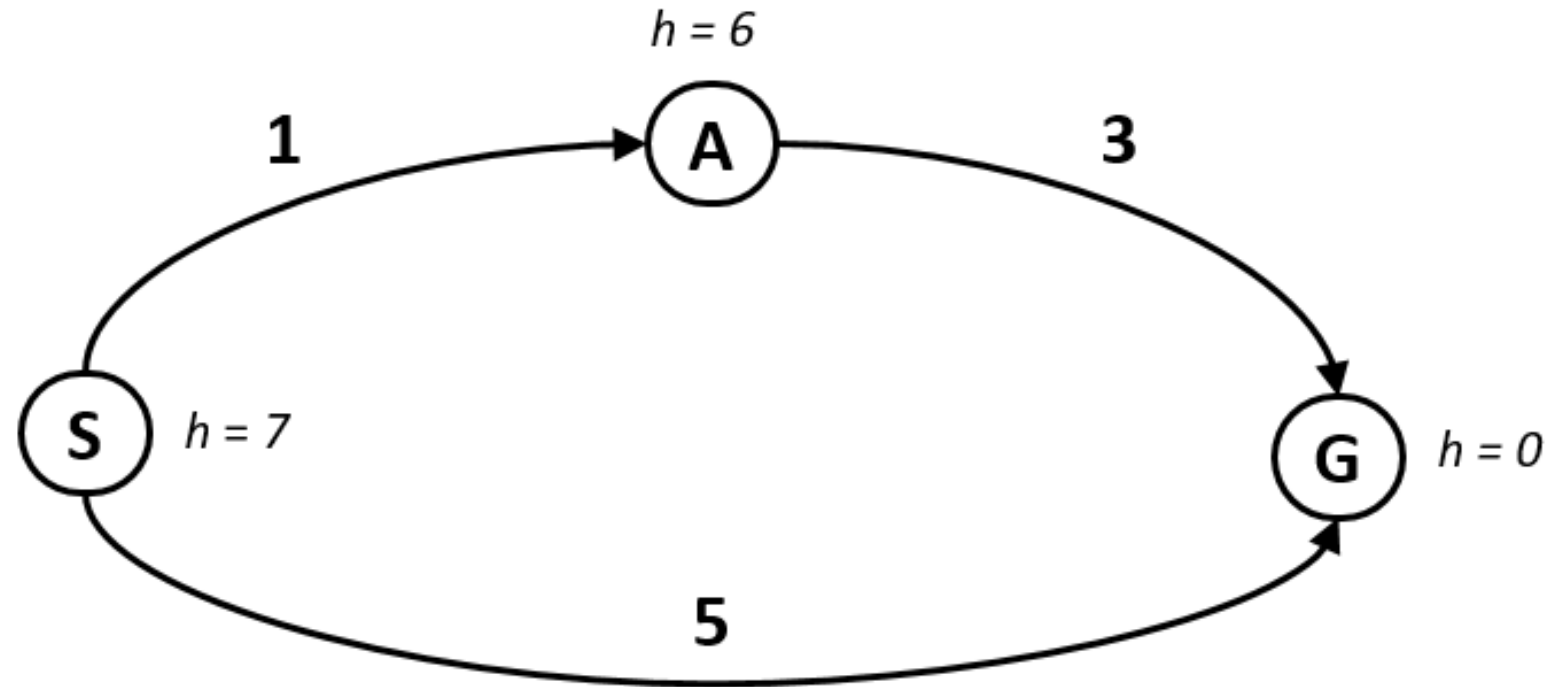
چه زمانی باید A^* خاتمه یابد؟

- آیا وقتی هدفی را در صف قرار می‌دهیم باید توقف کنیم؟



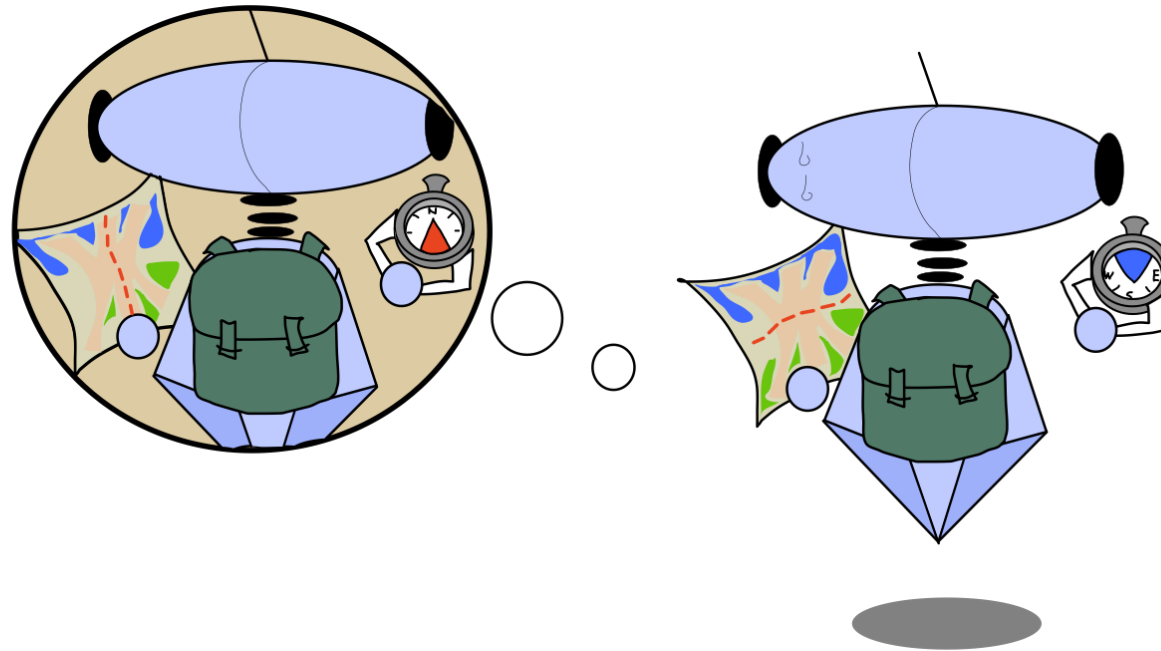
- خیر: فقط زمانی متوقف می‌شویم که هدفی را از صف خارج کنیم

آیا A^* بهینه است؟

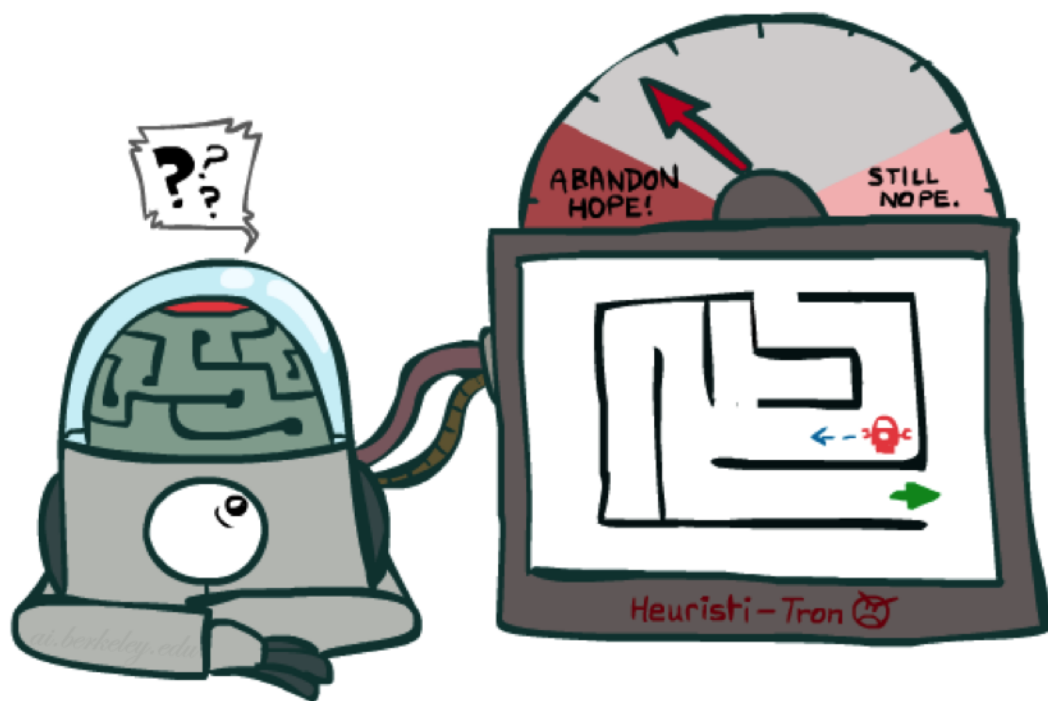


- کجای کار اشتباه پیش رفت؟
- هزینه واقعی هدف بد > برآورد هزینه هدف خوب
- ما به برآوردهایی نیاز داریم که کمتر از هزینه‌های واقعی باشد!

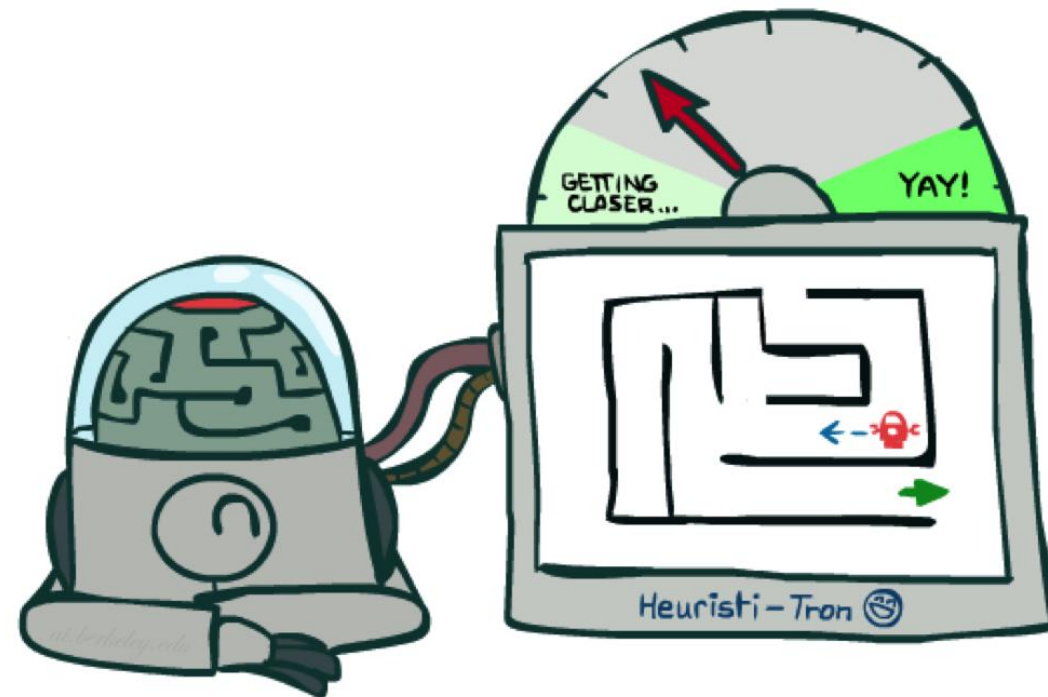
هیوریستیک قابل قبول Admissible heuristics



ایده: قابل قبول بودن Admissibility



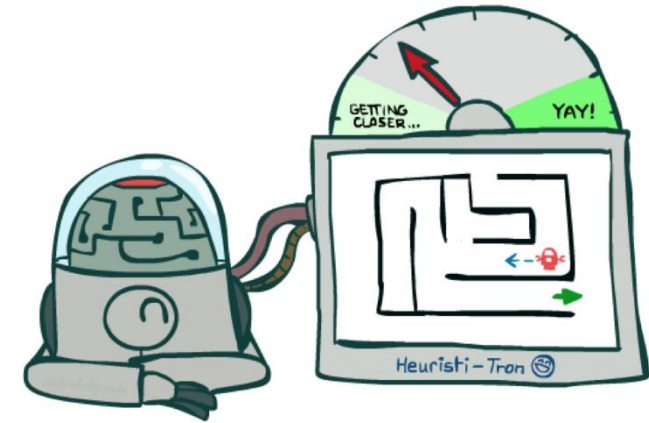
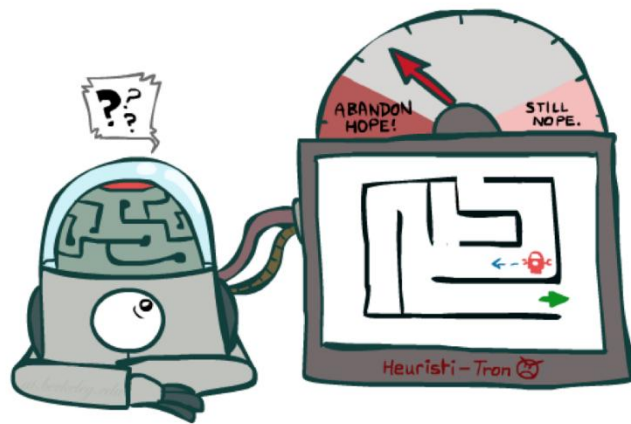
- هیوریستیک‌های غیر قابل قبول (بدبینانه) با به دام انداختن برنامه‌های خوب در لیست حاشیه، بهینگی را از بین می‌برد



- هیوریستیک قابل قبول (خوش‌بینانه) بررسی برنامه‌های بد را به تاخیر می‌اندازد اما هرگز تخمین بیش از هزینه

واقعی نمی‌شود

ایده: قابل قبول بودن Admissibility



- هیوریستیک قابل قبول (خوش بینانه) تخمین هزینه
برنامه خوب همواره کمتر از هزینه واقعی برنامه‌های بد
- هیوریستیک‌های غیر قابل قبول (بد بینانه) با به دام انداختن
برنامه‌های خوب در لیست حاشیه، بهینگی را از بین می‌برد

تفاوت حالت هدف با حالت‌های غیر هدف در $f(n) = g(n) + h(n)$ چیست؟

حالت هدف: هزینه واقعی محاسبه می‌شود: $f(G) = g(G) \leftarrow h(G) = 0$

حالت غیر هدف: تخمینی از هزینه (اگر هیوریستیک خوش بینانه باشد: تخمین هزینه کمتر از هزینه واقعی)

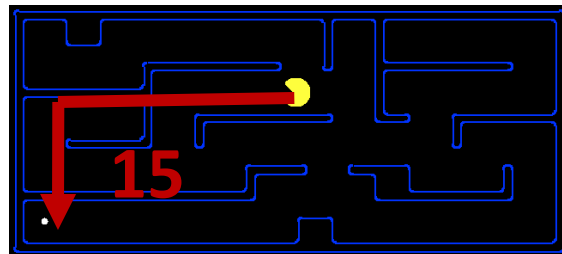
هیوریستیک قابل قبول

- هیوریستیک h قابل قبول (خوش بینانه) است، اگر:

$$0 \leq h(n) \leq h^*(n)$$

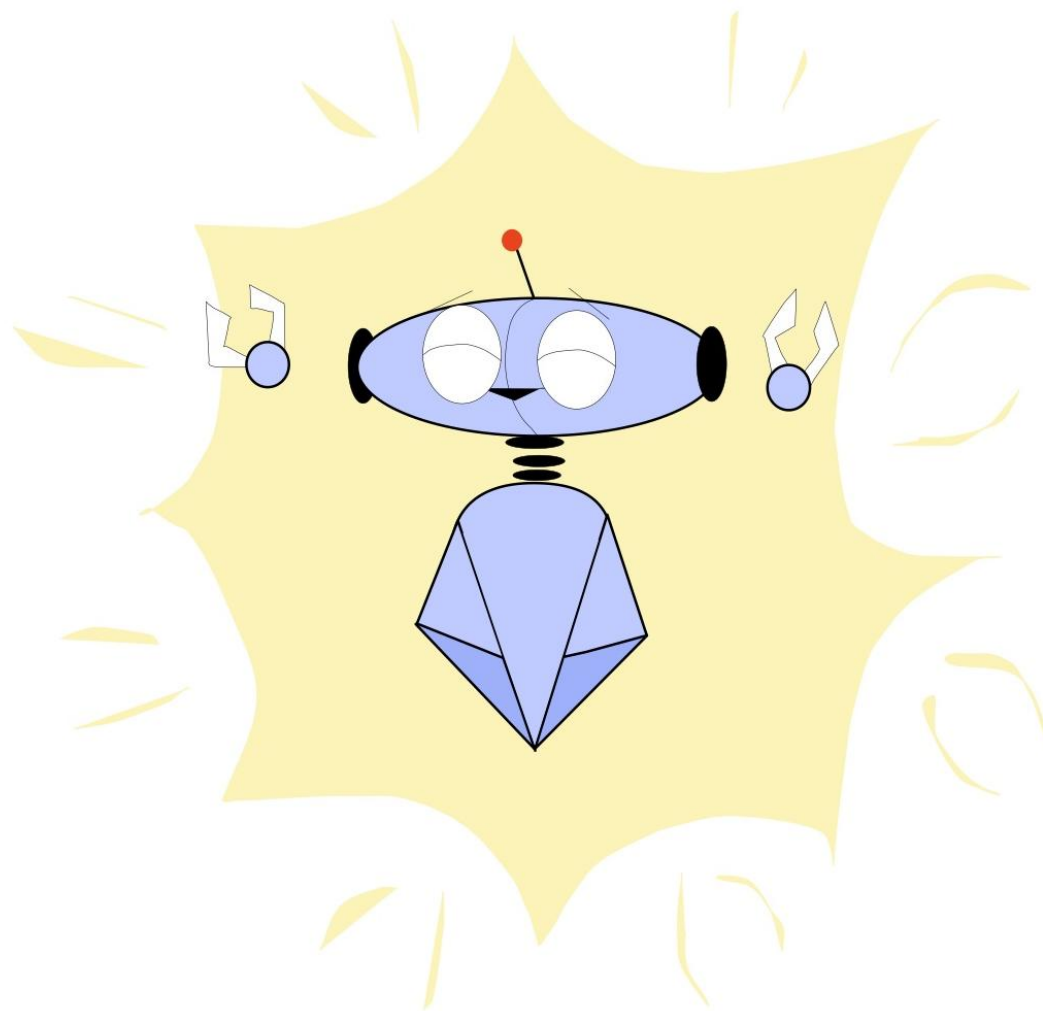
که در آن، $h^*(n)$ هزینه واقعی نزدیک‌ترین هدف است

- مثال‌ها:

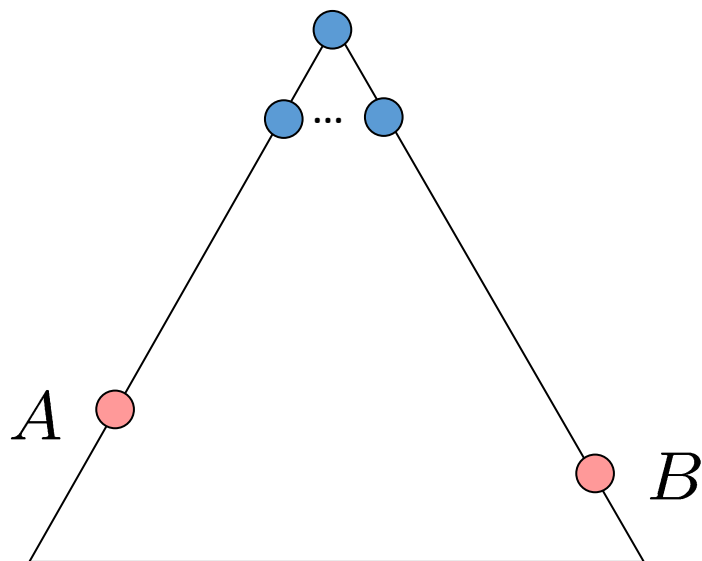


- به دست آوردن یک هیوریستیک قابل قبول مهم‌ترین کاری است که برای استفاده از A^* در عمل نیاز داریم

بهینه بودن جستجوی درختی A*



بهینه بودن جستجوی درختی A^*



• فرض کنید:

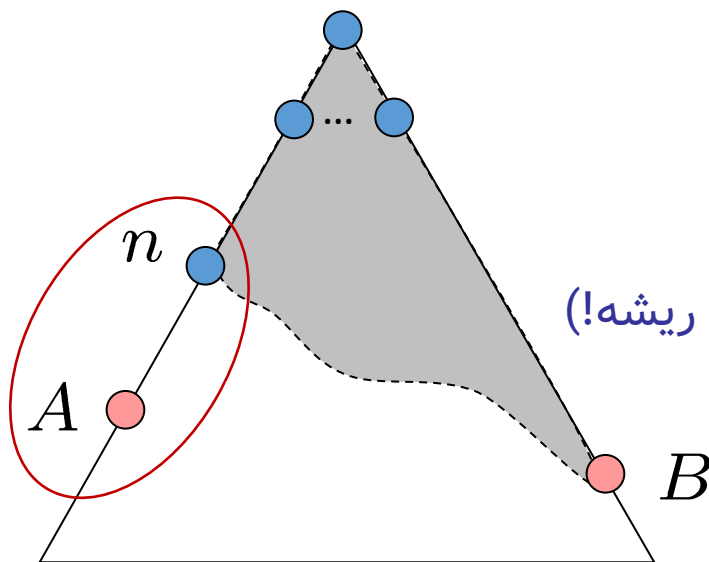
- A یک گره هدف بهینه است
- B یک گره هدف غیربهینه است
- h قابل قبول است

• ادعا: A قبل از B از لیست حاشیه خارج می‌شود

بهینه بودن جستجوی درختی: A^* مسدود کردن

اثبات:

- تصور کنید B در لیست حاشیه است
- یکی از اجداد A بنام n نیز در لیست حاشیه هست (شاید خود A شاید ریشه!)
- ادعا: n قبل از b بسط داده خواهد یافت (خروج از لیست حاشیه)



1. $f(n)$ کمتر یا مساویست با $f(A)$

$$f(n) = g(n) + h(n)$$

$$f(n) \leq g(A)$$

$$g(A) = f(A)$$

تعریف هزینه‌ی f

قابل قبول بودن h

$h = 0$ در هدف

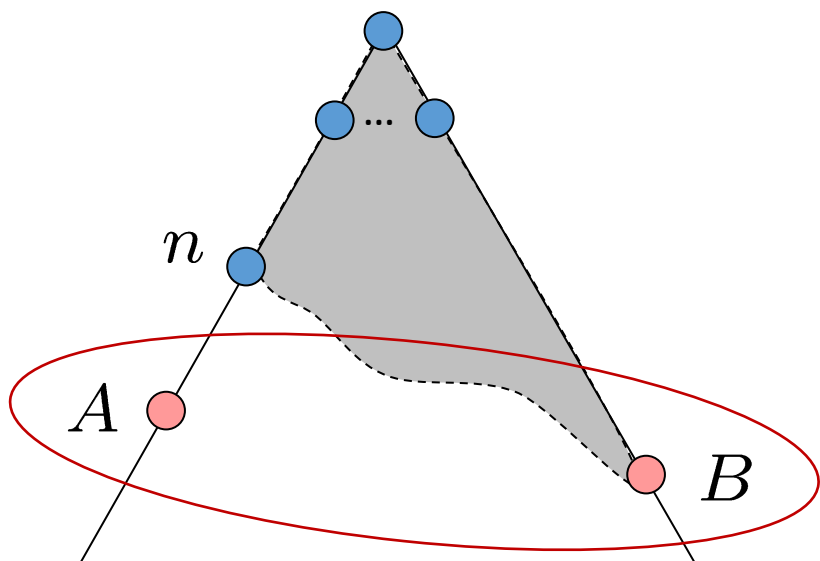
$$g(A) = g(n) + h^*(n)$$

$$0 \leq h(n) \leq h^*(n)$$

$$g(A) \geq g(n) + h(n)$$

بهینه بودن جستجوی درختی: A^* مسدود کردن

اثبات:



- تصور کنید B در لیست حاشیه است
- یکی از اجداد A بنام n نیز در لیست حاشیه هست (شاید خود A!)
- ادعا: n قبل از b بسط داده خواهد یافت (خروج از لیست حاشیه)

1. $f(n)$ کمتر یا مساویست با $f(A)$

2. $f(A)$ کمتر است از $f(B)$

$$g(A) < g(B)$$

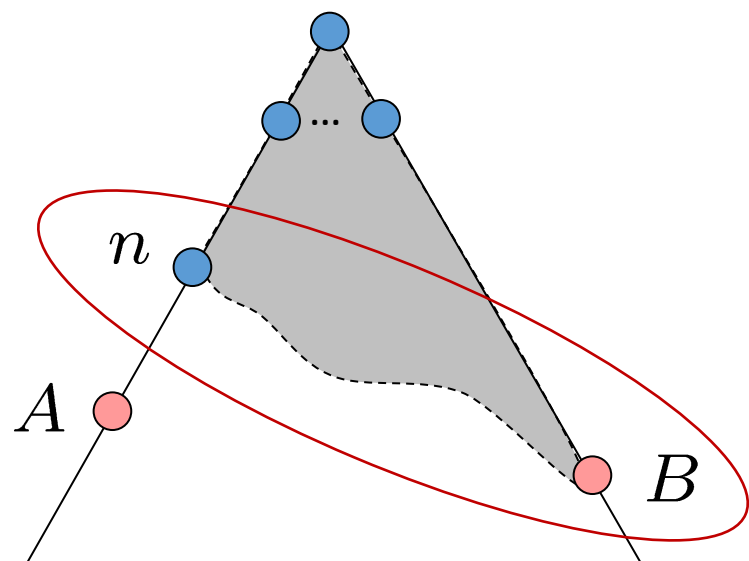
$$f(A) < f(B)$$

B هدف غیر بهینه است

$h = 0$ در هدف

بهینه بودن جستجوی درختی: A^* مسدود کردن

اثبات:



- تصور کنید B در لیست حاشیه است
- یکی از اجداد A بنام n نیز در لیست حاشیه هست (شاید خود A!)
- ادعا: n قبل از b بسط داده خواهد یافت (خروج از لیست حاشیه)

1. $f(n)$ کمتر یا مساویست با $f(A)$

2. $f(A)$ کمتر است از $f(B)$

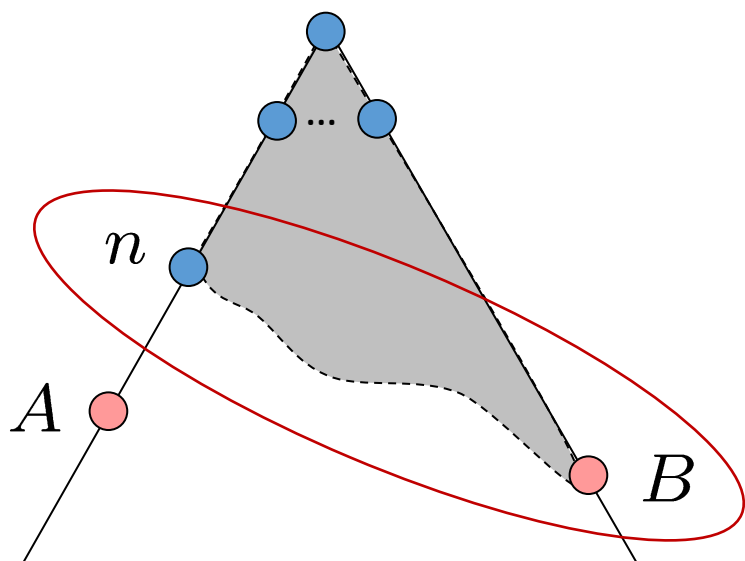
3. n قبل از B بسط می یابد

$$f(n) \leq f(A) < f(B)$$

- همه اجداد A قبل از B بسط می یابد
- A قبل از B بسط می یابد
- جستجوی A^* بهینه است

بهینه بودن جستجوی درختی: A^* مسدود کردن

اثبات:



- تصور کنید B در لیست حاشیه است
- یکی از اجداد A بنام n نیز در لیست حاشیه هست (شاید خود A !)
- ادعا: n قبل از b بسط داده خواهد یافت (خروج از لیست حاشیه)

1. $f(n)$ کمتر یا مساویست با $f(A)$

2. $f(A)$ کمتر است از $f(B)$

3. n قبل از B بسط می‌یابد

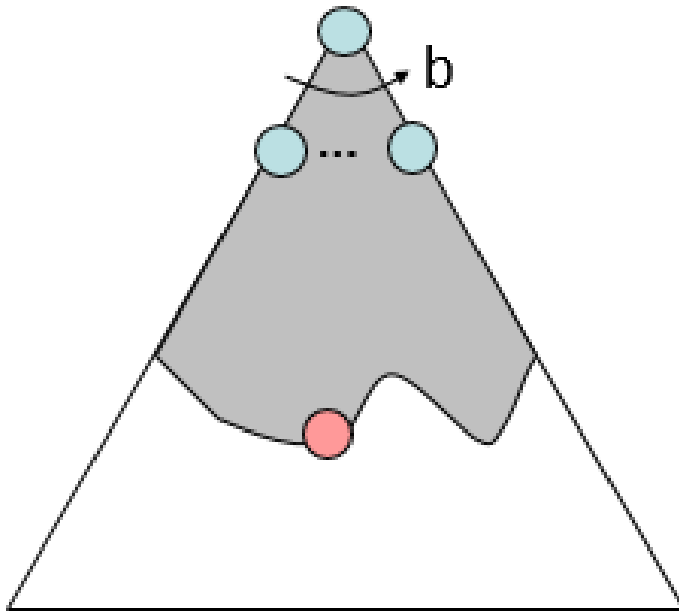
آیا UCS بهینه است؟

- همه اجداد A قبل از B بسط می‌یابد
- A قبل از B بسط می‌یابد
- جستجوی A^* بهینه است

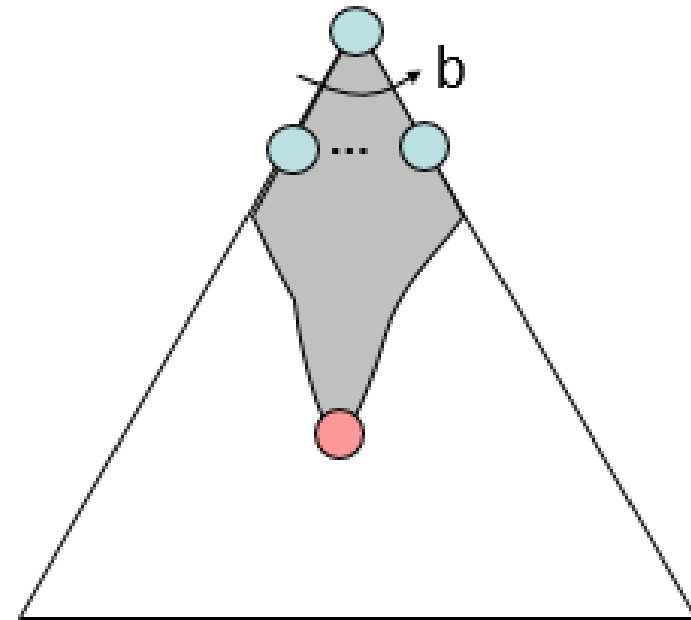
ویژگی‌های A^*

ویژگی‌های A^*

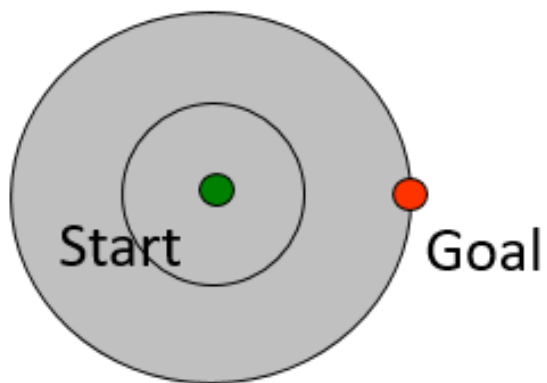
هزینه یکنواخت



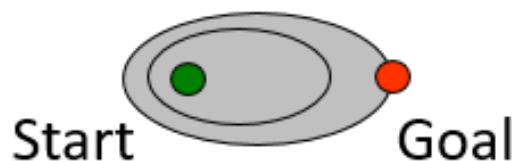
A^*



کانتورهای UCS در مقابل A*

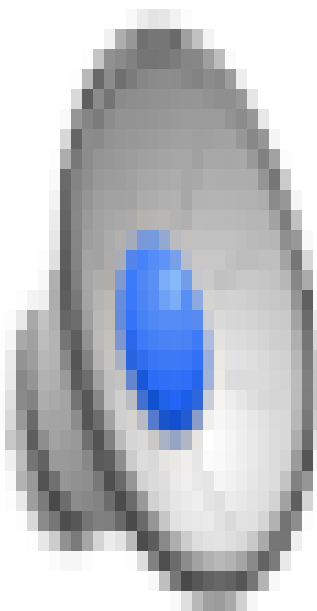


- هزینه یکنواخت به طور یکسان در همه "جهت‌ها" بسط می‌یابد

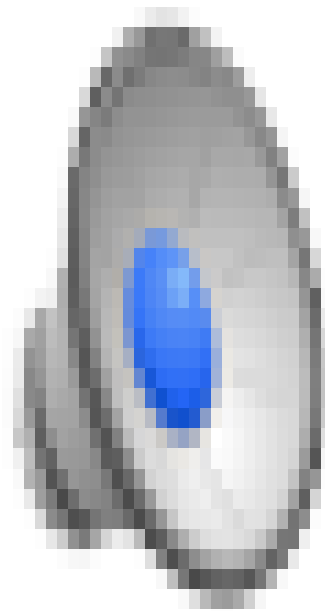


- A* عمدتاً به سمت هدف بسط می‌یابد، اما برای اطمینان از بهینه بودن، با احتیاط عمل می‌کند

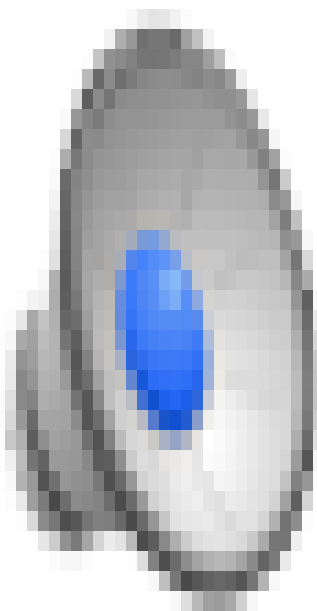
ویدیوی دموی کانتورها (خالی) - UCS



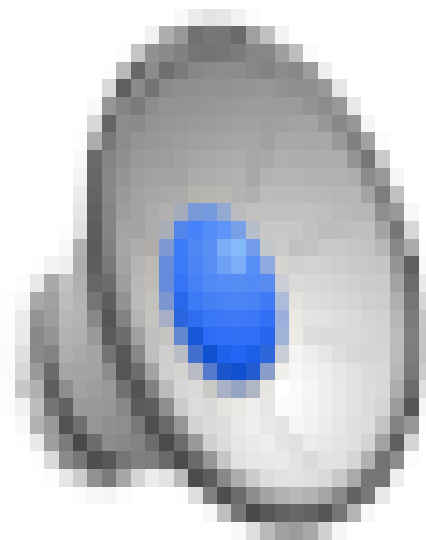
ویدیوی دموی کانتورها (خالی) - حریمانه



ویدیوی دموی کانتورها (خالی) - A^*



ویدیوی دموی کانتورها (Pacman small maze) – A*



مقایسه



حریصانه



هزینه یکنواخت



A*

کاربردهای A*

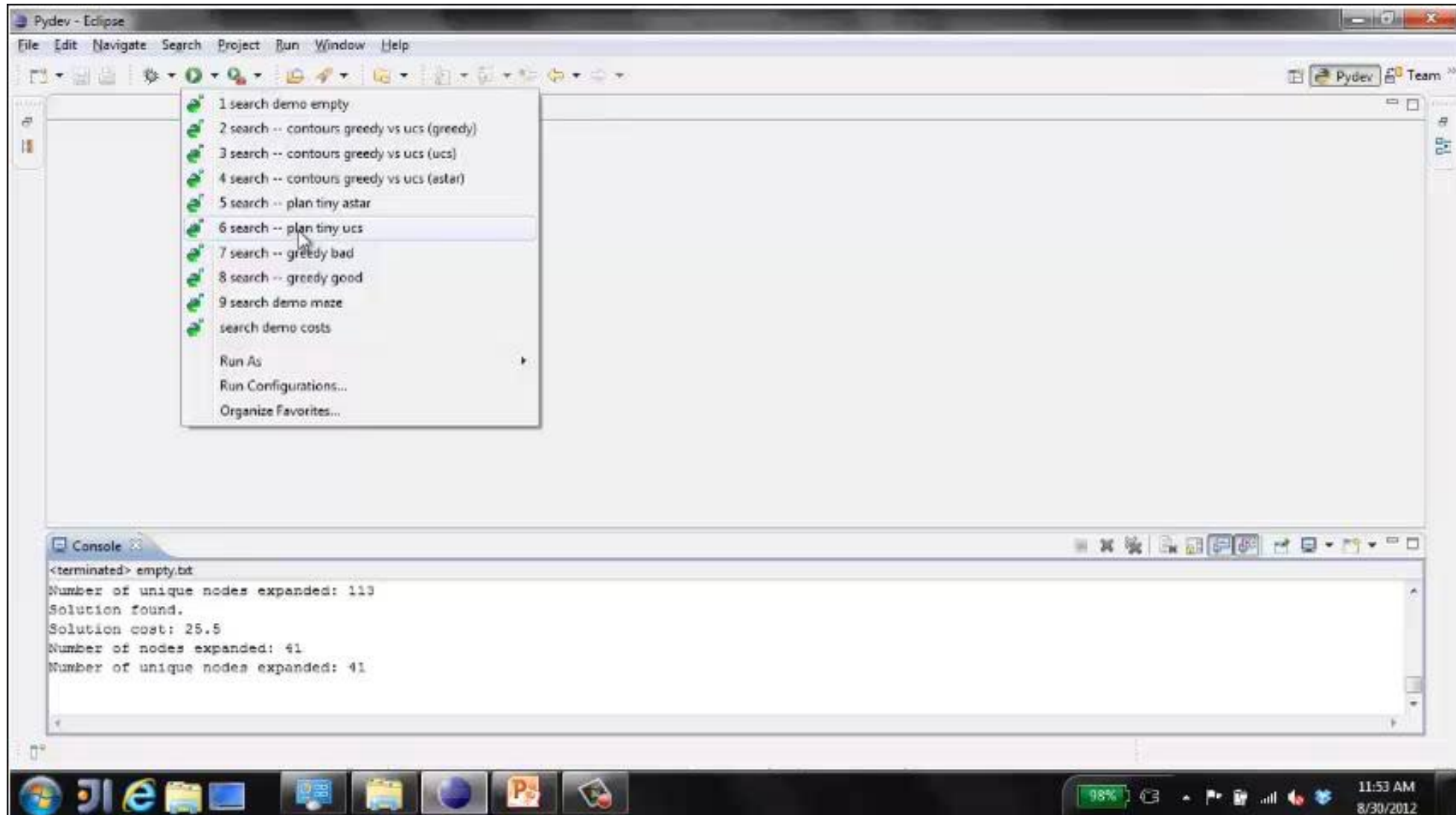


کاربردهای A*

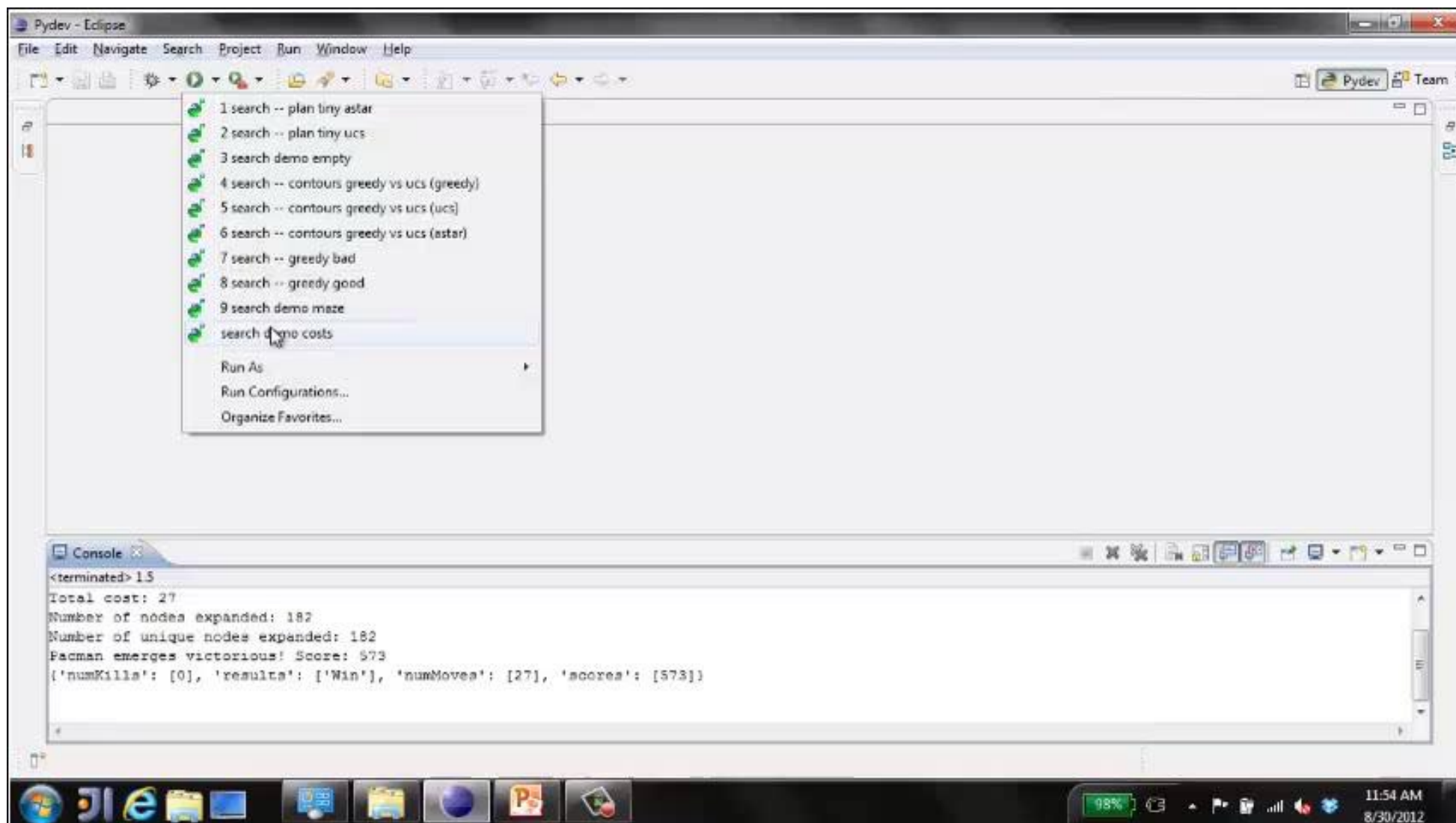


- بازی‌های ویدیویی
- مسائل مسیریابی / مسیرگزینی
- مسائل برنامه‌ریزی منابع
- برنامه‌ریزی حرکت ربات
- تحلیل زبان
- ...

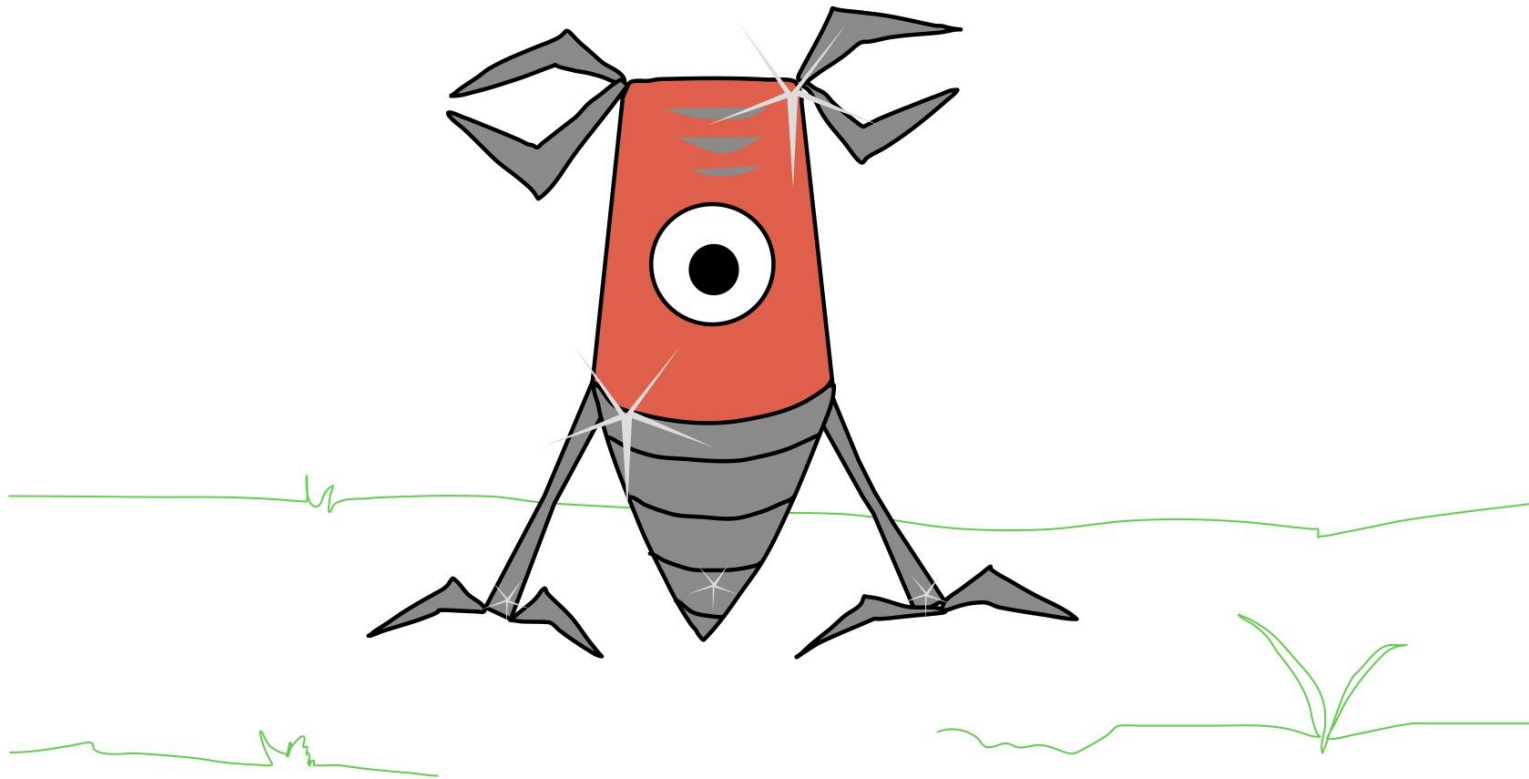
Pacman (Tiny Maze) – A*/UCS ویڈیوی دمو



ویدیوی دمو آب خالی کم عمق/عمیق - الگوریتم را حدس بزنید

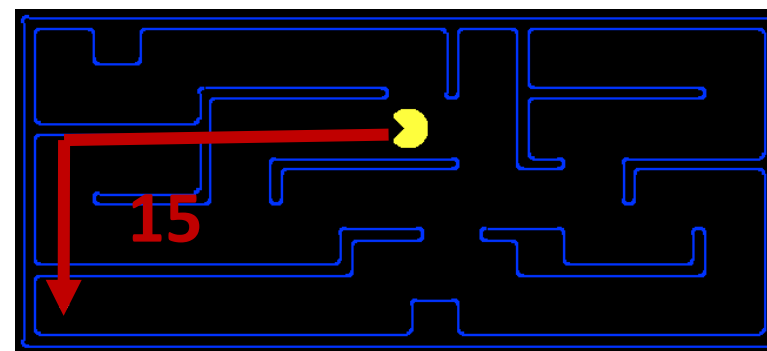
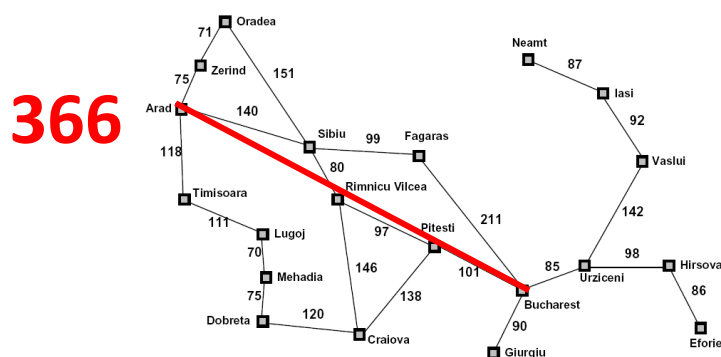


ساخت هیوریستیک‌ها



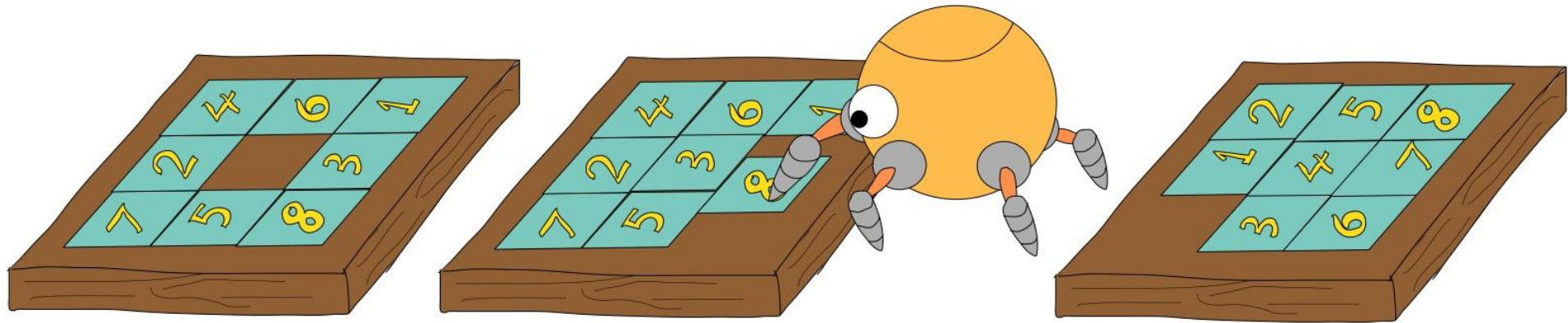
ساخت هیوریستیک‌های قابل قبول

- اصلی‌ترین کار برای حل بهینه مسائل جستجوی سخت، دستیابی به هیوریستیک قابل قبول است
- اغلب وقت‌ها، هیوریستیک‌های قابل قبول راه حلی برای فرم ساده‌شده مسئله هستند، که در آن اعمال جدید در دسترس باشد



- هیوریستیک‌های غیرقابل قبول نیز خیلی اوقات مفید خواهد بود

مثال: 8 پازل



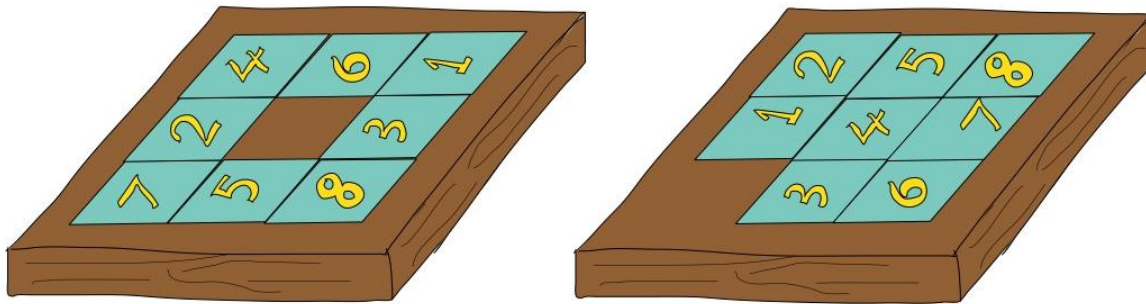
حالت شروع

اعمال

حالت هدف

- حالت‌ها چیست؟
- چند حالت وجود دارد؟
- اعمال چیست؟
- از حالت شروع چند حالت پسین وجود دارد؟
- هزینه چه باید باشد؟

۸ پازل - ۱

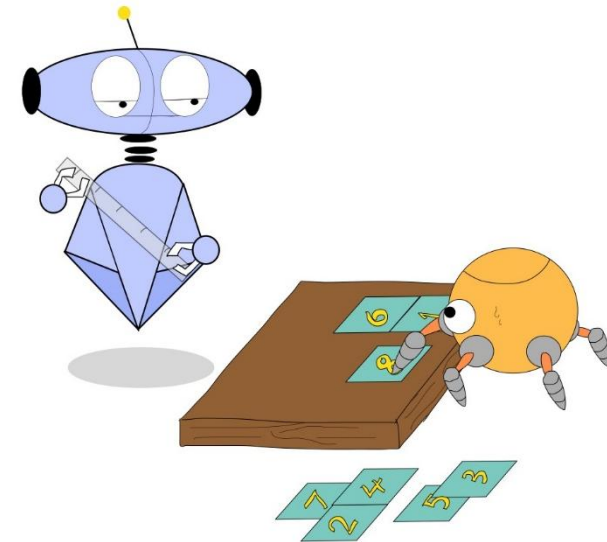


حالت شروع

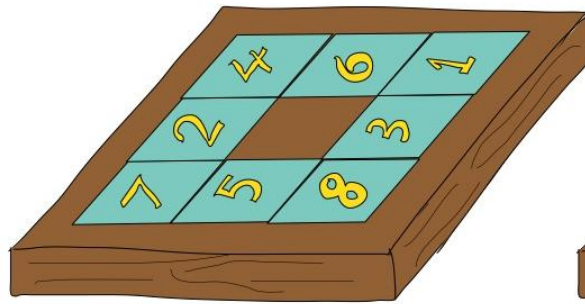
حالت هدف

- هیوریستیک: تعداد کاشی‌های نابجا
- چرا قابل قبول است؟
- $h(\text{start}) = 8$
- این یک هیوریستیک برای حالت ساده‌تر (relaxed) از مساله‌ی است.

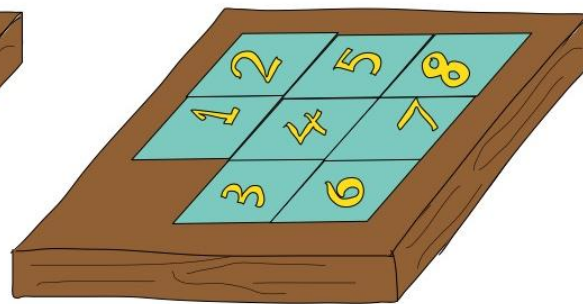
میانگین گره‌های گسترش داده‌شده زمانی که مسیر بهینه ... باشد:			
	4 مرحله	8 مرحله	12 مرحله
UCS	112	6,300	3.6×10^6
TILES	13	39	227



۸ پازل - ۲



حالت شروع



حالت هدف

- چه می‌شود اگر یک 8 پازل ساده‌تر داشتیم که در آن هر کاشی می‌توانست در هر زمانی در هر جهتی بلغزد، بدون توجه به کاشی‌های دیگر؟

- مجموع مسافت منتهن

- چرا قابل قبول است؟

- $h(\text{start}) = 3 + 2 + 1 + \dots = 18$

میانگین گره‌های گسترش داده‌شده زمانی که مسیر بهینه ... باشد:			
	4 مرحله	8 مرحله	12 مرحله
TILES	13	39	227
MANHATTAN	12	25	73

۸ پازل - ۲

d	Search Cost (nodes generated)			Effective Branching Factor		
	BFS	$A^*(h_1)$	$A^*(h_2)$	BFS	$A^*(h_1)$	$A^*(h_2)$
6	128	24	19	2.01	1.42	1.34
8	368	48	31	1.91	1.40	1.30
10	1033	116	48	1.85	1.43	1.27
12	2672	279	84	1.80	1.45	1.28
14	6783	678	174	1.77	1.47	1.31
16	17270	1683	364	1.74	1.48	1.32
18	41558	4102	751	1.72	1.49	1.34
20	91493	9905	1318	1.69	1.50	1.34
22	175921	22955	2548	1.66	1.50	1.34
24	290082	53039	5733	1.62	1.50	1.36
26	395355	110372	10080	1.58	1.50	1.35
28	463234	202565	22055	1.53	1.49	1.36

Figure 3.26 Comparison of the search costs and effective branching factors for 8-puzzle problems using breadth-first search, A^* with h_1 (misplaced tiles), and A^* with h_2 (Manhattan distance). Data are averaged over 100 puzzles for each solution length d from 6 to 28.

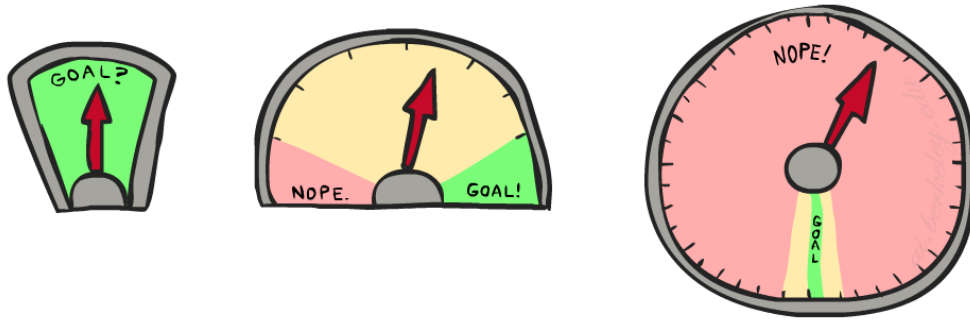
۸ پازل - ۳

- نظر شما در مورد استفاده از هزینه واقعی به عنوان هیوریستیک چیست؟

- آیا قابل قبول خواهد بود؟

- آیا در گره‌های بسط یافته صرفه جویی می‌کنیم؟

- مشکل این کار چیست؟



- A^* : یک مبادله بین کیفیت برآورد هیوریستیک و کار مورد نیاز در هر گره وجود دارد

- با نزدیک‌تر شدن هیوریستیک به هزینه واقعی، گره‌های کمتری را بسط می‌یابد، اما

معمولاً در هر گره کار بیشتری برای محاسبه خود هیوریستیک انجام می‌دهید

هیوریستیک بدیهی، غلبه

- غلبه: $h_a \geq h_c$ اگر:

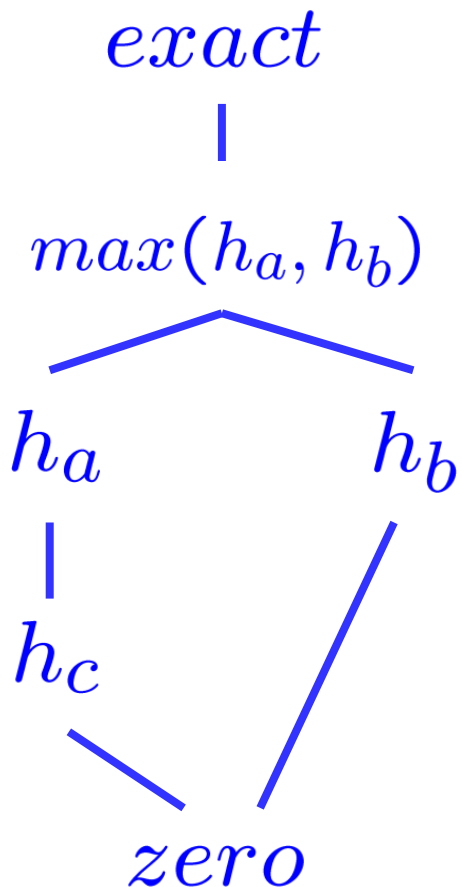
$$\forall n : h_a(n) \geq h_c(n)$$

- دو هیوریستیک قابل قبول یک نیم شبکه (semi-lattice) را تشکیل می‌دهد:
- حداکثر مقدار دو یا چند هیوریستیک قابل قبول، قابل قبول است.

$$h(n) = \max(h_a(n), h_b(n))$$

- هیوریستیک‌های بدیهی:

- پایین شبکه، هیوریستیک صفر است (این به ما چه می‌دهد؟)
- بالای شبکه، هیوریستیک دقیق است.

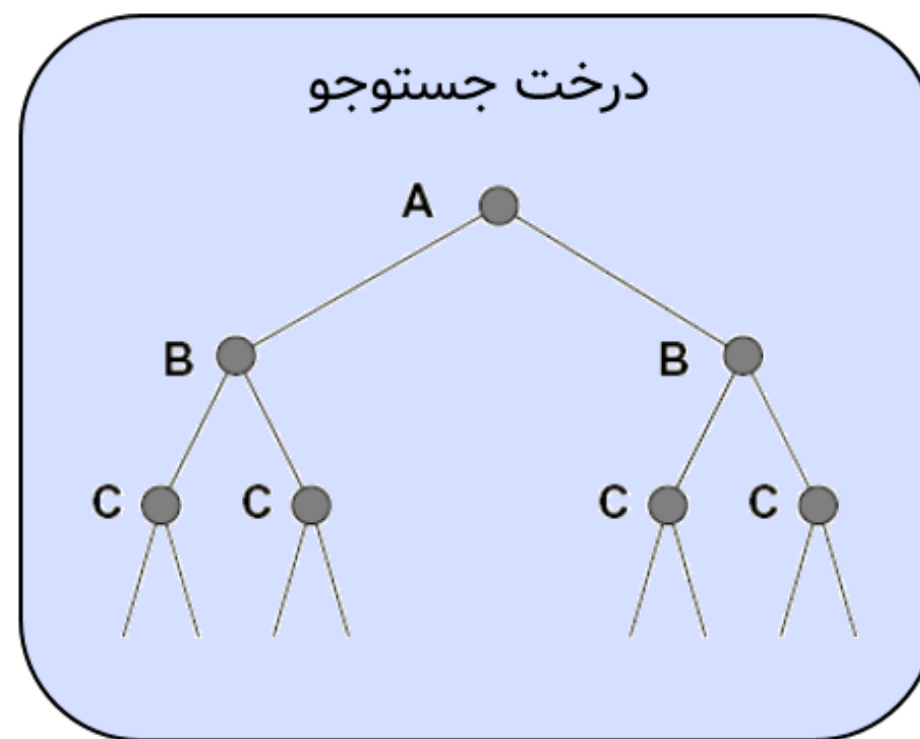
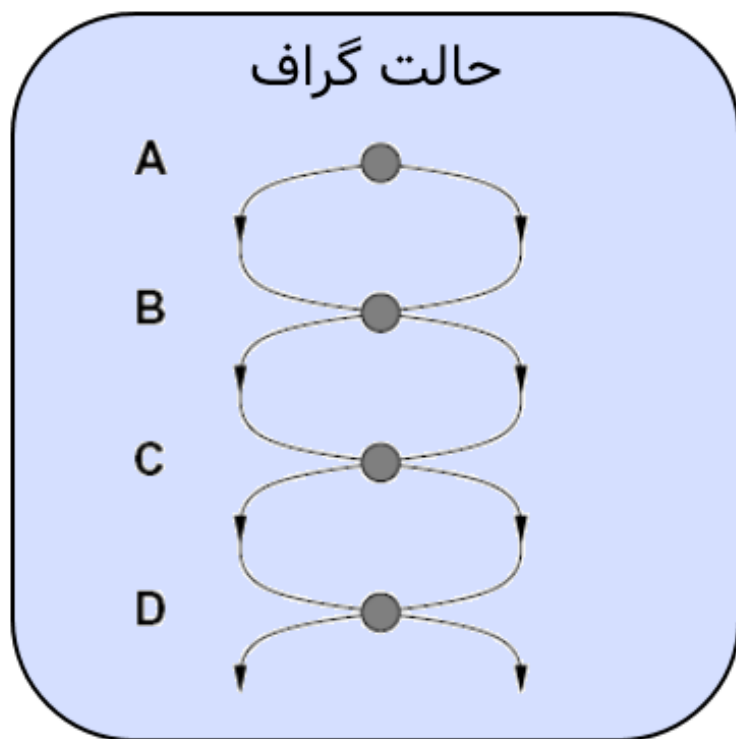


جستجوی گرافی



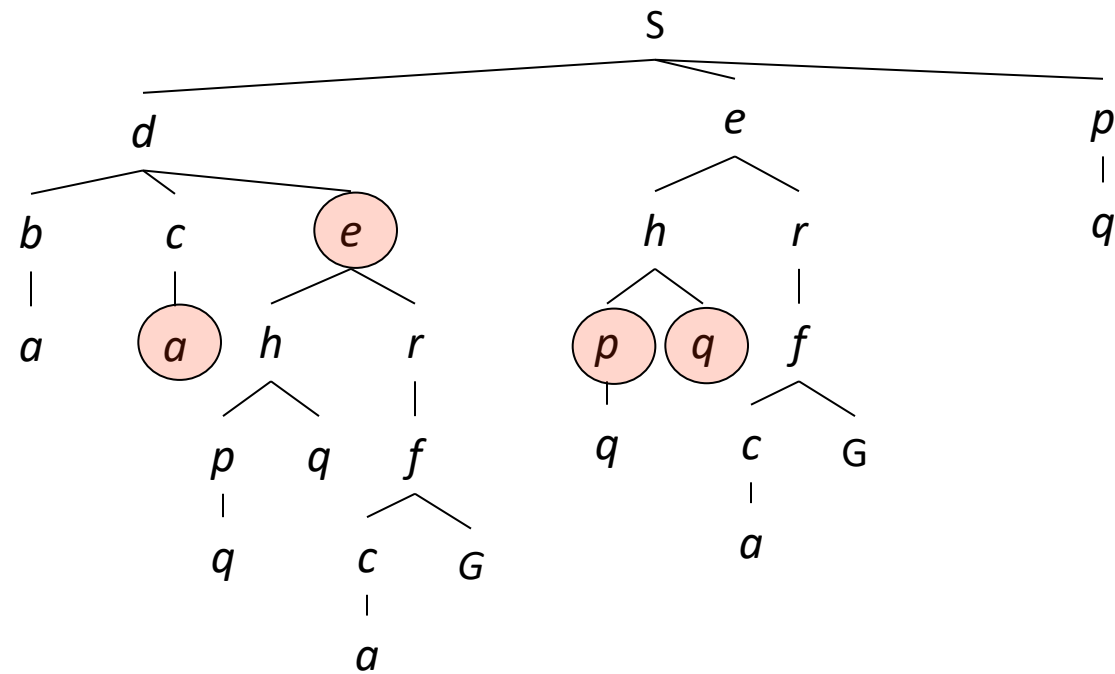
جستجوی درختی: کار اضافی!

- عدم شناسایی حالت‌های تکرار شده می‌تواند باعث افزایش تصاعدی محاسبات شود.



جستجوی گرافی

- به عنوان مثال، در BFS، با هزینه یکسان برای همه ما لازم نیست خودمان را با بسط گره‌های حلقه اذیت کنیم (چرا؟)



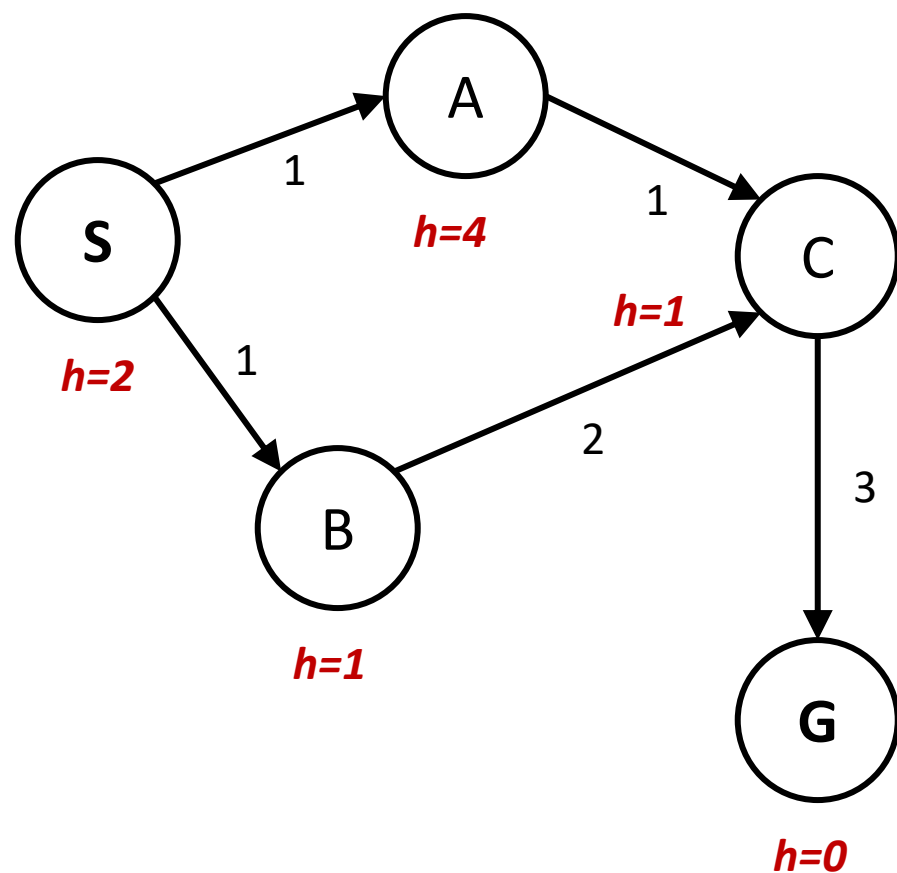
- بصورت مشابه برای UCS...

جستجوی گرافی

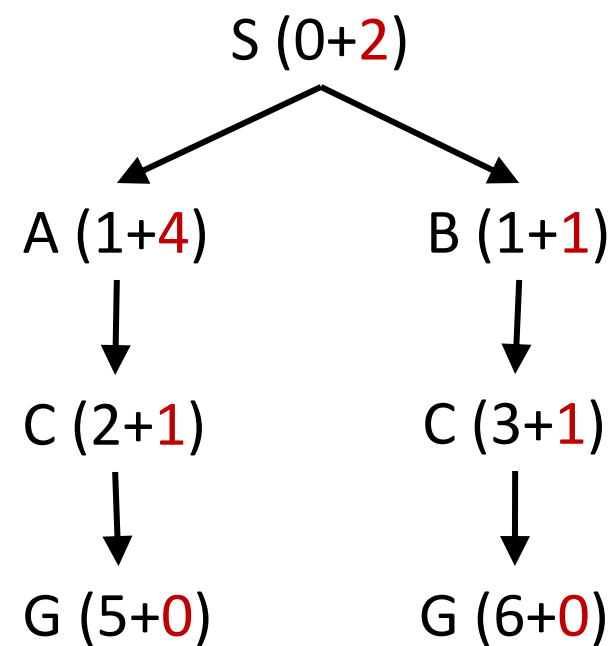
- ایده: هرگز یک حالت را دوبار بسط ندهید.
- نحوه پیاده سازی:
 - جستجوی درختی + مجموعه ای از حالت های بسط یافته ("مجموعه بسته")
 - درخت جستجو را گره به گره بسط دهید، اما...
 - قبل از بسط یک گره، بررسی کنید که حالت آن قبلاً هرگز بسط نیافته باشد
 - اگر جدید نیست، آن را رد کنید، اگر جدید است به مجموعه بسته اضافه کنید
- آیا جستجوی گرافی می تواند کامل بودن را از بین ببرد؟ چرا؟/ چرا نه؟
- بهینه بودن چطور؟
- اشکال احتمالی: اگر ابتداء با یک برنامه ریزی بد به یک حالت برسیم، دیگر با برنامه ریزی خوب نمی توان به آن رسید

جستجوی گرافی A* اشتباه است؟

گراف فضای حالت



درخت جستجو

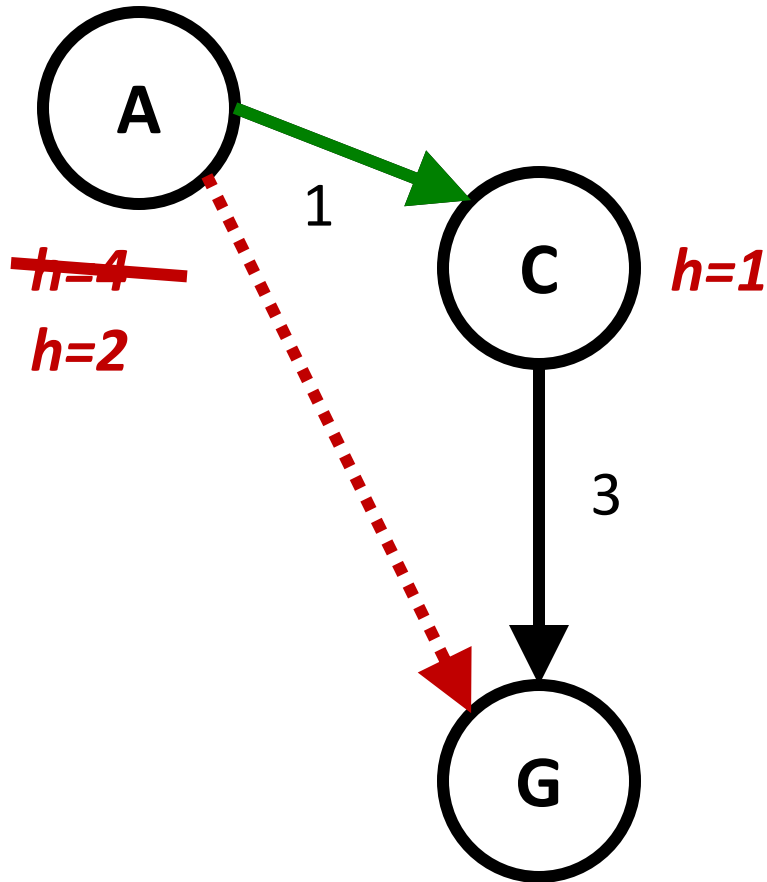


Closed set

S	
A	
B	
C	
G	

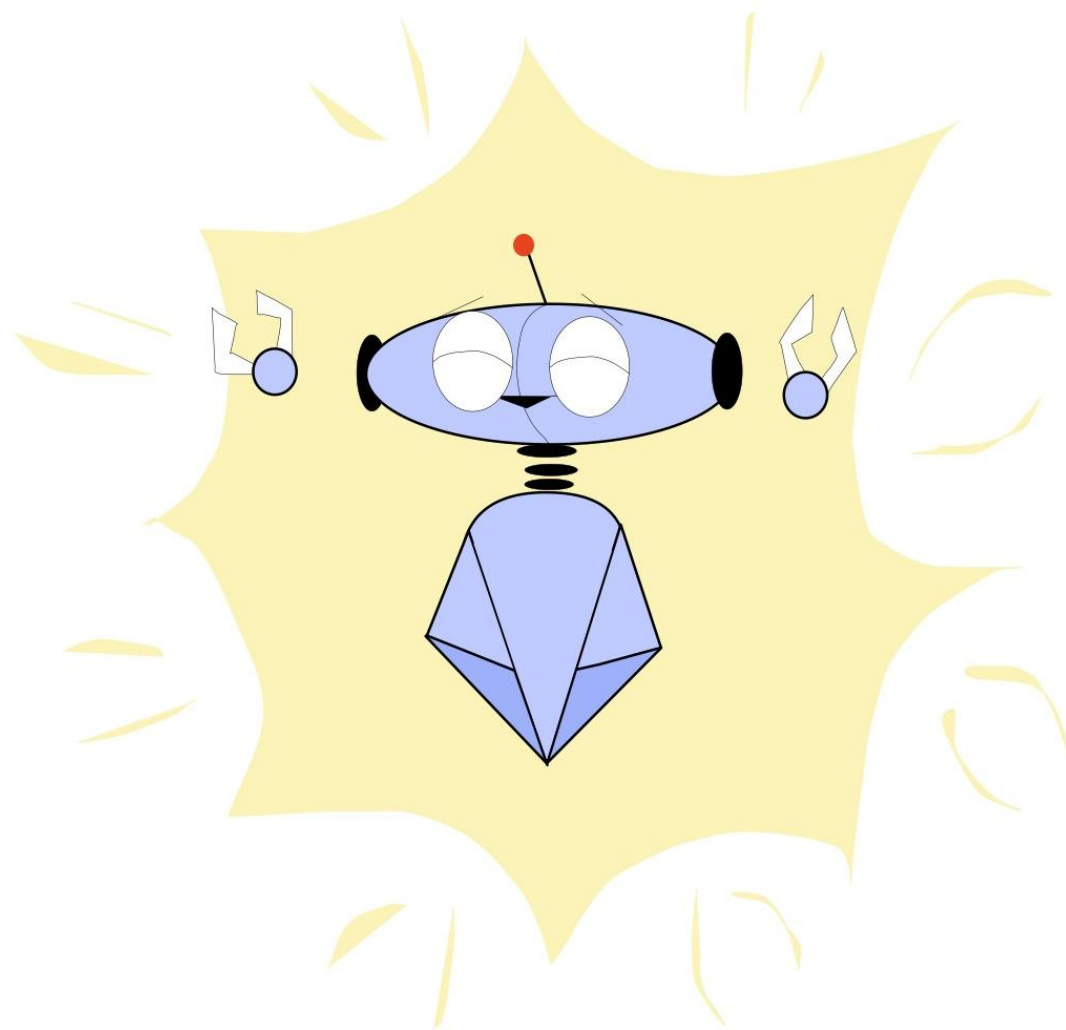
اولین باری که حالتی بسط می‌یابد می‌بایست از طریق برنامه بهینه باشد! خوشبینانگی برای همه حالت‌ها و نه صرفاً حالت هدف...

سازگاری (consistency) هیوریستیک



- ایده اصلی: هزینه‌های تخمینی هیوریستیک \geq هزینه‌های واقعی
- قابل قبول بودن: هزینه هیوریستیک \geq هزینه واقعی برای هدف
 $h(A) \geq \text{هزینه واقعی از A به G}$
- سازگاری: هزینه "یال‌ها" هیوریستیک \geq هزینه واقعی برای هر یال
 $h(A) - h(C) \leq \text{cost(A to C)}$
- پیامدهای سازگاری:
- مقدار f در طول مسیر هرگز کاهش نمی یابد
 $h(A) \leq \text{cost(A to C)} + h(C)$
- جستجوی گرافی A* بهینه است

بهینه بودن جستجوی گرافی A^*



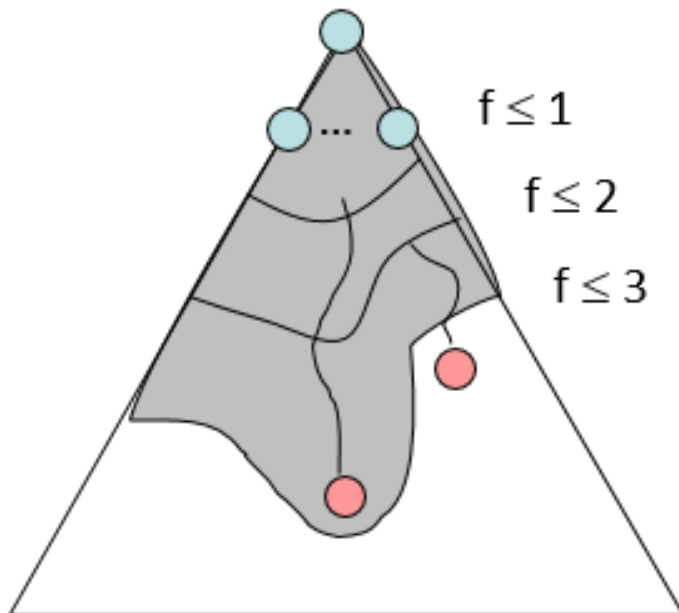
بهینه بودن جستجوی گرافی A^*

• شکل: در نظر بگیرید که A^* با یک هیوریستیک سازگار چه می‌کند:

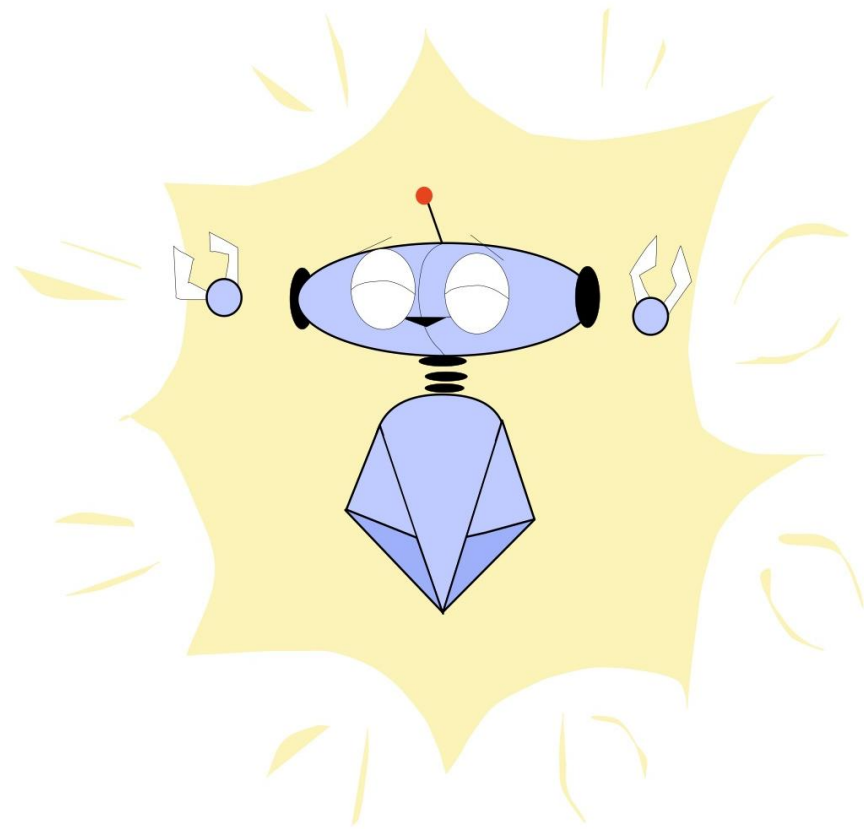
- واقعیت 1: در جستجوی درختی، A^* گره‌ها را با افزایش مقدار f یا (f -contours) بسط خواهد داد
- واقعیت 2: برای هر حالت s ، گره‌هایی که به s بصورت بهینه می‌رسند، قبل از گره‌هایی که به s بصورت غیربهینه

می‌رسد بسط می‌یابند

- نتیجه: جستجوی گرافی A^* بهینه است

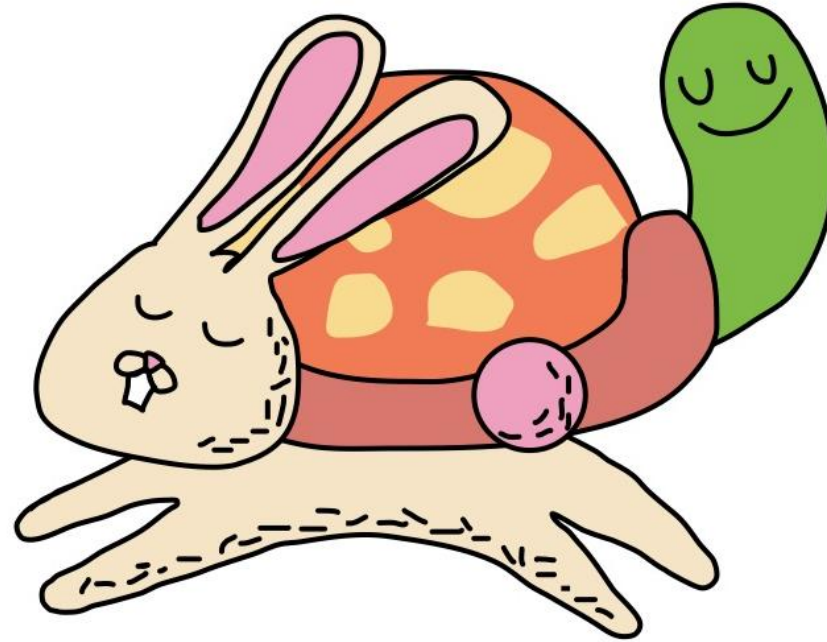


بهینه بودن



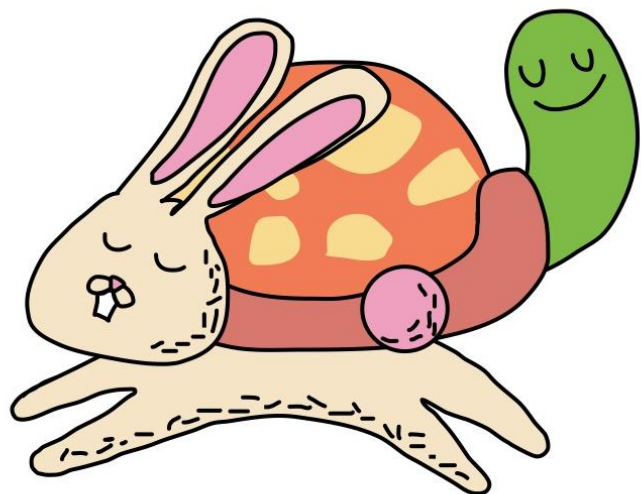
- جستجوی درختی
 - اگر هیوریستیک قابل قبول باشد A^* بهینه است
 - UCS یک مورد خاص از A^* است ($h = 0$)
- جستجوی گرافی
 - اگر هیوریستیک سازگار باشد A^* بهینه است
 - UCS بهینه است ($h = 0$ سازگار است)
- سازگاری دلالت بر قابل قبول بودن دارد
- به طور کلی، بیشتر هیوریستیک‌های قابل قبول طبیعی تمایل به سازگاری دارند، به خصوص اگر ناشی از مسائل ساده‌سازی شده

A*: خلاصه



A*: خلاصه

- A* هم از هزینه‌های پیشین و هم (برآورد) هزینه‌های آتی استفاده می‌کند
- A* با هیوریستیک قابل قبول/سازگار بهینه است
- کلید کار طراحی هیوریستیک است: می‌توانید از مسائل ساده‌سازی شده استفاده کنید



شبه‌کد جستجوی درختی

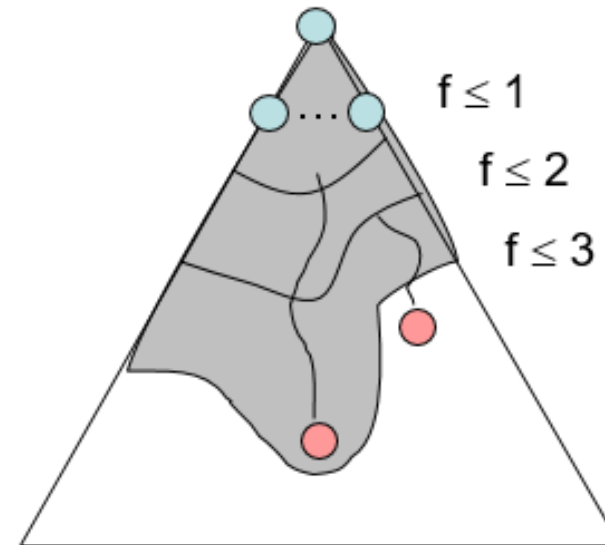
```
function TREE-SEARCH(problem, fringe) return a solution, or failure
fringe ← INSERT(MAKE-NODE(INITIAL-STATE[problem]), fringe)
loop do
  if fringe is empty then return failure
  node ← REMOVE-FRONT(fringe)
  if GOAL-TEST(problem, STATE[node]) then return node
  for child-node in EXPAND(STATE[node], problem) do
    fringe ← INSERT(child-node, fringe)
  end
end
```

شبه کد جستجوی گرافی

```
function GRAPH-SEARCH(problem, fringe) return a solution, or failure
  closed ← an empty set
  fringe ← INSERT(MAKE-NODE(INITIAL-STATE[problem]), fringe)
  loop do
    if fringe is empty then return failure
    node ← REMOVE-FRONT(fringe)
    if GOAL-TEST(problem, STATE[node]) then return node
    if STATE[node] is not in closed then
      add STATE[node] to closed
      for child-node in EXPAND(STATE[node], problem) do
        fringe ← INSERT(child-node, fringe)
      end
    end
  end
```

بهینه بودن جستجوی گرافی A^*

- آنچه را که A^* انجام می‌دهد در نظر بگیرید:
- گره‌ها را با افزایش مقدار f کل بسط می‌دهد
- یادآوری: $f(n) = g(n) + h(n) = \text{cost to } n + \text{heuristic}$
- ایده اثبات: هدف(های) بهینه کمترین مقدار f را دارند، بنابراین ابتدا باید بسط داده شود

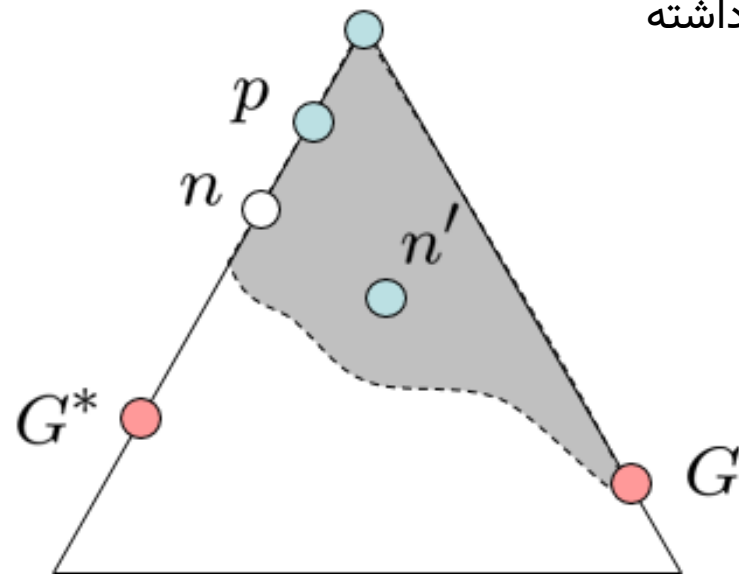


این استدلال اشکالی دارد.
آیا آن چیزی که فرض کرده ایم صحیح است؟

بهینه بودن جستجوی گرافی A^*

اثبات:

- مشکل احتمالی جدید: یک n ای در مسیر G^* زمانی که به آن نیاز داریم در صف قرار ندارد، زیرا یک n' بدتر برای همان حالت پیشتر از صف خارج شده و بسط یافته است. (فاجعه!)
- بالاترین چنین n ای را در درخت در نظر بگیرید



- فرض کنید p از اجداد n باشد که هنگامی که n' از صف خارج شد، در صف قرار داشته
- $f(p) < f(n)$ به دلیل سازگاری
- $f(n) < f(n')$ زیرا n' غیربهینه است
- p باید قبل از n' بسط یافته باشد
- تناقض!