

# Sayısal Sistemler-H2CD2

## Giriş

Dr. Meriç Çetin  
versiyon160925

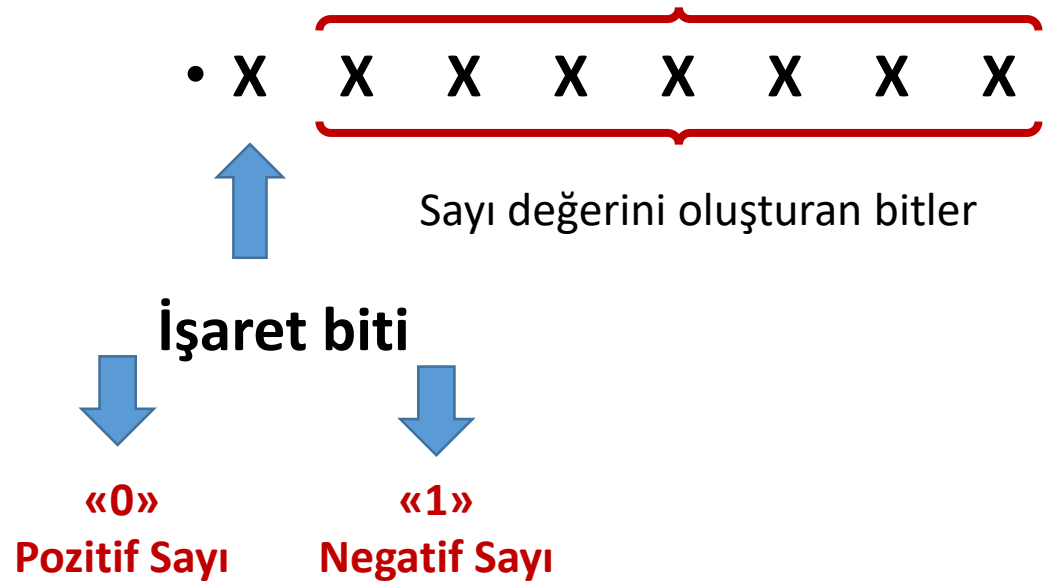
# Bu derste öğreneceklerimiz

<b>1</b>	<b>Digital Systems and Binary Numbers</b>	<b>1</b>
1.1	Digital Systems	1
1.2	Binary Numbers	3
1.3	Number-Base Conversions	6
1.4	Octal and Hexadecimal Numbers	8
1.5	Complements of Numbers	10
1.6	Signed Binary Numbers	14
1.7	Binary Codes	18
1.8	Binary Storage and Registers	27
1.9	Binary Logic	30

## 1.6 İşaret Bitli Sayılar

# İşaret Bitli Sayılar

- Bir sayı için işaret bitli denilirse, bu sayıdaki en yüksek değerlikli bit (Most Significant Bit- MSB) işaret biti olarak adlandırılır.
- İşaret bitli 8 bitlik bir sayıdan bahsedilmişse;



## Section 1.6 Signed Binary Numbers

**Table 1.3**  
*Signed Binary Numbers*

<b>Decimal</b>	<b>Signed-2's Complement</b>	<b>Signed-1's Complement</b>	<b>Signed Magnitude</b>
+7	0111	0111	0111
+6	0110	0110	0110
+5	0101	0101	0101
+4	0100	0100	0100
+3	0011	0011	0011
+2	0010	0010	0010
+1	0001	0001	0001
+0	0000	0000	0000
-0	—	1111	1000
-1	1111	1110	1001
-2	1110	1101	1010
-3	1101	1100	1011
-4	1100	1011	1100
-5	1011	1010	1101
-6	1010	1001	1110
-7	1001	1000	1111
-8	1000	—	—

# İşaret bitli sayılarda tümleyen

- **Kural:**

- İşaret bitli sayılarda tümleyen alınırken işaret bitinin tümleyeni alınmaz.

- **Örnek**

- $(10101100)_2$  işaret bitli sayının 2'ye tümleyeni nedir?



# İşaret Bitli Sayılarla İşlem

# İşaret bitli sayılarda aritmetik işlemler

- **Örnek:** işaret bitli iki pozitif sayının toplanması
  - $(01001)_2 + (00101)_2 = (01110)_2$
- **Örnek:** işaret bitli pozitif ve bu sayıdan büyük negatif bir sayının toplanması
  - $(11001)_2 + (00100)_2 = (10101)_2$
- **Örnek:** işaret bitli pozitif ve bu sayıdan küçük negatif bir sayının toplanması
  - $(01001)_2 + (10100)_2 = (00101)_2$
- **Örnek:** işaret bitli iki negatif sayının toplanması
  - $(11001)_2 + (10100)_2 = (11101)_2$



# İşaret bitli sayılarda aritmetik işlemler

Numerical examples for addition follow:

$$+ 6 \quad 00000110$$

$$\underline{+13 \quad 00001101}$$

$$+19 \quad 00010011$$

---


$$+ 6 \quad 00000110$$

$$\underline{-13 \quad 11110011}$$

$$- 7 \quad 11111001$$

$$- 6 \quad 11111010$$

$$\underline{+13 \quad 00001101}$$

$$+ 7 \quad 00000111$$

---


$$- 6 \quad 11111010$$

$$\underline{-13 \quad 11110011}$$

$$-19 \quad 11101101$$

# 1.8 İkili Depolama Kavramı ve Kaydediciler

# İkili Depolama ve Kaydediciler

- Bir sayısal bilgisayardaki ayrık bilgi unsurları bazı bilgi depolama ortamlarında fiziksel bir varlığa sahiptir.
- Ayrık bilgi öğeleri ikili (binary) biçimde temsil edildiğinde, bilgi depolama ortamı, ayrık bitleri depolamak için ikili depolama öğeleri içermelidir.
- İkili hücre (binary cell), **iki kararlı duruma sahiptir** ve bir bit bilgi depolayabilir.
- Bir hücrede depolanan bilgi, bir kararlı durumda olduğunda 1 ve diğer kararlı durumda olduğunda 0'dır.
- İkili hücrelere örnek olarak elektronik flip-flop devreleri, belleklerde kullanılan ferrit çekirdekler ve bir kartta delikli veya deliksiz konumlar verilebilir.

# Kaydediciler

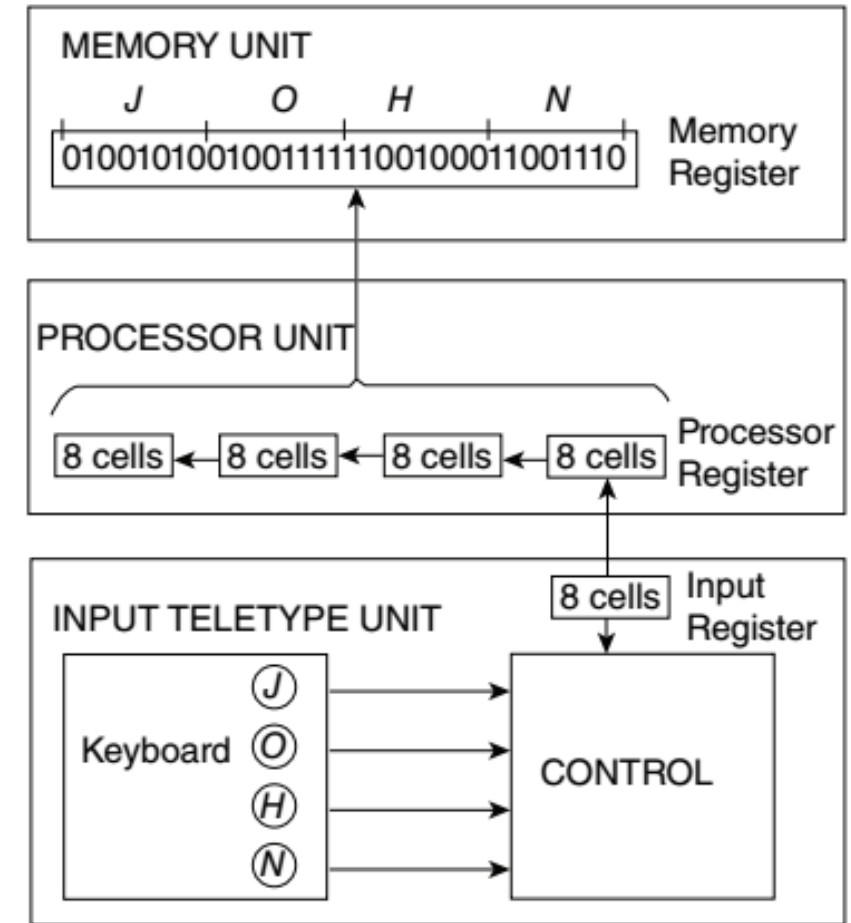
- Kaydediciler **ikili hücreler grubu** olarak bilinir. Bir hücre bir bit bilgi depoladığından, n hücreli bir kaydedici, n bit içeren bilgiyi depolayabilir.
- Bir kaydedicinin içeriği, içinde depolanan bilgilere verilen yorumun bir fonksiyonudur. Aşağıdaki gibi 16 hücreli kaydediciyi düşünelim:

1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

- n hücreli bir kaydedici  **$2^n$  olası durumdan** birinde olabilir. Kaydedici içeriğinin ikili bir tamsayıyı temsil ettiği varsayıldığında kaydedici **0 ile  $2^{16}-1$**  arasında herhangi bir ikili sayıyı saklayabilir. Verilen örnek için, kaydedici içeriği 50121 ondalık sayısının ikili eşdeğeridir.
- Kullanıcının anlamlı bilgileri kaydedicilerde saklaması ve bilgisayarın bu bilgileri depolanan bilgi türüne göre işleyecek şekilde programlanması önemlidir.

# Kaydediciler-devam

- Sayısal bir bilgisayar, kaydedicilerle karakterize edilir.
- Bellek birimi, sayısal bilgilerin depolanması için binlerce kaydediciden oluşur.
- İşlemci birimi, işlenen verileri depolayan çeşitli kaydedicilerden oluşur.
- Kontrol ünitesi, çeşitli bilgisayar sekanslarını takip etmek için kaydedicileri kullanır.
- Dijital sistemlerde temel bir işlem olan kaydediciler arası transfer, bir kaydedicide depolanan bilgilerin diğerine aktarımından oluşur.



Transfer of information with registers

# 1.9 İkili Mantık

# İkili Mantık (Binary Logic)

- İkili mantık, **iki ayrı değer alan** değişkenlerle ve mantıksal anlam üstlenen işlemlerle ilgilenir.
- Değişkenlerin aldığı iki değer farklı isimlerle çağrılabilir (örneğin, doğru ve yanlış, evet ve hayır, vb.).
- İkili mantıkta amacımız için bit cinsinden düşünmek ve değişkenlere 1 ve 0 değerlerini atamak daha uygun olur.
- İkili mantık, ikili bilginin işlenmesini matematiksel bir şekilde tanımlamak için kullanılır. Özellikle dijital sistemlerin analizi ve tasarımı için uygundur.
- Burada tanıtılacak ikili mantık, **Boole cebri** adı verilen bir cebire eşdeğerdir.
- Bu bölümün amacı, Boole cebirini sezgisel bir şekilde tanıtmak ve bunu dijital mantık devreleri ve ikili sinyallerle ilişkilendirmektir.

# İkili Mantığın Tanımı

- İkili mantık, ikili değişkenlerden ve mantıksal işlemlerden oluşur.
- Değişkenler A, B, C, x, y, z, vb. gibi alfabe harfleri ile belirtilir ve her değişken ancak ve ancak iki farklı olası değere sahiptir:
  - **1 ve 0.**
- Üç temel mantıksal işlem vardır:
  - **VE ,**
  - **VEYA ve**
  - **DEĞİL.**



# İkili Mantıkta Ve İşlemi

- Bu işlem bir nokta ile veya bir operatörün olmamasıyla temsil edilir.
- Örneğin,  $x \bullet y = z$  veya  $xy = z$
- "x VE y eşittir z" olarak okunur.
- AND mantıksal işlemi,
  - ancak ve ancak  $x = 1$  ve  $y = 1$  ise  $z = 1$  anlamına gelecek şekilde yorumlanır;
  - aksi takdirde  $z = 0$ .
- (x, y ve z'nin ikili değişkenler olduğunu ve 1 veya 0'a eşit olabileceğini ve başka hiçbir şey olmadığını unutmayın.)

# İkili Mantıkta Veya İşlemi

- Bu işlem bir artı işaretiyle temsil edilir.
- Örneğin,  $x + y = z$ ,
- "x OR y eşittir z" olarak okunur.
- OR mantıksal işlemi,
  - $x = 1$  veya  $y = 1$  ise veya hem  $x = 1$  hem de  $y = 1$  ise  $z = 1$ 'dir.
  - Hem  $x = 0$  hem de  $y = 0$  ise,  $z = 0$ .

# İkili Mantıkta Değil İşlemi

- Bu işlem bir tümlleme operatörü (bazen bir çubuk/bar) ile temsil edilir.
- Örneğin,  $x' = z$  (veya  $\bar{x} = z$ )
- "x not eşittir z" olarak okunur, yani z, x değildir.
- NOT mantıksal işlemi,
  - Eğer  $x = 1$  ise  $z = 0$  ama
  - $x = 0$  ise  $z = 1$ .

# İkili Mantık

- İkili mantık, ikili aritmetiğe benzer ve AND ve OR işlemlerinin sırasıyla **çarpma** ve **toplamayla** bazı benzerlikleri vardır.
- Aslında VE ve VEYA için kullanılan semboller, çarpma ve toplama için kullanılanlarla aynıdır.
- Bununla birlikte, ikili mantık, **ikili aritmetik ile karıştırılmamalıdır.**
- Bir aritmetik değişkenin, birçok basamaktan oluşabilen bir sayıyı gösterdiğinin farkına varılmalıdır. Mantık değişkeni ise her zaman ya 1 ya da 0'dır.
- Örneğin, ikili aritmetikte  $1 + 1 = 10$  (okuyun: "bir artı bir 2'ye eşittir"),  
ikili mantıkta ise  $1 + 1 = 1$  (okuyun: "bir VEYA bir, bire eşittir").

- $x$  ve  $y$  değerlerinin her kombinasyonu için mantıksal işlemin tanımıyla belirlenen bir  $z$  değeri vardır.
- Bu tanımlar, **doğruluk tabloları** kullanılarak kompakt bir biçimde listelenebilir.
- Doğruluk tablosu, değişkenlerin alabileceği değerler ile işlemin sonucu arasındaki ilişkiyi gösteren tüm olası değişken kombinasyonlarının bir tablosudur.

AND			OR			NOT	
$x$	$y$	$x \cdot y$	$x$	$y$	$x + y$	$x$	$x'$
0	0	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	1	1	0
1	0	0	1	0	1		
1	1	1	1	1	1		