

1. Lineer Denklem Sistemleri ve Çözüm Yöntemleri

Soru 1:

Aşağıdaki lineer denklem sistemini çözünüz:

$$\begin{aligned}x + 2y - z &= 3 \\2x - y + 3z &= 7 \\3x + y + 2z &= 8\end{aligned}$$

Sistemi çözmek için Gauss Yokuş Yöntemi veya Cramer Kuralı'nı kullanabilirsiniz.

Soru 2:

Aşağıdaki lineer denklem sistemini çözünüz:

$$\begin{aligned}2x - 3y + z &= 4 \\x + y + 2z &= 7 \\3x - 2y + 4z &= 10\end{aligned}$$

Bu sistemi Gauss Yokuş Yöntemi veya Cramer Kuralı ile çözünüz.



2. Matrisler ve Temel Kavramlar

Soru 1:

Aşağıdaki matrisin transpozunu bulunuz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

Soru 2:

Aşağıdaki matrisin determinantını hesaplayınız:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

3. Matris Çeşitleri

Soru 1:

Aşağıdaki matrisin kare bir matris olup olmadığını kontrol ediniz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Soru 2:

Aşağıdaki matrisin simetrik olup olmadığını kontrol ediniz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}$$

4. Bir Matrisin Devriği (Adjoint)

Soru 1:

Aşağıdaki matrisin devriğini (adjoint) bulunuz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Soru 2:

Aşağıdaki matrisin devriğini (adjoint) bulunuz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

5. Matrislerde Toplama, Çıkarma ve Çarpma

Soru 1:

Aşağıdaki matrisleri toplayınız:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 10 & 11 & 12 \end{pmatrix}$$

Soru 2:

Aşağıdaki matrisleri çarpınız:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$$

9. Gauss Yokuş Yöntemi ile Denklem Sistemi Çözme

Soru 1:

Aşağıdaki lineer denklem sistemini Gauss Yokuş Yöntemi ile çözünüz:

$$\begin{aligned} x + y - z &= 4 \\ 2x + 3y + 4z &= 6 \\ 3x - y + 2z &= 7 \end{aligned}$$

Soru 2:

Aşağıdaki lineer denklem sistemini Gauss Yokuş Yöntemi ile çözünüz:

$$\begin{aligned} 4x + 2y - z &= 5 \\ 3x - y + 2z &= 6 \\ 2x + y + 3z &= 8 \end{aligned}$$

Soru 1:

Aşağıdaki matrisin tersini ek matris yöntemi ile bulunuz:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$$

Soru 2:

Aşağıdaki matrisin tersini ek matris yöntemi ile bulunuz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{pmatrix}$$

Soru 3:

Aşağıdaki matrisin tersini ek matris yöntemi ile bulunuz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Soru 4:

Aşağıdaki matrisin tersini ek matris yöntemi ile bulunuz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

Soru 5:

Aşağıdaki matrisin tersini ek matris yöntemi ile bulunuz:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

Soru 1:

Aşağıdaki matris için 2. satır ve 3. sütundaki minörü ve kofaktörü hesaplayınız:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

Soru 2:

Aşağıdaki matris için 1. satır ve 2. sütundaki minörü ve kofaktörü hesaplayınız:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

8. Cramer Yöntemi ile Denklem Sistemi Çözme

Soru 1:

Aşağıdaki lineer denklem sistemini Cramer Yöntemi ile çözünüz:

$$\begin{aligned} x + y + z &= 6 \\ 2x + 3y + 4z &= 17 \\ 3x + 4y + 5z &= 20 \end{aligned}$$

Soru 2:

Aşağıdaki lineer denklem sistemini Cramer Yöntemi ile çözünüz:

$$\begin{aligned} x - y + 2z &= 3 \\ 3x + y - z &= 4 \\ 2x + 4y + z &= 7 \end{aligned}$$



1. Genişletilmiş Matris (Augmented Matrix) Oluşturulması:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 2 \\ -2 & 5 & 3 & 3 \end{array} \right]$$

2. Gauss Eliminasyonu

- İlk adımda, ilk satırı 2'ye bölüp, ikinci ve üçüncü satırlarda ilk öğeyi sıfırlamak için satır işlemleri yapılır.

Bunun sonucunda şu matris elde edilir:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 1 & 1 \\ 0 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 4 & 5 \end{array} \right]$$

- İkinci satırdaki -5'lik öğeyi 5'e böleriz.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 4 & 5 \end{array} \right]$$

- Üçüncü satırdaki 8'lik öğeyi sıfırlamak için, ikinci satırı kullanarak işlem yaparız.

Sonunda şu matrisi elde ederiz:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 5 \end{array} \right]$$

3. Geriye Doğru Yerine Koyma

- Üçüncü satırdan $z = \frac{5}{4}$ bulunur.
- İkinci satırdan $y = 0$ bulunur.
- Birinci satırdan ise $x = \frac{1}{2}$ bulunur.



Linear Cebir : Lineer Denklem Sistemleri ve Matrisler ile Gösterimi (www.buders.com)

Tam ekrandan çıkmak için Esc tuşuna basın

$$\begin{aligned} 3x - 2y &= 5 \\ x + y &= 4 \\ 3x + y &= 6 \end{aligned} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$A \cdot x = b$

Genişletilmiş Katsayılar matrisi (Augmented matrix)

$$\left[\begin{array}{cc|c} 3 & -2 & 5 \\ 1 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & 6 \end{array} \right]$$

13:37 / 16:05

Scroll for details

Genişletilmiş kat. matrisinde bir satır diğeri bir satıra eklenebilir veya çıkarılabilir, bir satır bir sayı ile çarpılıp diğeri bir satıra eklenebilir veya çıkarılabilir.

$$R_1 + R_2 \rightarrow R_2 \quad S_1 + S_2 \rightarrow S_2$$

$$2S_1 + S_3 \rightarrow S_3$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 5 & -3 \\ 4 & 1 & 7 & -6 \end{array} \right] \xrightarrow{3S_1 + S_2 \rightarrow S_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 7 & 14 & 9 \\ 4 & 1 & 7 & -6 \end{array} \right]$$

Genişletilmiş Matrisin Üst Üçgensel Formu

Üst üçgensel forma dönüştürdüğümüz genişletilmiş matris řu şekilde oldu:

$$\left[\begin{array}{cccc} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & -8 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \end{array} \right]$$

Bu matris, řu denklem sistemine karşılık gelir:

1. $2x_1 + x_2 - x_3 = 3$,
2. $-8x_2 + 2x_3 = -2$,
3. $3x_3 = 0$.

Geri Yerine Koyma (Back Substitution)

1. $x_3: 3x_3 = 0 \Rightarrow x_3 = 0$.
2. $x_2: -8x_2 + 2(0) = -2 \Rightarrow x_2 = \frac{-2}{-8} = 0.25$.
3. $x_1: 2x_1 + 0.25 - 0 = 3 \Rightarrow x_1 = \frac{3-0.25}{2} = 1.375$.

Çözüm

Çözüm vektörü:

$$X = \begin{bmatrix} x \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.375 \\ 0.25 \end{bmatrix}$$

Ters bulmak için **Augmented Matrix (Genişletilmiş Matris)** yöntemi ile kısaca şunu yapman gerekir:

1. **Genişletilmiş matris oluştur:** Matris A ve birim matris I 'yi yan yana koyarak $[A|I]$ genişletilmiş matrisini oluştur.
2. **Satır işlemleri yap:** Amacın, matris A 'yı birim matrise dönüştürmek. Bunun için uygun satır işlemleri yaparak, matrisin sol tarafını birim matrise (sol üst köşede 1'ler, diğer tüm elemanlar 0) dönüştür.
3. **Sonuç:** Sol tarafta birim matris elde edince, sağ taraftaki matris A^{-1} 'yi verecektir.

Matris:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

1. Genişletilmiş Matris:

$$[A|I] = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right].$$

2. Satır İşlemleri:

Hedefimiz, A 'yı birim matrise dönüştürmek.