Innlevering 10 (innleveringsfrist: mandag 4. november kl. 23.59).
Oppgaver: 17.9 og 17.12 i oppgavesett 17.

17.9

a) $\forall x \forall y Rxy$
   D = {1,2}
   R^M = {<1,1>,<1,2>,<2,1>,<2,2>}
   Formelen er sann fordi R(x,y) er sann, R(x,y) er sann fordi <x,y> $\in R^M$ for alle x og alle y.

b) $\exists x \forall y Rxy$
   D = {1,2}
   Antar x = 1
   R^M = {<1,1>,<1,2>}
   Formelen er sann fordi R(x,y) er sann, R(x,y) er sann fordi <x,y> $\in R^M$ for en x og alle y.

c) $\forall x \exists y Rxy \land \neg \exists x Rxx$
   D = {1,2}
   Antar y = 2
   R^M = {<1,2>,<2,2>}
   Formelen er sann fordi R(x,y) er sann og R(x,x) er usann. R(x,y) er sann fordi <x,y> > $\in R^M$ for alle x og en y. R(x,x) er usann fordi x ikke gjentar seg selv.

d) $\exists x \exists y (Rxy \land \neg Ryx) \land \forall x Rxx$
   D = {1,2}
   Antar x = 1 og y = 2
   R^M = {<1,1>,<2,2>,<1,2>}
   Formelen er sann fordi R(x,y) er sann og R(y,x) er usann, samtidig som at R(x,x) er sann. R(x,y) er sann fordi <x,y> $\in R^M$ for en x og en y. R(y,x) er usann fordi det finnes ingen <y,x> $\in R^M$ for en x og en y. R(x,x) er sann fordi x kan gjenta seg for alle x.

17.12

a) $(Pa \land Pb) \rightarrow \exists x Px$
   Lar M være en vilkårlig valgt modell. Siden det er en implikasjon antar vi at venstre siden er sann. Vi antar også at M er en logisk konsekvens av $(Pa \lor Pb)$. Siden M er en logisk konsekvens av $(Pa \lor Pb)$, så vil M oppfylle $\exists x Px$. Med andre ord om M oppfyller Pa eller Pb og vil den da også oppfylle $\exists x Px$. M er en vilkårlig valgt modell og vil da si at det er en gyldig formel.
b) $\forall x Px \rightarrow Pa \land Pb$
   Lar M være en vilkårlig valgt modell. Vi antar at venstre siden av implikasjonen er sann, hvis P(x) er sann for alle x, er P(x) alltid sann uansett hva x er. Vi antar at modellen M er en logisk konsekvens av $\forall x Px$. Siden det er en logisk konsekvens av $\forall x Px$ vil den også gjøre $Pa \land Pb$ sann. Modellen M oppfyller alt med egenskapen P. Vi kan da konkludere med at hvis M oppfyller $\forall x Px$, så vil den også oppfylle $Pa \land Pb$. Siden M gjør formelen sann og er en vilkårlig valgt modell så er formelen alltid sann og er da en gyldig formel.