

Złożone Struktury Danych	
Temat: Graf - wyznaczania węzła, z którego suma minimalnych dróg do pozostałych węzłów jest minimalna	Zespół: Szymkiewicz Dawid Wieczorek Kaja Wójcik Mateusz 11D21B
Sprawozdanie końcowe	

1. Wstęp teoretyczny

Graf jest strukturą danych składającą się z dwóch zbiorów: zbioru wierzchołków i zbioru krawędzi, co matematycznie zapisujemy w postaci uporządkowanej pary (tzn. takiej, gdzie istotna jest kolejność elementów tworzących tę parę):

$G = (V, E)$ $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ – zbiór n ponumerowanych wierzchołków (ang. $V = \text{Vertex}$)

$E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ – zbiór m ponumerowanych krawędzi (ang. $E = \text{Edge}$).

Każda krawędź jest parą (w grafie skierowanym parą uporządkowaną) wierzchołków grafu połączonych tą krawędzią:

$E = \{(u, v): u, v \in V\}$

Graf nie posiadający pętli oraz krawędzi podwójnych nazywamy grafem prostym. Krawędź, którą można przebywać tylko w określoną stronę, nazywa się krawędzią skierowaną, a graf zawierający krawędzie skierowane nazywamy grafem skierowanym. Z krawędziami grafu mogą być związane dodatkowe wartości, które nazywamy wagami, a graf posiadający takie krawędzie nazywamy grafem ważonym. Wierzchołek nie połączony krawędzią z żadnym innym wierzchołkiem grafu nazywamy wierzchołkiem izolowanym. Jednym z podstawowych problemów w teorii grafów jest znajdowanie połączeń pomiędzy dwoma wybranymi wierzchołkami. Ścieżką (ang. path) nazywamy uporządkowany zbiór wierzchołków, które musimy kolejno przejść, aby dotrzeć w grafie od jednego wybranego wierzchołka do innego wybranego wierzchołka. Ścieżek takich może być kilka (lub może nie istnieć żadna - wtedy wierzchołki nazywamy izolowanymi). Do reprezentacji grafu wykorzystujemy tablicę n -elementową A , gdzie n oznacza liczbę wierzchołków. Każdy element tej tablicy jest listą. Lista reprezentuje wierzchołek startowy. Na liście są przechowywane numery wierzchołków końcowych, czyli sąsiadów wierzchołka startowego,

z którymi jest on połączony krawędzią. Tablica ta nosi nazwę list sąsiedztwa (ang. adjacency lists).

Rozwiązywany problem: Wyznaczania węzła, z którego suma minimalnych dróg do pozostałych węzłów jest minimalna. Przez najkrótszą ścieżkę łączącą w grafie dwa wybrane wierzchołki będziemy rozumieli ścieżkę o najmniejszym koszcie przejścia, czyli o najmniejszej sumie wag tworzących tę ścieżkę krawędzi.

2. Algorytmy

Algorytm Dijkstry znajduje w grafie wszystkie najkrótsze ścieżki pomiędzy wybranym wierzchołkiem a wszystkimi pozostałymi, przy okazji wyliczając również koszt przejścia każdej z tych ścieżek. Algorytm Dijkstry jest przykładem algorytmu zachłannego.

Algorytm Floyda-Warshalla działa w sposób dynamiczny i opiera się na spostrzeżeniu, że jeśli koszt dojścia z wierzchołka v do u jest większy od sumy kosztów dojść z wierzchołka v do k i z k do u , to za lepszy koszt należy przyjąć tę nową, mniejszą wartość. Przetwarzany graf może posiadać krawędzie o wagach ujemnych, jednakże nie mogą w nim występować cykle ujemne (ang. negative cycles – cykle, w których suma wag krawędzi jest ujemna).

3. Technologie

Projekt wykonano głównie przy użyciu technologii .NET Core. Klient: ASP, jQuery oraz vis-network. Protokołem komunikacji jest HTTP, z wykorzystaniem reguł REST.

4. Uruchomienie i obsługa

Program do działania potrzebuje zainstalowanego .NET Core SDK w wersji 3.1 oraz przeglądarki internetowej.

Pierwszym krokiem jest przejście do folderu `com.Github.Haseoo.DASPP.Main` oraz wykonanie polecenia `dotnet run`. Program jest dostępny pod adresem `http://localhost:8080/`. Wygląd strony startowej:

All-Pairs Shortest Path Problem

Graph generation

Enter the number of nodes of the graph to be generated (for large numbers, the generation process may take a while):

Quantity:

Calculate the best vertex

Graph json:

Nie wybrano pliku.

Algorithm:

Pierwsza sekcja umożliwia wygenerowaniu grafu o podanej liczbie wierzchołków o gęstości 10%.

W drugiej sekcji użytkownik jest proszony o wybranie pliku JSON z grafem. Graf jest w postaci macierzy sąsiedztwa. Po podaniu pliku należy wybrać z listy jakim algorytmem ma być zrealizowane znalezienie wierzchołka o najkrótszej drodze do pozostałych:

Algorithm:

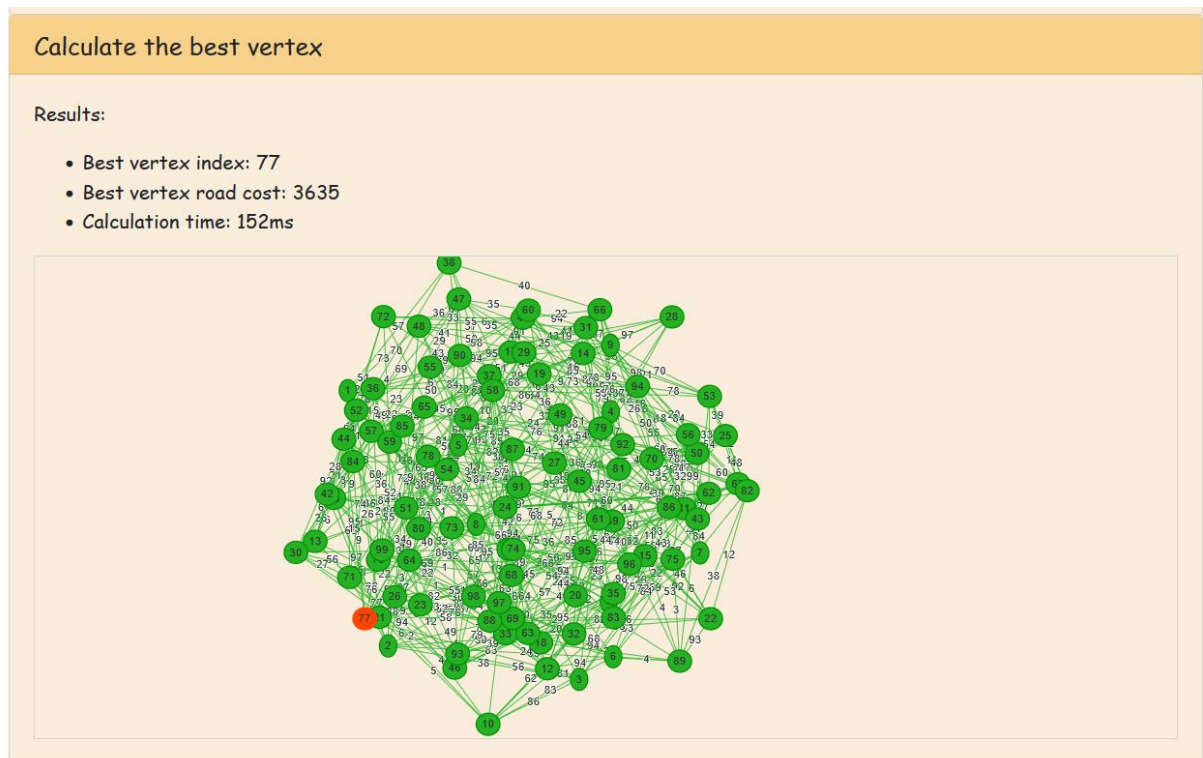
Dijkstra

Dijkstra

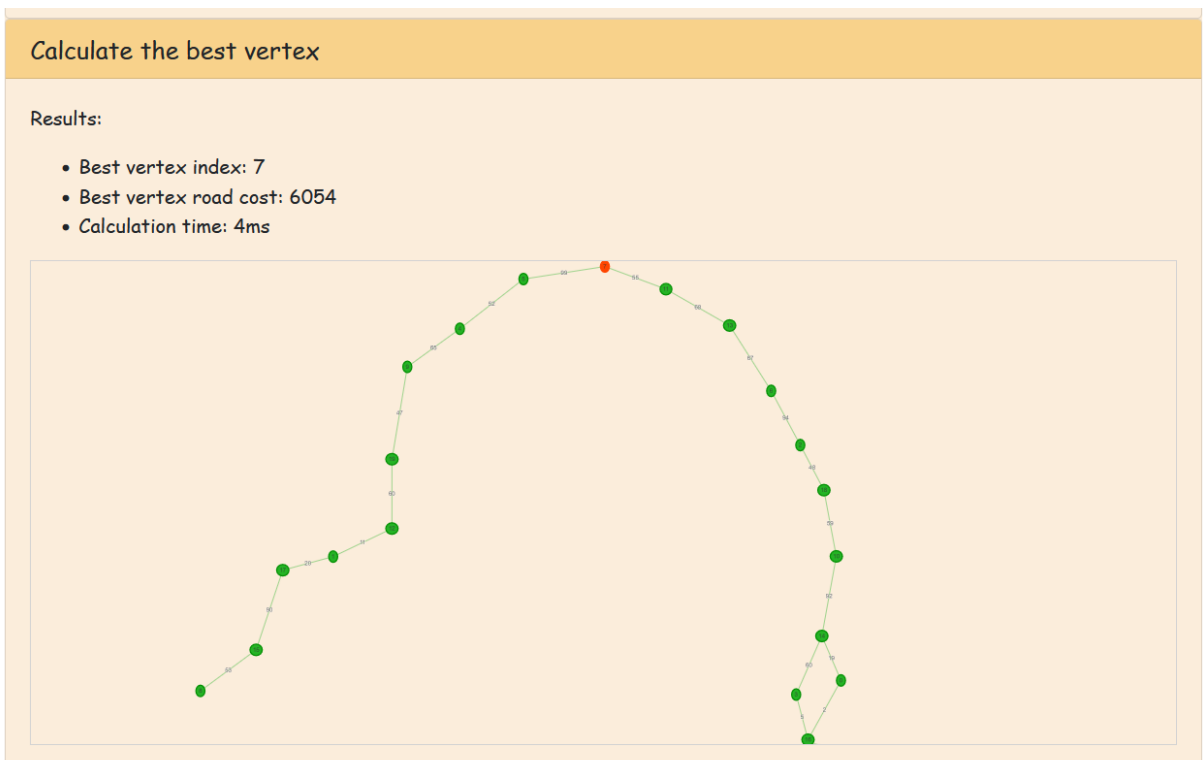
Floyd-Warshall

Wynik jest wyświetlany po skończeniu obliczeń. Graf rysowany jest dla maksymalnej liczby wierzchołków 150. Zaznaczony na czerwono jest wybrany najlepszy wierzchołek oraz podana droga do pozostałych wraz z czasem obliczeń.

Wynik dla 100 wierzchołków:



Wynik dla 20 wierzchołków:



5. Wnioski

- W ramach projektu wykonano w pełni funkcjonalny program realizujący zadanie.
- Oba algorytmy, Dijkstry i Floyda-Warshalla, działają podobnie pod względem czasu obliczeń oraz wybierają ten sam wierzchołek, jako wynik.
- Przydatną cechą języka C# jest przeciążanie operatorów.
- Rozwiązany przez nas problem ma praktyczne zastosowanie, np. znajdowanie kandydata na magazyn główny przedsiębiorstwa.
- Algorytm Floyda-Warshalla pozwala na obliczenie grafu z krawędziami o ujemnych wartościach w przeciwieństwie do algorytmu Dijkstry.
- Algorytm Dijkstry o wiele łatwiej zrównoleglić niż algorytm Floyda-Warshalla.