

数学试题

热工二班

温馨提示：各位同学请认真答题，如果您看到有的题目有种似曾相识的感觉，请不要激动也不要紧张，沉着冷静的面对，诚实作答，相信自己，你可以的。祝你成功！

一、填空题（共 5 小题，每题 4 分，共 20 分）

1、求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} (1+x)(1+x^2)\dots(1+x^{2^n}) =$ ($|x| < 1$)

2、曲线 $y = (2x-1)e^{\frac{1}{x}}$ 的斜渐近线方程是 ()

3、计算 $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{e^x \sin^4 x}{1+e^x} dx =$ ()

4、设 $y = e^{\tan^{-1} x} \sin \frac{1}{x}$ ，则 $y' =$ ()

5、已知 $y(x) = \int_0^x [\ln(1+t) + (2t^2-1)^{100} + 2t^{1000}] dt$ ，求 $y^{(1001)}(x)$

二、选择题（共 5 小题，每题 4 分，共 20 分）

6、设 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \left(1 + \frac{f(x)}{\sin x} \right)}{a^x - 1} = A$ ($a > 0, a \neq 1$)，求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2} =$ ()

A . $\ln a$ B . $A \ln a$ C $2 A \ln a$ D . A

7、函数 $f(x) = \begin{cases} 1-x, & 0 \leq x < 1 \\ e^x, & -e.1 < x \leq 2 \end{cases}$ 的连续区间为 ()

A . $[0,1)$ B . $[0,2]$ C . $[0,1) \cup (1,2]$ D $(1,2]$

8、 $f(x)$ 是连续函数， $F(x)$ 是的 $f(x)$ 原函数下列叙述正确的是

()

A. 当 $f(x)$ 是偶函数时, $F(x)$ 必是偶函数

B. 当 $f(x)$ 是奇函数时, $F(x)$ 必是偶函数

C. 当 $f(x)$ 是周期函数时, $F(x)$ 必是周期函数

D. 当 $f(x)$ 是单调增函数时, $F(x)$ 必是单调增函数

9、设函数 $f(x)$ 连续, 则下列函数中必为偶函数的是 ()

A. $\int_0^x f(t^2) dt$

B. $\int_0^x f^2(t) dt$

C. $\int_0^x t [f(t) - f(-t)] dt$

D. $\int_0^x t [f(t) + f(-t)] dt$

10、设函数 $y = f(x)$ 二阶导数, 且 $f'(x)$ 的一阶导数大于 0, $f(x)$ 二阶导数也大于 0, Δx 为自变量 x 在 x_0 处得增量, Δy 与 dy 分别为 $f(x)$ 在点 x_0 处的增量与微分, 若 $\Delta x > 0$, 则 ()

A. $0 < dy < \Delta y$

B. $0 < \Delta y < dy$

C. $\Delta y < dy < 0$

D. $dy < \Delta y < 0$

三、计算, 证明题 (共 60 分)

11、求下列极限和积分

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - x^2 \cos^2 x}{x(e^{2x} - 1) \ln(1 + \tan^2 x)}$ (5 分)

(2) $\int_0^{\pi} \sqrt{\sin^3 x - \sin^5 x} dx$ (5 分)

(3) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\cos \sqrt{x+1} - \cos \sqrt{x})$ (5 分)

12. 设函数 $f(x)$ 具有一阶连续导数, 且 $f''(0)$ (二阶) 存在, $f(0)$

$= 0$, 试证明函数 $F(x) = \begin{cases} f'(0), & x = 0 \\ \frac{f(x)}{x}, & x \neq 0 \end{cases}$ 是连续的, 且具有一阶连续导

数。(12分)

13、设 $\int_0^y e^{t^2} dt = \int_0^{3x^2} \ln \sqrt{t+x^2} dt$ ($x > 0$) 求 $\frac{dy}{dx}$ 。(12分)

14、求曲线 $x^2 + y^2 = 1$ 与 $y^2 = \frac{3}{2}x$ 所围成的2个图形中较小一块分别绕 x 轴, y 轴旋转所产生的立体的体积。(12分)

15、证明 $\int_0^1 \ln f(x+t) dt = \int_0^x \ln \frac{f(u+1)}{f(u)} du + \int_0^1 \ln f(u) du$ 。(12分)

16、(1) 解微分方程 $y'' + 3y' + 2y = 3xe^{-x}$ (4分)

(2) 设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上可导, $F(x) = \int_0^x t^2 f(t) dt$, 且 $F(1) = f(1)$ 。证

明, 在 $(0,1)$ 内至少存在一点 ξ , 使 $f'(\xi) = -\frac{2f(\xi)}{\xi}$ 。(8分)

恭喜您！成功闯关！呵呵.....

数学试题答案

6、 填空题

1、 $\frac{1}{1-x}$ 吉米 P15-51

2、 $y = 2x + 1$ 吉米 P103-352

3、 $\frac{3\pi}{16}$ 吉米 P159-516

4、 $-\frac{1}{x^2} e^{\tan \frac{1}{x}} \left(\cos \frac{1}{x} + \tan \frac{1}{x} \sec \frac{1}{x} \right)$ 吉米 P48-166

5、 $y^{(1001)}(x) = -\frac{999!}{(x+1)^{1000}} + 2 \times 1000!$

二、 选择题

6、 B 吉米 P10-50

7、 C

8、 B 吉米 P171-558

9、 D 吉米 P171-557

10、 A 吉米 P73-242

三、 计算和证明

11、 (1) $1/3$ 吉米 P79-264

(2) $4/5$ 吉米 P143-461

(3) 0 (老师单元小结的时候提到的用拉格朗日中值定理 ,
然后因为 $\sin x$ 有界 , 即可得答案)

12、 P63-215

13、 $\frac{8x \ln 2x - 2x \ln x}{e^{y^2}}$ 吉米 P150-483

14、 $V_x = \frac{19}{48}\pi$ $V_y = \frac{7\sqrt{3}}{10}\pi$ 吉米 P195-614

15 吉米 P177-569

16、 (1)课后习题 5.3-5- (5)

(2) 吉米 P178-572

试题上各单元的比例安排可能不大合理 , 敬请谅解 ! 祝各位
同学期末考试考出好成绩 , 不给挂科乘虚而入的机会 , 呵呵.....