

## 概率论与数理统计测验

### 一. 填空题

1. 设  $A_1, A_2, A_3$  为事件,  $A_1, A_3$  不发生, 但  $A_2$  发生的事件可以表示为\_\_\_\_\_.
2. 袋中有  $a$  只白球,  $b$  只红球,  $k$  个人 ( $k \leq a+b$ ) 依次在袋中取一只球, 在不放回抽样下, 求第 2 个人取到白球的概率\_\_\_\_\_.
3. 设随机变量  $X$  的分布律为  $P(X=k) = a\left(\frac{3}{4}\right)^k, k=1,2,\dots$ ; 则  $a=$ \_\_\_\_\_.
4. 设  $P(A)=0.1, P(A \cup B)=0.6$  且  $A$  与  $B$  互不相容, 则  $P(B)=$ \_\_\_\_\_.
5. 随机变量  $X$  的分布律为  $X \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.4 \end{pmatrix}$ , 则  $Y=(X-2)^2$  的分布律为  
 $Y \sim$ \_\_\_\_\_.
6. 设随机变量  $X$  的概率密度函数为  $f(x) = \begin{cases} Ax^2, & 1 < x < 2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ , 则  $A=$ \_\_\_\_\_.
7. 设随机变量  $X$  的分布函数  $F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\frac{1}{5}x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$ , 则概率密度函数  
 $f(x) =$ \_\_\_\_\_.
8. 设随机变量  $X$  的概率密度函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}e^{-\frac{1}{5}x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$ , 则分布函数  
 $F(x) =$ \_\_\_\_\_.
9. 设随机变量  $X \sim B(10, 0.4)$ , 则  $D(X) =$ \_\_\_\_\_.
10. 已知  $E(X) = -2$ ,  $E(X^2) = 5$ , 则  $D(1-3X) =$ \_\_\_\_\_.
11. 设总体  $X \sim N(0, \sigma^2)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_{20}$  为来自总体  $X$  的样本, 则  $\bar{X} \sim$ \_\_\_\_\_.
12. 设随机变量  $X$  与  $Y$  相互独立,  $D(X)=3, D(Y)=2$ , 则  $D(3X-2Y)=$ \_\_\_\_\_.
13. 设  $X \sim N(0,1)$ ,  $\Phi(x)$  为  $X$  的分布函数, 若  $\Phi(-a)=0.6$ , 则  $\Phi(a)=$ \_\_\_\_\_.
14. 设随机变量  $X$  的函数为  $F(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan x$ , 则其密度函数为  
 $f(x) =$ \_\_\_\_\_.

## 二. 选择题

1. 设  $A$  与  $B$  是两个事件, 已知  $P(A)=0.2, P(B)=0.3, P(A \cup B)=0.4$ , 则

$$P(AB)=\underline{\hspace{2cm}}.$$

- (A) 0.1                      (B) 0.8                      (C) 0.5                      (D) 0.4

2. 设随机变量  $X \sim N(-2, 3), Y = 2X - 1$ , 则  $Y \sim \underline{\hspace{2cm}}.$

- (A)  $N(0, 1)$                       (B)  $N(-3, 4)$                       (C)  $N(2, 4)$                       (D)  $N(-5, 12)$

3. 设  $X \sim N(-3, 1), Y \sim N(2, 1)$ , 且  $X$  与  $Y$  相互独立, 令  $Z = X - 2Y + 7$ , 则

$$Z \sim \underline{\hspace{2cm}}.$$

- (A)  $N(0, 5)$                       (B)  $N(0, 3)$                       (C)  $N(0, 46)$                       (D)  $N(0, 54)$

4. 设  $X, Y$  是相互独立的两个随机变量, 它们的分布函数分别为  $F_X(x), F_Y(y)$ ,

则  $Z = \min(X, Y)$  的分布函数为  $\underline{\hspace{2cm}}.$

(A)  $F_Z(z) = \max\{F_X(z), F_Y(z)\}$                       (B)  $F_Z(z) = \max\{|F_X(z)|, |F_Y(z)|\}$

(C)  $F_Z(z) = 1 - (1 - F_X(z))(1 - F_Y(z))$                       (D) 以上都不对

5. 设  $X, Y$  是相互独立的两个随机变量, 它们的分布函数分别为  $F_X(x), F_Y(y)$ , 则

$Z = \min(X, Y)$  的分布函数为  $\underline{\hspace{2cm}}.$

(A)  $F_Z(z) = \min\{F_X(z), F_Y(z)\}$                       (B)  $F_Z(z) = 1 - [1 - F_X(z)][1 - F_Y(z)]$

(C)  $F_Z(z) = F_X(z)F_Y(z)$                       (D) 以上都不对

6. 设两个相互独立的随机变量  $X$  和  $Y, X \sim N(3, 7^2), f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-y/2}, & y > 0, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$  则

$$E(XY) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

- (A) 6                      (B)  $\frac{1}{2}$                       (C) 10                      (D)  $\frac{3}{2}$

7. 在假设检验中, 显著性水平  $\alpha$  的意义是  $\underline{\hspace{2cm}}.$

(A)  $H_0$  为真, 但经检验拒绝  $H_0$  的概率                      (B)  $H_0$  为真, 经检验接受  $H_0$  的概率

(C)  $H_0$  不成立, 经检验拒绝  $H_0$  的概率                      (D)  $H_0$  不成立, 但经检验接受  $H_0$  的概率

8. 设  $X_1, X_2, X_3, X_4$  是总体  $N(\mu, \sigma^2)$  的样本,  $\sigma^2$  未知,  $\mu$  已知, 则下列函数不是统计量的是  $\underline{\hspace{2cm}}.$

- (A)  $\frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 X_i^2 - \sigma$                       (B)  $X_i + 5\mu$                       (C)  $X_1 - X_2 + X_4$                       (D)  $\frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 X_i$

9. 设随机变量  $X_1, X_2, \dots, X_{19}$  相互独立同分布,  $E(X_i)=D(X_i)=1(i=1,2,\dots,19)$ , 令

$S_{19}=\sum_{i=1}^{19} X_i$  则由切比雪夫不等式直接得的是\_\_\_\_\_.

- (A)  $P\left\{\left|\frac{1}{19}S_{19}-1\right|<\varepsilon\right\}\geq 1-\frac{91}{\varepsilon^2}$  (B)  $P\{|S_{19}-19|<\varepsilon\}\geq 1-\frac{19}{\varepsilon^2}$   
 (C)  $P\left\{\left|\frac{1}{19}S_{19}-1\right|<\varepsilon\right\}\geq 1-\frac{1}{\varepsilon^2}$  (D)  $P\{|S_{19}-19|<\varepsilon\}\geq 1-\frac{1}{\varepsilon^2}$

10. 设  $X_1, \dots, X_5$  是总体的样本, 则下列统计量均为总体均值的无偏估计, 其中最有效的是\_\_\_\_\_.

- (A)  $X_1-X_2+X_3$  (B)  $3X_1-X_2-X_3$  (C)  $\frac{1}{4}\sum_{i=1}^4 X_i$  (D)  $\frac{3}{4}X_2+\frac{1}{4}X_3$

11. 在对单个正态总体均值的假设检验中, 当总体方差已知时, 选用\_\_\_\_\_.

- (A)  $t$  检验法 (B)  $\chi^2$  检验法 (C)  $F$  检验法 (D)  $Z$  检验法

12. 若  $X \sim U(2, 7)$ , 方程  $x^2 + 2Xx + 5X - 4 = 0$  有实根的概率为\_\_\_\_\_.

- (A)  $\frac{3}{5}$  (B)  $\frac{3}{4}$  (C)  $\frac{1}{5}$  (D)  $\frac{1}{4}$

13. 设随机变量  $X \sim B(n, p)$ , 且  $E(X)=2.4, D(X)=0.96$ , 则二项分布的参数  $n, p$  的值为\_\_\_\_\_.

- (A)  $n=10, p=0.5$  (B)  $n=6, p=0.4$  (C)  $n=24, p=0.1$  (D)  $n=4, p=0.6$

### 三. 解答题

1. 某工厂有三个车间 A, B, C, 生产一种产品的概率依次为 0.6, 0.3, 0.1, 它们的次品率依次为 0.01, 0.05, 0.04. 求(1)若从这批产品中随机取一件, 该产品是次品的概率? (2)若取出的产品为次品, 这件次品是 B 车间的概率?

2. 设随机变量  $X \sim U[-1, 7]$ , 现对  $X$  进行 3 次独立观测, 求至少有 2 次观测值大于 3 的概率?

3. 设随机变量  $X$  的概率密度函数为  $f(x)=\begin{cases} 2x, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ , 求随机变量

$Y=2X-5$  的概率密度函数  $f_Y(y)$ ?

4. 设二维随机变量  $(X, Y)$  的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} Ae^{-(5x+2y)}, & x > 0, y > 0, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}.$$

求(1)常数  $A$ ; (2)边缘密度函数  $f_X(x), f_Y(y)$ ; (3)  $X$  和  $Y$  是否独立?

5. 设随机变量  $X$  的概率密度函数为  $f(x) = \begin{cases} Ax^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ , 求: 常数  $A$ ,  $E(X)$  及

$D(X)$ .

6. 某种电灯的寿命  $X$  (以年计) 服从数学期望为 2 的指数分布, 各只电灯的寿命相互独立。随机取 100 只, 利用中心极限定理求这 100 只电灯的寿命之和大于 220 年的概率.[附表] 设  $\Phi(x)$  是标准正态分布的分布函数

$x$	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5
$\Phi(x)$	0.5000	0.6915	0.8413	0.9332	0.9772	0.9938

7. 设总体  $X$  的概率密度为  $f(x; \theta) = \begin{cases} (\theta+1) \cdot x^\theta, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ , 其中  $\theta > 0$  为未知参

数。  $x_1, x_2, \dots, x_n$  是来自总体  $X$  的一个样本值, 用最大似然估计法求参数  $\theta$  估计值.