

# 第7章 微分方程(题库)

## 一、选择题

(7-1) 1. 下列不是微分方程的是 ( ).

A.  $xy' - 3y = \sin x$

B.  $(x - y \cos x)dy + (y + x^2)dx = 0$

C.  $y = \sin x \cos y$

(7-1) 2. 下列每组函数中线性相关的是 ( ).

A.  $x^2, x^2 + 1$

B.  $e^x, e^{3x}$

C.  $\sqrt{x}, \sqrt[3]{x^2}$

D.  $\ln x^3, 2 \ln x$

(7-1) 3. 下列函数可作为某个一阶微分方程的通解的是 ( ).

A.  $y = C \tan x$

B.  $y = x^2 + 7$

C.  $y = C_1 x^2 + C_2 x$

D.  $y = C_1 e^x + C_2 x$

(7-1) 4. 微分方程  $y' + \frac{1}{x}y = \frac{1}{x(x^2+1)}$  的通解是  $y =$  ( ).

A.  $\arctan x + C$

B.  $\frac{1}{x}(\arctan x + C)$

C.  $\frac{1}{x}\arctan x + C$

D.  $\arctan x + \frac{1}{x} + C$

(7-1) 5. 下列函数中可以作为某二阶常微分方程的通解的是 ( ).

A.  $y = C \sin x$

B.  $y = C_1 \sin 3x + C_2 \cos 3x$

C.  $y = \sin 3x + \cos 3x$

D.  $y = (C_1 + C_2) \cos x$

(7-1) 6. 微分方程  $xy'' - y' = 0$  满足条件  $y'(1) = 1, y(1) = \frac{1}{2}$  的特解是  $y =$  ( ).

A.  $\frac{x^2}{4} + \frac{1}{4}$

B.  $\frac{x^2}{2}$

C.  $x^2 - \frac{1}{2}$

D.  $-x^2 + \frac{1}{2}$

(7-1) 7. 微分方程  $y'' - 2y'^2 \tan y = 0$  满足条件  $y(0) = 0, y'(0) = 1$  的解是  $x =$  ( ).

A.  $\frac{y}{2} + \frac{1}{4} \sin 2y$

B.  $y - \frac{1}{4} \sin 2y$

C.  $\frac{y}{2} - \frac{1}{4} \sin 2y$

D.  $y + \frac{1}{2} \sin 2y$

(7-2) 8. 下列方程是可分离变量微分方程的是 ( ).

A.  $(y')^2 + y = 0$

B.  $x + yy' + \sin xy = 0$

C.  $y' + xy = 0$

D.  $(y')^2 + xy' - \cos xy = 0$

(7-2) 9. 微分方程  $3x^2 + 5x - 5y' = 0$  的通解是 ( ).

A.  $y = -\frac{1}{5}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + C$

B.  $y = \frac{1}{5}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + C$

C.  $y = 5x^3 + 2x^2 + C$

D.  $y = -5x^3 - 2x^2 + C$

(7-2) 10. 微分方程  $y' - xy' = a(y^2 + y')$  的通解是 ( ).

A.  $y = a \ln|1-a-x| + C$

B.  $y = \frac{1}{C + a \ln|1-a-x|}$

C.  $y = -a \ln|1-a-x| + C$

D.  $y = \frac{1}{-a \ln|1-a-x| + C}$

(7-2) 11. 微分方程  $\frac{dy}{dx} = 10^{x+y}$  的通解是 ( ).

A.  $10^x - 10^y = C$

B.  $10^x + 10^y = C$

C.  $10^x - 10^{-y} = C$

D.  $10^x + 10^{-y} = C$

(7-2) 12. 微分方程  $(e^{x+y} - e^x)dx + (e^{x+y} + e^y)dy = 0$  的通解是 ( ).

A.  $(e^x + 1)(e^y + 1) = 0$

B.  $(e^x - 1)(e^y + 1) = C$

C.  $(e^x + 1)(e^y - 1) = C$

D.  $(e^x + 1)(e^y - 1) = 0$

(7-2) 13. 微分方程  $y' - y = 1$  的通解是 ( ).

A.  $y = e^x - 1$

B.  $y = e^x + C$

C.  $y = Ce^x - 1$

D.  $y = C(e^x - 1)$

(7-4) 14. 下列方程中是一阶线性微分方程的是 ( ).

A.  $\frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{x} - e^x$

B.  $\frac{dy}{dx} = \sqrt{x} - xy$

C.  $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \sqrt{xy}$

D.  $\frac{dy}{dx} = \arcsin(xy) + 1$

(7-5) 15. 求微分方程  $y' \sin x + x^4 y'' = y''$  的通解时, 可 ( ).

A. 设  $y' = p$ , 则有  $y'' = p'$

B. 设  $y' = p$ , 则有  $y'' = \frac{dp}{dy}$

C. 设  $y' = p$ , 则有  $y'' = p \frac{dp}{dy}$

D. 设  $y' = p$ , 则有  $y'' = p' \cdot \frac{dp}{dx}$

(7-5) 16. 下列选项中, 可用代换  $y' = p$ ,  $y'' = p \frac{dp}{dy}$  将方程降为关于  $p$  的一阶微分方程的是 ( ).

A.  $\frac{d^2 y}{dx^2} + xy' - x = 0$

B.  $\frac{d^2 y}{dx^2} + yy' - y^2 = 0$

C.  $\frac{d^2y}{dx^2} + x^2y' - y^2x = 0$

D.  $\frac{d^2y}{dx^2} + y\frac{dy}{dx} + x = 0$

(7-7) 17. 微分方程  $y'' + 8y' + 16y = 0$  的通解为 ( ).

A.  $y = C_1e^{4x} + C_2e^{-4x}$

B.  $y = (C_1 + C_2x)e^{-4x}$

C.  $y = (C_1 + C_2x)e^{4x}$

D.  $y = C_1e^{2x} + C_2e^{8x}$

(7-7) 18. 微分方程  $y'' - 3y' + 2y = 0$  的通解为 ( ).

A.  $y = C_1e^x + C_2e^{2x}$

B.  $y = (C_1 + C_2x)e^x$

C.  $y = e^x(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$

D.  $y = e^{2x}(C_1 \cos x + C_2 \sin x)$

(7-7) 19. 微分方程  $y'' - 2y' + 2y = 0$  的通解为 ( ).

A.  $y = C_1e^x + C_2e^{2x}$

B.  $y = (C_1 + C_2x)e^{2x}$

C.  $y = e^x(C_1 \cos x + C_2 \sin x)$

D.  $y = e^x(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$

(7-8) 20. 微分方程  $y'' + y' = xe^{-x}$  的特解形式应设为  $y^* =$  ( ).

A.  $x(ax+b)e^{-x}$

B.  $x^2(ax+b)e^{-x}$

C.  $(ax+b)e^{-x}$

D.  $ax+b$

## 二、填空题

(7-2) 1. 已知曲线  $y = y(x)$  过点  $\left(0, -\frac{1}{2}\right)$ , 且其上任意一点  $(x, y)$  处的切线斜率均为  $3x^2 + 1$ , 则 $y =$  \_\_\_\_\_.(7-3) 2. 微分方程  $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} - \sec \frac{y}{x}$  的通解是  $y =$  \_\_\_\_\_.(7-3) 3. 微分方程  $y' = \frac{y}{x} + \tan \frac{y}{x}$  满足初始条件  $y|_{x=1} = \frac{\pi}{6}$  的特解是  $y =$  \_\_\_\_\_.(7-4) 4. 微分方程  $y' + \frac{y}{x} = 1$  的通解是  $y =$  \_\_\_\_\_.(7-4) 5. 微分方程  $y' - \frac{y}{x} = \frac{1}{x}$  的通解是  $y =$  \_\_\_\_\_.(7-4) 6. 微分方程  $\frac{dy}{dx} + y = e^{-x}$  的通解是  $y =$  \_\_\_\_\_.(7-4) 7. 微分方程  $xy' + y = x^2 + 3x + 2$  的通解是  $y =$  \_\_\_\_\_.(7-4) 6. 微分方程  $y' + 2xy - 2x = 0$  满足初始条件  $y|_{x=0} = 2$  的特解是  $y =$  \_\_\_\_\_.(7-4) 7. 微分方程  $y' + y \cos x = e^{-\sin x}$  满足初始条件  $y|_{x=0} = -1$  的特解是  $y =$  \_\_\_\_\_.

(7-5) 8. 微分方程  $y'' = x + \sin x$  的通解是  $y =$  \_\_\_\_\_.

(7-5) 9. 微分方程  $y'' = y' + x$  的通解是  $y =$  \_\_\_\_\_.

(7-5) 10. 微分方程  $xy'' + y' = 0$  的通解是  $y =$  \_\_\_\_\_.

## 解答题

(7-2) 11. 求微分方程  $xy' - y \ln y = 0$  的通解.

(7-2) 13. 求微分方程  $\sqrt{1-x^2} y' = \sqrt{1-y^2}$  的通解.

(7-2) 14. 试确定可导函数  $f(x)$ , 使得  $\int_0^x t f(t) dt = x^2 + 2 + f(x)$  成立.

(7-4) 15. 求微分方程  $x \frac{dy}{dx} + y - e^x = 0$  在初始条件  $y(1) = e$  下的特解.

(7-4) 16. 若曲线  $y = y(x)$  通过点  $(0,1)$ ，且在曲线上任一点  $(x,y)$  处的切线的斜率均为  $2y + e^x$ ，求这曲线的方程.

(7-4) 17. 设函数  $y = f(x)$  可导，且  $\int_0^x [2f(t) - t] dt = f(x) - 1$ ，求  $f(x)$ .