

# 第八章 空间解析几何（题库）

## 一、选择题

1. (8-1) 点  $M(2, -3, 1)$  关于原点的对称点是 ( ).

- A.  $(-2, -3, 1)$       B.  $(-2, -3, -1)$       C.  $(2, 3, -1)$       D.  $(-2, 3, -1)$

2. (8-1) 若  $\vec{a}, \vec{b}$  为共线的单位向量, 则它们的数量积  $\vec{a} \cdot \vec{b} =$  ( ).

- A. 1      B. -1      C. 0      D.  $\cos(\widehat{\vec{a}, \vec{b}})$

3. (8-1) 已知两点  $M_1(0, 1, 2)$  和  $M_2(1, -1, 0)$ , 则与向量  $\overrightarrow{M_1M_2}$  同方向的单位向量为 ( ).

- A.  $\left(\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}\right)$       B.  $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$       C.  $\left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$       D.  $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$

4. (8-2) 设  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  均为非零向量, 且  $\vec{a} \perp \vec{b}$ , 则必有 ( ).

- A.  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$       B.  $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{a}| - |\vec{b}|$   
C.  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$       D.  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{a} - \vec{b}$

5. (8-2) 设  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  均为非零向量, 则与  $\vec{a}$  不垂直的向量是 ( ).

- A.  $(\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$       B.  $\vec{b} - \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\vec{a} \cdot \vec{a}}\vec{a}$       C.  $\vec{a} \times \vec{b}$       D.  $\vec{a} + (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{a}$

6. (8-2) 已知  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  均为单位向量且满足关系式  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ , 则  $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a} =$  ( ).

- A.  $-\frac{3}{2}$       B. 1      C. -1      D.  $\frac{3}{2}$

7. (8-2) 设  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  两两垂直,  $|\vec{a}| = 1$ ,  $|\vec{b}| = \sqrt{2}$ ,  $|\vec{c}| = 1$ , 则  $|\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}| =$  ( ).

- A. -4      B. -2      C. 2      D. 5

8. (8-2) 设  $|\vec{a}| = 4$ ,  $|\vec{b}| = 3$ ,  $\widehat{\vec{a}, \vec{b}} = \frac{\pi}{6}$ , 则以  $\vec{a}, \vec{b}$  为邻边的平行四边形的面积  $S =$  ( ).

A. -4                      B. -2                      C. 2                      D. 6

9. (8-2) 已知  $|\vec{a}|=2, |\vec{b}|=\sqrt{2}$ , 且  $\vec{a} \cdot \vec{b}=2$ , 则  $|\vec{a} \times \vec{b}|=$  ( ).

A. -4                      B. -2                      C. 2                      D. 5

10. (8-2) 已知向量  $\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$ , 则垂直于  $\vec{a}$  且垂直于  $y$  轴的单位向量是 ( ).

A.  $\pm \frac{\sqrt{3}}{3}(\vec{i}+\vec{j}+\vec{k})$                       B.  $\pm \frac{\sqrt{3}}{3}(\vec{i}-\vec{j}+\vec{k})$

C.  $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}(\vec{i}-\vec{k})$                       D.  $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}(\vec{i}+\vec{k})$

11. (8-3) 平面  $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$  与平面  $2x+3y-4z=1$  的位置关系是 ( ).

A. 相交但不垂直                      B. 互相垂直

C. 平行但不重合                      D. 互相重合

12. (8-3) 点  $(1,2,1)$  到平面  $x+2y+2z-10=0$  的距离  $d=$  ( ).

A. 1                      B. -2                      C. 2                      D. 5

13. (8-3) 平行于  $zOx$  平面且过点  $(2,-5,3)$  的平面方程为 ( ).

A.  $y-5=0$                       B.  $y+5=0$                       C.  $z-5=0$                       D.  $z+5=0$

14. (8-4) 直线  $L_1: \begin{cases} x+2y-z=7 \\ -2x+y+z=7 \end{cases}$  与  $L_2: \begin{cases} 3x+6y-3z=8 \\ 2x-y-z=0 \end{cases}$  的关系是 ( ).

A.  $L_1 \perp L_2$     B.  $L_1$  与  $L_2$  相交但不一定垂直    C.  $L_1 // L_2$     D.  $L_1$  与  $L_2$  是异面直线

15. (8-4) 设直线  $L: \begin{cases} x+3y+2z+1=0 \\ 2x-y-10z+3=0 \end{cases}$  及平面  $\pi: 4x-2y+z-2=0$ , 则  $L$  ( ).

A. 平行于  $\pi$                       B. 在  $\pi$  上                      C. 垂直于  $\pi$                       D. 与  $\pi$  斜交

16. (8-4) 已知两条直线  $\frac{x}{2}=\frac{y+2}{-2}=\frac{1-z}{1}$  和  $\frac{x-1}{4}=\frac{y-3}{m}=\frac{z+1}{-2}$  互相垂直, 则  $m=$  ( ).

A. -4                      B. -2                      C. 3                      D. 5

17. (8-4) 过点  $M(1, 2, -1)$  且与直线  $\begin{cases} x = -t + 1 \\ y = 3t - 3 \\ z = t - 1 \end{cases}$  垂直的平面方程是 ( ).

A.  $x - 3y - z - 4 = 0$     B.  $x - 3y + z - 4 = 0$     C.  $x - 3y - z + 4 = 0$     D.  $x + 3y - z + 4 = 0$

18. (8-6) 曲线  $l: \begin{cases} \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{5} = 1 \\ x - 2z + 3 = 0 \end{cases}$  在  $xOy$  平面上的投影柱面的方程是 ( ).

A.  $x^2 + 20y^2 - 24x - 116 = 0$     B.  $4y^2 + 4z^2 - 12z - 7 = 0$

C.  $\begin{cases} x^2 + 20y^2 - 24x - 116 = 0 \\ z = 0 \end{cases}$     D.  $\begin{cases} 4y^2 + 4z^2 - 12z - 7 = 0 \\ z = 0 \end{cases}$

19. (8-6) 曲线  $l: \begin{cases} x^2 + 4y^2 - z^2 = 16 \\ 4x^2 + y^2 + z^2 = 4 \end{cases}$  在  $xOy$  平面上的投影的方程是 ( ).

A.  $x^2 + y^2 = 4$     B.  $\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 4 \\ z = 0 \end{cases}$     C.  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ z = 0 \end{cases}$     D.  $\begin{cases} 4x^2 + y^2 = 4 \\ z = 0 \end{cases}$

20. (8-6) 方程  $\begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1 \\ y = 2 \end{cases}$  在空间解析几何中表示 ( ).

A. 椭圆柱面    B. 椭圆曲线    C. 两个平行面    D. 两条平行线

## 二、填空题

1. (8-2)  $(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b}) =$  \_\_\_\_\_.

2. (8-2) 已知向量  $\overrightarrow{AB}$  的终点  $B(2, -1, 7)$ , 它在  $x, y, z$  轴上的投影依次为  $4, -4, 7$ , 则  $\overrightarrow{AB}$  的始点坐标是 \_\_\_\_\_.

3. (8-2) 设  $\vec{a} = (2, -3, 1), \vec{b} = (1, -2, 3), \vec{c} = (2, 1, 2)$ , 向量  $\vec{v}$  与  $\vec{a}, \vec{b}$  同时垂直, 且在  $\vec{c}$  上的投影为 1, 则  $\vec{v} =$  \_\_\_\_\_.

4. (8-3) 过原点及过点  $(6, -3, 2)$ , 且与平面  $4x - y + 2z = 8$  垂直的平面方程为 \_\_\_\_\_.

5. (8-3) 通过  $z$  轴和点  $(-3, 1, -2)$  的平面方程为\_\_\_\_\_.
6. (8-3) 平行于  $x$  轴且经过两点  $(4, 0, -2)$  和  $(5, 1, 7)$  的平面方程为\_\_\_\_\_.
7. (8-3) 过点  $(5, -7, 4)$ ，且在  $x, y, z$  三个轴上截距相等的平面方程为\_\_\_\_\_.
8. (8-3) 过点  $(1, 0, -1)$  且平行于向量  $\vec{a} = (2, 1, 1)$  与  $\vec{b} = (1, -1, 0)$  的平面方程为\_\_\_\_\_.
9. (8-3) 过点  $(1, 2, 1)$  且垂直于两平面  $x + y = 0$  和  $5y + z = 0$  的平面方程为\_\_\_\_\_.
10. (8-4) 点  $(-1, 2, 0)$  在平面  $x + 2y - z + 1 = 0$  上的投影为\_\_\_\_\_.
11. (8-4) 设直线  $L: \frac{x}{1} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-3}{-1}$  上与点  $(3, 2, 6)$  的距离最近的点为\_\_\_\_\_.
12. (8-4) 直线  $\begin{cases} x - y + z = 1 \\ 2x + y + z = 4 \end{cases}$  的对称式方程为\_\_\_\_\_.
13. (8-5) 将  $xOy$  坐标面上的双曲线  $4x^2 - 9y^2 = 36$  绕  $x$  轴旋转一周，所生成的旋转曲面方程为\_\_\_\_\_，绕  $y$  轴旋转一周，所生成的旋转曲面方程为\_\_\_\_\_.

### 三、解答题

1. (8-2) 设  $|\vec{a}| = 4, |\vec{b}| = 3, \widehat{(\vec{a}, \vec{b})} = \frac{\pi}{6}$ ，求以  $\vec{a} + 2\vec{b}$  和  $\vec{a} - 3\vec{b}$  为边的平行四边形的面积.
2. (8-2) 已知  $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 5, \widehat{(\vec{a}, \vec{b})} = \frac{2\pi}{3}$ ，问  $\lambda$  为何值时，才能使  $\vec{A} = \lambda\vec{a} + 17\vec{b}$  与  $\vec{B} = 3\vec{a} - \vec{b}$  垂直.

3. (8-3) 求平面  $x + 2y - 2z + 6 = 0$  和平面  $4x - y + 8z - 8 = 0$  的交角的平分面方程.

4. (8-4) 求经过直线  $L_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-3}{-1}$  且平行于直线  $L_2: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$  的平面的方程.

5. (8-6) 求曲面  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  与平面  $x + z = 1$  的交线在  $xOy$  面上的投影方程.