第一章 行列式

一、填空题

- 1、确定排列 21354 的奇偶性 .(奇排列/偶排列)
- 2、设一排列为 67345218,则其逆序数为____.
- 3、按自然数从小到大为标准次序,排列 1352746 的逆序数为
- 5、按自然数从小到大为标准次序,排列 12345 的逆序数为
- 6、排列 7623451 的逆序数是 .

7、设
$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{vmatrix}$$
,则 $D =$ _____.

8、若
$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 1$$
,则 $\begin{vmatrix} 3a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 3a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 3a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$ ______.

9、若
$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$
 = 1,则 $\begin{vmatrix} 3a_{11} & 3a_{12} & 8 \\ 3a_{21} & 3a_{22} & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ = _____.

10、若
$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = 1$$
,则 $\begin{vmatrix} a_{11} & 3a_{12} & 0 \\ a_{21} & 3a_{22} & 0 \\ 0 & 6 & 1 \end{vmatrix} = \underline{\qquad}$.

11、设
$$D = \begin{vmatrix} 3 & -5 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -5 \\ -1 & 3 & 1 & 3 \\ 2 & -4 & -1 & -3 \end{vmatrix}$$
, 其 (i,j) 元的代数余子式为 A_{ij} ,则

$$-A_{21} + 3A_{22} + A_{23} + 3A_{24} = \underline{\hspace{1cm}}.$$

$$12、设行列式 D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 0 & 4 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}, 其 (i,j) 元的代数余子式为 A_{ij} ,则$$

$$A_{41} + A_{42} + A_{43} + A_{44} + A_{45} = \underline{\hspace{1cm}}.$$

13、三阶行列式
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -4 \\ -2 & 2 & 1 \\ -3 & 4 & -2 \end{vmatrix}$$
 中元素 4 的代数余子式 $A_{32} =$ _____.

二、选择题

(A)
$$n!$$
 (B) $-n!$ (C) $(-1)^n n!$ (D) $(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} n!$

2、若
$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 1$$
,则 $\begin{vmatrix} 3a_{11} & a_{12} & -a_{13} \\ 3a_{21} & a_{22} & -a_{23} \\ 3a_{31} & a_{32} & -a_{33} \end{vmatrix} =$ _____.

(A) 1 (B) 0 (C)
$$-3$$
 (D) 3

3、设
$$f(x) = \begin{vmatrix} 5x & 1 & 2 \\ x & x & 1 \\ 1 & 2 & x \end{vmatrix} = \dots + bx^3 + \dots$$
,则 $b = \underline{\qquad}$

4、已知
$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \ a_{21} & a_{22} & a_{23} \ a_{31} & a_{32} & a_{33} \ \end{vmatrix} = 3$$
,那么 $\begin{vmatrix} 2a_{11} & 2a_{12} & 2a_{13} \ a_{21} & a_{22} & a_{23} \ -2a_{31} & -2a_{32} & -2a_{33} \ \end{vmatrix} = \underline{\hspace{1cm}}$.

三、综合题

1. 计算行列式
$$D_n = \begin{vmatrix} a-b & b & \cdots & b \\ b & a-b & \cdots & b \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b & b & \cdots & a-b \end{vmatrix}$$
.

$$2、求解方程 \begin{vmatrix} x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & x \end{vmatrix} = 0.$$

5、计算行列式
$$\begin{vmatrix} 0 & 3 & 3 & 3 \\ 3 & 0 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 0 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 0 \end{vmatrix}$$
 的值.

$$6、计算行列式 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ -1 & 1 & 0 & b \\ 0 & -1 & 1 & c \\ 0 & 0 & -1 & d \end{vmatrix}.$$

8. 行列式
$$D = \begin{vmatrix} -1 & 5 & 7 & -8 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -9 & 6 \\ -3 & 4 & 3 & 7 \end{vmatrix}$$
, 求 $5A_{14} + A_{24} + A_{44}$ (其中 A_{i4} 为第 i 行第 4 列元素的

代数余子式)

11、计算四阶行列式
$$\begin{vmatrix} 1 & 10 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \\ 3 & 5 & 6 & 1 \\ 1 & -2 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$
.

12、计算四阶行列式 $D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -5 \\ -1 & 3 & 1 & 3 \\ 2 & -4 & -1 & -3 \end{vmatrix}$.