# 第 10 章 重积分（题库）

## 一、选择题

1.（10-1）函数 $f(x,y)$ 在有界闭区域 $D$ 上连续是二重积分 $\iint\limits_D f(x,y)\mathrm{d}\sigma$ 存在的（　　）条件.

A. 充分不必要　　B. 必要不充分　　C. 充要　　D. 既不充分也不必要

2.（10-1）已知 $I_1=\iint\limits_D (x+y)\mathrm{d}\sigma, I_2=\iint\limits_D (x+y)^2\mathrm{d}\sigma$，其中积分区域 $D$ 是由 $x$ 轴、$y$ 轴与直线 $x+y=1$ 所围成，则 $I_1, I_2$ 的大小顺序为（　　）.

A. $I_1 \ge I_2$　　B. $I_1 \le I_2$　　C. $I_1 = I_2$　　D. 无法判定

3.（10-1）已知 $I_1=\iint\limits_D \ln(x+y)\mathrm{d}\sigma$ 与 $I_2=\iint\limits_D [\ln(x+y)]^2\mathrm{d}\sigma$，其中 $D$ 是三角形闭区域，三顶点分别为 $A(1,0)$、$B(1,1)$、$C(2,0)$，则 $I_1, I_2$ 的大小顺序为（　　）.

A. $I_1 \ge I_2$　　B. $I_1 \le I_2$　　C. $I_1 = I_2$　　D. 无法判定

4.（10-1）估计二重积分 $I=\iint\limits_D xy(x+y)\mathrm{d}\sigma$ 的值为（　　）,其中积分区域 $D=\{(x,y)|\,0\le x\le 1, 0\le y\le 1\}$.

A. $1\le I\le 2$　　B. $2\le I\le 4$　　C. $0\le I\le 2$　　D. $0\le I\le 1$

5.（10-1）设积分区域 $D=\{(x,y)\,|\,0\le y\le\sqrt{a^2-x^2}, 0\le x\le a\}$，根据二重积分的几何意义可知 $\iint\limits_D \sqrt{a^2-x^2-y^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$（　　）.

A. $\dfrac{\pi a^3}{3}$　　B. $\dfrac{\pi a^3}{2}$　　C. $\dfrac{\pi a^3}{6}$　　D. $\dfrac{\pi a^3}{9}$

6.（10-1）设积分区域 $D=\{(x,y)|\; x^2+y^2\le 1\}$，根据二重积分的几何意义可知 $\iint\limits_D \sqrt{1-x^2-y^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$（　　）.

A. $\dfrac{4\pi}{3}$　　B. $\dfrac{2\pi}{3}$　　C. $\dfrac{\pi}{3}$　　D. 1

7.（10-1）设平面薄片所占的闭区域 $D=\{(x,y)|\; x^2+y^2\le a^2\}$ $(a>0)$，它的面密度函数为 $\rho(x,y)=1$，则该薄片的质量为（　　）.

A. $\pi a^2$　　B. $2\pi a^2$　　C. $3\pi a^2$　　D. $4\pi a^2$

8.（10-2）设 $f(x,y)$ 是连续函数，则二次积分 $\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^{1-x} f(x,y)\mathrm{d}y$ 交换积分次序后为（　　）.

A. $\int_0^{1-x}\mathrm{d}y\int_0^1 f(x,y)\mathrm{d}x$　　B. $\int_0^1\mathrm{d}y\int_0^{1-x} f(x,y)\mathrm{d}x$

C. $\int_0^1\mathrm{d}y\int_0^1 f(x,y)\mathrm{d}x$　　D. $\int_0^1\mathrm{d}y\int_0^{1-y} f(x,y)\mathrm{d}x$

9.（10-2）设 $f\left(x,y\right)$是连续函数，则二次积分$\int_0^1 \mathrm{d}x\int_0^{x^2} f\left(x,y\right)\mathrm{d}y$交换积分次序后为（　　）.

A. $\int_0^1 \mathrm{d}y\int_0^{\sqrt{y}} f\left(x,y\right)\mathrm{d}x$　　B. $\int_0^{x^2} \mathrm{d}y\int_0^1 f\left(x,y\right)\mathrm{d}x$

C. $\int_0^1 \mathrm{d}y\int_{\sqrt{y}}^1 f\left(x,y\right)\mathrm{d}x$　　D. $\int_0^1 \mathrm{d}y\int_0^{x^2} f\left(x,y\right)\mathrm{d}x$

10.（10-2）设 $f\left(x,y\right)$是连续函数，则二次积分$\int_2^4 \mathrm{d}y\int_y^4 f\left(x,y\right)\mathrm{d}x$交换积分次序后为（　　）.

A. $\int_2^4 \mathrm{d}y\int_2^x f\left(x,y\right)\mathrm{d}x$　　B. $\int_2^4 \mathrm{d}x\int_x^2 f\left(x,y\right)\mathrm{d}y$

C. $\int_2^4 \mathrm{d}x\int_2^x f\left(x,y\right)\mathrm{d}y$　　D. $\int_2^4 \mathrm{d}y\int_x^2 f\left(x,y\right)\mathrm{d}x$

11.（10-2）设 $f\left(x,y\right)$是连续函数，则二次积分$\int_0^1 \mathrm{d}y\int_0^y f\left(x,y\right)\mathrm{d}x$交换积分次序后为（　　）.

A. $\int_0^1 \mathrm{d}y\int_1^x f\left(x,y\right)\mathrm{d}x$　　B. $\int_0^1 \mathrm{d}x\int_x^1 f\left(x,y\right)\mathrm{d}y$

C. $\int_0^1 \mathrm{d}x\int_1^x f\left(x,y\right)\mathrm{d}y$　　D. $\int_0^1 \mathrm{d}y\int_y^1 f\left(x,y\right)\mathrm{d}x$

12.（10-2）把二重积分$\iint\limits_D f\left(x,y\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中积分区域$D=\left\{\left(x,y\right)\middle|1\le x^2+y^2\le 4\right\}$表示为极坐标形式的二次积分为

（　　）.

A. $\int_0^{\pi} \mathrm{d}\theta\int_1^2 f\left(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta\right)\rho\,\mathrm{d}\rho$　　B. $\int_0^{2\pi} \mathrm{d}\theta\int_1^2 f\left(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta\right)\rho\,\mathrm{d}\rho$

C. $\int_0^{2\pi} \mathrm{d}\theta\int_0^2 f\left(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta\right)\rho\,\mathrm{d}\rho$　　D. $\int_0^{\pi} \mathrm{d}\theta\int_0^1 f\left(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta\right)\rho\,\mathrm{d}\rho$

13.（10-2）把二重积分$\iint\limits_D f\left(x,y\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中积分区域$D=\left\{\left(x,y\right)\middle|4\le x^2+y^2\le 9\right\}$表示为极坐标形式的二次积分为

（　　）.

A. $\int_0^{\pi} \mathrm{d}\theta\int_1^2 f\left(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta\right)\rho\,\mathrm{d}\rho$　　B. $\int_0^{2\pi} \mathrm{d}\theta\int_1^3 f\left(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta\right)\rho\,\mathrm{d}\rho$

C. $\int_0^{\pi} \mathrm{d}\theta\int_0^2 f\left(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta\right)\rho\,\mathrm{d}\rho$　　D. $\int_0^{2\pi} \mathrm{d}\theta\int_2^3 f\left(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta\right)\rho\,\mathrm{d}\rho$

14.（10-2）把二重积分$\iint\limits_D f\left(x,y\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中积分区域$D=\left\{\left(x,y\right)\mid x^2+y^2\le a^2\right\}\left(a>0\right)$表示为极坐标形式的二次积分为（　　）.

A. $\int_0^{2\pi} \mathrm{d}\theta\int_0^a f\left(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta\right)\rho\,\mathrm{d}\rho$　　B. $\int_0^{2\pi} \mathrm{d}\theta\int_a^0 f\left(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta\right)\rho\,\mathrm{d}\rho$

C. $\int_0^{\pi} \mathrm{d}\theta\int_0^a f\left(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta\right)\rho\,\mathrm{d}\rho$　　D. $\int_0^{\pi} \mathrm{d}\theta\int_a^0 f\left(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta\right)\rho\,\mathrm{d}\rho$

15.（10-2）设闭区域$D$：$0\le x\le 1, 0\le y\le 1$，则二重积分$\iint\limits_D xy\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$（　　）.

A. 1　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. $\dfrac{1}{8}$　　D. $\dfrac{1}{4}$

16.（10-2）设闭区域$D$：$0\le x\le 1, 0\le y\le 1$，则二重积分$\iint\limits_D xy^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$（　　）.

A. $0$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{1}{6}$

17.（10-3）设空间闭区域$\Omega=\left\{(x,y,z)\mid 0\le x\le 1,0\le y\le 1,0\le z\le 1\right\}$，则三重积分$\iiint\limits_\Omega xyz\mathrm{d}V=$（　　）.

A. $\frac{1}{8}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 1

18.（10-3）设空间闭区域$\Omega=\left\{(x,y,z)\mid x^2+y^2+z^2\le 9\right\}$，则三重积分$\iiint\limits_\Omega \mathrm{d}V=$（　　）.

A. $36\pi$　　B. $144\pi$　　C. $81\pi$　　D. $\pi$

19.（10-4）平面$3x+2y+z=1$被柱面$2x^2+y^2=1$所割下部分的平面面积为（　　）.

A. $\sqrt{14}\pi$　　B. $\sqrt{7}\pi$　　C. $2\sqrt{7}\pi$　　D. $3\sqrt{7}\pi$

20.（10-4）锥面$x^2+y^2=z^2$被柱面$y^2+x^2=2x$所割下部分的曲面面积为（　　）.

A. $\pi$　　B. $\sqrt{2}\pi$　　C. $2\sqrt{2}\pi$　　D. $3\sqrt{2}\pi$

## 二、填空题

1.（10-1）设闭区域$D=\left\{(x,y)\mid x^2+y^2\le 1\right\}$，则$\frac{1}{\pi}\iint\limits_D \mathrm{d}x\mathrm{d}y=$________________.

2.（10-1）设$D$是由直线$y=1, x=2$及$y=x$所围成的闭区域，则$\iint\limits_D \mathrm{d}\sigma=$________________.

3.（10-1）设闭区域$D=\left\{(x,y)\mid \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}\le 1\right\}$，则$\iint\limits_D \mathrm{d}\sigma=$________________.

4.（10-1）设平面薄片所占的闭区域$D=\left\{(x,y)\mid x^2+y^2\le 1\right\}$，它的面密度为$\rho(x,y)=1$，则该薄片的质量为________________.

5.（10-4）半径是 1 的球面的面积为________________.

## 解答题

6.（10-2）计算二重积分$\iint\limits_D xy^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中$D$是由$y=x, xy=1, x=2$所围成的闭区域.

7.（10-2）计算二重积分$\iint\limits_{D}\frac{x^2}{y^2}\mathrm{d}\sigma$，其中$D$是由直线$x=2, y=x$及曲线$xy=1$所围成的闭区域.

8.（10-2）利用极坐标计算二重积分$\iint\limits_{D}\sqrt{x^2+y^2}\mathrm{d}\sigma$，其中$D$是圆环形闭区域$\left\{\left(x,y\right)|1\le x^2+y^2\le 4\right\}$.

9.（10-2）利用极坐标计算二重积分$\iint\limits_{D}\sqrt{x^2+y^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中$D$是圆环形闭区域$\left\{\left(x,y\right)|4\le x^2+y^2\le 9\right\}$.

10.（10-2）利用极坐标计算二重积分$\iint\limits_{D}\mathrm{e}^{x^2+y^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中$D$是圆环形闭区域$\left\{\left(x,y\right)\middle|1\le x^2+y^2\le 4\right\}$.

11.（10-2）利用极坐标计算二重积分 $\iint\limits_{D}(x+y)\mathrm{d}\sigma$，其中 $D$ 是由圆周 $x^2+y^2=1$ 所围成的位于第一象限的闭区域.

12.（10-2）利用极坐标计算二重积分 $\iint\limits_{D}\left(x^2+y^2\right)\mathrm{d}\sigma$，其中 $D$ 是由 $x^2+y^2=4$ 所围成的闭区域.