第 6 章 定积分的应用

6.2 定积分在几何学上的应用

1. 曲线 $y=x(x-1)(x-2)$ 以及 x 轴所围图形的面积为（　　）.

A. $\int_0^2 x(x-1)(x-2)\mathrm{d}x$　　B. $\int_0^1 x(x-1)(x-2)\mathrm{d}x-\int_1^2 x(x-1)(x-2)\mathrm{d}x$

C. $\int_0^1 x(x-1)(x-2)\mathrm{d}x$　　D. $\int_0^1 x(x-1)(x-2)\mathrm{d}x+\int_1^2 x(x-1)(x-2)\mathrm{d}x$

2. 设 $f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 上连续，则曲线 $y=f(x)$、直线 $x=a$、$x=b$ 及 x 轴所围成的平面图形的面积为（　　）.

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$　　B. $\left|\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\right|$　　C. $-\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$　　D. $\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$

3. 平面图形由曲线 $y=\sin x, x\in[0,\frac{2\pi}{3}]$、直线 $x=\frac{2\pi}{3}$ 及 x 轴所围成，则此平面图形的面积为（　　）.

A. $\frac{4}{3}$　　B. $\frac{3}{2}$　　C. $\frac{4}{3}\pi$　　D. $\frac{2}{3}\pi$

4. 曲线 $y=\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$ 上相应于 $0\le x\le 3$ 的一段弧长 $l=$___________.

5. 平面图形由曲线 $y=x^3$，$x=2$ 及 $y=0$ 所围成，则此平面图形的面积 $A=$___________.

6. 椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ 所围成的图形的面积___________.

7. 计算直线 $y=x$ 与抛物线 $y=\sqrt{x}$ 所围成的图形的面积.

8. 计算由抛物线 $y^2 = x$ 与抛物线 $y = x^2$ 所围成的图形的面积.

9. 计算由直线 $y = x - 4$，曲线 $y = \sqrt{2x}$ 以及 x 轴所围成的图形的面积.

10. 计算抛物线 $y^2 = x$ 由直线 $y = 2 - x$ 所围成的图形的面积.

11. 计算直线 $y = \mathrm{e}$，曲线 $y = \mathrm{e}^x$ 及直线 $x = 0$ 所围成的图形的面积.

12. 计算直线 $y = 2x + 3$ 与抛物线 $y = x^2$ 所围成的图形的面积.

13. 计算曲线 $y=\frac{1}{x}$，直线 $y=x$ 及直线 $x=3$ 所围成的图形的面积.

14. 计算由曲线 $y=x^3$，直线 $x=1$ 及直线 $y=0$ 所围的图形绕 x 轴旋转一周而成的旋转体的体积.

15. 计算由曲线 $y=x^2+1$，直线 $x=-1$，直线 $x=2$ 及直线 $y=0$ 所围的图形绕 x 轴旋转一周而成的旋转体的体积.

16. 计算由曲线 $y=x^3$,直线 $x=2$ 和直线 $y=0$ 所围的图形绕 y 轴旋转一周而成的旋转体的体积.

17. 计算由曲线 $y=\sin x(x\in[0,\pi])$ 与 x 轴所围的图形绕 x 轴旋转一周而成的旋转体的体积.

6.3 定积分在物理学上的应用

1. 由实验知道，弹簧在拉伸过程中，需要的力 F (单位：N)，与拉伸量 s (单位：cm)成正比，即

$$F = ks\text{(}k\text{ 是比例常数),}$$

如果把弹簧由原长拉伸 6cm，则所作的功 $W =$ ____________ (J).

2. 设一质点距原点 x 米时，受 $F(x) = x^2 + 2x$ 牛顿力的作用，则质点在 F 作用，从 $x = 1$ 米移动到 $x = 3$ 米，力所作的功 $W =$ ____________ (J).