

## 第五章 相似矩阵及二次型

### 一、填空题

1. 设 3 阶方阵  $A$  的特征值分别为  $-1, 1, 2$ , 则  $|A| = \underline{\hspace{2cm}}$ .
2. 设 3 阶方阵  $A$  的特征值为  $2, 3, 4$ , 则  $A$  的对角元素之和为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
3. 设 3 阶方阵  $A$  的行列式  $|A| = 8$ , 已知  $A$  有 2 个特征值  $-1$  和  $4$ , 则  $A$  的另一特征值为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
4. 若  $A$  为三阶方阵, 其特征值为  $-1, 2, 3$ , 则  $|A| = \underline{\hspace{2cm}}$ .
5. 设三阶方阵  $A$  的特征值为  $2, 3, 4$ , 则  $|A| = \underline{\hspace{2cm}}$ .
6. 设三阶矩阵  $A$  的特征值为  $1, 2, 3$ , 则  $|A| = \underline{\hspace{2cm}}$ .
7. 设三阶方阵  $A$  的特征值为  $0, 2, 3$ , 则  $|A| = \underline{\hspace{2cm}}$ .
8. 若  $A$  是正交矩阵且  $|A| > 0$ , 则  $|A| = \underline{\hspace{2cm}}$ .

### 二、选择题

1. 已知  $0$  是矩阵  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & a \end{pmatrix}$  的特征值, 则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ .  
(A)  $0$                       (B)  $-1$                       (C)  $1$                       (D)  $2$
2. 设  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  为标准正交向量组, 则  $\|4\alpha_1 - 7\alpha_2 + 4\alpha_3\| = \underline{\hspace{2cm}}$ .  
(A)  $9$                       (B)  $81$                       (C)  $8$                       (D)  $28$
3. 设  $A$  是  $n$  阶方阵, 满足  $A^2 = E$ , 则  $\underline{\hspace{2cm}}$ .  
(A)  $A$  的行列式为  $1$                       (B)  $A - E, A + E$  不同时可逆  
(C)  $A$  的伴随矩阵  $A^* = A^{-1}$                       (D)  $A$  的特征值全是  $1$
4. 设  $\alpha = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \beta = \begin{bmatrix} \lambda \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ , 若  $\alpha$  与  $\beta$  正交, 则  $\lambda$  等于  $\underline{\hspace{2cm}}$ .  
(A)  $1$                       (B)  $0$                       (C)  $-1$                       (D)  $2$
5. 若  $n$  维向量  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_9$  是一组两两正交的非零向量, 则  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

(A)  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_9$  线性无关

(B)  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_9$  线性相关

(C)  $\alpha_1 \alpha_2 \neq 0$

(D)  $\alpha_1^T \alpha_1 \neq 0$

### 三、综合题

1. 求矩阵  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & 0 \\ 5 & 2 & -4 \end{pmatrix}$  的特征值与特征向量.

2. 求矩阵  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 6 \end{pmatrix}$  的特征值与特征向量.

3. 求矩阵  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -4 \\ -2 & -4 & 5 \end{pmatrix}$  的特征值与特征向量.

4. 求矩阵  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$  的特征值和特征向量.

5. 求矩阵  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -4 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$  的特征值和特征向量.

6. 求矩阵  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$  的特征值和特征向量.

7. 求矩阵  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$  的特征值和特征向量.

8. 求矩阵  $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$  的特征值和特征向量.

9. 求矩阵  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -4 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$  的特征值和特征向量.

10、求矩阵  $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$  的特征值和特征向量.