

第二章

一、填空题

1、设向量 $\alpha = (1 \ 1 \ 2)^T$ ，则 $\alpha^T \alpha =$ _____.

2、若 $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -3 & 5 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$ ，则 $BC =$ _____.

3、若 $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ， $C = \begin{pmatrix} 2013 & 0 \\ 0 & 2013 \\ 2013 & 2013 \end{pmatrix}$ ，则 $BC =$ _____.

4、设 $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ ，则 $(A - 2E)^{-1} =$ _____.

5、设 $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ ，则 $(A - 2E)^{-1} =$ _____.

6、设矩阵 A 满足 $A^2 + A - E = 0$ ，其中 E 为单位矩阵，则 $A^{-1} =$ _____.

7、设 n 阶方阵 A 满足 $A^2 + 2A - 9E = O$ ，则 $A^{-1} =$ _____.

8、若 A 为三阶方阵，且 $|A| = 2$ ，则 $|A^*| =$ _____.

9、若 A 为三阶方阵，且 $|A| = 2$ ，则 $|A^* - A^{-1}| =$ _____.

10、设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ，则 $A^n =$ _____.

11. 若矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ，则 $A^n =$ _____.

12. 设 $f(x) = x^2 + x + 2$ ， $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ ，则 $f(A) =$ _____.

13. 设 A 为 n 阶方阵，满足 $A^2 + A + 2E = 0$ ，则 $A^{-1} =$ _____.

14. 设 A 为 3 阶矩阵，且 $|A| = m$ ，则 $|-mA| =$ _____.

15. 若 A 与 B 均为 4 阶方阵， $|A| = 2, |B| = -2$ ，则 $|3AB^{-1}| =$ _____.

16. 若设 $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, 则 $(A-E)^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

17. 计算 $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$.

18. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, 则 $A^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

19. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

二、选择题

1. 设 A, B 均为 m 阶矩阵, 下列命题正确的是_____.

(A) $A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$

(B) $AB = BA$

(C) $|AB| = |BA|$

(D) $(A+B)^2 = A^2 + B^2 + 2AB$

2. 如果 A 为 4 阶方阵, 且 $|A| = -2$, 则 $|A^*| = \underline{\hspace{2cm}}$.

(A) -2

(B) 4

(C) -8

(D) 8

3. 设 A 是 5 阶矩阵, 则 $|-A| = \underline{\hspace{2cm}}$.

(A) $-4|A|$

(B) $-|A|$

(C) $|A|$

(D) $4|A|$

4. 设 A, B, C, O 均为 n 阶方阵, 则下列说法正确的是_____.

(A) $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

(B) 行列式 $|AB| = |BA|$

(C) 若 $AB = O$, 则必有 $A = O$ 或 $B = O$

(D) 若 $AB = AC$, 且 $A \neq O$, 则

$B = C$

5. 设 A 为 n 阶可逆矩阵, 下列运算中正确的是_____.

(A) $(2A)^T = 2A^T$

(B) $(3A)^{-1} = 3A^{-1}$

(C) $[(A^T)^T]^{-1} = [(A^{-1})^{-1}]^T$

(D) $(A^T)^{-1} = A$

6. 设 A, B 均为 n 阶矩阵, 则下列说法正确的是_____.

(A) $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ (B) 当 $AB = AC$ 且 $A \neq 0$ 时 $B = C$

(C) $|AB| = |BA|$ (D) $|A-B| = |A| - |B|$

7、分块矩阵 $M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$, 则 M 的转置 $M^T =$ _____.

(A) $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ (B) $\begin{pmatrix} A^T & C^T \\ B^T & D^T \end{pmatrix}$ (C) $\begin{pmatrix} A & C \\ B & D \end{pmatrix}$ (D) $\begin{pmatrix} A^T & B^T \\ C^T & D^T \end{pmatrix}$

8、设 A 和 B 均为 $n \times n$ 矩阵, 则必有_____.

(A) $|A+B| = |A| + |B|$ (B) $AB = BA$

(C) $(A+B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$ (D) $|AB| = |BA|$

9、设 A, B 均为 n 阶方阵, 且满足 $(AB)^2 = E$, 则下列命题中不正确的是_____.

(A) $A = B^{-1}$ (B) $ABA = B^{-1}$ (C) $BAB = A^{-1}$ (D) $(BA)^2 = E$

10、设 A, B, C 为同阶矩阵, 且 A 可逆, 下列各式_____必成立.

(A) 若 $AB = AC$, 则 $B = C$ (B) 若 $AB = CB$, 则 $A = C$

(C) 若 $AC = BC$, 则 $A = B$ (D) 若 $BC = O$, 则 $B = O$

11、若 m 阶行列式 $|A| = 2$, n 阶行列式 $|B| = -2$, 则 $m+n$ 阶行列式 $\begin{vmatrix} A & O \\ O & B \end{vmatrix}$ 的值为_____.

(A) 0 (B) -1 (C) 4 (D) -4

12、设 A 是 3 阶矩阵, 则 $|-A| =$ _____.

(A) $-3|A|$ (B) $|A|$ (C) $-|A|$ (D) $3|A|$

13、下列矩阵中不是初等阵的_____.

(A) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ (B) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

(C) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ (D) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

14、设 A, B 分别为 $m \times n$ 和 $n \times m$ 矩阵 ($m \neq n$), 则 _____ 的运算结果不是 n 阶方阵.

(A) BA (B) AB
(C) $(BA)^T$ (D) $A^T B^T$

15. 设 A, B 均为 n 阶方阵, 则下列条件__是 $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$ 成立的必要条件.

- (A) $A = E$ 或 $B = E$ (B) $A = 0$ 或 $B = 0$
(C) $A = B$ (D) $AB = BA$

16. 设 A 为 3 阶方阵, 且 $|A| = 2, |2A^*| = \underline{\hspace{2cm}}$.

- (A) 4 (B) 8
(C) 16 (D) 32

17. 设 A 为 4 阶方阵, 且 $|A| = 2, |A^*| = \underline{\hspace{2cm}}$.

- (A) 2 (B) 4
(C) 8 (D) 16

18. 设 A, B 分别为 n 阶方阵, λ 是实数, 则下列等式错误的是__.

- (A) $|A+B| = |A| + |B|$ (B) $|AB| = |A||B|$
(C) $|A^T| = |A|$ (D) $|2A| = 2^n |A|$

19. 设 A, B 是 n 阶可逆方阵, O 为 n 阶零矩阵, 则 $\begin{pmatrix} O & A \\ B & O \end{pmatrix}^{-1}$ 为__.

- (A) $\begin{pmatrix} O & A^{-1} \\ B^{-1} & O \end{pmatrix}$ (B) $\begin{pmatrix} O & B^{-1} \\ A^{-1} & O \end{pmatrix}$
(C) $\begin{pmatrix} O & -B^{-1} \\ -A^{-1} & O \end{pmatrix}$ (D) $\begin{pmatrix} A^{-1} & O \\ O & B^{-1} \end{pmatrix}$

20. 如果方程组 $\begin{cases} 2x_1 + \lambda x_2 - x_3 = 1 \\ \lambda x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 = -1 \end{cases}$ 有唯一解, 则__.

- (A) $\lambda = -\frac{4}{5}$ (B) $\lambda = 1$ (C) $\lambda \neq -\frac{4}{5}$ 且 $\lambda \neq 1$ (D) $\lambda = -\frac{4}{5}$ 或 1

21. A^* 为 n 阶方阵 A 的伴随矩阵, 则 $|A^*A| = \underline{\hspace{2cm}}$.

- (A) $|A|$; (B) $|A|^2$; (C) $|A|^{n-1}$; (D) $|A|^n$.

22. A 和 B 均为 n 阶方阵, 且 $(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$, 则必有_____

- (A) $A = E$ (B) $B = E$ (C) $A = B$ (D) $AB = BA$

23. 设 A 为方阵, 如果有矩阵关系 $AB = AC$, 则必有_____.

(A) $A = O$ (B) $B \neq C$ 时 $A = O$

(C) $A \neq O$ 时 $B = C$ (D) $|A| \neq 0$ 时 $B = C$

24、设 A 是上(下)三角矩阵, 那么 A 不可逆的充分必要条件是 A 的主对角线元素为_____.

(A) 全都非负 (B) 一定有零 (C) 全不为零 (D) 没有限制

25、分块矩阵 $M = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ 则 M 的转置 $M^T =$ _____.

(A) $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} A^T & B^T \\ C^T & D^T \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} A^T & C^T \\ B^T & D^T \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} A & C \\ B & D \end{bmatrix}$

26、以下说法正确的是_____.

(A) 计算任意 n 行列式可以使用对角线法.

(B) 设 A, B, C, O 均为 n 阶方阵, 若 $AB = AC$, 且 $A \neq O$, 则 $B = C$.

(C) 设 A 是 $m \times n$ 阶矩阵, A 的秩 $R(A) = r$, 则 A 中所有 r 阶子式都不等于 0.

(D) 线性方程组的 Cramer 法则只有当线性方程组变量个数与方程个数相同, 而且系数行列式不等于零时才有效, 其它情况无法应用.

三、解答题

1、设 A, B 为三阶方阵, 其中 $|A| = -2$, $|B| = 5$, 求 $|2(AB)^5|$.

2、设 $P^{-1}AP = \Lambda$, 其中 $P = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $\Lambda = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, 求 A^{11} .

3、设 A 为三阶矩阵, A^* 为 A 的伴随矩阵, 且 $|A| = \frac{1}{2}$, 求 $|(3A)^{-1} - 2A^*|$.

4、设 $A = \text{diag}(1, -2, 1)$, $A^*BA = 2BA - 8E$, 其中 A^* 是 A 的伴随矩阵, E 为单位矩阵, 求 B .

5、设 \mathbf{A} 为 3 阶矩阵, \mathbf{A}^* 为 \mathbf{A} 的伴随矩阵, 且 $|\mathbf{A}| = \frac{1}{2}$, 求 $|(2\mathbf{A})^{-1} - 5\mathbf{A}^*|$.

6、设 A, B 为三阶方阵, 其中 $|A| = -5$, $|B| = 2$, 求 $|3(AB)^5|$.

7、已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -6 & 2 \end{pmatrix}$, 计算 AB 和 $A^2 - 5A + 2E$.

8、设 n 阶方阵 A 满足 $A^2 + 2A - 9E = O$ ，证明：(1) A 可逆，并求 A^{-1} ；

(2) $A + 4E$ 可逆，并求 $(A + 4E)^{-1}$ 。

9. 已知矩阵 $A=(1,2,1)$ 和 $B=(1,1,2)$ ，求 $(A^T B)^k$ (k 为正整数)。

10. 已知矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ 和 $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & 4 \\ 0 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ ，求矩阵 $2A-B$ 及 $A^T B$ 。

11. 已知矩阵 $A=(1,1,2)$ 和 $B=(2,1,1)$ ，求 $(A^T B)^k$ (k 为正整数)。

12、设 $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ， $AX=2X+A$ ，求矩阵 X 。

13、设方阵 A 满足 $A^2 + 2A - 3E = O$ ，证明 $A, A + 4E$ 均可逆，并求它们的逆矩阵。

14、设 $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ，求 A^{-1} 。

15、已知 $f(x) = x^2 + 4x - 1$ ， $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ ，求 $f(A)$ 。

16、设 $P^{-1}AP = \Lambda$ ，其中 $P=\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ， $\Lambda=\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ ，求 A^n 。

17、设 A 为 3 阶矩阵， A^* 为 A 的伴随矩阵，且 $|A|=1$ ，求 $|(5A)^{-1} - 3A^*|$ 。

18、设 $A = \text{diag}(1, -2, 1)$ ， $A^*BA = 2BA - 8E$ ，其中 A^* 是 A 的伴随矩阵， E 为单位矩阵，求 B 。