

# 第三次作业

2022 年 4 月 14 日

## 1 作业

### 1.1 书面作业

1. (Page74, 3.2) 方程  $2x^3 - 5x^2 - 19x + 42 = 0$  在  $x = 3.0$  附近有根, 写出该方程的三种不同的等价形式, 并判断迭代格式在  $x = 3.0$  的收敛性.

2. (Page107, 5.1(2)) 计算下列矩阵的  $\|A\|_1$ ,  $\|A\|_2$ ,  $\|A\|_\infty$  三种范数: (2)  $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ -1 & 1 & 6 \end{pmatrix}$

3. (Page107, 5.2(2)) 计算下列矩阵的谱半径以及其2-范数: (2)  $B = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 2 \\ 2 & 6 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$

### 1.2 上机作业

1. (Page186, Project10) 用Newton迭代法求解非线性方程组

$$\begin{cases} f(x) = x^2 + y^2 - 1 = 0 \\ g(x) = x^3 - y = 0 \end{cases} \quad (1)$$

取  $\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.8 \\ 0.6 \end{pmatrix}$ , 误差控制  $\max(|x_k|, |y_k|) \leq 10^{-5}$ .

输入: 初始点  $(x_0, y_0) = (0.8, 0.6)$ , 精度控制  $e$ , 定义函数  $f(x), g(x)$ .

输出: 迭代次数  $k$ , 第  $k$  步的迭代解  $(x_k, y_k)$ .

2. (Page187, Project21(1)) 用二阶Rouge-Kutta公式求解常微分方程组初值问题

$$\begin{cases} y'(x) = f(x, y) \\ y(a) = y_0; \end{cases}, a \leq x \leq b \quad (2)$$

(1) 求解初值问题

$$\begin{cases} y'(x) = y \sin \pi x \\ y(0) = 1; \end{cases} \quad (3)$$

输入: 区间剖分点数  $n$ , 区间端点  $a, b$ , 定义函数  $y'(x) = f(x, y)$ .

输出:  $y_k, k = 1, 2, \dots, n$ .

3. (Page187, Project22) 用改进的Euler公式求解常微分方程组初值问题计算公式:

$$\begin{pmatrix} \bar{y}_{n+1} \\ \bar{z}_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_n \\ z_n \end{pmatrix} + h \begin{pmatrix} f(x_n, y_n, z_n) \\ g(x_n, y_n, z_n) \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{pmatrix} y_{n+1} \\ z_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_n \\ z_n \end{pmatrix} + \frac{h}{2} \left[ \begin{pmatrix} f(x_n, y_n, z_n) \\ g(x_n, y_n, z_n) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} f(\bar{x}_{n+1}, \bar{y}_{n+1}, \bar{z}_{n+1}) \\ g(\bar{x}_{n+1}, \bar{y}_{n+1}, \bar{z}_{n+1}) \end{pmatrix} \right] \quad (5)$$

输入: 区间剖分点数 $N$ , 区间端点 $a, b$ , 定义函数

$$y'(x) = f(x, y, z), z'(x) = g(x, y, z) \quad (6)$$

输出:  $(y_k, z_k)$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$

利用上述方法, 求解课本Page156例题7.7:

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = 0.09u(1 - \frac{u}{20}) - 0.45uv \\ \frac{dv}{dt} = 0.06u(1 - \frac{v}{15}) - 0.001uv \\ u(0) = 1.6 \\ v(0) = 1.2 \end{cases} \quad (7)$$

## 2 上交截止时间

请于2022年4月29日23: 59: 59之前, 上传至Blackboard平台对应作业栏处。

迟交情况按照相关规定执行。