No.
Date.

Matrix

lecture 10

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \\ a_{22} & & \\ & & \\ & & a_{mn} \end{bmatrix}$$

صف — عمود

اكثره صفوف

$$A = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}$$

عمود واحد وعدة صفوف

$A = [a_1, a_2 .. a_n]$

صف واحد وعدد من الاعمدة

انواع الـ Matrix

1- identify matrix $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \cdots 0 & 0 \\ 0 & 1 \cdots 0 & \\ 0 \cdots 0 & 1 & 0 \\ 0 \cdots 0 & \cdots 0 & 1 \end{bmatrix}$

مصفوفة محايدة

كلها صفر بس اقطاره واحد

قطر رئيسي

قطر ثانوي

2- diagonal matrix $D = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ & a_2 & 0 \\ 0 & 0 & a_n \end{bmatrix}$

مصفوفة القطرية

عناصر قطر الرئيسي ليس بالضروري ان تكون متساوية

3- triangular matrix

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

upper

الاصفار اسفل القطر الرئيسي

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

lower

الاصفار فوق قطر الرئيسي

4- null matrix $O = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

العدم

1- Equality تساوي مصفوفتين $a_{ij} = b_{ij}$

EX/ $\begin{bmatrix} x-2y & 0 \\ -2 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -2 & x+y \end{bmatrix}$

$x-2y=3$

$2x+2y=6*2$

$3x=15 \quad x=5$

$y=1$

$\begin{bmatrix} a & b \\ c & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e & f \\ G & H \end{bmatrix}$

$a=e \quad b=f$

$c=G \quad D=K$

2 addition جمع + طرح المصفوفات

يجب ان تكون عدد الاعمده والصفوف متساويه

3×3 او 2×2

متساويه في الصفوف والعمود

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$$

$$A \mp \begin{bmatrix} a_{11} \mp b_{11} & a_{12} \mp b_{12} \\ a_{21} \mp b_{21} & a_{22} \mp b_{22} \end{bmatrix}$$

صفات عملية الجمع

1) $A + B = B + A$

2) $B + (A + C) = (B + C) + A$

3) $A - (B - C) = A - B + C$

EX/
$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} 2+1 & 1-2 & 3+2 \\ 1+2 & 0+3 & -2-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 5 \\ 3 & 3 & -3 \end{bmatrix}$$

$$A - B = \begin{bmatrix} 2-1 & 1+2 & 3-2 \\ 1-2 & 0-3 & -2+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ -1 & -3 & -1 \end{bmatrix}$$

3 multiplication by a scalar ضرب المصفوفة في ثابت

$$CA = \begin{bmatrix} ca_{11} & ca_{12} \\ ca_{21} & ca_{22} \end{bmatrix}$$

EX
$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 5 & -1 \end{bmatrix}$$ find 3A

$$3A = \begin{bmatrix} 3 \times 3 & 2 \times 3 & 1 \times 3 \\ 0 \times 3 & 5 \times 3 & -1 \times 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 6 & 3 \\ 0 & 15 & -3 \end{bmatrix}$$

4- matrix multiplication

الصفوف X الاعمده
لازم تكون متساويه

EX/1 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 6 & 5 & 4 \\ -1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$

* رقم ٦ في الضرب

$$A*B = \begin{bmatrix} 1*6 + 2*-1 + 3*0, & 1*5 + 2*1 + 3*2, & 1*4 + 2*-1 + 3*0 \\ -1*6 + 0*-1 + 1*0, & -1*5 + 0*1 + 1*2, & -1*4 + 0*-1 + 1*0 \end{bmatrix}$$

$$A*B = \begin{bmatrix} 4 & 13 & 2 \\ -6 & -3 & -4 \end{bmatrix}$$

صفات الضرب :-

1) $A(B+C) = AB + AC$
2) $A(BC) = C(AB)$
3) $AB \neq BA$ ليست ابدالية
4) $AI = IA = A$
مصفوفه محايده مماثل الواحد في الضرب نفس العدد

EX/2 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ that $AB \neq BA$

Sol:-

$$AB = \begin{bmatrix} 1*3 + 2*2, & 1*-1 + 2*1 \\ 0*3 + 3*2, & 0*-1 + 3*1 \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} 3*1 + (-1)*(0), & 3*2 + (-1)*3 \\ 2*1 + 1*0, & 2*2 + 1*3 \end{bmatrix}$$

$AB = \begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$ $BA = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$ $AB \neq BA$

5- transpose of matrix مقلوب المصفوفه

$$A' = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{bmatrix}$$

* اذا كانت المصفوفه مربعه وساوت مقلوبه يعني المصفوفه متناظره symmetric

EX/

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 2 & -1 & 4 \\ 5 & 4 & 0 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 5 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

صفات مقلوب المصفوفه

1) $(A \mp B)' = A' \mp B'$
2) $(AB)' = B'A'$
3) $(A')' = A$

① A is symmetric matrix?
② $(A+B)' = A' + B'$
③ $(AB)' = B'A'$

Sol:-

① $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 2 & -1 & 4 \\ 5 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ رجعت المصفوفه نفسها اذاً symmetric

اجمعهم بعدين اقلبه

② $L.H.S = (A+B)' = \begin{bmatrix} 7 & 1 & 5 \\ 7 & 3 & 7 \\ 7 & 5 & -1 \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} 7 & 7 & 7 \\ 1 & 3 & 5 \\ 5 & 7 & -1 \end{bmatrix}$

$R.H.S = A' + B' \quad \begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 2 & -1 & 4 \\ 5 & 4 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 5 & 2 \\ -1 & 4 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 7 & 7 \\ 1 & 3 & 5 \\ 5 & 7 & -1 \end{bmatrix}$

LHS = RHS

اضربهم بعدين اقلبه

③ $LHS = (A \cdot B)' = \underbrace{\begin{bmatrix} 32 & 10 & 1 \\ 11 & -2 & -7 \\ 40 & 11 & 12 \end{bmatrix}'}_{\text{ناتج}} = \overbrace{\begin{bmatrix} 32 & 11 & 40 \\ 10 & -2 & 11 \\ 1 & -7 & 12 \end{bmatrix}}^{\text{مقلوب}}$

$RHS = \underset{B}{\begin{bmatrix} 4 & 5 & 2 \\ -1 & 4 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \end{bmatrix}} * \underset{A}{\begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 2 & -1 & 4 \\ 5 & 4 & 0 \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} 32 & 11 & 40 \\ 10 & -2 & 11 \\ 1 & -7 & 12 \end{bmatrix}$

LHS = RHS

6. Vector inner Product

$$A'B = [a_1 \ a_2 \dots a_n] \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_m \end{bmatrix}$$

$$AB' = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_n \end{bmatrix} [b_1 \ b_2 \dots b_m]$$

EX/ $A = \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}$ find $A'B$ and AB'

$$A'B = [5 \ -2 \ 1] * \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix} = [5*2 + (-2)*(-1) + 1*3] = 15$$

$$AB' = \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} * [2 \ -1 \ 3] = \begin{bmatrix} 5*2 & 5*-1 & 5*3 \\ -2*2 & -2*-1 & -2*3 \\ 1*2 & 1*-1 & 1*3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -5 & 15 \\ -4 & 2 & -6 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

lectur 11 Matrix -2-

Determinats محددات

EX/ $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$ minar of a_{21} $\begin{bmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$

صف عمود

حساب المحددات :-

1- مصفوفة من النوع الثاني

$$(a_{11} * a_{22}) - (a_{21} * a_{12}) \Leftarrow \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

EX/ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| \Rightarrow \det|A| \Rightarrow (1*4) - (2*3) = -2$

*

المصفوفات الذي محدداتها لاتساوي صفر محددات عادية

المصفوفات الذي محدداتها تساوي صفر محددات شاذة singular

Scanned with CamScanner

٢- مصفوفة من النوع الثالث $M_{3\times3}$ — كامل المرافق

the cofator of aij is the determ of mainor of aij

* اشارة الموقع ← $(-1)^{ij}\ cof(a_{ij}) = \vec{}$ كامل مساعد

اختار صف او عمود متى افتح حوله

EX/

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \Rightarrow \det|A|$$

cof احسب مالتقم

$$+(1)\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{bmatrix} + (-4)\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 8 & 9 \end{bmatrix} + (7)\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$(45-48) - 4(18-24) + 7(12-15) = \text{Zero singular}$$

انواع المصفوفات

$n=1 \quad A = [a_{11}] \Rightarrow \det|A| = a$

$n=2 \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \rightarrow \det|A| = (a_{11} * a_{22}) - (a_{21} * a_{12})$

$n=3 \quad A = \begin{bmatrix} \overset{+}{a_{11}} & \overset{-}{a_{12}} & \overset{+}{a_{13}} \\ \overset{-}{a_{21}} & \overset{+}{a_{22}} & \overset{-}{a_{23}} \\ \overset{+}{a_{31}} & \overset{-}{a_{32}} & \overset{+}{a_{33}} \end{bmatrix}$

طريقة اولى

$$+a_{11}\begin{bmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} + (-a_{21})\begin{bmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} + a_{31}\begin{bmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$$

طريقة ثانية

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{matrix}$$

$(a_{11}a_{22}a_{33}) + (a_{12}a_{23}a_{31}) + (a_{13}a_{21}a_{32}) - (a_{13}a_{22}a_{31}) - (a_{11}a_{23}a_{32}) - (a_{12}a_{21}a_{33})$

* ملزمة سارة

خواص المحددات

1- if two rows of matrix are identical the determint is Zero.

اذا وجد صفين في المصفوفة متشابهة المحدد = صفر

EX $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & 5 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 0$

Sol $\left|\begin{matrix} 3 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & 5 \\ 3 & -1 & 2 \end{matrix}\right| \begin{matrix} 3 & -1 \\ 2 & -3 \\ 3 & -1 \end{matrix}$

$(3*(-3)*2)+((-1)*5*3)+(2*2*(-1))-(2*-3*3)-(3*5*-1)-(-1*2*2)$

$-18-15-4-(-18-15-4)=$ Zero

2- interchnging tow rows of matrix changes the sign of det

تبديل صفين في مصفوفة يقلب الاشارة

EX $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 5 \\ -1 & 0 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \\ 1 & -2 & 4 \end{vmatrix}$

Sol LHS $\left|\begin{matrix} 2 & 1 & 5 \\ -1 & 0 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \end{matrix}\right| \begin{matrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{matrix} = 29$

RHS $\left|\begin{matrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \\ 1 & -2 & 4 \end{matrix}\right| \begin{matrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{matrix} = -29$

3- the determint of transpose of a matrix is equal to original determint

حدد مقلوب

مثالك الناتج يجب يساويه

EX $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 5 \\ -1 & 0 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \\ 5 & 3 & 4 \end{vmatrix}$

$= 29 \qquad = 29$

Scanned with CamScanner

4- if each element of same row of matrix is multiplied by constant c the determint is multipled by c

اذا كل عنصر من عناصر كل صف او عمود مضروب في ثابت
اسحب الثابت واضربه في المحدد

EX $\begin{bmatrix} 6 & 3 & 15 \\ -1 & 0 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ -1 & 0 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \end{bmatrix}$

LHS $\Downarrow$ 87 RHS $\Downarrow$ $3(29) = 87$

5- if all element of matrax above the main digonal (or all below) zero the determint of matrix is product of the element the main diagonal

اذا كل عناصر الصفوف تحت او فوق القطر الرئيسي
اصفار اذاً المحدد سوف يكون حاصل ضرب عناصر القطر الرئيسي

EX $\begin{vmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 4 \end{vmatrix} \begin{matrix} 5 & 0 \\ 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{matrix}$ $= 60 + 0 + 0 - (0 - 0 - 0) = 60$

$5 * 3 * 4 = 60$ → طريقه اسرع

6- if each elemt of row a matrix is multiplid by a constant c and the result added to a different row the determint is not change.

اذا كان كل عنصر من نفس الصف وضربنا ب c وضفنا الى صف اخر
لا تتغير قيمه المحدد

EX

$|A| = |B|$ $A = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 5 \\ -1 & 0 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \end{vmatrix} \begin{matrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{matrix}$ $= 29$ محدد

اضرب الصف الاول × 2 واجمعه ويه الصف الثالث حتى نجيب B

$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ -1 & 0 & 3 \\ 5 & 0 & 14 \end{bmatrix} \begin{matrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \\ 5 & 0 \end{matrix}$ $= 29$

او

العمودين صفر
احذف كعمود و صف

$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ -1 & 0 & 3 \\ 5 & 0 & 14 \end{bmatrix}$

$-1 \times 14 - (5 \times 3) = 29$

Scanned with CamScanner

No.
Date. مهم جدا

EX

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 5 & -6 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

عمود بي 2 zero

$-2R_1 + R_2$

ليش -2 حتى يصفر 2

هسه اريد اصفر ال -1 لازم اضرب ال $R_3 + 1 * R_1$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 5 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{cof} 1 \begin{bmatrix} 5 & -6 & 0 \\ 0 & 4 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

① اما احله بطريقة الاعمدة الاضافية

② او اضرب $-\frac{1}{5} * R_1$ $\quad -\frac{1}{5}R_1 + R_3$

③ او اخذ العمود 5, 0, 1 وافتح محددات

$$1 \begin{bmatrix} 5 & -6 & 0 \\ 0 & 4 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow -\frac{1}{5}R_1 + R_3$$

كله صفر

$$\begin{bmatrix} 5 & -6 & 0 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -\frac{4}{5} & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow 5 \begin{vmatrix} 4 & -1 \\ \frac{16}{5} & 1 \end{vmatrix} \quad 5\left(4 * 1 + \frac{16}{5}\right) \quad 5\left(\frac{36}{5}\right) = 36$$

linear equations $AX=B$ معادله خطيه

EXp1 طريقه الاولى

$$AX=B \equiv \begin{aligned} 2x+3y-4z&=-3 \\ x+2y+3z&=3 \\ 3x-y-z&=6 \end{aligned}$$

$$A=\begin{bmatrix} 2 & +3 & -4 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -3 \\ 3 \\ 6 \end{bmatrix}$$

ثم الطريقه REO

$$[A \,\vdots\, B] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} a & H & H & b_1' \\ 0 & b & H & b_2' \\ 0 & 0 & c & b_3' \end{array}\right] \quad z=\frac{b_3'}{c} \quad y= \quad x=$$

EXp2 على نفس المثال ↑

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & -4 & -3 \\ 1 & 2 & 3 & 3 \\ 3 & -1 & -1 & 6 \end{array}\right]$$

الريد الوي مثلث zero

$$\begin{array}{l} -\frac{1}{2}R_1+R_2 \\ -\frac{3}{2}R_1+R_3 \end{array}\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & -4 & -3 \\ 0 & \frac{1}{2} & 5 & 9/2 \\ 0 & -11/2 & 5 & \frac{21}{2} \end{array}\right] \Rightarrow 11R_2+R_3\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & -4 & -3 \\ 0 & \frac{1}{2} & 5 & 9/2 \\ 0 & 0 & 60 & 60 \end{array}\right]\begin{array}{l} \frac{1}{2}R_1 \\ 2R_2 \\ \frac{1}{60}R_3 \end{array}$$

مفهوم مهم

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3/2 & -2 & -3/2 \\ 0 & 1 & 10 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right] \Rightarrow -10R_3+R_2\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3/2 & -2 & -3/2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right]$$

$$2R_3+R_1\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3/2 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right] \quad -\frac{3}{2}R_2+R_1\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right]$$

$x=2$

$y=-1$

$z=1$

No.
Date.

$X_i = \dfrac{|A_i|}{|A|}$ $x \swarrow \underset{y}{\downarrow} \searrow z$ Gramer's طريقه ثانيه

A_i يعني is the matrix find by replacing coloumn i by B $\underset{x}{|}\ \underset{y}{|}\ \underset{z}{|}$

EX/ $|A| = \begin{array}{ccc} x & y & z \\ \end{array}$
$$|A| = \left|\begin{array}{ccc|cc} 2 & 3 & -4 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & -1 & 3 & -1 \end{array}\right| = 60 \qquad \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 3 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$|A_1| = \left|\begin{array}{ccc|cc} -3 & 3 & -4 & -3 & 3 \\ 3 & 2 & 3 & 3 & 2 \\ 6 & -1 & -1 & 6 & -1 \end{array}\right| = 120 \Rightarrow X = \frac{|A_i|}{|A|} = \frac{120}{60} = 2$$

$$|A_2| = \left|\begin{array}{ccc|cc} 2 & -3 & -4 & 2 & -3 \\ 1 & 3 & 3 & 1 & 3 \\ 3 & 6 & -1 & 3 & 6 \end{array}\right| = -60 \Rightarrow y = \frac{|A_i|}{|A|} = \frac{-60}{60} = -1$$

$$A_3 = \left|\begin{array}{ccc|cc} 2 & 3 & -3 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 6 & 3 & -1 \end{array}\right| = 60 \Rightarrow Z = \frac{|A_i|}{|A|} = \frac{60}{60} = 1$$

How to find inverse A^{-1}

$$[A \mid I] \xrightarrow{REO} [I \mid A^{-1}]$$

لايهم الحالي شكل
فقط حول ال A الى I

ينتج A^{-1} بدل I

يجب ان تكون مصفوفه غير شاذه مصفوفه اعتياديه

EX

$$A = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 4 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$$\begin{array}{l} \frac{1}{2}R_1 + R_2 \\ \\ -\frac{1}{2}R_1 + R_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 4 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -1/2 & 1/2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1/2 & -1/2 & 0 & 1 \end{array}\right] \xrightarrow{-\frac{2}{3}R_2 + R_3} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 4 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -1/2 & 1/2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1/6 & -5/6 & -2/3 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{l} \frac{1}{2}R_1 \\ \frac{1}{3}R_2 \\ 6R_3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \frac{1}{6}R_3 + R_2 \\ \\ -\frac{1}{2}R_3 + R_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1/6 & 1/6 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 4 & -6 \end{array}\right] \Rightarrow \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 0 & -2 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 4 & -6 \end{array}\right]$$

$$-2R_2 + R_1 \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 4 & -6 \end{array}\right]$$