السلسلة رقم 1 مدعمة بالتصحيح تحضيرا لبكالوريا 2011

(إعداد الأستاذ بواب نورالدين)

التمرين الأول : (بكالوريا المغرب 2010 علوم تجريبية)

❶ حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 6z + 10 = 0$.

❷ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ ، نعتبر النقطتين A و B اللتين لاحقتاهما $z_A = 3 - i$ و $z_B = 3 + i$.

وليكن r الدوران الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

- بيّن أن الكتابة المركبة للدوران r هي : $z' = iz + 2 - 4i$.

❸ C النقطة التي لاحقتها $z_C = 7 - 3i$ و D صورتها بالدوران r .

- تحقق أن لاحقة النقطة D هي : $z_D = 5 + 3i$.

❹ بيّن أن : $\frac{z_D - z_B}{z_C - z_B} = \frac{1}{2}i$ ثم استنتج طبيعة المثلث BCD .

التمرين الثاني : (Bac Pondichéry Avril 2010)

الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

أجب بصحيح أو خطأ مع تبرير الإجابة في كل حالة من الحالات التالية :

❶ المستقيم الذي تمثيل وسيطي له : $\begin{cases} x = t + 2 \\ y = -2t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 3t - 1 \end{cases}$ يوازي المستوي الذي معادلة له : $x + 2y + z - 3 = 0$.

❷ المستويات (P) ، (P') و (P'') التي معادلاتها على الترتيب :

$x - 2y + z = 3$ ، $2x + 3y - 2z = 6$ وَ $4x - y + 4z = 12$

ليس لها أي نقطة مشتركة .

❸ المستقيمان اللذان تمثيلا هما الوسيطيان :

$\begin{cases} x = -3t + 2 \\ y = t + 1 \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 2t - 3 \end{cases}$ وَ $\begin{cases} x = 2t' + 7 \\ y = 2t' + 2 \quad (t' \in \mathbb{R}) \\ z = -t' - 6 \end{cases}$ هما مستقيمان متقاطعان .

❹ نعتبر النقط : $A(-1;0;2)$ ، $B(1;4;0)$ و $C(3;-4;-2)$.

معادلة للمستوي (ABC) هي : $x+z=1$.

❺ نعتبر النقط : $A(-1;1;3)$ ، $B(2;1;0)$ و $C(4;-1;5)$.
يمكن اعتبار النقطة C كمرجح للنقطتين A و B .

التمرين الثالث : (Bac Centres Etrangers Juin 2010 S)

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ : $f(x)=6-\dfrac{5}{x+1}$

❶ أ- ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $[0;+\infty[$.
ب- حل في المجال $[0;+\infty[$ المعادلة $f(x)=x$ ، نرمز إلى الحل بالرمز α .
جـ- بيّن أنه إذا كان $x\in[0;\alpha]$ فإن $f(x)\in[0;\alpha]$.
بيّن أيضا أنه إذا كان $x\in[\alpha;+\infty[$ فإن $f(x)\in[\alpha;+\infty[$.

❷ (u_n) متتالية عددية معرفة بـ :

$u_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)=6-\dfrac{5}{u_n+1}$.

أ- ارسم في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ والمنحنى (c) الممثل للدالة f .
- باستعمال الرسم السابق ، مثل على حامل محور الفواصل وبدون حساب الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3 و u_4 .
ب- ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها .

❸ أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0\le u_n\le u_{n+1}\le\alpha$.
ب- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها .

التمرين الرابع : (علوم تجريبية 2010)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي :

$f(x)=x-\dfrac{1}{e^x-1}$ ، نرمز بـ (C_f) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

❶ أ- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.
ب- احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0}f(x)$ وفسّر هندسيا النتيجة .

❷ ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيّراتها .

❸ أ- بيّن أن المنحني $\left(C_f\right)$ يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتيهما على الترتيب : $y = x$ و $y = x + 1$.

ب- ادرس وضعية $\left(C_f\right)$ بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ') .

❹ أثبت أن النقطة $\omega\left(0\,;\frac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر للمنحني $\left(C_f\right)$.

❺ أ- بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث : $\ln 2 < \alpha < 1$ و $-1.4 < \beta < -1.3$.

ب- هل توجد مماسات للمنحني $\left(C_f\right)$ توازي المستقيم (Δ) ؟

جـ- ارسم (Δ) و (Δ') ثم المنحني $\left(C_f\right)$.

د- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة :

$$(m-1)e^{-x} = m$$

تصحيح السلسلة رقم 1

التمرين الأول :

❶ حل المعادلة $z^2-6z+10=0$:

تذكير : إذا كان $\Delta<0$ فإن المعادلة تقبل حلين مركبين مترافقين هما :

$$z_1=\frac{-b-i\sqrt{-\Delta}}{2a} \quad \text{و} \quad z_2=\frac{-b+i\sqrt{-\Delta}}{2a}$$

- مميّز هذه المعادلة هو : $\Delta=-4=4i^2=(2i)^2$
- المعادلة تقبل حلين مركبين مترافقين هما : $z_1=3-i$ و $z_2=3+i$.

❷ تبيان أن الكتابة المركبة للدوران r هي $z'=iz+2-4i$:

تذكير : الكتابة المركبة للدوران الذي مركزه $M_0(z_0)$ وزاويته θ والذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ هي : $\boxed{z'-z_0=e^{i\theta}(z-z_0)}$

وعليه فإن : $z'-z_A=e^{i\frac{\pi}{2}}(z-z_A)$ ونعلم أن : $z_A=3-i$ و $e^{i\frac{\pi}{2}}=i$

وبالتعويض نجد : $z'-3+i=i(z-3+i)$ ومنه : $z'=iz+2-4i$.

❸ التحقق أن لاحقة النقطة D هي $z_D=5+3i$:

لدينا : $r(C)=D$ ومنه : $z_D=iz_C+2-4i=i(7-3i)+2-4i=5+3i$

❹ تبيان أن $\frac{z_D-z_B}{z_C-z_B}=\frac{1}{2}i$:

$$\frac{z_D-z_B}{z_C-z_B}=\frac{5+3i-3-i}{7-3i-3-i}=\frac{2+2i}{4-4i}\times\frac{4+4i}{4+4i}=\frac{8+8i+8i-8}{32}=\frac{1}{2}i$$

- استنتاج طبيعة المثلث BCD :

لدينا : $\left|\frac{1}{2}i\right|=\frac{1}{2}$ وَ $\arg\left(\frac{1}{2}i\right)=\frac{\pi}{2}$

وبالتالي : $\left|\frac{z_D-z_B}{z_C-z_B}\right|=\frac{1}{2}$ وَ $\arg\left(\frac{z_D-z_B}{z_C-z_B}\right)=\frac{\pi}{2}$.

وهذا يعني أن : $BC=2BD$ و $(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BD})=\frac{\pi}{2}[2\pi]$.

نستنتج أن المثلث BCD قائم في النقطة B .

التمرين الثاني :

❶ أ- دراسة اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $[0;+\infty[$:

من أجل كل x من المجال $[0;+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{5}{(x+1)^2}>0$

وعليه فإن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$.

ب- حل في المجال $[0;+\infty[$ المعادلة $f(x)=x$:

$f(x)=x$ يكافئ $6-\dfrac{5}{x+1}=x$ ومنه : $x^2-5x-1=0$

مميّز هذه المعادلة هو $\Delta=29$ وبالتالي فإن المعادلة تقبل حلين متمايزين هما :

$x_1=\dfrac{5-\sqrt{29}}{2}$ و $x_2=\dfrac{5+\sqrt{29}}{2}$ ، لكن $x\in[0;+\infty[$ وعليه فإن الحل

الوحيد للمعادلة $f(x)=x$ هو $\alpha=\dfrac{5+\sqrt{29}}{2}$.

جـ- تبيان أنه إذا كان $x\in[0;\alpha]$ فإن $f(x)\in[0;\alpha]$:

إذا كان $x\in[0;\alpha]$ فإن $f(x)\in[f(0);f(\alpha)]$ لأن الدالة f متزايدة تماما

على المجال $[0;+\infty[$. ونعلم أن : $f(0)=6-\dfrac{5}{0+1}=1$ و $f(\alpha)=\alpha$

وبالتالي : $f(x)\in[1;\alpha]$ ، لكن : $[1;\alpha]\subset[0;\alpha]$ وعليه : $f(x)\in[0;\alpha]$

إذن : إذا كان $x\in[0;\alpha]$ فإن $f(x)\in[0;\alpha]$.

- تبيان أنه إذا كان $x\in[\alpha;+\infty[$ فإن $f(x)\in[\alpha;+\infty[$:

إذا كان $x\in[\alpha;+\infty[$ أي : $x\geq\alpha$ فإن $f(x)\geq f(\alpha)$ لأن الدالة f متزايدة

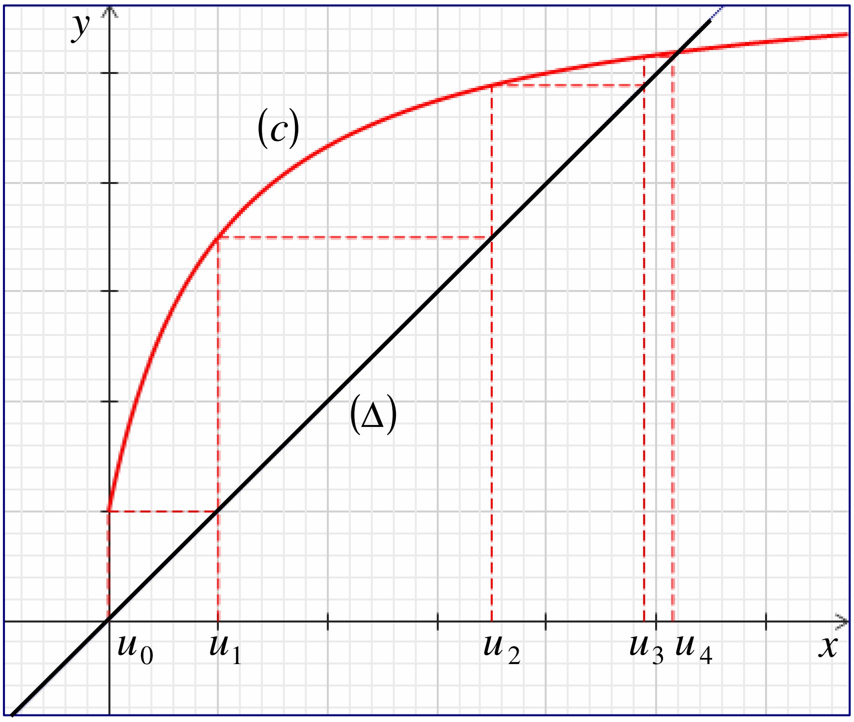
تماما على المجال $[0;+\infty[$. ونعلم أن : $f(\alpha)=\alpha$ وبالتالي : $f(x)\geq\alpha$

أي : $f(x)\in[\alpha;+\infty[$.

إذن : إذا كان $x\in[\alpha;+\infty[$ فإن $f(x)\in[\alpha;+\infty[$.

❷ $u_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)=6-\dfrac{5}{u_n+1}$.

أ- رسم (Δ) ، (c) وتمثيل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3 و u_4 : أنظر الشكل .



ب- وضع تخمين حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها :

من الشكل يمكن أن نخمّن أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما ومتقاربة نحو العدد α

(العدد α هو فاصلة نقطة تقاطع المستقيم (Δ) مع المنحني (c))

❸ أ- البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \le u_n \le u_{n+1} \le \alpha$:

نسمي p_n الخاصية ″ من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \le u_n \le u_{n+1} \le \alpha$ ″

- التحقق من صحة p_0 :

لدينا : $0 \le u_0 \le u_1 \le \alpha$ أي : $0 \le 0 \le 1 \le \alpha$ وهي محققة .

إذن : p_0 صحيحة .

- نفرض أن p_n صحيحة أي : $0 \le u_n \le u_{n+1} \le \alpha$

ونبرهن صحة p_{n+1} أي : $0 \le u_{n+1} \le u_{n+2} \le \alpha$.

من فرضية التراجع ، لدينا : $0 \le u_n \le u_{n+1} \le \alpha$ وبما أن الدالة f متزايدة تماما

على المجال $[0;+\infty[$ فإن : $f(0) \le f(u_n) \le f(u_{n+1}) \le f(\alpha)$

وبالتالي : $0 \le 1 \le u_{n+1} \le u_{n+2} \le \alpha$

($f(0)=1$ ، $f(\alpha)=\alpha$ ، $u_{n+1}=f(u_n)$ و $u_{n+2}=f(u_{n+1})$)

ومنه : p_{n+1} صحيحة .

• إذن : من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \le u_n \le u_{n+1} \le \alpha$.

ب- استنتاج أن المتتالية (u_n) متقاربة :

تذكير : كل متتالية ومحدودة من الأعلى هي متتالية متقاربة .

من السؤال السابق وجدنا أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \le u_n \le u_{n+1} \le \alpha$

وهذا يعني أن المتتالية (u_n) متزايدة ومحدودة من الأعلى ، نستنتج أنها متقاربة .

• حساب نهاية المتتالية (u_n) : نفرض أن (u_n) متقاربة نحو عدد حقيقي L

ومنه : $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = \lim\limits_{n \to +\infty} u_{n+1} = L$ ، نحصل على : $u_{n+1} = 6 - \dfrac{5}{u_n + 1}$

وبالتالي : $L = 6 - \dfrac{5}{L+1}$ أي : $f(L) = L$

ومن السؤال ❶ - ب - نستنتج أن : $L = \alpha$.

إذن : $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = \alpha$ (هذا يؤكد صحة التخمين السابق)

التمرين الثالث :

❶ صحيح

نسمي (D) المستقيم الذي تمثيل وسيطي له : $(t \in \mathbb{R})$ $\begin{cases} x = t + 2 \\ y = -2t \\ z = 3t - 1 \end{cases}$

$\vec{u}(1; -2; 3)$ هو شعاع توجيه لهذا المستقيم .

ونسمي (P) المستوي الذي معادلة له : $x + 2y + z - 3 = 0$

$\vec{n}(1; 2; 1)$ هو شعاع ناظمي لهذا المستوي .

لدينا : $\vec{u} . \vec{v} = 1 \times 1 + (-2) \times 2 + 3 \times 1 = 0$ ومنه : $\vec{u} \perp \vec{v}$

نستنتج أن المستقيم (D) يوازي المستوي (P) .

طريقة أخرى :

لنبحث عن نقط تقاطع (D) و (P) وذلك بحل الجملة : $\begin{cases} x = t + 2 \\ y = -2t \\ z = 3t - 1 \\ x + 2y + z = 3 \end{cases}$

عند حل المعادلة $(t + 2) + 2(-2t) + (3t - 1) = 3$ بحثا عن t نجد : $1 = 3$

وهذا مستحيل . نستنتج أن المستقيم (D) و المستوي (P) ليس لهما نقطا مشتركة .

إذن : المستقيم (D) يوازي المستوي (P) .

❷ خاطئ

للبحث عن نقط تقاطع المستويات (P) ، (P') و (P'') نقوم بحل الجملة :

$$\begin{cases} x-2y+z=3 \\ 2x+3y-2z=6 \\ 4x-y+4z=12 \end{cases}$$ ومنه : $$\begin{cases} x=2y-z+3 \\ 2(2y-z+3)+3y-2z=6 \\ 4(2y-z+3)-y+4z=12 \end{cases}$$

وبالتالي : $$\begin{cases} x=2y-z+3 \\ 7y-4z=0 \\ 7y+4z=0 \end{cases}$$ وأخيرا نحصل على الجملة : $$\begin{cases} x-2y+z=3 \\ 7y-4z=0 \end{cases}$$

تمثل هذه الجملة الأخيرة تقاطع مستويين في الفضاء (المستقيم في الفضاء معرّف بجملة معادلتين ديكارتيتين لمستويين متقاطعين) .

إذن : للمستويات (P) ، (P') و (P'') مستقيم مشترك .

❸ صحيح

ليكن (D) المستقيم الذي تمثيله الوسيطي : $$\begin{cases} x=-3t+2 \\ y=t+1 \quad (t\in \mathbb{R}) \\ z=2t-3 \end{cases}$$

وليكن (D') المستقيم الذي تمثيله الوسيطي : $$\begin{cases} x=2t'+7 \\ y=2t'+2 \quad (t'\in \mathbb{R}) \\ z=-t'-6 \end{cases}$$

للبحث عن نقط تقاطع المستقيمين (D) و (D') ، نقوم بحل الجملة :

$$\begin{cases} -3t+2=2t'+7 \\ t+1=2t'+2 \\ 2t-3=-t'-6 \end{cases}$$. من المعادلتين الأولى والثانية لهذه الجملة نجد :

$t=-1$ و $t'=-1$ وبتعويض هاتين القيمتين في المعادلة الثالثة نحصل على $-5=-5$ وهي محققة دوما . نستنتج أن المستقيمين (D) و (D') متقاطعان ونقطة تقاطعهما هي $A(5;0;-5)$.

إذن : المستقيمان (D) و (D') متقاطعان .

❹ صحيح

لدينا : $\overrightarrow{AB}(2;4;-2)$ و $\overrightarrow{AC}(4;-4;-4)$

واضح أن الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا لأنه لا يوجد عدد حقيقي k بحيث $\overrightarrow{AC}=k\,\overrightarrow{AB}$ وهذا يعني أن النقط A ، B و C ليست في استقامية ، فهي تعيّن مستويا (ABC) .

من جهة أخرى : $A\in(ABC)$ لأن $-1+2=1$ ،
$B\in(ABC)$ لأن $1+0=1$ و $C\in(ABC)$ لأن $3-2=1$
أي أن إحداثيات كل من النقط A ، B و C تحقق المعادلة $x+z=1$.
إذن : $x+z=1$ هي معادلة للمستوي (ABC) .

❺ خاطئ
تذكير : C مرجح النقطتين A و B معناه : النقط A ، B و C في استقامية .
لدينا : $\overrightarrow{CA}(-3;2;-2)$ و $\overrightarrow{CB}(-2;2;-5)$.
واضح أن الشعاعين $\overrightarrow{CA}$ و $\overrightarrow{CB}$ غير مرتبطين خطيا لأنه لا يوجد عدد حقيقي k بحيث $\overrightarrow{CA}=k\,\overrightarrow{CB}$ وهذا يعني أن النقط A ، B و C ليست في استقامية .
نستنتج أنه لا يمكن اعتبار النقطة C كمرجح للنقطتين A و B .

التمرين الرابع :

❶ أ- حساب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$:

نعلم أن $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x=0$ ومنه $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{e^x-1}=-1$. إذن : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

- حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$:

نعلم أن $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x=+\infty$ ومنه $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{e^x-1}=0$. إذن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

ب- حسب نهاية الدالة f عند 0 : $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0} f(x)=+\infty$

- هندسيا : المستقيم الذي معادلته $x=0$ هو مستقيم مقارب للمنحني (C_f) .

❷ دراسة اتجاه تغيّر الدالة f :

- الدالة f قابلة للاشتقاق على كل من المجالين $]-\infty;0[$ و $]0;+\infty[$ ،

ومن أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ ، $f'(x)=1+\dfrac{e^x}{(e^x-1)^2}>0$.

وبالتالي فإن الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty;0[$ و $]0;+\infty[$

● جدول تغيّرات f :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	‖	$+$
$f(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$	‖	$-\infty \nearrow +\infty$

❸ أ- تبيان أن المنحني (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') :

تذكير : إذا كانت الدالة f معرفة كما يلي : $f(x)=ax+b+\varphi(x)$ وكانت $\lim\limits_{x\to+\infty}\varphi(x)=0$ فإن المستقيم الذي معادلته $y=ax+b$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني الممثل للدالة f عند $+\infty$.

لدينا : $f(x)=x-\dfrac{1}{e^x-1}$ وبما أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-1}{e^x-1}=0$ فإن المستقيم (Δ) الذي معادلاته $y=x$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$.

وبما أن : $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-1}{e^x-1}=+1$ فإن المستقيم (Δ') الذي معادلاته $y=x+1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$.

ب- دراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) :

من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ ، $f(x)=x-\dfrac{1}{e^x-1}$ ومنه : $f(x)-x=-\dfrac{1}{e^x-1}$

وبالتالي فإن إشارة الفرق $f(x)-x$ هي إشارة $-(e^x-1)$ ومنه النتائج الآتية :

- إذا كان $x\in\left]-\infty\,;0\right[$ يكون $f(x)-x>0$ ومنه (C_f) يقع فوق (Δ) .
- إذا كان $x\in\left]0\,;+\infty\right[$ يكون $f(x)-x<0$ ومنه (C_f) يقع تحت (Δ) .

● دراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ') :

من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ ، $f(x)-(x-1)=\dfrac{-e^x}{e^x-1}$ وبالتالي فإن إشارة الفرق $f(x)-(x-1)$ هي إشارة $-(e^x-1)$ (لأن $e^x>0$) ومنه النتائج الآتية :

- إذا كان $x\in\left]-\infty\,;0\right[$ يكون $f(x)-x>0$ ومنه (C_f) يقع فوق (Δ') .

- إذا كان $x\in]0\,;+\infty[$ يكون $f(x)-x<0$ ومنه (C_f) يقع تحت (Δ') .

❹ إثبات أن النقطة $\omega\left(0\,;\frac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر للمنحني (C_f) :

تذكير : إذا كان من أجل كل x من D_f ، لدينا :

$$\begin{cases}(2a-x)\in D_f\\ f(x)+f(2a-x)=2b\end{cases}$$

فإن النقطة $\Omega(a\,;b)$ هي مركز تناظر للمنحني الممثل للدالة f .

لدينا : من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ فإن $-x\in\mathbb{R}^*$ و $f(x)+f(-x)=\cdots=1$

وبالتالي فإن النقطة $\omega\left(0\,;\frac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر للمنحني (C_f) .

❺ أ- تبيان أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β :

تذكير بمبرهنة القيم المتوسطة . إذا كان :

- f مستمرة على المجال $[a\,;b]$ ؛
- f رتيبة تماما على المجال $[a\,;b]$ ؛
- $f(a)\times f(b)<0$.

فإن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]a\,;b[$.

- من جدول تغيرات f نلاحظ أنها مستمرة ومتزايدة تماما على $[\ln 2\,;1]$

زيادة على ذلك : $f(\ln 2)\approx -0.30$ و $f(1)\approx 0.42$ ($e^{\ln 2}=2$)

ومنه : $f(\ln 2)\times f(1)<0$.

نستنتج حسب مبرهنة القيم المتوسطة أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α

حيث : $\ln 2<\alpha<1$.

- من جدول تغيرات f نلاحظ أنها مستمرة ومتزايدة تماما على $[-1.4\,;-1.3]$

زيادة على ذلك : $f(-1.4)\approx -0.075$ و $f(-1.3)\approx 0.071$

ومنه : $f(-1.4)\times f(-1.3)<0$.

نستنتج حسب مبرهنة القيم المتوسطة أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β

حيث : $-1.4<\beta<-1.3$.

خلاصة : المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث :

$\ln 2<\alpha<1$ و $-1.4<\beta<-1.3$.

ب- وجود مماسات للمنحني (C_f) توازي المستقيم (Δ) :

تذكير : يتوازى مستقيمان إذا وفقط إذا كان معاملا توجيههما متساويين .

البحث عن المماسات التي توازي المستقيم (Δ) يؤول إلى حل المعادلة $f'(x)=1$

ومنه : $1+\dfrac{e^x}{(e^x-1)^2}=1$ وبالتالي : $\dfrac{e^x}{(e^x-1)^2}=0$.

وبما أنه ، من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ ، $e^x>0$ و $(e^x-1)^2>0$ فإن هذه المعادلة

$\dfrac{e^x}{(e^x-1)^2}=0$ ليس لها حل في $\mathbb{R}^*$.

إذن : لا توجد مماسات للمنحني (C_f) توازي المستقيم (Δ) .

جـ- رسم (Δ) ، (Δ') و (C_f) : انظر الشكل .

د- المناقشة البيانية :

لدينا : $(m-1)e^{-x}=m$ ومنه : $(m-1)e^{-x}\times e^x=m\times e^x$

وبالتالي : $(m-1)=m\times e^x$ ومنه : $(m-1)-m=m\times e^x-m$

أي : $-1=m\times e^x-m$ ومنه : $-1=m(e^x-1)$ وعليه : $\dfrac{-1}{e^x-1}=m$

وأخيرا : $x-\dfrac{1}{e^x-1}=x+m$. إذن : $f(x)=x+m \quad \ldots (E)$

البحث عن عدد حلول المعادلة $f(x)=x+m$ يؤول إلى البحث عن عدد نقط تقاطع المنحني (C_f) مع المستقيم (Δ_m) الذي معادلته $y=x+m$.

(المستقيمات (Δ) ، (Δ') و (Δ_m) متوازية لأن لها نفس معامل التوجيه 1)

- إذا كان $m=0$ فإن (Δ_m) ينطبق على (Δ) وبالتالي فإن (Δ_m) لا يقطع (C_f) نستنتج أن المعادلة (E) لا تقبل حلولا .
- إذا كان $m=1$ فإن (Δ_m) ينطبق على (Δ') وبالتالي فإن (Δ_m) لا يقطع (C_f) نستنتج أن المعادلة (E) لا تقبل حلولا .
- إذا كان $m\in\,]0;1[$ فإن (Δ_m) يقع بين (Δ) و (Δ') ومواز لهما وبالتالي فإن (Δ_m) لا يقطع (C_f) ، نستنتج أن المعادلة (E) لا تقبل حلولا .
- إذا كان $m\in\,]-\infty;0[$ فإن (Δ_m) يقطع (C_f) في نقطة واحدة فاصلتها موجبة نستنتج أن المعادلة (E) تقبل حلا واحدا موجبا .
- إذا كان $m\in\,]1;+\infty[$ فإن (Δ_m) يقطع (C_f) في نقطة واحدة فاصلتها سالبة

نستنتج أن المعادلة (E) تقبل حلا واحدا سالبا .