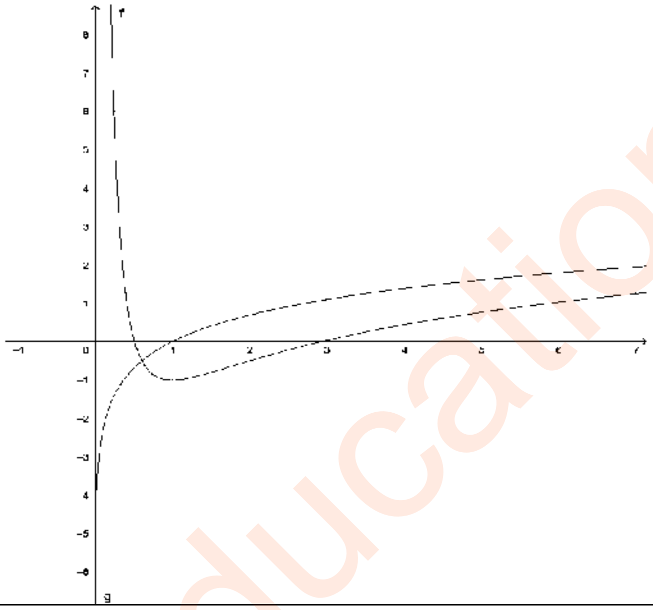
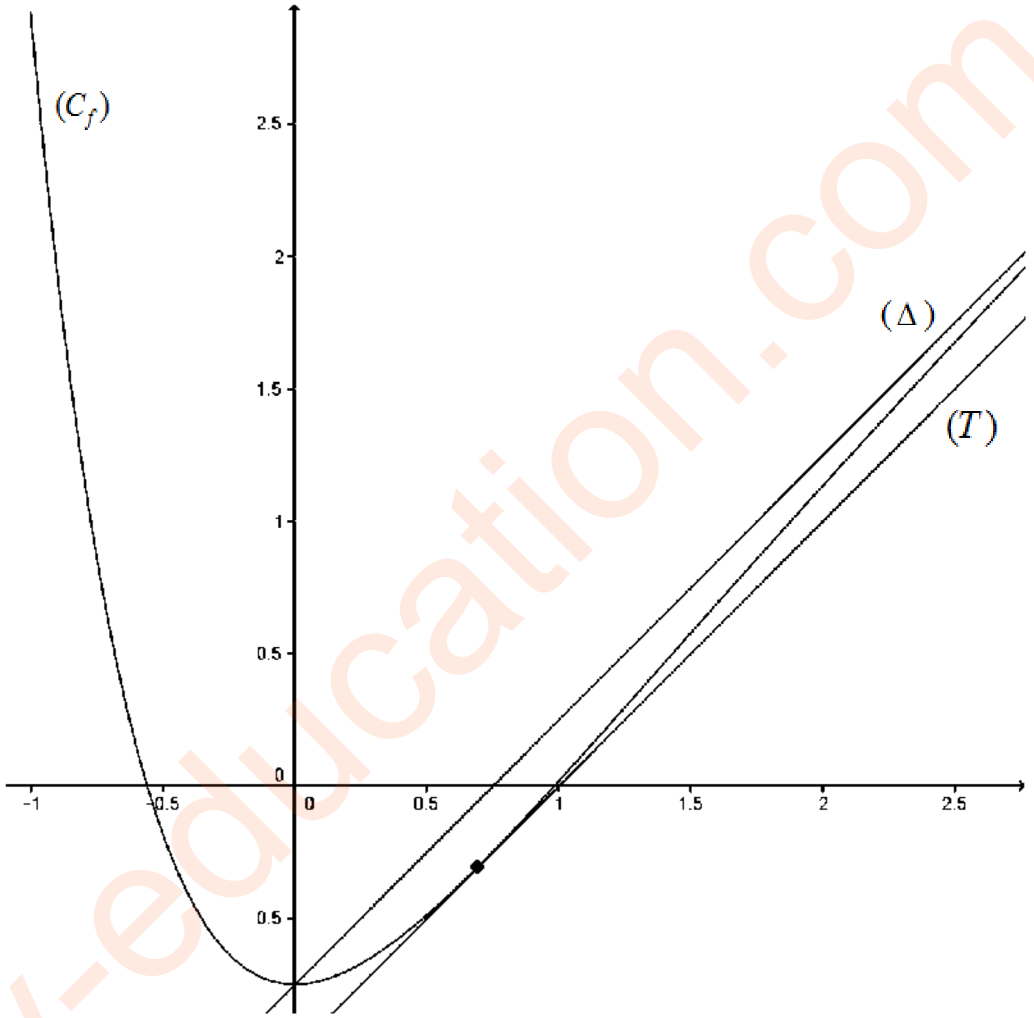
عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
التّمرين الأوّل: (04 نقاط)		
1) أ) نقل الشّكل وتمثيل الحدود الأربعة الأوّلى على محور الفواصل	0.5	0.75
ب) وضع تخمين: (u_n) متزايدة تماما ومتقاربة.	0.25	
2) أ) البرهان أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $\frac{1}{2} \leq u_n < 1$	0.5	1.5
ب) لدينا: من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n\left(3-\sqrt{4u_n^2+5}\right)}{\sqrt{4u_n^2+5}}$	0.5	
وبما أن $3-\sqrt{4u_n^2+5} > 0$ فإن (u_n) متزايدة تماما. (تقبل كل طريقة صحيحة للحل)	0.25	
استنتاج أنّ المتتالية (u_n) متقاربة.	0.25	
3) من أجل كل عدد طبيعي n : $v_{n+1} = \frac{9}{5} v_n$ ومنه (v_n) هندسية أساسها $\frac{9}{5}$ و $v_0 = \frac{1}{3}$	0.5 0.25	0.75
4) أ) عبارة الحد العام v_n: $v_n = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{9}{5}\right)^n$ و $u_n = \sqrt{\frac{1}{1+3\left(\frac{5}{9}\right)^n}}$	0.25 0.5	1
ب) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$	0.25	
التّمرين الثّاني : (04 نقاط)		
1) نجد: $PGCD(693;216) = 9$ واستنتاج : (E_1) و (E_2) متكافئتان	0.5+ 0.25	0.75
2) التّحقّق أنّ الثّنائية $(2;3)$ حلّ للمعادلة (E_2)	0.25	1
و حلول المعادلة (E_2) في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ هي الثنائيات: $(24k+2;77k+3)\ ;\ k\in\mathbb{Z}$	0.75	
3) لدينا: $\lvert y-x\rvert \leq 54$ يكافئ $k\in\{-1;0;1\}$ وبالتّالي: $(x;y)\in\{(-22;-74),(2;3),(26;80)\}$	0.75	0.75
4) $N = \overline{\beta 68\alpha}^{9} = \alpha + 729\beta + 558$ و $N = \overline{1\alpha\beta 0\alpha}^{6} = 217\alpha + 36\beta + 1296$	2x0.5	1.5
مع $0 \leq \alpha < 6$ و $0 < \beta < 6$		
لدينا: $217\alpha + 36\beta + 1296 = \alpha + 729\beta + 558$ تكافئ $693\beta - 216\alpha = 738$ ومنه:	0.25	
$\alpha = 3$ و $\beta = 2$ و $N = 2019$	0.25	

عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
التّمرين الثّالث: (05 نقاط)		
1) $P(A)=\frac{11}{21}$ ، $P(B)=\frac{12}{21}$.	2x0.75	1.5
2) أ) $P(A\cap B)=\frac{C_4^1\times C_1^1}{21}=\frac{4}{21}$	0.5	1
ب) الاستنتاج: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{19}{21}$	0.5	
3) مجموعة قيم X هي $\{4;6;9\}$ وقانون احتمال X معرف بالجدول التّالي: x_i: 4 ، 6 ، 9 $P(X=x_i)$: $\frac{10}{21}$ ، $\frac{10}{21}$ ، $\frac{1}{21}$	0.25 1.25	1.5
4) تكون اللّعبة عادلة من أجل $x^2-y^2=13$ ومنه: $x=7$ ، $y=6$.	2x0.5	1
التّمرين الرابع: (07 نقاط)		
I) 1) من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $g'(x)=\frac{x+2}{x}$ و $g'(x)>0$ ومنه g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$.	0.5 0.25	0.75
2) نجد: $g(1)=0$ ، $g(x)$ سالبة تماما على $]0;1[$ وموجبة تماما على $]1;+\infty[$	0.25+0.75	1
II) 1) أ) $\lim\limits_{x\to0}f(x)=+\infty$. المستقيم ذي المعادلة $x=0$ مقارب للمنحنى (C_f)	2x0.25	1
ب) $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.	0.5	
2) أ) من أجل كلّ عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$	0.5	1.25
ب) الدّالة f متناقصة تماما على $]0;1]$ ومتزايدة تماما على $[1;+\infty[$	0.5	
جدول التّغيرات	0.25	
3) أ) $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-\ln x]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{-1}{x}-\frac{2\ln x}{x}\right)=0$. التّفسير الهندسي: المنحنى (Γ) مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$	0.5 0.25	1.5
ب) لدينا: $f(x)-\ln x=-\frac{1}{x}(1+2\ln x)$ إشارة المقدار $f(x)-\ln x$ يكون المنحنى (C_f) فوق (Γ) على المجال $\left]0;e^{\frac{-1}{2}}\right[$ و تحت (Γ) على $\left]e^{\frac{-1}{2}};+\infty\right[$ و $(C_f)\cap(\Gamma)=\left\{A\left(e^{\frac{-1}{2}};\frac{-1}{2}\right)\right\}$	0.25 0.25 0.25	

عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)	العلامة	
	مجزأة	مجموعة
4) تبيان أن المنحنى (C_f) يتقاطع مع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما α و β والتّحقّق أن: $0.5<\alpha<0.6$ و $2.9<\beta<3$	0.5 0.25	0.75
5) رسم (Γ) رسم (C_f) 	0.25 0.5	0.75

عناصر الإجابة (الموضوع الثّاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
التّمرين الأوّل: (04 نقاط)		
I) 1) لدينا عدد الحالات الممكنة : $C_9^3 = 84$ نجد: $P(A) = \frac{5}{84}$ ، $P(B) = 1 - \frac{5}{42} = \frac{37}{42}$	0.25 2x0.5	1.25
2) أ) قيم X هي 2 ، 3 و 4 $P(X=3) = \frac{3}{7}$ وقانون احتمال X : $\begin{array}{c\|c\|c\|c} x_i & 2 & 3 & 4 \\ \hline P(X=x_i) & \frac{5}{21} & \frac{9}{21} & \frac{7}{21} \end{array}$	0.25 0.75 2x0.5	2.25
ب) $E(X) = \frac{65}{21}$	0.25	
II) عدد الحالات الممكنة: $A_9^3 = 504$ و منه: $P(C) = 1 - \frac{A_4^3}{504} = \frac{20}{21}$	2x0.25	0.5
التّمرين الثّاني: (04 نقاط)		
1) أ) دراسة بواقي قسمة 3^n على 5: من أجل $n = 4k$ نجد $3^n \equiv 1[5]$ ، من أجل $n = 4k+1$ نجد $3^n \equiv 3[5]$ من أجل $n = 4k+2$ نجد $3^n \equiv 4[5]$ ، من أجل $n = 4k+3$ نجد $3^n \equiv 2[5]$	1	1.5
ب) باقي قسمة العدد: $8^{2020} - 2\times 3^{1441} - 1$ على 5 هو 4	0.5	
2) لدينا: $a_n \equiv 0[5]$ يكافئ : $n = 4k+3$ و k عدد طبيعي	0.75	0.75
3) أ) القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين a_n و b_n هي 1 و 5	0.5	1.75
ب) بيان أنّ: $a_n \equiv 0[5]$ اذا وفقط اذا كان $b_n \equiv 0[5]$	0.5	
جـ) قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون القاسم المشترك الأكبر للعددين a_n و b_n هو 5 هي $n = 4k+3$ و k عدد طبيعي، بالتّالي: قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها a_n و b_n أوليان فيما بينهما هي: $n = 4k$ ، $n = 4k+1$ و $n = 4k+2$ مع k عدد طبيعي	0.25 0.25 0.25	
التّمرين الثّالث: (05 نقاط)		
1) برهان بالتّراجع، انّه من اجل كل عدد طبيعي n : $-1 < u_n < 2$	1	1
2) أ) بيان انّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{(2-u_n)(1+u_n)}{u_n + 2}$	0.5	1.25
ب) المتتالية (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$. الاستنتاج: المتتالية (u_n) متزايدة تماما ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة	0.5 0.25	

عناصر الإجابة (الموضوع الثّاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
3) لدينا: $v_n = \dfrac{u_n+\alpha}{u_n+1}$ حيث α عدد حقيقي. أ) قيمة α حتى تكون (v_n) هندسية أساسها $\dfrac{1}{4}$ هي -2 . ونجد $v_0=-1$	1 0.25	2.75
ب) من: $v_n = \dfrac{u_n-2}{u_n+1}$ نجد: $u_n = \dfrac{v_n+2}{1-v_n}$ ولدينا: $v_n = -\left(\dfrac{1}{4}\right)^n$ بالتالي: $u_n = \dfrac{2\times 4^n-1}{4^n+1}$ ونجد: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 2$	0.5 0.75 0.25	
التّمرين الرابع: (07 نقاط)		
1) أ) بيان أنه من أجل كلّ x من $[-1;+\infty[$: $f'(x)=(1-e^{-x})(2e^{-x}+1)$	0.5	2
ب) $f'(x)<0$ على $[-1;0[$ و $f'(x)>0$ على $]0;+\infty[$ مع: $f'(0)=0$ الاستنتاج: الدّالة f متناقصة تماما على $[-1;0]$ و متزايدة تماما على $[0;+\infty[$	0.5 0.25	
جـ) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ جدول التّغيرات	0.5 0.25	
2) أ) لدينا: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-\dfrac{3}{4})\right]=0$ ومنه (Δ) مقارب مائل لـ (C_f)	0.5	1.25
ب) من إشارة $\left[f(x)-(x-\dfrac{3}{4})\right]$ نجد: (C_f) فوق (Δ) على $[-1;0[$ و (C_f) تحت (Δ) على $]0;+\infty[$ و $(C_f)\cap(\Delta)=\left\{A\left(0;-\dfrac{3}{4}\right)\right\}$	0.5 0.25	
3) لدينا: $f'(x)=1$ يكافئ: $x=\ln 2$ بالتّالي (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) في النّقطة التي فاصلتها $\ln 2$ و $(T): y=x-1$	0.5 0.25	0.75
4) لدينا: من أجل كل x من $[-1;+\infty[$: $f''(x)=e^{-x}(4e^{-x}-1)$ و f'' تنعدم عند $\ln 4$ مغيّرة إشارتها بالتّالي $w\left(\ln 4;-\dfrac{15}{6}+\ln 4\right)$ نقطة انعطاف	0.5 0.5 0.25	1.25

<table>
<tr><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الثّاني)</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>مجموعة</th></tr>
<tr><td>5) رسم (Δ) و (T)
رسم (C_f)

</td><td>2×0.25
0.5</td><td>1</td></tr>
<tr><td>6) حلول المعادلة $f(x)=x+m$ هي فواصل نقط تقاطع (C_f) والمستقيم ذي المعادلة $y=x+m$
بالتّالي للمعادلة حلّان مختلفان يكافئ $m\in\left]-1;-\frac{3}{4}\right[$</td><td>0.25
0.5</td><td>0.75</td></tr>
</table>