الإجابة النموذجية لموضوع امتحان البكالوريا دورة: 2013

اختبار مادة: الرياضيات الشعبة: رياضيات المدة: 04 ساعات ونصف

الإجابة النموذجية

عدد الصفحات: 4

(الموضوع الأول) عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
التمرين الأول: (06 نقاط)		
1. أ - $\frac{z_A - z_B}{z_A} = e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، المثلث OAB متساوي الساقين وقائم في A .	$0.25+0.5$	06
ب - الرباعي $OABC$ مربع ، مساحته $s(OABC)=a^2\ ua$	0.25×2	
2. أ - $\frac{z_E}{z_A}=\frac{b}{a}e^{i\frac{3\pi}{4}}$ ، $z'=\frac{b}{a}e^{i\frac{3\pi}{4}}\times z$	0.25×2	
ب - تبيان أنّ مساحة الرباعي $OEFG$ هي b^2 مقدرة بوحدة المساحات. $S_{(OEFG)}=\left(\frac{b}{a}\right)^2\times a^2$	0,25	
3. أ - $\lvert z_C\rvert^2+\lvert z_E\rvert^2-2\lvert z_C\times z_E\rvert\cos\left[\arg\left(\frac{z_E}{z_C}\right)\right]=a^2+b^2-ab\sqrt{2}$	0,5	
ب - المثلث OCE حسب الكاشي: $CE^2=OC^2+OE^2-2OC\times OE\times COS(\vec{OC},\vec{OE})=$ $\lvert z_C\rvert^2+\lvert z_E\rvert^2-2\lvert z_C\ z_E\rvert\cos\left[\arg\left(\frac{z_E}{z_C}\right)\right]=a^2+b^2-ab\sqrt{2}$	0.25×2	
II. 1- $M_{n+1}=s(M_n)$ معناه $\frac{z_{n+1}}{z_n}=\frac{b}{a}e^{i\frac{3\pi}{4}}$.	0,25	
2 - (u_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{b}{a}$ وحدها الأول u_0 معرف بـ: $u_0=\lvert z_0\rvert=\lvert z_A\rvert=a$. - (v_n) متتالية حسابية أساسها $\frac{3\pi}{4}$ وحدها الأول v_0 معرف بـ: $v_0=\arg(z_A)=\frac{3\pi}{4}$.	0.75×2	
3- $T_n=u_0+u_1+u_2+\dots+u_n=\frac{a^2}{b-a}\left[\left(\frac{b}{a}\right)^{n+1}-1\right]$ و $\lim_{n\to+\infty}T_n=+\infty$	0,5	
4 - $n=4k$ مع $k\in\mathbb{N}$.	0,75	
التمرين الثاني: (03 نقاط)		
1. أ - تبيان أنّ: $PGCD(\alpha;\beta)=PGCD(\beta;10)$.	0,75	03
ب - $PGCD(\alpha;\beta)\in\{1;2;5;10\}$ - جـ - $n=10p+2$ مع $p\in\mathbb{N}$.	0.5×2	
2. أ - دراسة حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 11.	0,75	
ب - $n=110p+82$ مع $p\in\mathbb{N}$.	0,5	

العلامة: المجموع	العلامة: مجزأة	عناصر الإجابة (تابع للموضوع الأول)
		التمرين الثالث: (05 نقاط)
05	0,75	1. أ- تبيان أنّ النقط A ، B و C تعيّن مستويا (ABC).
	0,5×2	ب- الشعاع $\vec{n}(3;-2;1)$ ناظمي لـ (ABC) ؛ $3x-2y+z-1=0$ معادلة له.
	0,5+0,25	2. أ- $x+y-z-2=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathscr{P})$ ؛ (ABC) و $(\mathscr{P})$ متعامدان.
	0,5	ب- (ABC) و $(\mathscr{P})$ متقاطعان وفق مستقيم (Δ) معرف بـ $\begin{cases} x=-2+t \\ y=-7+4t \quad (t\in\mathbb{R}) \\ z=-7+5t \end{cases}$.
	0,25×3	ج- $d(D,(ABC))=\sqrt{14}$ ، $d(D,(\mathscr{P}))=\frac{\sqrt{3}}{3}$ ، $d(D,(\Delta))=\sqrt{\frac{43}{3}}$.
	0,5	3. أ- $x+4y+5z-33=0$ هي معادلة لـ $(\mathscr{Q})$ ؛
	0,25+0,25	ب- $(\mathscr{P})\cap(ABC)\cap(\mathscr{Q})=\{H\}$ حيث $H\left(\frac{1}{3},\frac{7}{3},\frac{14}{3}\right)$
	0,25	جـ- $d(D,(\Delta))=DH=\sqrt{\frac{43}{3}}$.

التمرين الرابع: (06 نقاط)

المجموع	مجزأة	عناصر الإجابة
06	0,5	I- 1. أ- دراسة تغيرات الدالة u
	0,5	ب- تبيان أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ؛ $e^x-ex\geq 3x-4$.
	0,75+0,5	2. أ- $v'(1)=0$ ب- إثبات أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $v(x)<0$.
	0,5	جـ- استنتاج أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ؛ $\frac{1+\ln x}{x^2}\leq 3x-4$.
	0,5	3. إثبات أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ؛ $e^x-ex+\frac{1-\ln x}{x^2}>0$.
	0,5	II- 1. $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=-\infty$ ؛ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$
	0,5×2	2. الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ ؛ جدول تغيرات الدالة f
	0,5	3. $f(1)=0$ ؛ إنشاء المنحني (C_f) على المجال $\left]0;\frac{5}{2}\right]$.
	0,25+0,25+0,25	4. المساحة : $A=-\int_{\frac{1}{2}}^{1} f(x)\,dx+\int_{1}^{2} f(x)\,dx\ ua\approx 1.024\ ua$ $\left(\int f(x)\,dx=e^x-\frac{e}{2}x^2-\frac{1}{2}(\ln x)^2+c\right)$

عناصر الإجابة **(الموضوع الثاني)**	العلامة مجزأة	العلامة المجموع

التمرين الأول: (03 نقاط)

عناصر الإجابة	مجزأة	المجموع
1. أ - الأعداد الطبيعية n التي تحقق $2n+27 \equiv 0[n+1]$ هي: $0;4;24$	$0,25$	03
ب - $(a;b)\in\{(1;5);(5;7)\}$.	$0,5$	
جـ - طريقة لرسم قطعة مستقيمة طولها $\sqrt{24}$: يمكن استعمال $5^2=\sqrt{24}^2-1^2$ (فيثاغورث) 	$0,25$	
2. أ - $\alpha = 10141 = 671$ و $\beta = 3403 = 478$	$0,25\times 2$	
ب - $\begin{cases} b^2-a^2=24 \\ 671a-478b=9 \end{cases}$ معناه $(a;b)=(5;7)$	$0,5$	
3. أ - $PGCD(2013;1434)=3$ ؛ $PGCD(671;478)=1$	$0,25\times 2$	
ب - $2013x-1434y=27$ معناه $(x;y)=(478k+5;671k+7)$ مع $k\in\mathbb{Z}$.	$0,5$	

التمرين الثاني: (05 نقاط)

عناصر الإجابة	مجزأة	المجموع
1. $z^2-z+1=0$ معناه $z=\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$ أو $z=\frac{1-i\sqrt{3}}{2}$.	$0,5$	05
2. أ - $z_A=-\frac{1+i\sqrt{3}}{2}=e^{-i\frac{2\pi}{3}}$ ب - مجموعة النقط هي المستقيم (OA) باستثناء النقطة A.	$0,5+0,25$	
3. أ - r هو دوران زاويته $-\frac{2\pi}{3}$ و مركزه $\omega(0;1)$	$0,5$	
ب - نسبة التحاكي h هي -2 ومركزه هو النقطة $\omega(0;1)$.	$0,5$	
جـ - r هو تشابه مباشر مركزه $\omega(0;1)$ ونسبته 1 وزاويته $-\frac{2\pi}{3}$ ؛ h هو تشابه مباشر مركزه $\omega(0;1)$ ونسبته 2 وزاويته π. إذن S هو تشابه مباشر مركزه $\omega(0;1)$ ونسبته $1\times 2=2$ وزاويته $-\frac{2\pi}{3}+\pi=\frac{\pi}{3}$.	$0,75$	
التحقق من الكتابة المركبة	$0,25$	
4. تبيان أن النقط O ، Ω و E في استقامية.	$0,75$	
5. أ - المجموعة (Γ) هي الدائرة ذات المركز Ω ونصف القطر 2.	$0,5$	
ب - (Γ') هي الدائرة ذات المركز Ω ونصف القطر 4.	$0,5$	

التمرين الثالث: (04 نقاط)

عناصر الإجابة	مجزأة	المجموع
1. أ - $\begin{cases} x=-1-2t \\ y=t \\ z=2-t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ هو تمثيل وسيطي للمستقيم (AB).	$0,25$	
ب - المستقيمان (AB) و (Δ) غير متقاطعين وغير متوازيين إذن هما ليسا من نفس المستوي.	$0,5$	

(تابع للموضوع الثاني) عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
2. أ - $(\lambda \in \mathbb{R};\gamma \in \mathbb{R})$ $\begin{cases} x=-1+2\lambda+\gamma \\ y=\lambda \\ z=-2+\lambda+\gamma \end{cases}$ وهو تمثيل وسيطي للمستوي $(\mathscr{P})$.	0,25	03
ب - إثبات أن $x-y-z-1=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathscr{P})$.	0,25	
3. أ - تبيان أن النقطة M تنتمي إلى المستقيم (AB).	0,25	
ب - $M\left(-\frac{11}{3};-\frac{4}{3};\frac{10}{3}\right)$ و $N(-3;-2;4)$.	0,75	
جـ - $d(N,(P))=\frac{2}{\sqrt{3}}$ حساب مساحة المثلث ABN . $S(ABN)=\sqrt{2}\ u.a$	0,5+0,25	
التمرين الرابع: (08 نقاط)		
I - 1. أ - $\lim_{x\to-\infty} g(x)=+\infty$ ؛ $\lim_{x\to+\infty} g(x)=1$.	$0,25\times2$	08
ب - $g'(x)=-(x^2-2x-1)e^{-x}$ ؛ إشارة $g'(x)$ ؛ جدول تغيرات الدالة g .	$0,25\times3$	
2. أ - $g(x)=0$ تقبل حلا في $\left]-\infty;1-\sqrt{2}\right]$ وحلا في $\left[1-\sqrt{2};1+\sqrt{2}\right]$ إذن تقبل حلين في $\mathbb{R}$ $g(0)=0$ ؛ $\alpha\in\left]-0,8;-0,7\right[$ $g(-0,8)\times g(-0,7)<0$	0,5 / $0,25\times2$	
ب - $x\in\left]-\infty;\alpha\right[\cup\left]0;+\infty\right[$ ، $g(x)>0$ ؛ $x\in\left]\alpha;0\right[$ ، $g(x)<0$ و $g(\alpha)=g(0)=0$	0,25	
II - 1. أ - $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ ؛ $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	$0,25\times2$	
ب - $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-x\right]=0$	0,25	
جـ - من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)-x<0$ ومنه المنحني (C_f) يقع أسفل المستقيم (Δ).	0,25	
2. أ - تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)$	0,25	
ب - جدول تغيرات الدالة f	0,25	
3. أ - تبيان أن المنحني $(\mathscr{C}_f)$ يقبل مماسين $(f'(x)=1$ لها حلان $x=1$ أو $x=-1)$ ؛ $y=x$ ؛ $y=x-\frac{4}{e}$	$0,25\times3$	
ب - تمثيل المماسين والمنحني $(\mathscr{C}_f)$.	$0,25\times3$	
جـ - المناقشة بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $(x+1)^2-me^{x}=0$	0,5	
4. $H'(x)=(x+1)^2e^{-x}$	0,25	
ب - $S=4(2e-5)\ cm^2$	0,25	
III - 1. البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $-1\le u_n\le\alpha$.	0,75	
2. المتتالية (u_n) متناقصة لأن: $u_{n+1}-u_n=-(u_n+1)^2e^{-u_n}<0$	0,25	
3. نستنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ؛ $\lim_{n\to+\infty} u_n=-1$	$0,25\times2$	