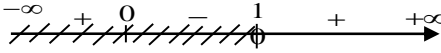


العلامة		عناصر الإجابة ( الموضوع الأول )
مجموع	مجزأة	
04		<b>التمرين الأول: (04 نقطة)</b>
	0,50	(1) الإجابة الصحيحة هي الاقتراح ج) لأن كل من النقطتين $A$ و $C$ تنتميان إلى $(P)$ .
	0,75	(2) الإجابة الصحيحة هي الاقتراح ب) لأن الشعاع الناطمي $\vec{n}(1;-2;1) \perp (P)$ لا يُعتمد $\vec{AB}(-1;2;-3)$ .
	0,75	(3) الإجابة الصحيحة هي الاقتراح ب) لأن $B \in (\Delta)$ و $\vec{OB}(0;3;1)$ يُعتمد $\vec{u}(-1;1;3)$ شعاع توجيه $(\Delta)$ .
	01	(4) الإجابة الصحيحة هي الاقتراح أ) لأن $C$ نقطة مشتركة بين $(AC)$ و $(\Delta)$ بينما $A \notin (\Delta)$ (أو بأي طريقة أخرى).
	01	(5) الإجابة الصحيحة هي الاقتراح ب) لأن العلاقة $BM^2 - 9CM^2 = 0$ تكافئ $(\vec{BM} - 3\vec{CM})(\vec{BM} + 3\vec{CM}) = 0$ أي: $\vec{GM} \cdot \vec{HM} = 0$ حيث $G$ مرجح الجملة $\{(A;1);(B;-3)\}$ و $H$ مرجح الجملة $\{(A;1);(B;3)\}$ إذن مجموعة النقط هي سطح الكرة التي قطرها $[GH]$ .
04		<b>التمرين الثاني: (04 نقاط)</b>
	0,50	(1) حلا المعادلة هما: $z_1 = \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{3}i$ و $z_2 = \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{3}i$
	0,50	(2) أ) الشكل الأسّي $z_A = \frac{2}{3}e^{i\frac{\pi}{6}}$ و $z_B = \frac{2}{3}e^{-i\frac{\pi}{6}}$ .
	0,75	ب) لدينا $\frac{z_A}{z_B} = e^{i\frac{\pi}{3}}$ ومنه $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{2016} + \left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{1437} = e^{i2\pi(336)} + e^{i(2\pi(239)+\pi)} = 1 - 1 = 0$
	0,50	ج) $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n = e^{i\frac{n\pi}{3}}$ يكون حقيقيا إذا كان $\frac{n\pi}{3} = k\pi$ ومنه $n = 3k$ ; $k \in \mathbb{N}$ .
	0,75	(3) أ) $z' = \left(\frac{z_A}{z_B}\right)z$ تكافئ $z' = e^{i\frac{\pi}{3}}z$ ومنه $f$ دوران مركزه $O$ وزاويته $\frac{\pi}{3}$
	0,50	ب) $f(A) = C$ ومنه $z_C = \frac{2}{3}i$ .
	0,50	ج) لدينا: $z_A + z_B + z_C + z_D = 0$ ومنه $z_D = -\frac{2\sqrt{3}}{3} - i\frac{2}{3}$ .
03		<b>التمرين الثالث: (05 نقاط)</b>
	0,50	(1) الحل الخاص هو: $(x_0; y_0) = (-19; -19)$ .
	0,75	مجموعة حلول المعادلة $(E)$ هي: $(x; y) = (7k - 19; 6k - 19); k \in \mathbb{Z}$ .
	0,75	(2) الجملة $(\lambda \in \mathbb{Z}) \begin{cases} \lambda \equiv 24[7] \\ \lambda \equiv 5[6] \end{cases}$ تكافئ المعادلة $(E)$ . ومنه
	0,25	$\lambda = 6x + 5 = 6(7k - 19) + 5 = 42k - 109; k \in \mathbb{Z}$ ، باقي قسمة $\lambda$ على 42 هو 17
	0,75	(3) $ x + y - 1  \leq 13$ تكافئ $2 \leq k \leq 4$ و $k \in \mathbb{Z}$ ومنه $(x; y) \in \{(-5; -7), (2; -1), (9; 5)\}$

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
02	01	(4 أ) لدينا: $5^{6k+\alpha} \equiv 5^\alpha [7]$ حيث $\alpha \in \{0,1,2,3,4,5\}$ و $k$ عدد طبيعي ومنه مجموعة البواقي هي: $\{1,5,4,6,2,3\}$ .
	01	(ب) $\begin{cases} n-5^n \equiv 2020[7] \\ n \equiv 1437[6] \end{cases}$ تكافئ $\begin{cases} n-6 \equiv 4[7] \\ n \equiv 6k+3 \end{cases}; k \in \mathbb{N}$ ومنه $\begin{cases} n=6k+3 \\ n=7q+3 \end{cases}$ ومنه $n=42m+3; m \in \mathbb{N}$ .
07		<b>التمرين الرابع: (07 نقاط)</b>
	0,50	(I) 1 أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -1} g(x) = -\infty$ .
	0,75 0,25	(ب) $g'(x) = \frac{2}{(x+1)^2} + \frac{1}{x+1}$ إذن $g$ متزايدة تماما على $]-1; +\infty[$ . جدول التغيرات
	0,50	2 أ) $g$ مستمرة ورتيبة تماما على $[0,4; 0,5]$ ولدينا $g(0,4) = -0,09$ و $g(0,5) = 0,07$ ومنه المعادلة تقبل حلا وحيد $\alpha$ حيث: $0,4 < \alpha < 0,5$ .
	0,25	(ب) إشارة $g(x)$
	0,50	(II) 1 أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$ .
	0,50 0,25	(ب) 2 أ) $f$ تقبل الاشتقاق على $]-1; +\infty[$ و $f'(x) = g(x)$ إذن $f$ متناقصة تماما على $]-1; \alpha[$ و متزايدة تماما على $[\alpha; +\infty[$ . جدول التغيرات
	0,25 x 2	(ب) $f(\alpha) = -\alpha + 4 - \frac{4}{\alpha+1}$ و الحصر لـ $f(\alpha)$ .
	0,25	(3 أ) التحقق أنه من أجل كل $x$ من $]-1; +\infty[$ فإن $h'(x) = f'(x) - f'(a)$ .
	0,50	(ب) $h'(x) = f'(x) - f'(a) = g(x) - g(a)$ و $h'(x) = 0$ يعني $x = a$ و بما أن $g$ متزايدة تماما على $]-1; +\infty[$ فإن: $h'(x) > 0$ على المجال $]a; +\infty[$ و $h'(x) < 0$ على المجال $]-1; a[$ . $h$ متزايدة تماما على $]a; +\infty[$ و متناقصة تماما على $]-1; a[$ .
	0,25	(ج) من أجل كل $x$ من $]-1; +\infty[$ فإن $f(x) - y = h(x)$ و $h(a) = 0$ ومنه $h(x) \geq 0$ وهذا يعني $(C)$ يقع فوق المماس $(T_a)$ .
	0,75	(4 أ) $(T_a)$ تشمل النقطة $A(1;0)$ يعني $-a^2 + 3a = 0$ ومنه $a = 0$ أو $a = 3$ معادلتيهما: $(T_0): y = -x + 1$ و $(T_3): y = \left(\frac{1}{2} + \ln 4\right)(x-1)$ .
	0,75	(ب) رسم المماسين $(T_0)$ و $(T_3)$ و المنحني $(C)$ .
	0,25	(5 أ) $H'(x) = (x-1)\ln(x+1)$ على المجال $]-1; +\infty[$ .
	0,25	(ب) $A = \left(\int_1^2 f(x) dx\right) u.a = \left(-\frac{3}{2} \ln 3 + 2 \ln 2 + \frac{7}{4}\right) u.a$ أي $A \approx 1,48 u.a$

العلامة		عناصر الإجابة ( الموضوع الثاني )
مجموع	مجزأة	
05		<b>التمرين الأول: (05 نقاط )</b>
	0,50	$f'(x) = \frac{2x^2 - 2x}{(2x-1)^2} : \text{ اتجاه تغير الدالة } f$ 
	0,25	
	0,50	(2) أ) تمثيل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية $(u_n)$ على محور الفواصل.
	0,50	ب) المتتالية $(u_n)$ يبدو أنها متناقصة تماما و مقاربة.
	0,50	ج) برهان من أجل كل عدد طبيعي $n : 1 \leq u_n \leq 6$
	0,50	د) المتتالية $(u_n)$ متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ .
	0,25	هـ) $(u_n)$ متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ و محدودة من الأسفل بالعدد 1 فهي مقاربة إلى العدد 1.
	0,25	(3) أ) $(w_n)$ متتالية هندسية أساسها 2 وحدها الأول $w_0 = \ln \frac{5}{6}$ .
	0,25	ب) $w_n = w_0 2^n$ ومنه $w_n = 2^n \ln \frac{5}{6}$ .
	0,25	$w_n = \ln(v_n)$ نجد $v_n = e^{w_n}$ أي $v_n = \left(\frac{5}{6}\right)^{2^n}$ .
05	0,50 0,25	ج) $u_n = \frac{1}{1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{2^n}}$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{5}{6}\right)^{2^n} = 0$ . $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$
	0,50	(4) $S_n = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^1 + 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^2 + 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4 + \dots + 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{2^n}$ أي
	0,50	$S_n = n + \frac{30}{11} \left(\frac{5}{6}\right)^{2n+2} - \frac{19}{11}$ و منه $S_n = (n+1) - \left(\frac{5}{6}\right) \times \frac{1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{2n+2}}{\frac{11}{36}}$ .
03,75		<b>التمرين الثاني: (04,5 نقطة )</b>
	01	(I) $S = \left\{ \frac{\sqrt{2}}{2}; \sqrt{2} - \sqrt{2}i; \sqrt{2} + \sqrt{2}i \right\}$
	0,75	(2) $z = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{0i}$ و $z = 2e^{-i\frac{\pi}{4}}$ و $z = 2e^{i\frac{\pi}{4}}$ .
	0,50	(II) 1) تعليم النقط.
	0,50 × 2	(2) $e = -\sqrt{2} - \sqrt{2}i$ ، $d = -\sqrt{2} + 3\sqrt{2}i$
	0,50	(III) 1) $z = \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)$

العلامة		عناصر الإجابة ( الموضوع الثاني )
مجموع	مجزأة	
0,75	0,75	(2) الرباعي $BDFE$ مربع.
04		<b>التمرين الثالث: ( 04 نقاط )</b>
	0,50	(1) $ABC$ مثلث قائم في $A$ .
	0,50	(2) $(P): x + y + z - 3 = 0$ .
	0,50	(3) أ) دراسة تعامد $(P)$ و $(P')$ : $\vec{n}_{(P)}(1;1;1)$ ناظمي $\perp (P)$ . $\vec{n}_{(P)}(1;0;-1)$ شعاع ناظمي $\perp (P')$ : $\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(P')} = 0$ .
	0,75	ب) تبيان أن المستقيم $(\Delta)$ هو مستقيم تقاطع $(P)$ و $(P')$ . (تقبل كل الطرق).
	0,50	(4) أ) $H$ هي المسقط العمودي لـ $D$ على $(\Delta)$ معناه $H \in (\Delta)$ و $\overline{HD} \perp \overline{V}$ .
	0,50	ب) $d(D;(\Delta)) = HD = \sqrt{\frac{16}{9} + \frac{1}{9} + \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{21}}{3}$ .
	0,25	(5) أ) $E(0;4;-1)$ تنتمي إلى المستقيم $(\Delta)$ .
	0,50	ب) $V_{ABCE} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times AB \times AC \times EA = 27 u.v$ .
05,5		<b>التمرين الرابع: ( 06,5 نقطة )</b>
	0,50	(I) 1) أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = 0$ .
	0,75	ب) $g'(x) = -\ln x$ و إشارة $g'(x)$ ثم استنتاج اتجاه تغير $g$ . تشكيل جدول التغيرات
	0,50	(2) تبيان المعادلة $g(x) = -1$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $3,5 < \alpha < 3,6$ .
	0,25	(3) إشارة $g(x) + 1$ على $]0; +\infty[$ .
	0,25	(II) 1) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ نستنتج أن $(C_f)$ يقبل مستقيم مقارب معادلته $x = 0$ .
	0,25	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ نستنتج أن $(C_f)$ يقبل مستقيم مقارب معادلته $y = 0$ .
	0,50	(2) أ) برهان أن: $f'(x) = \frac{g(x)+1}{x(x+1)^2}$ .
	0,25 0,25	ب) الدالة $f$ متزايدة تماما على المجال $]0;\alpha[$ و متناقصة تماما على المجال $]\alpha;+\infty[$ جدول التغيرات
	0,50	ج) $(T): y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ .
	0,50	د) $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha} = 0$ ، المنحنى $(C_f)$ الممثل للدالة $f$ يقبل مماسا أفقيا معادلته: $y = f(\alpha)$ عند النقطة ذات الفاصلة $\alpha$ .
	0,25	(3) أ) تبيان أن: $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha}$ .
	0,25	ب) $0,28 < f(\alpha) < 0,29$ .
	0,50	ج) الرسم.

العلامة		عناصر الإجابة ( الموضوع الثاني )
مجموع	مجزأة	
01	0,25	4 أ) التحقق من أن $(E)$ يؤول حلها إلى حل المعادلة $f(x) = \frac{1}{2}x - m$
	0,25	ب) المعادلة تقبل حلين متمايزين معناه $-m < -\frac{1}{2}$ أي $m \in \left] \frac{1}{2}; +\infty \right[$
	0,25	5 أ) تبيان أن الدالة $h$ زوجية.
	0,25	ب) الرسم.