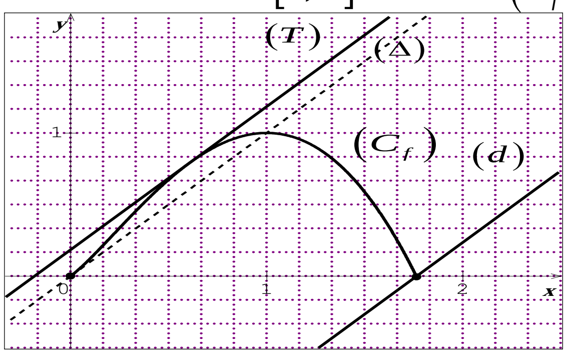
عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة: مجزأة	العلامة: مجموع
التمرين الأول: (04 نقاط)		
1) حل المعادلة في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$: الحل الخاص $(x_0;y_0)=(4;3)$ $PGCD(673;505)=1$ ومنه: $(x;y)=(673k+4;505k+3)$ حيث $k\in\mathbb{Z}$	0.5 0.75 0.75	02
2) بيان أن x و y لهما نفس الإشارة: $(673k+4)(505k+3)>0$ محققة من أجل كل $k\in\mathbb{Z}$	0.5	0.5
3) كتابة u_α بدلالة α: (u_n) متتالية حسابية، $u_\alpha=3+505\alpha\ ;\ \alpha\in\mathbb{N}$	2×0.25	01
- كتابة v_β بدلالة β: (v_n) متتالية حسابية، $v_\beta=4+673\beta\ ;\ \beta\in\mathbb{N}$	2×0.25	
4) أ) تعيين الحدود المشتركة بين (u_n) و (v_n): $u_\alpha=v_\beta$ تكافئ $3+505\alpha=4+673\beta$ ومنه: $505\alpha-673\beta=1$ ومنه: $(\alpha;\beta)=(673k+4;505k+3)$ مع $k\in\mathbb{N}$ $u_\alpha=505\alpha+3$ أي $u_k=339865k+2023$ مع $k\in\mathbb{N}$. اي $w_n=339865n+2023$ وهي حدود متتابعة لمتتالية حسابية أساسها $r=339865$ وحدها الأول 2023 **ب)** $p=X_1.X_2.........X_n=(673)^n n!$	0.25 0.25	0.5
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
1) تبيان أن المثلث ABC قائم في A: $\overrightarrow{AB}(0;-2;1)$ ، $\overrightarrow{AC}(0;2;4)$. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0$ ومنه: ABC قائم في A.	2×0.25 0.5 0.25	1.25
2) كتابة معادلة المستوي (Q): $(Q): y+2z+2=0$	0.75	0.75
3) أ. إثبات أن (P_m) يشمل مستقيما ثابتا (Δ) مع تعيين تمثيل وسيطي له: ①..... $(P_m):(m-1)x+2y-z-m=0$ ① تكافئ $m(x-1)+(-x+2y-z)=0$ ومنه: و $\begin{cases}x-1=0\\-x+2y-z=0\end{cases}$ ومنه: و $\begin{cases}x=1\\z=2y-1\end{cases}$ إذن: و $(\Delta):\begin{cases}x=1\\y=t\\z=2t-1\end{cases}$ مع $t\in\mathbb{R}$	0.25 0.25	01
• التحقق أن A و C نقطتان من (Δ): $A\in(\Delta):\begin{cases}x=1\\y=t=0\\z=2(0)-1=-1\end{cases}$ ، $C\in(\Delta):\begin{cases}x=1\\y=t=2\\z=2(2)-1=3\end{cases}$	0.25	
ب. تبيان أن (P_m) يعامد المستوي (Q): • $\overrightarrow{n_{(P_m)}}(m-1;2;-1)$ و $\overrightarrow{n_{(Q)}}(0;1;2)$ ومنه $\overrightarrow{n_{(P_m)}}\cdot\overrightarrow{n_{(Q)}}=0$	0.25	
4) أ. تبيان أن $d(m)=\frac{5}{\sqrt{m^2-2m+6}}$: $d(m)=\frac{\lvert(m-1)(1)+2(-2)-0-m\rvert}{\sqrt{(m-1)^2+2^2+(-1)^2}}=\frac{5}{\sqrt{m^2-2m+6}}$	0.25	01

عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
- تعيين قيمة m حتى تكون $d(m)$ أعظمية: $d(m)$ أعظمية من أجل $m=1$ (تقبل أي إجابة صحيحة). ومنه: $d(1)=\sqrt{5}$	0.25 0.25	
ب. استنتاج أنه إذا كان $d(m)$ أعظميا فإن A المسقط العمودي لـ B على (P_m): من أجل $m=1$. $\begin{cases} AB=\sqrt{5}=d(1) \\ A\in(p_m) \end{cases}$ و ومنه A المسقط العمودي لـ B	0.25	
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
1) - حل المعادلة في $\mathbb{C}$: $(z^2+1)(z^2-2z+3)=0$ ......① ① تكافئ $\begin{cases} z^2+1=0 \\ z^2-2z+3=0 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} z_1=i \quad ; \quad z_2=\overline{z_1} \\ z_3=1+i\sqrt{2} \quad ; \quad z_4=\overline{z_3} \end{cases}$	6×0.25	**1.50**
2) **أ.** حساب $\lvert z_A-1\rvert$ ، $\lvert z_C-1\rvert$ و $\lvert z_D-z_E\rvert$. $\lvert z_A-1\rvert=\sqrt{2}$ ، $\lvert z_C-1\rvert=\sqrt{2}$ و $\lvert z_D-z_E\rvert=\sqrt{2}$	0.75	**1.50**
- استنتاج أن النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة. لدينا: $\lvert z_A-z_E\rvert=\lvert z_C-z_E\rvert=\lvert z_D-z_E\rvert=\sqrt{2}$ و بما أن B نظيرة C بالنسبة إلى محور الفواصل فإن: $AE=CE=DE=BE=\sqrt{2}$ ومنه: النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها E و طول نصف قطرها $\sqrt{2}$.	0.25 0.25	
ب. تبيان أن $z_B-z_E=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(z_A-z_E)$. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(z_A-z_E)=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(i\sqrt{2})=i-1=z_B-z_E$	0.25	
- الاستنتاج : $z_B-z_E=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(z_A-z_E)$ حيث $a=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=e^{i\frac{\pi}{4}}$ ومنه B صورة A بدوران مركزه E و زاويته $\frac{\pi}{4}$.	0.5	**0.75**
- طبيعة المثلث ABE: في المثلث ABE لدينا $\begin{cases} AE=BE \\ (\overrightarrow{EA};\overrightarrow{EB})\equiv\frac{\pi}{4}[2\pi] \end{cases}$ ومنه المثلث ABE متساوي الساقين رأسه E. (تقبل أي طريقة صحيحة)	0.25	

عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
3) - تعيين $z_{\overrightarrow{BD}}$ و $z_{\overrightarrow{AE}}$: $z_{\overrightarrow{BD}}=-2i$ و $z_{\overrightarrow{AE}}=-i\sqrt{2}$	2×0.25	**0.75**
- تحديد طبيعة الرباعي $ABDE$. لدينا: $\frac{z_{\overrightarrow{AE}}}{z_{\overrightarrow{BD}}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\in\mathbb{R}$ ومنه: $\begin{cases}(AE)//(BD)\\ AE\neq BD\end{cases}$ ومنه: الرباعي $ABDE$ شبه منحرف.	0.25	
أ. تبيان أنه $\overrightarrow{w_1}\perp\overrightarrow{w_2}$ يكافئ $z_1\overline{z_2}+\overline{z_1}z_2=0$ $\overrightarrow{w_1}\perp\overrightarrow{w_2}$ معناه $z_1\overline{z_2}+\overline{z_1}z_2=0$ لدينا: $z_1\overline{z_2}=-\overline{z_1}z_2$ معناه $\frac{z_1}{z_2}=-\frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}=-\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)}$ ، مع $z_2\neq 0$ أي: $\frac{z_1}{z_2}$ تخيلي صرف أي $\frac{z_1}{z_2}=\alpha i$ حيث $\alpha\in\mathbb{R}$ ، أي $(\overrightarrow{w_2};\overrightarrow{w_1})\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$. (تقبل أي طريقة أخرى صحيحة) **ملاحظة : إذا كان** $\overrightarrow{w_1}=\vec{0}$ **أو** $\overrightarrow{w_2}=\vec{0}$ **فإن التكافؤ صحيح**	0.25	**0.5**
ب. تحديد طبيعة مجموعة النقط $M(z)$. $(z-z_A)(\overline{z}-z_D)+(z-z_B)(\overline{z}-z_C)=0$ معناه $(z-z_A)\overline{(z-z_B)}+(z-z_B)\overline{(z-z_A)}=0$ أي: $\overrightarrow{AM}\bullet\overrightarrow{BM}=0$ ومنه مجموعة النقط $M(z)$ هي الدائرة ذات القطر $[AB]$.	0.25	
التمرين الرابع: (07 نقاط)		
1) البرهان أنه من أجل كل $x>1$ فإن $1-x-2x\ln x<0$: * من أجل $x>1$: $\begin{cases}1-x<0\\ -2x\ln x<0\end{cases}$ ومنه: $1-x-2x\ln x<0$.	0.25	**0.5**
– البرهان أنه من أجل كل $0<x<1$ فإن $1-x-2x\ln x>0$: * من أجل $0<x<1$: $\begin{cases}1-x>0\\ -2x\ln x>0\end{cases}$ ومنه: $1-x-2x\ln x>0$.	0.25	
2) أ) إثبات أن f قابلة للاشتقاق عند العدد 0 من اليمين: $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\frac{f(x)-f(0)}{x}=1=f'_d(0)$	0.25	**01**
كتابة معادلة نصف المماس (Δ) عند $O(0;0)$: $(\Delta):y=x$	0.25	

عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
ب) دراسة الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ): $f(x)-x=-x^2\ln x$ • (C_f) أعلى (Δ) في المجال $]0;1[$. • (C_f) أسفل (Δ) في المجال $]1;+\infty[$. • (C_f) يقطع (Δ) في نقطتين $N(1;1)$ و $O(0;0)$.	0.5	
3) أ. حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[x^2\left(\frac{1}{x}-\ln x\right)\right]=-\infty$	0.25	1.50
ب. دراسة اتجاه تغير f على المجال $[0;+\infty[$: $f'(x)=1-x-2x\ln x$ • f متناقصة تماما على المجال $[0;1]$. • f متزايدة تماما على المجال $[1;+\infty[$.	2×0.5	
• جدول التغيرات.	0.25	
4) أ. كتابة معادلة المماس (T) لـ (C_f) الموازي لـ (Δ): $f'(x_0)=1$ ومنه: $x_0=\frac{1}{\sqrt{e}}$ و بالتالي: $(T): y=x+\frac{1}{2}e^{-1}$.	3×0.25	03
ب. البرهان أن $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha\in]1;+\infty[$: f مستمرة و متناقصة تماما على المجال $]1;+\infty[$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)\times f(1)<0$ ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد $\alpha\in]1;+\infty[$.	0.5	
• التحقق أن $\alpha\in]1,76;1,77[$: $f(1,76)\times f(1,77)=(0,008)(-0,018)<0$ ومنه: $\alpha\in]1,76;1,77[$.	0.25	
جـ. كتابة معادلة المستقيم (d) الموازي لـ(Δ) و يشمل النقطة ذات الإحداثيين $(\alpha;0)$: $(d): y=x-\alpha$	0.25	
• رسم (Δ)، (d)، (T) و (C_f) على المجال $[0;\alpha]$: 	3×0.25 0.5	

<table>
<tr><th colspan="2">العلامة</th><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الأول)</th></tr>
<tr><th>مجموع</th><th>مجزأة</th></tr>
<tr><td rowspan="2">0.50</td><td>0.25</td><td>5) المناقشة الوسيطية لعدد حلول المعادلة في المجال $[0;\alpha]$:
$x^2 \ln x + m = 0$ تكافئ $f(x) = x + m$ و $x \neq 0$
• $m \in]-\infty;-\alpha[\cup \left]\frac{1}{2}e^{-1};+\infty\right[$ ، ليس للمعادلة حل.</td></tr>
<tr><td>0.25</td><td>• $m \in [-\alpha;0]$ ، حل وحيد.
• $m \in \left]0;\frac{1}{2}e^{-1}\right[$ ، حلان متمايزان.
• $m = \frac{1}{2}e^{-1}$ ، حل مضاعف.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0.50</td><td>0.25</td><td>6) - حساب $A(\lambda)$ بالتجزئة:
$$A(\lambda) = \frac{1}{9} - \frac{1}{9}\lambda^3 + \frac{1}{3}\lambda^3 \ln \lambda$$</td></tr>
<tr><td>0.25</td><td>- حساب $\lim\limits_{\lambda \xrightarrow{>} 0} A(\lambda)$:
$$\lim_{\lambda \xrightarrow{>} 0} A(\lambda) = \lim_{\lambda \xrightarrow{>} 0} \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{9}\lambda^3 + \frac{1}{3}\lambda^3 \ln \lambda\right) = \frac{1}{9}$$
- التفسير الهندسي:
$\lim\limits_{\lambda \xrightarrow{>} 0} A(\lambda) = \frac{1}{9}(u.a) = 1cm^2$ هي مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">العلامة</th><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)</th></tr>
<tr><th>مجموع</th><th>مجزأة</th></tr>
<tr><td>4</td><td>4×0.25
3×0.5
0.5
3×0.25
0.25</td><td>التمرين الأول:(04 نقاط)
1) إكمال الشجرة
2) حساب $p(A)$ ، $p(B)$ و $p(C)$
3) أ) قيم X هي 0، 1 و2 .
ب)توزيع قانون الاحتمال
| $X=x_i$ | 0 | 1 | 2 |
| $P(X=x_i)$ | $\frac{12}{105}$ | $\frac{62}{105}$ | $\frac{31}{105}$ |
الأمل الرياضياتي : $E(X)=\frac{124}{105}$</td></tr>
<tr><td>02</td><td>01
01</td><td>التمرين الثاني:(04 نقاط)
1) أ) التحقق
ب) استنتاج كتابة $u_n=(n-1)^2$</td></tr>
<tr><td>01</td><td>01</td><td>2)التحقق من أن: $u_n=n(n-2)+1$</td></tr>
<tr><td>0.5</td><td>0.5</td><td>3) $n-2$ يقسم 3 و $n-2\in\{-3;-1;1;3\}$ وقيم n المطلوبة هي:1، 3، 5.</td></tr>
<tr><td>0.5</td><td>0.25
0.25</td><td>4) أ) لدينا: $u_n-n(n-2)=1$ تطبيق مبرهنة بيزو وتقبل أي طريقة أخرى سليمة.
ب) بتطبيق مبرهنة غوص: $n-2$ يقسم $n-5$
قيم n المطلوبة هي:1، 5.</td></tr>
<tr><td>01</td><td>0.5
0.5</td><td>التمرين الثالث:(05 نقاط)
1) أ) $\overline{P(z)}=P(\overline{z})$
تبرير الاستنتاج: إذا كان z حلا فإن $\overline{z}$ هو حل كذلك</td></tr>
<tr><td>1.75</td><td>0.75
1</td><td>ب) $P(z)=(z^2+\alpha)(az^2+bz+c)$ أي $(P(\alpha i)=0)$ + التحليل)
حلول المعادلة هي: $2i$ ، $3-4i$ ، $-2i$ ، $3+4i$</td></tr>
<tr><td>2</td><td>0.5x2
0.25
0.25
2x0.25</td><td>2) أ) حساب $z_I=1$ و $z_J=-3+8i$
ب) برهان التكافؤ
تعيين (E)و إنشاؤها
ج) التحقق أن $D\in(\Gamma)$ و تعيين (Γ) و إنشاؤها</td></tr>
<tr><td>0.25</td><td>0.25</td><td>3) الشكل الجبري للاحقة النقطة G</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>مجموع</th></tr>
<tr><td>التمرين الرابع:(07 نقاط)
I) 1) المنحنيات (C_k) تمر من النقطتين $(-1;0)$ و $(0;1)$ (تقبل كل الطرائق السليمة)</td><td>2x0.5</td><td>01</td></tr>
<tr><td>2) $k<0$ $\lim_{x\to-\infty} f_k(x)=0$ و $\lim_{x\to+\infty} f_k(x)=+\infty$
$k=0$ $\lim_{x\to-\infty} f_k(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} f_k(x)=+\infty$
$k>0$ $\lim_{x\to-\infty} f_k(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} f_k(x)=0$</td><td>0.5
0.5
0.5</td><td>01.50</td></tr>
<tr><td>3) أ) حساب $f_k'(x)$
$f_k'(x)=(x+1)(-kx+2-k)e^{-kx}$
الحالة1: $k=0$ إشارة $f_k'(x)$ + اتجاه التغير
مقارنة العددين -1 و $\frac{2-k}{k}$ في حالة $k\neq0$
الحالة2: $k>0$ إشارة $f_k'(x)$ + اتجاه التغير
الحالة3: $k<0$ إشارة $f_k'(x)$ + اتجاه التغير</td><td>0.25
0.25
0.25
0.25
0.25
0.25</td><td>1.50</td></tr>
<tr><td>ب) جدول التغيرات لما $k>0$</td><td>0.25</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>4) حساب $f_{k+1}(x)-f_k(x)$ (وضعية المنحنيين)
إشارة $f_{k+1}(x)-f_k(x)$:
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>-1</td><td></td><td>0</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f_{k+1}(x)-f_k(x)$</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td></td></tr></table>تحديد الوضعية</td><td>0.25</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>II) 1) جدول تغيرات الدالة f
ملاحظة : تعطى العلامة الكاملة اذا استعمل التلميذ النتائج السابقة و تجزء العلامة في حالة دراسة تغيرات الدالة من جديد كما يلي (0.25+0.25+0.5)
رسم المنحنى (C_f)</td><td>01
0.5</td><td>1.50</td></tr>
<tr><td>2) أ) تحديد الحل $x=0$ من جدول التغيرات
تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة لحصر α
ب) $f(x)=f(m)$ تقبل حلا وحيدا من أجل $m\in\left[-\frac{3}{2};\alpha\right[$</td><td>0.25
0.25</td><td>0.50</td></tr>
</table>

3) أ) التحقق $g'(x)+2g(x)-e^{-2x}=0$ استنتاج الدالة الأصلية: $x\mapsto -\frac{1}{4}(2x+3)e^{-2x}$ ب) $A=\int_{-1}^{0} f(x)dx$ المكاملة بالتجزئة (الأولى) $A=\left(\frac{e^2-5}{4}\right)u.a$	0.25 0.25	**0.5**