

★ المتتاليات العددية ★

المتتالية الحسابية	المتتالية الهندسية
1- تعريف: (u_n) متتالية حسابية معناه: $u_{n+1} = u_n + r$	1- تعريف: (u_n) متتالية هندسية معناه: $u_{n+1} = u_n \times q$
2- الحد العام لمتتالية حسابية بدلالة الحد الأول: \bullet إذا كان u_0 هو الحد الأول فإن: $u_n = u_0 + nr$ \bullet إذا كان u_1 هو الحد الأول فإن: $u_n = u_1 + (n-1)r$ \bullet بصفة عامة: $u_n = u_p + (n-p)r$ حيث $p \in \mathbb{N}$	2- الحد العام لمتتالية هندسية بدلالة الحد الأول: \bullet إذا كان u_0 هو الحد الأول فإن: $u_n = u_0 \times q^n$ \bullet إذا كان u_1 هو الحد الأول فإن: $u_n = u_1 \times q^{n-1}$ \bullet بصفة عامة: $u_n = u_p \times q^{n-p}$ حيث $p \in \mathbb{N}$
3- الوسط الحسابي: إذا كانت a, b, c أعداد حقيقية مأخوذة بهذا الترتيب حدودا متتابعة من متتالية حسابية فإن: $a + c = 2b$	3- الوسط الهندسي: إذا كانت a, b, c أعداد حقيقية مأخوذة بهذا الترتيب حدودا متتابعة من متتالية هندسية فإن: $a \times c = b^2$
4- المجموع: $S_n = \frac{\text{عدد الحدود}}{2} \times (\text{الحد الأخير} + \text{الحد الأول})$	4- المجموع: $S_n = \left(\frac{q^{\text{عدد الحدود}} - 1}{q - 1} \right) \times \text{الحد الأول}$
5- تقارب و تباعد متتالية حسابية: \bullet $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ فإن $r > 0$ \bullet $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$ فإن $r < 0$ إذن المتتالية الحسابية دوماً متباعدة	5- تقارب و تباعد متتالية هندسية: \bullet $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \pm\infty$ فإن $q > 1$ \bullet $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$ فإن $-1 < q < 1$ \bullet $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ متقاربة \bullet $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$ فإن $q \leq -1$ متباعدة (النهاية غير موجودة)
6- اتجاه التغير: \bullet إذا كان $r > 0$ فإن المتتالية (u_n) متزايدة تماماً \bullet إذا كان $r < 0$ فإن المتتالية (u_n) متناقصة تماماً \bullet إذا كان $r = 0$ فإن المتتالية (u_n) ثابتة	6- اتجاه التغير: \bullet إذا كان $q > 1$ فإن المتتالية (u_n) متزايدة تماماً \bullet إذا كان $q < 1$ فإن المتتالية (u_n) متناقصة تماماً \bullet إذا كان $q = 1$ فإن المتتالية (u_n) ثابتة
تعريف و مبرهنات	
7- عدد الحدود: عدد الحدود = دليل الحد الأخير - دليل الحد الأول + 1	
8- متتالية محدودة من الأعلى، محدودة من الأسفل، متتالية محدودة: \bullet المتتالية (u_n) محدودة من الأعلى يعني: $u_n \leq A$ \bullet المتتالية (u_n) محدودة من الأسفل يعني: $u_n \geq B$ \bullet المتتالية (u_n) محدودة يعني أنها محدودة من الأعلى و محدودة من الأسفل.	
9- مبرهنات تقارب متتالية: \bullet إذا كانت (u_n) متتالية متزايدة و محدودة من الأعلى فهي متقاربة. \bullet إذا كانت (u_n) متتالية متناقصة و محدودة من الأسفل فهي متقاربة.	
10- المتتاليان المتجاورتان: تكون المتتاليتان (u_n) و (v_n) متجاورتان إذا كانت إحدهما متزايدة و الأخرى متناقصة و $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - v_n) = 0$.	