

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
التمرين الأول: (04 نقاط)		
04	0.5+2× 0.25	(1) اثبات أن (v_n) متتالية هندسية و حساب v_0
	0.5+2× 0.25	(2) كتابة v_n بدلالة n و استنتاج u_n بدلالة n
	0.25	(3) حساب المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$
	01	(4) أ) دراسة بواقي القسمة الإقليدية لـ 7^n على 9 .
	0.5	ب) باقي القسمة الإقليدية على 9 لـ $1442^{2019} + 1962^{1954} + 1954^{1962}$
	0.25	ج) اثبات انه من اجل كل عدد طبيعي n : $6S_n - 7u_n \equiv 0[9]$
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
04	3 × 0.5	(1) قيم المتغير العشوائي تنتمي إلى $\{0 ; 1; 2\}$
	0.5 4 × 0.25	(2) مجموعة الامكانيات الأمّل الرياضياتي $X \models E(x)$ هو : $E(x) = \frac{6}{5}$
	0.5	(3) الاحتمال يساوي $\left(\frac{C_1^1 \cdot C_4^2}{C_5^3} = \frac{3}{5} \right)$
	0.5	(4) (عدد الحالات الملائمة للحدث هو 4) ومنه الاحتمال يساوي $\frac{2}{5}$
التمرين الثالث: (04 نقاط)		
04	0.5	(1) أ) التحقق أن النقطة C من الدائرة (Γ)
	0.75 0.75	ب) تعيين قياس بالراديان للزاوية $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$ استنتاج أن C صورة B بالدوران r الذي مركزه A يطلب تعيين زاويته .
	0.5+2× 0.25	(2) أ) تعيين العناصر المميزة للتشابه S
	0.5	ب) تعيين. $z_D = 2 + (1 + \sqrt{3})i$ ، z_D
	0.25	(3) التحاك h مركزه A حيث $S = hor$ نسبته 2 استنتاج أن النقط A ، C و D في إستقامية.
	0.25	(4) التحقق أن النقطة C من المجموعة (E) استنتاج طبيعة المجموعة (E)
التمرين الرابع: (08 نقاط)		
1.75	2× 0.25	(I) أ) اشارة $g(-1)$ ، $g(-0.5)$
	0.75	ب) استنتاج وجود عدد حقيقي α وحيد من المجال $]-0.5, -1[$ بحيث $g(\alpha) = 0$ و التحقق من الحصر
	0.5	ج) استنتاج اشارة $g(x)$.

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
04.75	2×0.5	(II) (1) حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
	2×1	(2) إثبات أن من أجل كل عدد حقيقي : $f'(x) = g(x)$ جدول تغيرات الدالة f
	2×0.25	(3) أ) حساب $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + x)$ استنتاج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ)
	0.25	ب) دراسة الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .
	0.5	ج) كتابة معادلة لـ (T) مماس (C_f) الموازي للمستقيم (Δ) .
	0.5	(4) إنشاء المستقيم (Δ) والمماس (T) و المنحنى (C_f)
0.75	0.75	(5) حساب $f(x) - g(x)$ ثم استنتاج دالة أصلية للدالة f .
0.75	0.25	(6) أ) إثبات أن الدالة h زوجية.
	0.25	ب) إثبات أنه من أجل كل x من $[0; +\infty[$ فإن : $h(x) = f(x-2) + 1$
	0.25	ج) كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) أنشاء (C_h) في المجال $[-3; 3]$

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
التمرين الأول: (04 نقاط)		
04	1 1	(1) أ) التحقق أن $(6n+2, 10n+3)$ حل للمعادلة (E) ب) استنتج أن $6n+2$ و $10n+3$ أوليان فيما بينهما.....
	0.75 0.75	(2) أ) تبيان أن $d=1$ أو $d=41$ ب) إثبات أن إذا كان $d=41$ فإن $n \equiv 12[41]$
	0.25 0.25	(3) أ) A و B يقبلان القسمة على $2n+3$ ب) $\text{pgcd}(A, B)$ حسب قيم n
	التمرين الثاني: (04 نقاط)	
04	1 0.75 0.5 0.5	(1) مجموع الامكانيات أ) احتمال الحصول على كرة بيضاء واحدة فقط هو $\frac{C_4^1 \times C_5^2}{C_9^3} = \frac{10}{21}$ ب) احتمال الحصول على كرتين بيضاوين على الأكثر هو $1 - \frac{C_4^3}{C_9^3} = \frac{20}{21}$
	0.5	ج) احتمال الحصول على ثلاث كريات تحمل أرقاما غير أولية $p(C) = \frac{C_4^3}{C_9^3} = \frac{1}{21}$
	0.5	(2) أ) قيم المتغير العشوائي X هي قيم المجموعة $\{0, 1, 2, 3\}$. قانون الاحتمال $\left(P(X=0) = \frac{4}{84}, P(X=1) = \frac{30}{84}, P(X=2) = \frac{40}{84}, P(X=3) = \frac{10}{84} \right)$
	0.25	ب) $P(X^2 - X \leq 0) = P(X=0) + P(X=1) = \frac{4}{84} + \frac{30}{84} = \frac{34}{84}$
	التمرين الثالث: (05 نقاط)	
03	0.5 2×0.5 0.5 0.5 0.5	(I) أ) التحقق أن $(2-2\sqrt{3})^2 = 16-8\sqrt{3}$ ب) $L_1 = (2-2\sqrt{3}) + i(2+2\sqrt{3})$ و $L_2 = (2\sqrt{3}-2) - i(2+2\sqrt{3})$ (II) أ) $z_A = (2-2\sqrt{3}) + i(2+2\sqrt{3})$ $z_A = 4\sqrt{2}e^{i\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right)} = (2-2\sqrt{3}) + i(2+2\sqrt{3})$ ب). استنتاج القيمتين المضبوطتين: $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$ و $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
02	0.5	(2) S تشابه مباشر الذي يحول A الى B و يحول B الى C .
	0.5	(أ) العبارة المركبة للتشابه S هي : $z' = \frac{1}{2}iz$
	0.5	(ب) العناصر المميزة للتشابه S : نسبته $\frac{1}{2}$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$ و مركزه $O(0;0)$
	0.5	(3) لنكن G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;2), (B;-2), (C;4)\}$.
	0.5	(أ) $z_G = 1+i\sqrt{3}$ ومنه $z_G = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$
	0.5	(ب) $\ \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\ = 2\sqrt{2}$ تكافئ $MG = \sqrt{2}$
	0.5	(E) دائرة مركزها G وطول نصف قطرها $R = \sqrt{2}$ ، محيط (E') هو $\pi\sqrt{2}$ وحدة الطول.
التمرين الرابع: (07 نقاط)		
06	0.5+0.75	(I) الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = (x+1)(x+e) - e(x\ln x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = e$ ، من أجل كل على المجال $]0;+\infty[$. فان $g(x) > 0$
	2×0.5	(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = \ln(x+1) + \frac{e\ln x}{x+1}$
	0.75	(1). (أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ، تبيان ان $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
	2×0.5	(ب). من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x(x+1)^2}$
	0.25	(ج). الدالة f متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ ، تشكيل جدول تغيرات الدالة f .
	0.25	(2). معادلة للمماس (T) : $y = \frac{1}{2}(e+1)x - \frac{1}{2}(e+1) + \ln 2$
	0.25	(3). (أ) الدالة f على $]0;+\infty[$ مستمرة و متزايدة تماما و غيرت من اشارتها اذن المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة A ذات الفاصلة α
	0.25	(ب) التحقق ان $0.7 < \alpha < 0.8$
	2×0.25	(4). (أ) حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln(x+1)] = 0$ و التفسير الهندسي
	0.25	(ب) دراسة الوضع النسبي للمنحنيين (Γ) و (C_f)
	2×0.25	(ج) رسم (T) و (Γ) و (C_f)

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
1	0.25	(5). للمعادلة $f(x) = \frac{1+e}{2}x - m$ حلين من أجل $m \in \left] \frac{1}{2}(1+e) - \ln 2; +\infty \right[$
	0.25	(6). نقبل انه من أجل كل x من المجال $]1; +\infty[$: $\ln x < x+1$
	0.25	أ) نبين أنه من أجل كل x من المجال $]1; +\infty[$: $\ln 2 < f(x) < e + \ln(x+1)$
	0.25	ب) التحقق أنه من أجل كل x من المجال $]1; +\infty[$: أن الدالة : $x \mapsto \ln(x+1) - x$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto \ln(x+1)$. ج) باستخدام السؤال 6) أ) نبين أن : $(e^2 - e)\ln 2 < S < e^3$ لدينا : $\int_{e-1}^{e^2-1} \ln 2 dx < S < \int_{e-1}^{e^2-1} e + \ln(x+1) dx$ ومنه $(e^2 - e)\ln 2 < S < e^3$