


بسم الله الرحمن الرحيم



تقديم الأستاذ : رابع شكرية

تذكير :

مصطلحات في الإحصاء

المجتمع الإحصائي: هو المجموعة التي يشترك عناصرها في ميزة أو صفة تخضع لدراسة إحصائية وتسمى هذه العناصر أفراداً أو وحدات إحصائية. مثال

المجتمع	تلاميذ مدرسة	عمال مؤسسة	مرضى مستشفى
الفرد	تلميذ	عامل	مريض

العينة الإحصائية عندما يكون أفراد مجتمع إحصائي كبير جداً فنحن نأخذ عينة الدراسة الكاملة لكل الأفراد ونكتفي بدراسة جزء منه فقط ويسمى عينة

الميزة الإحصائية: هي كل ظاهرة تكون موضوع دراسة إحصائية في مجتمع إحصائي. مثال: ظاهرة التسرب المدرسي ، ظاهرة الطلاق ، ظاهرة الهجرة ...

السلسلة الإحصائية: هي المعطيات والمعلومات المتوفرة للدراسة التصنيف: عندما يصعب الإمام بسلسلة إحصائية وقراءتها نلجأ إلى تصنيفها أو حصرها في مجموعات معينة تسمى فئات

الفئة: هي مجموعة القيم أو المفردات التي تقع بين حدين مناسبين يتم تحديدهما حسب المعطيات وموضوع الدراسة

طول الفئة: هو الفرق بين أكبر حد وأصغر حد من حدي هذه الفئة مركز الفئة: هو نصف مجموع حدي هذه الفئة

لنكن الفئة: $a \leq x < b$ طول الفئة هو: $b - a$ مركزها هو $\frac{a+b}{2}$

التكرار: هو عدد مرات ظهور القيمة أو المعلومة في السلسلة .

التكرار الكلي: يساوي مجموع كل التكرارات

التكرار النسبي: هو حاصل قسمة تكرار المعلومة على التكرار الكلي

التكرار المجمع المساعد (المتزايد): هو مجموع تكرار القيم المتزايدة أو (الفئة) وتكرارات القيم أو (الفئات) الأصغر منها

- 1 - اشر إلى الفئة المنوالية . ثم أوجد المنوال لهذه البيانات .
 - 2 - اشر إلى الفئة الوسيطة . ثم احسب وسيط هذه البيانات .
 - 3 - كم جندى من هذه المجموعة أطول من 161cm .
- تمرين 15**
- بلغ متوسط الدخل الشهري لـ 140 من موظفي أحد البنوك الوطنية 1200 ديناراً بينما بلغ متوسط الدخل الشهري لـ 260 موظفاً آخر 450 ديناراً ما هو متوسط الدخل الشهري لهؤلاء الـ 400 موظف .
- تمرين 16**
- الجدول التالي يبين الأخطاء المطبعية على الصفحة الأولى لـ 150 إصدار من جريدة الحقيقة

عدد الأخطاء	التكرار
14-16	5
17-19	10
20-22	49
23-25	39
26-28	24
29-31	17
32-34	6

- 1 - مثل هذه البيانات بياناً من اختيارك يسمح لك باستنتاج المنوال بياناً .
 - 2 - أوجد التكرار المجمع المساعد ثم مثله بياناً لاستنتاج الوسيط .
 - 3 - أوجد المتوسط لهذه الأخطاء .
- تمرين 14**
- يمثل الجدول التالي تواترات علامات قسم السنة 4 في اختبار مادة الرياضيات
- | | | | | | |
|----------|-----------|------|------|---|------|
| 14 | 12 | n | 10 | 8 | 6 |
| 0.10 | 0.15 | 0.20 | 0.22 | f | 0.15 |
| العلامات | التواترات | | | | |
- عين العديدين n و f علماً أن الوسط الحسابي لهذه السلسلة هو 9.94
- عين مدى هذه السلسلة
- تمرين 15**
- نريد دراسة عينة من المصابيح الكهربائية حسب مدة صلاحيتها بالساعة فحصلنا على النتائج المدونة في الجدول التالي:
- 1 - أكمل الجدول مينا فيه مراكز الفئات والتكرارات المجمع المساعدة والناتجة

عدد المصابيح n	مدة الصلاحية d بالساعة
550	$1000 \leq d < 1200$
1460	$1200 \leq d < 1400$
1920	$1400 \leq d < 1600$
1640	$1600 \leq d < 1800$
430	$1800 \leq d < 2000$

- 2 - ما هو عدد المصابيح التي مدة صلاحيتها على الأقل 1400h
- 3 - عين الفئة الوسيطة
- 4 - أحسب المدة المتوسطة لمدة صلاحيات هذه المصابيح

rabchek@hotmail.fr...www.mat21.yoo7.com

تمرين 11 :لكن لدينا المجموعة التالية من القراءات والتي تمثل أطوال عينة من 48 سمكة مقدرة بالملم أجريت في أحد المختبرات

215	223	221	210	216	214	234	231
216	203	205	204	206	207	209	210
222	226	221	216	212	217	219	218
235	215	225	230	209	203	206	210
313	211	201	195	208	190	240	230
210	250	220	270	190	205	210	213

- 1 - نظم هذه المعطيات في جدول إحصائي يحتوي على كل من: التكرارات ، التواترات ، التكرارات المتراكمة المتزايدة ، التكرارات المتناقصة ، التواترات الصاعدة ، التواترات النازلة قيس الزاوية من 360°
- 2 - أحسب متوسط طول هذه العينة من الأسماك
- 3 - أحسب وسيط هذه السلسلة 4 - أحسب مدى ومنوال هذه السلسلة
- 5 - مثل هذه السلسلة بمدرج تكراري

- تمرين 12**
- البيانات التالية تمثل أعمار 15 شخص من الذين التحقوا بدورة تمرير: 33, 24, 19, 39, 48, 45, 26, 35, 38, 23, 34, 29, 37, 25, 33
- 1 - أوجد متوسط أعمار هؤلاء الأشخاص ، ما هو مدى هذه الأعمار
 - 2 - أوجد الوسيط لهذه البيانات والوسط الحسابي .

- تمرين 13**
- البيانات التالية تمثل عدد الساعات التي قضاها عشرة أشخاص في مراجعة مادة الرياضيات استعداداً للامتحان
- 7 , 14 , 22 , 20 , 19 , 25 , 11 , 20 , 13 , 24
- 1 - نظم هذه المعطيات في جدول إحصائي
 - 2 - أوجد متوسط عدد الساعات ثم أوجد الوسيط لهذه البيانات
 - 3 - مثل هذه المعطيات بمخطط دائري .

تمرين 14

أخذت أطوال 100 جندي لا قرب سم ووزعت في جدول بالشكل التالي

التكرار المجمع المساعد	التكرار	الطول لأقرب سم
3	3	1.61m أو أقل
10	7	1.63m أو أقل
23	13	1.65m أو أقل
43	20	1.67m أو أقل
68	25	1.69m أو أقل
84	16	1.71m أو أقل
93	9	1.73m أو أقل
97	4	1.75m أو أقل
98	1	1.77m أو أقل
100	2	1.79m أو أقل

تمرين 07:

اختبار لسباق السرعة شارك فيه تلاميذ السنوات الرابعة متوسط في إحدى المتوسطات لقطع مسافة 50M فكانت النتائج مسجلة في الجدول التالي

المدة	8.7	8.8	9	9.4	9.6	10	10.2	10.8	10.9	11
ب (s)										
عدد	7	8	10	2	15	8	6	5	4	3
تلاميذ										

1 - أحسب مدى هذه السلسلة

2 - أحسب الوسط الحسابي ووسيط هذه السلسلة وهل هما متساويان؟

3 - نظم جدول التكرارات المترابطة ثم أحسب التواترات المترابطة في شكل %

4 - نظم جدولا في فئات متساوية المدى ثم أحسب مركز كل فئة

ثم أحسب الوسط الحسابي لهذه السلسلة وقارنه بنتيجة السؤال 2

5 - أحسب الزاوية التي تمثل كل فئة من 360 درجة

6 - مثل جدول السؤال 5 بمخطط أعمدة ثم مخطط دائري

تمرين 08:

تمثل السلسلة التالية نقاط اختبار مادة الرياضيات لقسم من أقسام السنة الرابعة

10	10	10	12	10	11	10	8
13	11	06	12	5	7	0	4
4	13	3	7	12	1	1	3
17	15	14	07	04	05	10	10
19	18	18	6	7			

1 - أحسب كلا من مدى ووسيط هذه السلسلة

2 - مثل هذه المعطيات في فئات مدى كل منها هو 4 مدرجا كلا من التكرار

المتجمع الصاعد والتكرار المتجمع النازل ومركز كل فئة

3 - أرسم المدرج التكراري والمضلع التكراري لهذه السلسلة

تمرين 09:

تحصلت خولة في فروضها على النتائج التالية

فرض رقم	1	2	3	4	5
العلامة	x	12	09	10	y

أحسب كلا من x و y علما أن :

- في الفرض الأول تحصلت خولة على أعلى علامة وفي الفرض الخامس

تحصلت على أدنى علامة ومدى العلامات 4

- معدل الفرض هو 11.5 بمعامل 1 لكل فرض

تمرين 10:

الجدول التالي يلخص تصنيف تلاميذ مؤسسة حسب أعمارهم

العمر	11	12	13	14	15	16
التكرار	150	200	220	300	230	50
التكرار النسبي						

1 - ما هو التكرار الإجمالي لهؤلاء التلاميذ

2 - ما هو متوسط العمر لهذه المؤسسة

3 - أحسب العمر الوسيط في هذه السلسلة

4 - أكمل الجدول

5 - أحسب النسبة المئوية للتلاميذ الذين أعمارهم أصغر من 14 سنة

6 - مثل هذه المعطيات بمخطط دائري

تمرين 01:

إليك السلسلتين الإحصائيتين التاليتين

السلسلة 01: 15,13,15,8,13,10,5,8,13,7,15,5,10

السلسلة 02: 12,17,12,11,12,10,5,6,14,12,14,6,6,11

1 - أحسب وسيط كلا من السلسلتين

2 - نظم السلسلة 02 في جدول إحصائي يظهر فيه كلا من

التكرارات، التكرارات المترابطة الصاعدة، التواترات في شكل نسب مئوية

الزاوية التي تمثل كل علامة

3 - مثل هذه السلسلة بمخطط أعمدة ثم بمخطط دائري

تمرين 02:

أحسب الوسيط ثم الوسط الحسابي لكلا من السلاسل الإحصائية التالية:

السلسلة 01: 10,4,12,9,10,7,17,12,9,4,7,9,4,17

السلسلة 02: 140,135,138,155,165,140,155,135,138,140,135

السلسلة 03: 34.5,49,52,63,64.5,49,52,63,49

تمرين 03:

قسم يتكون من 25 تلميذا

متوسط قامة الذكور هو 170cm ومتوسط القامة عند الإناث هو

162cm ما هو عدد الذكور في هذا القسم (6666) إذا علمت أن الوسط

الحسابي للقامة هو 166cm

تمرين 04 أكمل السلسلة الإحصائية التالية بحيث يكون 14 هو الوسيط

..... 15 14 13 13 11 10 10 7 5 5

أكتب سلسلة إحصائية من (6666) اختيارك تتكون من 9 علامات بحيث يكون

وسيطها هو 10 والوسط الحسابي هو 9.

تمرين 05:

في أحد الحقول جمع أحمد 120 سنبله قمح ثم قام بعد حبات القمح في كل

سنبله وسجل النتائج في الجدول التالي:

عدد حبات القمح N	$20 \leq n < 30$	$30 \leq n < 40$	$40 \leq n < 50$	$50 \leq n < 60$	$60 \leq n < 70$
عدد السنابل	15	22	20	43	40

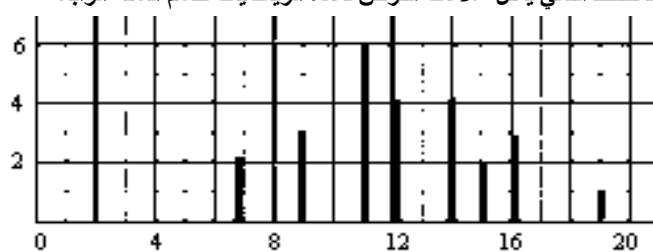
1 - أحسب المدى والوسط الحسابي لهذه السلسلة

2 - ما هي الفئة الوسيطة والفئة المتوسطة لهذه السلسلة؟

3 - مثل هذه السلسلة بمخطط أعمدة

التمرين 06:

المخطط التالي يمثل علامات الفرض لمادة الرياضيات لقسم السنة الرابعة



1 - ما هو عدد تلاميذ القسم 2 - أحسب معدل القسم

3 - أحسب معدل التلاميذ الذين تحصلوا على معدل أكبر من 10

التكرار المجمع النازل (المتناقص) : هو مجموع تكرار القيم أو (الفئة) وتكرارات القيم أو (الفئات) الأكبر منها التواتر

تواتر قيمة = التكرار النسبي لهذه القيمة

ملاحظة: تواتر قيمة يكون دوما محصورا بين 0 و 1

يمكن التعبير عن تواتر قيمة بنسبة مئوية وذلك بضرب التواتر في 100

مجموع تواترات كل القيم في سلسلة إحصائية = 1 وإذا كانت التواترات على

شكل نسب مئوية فإن مجموعها = 100

التواتر المجمع الصاعد (المتزايد) لقيمة = حاصل قسمة التكرار المجمع

الصاعد لهذه القيمة على التكرار الكلي

التواتر المجمع النازل (المتناقص) لقيمة = حاصل قسمة التكرار المجمع

النازل لهذه القيمة على التكرار الكلي

الوسط الحسابي (المتوسط الحسابي) = مجموع القيم على عدد القيم

الوسط الحسابي المتوازن (متوسط حسابي متوازن) = مجموع جداءات

القيم بتكراراتها على التكرار الكلي

وسيط سلسلة إحصائية

وسيط سلسلة إحصائية مرتبة هو القيمة الوسطى لهذه السلسلة

أي القيم التي تقسم السلسلة الإحصائية إلى سلسلتين متساويتين من حيث

التكرار

رتبة الوسيط في سلسلة إحصائية مرتبة ذات n حدا

إذا كان n فرديا فإن رتبة الوسيط هي: $\frac{n+1}{2}$ ويسمى الوسيط قيمة مركزية

إذا كان n زوجيا فإن الوسيط يقع بين الرتبتين: $\frac{n}{2}$ و $\frac{n}{2} + 1$ ويكون

الوسيط مساويا لنصف مجموع القيمتين المقابلتين لهتين الرتبتين

ملاحظات

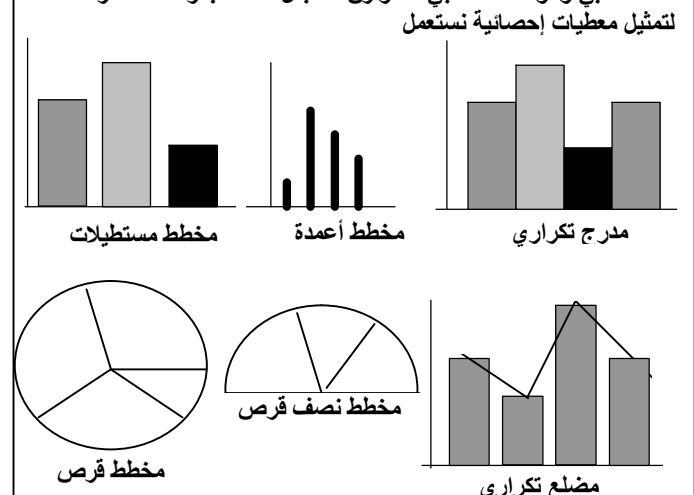
1 - التواتر المجمع الصاعد = التكرار النسبي المجمع الصاعد

2 - التواتر المجمع النازل = التكرار النسبي المجمع النازل

3 - في حالة سلسلة إحصائية موزعة في فئات ومن أجل حساب الوسط

الحسابي والوسط الحسابي المتوازن نستبدل الفئات بمراكزها

لتمثيل معطيات إحصائية نستعمل



بسم الله الرحمن الرحيم



تذكير:

مفهوم الدوران

لتكن O نقطة من المستوي ، و α قياس زاوية و اتجاه معطى تحويل نقطة M بالدوران الذي مركزه النقطة O ، وزاويته α معناه إدارتها حول النقطة O و ذلك بالحفاظ على:
نفس المسافة بين النقطة O و النقطة M و بالزاوية التي قياسها α و في الاتجاه المعطى .
أي : صورة النقطة M بالدوران الذي مركزه O و زاويته α و في الاتجاه المعطى هي النقطة M'

حيث : $OM = OM'$ و $\angle MOM' = \alpha$
إصطلاح:

الاتجاه الموجب للدوران هو اتجاه عكس عقارب الساعة والاتجاه السالب هو نفس اتجاه عقارب الساعة

ملاحظة: في حالة عدم ذكر اتجاه الدوران فإننا نأخذ تلقائيا الاتجاه الموجب

طريقة إنشاء صورة نقطة بدوران معطى:

لننشئ M' صورة M بالدوران الذي مركزه O و زاويته $\alpha = 35^\circ$
علينا اتباع الخطوات التالية بكل دقة

1/ أرسم قوس دائرة مركزه O ، و نصف قطره OM

2/ أنشئ الزاوية $\angle M'OX$ قياسها 35° في الاتجاه المختار .

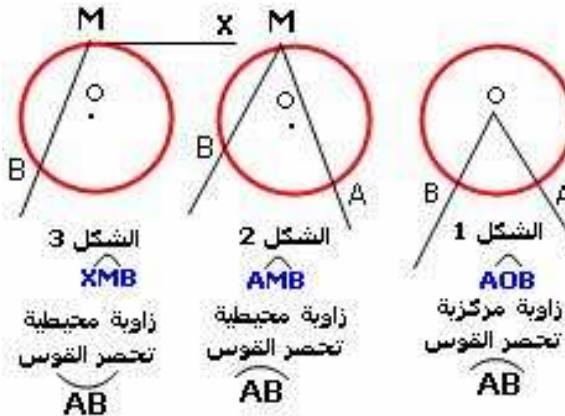
3/ نقطة تقاطع القوس و نصف المستقيم (OX) هي النقطة M'

ملاحظة: الدوران الذي مركزه O و زاويته 180° و في اتجاه معين هو التناظر المركزي الذي مركزه النقطة O .

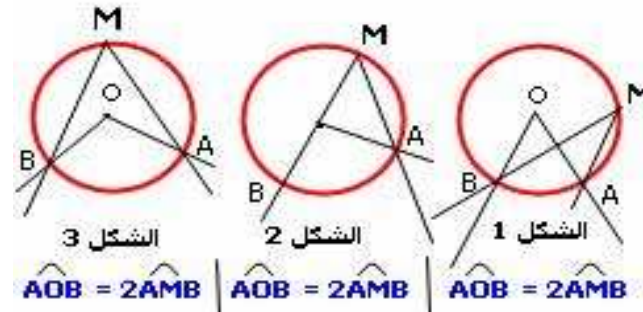
الزاوية المركزية والزاوية المحيطية

تعريف: الزاوية المركزية هي زاوية رأسها مركز دائرة

تعريف: الزاوية المحيطية هي زاوية رأسها نقطة من دائرة و ضلعاها إما قاطعين للدائرة أو أحدهما قاطع و الآخر مماسا لها



العلاقة بين قياسي الزاويتين المركزية والمحيطية اللتان تحصران نفس القوس



قياس الزاوية المركزية يساوي ضعف قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها بالقوس

طريقة إنشاء سباعي منتظم بالمسطرة والمدور

1 - نرسم دائرة مركزها O ونضف قطرها $r = OA$

2 - ننشئ المستقيم (T) محور القطعة $[OA]$ في النقطة M

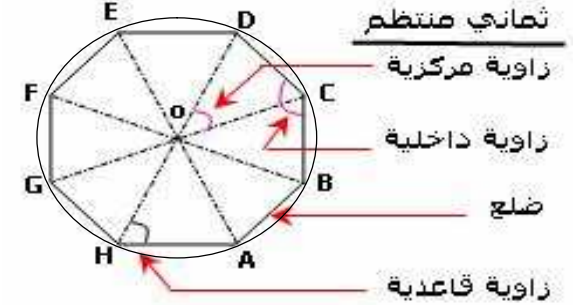
فيقطع الدائرة في النقطتين D و F

3 - الطول MD هو طول ضلع السباعي المنتظم نستعمله لتدريج الدائرة إلى 7 أقواس متقاسة ومن ثم نرسم السباعي المنتظم

rabchek@hotmail.fr...www.mat21.yoo7.com

المضلعات المنتظمة

تعريف: المضلع المنتظم هو مضلع جميع أضلاعه وزواياه الداخلية متقاسة
مثال: كل من المربع والمثلث المتقاس الأضلاع هو مضلع منتظم
ملاحظة: لكل مضلع منتظم توجد دائرة وحيدة فقط تحيط به



ثمانية زوايا مركزية متقاسة

ثمانية زوايا داخلية متقاسة

ثمانية أضلاع متقاسة

ثمانية مثلثات متساوية الساقين ومتقاسة

16 زاوية قاعدية متقاسة

في المضلع المنتظم ذو n ضلعا يكون فيه

n مثلثا متساوية الساقين ومتقاسة

n زاوية مركزية كلها متقاسة

n زاوية داخلية كلها متقاسة

$2n$ زاوية قاعدية كلها متقاسة

مجموع أقياس الزوايا الداخلية هو: $180n - 360$

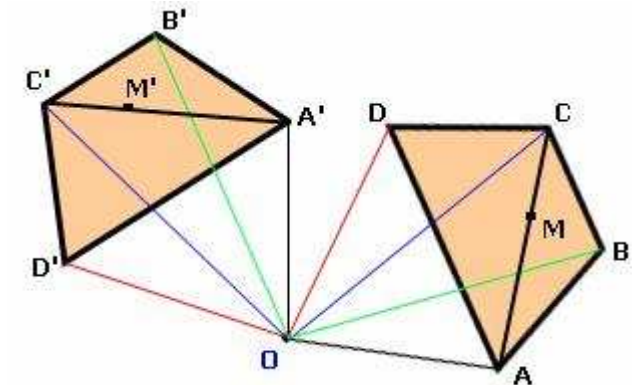
قياس الزاوية المركزية هو: $\left(\frac{360}{n}\right)^\circ$

قياس الزاوية الداخلية هو: $\left(180 - \frac{360}{n}\right)^\circ$

قياس الزاوية القاعدية = نصف قياس الزاوية الداخلية

المضلع المنتظم	قياس الزاوية المركزية	قياس الزاوية الداخلية	قياس الزاوية القاعدية	مجموع الزوايا الداخلية
المثلث	120	60	30	180
المربع	90	90	45	360
الخماسي	72	108	54	540
السداسي	60	120	60	720
السباعي	51.42	128.60	64.24	900

خواص الدوران



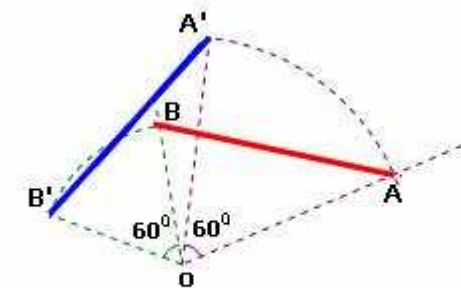
النقاط A', B', C', D', M' هي صور النقاط A, B, C, D, M على الترتيب. بالدوران الذي مركزه O

وزاويته $\hat{AOA'}$
يمكننا التحقق والإثبات مما يلي

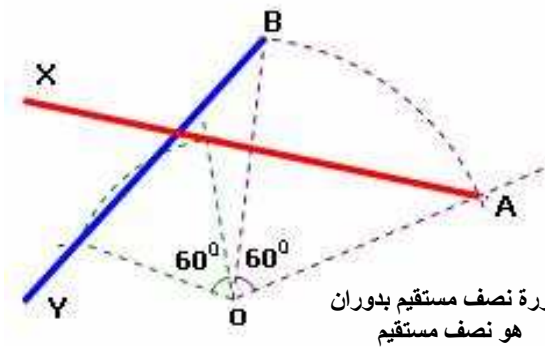
العنصر	الصورة	ملاحظة
المثلث ABC	المثلث $A'B'C'$	نفس طبيعة الشكل
شبه المنحرف $ABCD$	شبه المنحرف $A'B'C'D'$	نفس المحيط والمساحة
القطعة $[AB]$	القطعة $[A'B']$	نفس الطول
الزاوية \hat{ADC}	الزاوية $\hat{A'D'C'}$	نفس القيس
النقط A, M, C	النقط A', M', C'	في استقامية

الدوران يحفظ المساحات والأطوال والقياسات وطبيعة الأشكال وإستقامية النقط

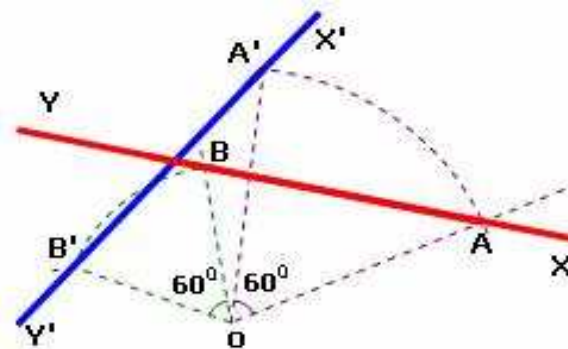
صورة قطعة مستقيمة بدوران



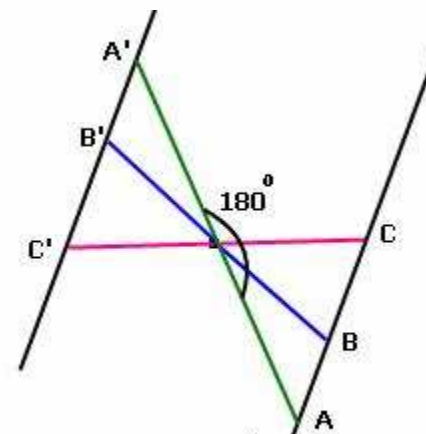
صورة $[AB]$ بالدوران $R(O, 60^\circ)$ هي $[A'B']$
 $AB = A'B'$



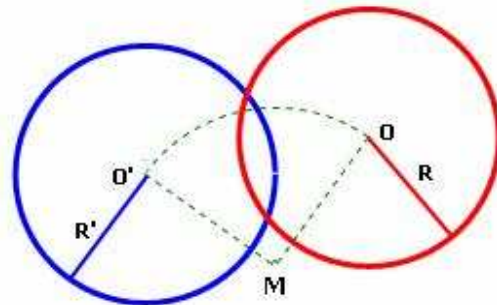
صورة نصف مستقيم بدوران هو نصف مستقيم



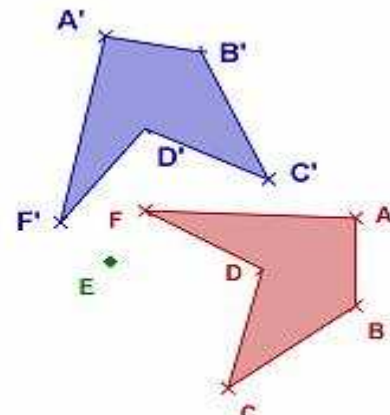
صورة المستقيم (XY) بالدوران $R(O, 60^\circ)$ هي المستقيم $(X'Y')$



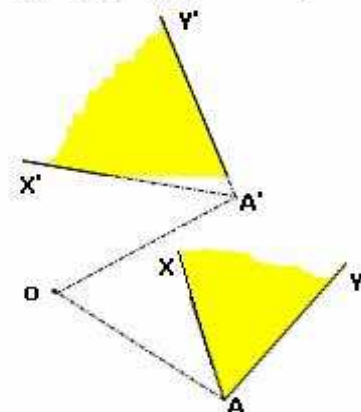
صور ثلاثة نعط في استقامية بدوران هي ثلاثة نعط في استقامية



صورة دائرة بدوران هي دائرة تقايسها $R = R'$



صورة شكل هندسي بدوران هو شكل هندسي ينطبق عليه



صورة زاوية بدوران هي زاوية تقايسها

$$\hat{XAY} = \hat{X'A'Y'}$$

بسم الله الرحمن الرحيم



تقديم الأستاذ: رابع شكرية

تذكير

الهالم في المستوي

في المستوي المزود بمعلم متعامد ومتجانس (O, \vec{i}, \vec{j})

إذا كانت A نقطة من المستوي حيث: $A(x, y)$

فإن \vec{AB} إحداثياته هما: (x, y) ونكتب: $\vec{AB}(x, y)$

إحداثيتا شعاع: إذا كانت A و B نقطتان من المستوي فإن إحداثيتا الشعاع

$\vec{AB}(X_B - X_A, Y_B - Y_A)$ تعطى كما يلي:

طول شعاع: طول قطعة مستقيمة، المسافة بين نقطتين

A و B نقطتان من المستوي: $AB = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}$

إحداثي منتصف قطعة مستقيمة: A و B نقطتان من المستوي.

إذا كانت M منتصف [AB] فإن: $M\left(\frac{x_a + x_b}{2}, \frac{y_a + y_b}{2}\right)$

شرط تساوي شعاعين: $\vec{V}(x, y)$; $\vec{V}'(x', y')$ شعاعان من المستوي

معناه $\vec{V} = \vec{V}'$ و $x = x'$ و $y = y'$

مفاهيم قد تحتاجها

A نظيرة B بالنسبة إلى M معناه M منتصف [AB]

إذا كانت (C) دائرة مركزها M ونصف قطرها R محيطه بالمثلث القائم

ABC في A فإن M منتصف [BC] و $R = \frac{BC}{2}$

لإثبات أن النقطة F تنتمي إلى الدائرة ذات المركز O ونصف القطر R يكفي أن نبرهن أن: $OF = R$

لإثبات أن النقط A, B, C في استقامة يكفي أن نثبت واحدة مما يلي:

- تساوي شعاعين بداية ونهاية كل منهما هي نقطة من النقط A, B, C
- القيس \hat{ABC} أو \hat{ACB} أو \hat{CAB} يساوي 180°
- نقطة من النقط المعطاة هي منتصف قطعة مستقيمة
- توازي مستقيمين كل واحد منهما يشمل نقطتين من النقط المعطاة

تمرين 19 المستوي م م م م $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول هي cm

1 - علم النقط $A(1;2), B(4;-1), M(3;1)$

2 - أكتب الإحداثيتين للشعاع \vec{AB}

3 - أوجد إحداثيتي النقطة P منتصف القطعة [AB]

4 - بين أن النقطة M تنتمي إلى محور القطعة [AB]

تمرين 20 المستوي م م م م $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول هي cm

1 علم النقط $C(-2;4), B(1;0), A(2;7)$

2 (γ) الدائرة ذات المركز C ونصف القطر BC

بين أن (AC) مماس للدائرة (γ)

تمرين 21 المستوي م م م م $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول هي cm

1 علم النقط $C(-1;-4), B(3;2), A(0;4)$

2 أحسب الطول BC أعط القيمة المضبوطة ثم القيمة المقربة إلى 0.1

3 نفرض أن $AB = \sqrt{13}$ ، $AC = \sqrt{65}$ - برهن أن ABC قائم في B

4 علم النقط D صورة C بالانسحاب الذي شعاعه \vec{BA}

5 بين أن الرباعي ABCD مستطيل.

تمرين 22 المستوي م م م م $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول هي cm

1 علم النقط: $A(2;3), B(-1;3), C(2;-3)$

2 أحسب أطوال أضلاع المثلث ABC ثم بين أنه قائم.

3 D نقطة من [AC] حيث: $CD = \frac{2}{3}AC$ والمستقيم الذي

يشمل D و Bوازي (AB) يقطع (BC) في F.

أ - أحسب BF.

ب - لتكن H صورة A بالانسحاب الذي شعاعه \vec{BF} ، برهن أن الرباعي

ABFH متوازي أضلاع. ثم أحسب مساحته S



دروس خاصة
بإشراف شكرية
رياضيات

زوروا على موقع الأنثراث: www.mat21.yoo7.com

ولكل الاستفسارات: rabchek@hotmail.fr....

CHEKRIDA RABAH

تمرين 14 المستوي م م م م $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول هي cm

1 علم النقط $A(2;7), B(1;0), C(-2;4)$

2 احسب الأطوال: AC, BC, AB وما نوع المثلث ABC

3 احسب إحداثي M مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.

- أوجد R طول نصف قطر الدائرة

4 هل النقطة L $(-1;-2)$ تنتمي إلى الدائرة المحيطة بالمثلث ABC

تمرين 15 المستوي م م م م $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول هي cm

1 علم النقط: $A(-6;0), B(-2;2), C(1;-4)$

2 احسب الأطوال: AB, AC, BC. ثم بين أن ABC قائم في B

3 احسب إحداثيتي D بحيث يكون الرباعي ABDC متوازي أضلاع

4 احسب إحداثيتي النقطة K مركز تناظر الرباعي ABDC.

5 ما نوع المثلث BCD ؟

احسب مساحة المثلث BCD ب cm^2 .

6 أراد تلميذ رسم دائرة تشمل رؤوس المثلث BCD فاختر K

مركزاً لها، إذا لم توافقه، فعين مركزها

تمرين 16 المستوي م م م م $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول هي cm

1 علم النقط: $A(-3;1), B(-2;3), C(2;1)$

2 - أحسب الطول BC

3- إذا علمت أن $AB = \sqrt{5}$ و $AC = 5$

- بين أن المثلث ABC قائم

- أحسب إحداثيتي النقطة M منتصف القطعة [AB]

4- أنشئ النقطة N صورة M بالانسحاب الذي شعاعه \vec{BC}

- بين أن المستقيم (MN) يقطع القطعة [AC] في المنتصف

تمرين 17 المستوي م م م م $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول هي cm

1 علم النقط: $A(-4;2), B(5;0), C(4;4)$

2- بين نوع المثلث ABC.

3- أنشئ النقطة E بحيث $\vec{CE} = \vec{CA} + \vec{CB}$

4- بين أن: $\vec{CA} + \vec{CB} + \vec{EB} + \vec{BC} = \vec{0}$

تمرين 18 المستوي م م م م $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول هي cm

1 علم النقط: $A(-4;2), B(5;0), C(4;4)$

2- احسب إحداثيتي النقطة M منتصف [AB].

3- احسب الطولين MB, CM ثم استنتج نوع المثلث ABC.

4- أنشئ النقطة D بحيث: $\vec{CD} = \vec{CA} + \vec{CB}$

وما نوع الرباعي ACBD ؟ برر إجابتك.

5- احسب إحداثيتي النقطة D.

6- عين النقطة F صورة النقطة B بواسطة الدوران الموجب الذي

مركزه C وقيس زاويته 90° .

- بين أن النقط: A, F, C تقع في استقامة.



تمارين



تمرين 01

- المستوي مزدود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول به cm
 ABCD مربع مركزه النقطة M
 (1) أنشئ النقطة الشكل المناسب .
 (2) أنشئ النقطة P حيث $\vec{MC} + \vec{MD} = m\vec{P}$.
 (3) أجب عن الأسئلة التالية دون تعليل.
 أ- ماهو نظير المثلث ABM بالنسبة إلى المستقيم (AC) ؟
 ب- ماهي صورة المثلث ABM بالانسحاب الذي شعاعه \vec{AD} ؟
 ج- ماهي صورة المثلث ABM بالدوران الذي مركزه النقطة M و زاويته 90° و يحول D إلى C ؟
 د- أعط تحويلاً حيث تكون صورة المثلث ABM هو المثلث CMD.

تمرين 02

- المستوي م م م $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول هي cm
 (1) علم النقط $A(2;3)$ ، $B(1;6)$ ، $C(-4;1)$.
 (2) احسب الطول AB .
 (3) تقبل أن $AC = \sqrt{40}$ و $BC = \sqrt{50}$.
 - بين أن المثلث ABC قائم في A .
 (4) احسب $\tan \hat{ACB}$ ثم أعط قيمة \hat{ACB} مدور إلى الدرجة.

تمرين 03

- المستوي م م م $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول هي cm
 نعتبر النقط : $A(1, -1)$ ، $B(3, 1)$ ، $C(2, y)$ ، $D(x, -3)$
 - احسب x و y بحيث يكون الرباعي ABCD متوازي أضلاع
 - احسب مساحة مربع إذا علمت أن A ، B هما رأسان متتاليان له

تمرين 04

- المستوي م م م $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول هي cm
 1/ علم النقط $A(1, 2)$ ، $B(-2, 1)$ ، $C(-3, -2)$
 2/ احسب كلا من AB ، BC
 3/ احسب إحداثيتي D صورة A بالانسحاب الذي شعاعه \vec{BC}
 4/ أثبت أن الرباعي ABCD معين

تمرين 05

- المستوي م م م $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول هي cm
 1/ علم النقط $A(3; -2)$ ، $B(-1; 5)$ ، $C(2; 5)$ ، $D(-3; 1)$
 2/ احسب الطول AC
 3/ عين النقطة D صورة C بالانسحاب الذي شعاعه \vec{AB} و احسب إحداثياتها
 4/ اكتب معادلة للمستقيم الذي يشمل النقطتين A و B
 5/ F نقط فاصلتها 27 . احسب ترتيبها حتى تكون النقط A ؛ B ؛ F على استقامة واحدة .

تمرين 06

- المستوي م م م $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول هي cm
 1/ علم النقط $A(1; -3)$ ؛ $B(-3; -1)$ ؛ $C(-1; 2)$
 2/ احسب إحداثيات S منتصف القطعة [AB].
 3/ احسب الطول AC
 4/ احسب إحداثي النقطة D حيث $AB = CD$

تمرين 07

- المستوي م م م $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول هي cm
 1 - علم النقط $A(2; 4)$ ، $B(8; 8)$ ، $C(10; 5)$ ، $D(4; 1)$
 2 - احسب إحداثي كل من الشعاعين AB ؛ DC
 3 - احسب الطولين AC ؛ DB
 4 - بين نوع الرباعي ABCD.
 5 - احسب إحداثيتي K نقطة تقاطع قطري الرباعي ABCD.

تمرين 08

- المستوي م م م $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول هي cm
 (1) علم النقط : $A(-5; 1)$ ، $B(3; 7)$ ، $D(-2; -3)$
 (2) احسب الأطوال : AB ، AD ، DB
 (3) أثبت أن المثلث ABD قائم .
 (4) احسب إحداثيتي النقطة C لكي يكون الرباعي ABCD مستطيلاً .
 II . الشكل الناتج هو تصميم لقطعة أرض لعمي محمد . أراد أن يقسمها إلى ثلاث قطع مقايسة (قطعتين مثلثتين و الأخرى على شكل متوازي الأضلاع) لتساعد عمي محمد في هذه المهمة
 أجب عن الأسئلة التالية:
 - عين نقطة M من [AD] و نقطة N من [BC] بحيث :

- $AM = CN = x$ (x طول معلوم غير معدوم)
 (1) احسب S مساحة القطعة AMB بدلالة x .
 (2) بين أن $S' = 50 - 10x$ مساحة القطعة MBND هي :
 (3) ما هي قيمة x التي من أجلها تكون مساحة القطعة MBND مساوية لمساحة القطعتين AMB ، DNC .
 (4) تحقق من ذلك حسابياً .

تمرين 09

- المستوي م م م $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول هي cm
 نعتبر النقط : $A(-2; 1)$ ، $B(-1; -2)$ ، $C(4; 3)$
 1 - علم النقط A ؛ B ؛ C . - بين حسابياً أن $AC = \sqrt{40}$.
 3 - علما أن : $AB = \sqrt{10}$ و $BC = \sqrt{50}$ بين أن ABC قائم في A
 4 - عين إحداثي النقطة D صورة النقطة C بالانسحاب الذي شعاعه \vec{AB} من الشكل . ثم تحقق من ذلك حسابياً

دروس خاصة
الاستاذ رابع شكرية
رياضيات

تمرين 10

- المستوي م م م $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول هي cm
 (1) علم النقط : $A(6; 5)$ ، $B(2; -3)$ ، $C(-4; 0)$
 (2) احسب الأطوال AB, AC, BC ، أعط النتائج على شكل $a\sqrt{5}$.
 (3) بين نوع المثلث ABC .
 (4) احسب مساحة المثلث ABC .
 (5) احسب محيط المثلث ABC ، أعط النتيجة على شكل $a\sqrt{5}$.
 (6) لتكن (C) الدائرة المحيطة بالمثلث ABC ، أذكر موضع النقطة E مركز هذه الدائرة (علل إجابتك) ثم احسب إحداثيتيها.
 (7) احسب طول نصف قطر الدائرة (C) (اكتب النتيجة على شكل $a\sqrt{5}$)
 (8) احسب إحداثي الشعاع \vec{AB} ، ثم أوجد إحداثي النقطة D بحيث يكون الرباعي ABCD متوازي أضلاع.

تمرين 11

- المستوي م م م $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول هي cm
 (1) علم النقط $A(4, 5)$ ، $B(-4, -1)$ ، $C(-1, -5)$
 (2) ما هي أطوال الأضلاع [AB] ، [BC] ، [AC] وأستنتج نوع المثلث ABC
 ب - مساحة المثلث ABC
 ج - احسب إحداثيات F مركز الدائرة المحيطة بالمثلث
 (3) احسب إحداثيات النقطة D صورة C بالانسحاب الذي شعاعه \vec{BA}
 (4) أراد أبوك إحاطة قطعة الأرض ABCD بسيج طول اللفة الواحدة 6m
 أ - ما هو عدد اللفات اللازمة لإحاطته ؟
 ب - إذا كان ثمن اللفة الواحدة 150 DA فما هو ثمن السياج ؟

تمرين 12

- المستوي م م م $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول هي cm
 (1) علم النقط $A(3; 3)$ ، $B(-2; 1)$ ، $C(5; -2)$
 (2) ما نوع المثلث ABC ؟ علل جوابك ؟
 (3) احسب إحداثيتي النقطة D صورة B بالانسحاب الذي شعاعه \vec{AC} .
 (4) ما نوع الرباعي ABDC ؟ برر جوابك ؟ احسب مساحته .
 (5) احسب إحداثيتي A' نظيرة A بالنسبة إلى B .
 (6) ما نوع الرباعي A'BCD ؟ علل جوابك ؟ احسب مساحته .
 (7) بين أن $N(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2})$ هي مركز الدائرة المحيطة بالرباعي ABDC

تمرين 13

- المستوي م م م $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول هي cm
 (1) علم النقطتين : $A(-2, 3)$ ، $C(3, 2)$.
 (2) احسب المسافات : OA ، OC ، AC . يطلب إعطاء القيم الحقيقية
 (3) بين أن المثلث OAC متساوي الساقين و قائم في O .
 (4) أنشئ النقطة B حيث $\vec{OB} = \vec{OA} + \vec{OC}$ حيث :
 استنتج طبيعة الرباعي OABC



تقديم الأستاذ : رابع شكريدة

تذكير

أحلل مجموعا جبريا مستخدما خاصية التوزيع أو إحدى المتطابقات الشهيرة
فأحصل على جداء
أنشر جداءات مستخدما خاصية التوزيع أو إحدى المتطابقات الشهيرة
فأحصل على مجموع جبري

تحليل		
$a(b-c)$	=	$ab - ac$
$a(b+c)$	=	$ab + ac$
$(a+b)(c-d)$	=	$ac - ad + bc - bd$
$(a+b)^2$	=	$a^2 + 2ab + b^2$
$(a-b)^2$	=	$a^2 - 2ab + b^2$
$(a-b)(a+b)$	=	$a^2 - b^2$
نشر		

تبسيط مجموع جبري: معناه كتابته بأقل عدد من الحدود ممكن
أي جمع الحدود المتشابهة
(الحدان المتشابهان هما حدان لهما نفس الأس و نفس المجهول)

$$2x - 5x = -3x$$

$$-7x^2 - 3x^2 = -10x^2$$

الكتابة العلمية لعدد

كتابة عدد عشري كتابية علمية تعني :

كتابته على الشكل : $A \times 10^n$

حيث n عدد صحيح نسبي و A عدد عشري مكتوب برقم واحد
(غير معدوم) قبل الفاصلة

$$1975,16 = 1,975 \times 10^3$$



تواريخ



(1) أكتب على أبسط شكل ممكن كلا من A و B .

(2) أحسب المجموع S حيث : $S = A + B - C$

تمرين 27

$A = \sqrt{98}$ ، $B = \sqrt{72}$: عددان حقيقيان حيث :

(1) أكتب كلا من A و B على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث a

عدد ناطق و b أصغر عدد طبيعي ممكن.

(2) أحسب AB ، $A + B$ ، $A^2 - B^2$

تمرين 28

احسب العبارات التالية

$$A = \frac{7}{18} \times \frac{2}{7} - \left(\frac{5}{3} - 1 \right)^2$$

$$B = \frac{3 \times 10^2 \times 5 \times 10^4}{12 \times (10^3)^3}$$

$$C = 2\sqrt{5} + 2\sqrt{125} - 7\sqrt{45}$$

تمرين 29

لتكن العبارة G حيث : $36 - G = (2x - 3)^2$

1- أنشر و بسط العبارة G حسب قوى x المتناقصة .

2- حلل إلى جداء عاملين العبارة G .

3- حل المعادلة : $(2x - 9)(2x + 3) = 0$.

تمرين 30

إليك العبارة $E = (2x - 3)(5 - x) + 2x - 3$

1- أنشر و بسط العبارة E . 2- حلل العبارة E .

3- حل المعادلة : $(2x - 3)(6 - x) = 0$

اجمع الخصال الحميدة وتسليح بها في الحياة
اطرح الحقد والحسد والكراهية من قلبك
اضرب بعرض الحائط النميمة والغيبة
اقسم محبتك على الجميع
كن مؤمنا وضع بين قوسين مخافة الله
كن مستقيما في حياتك
لا تكن منكسرا أمام مغريات الحياة
لا تكن منحنيا أمام الصعاب
حياة مديدة وسعيدة وهنية إن شاء الله تعالى



rabchek@hotmail.fr...www.mat21.yoo7.com

$$B = \frac{6 \times 10^{-7} \times 15 \times 10^{11}}{8 \times (10^2)^4}$$

$$A = \frac{9}{7} - \frac{2}{5} \times \frac{15}{8}$$

$$C = 2\sqrt{180} + 5\sqrt{80} - 3\sqrt{125}$$

1 - احسب A و اكتب الناتج على شكل كسر غير قابل للاختزال

2 - اعط الكتابة العلمية للعدد B

3 - أكتب B على الشكل $a\sqrt{5}$ حيث a عدد نسبي

تمرين 22

بين مع إبراز تفاصيل A, B, C مساوية لنفس العدد الطبيعي حيث :
الحساب أن الأعداد

$$B = \frac{(-2) \times 10^{-3} \times 25 \times (10^2)^2}{50 \times 10^5 \times (-0.1) \times 10^{-3}}$$

$$C = \frac{3\sqrt{96}}{4\sqrt{54}}$$

$$A = \frac{7}{9} + \frac{2 - 2 \times 3}{3 - 3 \times 7}$$

تمرين 23: لتكن الأعداد التالية :

$$A = \frac{5}{4} - \frac{2}{3} \times \frac{9}{16}$$

$$B = \frac{16 \times 10^{-5} \times 3 \times 10^4}{24 \times 10^{-3}}$$

$$C = \sqrt{63} + 2\sqrt{7} - 5\sqrt{28}$$

1 - احسب A و اكتب الناتج على شكل كسر غير قابل للاختزال

1 - احسب B و اكتب الناتج على شكل عدد طبيعي .

3 - اكتب C على الشكل $a\sqrt{7}$ حيث a هو عدد نسبي

تمرين 24

ليكن العددين

$$A = \frac{9}{5} - \frac{2}{5} \times \frac{11}{4}$$

$$B = 5\sqrt{3} - 4\sqrt{27} + \sqrt{75}$$

1 - احسب A و اكتب الناتج على شكل كسر غير قابل للاختزال

2 - اكتب B على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث a عدد نسبي و b عدد

طبيعي اصغر ما يمكن .

تمرين 25

أحسب العبارات التالية و أكتب الناتج على شكل عدد طبيعي

$$A = \frac{96 \times 10^{-4} \times 5 \times 10^{-2}}{3 \times 10^{-1} \times 2 \times 10^{-6}}$$

$$B = 11 \div \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{2} \right)$$

$$C = (2\sqrt{3} - 3)(2\sqrt{3} + 3)$$

تمرين 26

A, B, C أعداد حقيقية حيث :

$$B = \sqrt{50} - \sqrt{5}$$

$$A = \sqrt{18} - \sqrt{20}$$

$$C = -4\sqrt{2} + 3\sqrt{5}$$

◆ تمرين 01

لتكن العبارة التالية $E = (x - 3)^2 + (x - 3)(x + 3)$

1 - أنشر و بسط العبارة E

2 - حل العبارة E إلى جداء عاملين .

3 - أحسب E من أجل $x = 5$ 4 - حل المعادلة التالية : $x(x - 3) = 0$

◆ تمرين 02

لتكن العبارة التالية $A = (2x - 3)^2 - (4x + 7)(2x - 3)$

1 - أنشر و بسط العبارة A

2 - حل العبارة A إلى جداء عاملين .

3 - حل المعادلة التالية : $(2x - 3)(-2x - 10) = 0$

◆ تمرين 03

لتكن العبارة التالية $E = (x - 2)^2 + (x - 2)(3x - 1)$

1 - حل العبارة E إلى جداء عاملين .

1 - أنشر و بسط العبارة E

3 - حل المعادلة التالية : $(x - 2)(4x - 3) = 0$

◆ تمرين 04

لتكن العبارة التالية $E = 4x^2 - 9 + (2x + 3)(x - 2)$

1 - أنشر و بسط العبارة E

2 - حل العبارة $4x^2 - 9$ ثم استنتج تحليلا للعبارة E3 - حل المعادلة التالية : $(2x + 3)(3x - 5) = 0$

5 - هل حلول المعادلة أعداد طبيعية ؟. أعداد عشرية ؟.

◆ تمرين 05

لتكن العبارة التالية $C = (2x - 1)^2 + (2x - 1)(x + 5)$

1 - أنشر و بسط العبارة C

2 - حل العبارة C إلى جداء عاملين

3 - حل المعادلة التالية : $(2x - 1)(3x + 4) = 0$

◆ تمرين 06

لتكن العبارة التالية $A = (2x - 3)^2 - (4x + 7)(2x - 3)$

1 - أنشر و بسط العبارة A

2 - حل العبارة A إلى جداء عاملين .

3 - أحسب E من أجل $x = -2$ 3 - حل المعادلة التالية : $(2x - 3)(x - 3) = 0$

◆ تمرين 07

لتكن العبارة التالية $D = (x - 2)^2 - 2(x - 2)$

1 - حل العبارة D إلى جداء عاملين

3 - حل المعادلة التالية : $(x - 2)(x - 4) = 0$ 3 - أحسب D من أجل $x = 1$

◆ تمرين 08

لتكن العبارة التالية $A = (2x + 3)^2 + (2x + 3)(5x - 7)$

1 - أنشر و بسط العبارة A

2 - حل العبارة A إلى جداء عاملين

3 - حل المعادلة التالية : $(2x + 3)(7x - 4) = 0$

◆ تمرين 09

لتكن العبارة التالية $E = (2x - 3)(x + 2) - 5(2x - 3)$

1 - أنشر و بسط العبارة E

2 - حل العبارة E إلى جداء عاملين .

3 - أحسب E من أجل $x = -2$ 4 - حل المعادلة التالية : $(2x - 3)(x - 3) = 0$

◆ تمرين 10

لتكن العبارة $E = (2x + 1)^2 - 4$

1 - أنشر و بسط العبارة E

2 - أكتب على شكل جداء عاملين من الدرجة الأولى

4 - حل المعادلة التالية : $(2x + 3)(2x - 1) = 0$ 3 - أحسب قيمة E من أجل $x = 1$ ثم من أجل $x = \frac{3}{2}$

◆ تمرين 11

لتكن العبارة : $D = (2x - 3)(3x - 1) + (2x - 3)^2$

1 - أنشر و بسط العبارة D . 2 - حل المعادلة

3 - أحسب قيمة M من أجل $x = \sqrt{2}$ 4 - حل المعادلة : $(2x - 3)(5x - 4) = 0$

◆ تمرين 12

لتكن العبارة التالية $E = (2x + 1)^2 - 4$

1 - أنشر و بسط العبارة E

2 - حل العبارة E إلى جداء عاملين .

3 - أحسب E من أجل $x = -0$ 4 - حل المعادلة التالية : $(2x + 3)(2x - 1) = 0$

◆ تمرين 13

لتكن العبارة التالية $F = (3x - 2)^2 - 25$

1 - أنشر و بسط العبارة F

2 - حل العبارة F إلى جداء عاملين .

3 - حل المعادلة التالية : $(3x - 7)(3x + 3) = 0$

◆ تمرين 14

لتكن العبارة التالية $C = (3x - 2)^2 + (3x - 2)(x + 3)$

1 - أنشر و بسط العبارة CA

◆ تمرين 15

لتكن العبارة : $C = (2x + 5)^2 - (x + 3)(2x + 5)$

1 - حل العبارة C إلى جداء عاملين .

2 - أنشر و بسط العبارة C

3 - حل المعادلة التالية : $(2x + 5)(x + 2) = 0$ 3 - أحسب E من أجل $x = -\frac{2}{3}$ و اكتب الناتج على شكل كسر

غير قابل للاختزال .

◆ تمرين 16

لتكن العبارة التالية $A = (x - 3)(x + 3) - 2(x - 3)$

1 - أنشر و بسط العبارة A

2 - حل العبارة A

3 - أحسب E من أجل $x = -1$ ثم من أجل $x = 0$ 3 - حل المعادلة التالية : $(x - 3)(x + 1) = 0$

◆ تمرين 18

1 - أنشر و بسط العبارة : $A = (2x - 1)^2 - 4(2 - x)$ 2 - حل العبارة : $B = (x - 1)^2 + (3x + 5)(x - 1)$ 3 - حل المعادلة التالية : $(x - 1)(4x + 4) = 0$

◆ تمرين 19

لتكن العبارة التالية $E = (5x - 2)^2 - (x - 7)(5x - 2)$

1 - أنشر و بسط العبارة E

2 - حل العبارة E إلى جداء عاملين .

3 - أحسب E من أجل $x = -1$ 3 - حل المعادلة التالية : $(5x - 2)(4x + 5) = 0$

◆ تمرين 20

A , B , C أعداد حيث :

$$A = \frac{7}{3} - \frac{2}{3} \div \frac{8}{7}, \quad B = \sqrt{12} - 7\sqrt{3} - \sqrt{75}$$

$$C = \frac{0.3 \times 10^2 \times 5 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-4}}$$

1 - احسب A و اكتب الناتج على شكل كسر غير قابل للاختزال

2 - اكتب B على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث a عدد نسبي و b عدد

طبيعي اصغر ما يمكن.

3 - أحسب العدد C و اعط الكتابة العلمية له .

◆ تمرين 21

لتكن الأعداد التالية A , B , C حيث :

بسم الله الرحمن الرحيم





تقديم الأستاذ : رابع شكرية

تذكير :

a و b عدنان طبيعيان حيث $b \neq 0$
 يكون a قاسما لـ b إذا كان باقي القسمة الإقليدية لـ b على a هو 0
 b يقسم a معناه a يقبل القسمة على b معناه a مضاعف لـ b
هام جدا :
 b يقسم a معناه $a = b \times k$ حيث k عدد طبيعي غير معدوم

ملاحظات : العدد 0 لا يقسم أي عدد طبيعي
 العدد 1 قاسما لأي عدد طبيعي
 كل عدد طبيعي غير معدوم يقسم العدد 0
قواسم عدد طبيعي: لإيجاد مجموعة قواسم عدد طبيعي نستخدم على كتابة كل الجداءات الممكنة والتي تساوي هذا العدد
 مثال : أوجد مجموعة قواسم العدد 60
 $60 = 60 \times 1 = 20 \times 3 = 10 \times 6 = 15 \times 4 = 12 \times 5 = 30 \times 2$
 إذن قواسم العدد 60 هي: 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60
القواسم المشتركة لعددين طبيعيين:
 يكون a قاسما مشتركا للعددين b و c إذا كان a يقسم كلا من b و c في آن واحد
 مثال : أوجد القواسم المشتركة للعددين 20 و 50
 قواسم 20 هي: 2, 4, 5, 10, 20
 قواسم 50 هي: 2, 5, 10, 25, 50
 القواسم المشتركة للعددين 20 و 50 هي: 2, 5, 10
القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين:
 القواسم المشتركة للعددين 20 و 50 هي: 2, 5, 10
 أكبر عدد من مجموعة القواسم المشتركة هو: 10 ويسمى القاسم المشترك الأكبر للعددين 20 و 50 ورمزه PGCD
 نكتب: $PGCD(20; 50) = 10$
خواص: a و b و c أعداد طبيعية غير معدومة ($a > b$)
 1 - إذا كان a يقسم كلا من b و c فإن a يقسم كلا من المجموع $a + b$ و الفرق $a - b$

من أقسام السنة الرابعة متوسط تضم 210 تلميذا و 12 مرافقا

1 - كيف يمكن تشكيل الأفواج بحيث يضم كل فوج نفس العدد من التلاميذ نفس العدد من المرافقين.

2 - أعط جميع الحلول الممكنة

3 - من كم تلميذ وكم من مرافق يتكون الفوج في كل حالة

تمرين 28

عند فلاح 600kg من البرتقال يريد وضعها في صناديق من نفس النوع قصد تسويقها. على أن لا يزيد وزن الصندوق عن 30kg وأن لا يقل عن 10kg .

1 - ماهو عدد الصناديق اللازمة لذلك؟

2 - أعط جميع الحلول الممكنة مع إعطاء وزن الصناديق ووزن كل منها في كل حالة

تمرين 29

باستعمال خوارزمية إقليدس أحسب: $PGCD(324, 420)$

- ما هي القواسم المشتركة للعددين 324 و 420
 - في الحقيقة 324 و 420 هما بعدا قطعة قماش بالمتر. تريد صاحبتهما تقسيمها إلى مربعات لغرض الطرز بحيث يكون طول كل ضلع مربع عددا طبيعيا. كيف تتمكن من ذلك أعط كل الحلول
 - ما هو أكبر عدد من المربعات
 - ما هو أصغر عدد من المربعات

تمرين 30

1 - احسب: $PGCD(323; 476)$


2 - نريد تبليط غرفة ببلاط مربع الشكل نفضل أن يكون طوله عددا طبيعيا وبأكبر طول ممكن.

إذا علمت أن طول الغرفة هو 476cm وعرضها 323cm
 فأوجد طول البلاطة الواحدة وما هو عدد البلاط اللازم للغرفة

تمرين 31

نريد وضع أعمدة إنارة في ثلاثة شوارع متجاورة بشكل متواز أطوال الشوارع هي: 117m ; 156m ; 195m يشترط أن تكون المسافة بين أي عمودين متجاورين في كل الشوارع متساوية.

1 - ما هي أكبر مسافة تفصل بين عمودين متجاورين؟
 2 - ما هو عدد الأعمدة التي يمكن وضعها في كل شارع؟
 3 - ما هو عدد الأعمدة المستعملة؟



rabchek@hotmail.fr...www.mat21.yoo7.com

1 - بين أن 7 يقسم كلا من $28b - 35a$ و $28b + 35a$

2 - إذا علمت أن $2160a = 1320b$ عين الكسر $\frac{a}{b}$ ثم اكتبه على شكل كسر غير قابل للاختزال.

تمرين 20

1) عين العدد d الذي يمثل القاسم المشترك الأكبر للعددين 845 و 1105.
 2) عين العددين a و b بحيث: $1105 = d \times a$ و $845 = d \times b$
 هل العدنان a و b أوليان فيما بينهما؟ ماذا تستنتج؟

تمرين 21

أوجد العدد الطبيعي n الأصغر من 100 بحيث
 $PGCD(72; n) = 8$

تمرين 22

1- هل العدنان 496 و 628 أوليان فيما بينهما؟ وضع إجابتك .
 2- جد القاسم المشترك الأكبر (PGCD) للعددين 682 و 496 باستعمال طريقة الفوارق المتتالية .

3- اجعل الكسر $\frac{628}{496}$ غير قابل للاختزال . وضع الطريقة

تمرين 23

a و b عدنان طبيعيان حيث: $315 \times b = 390 \times a$

1- أحسب الكسر $\frac{a}{b}$
 2- أعط الناتج على شكل كسر غير قابل للاختزال .

تمرين 24

بين أن b قاسم لـ a ثم أحسب k حاصل القسمة الإقليدية لـ a على b حيث
 $b = 7^3 \times 9^2 \times 11^4$, $a = 7^4 \times 9^4 \times 11^5$

تمرين 25

ربح علي 84 قطعة شوكولاتة و 147 قطعة حلوى في لعبة فقرر اقتسامها مع أصدقائه بالتساوي
 (أي يأخذ كل واحد نفس العدد من الحلوى و نفس العدد من الشوكولاتة)
 1) كم شخص على الأكثر يمكنه الاستفادة من صداقته لعللي؟ (يريد علي الاقتسام مع أكبر عدد ممكن من أصدقائه)
 2) كم يأخذ كل واحد من الحلوى و كم يأخذ من الشوكولاتة؟

تمرين 26

y عدد طبيعي غير معدوم
 بقسمة كل من 8390 و 4040 على y نحصل على الترتيب على الباقيين 11 و 8 .
 1) عين y حيث $y > 12$.
 2) أكتب الكسر $\frac{8390}{4040}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال .

تمرين 27

نظمت متوسطة علال بلوصيف رحلة في نهاية الفصل لتلاميذ النجباء

◆ تمرين 12

بين أن الكسر $\frac{340}{1156}$ قابل للاختزال

أوجد $PGCD(340;1156)$

اكتب الكسر $\frac{340}{1156}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال

◆ تمرين 13

أراد فلاح غرس شجيرات على محيط قطعة أرض مثلثة الشكل

أطوال أضلاعها هي: $360m$; $198m$; $254m$

فوضع على كل رأس من المثلث شجيرة وأراد أن يضع باقي الشجيرات الواحدة تبعد عن الأخرى بنفس المسافة على أن تكون هذه المسافة عدد طبيعي من الأمتار.

ما هو أدنى عدد من الشجيرات يمكن غرسها؟؟؟

◆ تمرين 14

لدينا قطعة خشبية مستطيلة الشكل بعدها $5.4m$; $3m$

نريد تقسيمها إلى أصغر عدد من قطع خشبية مربعة الشكل ومتقايسة

ما هو طول ضلع القطع الخشبية المربعة الشكل

احسب عندئذ عدد هذه المربعات

◆ تمرين 15

(1) احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1375 و 1100 .

(2) لدى بائع الزهور 1375 وردة بيضاء و 1100 وردة حمراء ، يريد

استعمال كل هذه الورود ليشكل أكبر عدد ممكن من الباقات المتماثلة .

- ما هو عدد الباقات وما هي تركيبة كل باقة؟

◆ تمرين 16

لإبراهيم منتوج من البطاطا وزنه $2080kg$ ومنتوج من الجزر وزنه

$1440kg$ يريد وضع هذا المنتوج في أكياس بحيث تكون كل الأكياس لها

نفس الوزن شرط ألا يكون المنتوجان في نفس الكيس

1 - ما هو أكبر وزن يمكن وضعه في كل كيس؟

2 - ما هو عدد الأكياس لكل منتوج؟

◆ تمرين 17

بدون حساب. اشرح لماذا العددين التاليين ليس أوليين فيما بينهما في كل حالة

من الحالات التالية

① 324 ; 436 ② 36 ; 42 ③ 350 ; 380

◆ تمرين 18

عامل لديه قطعة حديدية مستطيلة الشكل طولها $110cm$ وعرضها

$88cm$ أراد أن يقسمها إلى أقطع مربعة الشكل كلها متماثلة بحيث لا

يضيع منها أي شيء

1 - ما هو أكبر طول ممكن لحرف المربع

2 - ما هو عدد القطع المربعة الشكل المحصل عليها

◆ تمرين 19

A و b عدنان طبيعيا حيث: $5a \leq 4b$

◆ تمرين 01

عند قسمة العددين 3731 و 4817 على عدد طبيعي x يكون باقي القسمة هو 35 و 29 على الترتيب. ما هي أكبر قيمة لـ x

◆ تمرين 02

x عدد طبيعي أصغر من 180.

إذا علمت أن: $PGCD(180, x) = 15$ عين القيم الممكنة لـ x

◆ تمرين 03

أوجد العددين الطبيعيين x و y إذا علمت أن:

$$PGCD(x; y) = 12 \quad ; \quad x \times y = 2880$$

◆ تمرين 04

أوجد العددين الطبيعيين x و y إذا علمت أن:

$$PGCD(x; y) = 18 \quad ; \quad x + y = 252$$

◆ تمرين 05

أحسب $PGCD(980; 567)$

X و y عدنان طبيعيا حيث: $980x = 567y$

أحسب النسبة: $\frac{x}{y}$ ثم اكتبها على شكل كسر غير قابل للاختزال

◆ تمرين 06

x و y و z أعداد طبيعية حيث: x قاسم لكل من y و z

بين أن x يقسم العدد $x+y$

◆ تمرين 07

أحسب كلا من: $PGCD(452; 312)$, $PGCD(718; 452)$

تم استنتاج $PGCD(718; 452; 312)$

◆ تمرين 08

aaa عدد مكتوب بأحاده وعشرات ومئاته

تحقق أن العدد aaa يقبل القسمة على 37

◆ تمرين 09

abab عدد أحاده يساوي مئاته و عشرات يساوي آلافه

بين أن العدد 101 يقسم العدد abab

◆ تمرين 10

لعلمي خليفة ثلاثة أطفال جداء أعمارهم هو 12

اثنان من أبناء العم خليفة لهما نفس السن (السن عدد طبيعي)

ما هي أعمار أبناء العم خليفة.

◆ تمرين 11

ليكن: $b = 1056$, $a = 5472$, $k = 96$

تحقق أن k قاسم مشترك للعددين a و b

أحسب ما يلي: $D = a - b$, $S = a + b$, حيث R

هو باقي قسمة a على b

تحقق أن: k يقسم كلا من R و D و S

2 - إذا كان a يقسم كلا من b و c فإن a يقسم العدد r

حيث r هو باقي قسمة a على b

3- إذا كان مضاعف لـ b فإن: $PGCD(a; b) = b$

القواسم المشتركة للعددين a و b = قواسم $PGCD(a; b)$

طريقة إيجاد القاسم المشترك الأكبر للعددين طبيعيين:

① خوارزمية إقليدس (قسمات متتالية)

مثال: أوجد $PGCD(640; 180)$

$$640 = 180 \times 3 + 100$$

$$180 = 100 \times 1 + 80$$

$$100 = 80 \times 1 + 20$$

$$80 = 20 \times 4 + 0$$

إذن: $PGCD(640; 180) = 20$

② خوارزمية الفوارق المتتالية

مثال: أوجد $PGCD(640; 180)$

$$640 - 180 = 460$$

$$460 - 180 = 280$$

$$280 - 180 = 100$$

$$180 - 80 = 100$$

$$100 - 80 = 20$$

$$80 - 20 = 60$$

$$60 - 20 = 40$$

$$40 - 20 = 20$$

$$20 - 20 = 0$$

إذن: $PGCD(640; 180) = 20$

$PGCD(a; b) = 1$ معناه العدان a و b أوليان فيما بينهما

معناه الكسر $\frac{a}{b}$ غير قابل للاختزال

ملاحظة: لاختزال الكسر $\frac{a}{b}$ إلى كسر غير قابل للاختزال

يكفي قسمة كلا من a و b على $PGCD(a; b)$



تمارين



بسم الله الرحمن الرحيم



تقديم الأستاذ: رابح شكرية

تذكير:

مهما يكن العدد الحقيقي a فإن: $a^2 > 0$ و $a^2 = (-a)^2$

- مربع أي عدد هو عدد موجب دوماً
- العددين المتعاكسان لهما نفس المربع

الجذر التربيعي لعدد موجب

إذا كان a عدداً موجباً فإنه يوجد عدد موجب وحيد مربعه هو a

ويسمى الجذر التربيعي للعدد a ورمزه \sqrt{a} ونكتب: $(\sqrt{a})^2 = a$

ملاحظات: $\sqrt{0} = 0$ و $\sqrt{1} = 1$

في مجموعة الأعداد الحقيقية لا يوجد جذر تربيعي لعدد سالب

خواص: a و b عدداً موجبان

$$(b \neq 0) \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad \text{و} \quad \sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

$$\text{وبصفة عامة:} \quad \sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b} \quad \text{و} \quad \sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

مهما يكن العدد الحقيقي الموجب a فإن:

$$(\sqrt{a})^2 = \sqrt{a^2} = \sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$$

تحويل نسبة مقامها عدد غير ناطق إلى نسبة مقامها عدد ناطق
 a و b و k أعداد حقيقية (b موجب وغير معدوم)

$$\frac{a}{k\sqrt{b}} = \frac{a \times \sqrt{b}}{k\sqrt{b} \times \sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{kb}$$



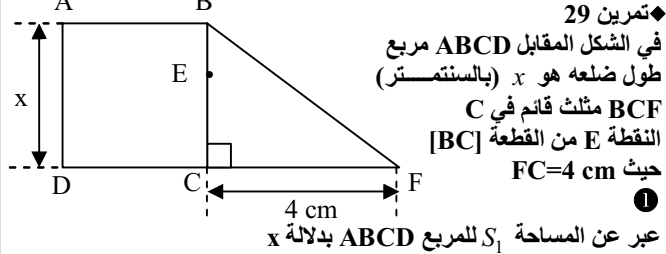
تمارين



تمارين 28
 - متوازي مستطيلات أبعاده هي: $6a \text{ cm}$; $a \text{ cm}$; $2a \text{ cm}$ وحجمه 768 cm^3 . أحسب قيمة العدد a

- اسطوانة نصف قطر قاعدتها $2a \text{ cm}$ وارتفاعها 5 cm

عين العدد a إذا علمت أن حجمها يساوي 540π



أحسب S_1 من أجل $x = 2 + \sqrt{2}$ تعطى النتيجة على الشكل $a + b\sqrt{2}$

مع a و b عددين طبيعيين

إذا علمت أن $BE = 0.5 \text{ cm}$ أحسب بدلالة x المساحة S_2 للمثلث ECF

نرمز بـ S إلى مجموع المساحتين S_1 و S_2 تحقق أن:

$$S = x^2 + 2x + 1$$

أحسب S من أجل $x = 2 + \sqrt{2}$ وأعط النتيجة على الشكل $c + d\sqrt{2}$

حيث c و d عددين طبيعيين

تمارين 29

N عدد طبيعي موجب. ABC مثلث قائم في A حيث:

$$n = \left(\frac{n+1}{2}\right)^2 - \left(\frac{n-1}{2}\right)^2 \quad \text{أن:} \quad AC = \frac{N-1}{2} ; \quad BC = \frac{n+1}{2}$$

أحسب AB من أجل $n=2$; $n=3$; $n=4$; $n=5$

استنتج طريقة لإنشاء قطعة مستقيمة طولها $\sqrt{17}$



rabchek@hotmail.fr...www.mat21.yoo7.com

تمارين 19

أحسب ثم أكتب الناتج على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث a, b, c أعداد طبيعية و c أصغر عدد ممكن.

$$\sqrt{2(\sqrt{2}+1)}, -5\sqrt{3(4\sqrt{3}+3)}, 4\sqrt{7} - (6\sqrt{7}+2)$$

$$2\sqrt{2}(\sqrt{2}+2), (6\sqrt{3}-2) - \sqrt{3}(2+6\sqrt{3}), (\sqrt{7}-2)(\sqrt{7}+2)$$

$$(\sqrt{28}+\sqrt{7}-\sqrt{32})(\sqrt{63}-2\sqrt{8})$$

تمارين 20

أكتب الأعداد التالية على الشكل \sqrt{a} حيث a عدد طبيعي

$$5\sqrt{3}, \frac{\sqrt{24}}{2}, \frac{3\sqrt{108}}{6}, 4\sqrt{4.5}, \frac{2\sqrt{180}}{3\sqrt{5}}$$

تمارين 21

قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها 1320 m^2

أحسب بعدي هذه القطعة بتقريب 10^{-2} علماً أن طولها هو ضعف عرضها أعط تدويراً إلى 10^{-1} لكل من طول وعرض هذه القطعة

تمارين 22

حقل مستطيل الشكل مساحته 9548 m^2 وعرضه يساوي $\frac{4}{7}$ من طوليه

أحسب طول وعرض هذا المستطيل بتقريب 0.1 بالنقصان

تمارين 23

X و Y عدنان حيث: $X = \sqrt{98}$; $Y = \sqrt{72}$

أكتب كلا من X و Y على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث b أصغر عدد طبيعي ممكن

يسـ ط كلا من: XY ; $X+Y$; $X-Y^2$

تمارين 24

مستطيل بعده هـ ما: $2\sqrt{3}+3$ و $\sqrt{5}+1$

أحسب مساحته علماً أن وحدة الطول هي cm

تمارين 25

ABCD مربع طول ضلعه $x \text{ cm}$ إذا أضفنا 6 cm إلى طول ضلعه

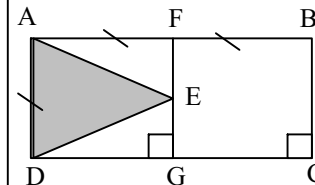
نحصل على مربع مساحته 121 cm^2 ما هو طول ضلع هذا المربع

تمارين 26

حل في مجموعة الأعداد الحقيقية المعادلات التالية

$$x^2 - 15 = 49, (x-1)^2 = 9, x^2 + 4 = 0, (2X+3)^2 + 121$$

تمارين 27



مساحة المثلث ADE

في الشكل المقابل هـ 25 cm^2

- أحسب محيط المستطيل ABCD

- أحسب مساحة المستطيل ABCD

تمارين 01

أحسب العدد \sqrt{a} في كل حالة مما يلي:

$$(1) a = 27 \times 36 \times 3 \times 2^2 \quad (2) a = 27 \times 36 \times 3 \times 2^2 \quad (3) a = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 15 \quad (4) a = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 15$$

تمارين 02

أكتب المجاميع التالية على أبسط شكل ممكن

$$A = \sqrt{72} - 2\sqrt{45} - \sqrt{98} + \sqrt{125}$$

$$B = \sqrt{288} + \sqrt{252} - \sqrt{500} - \sqrt{576}$$

$$C = 5\sqrt{28} + 3\sqrt{175} - \sqrt{252}$$

$$D = \sqrt{\frac{2}{4}} + \sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{\frac{25}{12}}$$

تمارين 03

أكتب x و y عدداً حيث: $X = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ و $Y = \frac{\sqrt{5}}{2}$

1 - اجعل مقام العدد x عدداً ناطقاً

2 - أحسب العدد Z حيث: $Z = 2Y - 5X$

3 - أعط القيمة المقربة بالنقسان الى 0.01 للعدد Z

تمارين 04

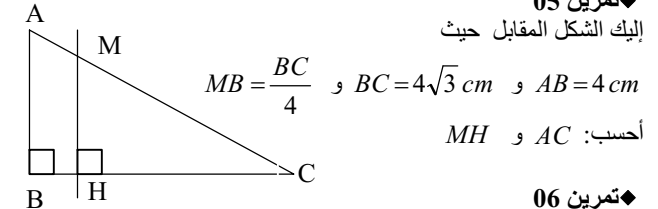
أكتب A و B عدداً حيث: $A = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{2}}{\sqrt{7}}$ و $B = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{2}}{\sqrt{7}}$

1 - أكتب كلا من A و B على شكل نسبة مقامها عدد ناطق

2 - أحسب مساحة ومحيط مستطيل بعدها A و B - وحدة الطول هي cm

تمارين 05

إليك الشكل المقابل حيث



أحسب: AC و MH

تمارين 06

أحسب العدد S حيث: $S = (\sqrt{3} + 1) \times (4 - 2\sqrt{3})$

تمارين 07

بسّط العبارة A حيث: $A = \sqrt{12} + \sqrt{60}$

أكتب العدد B على شكل نسبة مقامها عدد ناطق حيث: $B = \frac{1 + \sqrt{5}}{\sqrt{3}}$

بين أن: $A = 6B$

تمارين 08

1 - أكتب على الشكل $P\sqrt{3}$ كلا من العددين A و B حيث P عدد طبيعي

$$A = \sqrt{27} + 7\sqrt{75} + \sqrt{300} \quad \text{و} \quad B = (6 + 2\sqrt{3})^2$$

2 - بين أن $\frac{A}{B}$ هو عدد طبيعي

تمارين 09

اجعل مقام كلا من الأعداد A, B, C عدداً ناطقاً حيث

$$A = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}, \quad B = \frac{5\sqrt{2} - 3}{\sqrt{3}}, \quad C = \frac{3\sqrt{6} - 1}{\sqrt{6}}$$

أحسب: $S = A + (B - C)$ ثم $T = \frac{A \times B}{C}$

تمارين 10

أكتب على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث a و b عدداً طبيعيين و b أصغر ما يمكن

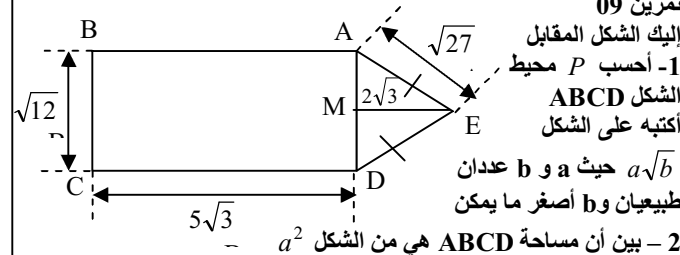
$$X = 5\sqrt{2} + 2\sqrt{32} + 2\sqrt{98} \quad \text{و} \quad Y = (3\sqrt{2} + 5)^2$$

تمارين 09

إليك الشكل المقابل

1 - أحسب محيط P محيط الشكل $ABCD$

أكتبه على الشكل



أحسب $a\sqrt{b}$ حيث a و b عدداً طبيعيين و b أصغر ما يمكن

2 - بين أن مساحة $ABCD$ هي من الشكل a^2

تمارين 11

1 - أكتب على أبسط شكل كلا من العددين A و B حيث:

$$A = 4\sqrt{7} - 2\sqrt{28} + \sqrt{700} \quad \text{و} \quad B = \sqrt{63} + 2\sqrt{7} + \sqrt{175}$$

2 - بين أن: $A^2 = A \times B$

تمارين 12

باستخدام المدور والمسطرة الغير مدرجة فقط

أنشئ القطعتين المستقيمتين $[AB]$ و $[CD]$ طوليهما على الترتيب

$$2\sqrt{5} \text{ cm} \quad \text{و} \quad \sqrt{3} \text{ cm}$$

تمارين 13

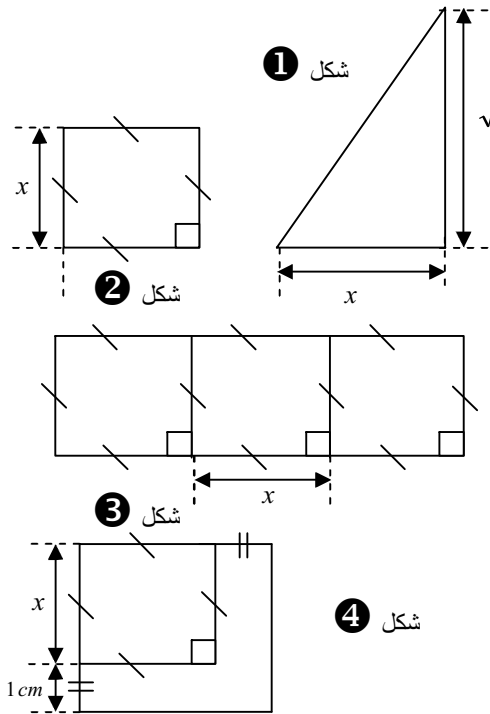
أكتب على أبسط شكل كلا من الأعداد التالية

$$\sqrt{16 \times 10^{-2}}, \quad \sqrt{4 \times 10^2}, \quad \sqrt{0.144}, \quad \sqrt{0.09}, \quad \sqrt{0.000081}$$

$$\sqrt{28} - \frac{1}{2}\sqrt{63} - \frac{3}{4}\sqrt{7}, \quad \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{8}}{\sqrt{90}}$$

تمارين 14

باعتبار أن الأشكال المقابلة لها نفس المساحة وهي: 8 cm^2 أحسب القيمة المضبوطة للعدد x في كل حالة



تمارين 15

مستطيل $ABCD$ حيث: $AB = 6\sqrt{2}$ و $BC = \frac{1}{2}AB$

النقطة M منتصف $[AB]$ ، نقطة من القطعة $[CD]$ و $CI = \sqrt{2}$

1 - أحسب الطولين IB و MD

2 - النقطة O هي نقطة تقاطع $[MD]$ و $[IB]$ أحسب OM ، IB

3 - أحسب S مساحة شبه المنحرف $ABID$

تمارين 16

مربع مساحته 15 cm^2 عين القيمة المدورة إلى 0.01 لطول ضلعه

تمارين 17

إذا علمت أن: $\sqrt{361} = 19$ أعط القيمة المضبوطة للأعداد التالية

$$\sqrt{0.0361}, \quad \sqrt{36100}, \quad \sqrt{3.61}$$

تمارين 18

بسّط العبارات التالية:

$$A = \sqrt{54} - \sqrt{6} + \sqrt{24} \quad \text{و} \quad B = 3\sqrt{20} + 4\sqrt{80} - 3\sqrt{5}$$

$$C = \frac{\sqrt{3}}{5} - \frac{\sqrt{75}}{6} + \frac{\sqrt{8}}{15} \quad \text{و} \quad D = 5\sqrt{12} - 4\sqrt{12} - \sqrt{12}$$

$$E + 6\sqrt{\frac{72}{9}} + 15\sqrt{\frac{18}{25}} - 14\sqrt{\frac{8}{49}}$$