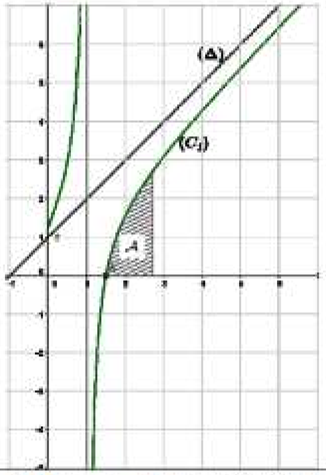
الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة: الرياضيات/ الشعبة: رياضيات/ بكالوريا: 2018

عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة	
	مجزأة	مجموع
التمرين الأول:(04 نقاط) **1)** تمثيل الحدود	0.5	01
ـ التخمين : (u_n) المتتالية متزايدة تماما ومتقاربة نحو(-1)	0.5	
2) البرهان أنّ $-3\leqslant u_n<-1$	0.75	0.75
3) أ/ تبيان أنّ $u_{n+1}+1\geqslant\frac{3}{4}(u_n+1)$.	0.75	1.5
ب/ استنتاج أنّ $u_n+1\geqslant-2\left(\frac{3}{4}\right)^n$	0.5	
- $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=-1$	0.25	
4) ـ اثبات أنّ $8\left[\left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}-1\right]\leqslant(u_0+1)+(u_1+1)+\cdots+(u_n+1)<0$	0,5	0.75
ـ مما سبق نجد $S_n<-n-1$ ومنه $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n=-\infty$	0.25	
التمرين الثاني: (04 نقاط) 1) أ) $\overrightarrow{OA}(1;1;3)$ ، $\overrightarrow{OB}(1;0;2)$ لدينا $\frac{0}{1}\neq\frac{1}{1}$ إذن $\overrightarrow{OA}$ و $\overrightarrow{OB}$ غير مرتبطان خطيا. ب) $\vec{n}\cdot\overrightarrow{OA}=0$ و $\vec{n}\cdot\overrightarrow{OB}=0$ يعني $\vec{n}$ شعاع ناظمي للمستوي (OAB) $(OAB):2x+y-z=0$	0.5 0.5 0.5	1.5
2) - $M\in(\Delta)$ يكافئ $\begin{cases}2x+2y+6z-11=0\\2x+4z-5=0\end{cases}$ $(p_1):2x+4z-5=0$ المستوي المحوري لـ $[OB]$ $(p_2):2x+2y+6z-11=0$ المستوي المحوري لـ $[OA]$ ومنه $(\Delta)=(p_1)\cap(p_2)$ ـ التمثيل الوسيطي $(\Delta):\begin{cases}x=\frac{5}{2}-2t\\y=3-t\qquad t\in\mathbb{R}\\z=t\end{cases}$	0,5 0,5	01

<table>
<tr><td>3) − $M\in(\Delta)$ يكافئ : $M\in(P_1)$ و $M\in(P_2)$
يكافئ : $OM=BM$ و $OM=AM$.
يكافئ : $OM=BM=AM$
− Ω مركز الدائرة (C) يكافئ ($\Omega\in(OAB)$ و $\Omega A=\Omega B=\Omega O$)
يكافئ ($\Omega\in(OAB)$ و $\Omega\in(\Delta)$)
$\Omega\left(-\frac{1}{6};\frac{5}{3};\frac{4}{3}\right)$.</td><td>0.75
0.75</td><td>1.5</td></tr>
<tr><td><u>التمرين الثالث (05 نقاط):</u>
I. مجموعة حلول المعادلة هي $S=\{1+i\,;1-i\,;\sin\theta+i\cos\theta\,;\sin\theta-i\cos\theta\}$</td><td>01</td><td>01</td></tr>
<tr><td>II. 1) $z_A=\sqrt{2}\,e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $z_B=\sqrt{2}\,e^{-i\frac{\pi}{4}}$ ، $z_C=e^{i\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)}$ و $z_D=e^{i\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)}$</td><td>01</td><td>01</td></tr>
<tr><td>2) $z_E=e^{i\frac{\pi}{2}}$ و $|z_c|=|z_D|=|z_E|=1$ أي النقط C ، D و E تنتمي إلى الدائرة التي مركزها مبدأ المعلم O و طول نصف قطرها 1 .</td><td>0.25
0.5
0.25</td><td>01</td></tr>
<tr><td>3) $z_B-z_A=(2\sqrt{2}-2)\,e^{i\frac{\pi}{4}}(z_C-z_A)$ إذن $e^{i\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)}=e^{i\frac{5\pi}{4}}$ و منه $\theta=\frac{-3\pi}{4}$</td><td>01</td><td>01</td></tr>
<tr><td>4) $\frac{3\pi}{4}n=\frac{\pi}{2}+k\pi$ أي $n\equiv2[4]$ و منه $n=4k+2\ ;\ k\in\mathbb{N}$</td><td>01</td><td>01</td></tr>
<tr><td><u>التمرين الرابع:(07 نقاط):</u>
1) أ/ f مستمرة عند 0 من اليمين.</td><td>0,25</td><td rowspan="2">0.75</td></tr>
<tr><td>ب/ $\lim\limits_{h\to0}\frac{f(h)-f(0)}{h}=+\infty$ و منه (C_f) يقبل نصف مماس عمودي.</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>2) أ/ $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to1}f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to1}f(x)=-\infty$</td><td>0,75</td><td rowspan="3">1.75</td></tr>
<tr><td>ب/ $f'(x)=1+\frac{1}{x(\ln x)^2}$ و منه الدالة f متزايدة تماما على $]0;1[$ وعلى $]1;+\infty[$</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td><table>
<tr><td>x</td><td>0</td><td></td><td>1</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>f'(x)</td><td></td><td>+</td><td>‖</td><td>+</td><td></td></tr>
<tr><td>f (x)</td><td>0</td><td>↗</td><td>$+\infty$ ‖ $-\infty$</td><td>↗</td><td>$+\infty$</td></tr>
</table></td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>3) $y=x+1$ هي معادلة للمستقيم (Δ) المقارب المائل للمنحني (C_f) بجوار $+\infty$</td><td>0,25</td><td rowspan="3">0.75</td></tr>
<tr><td>− الوضع النسبي : في المجال $]0;1[$ يكون المنحني (C_f) أعلى (Δ)
و في المجال $]1;+\infty[$ يكون المنحني (C_f) أسفل (Δ)</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>4) - $f(\alpha)=0$ حيث $1.49<\alpha<1.5$ (مبرهنة القيم المتوسطة)</td><td>0,5</td></tr>
</table>

- معادلة المماس في النقطة ω : $y=\left(\alpha+3+\dfrac{1}{\alpha}\right)(x-\alpha)$	0,5	01
5) 	0,75	0.75
6) أ/ $h'(x)=\ln x$ و منه h متزايدة تماما على $[1;+\infty[$ و $h(1)=0$ اذن $h(x)\geq 0$	0,75	1.25
ب/ $f(x)-x+\dfrac{1}{x\ln x}=\dfrac{h(x)}{x\ln x}$	0,25	
- استنتاج أنّ: $x-\dfrac{1}{x\ln x}<f(x)<x+1$	0,25	
7) لدينا: $\displaystyle\int_{\alpha}^{e}(x-\frac{1}{x\ln x})dx<\mathcal{A}<\int_{\alpha}^{e}(x+1)dx$ و منه : $\dfrac{1}{2}(e^2-\alpha^2)-\ln(\alpha+1)<\mathcal{A}<\dfrac{1}{2}(e-\alpha)(e+\alpha+2)$	0,75	0.75

<table>
<tr><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>مجموع</th></tr>
<tr><td><u>التمرين الأول:</u> (04 نقاط)
1− $\beta = 2017$ و $\alpha = 2018$ ....
$p\gcd(\beta, \frac{\alpha}{2}) = 1$ ....</td><td>2x0.25
0.5</td><td>01</td></tr>
<tr><td>2- $(x, y) = (2017k + 2, 1009k + 1) / k \in \mathbb{Z}$ ....</td><td>2x0.5</td><td>01</td></tr>
<tr><td>3− $a = 2035153k + 2019$ مع $k \in \mathbb{Z}$ ....</td><td>01</td><td>01</td></tr>
<tr><td>4− ا. دور بواقي القسمة هو3 و البواقي هي 1،7،4 ....
ب. $7 - 7^{2019} = 42L$، ....
ـ باقي القسمة هو3..</td><td>0.5
0.25
0.25</td><td>01</td></tr>
<tr><td><u>التمرين الثاني:</u> (04 نقاط)
-1 $p(A) = \frac{5}{126}$ ، $p(B) = 1$ ، $p(C) = \frac{8}{126}$ ....</td><td>0.5x3</td><td>1.5</td></tr>
<tr><td>2- أ) $X \in \{0, 1, 2, 3\}$ ....
قانون احتمال ....
<table>
<tr><td>X_i</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>$p(X_i)$</td><td>$\frac{6}{126}$</td><td>$\frac{45}{126}$</td><td>$\frac{60}{126}$</td><td>$\frac{15}{126}$</td></tr>
</table>
ب) $E(X) = \frac{210}{126} = \frac{5}{3}$ ....
جـ) $p(X^2 - X > 0) = \frac{75}{126} = \frac{25}{42}$ . ...</td><td>0.5
4x0.25
0.5
0.5</td><td>2.5</td></tr>
<tr><td><u>التمرين الثالث:</u> (05 نقاط).
1) $m \in]1, 5[$ ....</td><td>0.5</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>2) $s = \{-2 + i, -2 - i\}$</td><td>2x0.5</td><td>01</td></tr>
<tr><td>3) ـ $\alpha = -2 + \sqrt{3}$ . ...</td><td>0.5</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>4) كتابة العدد $\frac{z_c - z_E}{z_A - z_B} = e^{i\frac{\pi}{2}}$.
أ) $(AB) \perp (EC)$
ب) $CA = CB = CE$ (Γ).دائرة مركزها C و نصف قطرها 2</td><td>0.5
0.5
0.5</td><td>1.5</td></tr>
</table>

5) أ) $a=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ ، وزاويته $\frac{2\pi}{3}$. ب) لاحقة G مركز ثقل المثلث ABC هي $-2+\frac{\sqrt{3}}{3}$ و بما ان $r(G)=G$ اذن G مركز الدوران	0.5x2 0.5	1.5
التمرين الرابع (07 نقاط): I) 1) لدينا $g'(x)=\frac{(2x^3+2x^2+x+1)}{x^2}e^{-\frac{1}{x}}$. ـ بيان أنّ: $g'(x)=\frac{(x+1)(2x^2+1)}{x^2}e^{-\frac{1}{x}}$. ـ اتجاه تغير : g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$.	0.5 0.25	0.75
2) المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث $0,9<\alpha<1$. ـ اشارة $g(x)$	0.5 0.5	01
II) 1)أ) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ، $\lim_{x\to 0} f(x)=+\infty$. ب) اثبات أن $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ و استنتاج اتجاه التغير ـ جدول التغيرات	0.25x2 0.5 0.25 0.25	1.5
2) تبيان أن : $\lim_{x\to+\infty}\left(xe^{-\frac{1}{x}}-x\right)=\lim_{t\to+\infty}-\frac{e^t-1}{t}=-1$ ـ استنتاج أن $y=x$ معادلة للمستقيم المقارب المائل لـ (C_f)	0.5 0.25	0.75
3) أ) $\lim_{x\to+\infty} h(x)=0$ ـ $h'(x)=\frac{1}{x^2}\left(e^{-\frac{1}{x}}-1\right)$. h متناقصة تماما على $]0;+\infty[$ ـ اذن من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $h(x)>0$	0.25 0.25 0.25	0.75
ب) التحقق أن : $f(x)-x=(1+x)h(x)$ ـ استنتاج الوضع النسبي : (C_f) فوق (Δ)	0.25 0.25	0.5
4) الرسم (Δ) و (C_f)	0.75	0.75

5) أ) $u_n = e^{-n}$ ، (u_n) هندسية أساسها $q = \frac{1}{e}$ و $u_1 = \frac{1}{e}$ ب) لدينا: $\frac{n}{n+1} f\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{1}{n+1} = u_n + (n-1)$	0.5	01
ومنه $s_n = (u_1 + u_2 + \cdots + u_n) + (0 + 1 + \cdots + (n-1))$ أي $s_n = \frac{1-e^{-n}}{e-1} + \frac{n}{2}(n-1)$	0.5	