E ، I_0 ، R_2 ، C حيث I_0 شدة التيار الأعظمية المار في الدارة .

$u_{R_1}(0) + u_{R_2}(0) + u_C(0) = E$.

$2{,}4 + 9{,}6 + 0 = E$.

$E = 12V$.

$R_1 = 5\,\Omega$.

$u_{R_1}(0) = R_1 I_0$.

$I_0 = \frac{u_{R_1}(0)}{R_1} = \frac{2{,}4}{5} = 0{,}48A$.

$I_0 = \frac{E}{R_1+R_2}$ ومنه $R_2 = \frac{E}{I_0} - R_1$.

$R_2 = 25 - 5 = 20\,\Omega$.

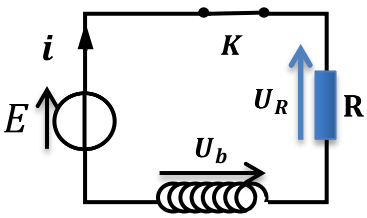
من البيان $\tau = 5 \times 10^{-3}s$.

$\tau = (R_1 + R_2)C$ ومنه $C = \frac{\tau}{R_1+R_2}$.

$C = \frac{5\times10^{-3}}{25} = 2 \times 10^{-4}F$.

<u>التمرين(6)</u>

1) المعادلة التفاضلية التي يحققها شدة التيار i .



قانون جمع التوترات .

$u_R(t) + u_b(t) = E$. $Ri + ri + L\frac{di}{dt} = E$.

$(R + r)i + L\frac{di}{dt} = E$

$\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L}i = \frac{E}{L}$ وحيث $\tau = \frac{L}{R+r}$.

$\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}i = \frac{E}{L}$.

أثبت ان هذه المعادلة تقبل حل من الشكل $i(t) = A\left(1 - e^{-\beta t}\right)$ حيث A و β ثوابت .

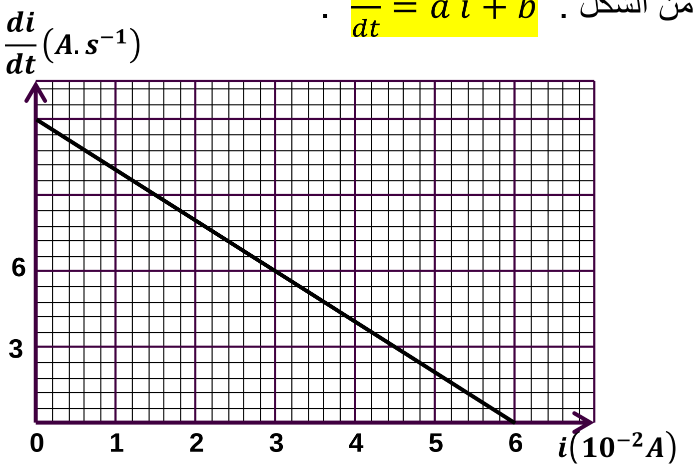
نشتق ونعوض في المعادلة التفاضلية نجد

$A = \frac{E}{R+r}$ و $\beta = \frac{(R+r)}{L}$.

2) يمثل منحنى الشكل(2) تغيرات $\frac{di}{dt}$ بدلالة التيار i أي $\frac{di}{dt} = f(i)$.

- كتابة العبارة البيانية .

البيان هو عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته من الشكل . $\frac{di}{dt} = a\,i + b$.



من البيان $b = 12$.

و a يمثل ميل البيان $a = -\frac{12}{6\times10^{-2}} = -200$

$\frac{di}{dt} = -200\,i + 12 \ldots.(1)$.

- باستخدام العبارة البيانية والعبارة المستخرجة في السؤال (1) استنتج قيمة كل من الذاتية L و والمقاومة r للوشيعة العلاقة النظرية .

$$\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L}i = \frac{E}{L}$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L}i = -\frac{(R+r)}{L}i + \frac{E}{L} \ldots\ldots(2)$$.

بالمطابقة بين (1) و (2) .

$\frac{(R+r)}{L} = 200$ و $\frac{E}{L} = 12$

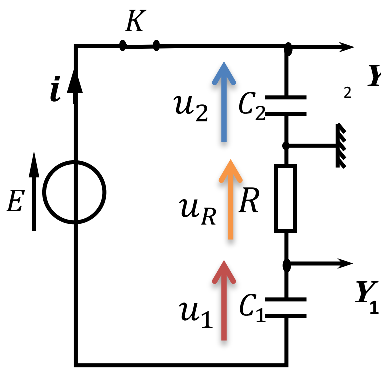
$L = \frac{E}{12} = \frac{6}{12} = 0{,}5H$.

$r = 10\Omega$

عبر بدلالة E ، r ، R عن I_0 شدة التيار في النظام الدائم ثم احسبه .

$$I_0 = \frac{E}{R+r}$$

$$I_0 = \frac{E}{R+r} = \frac{6}{100} = 6\times10^{-2}A$$



الشكل-2

التمرين (7)

1) نبين أن عبارة السعة المكافئة هي من الشكل : $C_e = \frac{C_1\times C_2}{C_1+C_2}$.

المكثفتين مربوطتين على التسلسل ومنه $\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ نجد $C_e = \frac{C_1\times C_2}{C_1+C_2}$.

2) نبين أن المعادلة التفاضلية للتوتر $u_2(t)$ بين طرفي المكثفة C_2 هي :

$$\frac{du_2}{dt} + \frac{1}{RC_e}u_2 = \frac{E}{RC_2}$$

المكثفتين مربوطتين على التسلسل معناه $q = q_1 = q_2$.

$q = C_1 \times u_1 = C_2 \times u_2$. ومنه $u_1 = \frac{C_2 \times u_2}{C_1}$.

قانون جمع التوترات : $u_1 + u_2 + u_R = E \dots\dots(1)$.

$$\frac{C_2 \times u_2}{C_1} + u_2 + Ri = E$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{dq_2}{dt} = \frac{dC_2.u_2}{dt} = C_2\frac{du_2}{dt}$$

نعوض في المعادلة (1)

$$\frac{C_2.u_2}{C_1} + u_2 + RC_2\frac{du_2}{dt} = E$$

$$\left(\frac{C_2}{C_1} + 1\right)u_2 + RC_2\frac{du_2}{dt} = E$$

نجد $\frac{du_2}{dt} + \frac{1}{RC_e}u_2 = \frac{E}{RC_2}$.

3) يكتب حل هذه المعادلة على الشكل: $u_2(t) = A\left(1 - e^{-\lambda t}\right)$. ايجاد عبارتي كل من الثابتين A و λ بدلالة مميزات الدارة .

$\frac{du_2}{dt} = A\lambda e^{-\lambda t}$ نعوض في المعادلة التفاضلية $A\lambda e^{-\lambda t} + \frac{A}{RC_e} - \frac{A}{RC_e}e^{-\lambda t} = \frac{E}{RC_2}$

$A\left(\lambda - \frac{1}{RC_e}\right)e^{-\lambda t} + \frac{A}{RC_e} - \frac{E}{RC_2} = 0$ تكون المعادلة محققة من أجل ($\lambda - \frac{1}{RC_e} = 0$ و $\frac{A}{RC_e} - \frac{E}{RC_2} = 0$)

وبالتالي $\lambda = \frac{1}{RC_e}$ و $A = \frac{C_e.E}{C_2} = \frac{\frac{C_1 \times C_2}{C_1 + C_2}E}{C_2} = \frac{C_1.E}{C_1 + C_2}$

أ) تحديد المنحنى الذي يمثل $u_2(t)$ و المنحنى الذي يمثل $u_R(t)$ مع التعليل .

المنحنى (2) يمثل $u_R(t)$ و المنحنى (1) يمثل $u_2(t)$. لأن $u_R(t) = R.i(t)$ والتيار متناقص .

تحديد قيمة كل E ثابت الزمن τ .

من البيان $E = 6V$ و $\tau = 5ms$.

ب) استنتاج قيمة كل من $u_2(t)$ و $u_1(t)$ في النظام الدائم .

$u_2(\infty) = 5V$

ومن قانون جمع التوترات $u_1(\infty) + u_2(\infty) + u_R(\infty) = 6$

$u_1(\infty) + 5 + 0 = 6$ ومنه $u_1(\infty) = 1V$.

ج) ايجاد قيمة سعة المكثفة C_1 .

$A = \frac{C_1.E}{C_1 + C_2}$ ومنه $5 = \frac{C_1.6}{C_1 + 2}$ ومنه $C_1 = 10\mu F$.

4) حساب الطاقة المخزنة في الدارة عند نهاية عملية الشحن .

$$E_{C_e} = \frac{1}{2}C_1(1)^2 + \frac{1}{2}C_2(5)^2 = \frac{1}{2}10.10^{-6}(1)^2 + \frac{1}{2}2.10^{-6}(5)^2 = 3.10^{-5}j$$

التمرين (8)

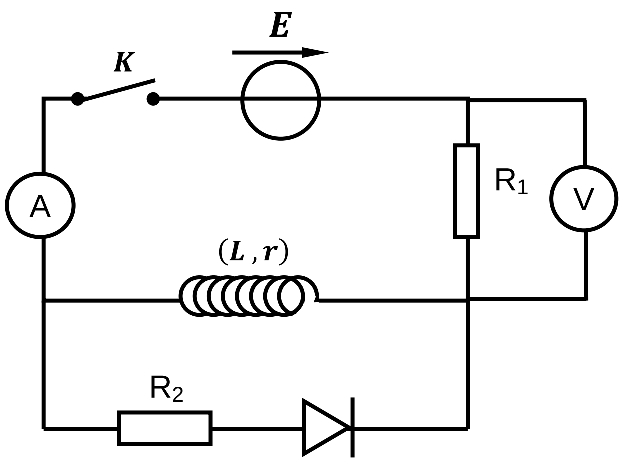
1) نغلق القاطعة ، وبعد مدة تستقر إشارة مقياس الفولط على القيمة $U = 10V$ وإشارة مقياس الأمبير على القيمة $I = 0,1A$. بطريقة خاصة وجدنا حينذاك الطاقة المخزنة في الوشيعة $E_b = 1mJ$.

✓ ايجاد قيم كل من R_1 ، r ، L .

$E = 12V$ و $I_{max} = 0,1A$ (النظام الدائم) .

القيمة $U = 10V$ تمثل التوتر بين طرفي R_1 في النظام الدائم .

$U = R_1 I_{max}$ وبالتالي $R_1 = \frac{U}{I_{max}}$.



الشكل-1

$R_1 = \frac{10}{0,1} = 100\Omega$.

$I_{max} = \frac{E}{R_1+r}$ وبالتالي $r = \frac{E}{I_{max}} - R_1$.

$r = \frac{12}{0,1} - 100 = 20\Omega$.

ولدينا $E_b = \frac{1}{2}LI_{max}^2$ نجد $L = \frac{2E_b}{I_{max}^2}$.

$L = \frac{2\times1\times10^{-3}}{10^{-2}} = 0,2H$.

2) نفتح القاطعة عند اللحظة $t = 0$.

أ) المعادلة التفاضلية بدلالة u_2 (التوتر بين طرفي R_2).

قانون جمع التوترات .

$$u_2 + u_b = 0$$

$$u_2 + ri + L\frac{di}{dt} = 0 .$$

نضرب طرفي المعادلة في R_2 .

$$R_2u_2 + rR_2 i + L\frac{dR_2 i}{dt} = 0 .$$

$$R_2u_2 + ru_2 + L\frac{du_2}{dt} = 0$$

$$L\frac{du_2}{dt} + (R_2 + r)u_2 = 0 .$$

. $\frac{du_2}{dt} + \frac{(R_2+r)}{L}u_2 = 0$

ب) يُعطى حل هذه المعادلة التفاضلية من الشكل $u_2(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$. عبّر عن τ و A بدلالة مميّزات الدارة.

. $\tau = \frac{L}{R_2+r}$

$A = R_2 I_0$ ومنه $A = R_2\frac{E}{R_1+r}$.

3) بعد فتح القاطعة نمثّل تغيرات الطاقة في الوشيعة بدلالة الزمن .

أ) قيمة R_2 .

$\tau = \frac{L}{R_2+r}$ ومنه $R_2 = \frac{L}{\tau} - r$.

ومن البيان المماس يقطع محور الزمن في اللحظة $\left(t = \frac{\tau}{2}\right)$.

$\frac{\tau}{2} = 0{,}5ms$ ومنه $\tau = 1ms$.

$R_2 = \frac{0{,}2}{10^{-3}} - 20 = 180\Omega$.

ب) قيمة التوتر بين طرفي الوشيعة عند اللحظة $t = 0$.

$u_b(0) = -R_2 I_0$

$u_b(0) = -180 \times 0{,}1 = -18V$.

ج) شدّة التيار عند اللحظة $t = 0{,}8ms$.

من البيان عند اللحظة $t = 0{,}8ms$ تكون قيمة الطاقة $E_b = 0{,}2mJ$.

$E_b = \frac{1}{2}Li^2$ ومنه $i = \sqrt{\frac{2E_b}{L}}$.

$$i = \sqrt{\frac{2\times 0{,}2\times 10^{-3}}{0{,}2}} = 4{,}47 \times 10^{-2}A$$

$i = 44{,}7mA$.

<u>التمرين (9)</u>

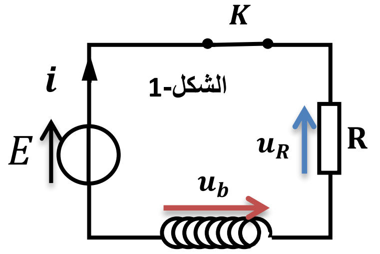
1) المعادلة التفاضلية التي تعطي تطور التوتر الكهربائي $U_R(t)$.

$u_R(t) + u_b(t) = E$.

$u_R(t) + L\frac{di}{dt} = E$.

نضرب طرفي المعادلة في R .

$Ru_R(t) + L\frac{dRi}{dt} = ER$



$. Ru_R(t) + L\frac{du_R(t)}{dt} = ER$

$\tau = \frac{L}{R}$

$. \frac{du_R(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}u_R(t) = \frac{E}{\tau}$

2) تأكد أن المعادلة التفاضلية تقبل حلا من الشكل $. u_R(t) = \mathrm{E}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

$\frac{du_R(t)}{dt} = \frac{E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$ نعوض في المعادلة التفاضلية .

$\frac{E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{\tau}\mathrm{E}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{E}{\tau}$ ومنه $u_R(t) = \mathrm{E}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حل للمعادلة التفاضلية .

3) العبارة اللحظية للتوتر بين طرفي الوشيعة $U_b(t)$.

$. u_R(t) + u_b(t) = E$

$. u_b(t) = E - u_R(t)$

$. u_b(t) = E - \mathrm{E}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

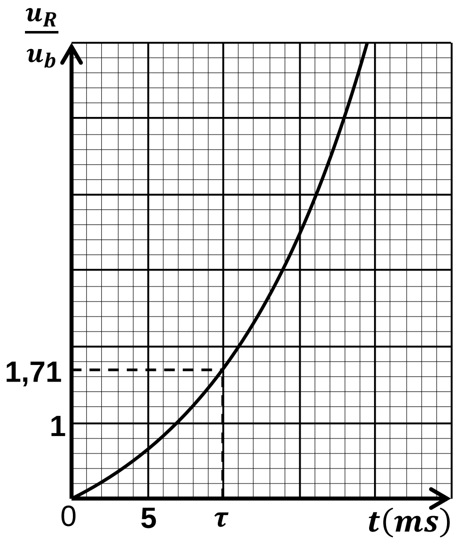
$. u_b(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$

4) النسبة $\frac{u_R}{u_b}$ بدلالة τ و t .

$$\frac{u_R(t)}{u_b(t)} = \frac{\mathrm{E}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}{Ee^{-\frac{t}{\tau}}} = \frac{1}{Ee^{-\frac{t}{\tau}}} - \frac{Ee^{-\frac{t}{\tau}}}{Ee^{-\frac{t}{\tau}}} .$$

$$. \frac{u_R(t)}{u_b(t)} = e^{\frac{t}{\tau}} - 1$$

5) يمثل البيان المعطى تغيرات المقدار $\frac{u_R}{u_b}$ بدلالة t .



من البيان مميزات الدارة τ ، L .

$$\frac{u_R(\tau)}{u_b(\tau)} = e^{\frac{\tau}{\tau}} - 1 = e^1 - 1 = 2{,}71 - 1 = 1{,}71$$

عندما $t = \tau$ تكون النسبة $\frac{u_R}{u_b} = 1{,}71$.

ومن البيان $\tau = 10ms$.

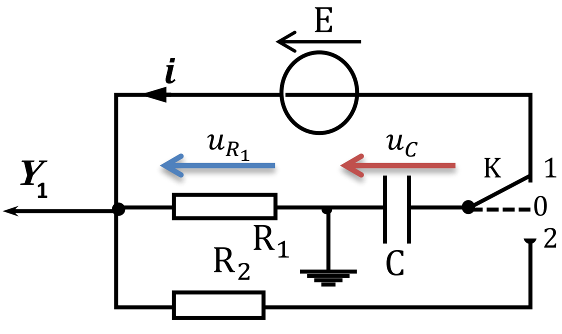
$\tau = \frac{L}{R}$ ومنه $L = \tau \times R$.

$. L = 10^{-2} \times 10 = 0{,}1H$

. $L = 100mH$

التمرين (10)

i. نحقق التركيب التجريبي المُمثل في الشكل-4 بواسطة العناصر التالية:



الشكل-4

1) بين على الشكل جهة التيار الكهربائي المار في الدارة ثم بالأسهم التوترين u_c ، u_{R_1} .

2) بين على الشكل كيفية ربط راسم الاهتزاز المهبطي لمشاهدة التوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي $u_{R_1} = f(t)$ (البيان-1).

3) بتطبيق قانون جمع التوترات بين أن المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي R_1 تعطى بالعلاقة :

$$\frac{du_{R_1}}{dt} + \frac{1}{R_1 C} u_{R_1} = 0$$

قانون جمع التوترات $u_{R_1} + u_C = \text{E}$.

$u_{R_1} + \frac{q}{C} = \text{E}$ باشتقاق الطرفين $\frac{du_{R_1}}{dt} + \frac{1}{C}\frac{dq}{dt} = 0$.

$\frac{du_{R_1}}{dt} + \frac{1}{C} i = 0$ بضرب طرفي المعادلة في R_1 .

$R_1 \frac{du_{R_1}}{dt} + \frac{1}{C} R_1 i = 0$. أي $R_1 \frac{du_{R_1}}{dt} + \frac{1}{C} u_{R_1} = 0$

ومنه $\frac{du_{R_1}}{dt} + \frac{1}{R_1 C} u_{R_1} = 0$.

4) حل المعادلة التفاضلية السابقة يعطى بالشكل: $u_{R_1(t)} = Ae^{-\frac{1}{B}t}$. جد عبارة كل من : A و B .

$\frac{du_{R_1}}{dt} = -\frac{A}{B} e^{-\frac{1}{B}t}$ نعوض في المعادلة التفاضلية .

$$-\frac{A}{B} e^{-\frac{1}{B}t} + \frac{1}{R_1 C} A e^{-\frac{1}{B}t} = 0$$

$\left(\frac{1}{R_1 C} - \frac{1}{B}\right) A e^{-\frac{1}{B}t} = 0$ ومنه $\left(\frac{1}{R_1 C} - \frac{1}{B}\right) = 0$.

. $B = R_1 C$

من الشروط الابتدائية $u_{R_1}(0) = \text{E}$ نجد $A = E$.

وبالتالي $u_{R_1}(t) = Ee^{-\frac{1}{R_1 C}t}$

5) المدلول الفيزيائي للمقدار B وما وحدته في الجملة الدولية ؟علل .

هو ثابت الزمن τ وهو الزمن اللازم لشحن المكثفة ب 63% من شحنتها الأعظمية.

$$\tau = RC$$

$$[\tau] = [R][C]$$

$u = RI$ وبالتالي $[R] = \frac{[u]}{[I]}$.

لدينا $q = It$ و $q = Cu$

$Cu = It$ ومنه $[C] = \frac{[I][t]}{[u]}$.

$$[\tau] = \frac{[u]}{[I]}\frac{[I][t]}{[u]} = [t]$$

إذن للمقدار $\tau = RC$ بعد زمني ووحدته الثانية s .

6) حساب كل من : E، ثابت الزمن τ_1 ، C .

من البيان $E = 6V$.

$$u_{R_1}(\tau_1) = 0,37E = 2,22V$$

$$\tau_1 = 10ms$$

$\tau_1 = R_1C$ ومنه $C = \frac{\tau_1}{R_1}$.

$$C = \frac{10\times10^{-3}}{100} = 10^{-4}F$$.

7) حساب قيمة الطاقة المخزنة في النظام الدائم .

$E_C = \frac{1}{2}CE^2$.

$$E_C = \frac{1}{2}\times 10^{-4}\times 6^2 = 1,8\times 10^{-3}j$$

ii. نضع البادلة في الوضع (2) بدءا من لحظة زمنية نعتبرها مبدأ للزمن $t = 0\ s$.

1) يحدث للمكثفة تفريغ .

2) المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة $u_c(t)$.

قانون جمع التوترات .

$$u_C(t) + u_{R_1}(t) + u_{R_2}(t) = 0$$

$$u_C(t) + R_1i + R_2i = 0$$

$$u_C(t) + (R_1 + R_2)i = 0$$

$$u_C(t) + (R_1 + R_2)C\frac{du_C(t)}{dt} = 0$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{(R_1+R_2)C}u_C(t) = 0$$.

3) بين أن المعادلة التفاضلية السابقة تقبل العبارة: $u_c(t)=Ee^{-\frac{1}{(R_1+R_2)C}t}$ حلا لها.

$$\frac{du_C(t)}{dt}=-\frac{E}{(R_1+R_2)C}e^{-\frac{1}{(R_1+R_2)C}t}$$

$$-\frac{E}{(R_1+R_2)C}e^{-\frac{1}{(R_1+R_2)C}t}+\frac{E}{(R_1+R_2)C}e^{-\frac{1}{(R_1+R_2)C}t}=0 .$$

وبالتالي المعادلة التفاضلية السابقة تقبل العبارة: $u_c(t)=Ee^{-\frac{1}{(R_1+R_2)C}t}$ حلا لها.

4) البيان-2 يمثل $\ln u_C=f(t)$.

أ) العلاقة البيانية .

البيان هو عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته من الشكل .

$\ln u_C=at+b$ حيث a هو ميل البيان

$$a=-\frac{1,791}{28,66\times10^{-3}}=-62,5 .$$

$$\ln u_C=-62,5t+1,791$$

ب) العلاقة النظرية لـ $\ln u_C$ بدلالة : E, C, R_1, R_2, t .

$$u_c(t)=Ee^{-\frac{1}{(R_1+R_2)C}t}$$

$$\ln u_C=-\frac{1}{(R_1+R_2)C}t+\ln E$$

ج) أحسب قيمة المقاومة R_2 وتأكد من قيمة التوتر بين طرفي المولد E .

بالمطابقة بين العلاقة البيانية والعلاقة النظرية نجد .

$$\frac{1}{(R_1+R_2)C}=62,5 .$$

$$R_2=\frac{1}{62,5\times C}-R_1$$

$$R_2=\frac{1}{62,5\times10^{-4}}-100=60\Omega .$$

ولدينا $\ln E=1,791$

$$E=e^{1,791}=6V .$$

د) مقارنة بين قيمتي ثابتي الزمن τ_1(دارة الشحن)و τ_2 (دارة التفريغ).

$$\tau_2=(R_1+R_2)C=160\times10^{-4}=16\times10^{-3}s$$

$$\tau_2=16ms .$$

$$\tau_2>\tau_1$$

التمرين (11)

1) المنحنى الذي يمثل $u_{R_1}(t)$ و المنحنى الذي يمثل $u_{PN}(t)$.

المنحنى (1) هو الذي يمثل $u_{PN}(t)$.

المنحنى (2) هو الذي يمثل $u_{R_1}(t)$.

2) تحديد قيمة I_0 شدة التيار الكهربائي في النظام الدائم .

في النظام الدائم $R_1 I_0 = 10$

ومنه $I_0 = \frac{10}{R_1} = \frac{10}{40} = 0{,}25\text{A}$.

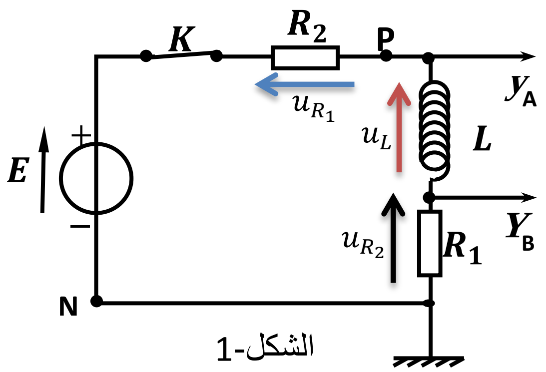
3) تحقق أن المقاومة R_2 هي $R_2 = 8\Omega$.

في النظام الدائم $u_{PN} = \text{E} - R_2 I_0 = 10V$.

$R_2 = \frac{\text{E}-10}{I_0} = \frac{2}{0{,}25} = 8\Omega$.

4) المعادلة التفاضلية التي يحققها شدة التيار الكهربائي $i(t)$ المار في الدارة .

قانون جمع التوترات



الشكل-1

$u_L(t) + u_{R_1}(t) + u_{R_2}(t) = E$.

$L\frac{di}{dt} + R_1 i + R_2 i = E$.

$$L\frac{di}{dt} + (R_1 + R_2)i = E$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{(R_1+R_2)}{L} i = \frac{E}{L}$$

5) حل المعادلة التفاضلية بالشكل: $i(t) = \text{A}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$. أوجد عبارة كل من A و τ ثابت الزمن .

$\frac{di}{dt} = \frac{\text{A}}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$ نعوض في المعادلة التفاضلية .

$\frac{\text{A}}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{(R_1+R_2)}{L}\text{A}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{E}{L}$.

$$\left(\frac{1}{\tau} - \frac{(R_1+R_2)}{L}\right)\text{A}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{(R_1+R_2)}{L}\text{A} - \frac{E}{L} = 0$$

يجب ان يتحقق $\left(\frac{(R_1+R_2)}{L}\text{A} - \frac{E}{L} = 0\right)$ و $\left(\frac{1}{\tau} - \frac{(R_1+R_2)}{L} = 0\right)$

$\left(\text{A} = \frac{E}{R_1+R_2}\right)$ و $\left(\tau = \frac{L}{R_1+R_2}\right)$.

6) حساب قيمة ثابت الزمن τ .

من البيان $\tau = 3ms$.

7) قيمة ذاتية الوشيعة L.

. $L = \tau \times (R_1 + R_2)$

. $L = 3 \times 10^{-3} \times 48 = 144 \times 10^{-3} H$

8) الطاقة المخزنة في الوشيعة في اللحظة $t = \frac{\tau}{2}$.

. $E_L(t) = \frac{1}{2} L i^2$

$$E_L(t) = \frac{1}{2} L \left(I_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \right)^2$$

$$E_L\left(\frac{\tau}{2}\right) = \frac{1}{2} L \left(I_0 \left(1 - e^{-\frac{\frac{\tau}{2}}{\tau}} \right) \right)^2$$

$$E_L\left(\frac{\tau}{2}\right) = \frac{1}{2} L \left(I_0 \left(1 - e^{-\frac{1}{2}} \right) \right)^2$$

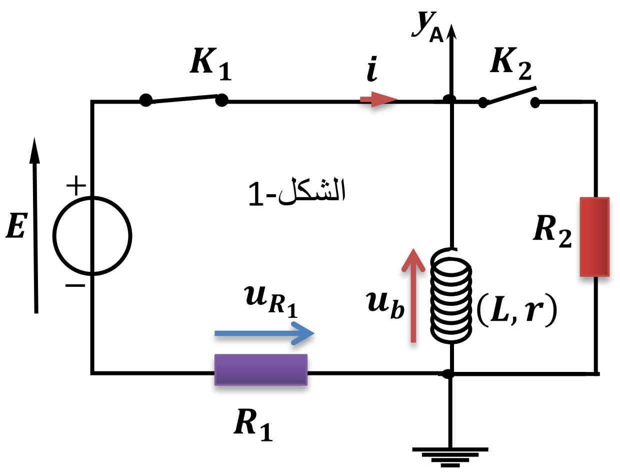
$$E_L\left(\frac{\tau}{2}\right) = \frac{1}{2} \times 144 \times 10^{-3} \times \left(0{,}25 \left(1 - e^{-\frac{1}{2}} \right) \right)^2$$

التمرين (12)

نترك القاطعة K_2 مفتوحة ، ونغلق القاطعة K_1 في اللحظة $t = 0$.

1) المعادلة التفاضلية لشدة التيار المار في الدارة .

قانون جمع التوترات



. $u_b + u_{R_1} = E$

$$u_b = ri + L\frac{di}{dt}$$

. $ri + L\frac{di}{dt} + R_1 i = E$

$$L\frac{di}{dt} + (R_1 + r)i = E$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{(R_1+r)}{L} i = \frac{E}{L}$$

2) حل المعادلة التفاضلية من الشكل $i(t) = A + Be^{-\frac{1}{\alpha}t}$ ، حيث A و B و α ثوابت يطلب تعيين عبارة كل منهما .

$\frac{di}{dt} = -\frac{B}{\alpha} e^{-\frac{1}{\alpha}t}$ نعوض في المعادلة التفاضلية .

$$. -\frac{B}{\alpha}e^{-\frac{1}{\alpha}t}+\frac{(R_1+r)}{L}\left(A+Be^{-\frac{1}{\alpha}t}\right)=\frac{E}{L}$$

$$\left(\frac{(R_1+r)}{L}-\frac{1}{\alpha}\right)Be^{-\frac{1}{\alpha}t}+\frac{(R_1+r)}{L}\mathrm{A}-\frac{E}{L}=0$$

يجب ان يتحقق $\left(\frac{(R_1+r)}{L}\mathrm{A}-\frac{E}{L}=0\right)$ و $\left(\frac{(R_1+r)}{L}-\frac{1}{\alpha}=0\right)$

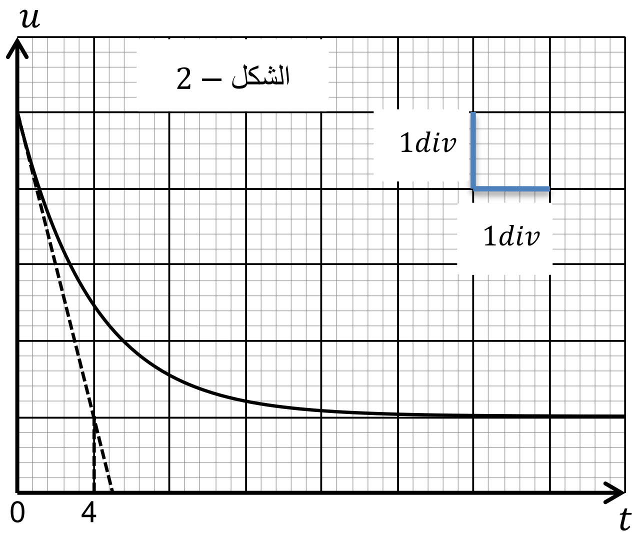
$\left(\mathrm{A}=\frac{E}{R_1+r}\right)$ و $\left(\alpha=\frac{L}{R_1+r}\right)$.

من الشروط الابتدائية $i(0)=0$ نجد $\left(B=-\mathrm{A}=-\frac{E}{R_1+r}\right)$.

3) المدلول الفيزيائي للثابت α . أوجد قيمته من البيان .

هو ثابت الزمن τ .

من البيان $\tau=4ms$.



4) حساب قيمة r مقاومة الوشيعة .

$$I_0=\frac{E}{R_1+r}$$

من البيان $rI_0=2\mathrm{V}$

$$E=10\mathrm{V}$$

$$E=R_1I_0+rI_0$$

$$R_1I_0=E-rI_0=10-2=8\mathrm{V}$$

$$. I_0=\frac{8}{200}=4\times10^{-2}A$$

$$. r=\frac{E}{I_0}-R_1=\frac{10}{4\times10^{-2}}-200=50\Omega$$

5) القيمة العظمى للطاقة المخزنة في الوشيعة .

$E_{bmax}=\frac{1}{2}LI_0^2$ ولدينا $L=\tau(R_1+r)$.

$$. E_{bmax}=\frac{1}{2}\tau(R_1+r)I_0^2$$

$$. E_{bmax}=\frac{1}{2}\times4\times10^{-3}\times250\times(4\times10^{-2})^2$$

$$. E_{bmax}=8\times10^{-4}J$$

6) بين أن اللحظة t التي تكون فيها الوشيعة قد خزنت نصف طاقتها الأعظمية تعطى بالعلاقة : $t = \alpha \ln\left(\frac{2}{2-\sqrt{2}}\right)$. تأكد من هذه اللحظة مستعينا بالبيان .

$i(t) = I_0\left(1 - e^{-\frac{1}{\alpha}t}\right)$.

$$E_b(t) = \frac{1}{2}L\left(i(t)\right)^2$$

$$E_b(t) = \frac{1}{2}L\left(I_0\left(1 - e^{-\frac{1}{\alpha}t}\right)\right)^2$$

$E_b(t) = \frac{1}{2}LI_0^2\left(1 - e^{-\frac{1}{\alpha}t}\right)^2$.

$E_b(t) = E_0\left(1 - e^{-\frac{1}{\alpha}t}\right)^2$.

$\frac{E_0}{2} = E_0\left(1 - e^{-\frac{1}{\alpha}t}\right)^2$.

$$\frac{1}{2} = \left(1 - e^{-\frac{1}{\alpha}t}\right)^2$$

$$\sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{\left(1 - e^{-\frac{1}{\alpha}t}\right)^2}$$

$\frac{1}{\sqrt{2}} = 1 - e^{-\frac{1}{\alpha}t}$. ومنه $e^{-\frac{1}{\alpha}t} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$ ومنه $e^{-\frac{1}{\alpha}t} = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$.

$e^{\frac{1}{\alpha}t} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$ وبالتالي $e^{\frac{1}{\alpha}t} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$.

$e^{\frac{1}{\alpha}t} = \frac{2}{2-\sqrt{2}}$ ومنه $\frac{1}{\alpha}t = \ln\left(\frac{2}{2-\sqrt{2}}\right)$.

$t = \alpha \ln\left(\frac{2}{2-\sqrt{2}}\right)$.

تفتح القاطعة K_1 في اللحظة $t = 0$ التي تغلق فيها القاطعة K_2 .

مثلنا في الشكل 3- تغيرات الطاقة المغناطيسية في الوشيعة بدلالة الزمن $E_b = f(t)$.

1) المعادلة التفاضلية لشدة التيار المار في الدارة .

$u_b + u_{R_2} = 0$.

$$u_b = ri + L\frac{di}{dt}$$

$$. \ ri + L\frac{di}{dt} + R_2 i = 0$$

$$L\frac{di}{dt} + (R_2 + r)i = 0$$

$$. \ \frac{di}{dt} + \frac{(R_2+r)}{L} i = 0$$

2) بين ان حل المعادلة التفاضلية هو $i(t) = \frac{E}{R_1+r} e^{-\beta t}$.

$$\frac{di}{dt} = -\beta \frac{E}{R_1+r} e^{-\beta t}$$

$$-\beta \frac{E}{R_1+r} e^{-\beta t} + \frac{(R_2+r)}{L} \frac{E}{R_1+r} e^{-\beta t} = 0$$

ومنه هو حل المعادلة التفاضلية حيث $\beta = \frac{(R_2+r)}{L}$.

3) بيّن أن المماس (T) للبيان عند $t = 0$ يقطع محور الزمن في $t' = \frac{1}{2\beta}$.

معادلة المماس .

$$E_b(t) = \left(\frac{dE_b(t)}{dt}\right)_{t=0} t + E_b(0)$$

$$E_b(t) = \frac{1}{2} L \left(\frac{E}{R_1+r} e^{-\beta t}\right)^2$$

$$. \ E_b(t) = \frac{1}{2} L \left(\frac{E}{R_1+r}\right)^2 e^{-2\beta t}$$

$$. \ \frac{dE_b(t)}{dt} = -\beta L \left(\frac{E}{R_1+r}\right)^2 e^{-2\beta t}$$

$$\left(\frac{dE_b(t)}{dt}\right)_{t=0} = -\beta L \left(\frac{E}{R_1+r}\right)^2 e^0 = -\beta L \left(\frac{E}{R_1+r}\right)^2$$

$$. \ E_b(t) = -\beta L \left(\frac{E}{R_1+r}\right)^2 t + \frac{1}{2} L \left(\frac{E}{R_1+r}\right)^2$$

لما المماس (T) للبيان عند $t = 0$ يقطع محور الزمن يكون $E_b(t') = 0$

$$. \ -\beta L \left(\frac{E}{R_1+r}\right)^2 t' + \frac{1}{2} L \left(\frac{E}{R_1+r}\right)^2 = 0$$

. $\beta t' = \frac{1}{2}$

ومنه $t' = \frac{1}{2\beta}$.

4) حساب قيمة β .

من البيان $t' = 2{,}5ms$.

$$\beta = \frac{1}{2t'} = \frac{1}{2\times2{,}5\times10^{-3}} = 200s^{-1}$$

5) احسب قيمة R_2 .

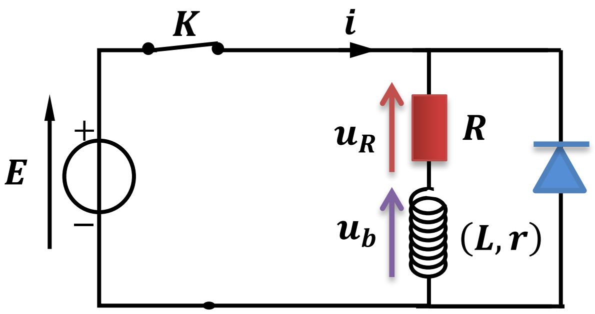
$$\beta = \frac{(R_2+r)}{L}$$

$$R_2 = \beta L - r$$

$$R_2 = 200 \times 4 \times 10^{-3} \times 250 - 50 \ .$$

$$R_2 = 150\Omega \ .$$

التمرين (13)



1) عند اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة K .

أ) بين على مخطط الدارة الكهربائية جهة التيار ومختلف التوترات الكهربائية.

ب) بيّن أن المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي u_b بين طرفي الوشيعة تعطى بالعلاقة: $\frac{du_b}{dt} + \frac{1}{\tau}u_b = \frac{rE}{L}$.

لدينا $u_b = ri + L\frac{di}{dt} \ldots\ldots(1)$.

$$u_R = Ri$$

قانون جمع التوترات

$$u_b + u_R = E$$

$$u_b + Ri = E \ldots\ldots(2)$$

من (2) نجد $i = \frac{E-u_b}{R}$. نشتق هذه العلاقة الأخيرة

$\frac{di}{dt} = -\frac{1}{R}\frac{du_b}{dt}$ نعوض في العلاقة (1) .

$$u_b = r\left(\frac{E-u_b}{R}\right) + L\left(-\frac{1}{R}\frac{du_b}{dt}\right)$$

نجد $\frac{du_b}{dt} + \frac{1}{\tau}u_b = \frac{rE}{L}$.

ج) حل المعادلة التفاضلية السابقة من الشكل : $u_b(t) = A + Be^{-\frac{t}{\tau}}$. حيث A و B ثابتان يطلب تعيين عبارتيهما.

$$\frac{du_b}{dt} + \frac{1}{\tau}u_b = \frac{rE}{L}$$

$\frac{du_b}{dt} = -\frac{B}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$ نعوض في المعادلة التفاضلية .

$-\frac{B}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{\tau}\left(A + Be^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{rE}{L}$.

$\left(\frac{B}{\tau} - \frac{B}{\tau}\right)e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{A}{\tau} - \frac{rE}{L} = 0$ وبالتالي $\frac{A}{\tau} - \frac{rE}{L} = 0$

ومنه $A = \frac{\tau rE}{L}$ ولدينا $\tau = \frac{L}{R+r}$

نجد $A = \frac{rE}{R+r} = rI_0$.

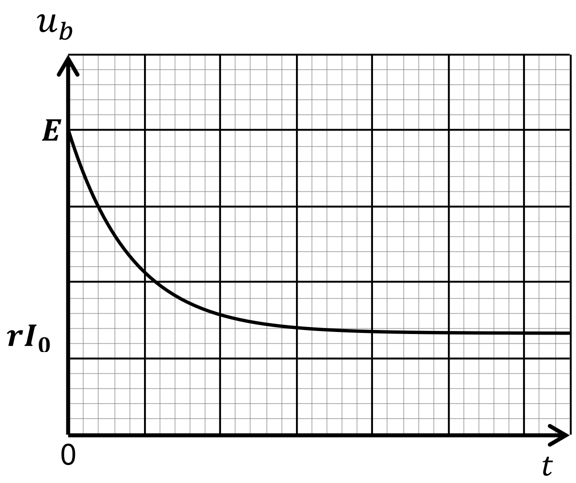
من الشروط الابتدائية $u_b(0) = E$ نجد $A + B = E$

$B = E - A = I_0(R + r) - rI_0$ حيث $E = I_0(R + r)$.

$B = RI_0$.

ويصبح خل المعادلة التفاضلية $u_b(t) = rI_0 + RI_0e^{-\frac{t}{\tau}}$

د) مثل كيفيا البيان $u_b(t)$.



$u_b(0) = E$.

$u_b(\infty) = rI_0$.

2) يمثل بيان (الشكل-2) المنحنى : $-\frac{du_b}{dt} = f(t)$

أ) جد قيم كل من E و r و L .

البيان هو عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته

$$-\frac{du_b}{dt} = au_b + b$$

$a = \frac{10000}{8} = 1250s^{-1}$ (ميل البيان).

$$-\frac{du_b}{dt} = 1250u_b - 2500 \ldots (1)$$

العلاقة النظرية نجدها من المعادلة التفاضلية

$$-\frac{du_b}{dt} = \frac{1}{\tau}u_b - \frac{rE}{L} \ldots . (2)$$

بالمطابقة بين (1) و (2) نجد .

$\frac{1}{\tau} = 1250$ و $b = -\frac{rE}{L} = -2500$.

$\tau = 8 \times 10^{-4}s$ و $E = 10V$.

$\frac{rE}{L} = 2500$

$\tau = \frac{L}{R+r} = 8 \times 10^{-4}s$

نجد ان $r = 25\Omega$ و $L = 0{,}1H$.

ب) حساب الطاقة المخزنة في الوشيعة عند اللحظة $t = 4ms$

$t = 4ms = 5\tau$ النظام الدائم وبالتالي $i = I_0 = \frac{E}{R+r}$

$$I_0 = \frac{E}{R+r} = \frac{10}{125} = 0{,}08A$$

$$E_b = \frac{1}{2}LI_0^2 = 3{,}2 \times 10^{-4}J$$

التمرين (14)

1) المعادلة التفاضلية التي يحققها التيار i(t):

بتطبيق قانون جمع التوترات : $U_C(t) + U_R(t) = E$ و حسب قانون أوم : $U_R(t) = Ri(t)$

و لدينا كذلك : $i(t) = C\frac{dU_C}{dt} \Rightarrow \frac{dU_C}{dt} = \frac{1}{C}i(t)$

و بعملية الاشتقاق لقانون جمع التوترات:

$$\frac{dU_C}{dt} + R\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{1}{C}i(t) + R\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{di}{dt} + \frac{1}{RC}i(t) = 0}$$

2) عبارة كل من A و τ بدلالة ثوابت الدارة :لدينا حل المعادلة التفاضلية : $i(t) = Ae^{-t/\tau}$ و منه : $\frac{di}{dt} = -\frac{A}{\tau}e^{-t/\tau}$

بتعويض عبارة كل من i(t) و $\frac{di}{dt}$ في المعادلة التفاضلية : $-\frac{A}{\tau}e^{-t/\tau} + \frac{1}{RC}Ae^{-t/\tau} = 0 \Rightarrow \left(\frac{1}{RC} - \frac{1}{\tau}\right)Ae^{-t/\tau} = 0$

و منه : $\boxed{\tau = RC}$ من الشروط الابتدائية : $U_C(0) = 0$ و منه:

$U_C(0) + RI_0 = E \Rightarrow 0 + RI_0 = E \Rightarrow I_0 = \frac{E}{R}$ و عند $t = 0s$ لدينا حسب الحل : $i(0) = I_0 = A$ و منه $\boxed{A = \frac{E}{R}}$

3) عبارة U_C بدلالة الزمن :

حسب قانون جمع التوترات :

$$U_C = E - U_R = E - Ri(t) = E - R\frac{E}{R}e^{-t/RC} \Rightarrow \boxed{U_C = E(1 - e^{-t/RC})}$$

4) تعيين ثابت الزمن τ :

عند $t = \tau$ لدينا $i = 0{,}37I_0$ و منه $\boxed{\tau = 0{,}1ms}$

لدينا : $\tau = RC \Rightarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{0{,}1\times10^{-3}s}{100\Omega} \Rightarrow \boxed{C = 10^{-6}F}$

5- تبيان العلاقة : $\frac{E_C(\tau)}{E_{0C}} = \left(\frac{e-1}{e}\right)^2$

$$E_C(\tau) = \frac{1}{2}CU_C^2(\tau) = \frac{1}{2}C\left(E(1-e^{-\tau/RC})\right)^2 = \frac{1}{2}CE^2(1-e^{-1})^2$$

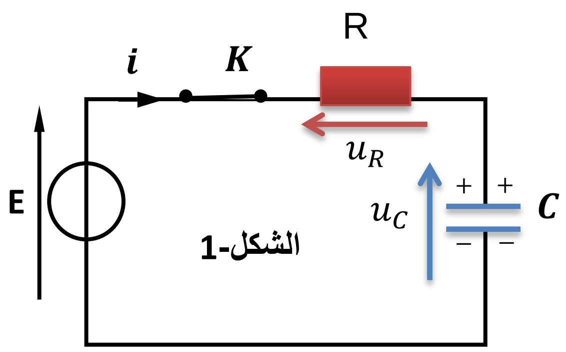
$$E_{0C} = \frac{1}{2}CE^2$$

$$\frac{E_C(\tau)}{E_{0C}} = \frac{\frac{1}{2}CE^2(1-e^{-1})^2}{\frac{1}{2}CE^2} = (1-e^{-1})^2 = (1-\frac{1}{e})^2 = (\frac{e-1}{e})^2 \Rightarrow \boxed{\frac{E_C(\tau)}{E_{0C}} = 40\%}$$

التمرين (15)

1) المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة .

قانون جمع التوترات



$$u_C(t) + u_R(t) = E$$

قانون أوم $u_R(t) = Ri(t)$

$$u_C(t) + Ri(t) = E \; .$$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C\frac{du_C(t)}{dt}$$

$$u_C(t) + C\frac{du_C(t)}{dt} = E \; .$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC}u_C(t) = \frac{E}{RC} \; .$$

2) حل المعادلة من الشكل $u_C(t) = A + Be^{-\alpha t}$. حيث A و B. و α ثوابت يطلب تعيين عبارة كل منهما .

$\frac{du_C(t)}{dt} = -\alpha Be^{-\alpha t}$ نعوض في المعادلة التفاضلية .

$$-\alpha Be^{-\alpha t} + \frac{1}{RC}(A + Be^{-\alpha t}) = \frac{E}{RC}$$

$\left(\frac{1}{RC} - \alpha\right)Be^{-\alpha t} + \frac{A}{RC} - \frac{E}{RC} = 0$ ، حتى يكون $u_C(t) = A + Be^{-\alpha t}$ حلا للمعادلة التفاضلية

يجب ان يتحقق $\left(\frac{1}{RC} - \alpha = 0\right)$ و $\left(\frac{A}{RC} - \frac{E}{RC} = 0\right)$.

وبالتالي $\left(\alpha = \frac{1}{RC}\right)$ و $(A = E)$.

من الشروط الابتدائية $u_C(0) = 0$ لأن المكثفة كانت فارغة .

ومنه $u_C(0) = A + B = 0$ ومنه $(B = -E)$.

يصبح حل المعادلة التفاضلية $u_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{1}{RC}t}\right)$.

حيث $\tau = RC$.

3) بين أن المماس للبيان عند $t = 0$ يقطع محور الزمن في اللحظة $t = \tau$.

معادلة المماس عند $t = 0$.

$$\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{d^2u_C(0)}{dt^2}t + \frac{du_C(0)}{dt}$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{E}{\tau}e^{-\frac{1}{\tau}t} \quad \text{ومنه} \quad \frac{du_C(0)}{dt} = \frac{E}{\tau} \; .$$

$$\frac{d^2u_C(t)}{dt^2} = -\frac{E}{\tau^2}e^{-\frac{1}{\tau}t} \quad \text{ومنه} \quad \frac{d^2u_C(0)}{dt^2} = -\frac{E}{\tau^2} \; .$$

معادلة المماس $\frac{du_C(t)}{dt} = -\frac{E}{\tau^2}t + \frac{E}{\tau}$

لما يقطع المماس محور الزمن يكون $\frac{du_C(t)}{dt} = 0$

$-\frac{E}{\tau^2}t + \frac{E}{\tau} = 0$ وبالتالي $\frac{E}{\tau^2}t = \frac{E}{\tau}$ ومنه $\frac{t}{\tau} = 1$.

المماس للبيان عند $t = 0$ يقطع محور الزمن في اللحظة $t = \tau$.

4) من البيان قيمة ثابت الزمن τ لثنائي القطب RC .

$\tau = 50 \times 10^{-3}s$.

5) ايجاد قيمة R . والشدة العظمى لتيار الشحن .

$\tau = RC$ ومنه $R = \frac{\tau}{C}$.

$$R = \frac{50\times10^{-3}}{500\times10^{-6}} = 100\Omega \; .$$

الشدة العظمى لتيار الشحن .

$$i(t) = C\frac{du_C(t)}{dt}$$

$. I_0 = C\frac{du_C(0)}{dt}$

من البيان $\frac{du_C(0)}{dt} = 120V/s$

$I_0 = 500 \times 10^{-6} \times 120$

$. I_0 = 6 \times 10^{-2} A$

6) ايجاد قيمة E .

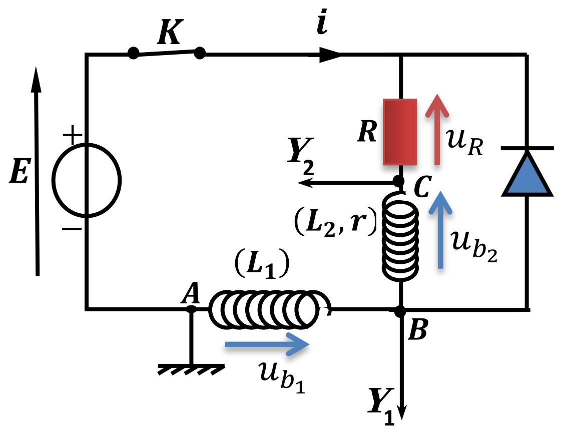
$I_0 = \frac{E}{R}$ وبالتالي $E = I_0 \times R$.

$. E = 6 \times 10^{-2} \times 100 = 6V$

التمرين(16)

1) أثبت أن المعادلة التفاضلية للتيار المار في الدارة $i(t)$ تكتب بالشكل.

$. \frac{di}{dt} + \frac{R+r}{L_1+L_2} i = \frac{E}{L_1+L_2}$



قانون جمع التوترات .

$u_R + u_{b_1} + u_{b_2} = E$

$u_R = Ri$ ، $u_{b_1} = L_1\frac{di}{dt}$ ، $u_{b_2} = ri + L_2\frac{di}{dt}$.

$. Ri + L_1\frac{di}{dt} + ri + L_2\frac{di}{dt} = E$

$. (L_1 + L_2)\frac{di}{dt} + (R + r)i = E$

$. \frac{di}{dt} + \frac{R+r}{L_1+L_2} i = \frac{E}{L_1+L_2}$

2) حل المعادلة من الشكل $i(t) = A + Be^{-\frac{t}{\tau}}$. حيث A و B. و τ ثوابت يطلب تعيين عبارة كل منهما .

$\frac{di}{dt} = -\frac{B}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$ نعوض في المعادلة التفاضلية

$-\frac{B}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{R+r}{L_1+L_2}\left(A + Be^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{E}{L_1+L_2}$

$\left(\frac{R+r}{L_1+L_2} - \frac{1}{\tau}\right)Be^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{R+r}{L_1+L_2}A - \frac{E}{L_1+L_2} = 0$ ، حتى يكون $u_C(t) = A + Be^{-\alpha t}$ حلا للمعادلة التفاضلية يجب ان يتحقق $\left(\frac{R+r}{L_1+L_2} - \frac{1}{\tau} = 0\right)$ و $\left(\frac{R+r}{L_1+L_2}A - \frac{E}{L_1+L_2}\right)$.

وبالتالي $\left(\tau = \frac{L_1+L_2}{R+r}\right)$ و $\left(A = \frac{E}{R+r}\right)$.

من الشروط الابتدائية $i(0) = 0$ لأن المكثفة كانت فارغة .

$i(0) = A + B = 0$ ومنه $\left(B = -\frac{E}{R+r}\right)$.

$i(t) = \frac{E}{R+r}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$.

حيث $I_0 = \frac{E}{R+r}$.

3) المدلول الفيزيائي للثابت τ ثم استنتج قيمته.

هو ثابت الزمن أي الزمن اللازم لبلوغ التيار 63% من قيمته الأعظمية .

من البيان $\tau = 40ms$.

4) حساب قيمة I_0 الشدة الأعظمية للتيار المار في الدارة

من بيان الشكل $rI_0 = 2\text{V}$

$E = (R + r)I_0 = RI_0 + rI_0$.

$6 = RI_0 + 2$ ومنه $RI_0 = 4\text{V}$.

$I_0 = \frac{4}{10} = 0{,}4\ A$.

5) العبارة اللحظية للتوتر بين طرفي الوشيعة b_1 .

$u_{b_1} = L_1\frac{di}{dt}$ و $i(t) = I_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$.

$u_{b_1}(t) = L_1\frac{I_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$.

6) العبارة اللحظية للتوتر بين طرفي الوشيعة b_2 .

$u_{b_2} = ri + L_2\frac{di}{dt}$.

$u_{b_2}(t) = rI_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) + L_2\frac{I_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$.

7) أوجد قيم المقادير r و L_1 و L_2 .

$rI_0 = 2\text{V}$.

$r = \frac{2}{0{,}4} = 5\Omega$.

$u_{b_1}(t) = L_1\frac{I_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$ من بيان (الشكل-3) نجد أن $L_1\frac{I_0}{\tau} = 2\text{V}$.

$L_1 = \frac{\tau}{I_0} \times 2 = \frac{40\times10^{-3}\times2}{0{,}4} = 200 \times 10^{-3}H$.

ولدينا $\tau = \frac{L_1+L_2}{R+r}$

. $L_2 = (R+r)\tau - L_1$

. $L_2 = 15 \times 40 \times 10^{-3} - 200 \times 10^{-3} = 400 \times 10^{-3} H$

نفتح القاطعة K في لحظة زمنية نعتبرها $t = 0$.

1) المعادلة التفاضلية للتيار المار في الدارة $i(t)$.

$u_R + u_{b_2} = 0$

. $Ri + ri + L_2 \frac{di}{dt} = 0$

. $L_2 \frac{di}{dt} + (R+r)i = 0$

. $\frac{di}{dt} + \frac{R+r}{L_2} i = 0$

2) قيمة τ_2 في هذه الحالة .

$\tau_2 = \frac{L_2}{R+r}$.

. $\tau_2 = \frac{400 \times 10^{-3}}{15} = 2{,}66 \times 10^{-2} s$

3) قيمة الطاقة التي ضاعت على شكل حرارة في الناقل الأومي عند اللحظة $t = \tau_2$.

الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشيعة .

$E_{bmax} = \frac{1}{2} L_2 I_0^2 = \frac{1}{2} \times 400 \times 10^{-3} \times (0{,}4)^2 = 3{,}2 \times 10^{-2} J$

عند $t = \tau_2$ يكون $i = 0{,}37 I_0$ وبالتالي تكون الطاقة المتبقية .

$E_b = \frac{1}{2} L_2 i^2 = \frac{1}{2} \times 400 \times 10^{-3} \times (0{,}37 \times 0{,}4)^2 = 4{,}4 \times 10^{-3} J$

الطاقة التي ضاعت على شكل حرارة .

. $E_e = E_{bmax} - E_b = 3{,}2 \times 10^{-2} - 4{,}4 \times 10^{-3} = 2{,}76 \times 10^{-2} J$

التمرين(17)

1) النظامين الذين يبرزهما كل منحنى مع تسمية كل نظام .

نظام انتقالي ونظام دائم .

2) المعادلة التفاضلية التي يحققها كل منحنى هي $\frac{di}{dt}+\frac{R+r}{L}i=\frac{E}{L}$. بين أن الشدة $i(t)$ تأخذ في أحد النظامين قيمة قصوى $I_0=\frac{E}{R+r}$.

في النظام الدائم

$\frac{dI_0}{dt}+\frac{R+r}{L}I_0=\frac{E}{L}$ وحيث $\frac{dI_0}{dt}=0$.

$\frac{R+r}{L}I_0=\frac{E}{L}$ ومنه $(R+r)I_0=E$ وبالتالي $I_0=\frac{E}{R+r}$.

3) أتمم الجدول التالي مع التعليل .

كل ما زادت R نقص I_0 .

قيمة $R(\Omega)$	40	90	140
رقم المنحنى الموافق	(3)	(2)	(1)

4) باستغلال المنحنى (2) حدد قيمة r .

$I_0=100mA$ و $R=90\Omega$. ولدينا $I_0=\frac{E}{R+r}$.

$r=\frac{E}{I_0}-R=\frac{10}{10^{-1}}-90=10\Omega$.

5) يعطى ثابت الزمن لثنائي القطب RL بالعلاقة $\tau=\frac{L}{R+r}$. بين بالتحليل البعدي أن بعد τ هو الزمن .

اذا اعتبرنا وشيعة مثالية $U=L\frac{di}{dt}$ و $\tau=\frac{L}{R}$.

$$[\tau]=\frac{[L]}{[R]}$$

$[L]=\frac{[U][t]}{[i]}$ ومن قانون أوم $U=Ri$

$[R]=\frac{[U]}{[i]}$ ومنه $[\tau]=\frac{[U][t]}{[i]}\frac{[i]}{[U]}=[t]$.

ومنه ل τ بعد زمني وهو الثانية s .

6) حدد قيمة L.

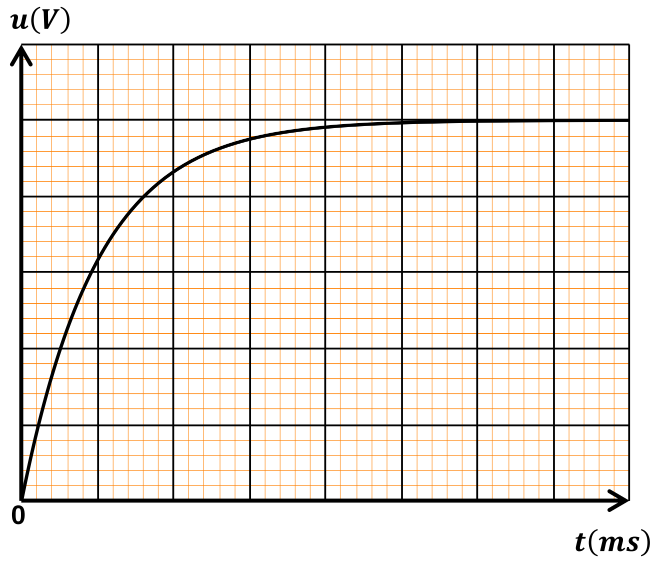
$\tau=\frac{L}{R+r}$ وبالتالي $L=\tau(R+r)$.

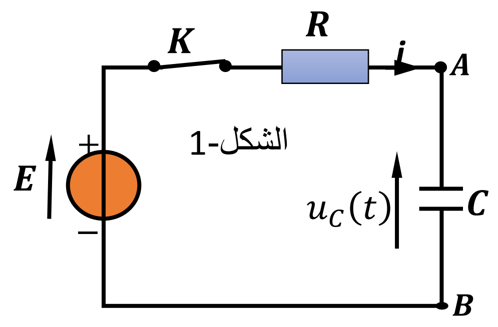
باستغلال المنحنى (2) $\tau=10ms$.

$L=10^{-2}\times(100)=1H$

التمرين(1)

لدراسة استجابة ثنائي قطب RC لرتبة صاعدة للتوتر ننجز الدارة الكهربائية الممثلة في الشكل(1) بعد تفريغ المكثفة ، نغلق قاطع التيار K في اللحظة $t = 0$. نعطي : $R = 50\Omega$.





1) بين على الشكل (1) كيفية ربط راسم الاهتزاز لمعاينة التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثفة.
2) أثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$.
3) تحقق أن $u_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$ حل لهذه المعادلة التفاضلية.
4) نعاين على شاشة راسم الاهتزاز التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثفة بدلالة الزمن أنظر الشكل2 .
أ) حدد بيانيا التوتر E .
ب)حدد بيانيا ثابتة الزمن τ ، ثم استنتج قيمة C سعة المكثفة.
نعطي: الحساسية الشاقولية : $2V/div$ ، الحساسية الأفقية : $10ms/div$.

5) لتكن t_1 و t_2 على التوالي اللحظتان اللتان يصل فيهما التوتر إلى 10% و 90% من قيمة التوتر القصوى E .
أ) عين بيانيا t_1 و t_2
ب) استنتج زمن الصعود (temps de montée) : $t_m = t_2 - t_1$.
6) بين أن عبارة t_m تكتب على الشكل التالي : $t_m = RC.ln9$.
7) استنتج قيمة السعة C للمكثفة . قارن هذه القيمة مع القيمة المحصل عليها في السؤال 4-ب .

التمرين(2)

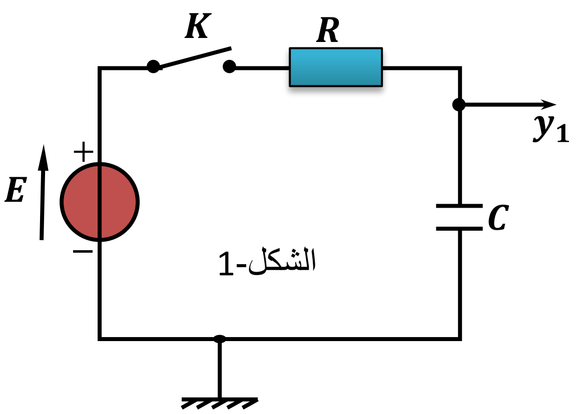
ننجز التركيب التجريبي الموضح في الشكل التالي و المتكون من:

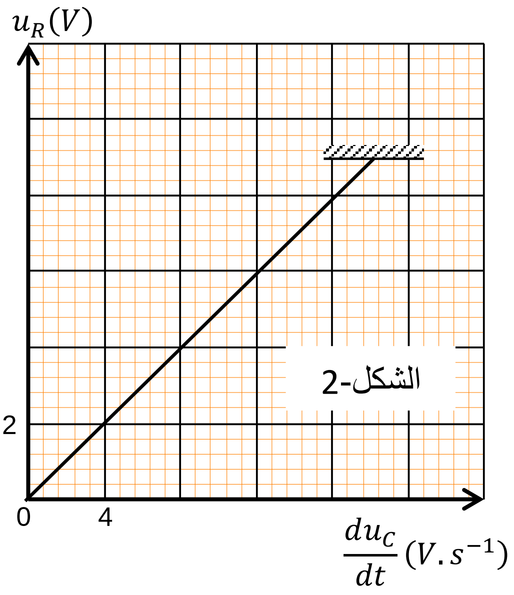
مولد للتوتر الكهربائي ، قوته المحركة E .

مكثفة سعتها $C = 49,4\mu F$.

ناقل أومي مقاومته R .

قاطعةK .





نغلق القاطعة عند اللحظة$t = 0$.

1) ما هي الظاهرة التي تحدث في الدارة ؟

2) مثل على دارة (الشكل-1) منحى التيار الكهربائي المار في الدارة و التوترين u_Cبين طرفي المكثفة و u_Rبين طرفي الناقل الأومي .

3) بتطبيق قانون جمع التوترات ، أكتب المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة .

4) حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل $u_C(t) = A + B\, e^{-\alpha.t}$.

أ) حدد عبارة كلا من A ، B و α .

ب)باستعمال التحليل البعدي حدد وحدة α في النظام العالمي للوحدات.

5) يمثل (الشكل-2) التمثيل البياني لتغيرات u_R دلالة $\frac{du_C}{dt}$. باستغلال (الشكل-2) أوجد :

أ) ثابتة الزمن τ .

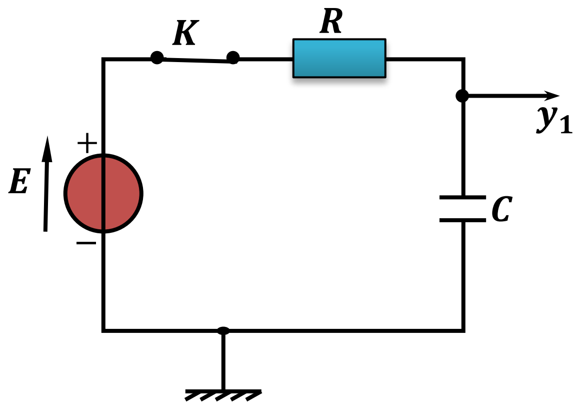
ب)القوة المحركة للمولد E .

ج) مقاومة الناقل الأومي R .

الحل

التمرين(1)

1) بين على الشكل (1) كيفية ربط راسم الاهتزاز لمعاينة التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثفة.



2) المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$.

قانون جمع التوترات

$$u_C(t) + u_R(t) = E$$

قانون أوم $u_R(t) = Ri(t)$

$$. \, u_C(t) + Ri(t) = E$$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C\frac{du_C(t)}{dt}$$

$$. \, u_C(t) + RC\frac{du_C(t)}{dt} = E$$

$$. \, \frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC}u_C(t) = \frac{E}{RC}$$

3) تحقق أن $u_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$ حل لهذه المعادلة التفاضلية.

$$. \, \frac{du_C(t)}{dt} = \frac{E}{RC}e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\frac{1}{RC}u_C(t) = \frac{1}{RC}E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC}u_C(t) = \frac{E}{RC}e^{-\frac{t}{RC}} + \frac{1}{RC}E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) = \frac{E}{RC}$$

ومنه $u_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$ حل لهذه المعادلة التفاضلية.

4) نعاين على شاشة راسم الاهتزاز التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثفة بدلالة الزمن أنظر الشكل2 .

أ) حدد بيانيا التوتر E .

$$E = 10V$$

ب)حدد بيانيا ثابتة الزمن τ ، ثم استنتج قيمة C سعة المكثفة.

$$u_C(\tau) = 0{,}63E = 6{,}3V$$

من البيان $\tau = 10ms$.

$$. \ C = \frac{\tau}{R} = \frac{10^{-2}}{50} = 2 \times 10^{-4}F$$

5) لتكن t_1 و t_2 على التوالي اللحظتان اللتان يصل فيهما التوتر إلى 10% و 90% من قيمة التوتر القصوى E .

عين بيانيا t_1 و t_2 .

$u_C(t_1) = \frac{10}{100}E = 1V$ تقابلها $t_1 = 1ms$.

$u_C(t_1) = \frac{90}{100}E = 9V$ تقابلها $t_2 = 23ms$.

استنتج زمن الصعود (temps de montée) : $t_m = t_2 - t_1$.

$$t_m = t_2 - t_1 = 23 - 1 = 22ms$$

6) بين أن عبارة t_m تكتب على الشكل التالي : $t_m = RC.\ln 9$.

$$. \ u_C(t_1) = \frac{10}{100}E = E\left(1 - e^{-\frac{t_1}{RC}}\right)$$

$$\frac{10}{100} = \left(1 - e^{-\frac{t_1}{RC}}\right)$$

$$0{,}1 = \left(1 - e^{-\frac{t_1}{RC}}\right)$$

$$. \ e^{-\frac{t_1}{RC}} = 0{,}9$$

$$-\frac{t_1}{RC} = \ln 0{,}9$$

$$. \ t_1 = -RC \ln 0{,}9$$

$$. \ u_C(t_2) = \frac{90}{100}E = E\left(1 - e^{-\frac{t_2}{RC}}\right)$$

$$\frac{90}{100} = \left(1 - e^{-\frac{t_2}{RC}}\right)$$

نجد $t_2 = -RC \ln 0{,}1$.

$$t_m = t_2 - t_1 = -RC\ln 0{,}1 + RC\ln 0{,}9 = RC\ln\frac{0{,}9}{0{,}1}$$

$t_m = RC.ln9$.

7) استنتج قيمة السعة C للمكثفة . قارن هذه القيمة مع القيمة المحصل عليها في السؤال 4-ب .

$$t_m = RC.ln9$$

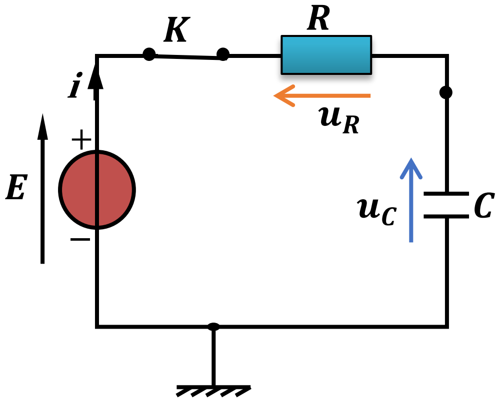
$C = \frac{t_m}{R.ln9} = \frac{22\times10^{-3}}{50\times2{,}2} = 2\times10^{-4}F$ نتحصل على نفس القيمة .

التمرين(2)

1) ما هي الظاهرة التي تحدث في الدارة ؟

الظاهرة التي تحدث هي شحن المكثفة .

2) مثل على دارة (الشكل-1) منحى التيار الكهربائي المار في الدارة و التوترين u_Cبين طرفي المكثفة و u_Rبين طرفي الناقل الأومي



3) بتطبيق قانون جمع التوترات ، أكتب المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة .

قانون جمع التوترات

$$u_C(t) + u_R(t) = E$$

قانون أوم $u_R(t) = Ri(t)$

$u_C(t) + Ri(t) = E$.

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C\frac{du_C(t)}{dt}$$

$u_C(t) + RC\frac{du_C(t)}{dt} = E$.

$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC}u_C(t) = \frac{E}{RC}$.

4) حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل $u_C(t) = A + B\,e^{-\alpha.t}$.

حدد عبارة كلا من A ، B و α .

$\frac{du_C(t)}{dt} = -B.\alpha.e^{-\alpha.t}$.

نعوض في المعادلة التفاضلية نجد .

$$-B.\alpha.e^{-\alpha.t}+\frac{1}{RC}(A+B\,e^{-\alpha.t})=\frac{E}{RC}$$

$$\left(\frac{1}{RC}-\alpha\right)B\,e^{-\alpha.t}+\frac{A}{RC}-\frac{E}{RC}=0$$

$A=E$ ، $\alpha=\frac{1}{RC}$.

من الشروط الابتدائية نجد $B=-E$.

5) يمثل (الشكل-2) التمثيل البياني لتغيرات u_R دلالة $\frac{du_C}{dt}$. باستغلال (الشكل-2) أوجد :

أ) ثابتة الزمن τ .

العلاقة النظرية بين u_R و $\frac{du_C}{dt}$.

$$\frac{du_C(t)}{dt}+\frac{1}{\tau}u_C(t)=\frac{E}{\tau}$$.

$\frac{du_C(t)}{dt}+\frac{1}{\tau}u_C(t)=\frac{E}{\tau}$ ولدينا $u_C+u_R=E$ ومنه $u_C=E-u_R$

$$\frac{du_C(t)}{dt}+\frac{1}{\tau}(E-u_R)=\frac{E}{\tau}$$

نجد $u_R=\tau\frac{du_C}{dt}$.

العلاقة البيانية البيان هو عبارة عن خط مستقيم يمر من المبدأ معادلته من الشكل .

$u_R=a\frac{du_C}{dt}$ حيث a ميل البيان . $a=0.5$.

$a=0.5$. ومنه $u_R=0,5\frac{du_C}{dt}$.

بالمطابقة بين العلاقة النظرية والبيانية نجد . $\tau=0.5s$

ب) القوة المحركة للمولد E . $E=9V$

ج) مقاومة الناقل الأومي R .

$$R=\frac{\tau}{C}=\frac{0,5}{49,4\times10^{-6}}=10,1\times10^{3}\Omega$$

التمرين (1)

تتميز المحاليل المائية بأهمية بالغة في مجال الكيمياء، واعتبارا لطبيعتها الحمضية أو القاعدية أو المؤكسدة أو المرجعة يمكن توظيفها في مجالات عدة منها مجال الصناعة .فحمض الميثانويك $HCOOH$ المعروف بحمض النمل يستعمل مثلا في الدباغة.

نتوفر في مختبر الكيمياء على محلول مائي (S) $HCOOH(aq)$ حجمه V وتركيزه المولي $C = 1{,}0 \times 10^{-3} mol/L$. أعطى قياس pH هذا المحلول القيمة $pH = 3{,}46$.

1) أعط تعريف الحمض حسب برونشتد.
2) أكتب المعادلة الكيميائية المنمذجة لتفاعل حمض الميثانويك $HCOOH(aq)$ مع الماء .
3) أنشئ جدولا لتقدم التفاعل باستعمال المقادير V و C والتقدم x والتقدم x_f عند حالة التوازن.
4) عبر عن τ_f نسبة التقدم النهائي للتفاعل الحاصل بدلالة : C و $[H_3O^+(aq)]_f$.
5) أحسب قيمة τ_f . ماذا تستنتج؟
6) أثبت أن عبارة $Q_{r,f}$ كسر التفاعل عند حالة توازن المجموعة الكيميائية يكتب كما يلي $Q_{r,f} = \frac{10^{-2pH}}{C-10^{-pH}}$
7) استنتج قيمة K_a ثابت الحموضة للثنائية $(HCOOH(aq)\ /HCOO^-(aq)\ )$.

التمرين (2)

نعتبر محلولا مائيا لحمض النمل $HCOOH$ تركيزه $C = 3 \times 10^{-2} mol/L$

نقيس pH هذا المحلول عند درجة الحرارة $25°C$ فنجد $pH = 2{,}65$

1) أكتب معادلة التفاعل الذي يحدث عند إذابة هذا الحمض في الماء.
2) حدد التراكيز المولية الفعلية للأنواع الكيميائية المتواجدة في هذا المحلول.
3) استنتج قيمة ثابت الحموضة K_A والثابتة pk_A للثنائية $HCOOH/HCOO^-$
4) نمزج محلول حمض النمل ومحلول ميثانوات الصوديوم $HCOONa$ ، ونقيس pH الخليط فنحصل على $pH = 6{,}5$.
عين معللا جوابك النوع الكيميائي الغالب للثنائية أساس / حمض في هذا الخليط.

التمرين (3)

نعتبر محلول حمض البنزويك C_6H_5COOH تركيزه $C = 5 \times 10^{-3} mol/L$ ناقليته $G = 2{,}03 \times 10^{-4}\ S$ عند إستعمال خلية قياس أبعادها $(S = 1cm^2\ ;\ L = 1cm)$.

1) أكتب معادلة التفاعل .
2) أنشئ جدول التقدم لهذا التفاعل .
3) أوجد تراكيز الأفراد الموجودة في المحلول .
4) أحسب قيمة نسبة التقدم النهائي τ .
5) أحسب K قيمة ثابتة التوازن لهذا التفاعل .

نعطي : $\lambda_{C_6H_5COO^-} = 3{,}23.10^{-3}\ S.m^2/mol$ ، $\lambda_{H_3O^+} = 35.10^{-3} S.m^2/mol$.

التمرين (4)

تحمل لصيقة قارورة حمض النتريك المتوفرة في المخبر الإشارات التالية : حمض النتريك 71% ، $d = 1{,}41$.

1) أحسب التركيز المولي C_0 للمحلول S_0 الموجود في القارورة .
2) ينتج عن ذوبان حمض النتريك في الماء شاردة H_3O^+ والشاردة $NO_3{}^-$. أكتب معادلة تفاعل حمض النتريك مع الماء .
3) نأخذ حجما $V_0 = 10mL$ من المحلول S_0 بواسطة ماصة ونضيفه الى حجم $\mathrm{V} = 990\mathrm{mL}$ من الماء المقطر للحصول على محلول S ذي $pH = 0{,}8$.
   أ. أنشئ جدول التقدم لهذا التفاعل . ثم حدد x_{max} و التقدم النهائي x_f للتفاعل الحاصل .
   ب. أحسب قيمة نسبة التقدم النهائي τ . ماذا تستنتج ؟

نعطي : الكتلة المولية لحمض النتريك $M(HNO_3) = 63g/moL$ ، $\rho_{H2O} = 1\mathrm{g/mL}$

التمرين (5)

يحتوي الخل 7^0 على $7g$ من حمض الإيثانويك CH_3COOH في كل $100g$ من الخل. نعتبر كثافة الخل مساوية لكثافة الماء $d = 1$.

1) أكتب معادلة تفاعل حمض الإيثانويك مع الماء.
2) أنشئ جدول التقدم للتفاعل الحاصل.
3) أحسب قيمة التركيز المولي الابتدائي C لحمض الإيثانويك في الخل.
4) أعط العبارة الحرفية لثابتة التوازن K الموافقة لمعادلة التفاعل بدلالة C والتركيز النهائي لشوارد الهيدرونيوم.
5) تساوي قيمة ثابتة التوازن عند $25^0\mathrm{C}$ $K = 1{,}8 \times 10^{-3}$ ، استنتج قيمةpH الخل .

الكتلة الحجمية للماء: $\rho_{H_2O} = 1g/mL$.

التمرين (6)

في محلول مائي ،يتفاعل غاز الأمونياك NH_3 مع الماء حسب المعادلة :

$$NH_{3(g)} + H_2O_{(l)} = NH_{4(aq)}^+ + OH_{(aq)}^-$$

1) هل يسلك الأمونياك في محلول مائي سلوك حمض أم أساس ؟ علل الجواب.
2) في$25°C$ ندرس محلولا مائيا للأمونياك تركيزه الابتدائي $C_i = 0{,}10mol/L$ و تركيزه عند التوازن $C_{éq} = 9{,}9 \times 10^{-2}mol/L$. pH هذا المحلول هو $11{,}2$.
   - بين أن تركيز شوارد الهيدرونيوم $H_3O_{(aq)}^+$ مهمل أمام تراكيز الشوارد الأخرى في المحلول.
3) أحسب الناقلية النوعية للمحلول عند التوازن.

معطيات: $\lambda_{NH_4^+} = 7{,}4 \times 10^{-3}Sm^2/\,mol$ ، $\lambda_{OH^-} = 2{,}0 \times 10^{-2}Sm^2/\,mol$.

4) أحسب ناقلية المحلول إذا كان ثابت الخلية $k = 1.10^{-2}m$.
5) أحسب ثابتة التوازن لهذا التفاعل.

التمرين(7)

1) نحل في لترمن الماء المقطر $0{,}6g$ من حمض عضوي صيغته $R - COOH$ (حيث $R = C_nH_{2n+1}$) وتتحصل بذلك على محلول مائي S_A .
   أ- أعط عبارة الK_a لانحلال الحمض في الماء.
   ب- استنتج عبارة ال pH بدلالة ال pK_a و $log\ \frac{[RCOO^-]}{[RCOOH]}$

2) نأخذ $20mL$ من المحلول S_A و نعايرها بمحلول مائي لهيدروكسيد الصوديوم تركيزه المولي

$C_b = 2 \times 10^{-2} mol/L$

و عند كل إضافة للمحلول الأساسي نأخذ قياسات معينة عند الدرجة $25°C$ فتمكنا من تمثيل البيان المرفق حيث $[RCOOH]$ هو التركيز المولي للحمض المتبقي .

احسب تراكيز الافراد الكيميائية عند النقطة A (بداية المعايرة) تراكيز الأفراد الكيميائية التالية :

H_3O^+ ، $RCOO^-$ ،$RCOOH$

3) إنّ حجم الصود المضاف عند التكافؤ هو $V_b = 10mL$.

ا – احسب التركيز المولي للمحلول الحمضي

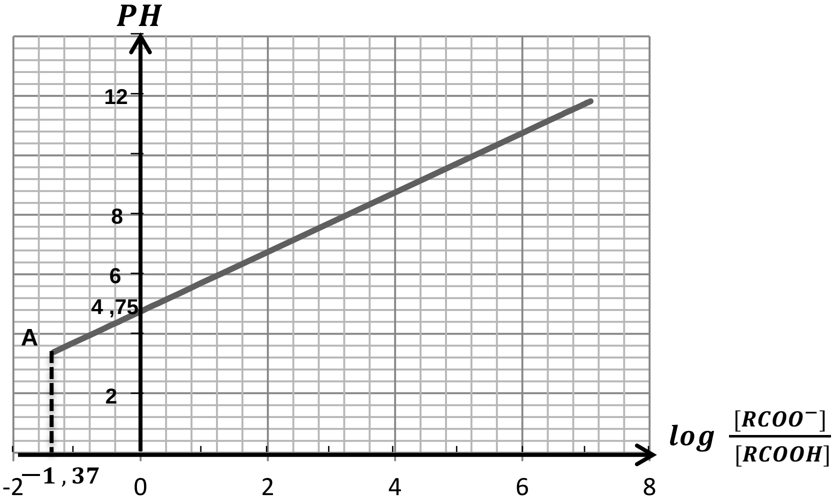
.

ب- اوجد الصيغة المجملة للحمض العضوي ثم اكتب صيغته نصف المفصلة واذكر أسمه

.يعطى:

$M_O = 16g/mol$ ،

$M_H = 1g/mol$ ، $M_C = 12g/mol$

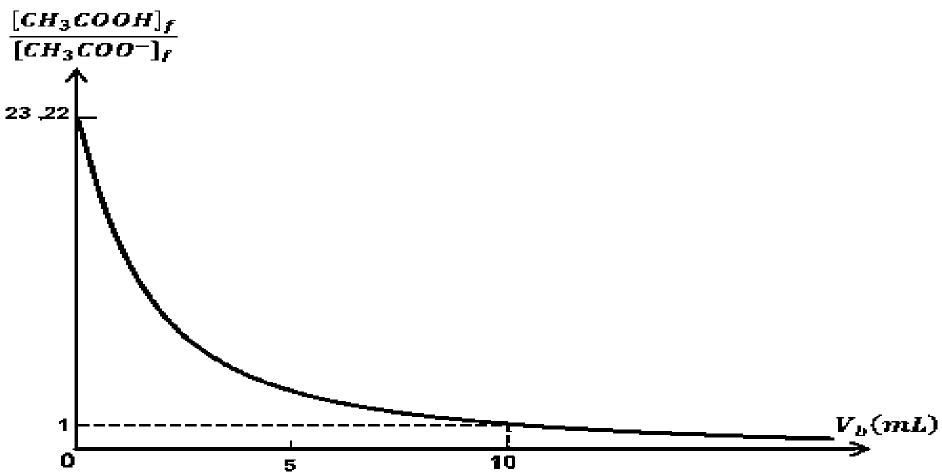


التمرين(8)

محلول مائي لحمض الخل CH_3COOH حجمه V_a وتركيزه المولي C_a حيث $PH = 3,38$ نعايره (معايرة PH مترية)

بواسطة محلول هيدروكسيد الصوديوم $(Na^+_{(aq)} + OH^-_{(aq)})$ وتركيزه المولي $C_b = 10^{-2} mol/L$ بالاعتماد على نتائج المعايرة نمثل البيان المقابل :

1) أكتب معادلة انحلال حمض الخل في الماء ، وأنجز جدولا لتقدم التفاعل .
2) أوجد العلاقة بين التركيز المولي C_a والتركيزين $[CH_3COOH]_f$ ، $[CH_3COO^-]_f$.
3) بالاعتماد على البيان حدد قيمة التركيز المولي C_a لمحلول حمض الخل .
4) أحسب قيمة ال PK_a للثنائية (CH_3COOH/CH_3COO^-) ، واستنتج قيمة الثابت K_a لها .
5) معادلة تفاعل المعايرة هي $CH_3COOH + OH^- = CH_3COO^- + H_2O$
   أ. استنتج قيمة الحجم V_E اللازم لبلوغ التكافؤ (بالاعتماد على البيان) .
   ب. أحسب قيمة الحجم V_a لمحلول حمض الخل .



التمرين(9)

I- نذيب كتلة قدرها $m = 0,046g$ من حمض الميثانويك $HCOOH$ في $100\ mL$ من الماء المقطر

إن قياس الناقلية النوعية للمحلول أعطى القيمة $\sigma = 0,0492\ S/m$ عند الدرجة 25^0C .

1) أكتب معادلة انحلال الحمض في الماء، ثم أنشئ جدول تقدم التفاعل ؟

2) احسب التركيز المولي للمحلول C_a ؟

3) احسب PH المحلول ثم احسب نسبة التقدم النهائي τ_f؟ ماذا تستنتج؟

4) احسب ثابت التوازن K ماذا يمثل ؟ استنتج قيمة pK_a للثنائية $HCOOH/HCOO^-$

II– نعاير حجم قدره $V_0 = 20\ mL$ من المحلول السابق بمحلول هيدروكسيد الصوديوم $NaOH$ تركيزه المولي C_b

و نرسم البيان $log\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]} = f(V_b)$ أنظر البيان .

1) أكتب معادلة تفاعل المعايرة ؟

2) باستغلال البيان اوجد

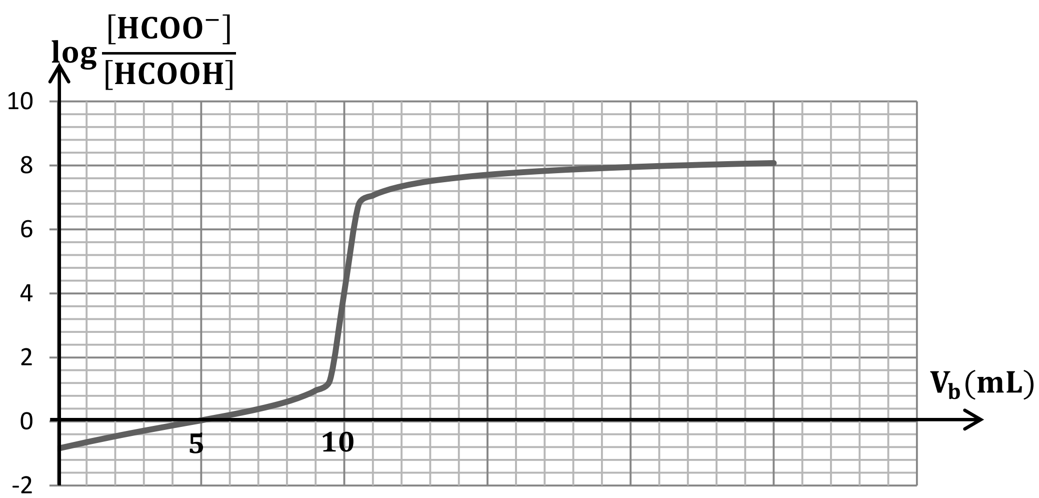
أ–حجم محلول الصودا $(NaOH)$ اللازم للتكافؤ ؟ ثم استنتج قيمة C_b ؟

ب–قيمة pH المحلول عند التكافؤ؟

3) احسب تراكيز الأفراد الكيميائية المتواجدة في المحلول عند سكب حجم قدره $V_b = 10\ mL$ من محلول الصودا ؟

4) من بين الكواشف الملونة التالية بين الكاشف المناسب لهذه المعايرة مع التعليل؟

الكاشف	الهليانتين	أحمر الكريزول	فينول فتالين
مجال التغير اللوني	$4,4 - 3,1$	$8,8 - 7,2$	$10 - 8,2$



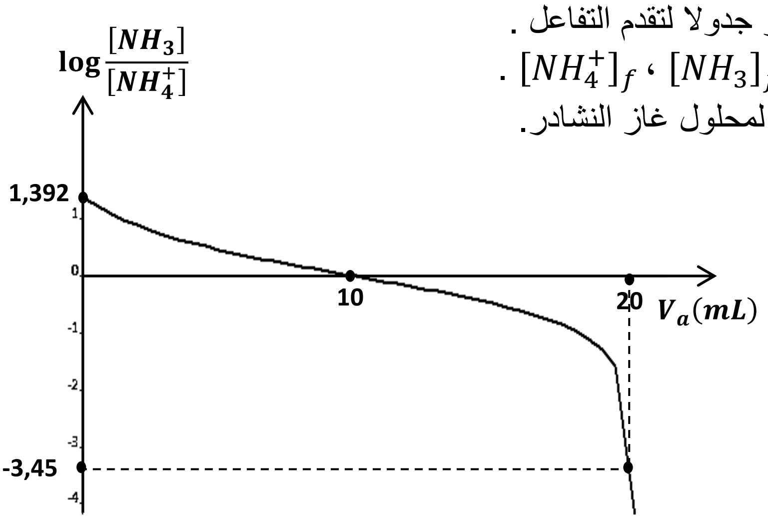
يعطى:

$\lambda_{H_3O^+} = 35mS.m^2/mol$ ، $\lambda_{HCOO^-} = 5,46\ mS.m^2/mol$ ، $M_O = 16g/mol$ ،

$M_C = 12g/mol$ ، $M_H = 1g/mol$

التمرين (10)

محلول مائي لغاز النشادر NH_3 حجمه V_b وتركيزه المولي C_b حيث $PH = 10{,}59$ نعايره (معايرة PH مترية) في الدرجة 25^0c . بواسطة محلول حمض كلور الماء تركيزه المولي $C_a = 10^{-2}mol/L$ بالاعتماد على نتائج المعايرة نمثل البيان المقابل :



6) أكتب معادلة انحلال غاز النشادر في الماء ، وأنجز جدولا لتقدم التفاعل .
7) أوجد العلاقة بين التركيز المولي C_b والتركيزين $[NH_3]_f$ ، $[NH_4^+]_f$.
8) بالاعتماد على البيان حدد قيمة التركيز المولي C_b لمحلول غاز النشادر.
9) بين أن غاز النشادر أساس ضعيف .
10) أحسب قيمة ال PK_a للثنائية (NH_4^+/NH_3)، واستنتج قيمة الثابت K_a لها .
11) معادلة تفاعل المعايرة هي

$$H_3O^+_{(aq)} + NH_{3(aq)} = NH_4^+{}_{(aq)} + H_2O_{(l)}$$

ج. استنتج قيمة الحجم V_E اللازم لبلوغ التكافؤ (بالاعتماد على البيان) مع التعليل .
د. أحسب قيمة الحجم V_b لمحلول النشادر.
ه. أحسب تراكيز مختلف الأفراد الكيميائية عند التكافؤ.
و. أحسب ثابت التوازن K لتفاعل المعايرة .

التمرين(11)

يقدر الإنتاج العالمي من مادة الأمونياك بحوالي 160 مليون طن سنويا و تستعمل هذه المادة في مجالات عدة ، حيث تستخدم بالدرجة الأولى لتصنيع الأسمدة الأزوتية في ميدان الزراعة لتخصيب التربة و تستخدم كذلك كمادة أولية في صناعة الأدوية والبلاستيك وغيرها.

يهدف هذا التمرين إلى دراسة محلول مائي للأمونياك و معايرته بواسطة قياس pH .

معطيات:

تمت جميع القياسات عند درجة الحرارة 25^0C .

الجداء الشاردي للماء: $K_e = 10^{-14}$.

ثابتة الحموضة للثنائية (NH_4^+/NH_3) : $pK_a = 9{,}2$.

جدول مجالات التغير اللوني لبعض الكواشف الملونة:

الملون الكاشف	الهيليانتين	أحمر الكلوروفينول	أزرق البروموتيمول	الفينول فيتالين
مجال التغيراللوني	3,1 – 4,4	5,2 – 6,8	6 – 7,6	8,2 – 10

i. **دراسة المحلول المائي للأمونياك**

نعتبر محلولا مائيا (S_B) للأمونياك حجمه V وتركيزه $C_B = 2 \times 10^{-2}mol/L$. أعطى قياس pH هذا المحلول القيمة $pH = 10{,}74$.

1) اكتب معادلة التفاعل الكيميائي المنمذج للتحول الكيميائي الذي يحدث بين الأمونياك والماء.
2) حدّد نسبة التقدم النهائي τ_f لهذا التفاعل . ماذا تستنتج ؟
3) عبر عن عبارة كسر التفاعل $Q_{r,f}$ عند توازن المجموعة الكيميائية بدلالة C_B و τ_f . ا حسب قيمته.
4) تحقق من قيمة pK_a للثنائية (NH_4^+/NH_3).

ii. معايرة محلول الأمونياك بواسطة محلول حمض كلور الماء

نقوم بمعايرة الحجم $V_B = 20mL$ من محلول مائي للأمونياك $(\acute{S}_B)$ تركيزه $\acute{C}_B$ بواسطة محلول مائي (S_A) لحمض كلور الماء ذي التركيز $C_A = 2 \times 10^{-2} mol/L$ بقياس pH .

1) ا كتب المعادلة الكيميائية المنمذجة لهذه المعايرة .

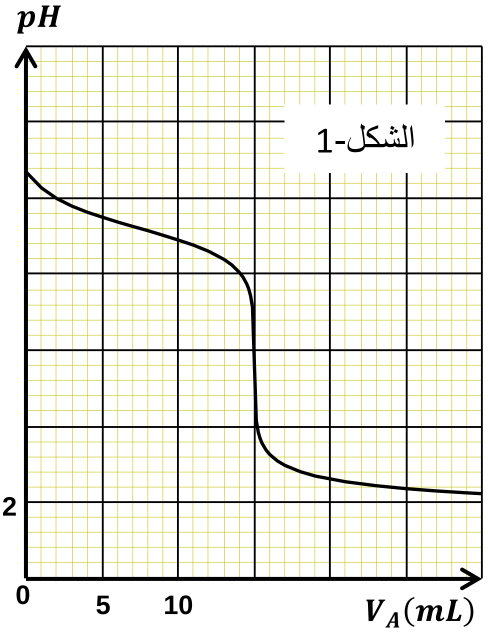
2) يمثل المنحنى الممثل في الشكل تغير pH الخليط بدلالة الحجم V_A للمحلول (S_A) لحمض كاور الماء المضاف.

أ) حدّ د الإحداثيتين V_{AE} و pH_E لنقطة التكافؤ.

ب) ا حسب $\acute{C}_B$.

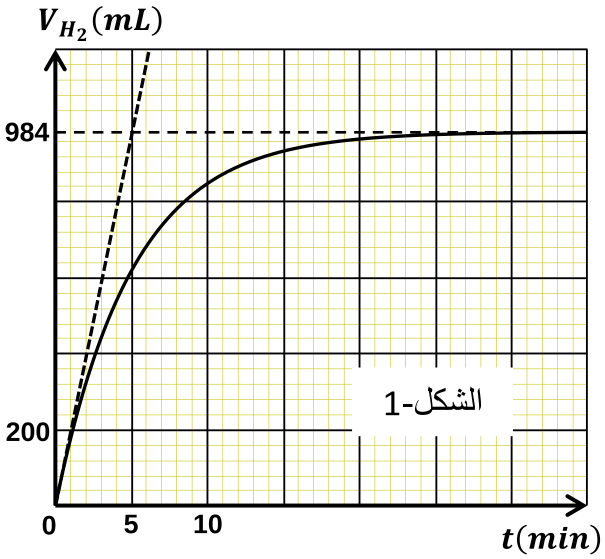
ج) عيّن ، معللا جوابك ، الكاشف الملائم لإنجاز هذه المعايرة في غياب جهاز pH متر .

د) حدّ د الحجم V_{A1} من محلول حمض كلور الماء الذي يجب إضافته لكي تتحقق العلاقة $[NH_4^+] = 15[NH_3]$ في الخليط التفاعلي.



التمرين(12)

i. لمتابعة التطور الزمني للتحول الكيميائي الحادث بين محلول حمض كلور الماء$(H_3O^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)})$ ومعدن الألمنيوم $Al_{(s)}$. نضيف عند اللحظة $t = 0$ كتلة $m = 1g$ من مسحوق الألمنيوم غير النقي (يحتوي على شوائب لا تتفاعل) إلى دورق به حجم$V_0 = 200mL$ من محلول حمض كلور الماء تركيزه المولي $C_0 = 0{,}6mol/L$ ، نعتبر أن حجم الوسط التفاعلي ثابت خلال مدة التحول . نقيس حجم غاز ثنائي الهيدروجين المنطلق مع مرور الزمن في الشروط التجريبية التالية : درجة الحرارة $\theta = 37^0C$ والضغط $P = 1{,}013 \times 10^5 Pa$. الدراسة التجريبية لهذا التحول مكنت من الحصول على البيان الموضح (الشكل -1) .



1) أكتب معادلة تفاعل الألمنيوم مع محلول حمض كلور الماء علما أن الثنائيتين $(Ox / Réd)$ الداخلتين في التفاعل هما : $(H_3O^+_{(aq)}/H_{2(g)})$ ، $(Al^{3+}_{(aq)}/Al_{(s)})$.

2) أنشئ جدولا لتقدم التفاعل و احسب التقدم الاعظمي x_{max} ، ثم عين المتفاعل المحد.

3) عرف السرعة الحجمية للتفاعل .

4) بين أنه يمكن كتابة عبارة السرعة الحجمية للتفاعل بالشكل : $v_{vol} = \frac{P}{3VRT} \times \frac{dV_{H_2}}{dt}$. حيث V حجم المزيج التفاعلي .

5) احسب سرعة التفاعل في اللحظة $t_1 = 0$ ثم في في اللحظة $t_2 = 30min$. اشرح اختلاف السرعتين على المستوى المجهري .

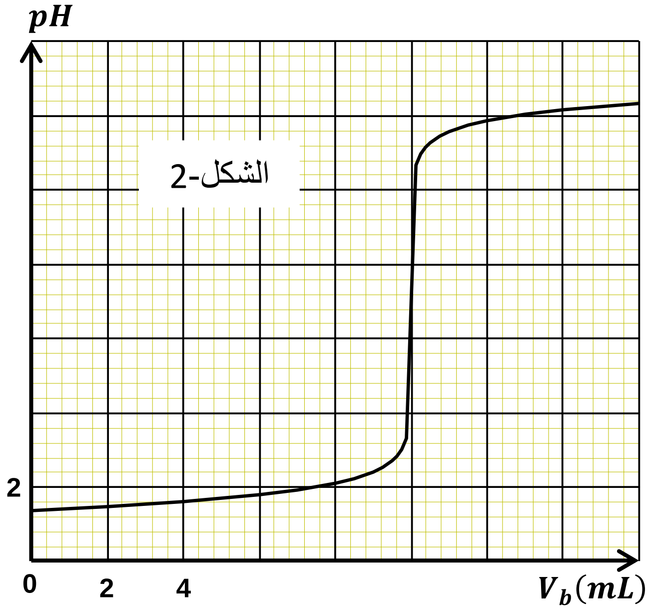
6) احسب نسبة نقاوة عينة الألمنيوم .

ii. في نهاية التفاعل أخذنا حجما $V_1 = 20mL$ من المزيج الناتج ووضعناه في بيشر و أضفنا له $80mL$ من الماء المقطر ، فحصلنا بذلك على محلول (S') و ذلك من أجل معايرة الحمض الموجود في المزيج بواسطة محلول هيدروكسيد الصوديوم$(Na^+_{(aq)} + OH^-_{(aq)})$ تركيزه المولي

$C_B = 0{,}42 mol/L$. و بواسطة النتائج المتحصل عليها مثلنا المنحنى البياني الذي يمثل تغيرات الـ pH بدلالة حجم هيدروكسيد الصوديوم المضاف V_B(الشكل - 2) .

1) أذكر البروتوكول التجريبي لعملية المعايرة ، مع ذكر الزجاجيات المستعملة .
2) عين نقطة التكافؤ، و حدد طبيعة المزيج عندها .
3) احسب التركيز المولي لشوارد الهيدرونيوم (H_3O^+) في المحلول (S').
4) احسب كمية مادة (H_3O^+) في المزيج المتفاعل في التجربة الأولى عند نهاية التفاعل .
5) احسب نسبة نقاوة عينة الألمنيوم ، و قارنها مع القيمة المحسوبة سابقا .

تعطى : الكتلة المولية للألمنيوم $M_{Al} = 27 g \cdot moL^{-1}$ ، ثابت الغازات المثالية $R = 8{,}31 SI$



التمرين(13)

في حصة الأعمال التطبيقية أراد فوجان من التلاميذ تحديد التركيز الكتلي (C_m) لمحلول حمض الأسكوربيك $(C_6H_8O_6)$ بطريقتين . يملك حمض الأسكوربيك خاصية حمضية وخاصية مرجعة.

الثنائيات (مر / مؤ) : $(S_4O_6^{2-}/S_2O_3^{2-}),(I_2/I^-),(C_6H_6O_6/C_6H_8O_6)$.

الثنائيات (أساس / حمض) : $(H_2O/HO^-),(C_6H_8O_6/C_6H_7O_6^-)$.

الفوج الأول:

قام التلاميذ بأكسدة حمض الأسكوربيك ، وذلك بإضافة كميّة زائدة من محلول ثنائي اليود I_2 إلى بيشر يحتوي على حجم $V_1 = 10 mL$ من حمض الأسكوربيك . حجم ثنائي اليود المضاف هو $V_2 = 20 mL$ وتركيزه المولي $C_2 = 3{,}5\times10^{-2} mol/L$

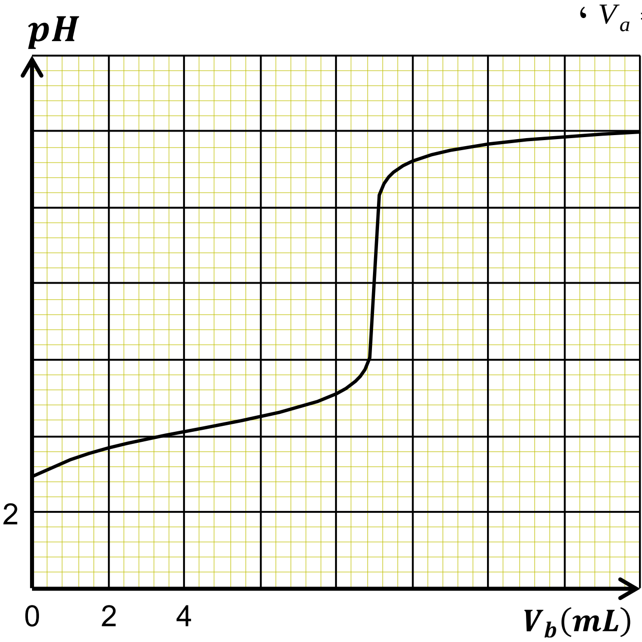
وفي نهاية التفاعل قام التلاميذ بمعايرة ثنائي اليود في البيشر بواسطة محلول مائي لثيوكبريتات الصوديوم $(2Na^+, S_2O_3^{2-})$ تركيزه المولي $C_3 = 2{,}5\times10^{-2} mol/L$، فاحتاجوا إلى حجم منه $V_E = 20 mL$ لاستهلاك كل ثنائي اليود الموجود في البيشر

1) اكتب معادلة التفاعل بين حمض الأسكوربيك وثنائي اليود.
2) أنشئ جدول التقدم لهذا التفاعل.
3) اكتب معادلة تفاعل معايرة ثنائي اليود بثيوكبريتات الصوديوم .
4) احسب كمية مادة ثنائي اليود غير المتفاعل مع حمض الأسكوربيك.
5) احسب التركيز الكتلي (C_m) لحمض الأسكوربيك .

$$pK_a(C_2H_5COOH/C_2H_5COO^-) = 4{,}9 , (C = 12, H = 1 O = 16) g/mol$$

الفوج الثاني:

قام بالمعايرة الـ pH مترية لحمض الأسكوربيك ، حيث أخذ التلاميذ في بيشر حجما V_0 من الحمض وأضافوا له نفس الحجم من الماء المقطر، ثم أخذوا من المحلول الجديد حجما $V_a = 20mL$ ، وملئوا سحاحة مدرّجة بمحلول مائي لهيدروكسيد البوتاسيوم $\left(K^+, OH^-\right)$ تركيزه المولي $C_B = 5\times10^{-2} mol/L$ ، وبعد الحصول على القياسات قاموا بتمثيل البيان $pH = f(V_B)$.



1) اكتب معادلة تفاعل المعايرة.
2) عرّف التكافؤ حمض – أساس ، ثم حدّد إحداثي نقطة التكافؤ حمض – أساس.
3) عين pK_a الثنائية $\left(C_6H_8O_6 / C_6H_7O_6^-\right)$.
6) احسب التركيز الكتلي (C_m) لحمض الأسكوربيك. قارن نتيجتي الفوجين.
4) بيّن بطريقتين أن حمض الأسكوربيك ضعيف في الماء .
5) احسب التركيز المولي لحمض الأسكوربيك في البيشر عند التكافؤ ، ثم استنتج أنه يمكن اعتبار تفاعل المعايرة تاما.
6) قارن قوة حمض الأسكوربيك مع حمض البروبانويك (C_2H_5COOH).
7) في حالة استعمال كاشف ملوّن لتحديد نقطة التكافؤ ، ما هو الكاشف الأنسب من بين الكواشف التالية لهذه المعايرة ؟

الهليانتين : مجال تغير اللون $[3,1-4,4]$.

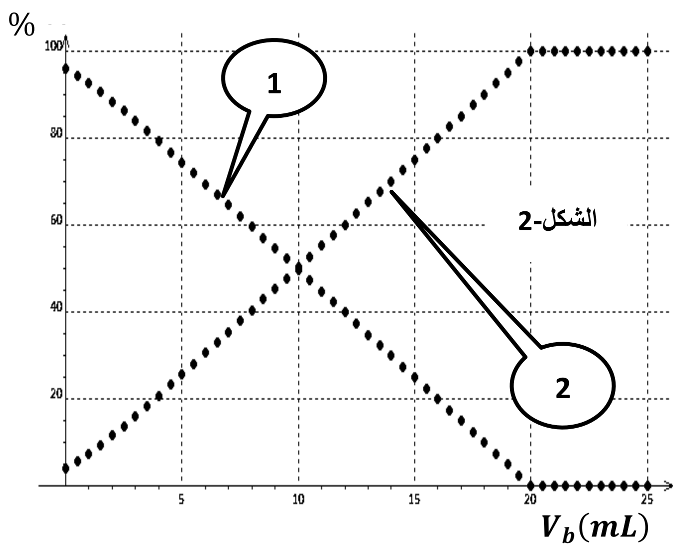
الفينول فتالين : مجال تغير اللون $[8,2-10]$.

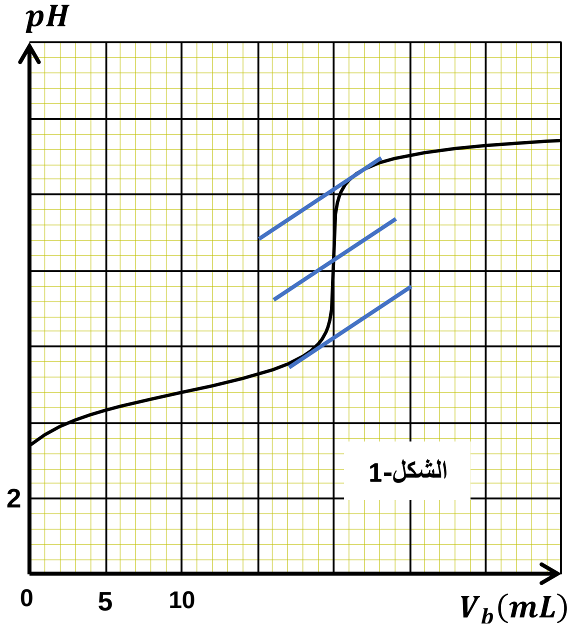
أزرق البروموتيمول : مجال تغير اللون $[6-7,6]$.

التمرين(14)

نضع في كأس بيشر $V_a = 20mL$ من حمض الإيثانويك تركيزه المولي C_a ، ثم نضيف له تدريجيا بواسطة سحاحة محلول الصود $NaOH_{(aq)}$ تركيزه المولي $C_b = 10^{-2}\ mol/L$ الدراسة التجريبية اعطت البيانين التاليين

1) أكتب معادلة التفاعل الحادث أثناء المعايرة مبينا الثنائيتين (أساس/حمض) الداخلة في التفاعل .





2) أي البيانين من الشكل -2 يعبر عن الصفة الحمضية وأيهما يعبر عن الصفة الأساسية ؟ علل.
3) اعتمادا على الشكلين :
أ- حدد إحداثيتي نقطة التكافؤ . ثم استنتج التركيز المولي C_a .
ب- استنتج ثابت الحموضة K_a للثنائية (CH_3COOH/CH_3COO^-) .
ج- حدد مجال ال pH الذي يتغلب فيه الحمض على أساسه المرافق .
د- استنتج النسبة المئوية للصفة الحمضية وكذا النسبة المئوية للصفة الأساسية عند إضافة $V_b = 6mL$ من الصود.
ه- احسب تركيز الفرد CH_3COOH في نقطة نصف التكافؤ ثم في نقطة التكافؤ.

التمرين(15)

تم الحصول على الحجم $V = 100mL$ بمزج $n_1 = 1{,}00mmol$ من المثيل أمين CH_3NH_2 و $n_2 = 1{,}50mmol$ من كلور الأمونيوم NH_4Cl الناقلية النوعية للمحلول المحصل عليه هي $\sigma = 210{,}5mS/m$.

1) أكتب معادلة التفاعل بين المثيل أمين وشاردة الأمونيوم.
2) أوجد باستعمال جدول التقدم ، العلاقة بين تركيز شوارد الأمونيوم وتركيز المثيل أمونيوم.
3) أعط عبارة الناقلية النوعية للمحلول عند التوازن بدلالة تركيز شوارد مثيل أمونيوم.
4) أوجد تراكيز الأنواع الكيميائية المساهمة في هذا التفاعل.
5) أحسب ثابتة التوازن.

معطيات: $\lambda_{NH_4^+} = 7{,}34 \times 10^{-3} Sm^2/mol$ ، $\lambda_{Cl^-} = 7{,}63 \times 10^{-3} Sm^2/mol$.

$$\lambda_{NH_3NH_3^+} = 5{,}87 \times 10^{-3} Sm^2/mol$$

التمرين(16)

نمزج محلولا مائيا لكلور الأمونيوم $(NH^+_{4(aq)}, Cl^-_{(aq)})$ ومحلولا مائيا لإيثانوات الصوديوم . $(CH_3COO^-_{(aq)}, Na^+_{(aq)})$

1) أكتب معادلة التفاعل الحاصل.
2) أعط عبارة ثابت التوازن K لهذا التفاعل بدلالة تراكيز الأنواع الكيميائية عند التوازن.
3) أعط الثنائيات أساس/حمض المشاركة في هذا التفاعل.
4) أعط عبارة ثابت الحموضة K_{a1} و K_{a2} لكل ثنائية بدلالة التراكيز عند التوازن.
5) أوجد عبارة الثابت K بدلالة K_{a1} و K_{a2} واحسب قيمتها عند 25^0C .
6) استنتج هل التحول تام أم محدود.

معطيات: عند 25^0C $pK_{a1}(NH^+_{4(aq)}/NH_{3(aq)}) = 9{,}2$.

$$pK_{a2}(CH_3COOH_{(aq)}/CH_3COO^-_{(aq)}) = 4{,}8$$

الحل

التمرين (1)

1) تعريف الحمض حسب برونشتد.

الحمض هو كل فرد كيميائي(جزيء ، شاردة) يتخلى عن بروتون H^+ أو أكثر أثناء تحول كيميائي .

2) المعادلة الكيميائية المنمذجة لتفاعل حمض الميثانويك $HCOOH(aq)$ مع الماء .

$$HCOOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = HCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

3) انشاء جدولا لتقدم التفاعل باستعمال المقادير V و C والتقدم x والتقدم $x_{éq}$ عند حالة التوازن.

	$HCOOH_{(aq)}$	$+\ H_2O_{(l)}$	$=\ HCOO^-_{(aq)}$	$+\ H_3O^+_{(aq)}$
$t=0$	CV	بزيادة	0	0
t	$CV-x$	بزيادة	x	x
t_f	$CV-x_f$	بزيادة	x_f	x_f

4) عبارة τ نسبة التقدم النهائي للتفاعل الحاصل بدلالة : C و $[H_3O^+(aq)]_f$.

المتفاعل المحد هو $HCOOH_{(aq)}$ وبالتالي $CV - x_m = 0$.

$x_m = CV$.

من جدول التقدم $[H_3O^+_{(aq)}]_f = \frac{x_f}{V}$. وبالتالي $x_f = [H_3O^+_{(aq)}]_f V$.

لدينا $\tau = \frac{x_f}{x_m}$.

$$\tau_f = \frac{[H_3O^+_{(aq)}]_f V}{CV} = \frac{[H_3O^+_{(aq)}]_f}{C}$$

$$\tau_f = \frac{[H_3O^+_{(aq)}]_f}{C}$$.

5) أُحسب قيمة τ_f . ماذا تستنتج؟

$$\tau_f = \frac{[H_3O^+_{(aq)}]_f}{C} = \frac{10^{-pH}}{C} = \frac{10^{-3,46}}{1,0\times10^{-3}} = 10^{-0,46}$$

$\tau_f = 0,35$.

نلاحظ أن $\tau_f < 1$ وبالتالي التفاعل غير تام ومنه حمض النمل حمض ضعيف .

6) أثبت أن عبارة $Q_{r,f}$ كسر التفاعل عند حالة توازن المجموعة الكيميائية يكتب كما يلي $Q_{r,f} = \frac{10^{-2pH}}{C-10^{-pH}}$

$$Q_{r,f} = \frac{[HCOO^-_{(aq)}]_f [H_3O^+_{(aq)}]_f}{[HCOOH_{(aq)}]_f}$$.

من جدول التقدم $[HCOOH_{(aq)}]_f = \frac{CV-x_f}{V} = C - \frac{x_f}{V} = C - [H_3O^+_{(aq)}]_f = C - 10^{-pH}$

$$Q_{r,f} = \frac{10^{-pH}\times10^{-pH}}{C-10^{-pH}}$$.

$Q_{r,f} = \frac{10^{-2pH}}{C-10^{-pH}}$.

7) استنتاج قيمة K_a ثابت الحموضة للثنائية $(HCOOH(aq)\ /HCOO^-(aq)\ )$.

$$K_a = \frac{[HCOO^-_{(aq)}]_f[H_3O^+_{(aq)}]_f}{[HCOOH_{(aq)}]_f} = Q_{r,f}$$

$$Q_{r,f} = \frac{10^{-2\times 3,46}}{10^{-3}-10^{-3,46}} = \frac{1,2\times 10^{-7}}{0,653\times 10^{-3}} = 1,84\times 10^{-4}$$

$K_a = 1,84\times 10^{-4}$.

<u>التمرين (2)</u>

1) معادلة التفاعل الذي يحدث عند إذابة هذا الحمض في الماء.

$$HCOOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = HCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

2) تحديد التراكيز المولية الفعلية للأنواع الكيميائية المتواجدة في هذا المحلول.

$$[H_3O^+_{(aq)}]_f = [HCOO^-_{(aq)}]_f = 10^{-pH} = 10^{-2,65}$$

$[H_3O^+_{(aq)}]_f = [HCOO^-_{(aq)}]_f = 2,24\times 10^{-3} mol/L$.

$$[HCOOH_{(aq)}]_f = \frac{CV-x_f}{V} = C - \frac{x_f}{V} = C - [H_3O^+_{(aq)}]_f = C - 10^{-pH}$$

$$[HCOOH_{(aq)}]_f = C - 10^{-pH} = 3\times 10^{-2} - 10^{-2,65} = 3\times 10^{-2} - 2,24\times 10^{-3}$$

$[HCOOH_{(aq)}]_f = 2,77\times 10^{-2} mol/L$.

3) قيمة ثابت الحموضة K_A والثابتة pk_A للثنائية $HCOOH/HCOO^-$

$$K_a = \frac{[HCOO^-_{(aq)}]_f[H_3O^+_{(aq)}]_f}{[HCOOH_{(aq)}]_f}$$

$$K_a = \frac{(2,24\times 10^{-3})^2}{2,77\times 10^{-2}} = 1,81\times 10^{-4}$$

$K_a = 1,81\times 10^{-4}$.

$pk_A = -\log K_a$.

$$pk_A = -\log 1,81\times 10^{-4} = 3,75$$

4) نمزج محلول حمض النمل ومحلول ميثانوات الصوديوم $HCOONa$ ، ونقيس pH الخليط فنحصل على $pH = 6{,}5$.

- عين معللا جوابك النوع الكيميائي الغالب للثنائية أساس / حمض في هذا الخليط.

$$HCOOH_{(aq)} + HCOO^-_{(aq)} = HCOO^-_{(aq)} + HCOOH_{(aq)}$$

$pk_A = 3{,}75$ للثنائية $HCOOH/HCOO^-$.

بمأن $pH > pk_A$ فإن الأساس $HCOO^-$ هو الغالب .

التمرين (3)

1) كتابة معادلة التفاعل .

$$C_6H_5COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = C_6H_5COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)} .$$

2) جدول التقدم لهذا التفاعل .

	$C_6H_5COOH_{(aq)}$	$+ H_2O_{(l)}$	$= C_6H_5COO^-_{(aq)}$	$+ H_3O^+_{(aq)}$
$t = 0$	CV	بزيادة	0	0
t	$CV - x$	بزيادة	x	x
t_f	$CV - x_f$	بزيادة	x_f	x_f

3) تراكيز الأفراد الموجودة في المحلول .

$$[H_3O^+_{(aq)}]_f = [C_6H_5COO^-_{(aq)}]_f .$$

حساب الناقلية النوعية للمحلول .

$G = \sigma k$ وبالتالي $\sigma = \frac{G}{k}$.

$$k = \frac{10^{-4}}{10^{-2}} = 10^{-2} m .$$

$$\sigma = \frac{2{,}03\times10^{-4}}{10^{-2}} = 2{,}03 \times 10^{-2}\ S/m .$$

$$\sigma = \lambda_{H_3O^+}[H_3O^+]_f + \lambda_{C_6H_5COO^-}[C_6H_5COO^-]_f .$$

$$[H_3O^+_{(aq)}]_f = [C_6H_5COO^-_{(aq)}]_f = \frac{\sigma}{\lambda_{H_3O^+}+\lambda_{C_6H_5COO^-}} = \frac{2{,}03\times10^{-2}}{35.10^{-3}+3{,}23.10^{-3}}$$

$$[H_3O^+_{(aq)}]_f = [C_6H_5COO^-_{(aq)}]_f = 0{,}53 mol/m^3$$

$$[H_3O^+_{(aq)}]_f = [C_6H_5COO^-_{(aq)}]_f = 5{,}3 \times 10^{-4} mol/L$$

$$\left[C_6H_5COOH_{(aq)}\right]_f = \frac{CV - x_f}{V} = C - \frac{x_f}{V} = C - \left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f$$

$$\left[C_6H_5COOH_{(aq)}\right]_f = 5\times10^{-3} - 5{,}3\times10^{-4} = 4{,}47\times10^{-3} mol/L$$

4) قيمة نسبة التقدم النهائي τ .

المتفاعل المحد هو $C_6H_5COOH_{(aq)}$ وبالتالي $CV - x_m = 0$.

$x_m = CV$.

من جدول التقدم $\left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f = \frac{x_f}{V}$. وبالتالي $x_f = \left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f V$.

لدينا $\tau = \frac{x_f}{x_m}$.

$$\tau_f = \frac{\left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f V}{CV} = \frac{\left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f}{C}$$

$$\tau_f = \frac{\left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f}{C}$$.

8) أ $\tau_f = \frac{\left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f}{C} = \frac{5{,}3\times10^{-4}}{5\times10^{-3}} = 10^{-0{,}46}$

$\tau_f = 0{,}11$.

5) حساب K قيمة ثابتة التوازن لهذا التفاعل .

$$K = Q_{r,f} = \frac{\left[C_6H_5COO^-_{(aq)}\right]_f \left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f}{\left[C_6H_5COOH_{(aq)}\right]_f}$$

$$K = \frac{(5{,}3\times10^{-4})^2}{4{,}47\times10^{-3}} = 6{,}28\times10^{-5}$$.

<u>التمرين (4)</u>

1) حساب التركيز المولي C_0 للمحلول S_0 الموجود في القارورة .

$C_0 = \frac{10pd}{M}$ العلاقة التي نحسب بها تركيز المحلول التجاري .

$$C_0 = \frac{10\times71\times1{,}41}{63} = 15{,}89 mol/L$$.

2) معادلة تفاعل حمض النتريك مع الماء .

$$HNO_{3(aq)} + H_2O_{(l)} = NO^-_{3(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$.

3) نأخذ حجما $V_0 = 10mL$ من المحلول S_0 بواسطة ماصة ونضيفه الى حجم $V = 990mL$ من الماء المقطر للحصول على محلول S ذي $pH = 0{,}8$.

أ) جدول التقدم لهذا التفاعل . ثم حدد x_{max} و التقدم النهائي x_f للتفاعل الحاصل .

قانون التمديد .

$C_0V_0 = CV$ حيث كمية المادة نفسها .

	$C_6H_5COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = C_6H_5COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
$t = 0$	CV	بزيادة	0	0
t	$CV - x$	بزيادة	x	x
t_f	$CV - x_f$	بزيادة	x_f	x_f

$CV - x_m = 0$ ومنه

$$x_m = CV = C_0V_0 = 15{,}89 \times 10 \times 10^{-3} = 0{,}16\text{mol}$$

$$x_f = \left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f V = 10^{-0{,}8} \times 1 = 0{,}16\text{mol}$$

ب) قيمة نسبة التقدم النهائي τ . ماذا تستنتج ؟

$$\tau = \frac{x_f}{x_m}$$

$$\tau = \frac{0{,}16}{0{,}16} = 1 .$$

نستنتج ان التفاعل تام وبالتالي حمض النتريك حمض قوي .

التمرين (5)

1) معادلة تفاعل حمض الإيثانويك مع الماء.

$$CH_3COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = CH_3COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)} .$$

2) جدول التقدم للتفاعل الحاصل.

	$CH_3COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = CH_3COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
$t = 0$	CV	بزيادة	0	0
t	$CV - x$	بزيادة	x	x
t_f	$CV - x_f$	بزيادة	x_f	x_f

3) قيمة التركيز المولي الابتدائي C لحمض الإيثانويك في الخل.

نستطيع تطبيق العلاقة $C = \frac{10pd}{M}$ وباعتبار $p = 7\%$.

$$C = \frac{10\times7\times1}{60} = 1{,}16mol/L$$

4) العبارة الحرفية لثابتة التوازن K الموافقة لمعادلة التفاعل بدلالة C والتركيز النهائي لشوارد الهيدرونيوم.

$. K = Q_{r,f} = \frac{[CH_3COO^-_{(aq)}]_f [H_3O^+_{(aq)}]_f}{[CH_3COOH_{(aq)}]_f}$

$. K = \frac{\left([H_3O^+_{(aq)}]_f\right)^2}{C - [H_3O^+_{(aq)}]_f}$

5) تساوي قيمة ثابتة التوازن عند 25^0C $K = 1{,}8 \times 10^{-3}$ ، استنتج قيمة pH الخل .

$K = \frac{\left([H_3O^+_{(aq)}]_f\right)^2}{C - [H_3O^+_{(aq)}]_f}$ ومنه $\left([H_3O^+_{(aq)}]_f\right)^2 = KC - K[H_3O^+_{(aq)}]_f$.

$\left([H_3O^+_{(aq)}]_f\right)^2 + K[H_3O^+_{(aq)}]_f - KC = 0$.

$\left([H_3O^+_{(aq)}]_f\right)^2 + K[H_3O^+_{(aq)}]_f - KC = 0$.

$$\left([H_3O^+_{(aq)}]_f\right)^2 + 1{,}8 \times 10^{-3}[H_3O^+_{(aq)}]_f - 1{,}8 \times 10^{-3} \times 1{,}16 = 0$$

$\left([H_3O^+_{(aq)}]_f\right)^2 + 1{,}8 \times 10^{-3}[H_3O^+_{(aq)}]_f - 2{,}1 \times 10^{-3} = 0$.

معادلة من الدرجة الثانية .

$\Delta = (1{,}8 \times 10^{-3})^2 + 4 \times 2{,}1 \times 10^{-3} = 8{,}4 \times 10^{-3}$.

$[H_3O^+_{(aq)}]_f = \frac{-1{,}8\times10^{-3} + 9{,}16\times10^{-2}}{2} = 4{,}49 \times 10^{-2} mol/L$.

$pH = -\log[H_3O^+_{(aq)}]_f$

$pH = -\log 4{,}49 \times 10^{-2}$

$pH = 1{,}34$.

التمرين (6)

1) هل يسلك الأمونياك في محلول مائي سلوك حمض أم أساس ؟ علل الجواب.

$NH_{3(g)} + H_2O_{(l)} = NH^+_{4(aq)} + OH^-_{(aq)}$

يسلك الأمونياك في محلول مائي سلوك أساس لأنه اكتسب بروتون H^+ .

2) في $25°C$ ندرس محلولا مائيا للأمونياك تركيزه الابتدائي $C_i = 0{,}10 mol/L$ و تركيزه عند التوازن $C_{éq} = 9{,}9 \times 10^{-2} mol/L$. pH هذا المحلول هو $11{,}2$.

- بين أن تركيز شوارد الهيدرونيوم $H_3O^+_{(aq)}$ مهمل أمام تراكيز الشوارد الأخرى في المحلول.

$$\left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f = 10^{-pH} = 10^{-11,2} = 6,3 \times 10^{-12} mol/L$$

ولدينا $\left[OH^-_{(aq)}\right] = \frac{10^{-14}}{\left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f} = \frac{10^{-14}}{10^{-11,2}} = 1,58 \times 10^{-3} mol/L$

- نلاحظ أن $\left[OH^-_{(aq)}\right] \ll \left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f$ وبالتالي تركيز شوارد الهيدرونيوم $H_3O^+_{(aq)}$ مهمل أمام تراكيز الشوارد الأخرى في المحلول.

3) أحسب الناقلية النوعية للمحلول عند التوازن.

$\sigma = \lambda_{OH^-}[OH^-]_f + \lambda_{NH_4^+}[NH_4^+]$.

$$[OH^-]_f = [NH_4^+]$$

$\sigma = (\lambda_{OH^-} + \lambda_{NH_4^+})[OH^-]_f$.

$$\left[OH^-_{(aq)}\right] = 1,58\ mol/m^3$$

$$\sigma = (2,0 \times 10^{-2} + 7,4 \times 10^{-3}) \times 1,58$$

$\sigma = 4,33 \times 10^{-2} S/m$.

4) ناقلية المحلول إذا كان ثابت الخلية $k = 1.10^{-2} m$.

$$G = \sigma k$$

$G = 4,33 \times 10^{-2} \times 10^{-2} = 4,33 \times 10^{-4} S$.

5) ثابتة التوازن لهذا التفاعل.

$$K = Q_{r,f} = \frac{\left[NH^+_{4(aq)}\right]_f \left[OH^-_{(aq)}\right]_f}{\left[NH_{3(aq)}\right]_f}$$

$$K = Q_{r,f} = \frac{(1,58 \times 10^{-3})^2}{0,099} = 2,52 \times 10^{-5}$$

التمرين(7)

1) نحل في لترمن الماء المقطر $0,6g$ من حمض عضوي صيغته $R - COOH$.

أ) عبارة ال K_a لانحلال الحمض في الماء.

$RCOOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = RCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$.

لدينا الثنائية : $RCOOH_{(aq)}/RCOO^-_{(aq)}$.

$K_a = \frac{\left[RCOO^-_{(aq)}\right]_f \left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f}{\left[RCOOH_{(aq)}\right]_f}$.

ب) الـ pH بدلالة الـ pK_a و $\log\frac{[RCOO^-]}{[RCOOH]}$.

$$K_a = \frac{[RCOO^-_{(aq)}]_f[H_3O^+_{(aq)}]_f}{[RCOOH_{(aq)}]_f}$$

$$\frac{K_a}{[H_3O^+_{(aq)}]_f} = \frac{[RCOO^-_{(aq)}]_f}{[RCOOH_{(aq)}]_f}$$

$$\log\frac{K_a}{[H_3O^+_{(aq)}]_f} = \log\frac{[RCOO^-_{(aq)}]_f}{[RCOOH_{(aq)}]_f}$$

$$\log K_a - \log[H_3O^+_{(aq)}]_f = \log\frac{[RCOO^-_{(aq)}]_f}{[RCOOH_{(aq)}]_f} .$$

$$pH = -\log[H_3O^+_{(aq)}]_f .$$

$$-\log[H_3O^+_{(aq)}]_f = -\log K_a + \log\frac{[RCOO^-_{(aq)}]_f}{[RCOOH_{(aq)}]_f} .$$

$$pH = pK_a + \log\frac{[RCOO^-_{(aq)}]_f}{[RCOOH_{(aq)}]_f} .$$

2) نأخذ $20mL$ من المحلول S_A و نعايرها بمحلول مائي لهيدروكسيد الصوديوم تركيزه المولي $C_b = 2\times10^{-2}mol/L$ و عند كل إضافة للمحلول الأساسي نأخذ قياسات معينة عند الدرجة $25°C$ فتمكنا من تمثيل البيان المرفق حيث $[RCOOH]$ هو التركيز المولي للحمض المتبقي .

حساب تراكيز الافراد الكيميائية عند النقطة A (بداية المعايرة) تراكيز الأفراد الكيميائية التالية : $RCOOH$، $RCOO^-$ ، H_3O^+ .

$$RCOOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = RCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

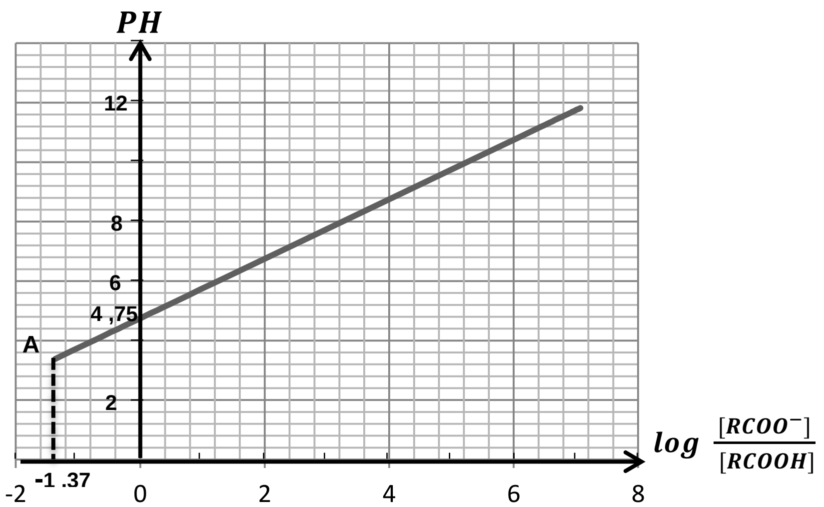
بداية المعايرة أي عند النقطة A .

لما $\log\frac{[RCOO^-_{(aq)}]_f}{[RCOOH_{(aq)}]_f} = 0$ يكون $pH = pK_a$

أي $pK_a = 4,75$.

عند النقطة A $\log\frac{[RCOO^-_{(aq)}]_f}{[RCOOH_{(aq)}]_f} = -1,37$

علاقة اندرسون



$$pH = pK_a + \log\frac{\left[RCOO^-_{(aq)}\right]_f}{\left[RCOOH_{(aq)}\right]_f}$$

$$pH = 4{,}75 - 1{,}37 = 3{,}38 \,.$$

$$[H_3O^+]_f = 10^{-pH} = 10^{-3{,}38} = 4{,}17\times10^{-4} mol/L$$

$$\log\frac{\left[RCOO^-_{(aq)}\right]_f}{\left[RCOOH_{(aq)}\right]_f} = -1{,}37 \,.$$

$$\frac{\left[RCOO^-_{(aq)}\right]_f}{\left[RCOOH_{(aq)}\right]_f} = 10^{-1{,}37} = 4{,}26\times10^{-2}$$

$$\left[RCOOH_{(aq)}\right]_f = \frac{\left[RCOO^-_{(aq)}\right]}{4{,}26\times10^{-2}} = \frac{4{,}17\times10^{-4}}{4{,}26\times10^{-2}} = 9{,}7\times10^{-3} mol/L \,.$$

$$[H_3O^+]_f = \left[RCOO^-_{(aq)}\right]_f = 4{,}17\times10^{-4} mol/L$$

$$\left[RCOOH_{(aq)}\right]_f = 9{,}7\times10^{-3} mol/L \,.$$

3) إنّ حجم الصود المضاف عند التكافؤ هو $V_b = 10mL$.

أ) حساب التركيز المولي للمحلول الحمضي

	$RCOOH_{(aq)}$	$+ H_2O_{(l)} =$	$RCOO^-_{(aq)}$	$+ H_3O^+_{(aq)}$
$t=0$	CV	بزيادة	0	0
t	$CV-x$	بزيادة	x	x
t_f	$CV-x_f$	بزيادة	x_f	x_f

$$\left[RCOOH_{(aq)}\right]_f = \frac{CV-x_f}{V} = C_a - \frac{x_f}{V} = C_a - \left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f$$

$$C_a = \left[RCOOH_{(aq)}\right]_f + \left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f \,.$$

$$C_a = 9{,}7\times10^{-3} + 4{,}17\times10^{-4} = 1{,}01\times10^{-2} mol/L \,.$$

ب) الصيغة المجملة للحمض العضوي

ثم اكتب صيغته نصف المفصلة واذكر أسمه .

$C_a = \frac{n}{V}$ ومنه $n = C_aV$.

$$n = 1{,}01\times10^{-2}\times1 = 1{,}01\times10^{-2} mol$$

الصيغة العامة للحمض $C_nH_{2n+1}COOH$.

. $M = 14n + 46$

$n = \frac{m}{M} = \frac{0,6}{14n+46}$

$0,6 = 1,01 \times 10^{-2} \times (14n + 46)$

$60 = 14n + 46$ ومنه $n = 1$.

الصيغة المجملة للحمض هي CH_3COOH هو حمض الخل .

التمرين(8)

1) معادلة انحلال حمض الخل في الماء ، وأنجز جدولا لتقدم التفاعل .

. $CH_3COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = CH_3COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

	$CH_3COOH_{(aq)}$	$+ H_2O_{(l)}$	$= CH_3COO^-_{(aq)}$	$+ H_3O^+_{(aq)}$
$t = 0$	C_aV_a	بزيادة	0	0
t	$C_aV_a - x$	بزيادة	x	x
t_f	$C_aV_a - x_f$	بزيادة	x_f	x_f

2) العلاقة بين التركيز المولي C_a والتركيزين $[CH_3COOH]_f$ ، $[CH_3COO^-]_f$.

من جدول التقدم . $[CH_3COO^-]_f = [H_3O^+_{(aq)}] = \frac{x_f}{V_a}$.

$[CH_3COOH]_f = \frac{C_aV_a - x_f}{V_a} = C_a - \frac{x_f}{V_a}$

. $[CH_3COOH]_f = C_a - [CH_3COO^-]_f$

. $C_a = [CH_3COOH]_f + [CH_3COO^-]_f$

3) بالاعتماد على البيان حدد قيمة التركيز المولي C_a لمحلول حمض الخل .

. $[CH_3COO^-]_f = [H_3O^+_{(aq)}] = 10^{-pH} = 10^{-3,38} = 4,17 \times 10^{-4} mol/L$

من البيان $\frac{[CH_3COOH]_f}{[CH_3COO^-]_f} = 23,22$.

. $[CH_3COOH]_f = 23,22[CH_3COO^-]_f$

. $C_a = 23,22[CH_3COO^-]_f + [CH_3COO^-]_f = 24,22[CH_3COO^-]_f$

. $C_a = 24,22 \times 4,17 \times 10^{-4} = 0,01 mol/L$

4) أحسب قيمة ال PK_a للثنائية (CH_3COOH/CH_3COO^-) ، واستنتج قيمة الثابت K_a لها .

$$. pH = pK_a + \log \frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f}$$

$$pK_a = pH - \log \frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f}$$

$$pK_a = 3{,}38 - \log \frac{1}{23{,}22} = 4{,}75$$

$$. K_a = 10^{-pK_a} = 10^{-4{,}75} = 1{,}77 \times 10^{-5}$$

5) معادلة تفاعل المعايرة هي $CH_3COOH + OH^- = CH_3COO^- + H_2O$

أ) استنتج قيمة الحجم V_E اللازم لبلوغ التكافؤ (بالاعتماد على البيان) .

$$. pH = pK_a + \log \frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f}$$

عند نقطة نصف التكافؤ يكون الحجم المضاف من المحلول الموجود في السحاحة هو $\left(\frac{V_E}{2}\right)$ و $pH = pK_a$.

أي $\log \frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f} = 0$ وبالتالي $\frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f} = 1$.

من البيان $\frac{V_E}{2} = 10mL$ ومنه $V_E = 20mL$.

ب) أحسب قيمة الحجم V_a لمحلول حمض الخل .

عند التكافؤ $C_aV_a = C_bV_E$.

$$. V_a = \frac{C_bV_E}{C_a} = \frac{0{,}01 \times 20}{0{,}01} = 20mL$$

التمرين(9)

i. نذيب كتلة قدرها $m = 0{,}046g$ من حمض الميثانويك $HCOOH$ في $100\ mL$ من الماء المقطر إن قياس الناقلية النوعية للمحلول أعطى القيمة $\sigma = 0{,}0492\ S/m$ عند الدرجة 25^0C .

1) معادلة انحلال الحمض في الماء، ثم أنشاء جدول تقدم التفاعل .

$$. HCOOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = HCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

جدول تقدم التفاعل .

	$HCOOH_{(aq)}$	$+ \quad H_2O_{(l)}$	$= \quad HCOO^-_{(aq)}$	$+ \quad H_3O^+_{(aq)}$
$t = 0$	C_aV	بزيادة	0	0
t	$C_aV - x$	بزيادة	x	x
t_f	$C_aV - x_f$	بزيادة	x_f	x_f

حساب التركيز المولي للمحلول C_a .

$. \ C_a = \frac{n}{V} = \frac{m}{MV}$

$. \ M = 46g/mol$

$. \ C_a = \frac{0,046}{46\times0,1} = 0,01mol/L$

2) احسب pH المحلول ثم احسب نسبة التقدم النهائي τ_f؟ ماذا تستنتج؟.

$. \ pH = -\log[H_3O^+]_f$

$. \ \sigma = \lambda_{H_3O^+}[H_3O^+]_f + \lambda_{HCOO^-}[HCOO^-]_f$

$. \ [H_3O^+]_f = [HCOO^-]_f = \frac{\sigma}{\lambda_{H_3O^+}+\lambda_{HCOO^-}}$

$. \ [H_3O^+]_f = \frac{0,0492}{(35+5,46)\times10^{-3}} = 1,21mol/m^3$

$[H_3O^+]_f = 1,21\times10^{-3}mol/L$

$. \ pH = -\log 1,21\times10^{-3}$

$. \ pH = 2,91$

$. \ \tau_f = \frac{x_f}{x_m} = \frac{[H_3O^+_{(aq)}]_f V}{C_a V} = \frac{[H_3O^+_{(aq)}]_f}{C_a}$

$\tau_f = \frac{1,21\times10^{-3}}{0,01} = 0,121$

نستنتج أن $\tau_f < 1$ وبالتالي التفاعل غير تام ومنه حمض الميثانويك حمض ضعيف .

3) احسب ثابت التوازن K ماذا يمثل ؟ استنتج قيمة pK_a للثنائية $HCOOH/HCOO^-$

$. \ K = \frac{[HCOO^-_{(aq)}]_f[H_3O^+_{(aq)}]_f}{[HCOOH_{(aq)}]_f} = \frac{([H_3O^+_{(aq)}]_f)^2}{[HCOOH_{(aq)}]_f}$

$[HCOOH_{(aq)}]_f = \frac{C_aV-x_f}{V} = C_a - \frac{x_f}{V} = C_a - [H_3O^+_{(aq)}]_f$

$. \ K = \frac{([H_3O^+_{(aq)}]_f)^2}{C_a-[H_3O^+_{(aq)}]_f}$

$. \ K = \frac{(1,21\times10^{-3})^2}{0,01-1,21\times10^{-3}} = 1,66\times10^{-4}$

يمثل K ثابت الحموضة K_a للثنائية $HCOOH/HCOO^-$.

$pK_a = -\log K_a$.

$pK_a = -\log 1{,}66 \times 10^{-4} = 3{,}78$.

i. نعاير حجم قدره $V_0 = 20\ mL$ من المحلول السابق بمحلول هيدروكسيد الصوديوم $(Na^+ + OH^-)$ تركيزه المولي C_b .

1) معادلة تفاعل المعايرة .

$HCOOH_{(aq)} + OH^-_{(aq)} = HCOO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$.

2) باستغلال البيان اوجد.

أ) حجم محلول الصودا $(NaOH)$ اللازم للتكافؤ ؟ ثم استنتج قيمة C_b ؟.

$pH = pK_a + \log \frac{[HCOO^-]_f}{[HCOOH]_f}$.

عند نقطة نصف التكافؤ يكون الحجم المضاف من المحلول الموجود في السحاحة هو $\left(\frac{V_E}{2}\right)$ و $pH = pK_a$.

أي $\log \frac{[HCOO^-]_f}{[HCOOH]_f} = 0$.

من البيان $\frac{V_{bE}}{2} = 5mL$ ومنه $V_{bE} = 10mL$.

عند التكافؤ $C_aV_0 = C_bV_{bE}$ ومنه $C_b = \frac{C_aV_0}{V_{bE}}$.

$C_b = \frac{0{,}01\times 20}{10} = 0{,}02 mol/L$.

ب) قيمة pH المحلول عند التكافؤ .

$pH = pK_a + \log \frac{[HCOO^-]_f}{[HCOOH]_f}$.

عند التكافؤ من البيان $\log \frac{[HCOO^-]_f}{[HCOOH]_f} = 4$.

أي $V_{bE} = 10mL$ تقابلها من البيان $\log \frac{[HCOO^-]_f}{[HCOOH]_f} = 4$.

$pH_E = 3{,}78 + 4 = 7{,}78$.

3) حساب تراكيز الأفراد الكيميائية المتواجدة في المحلول عند سكب حجم قدره $V_b = 10\ mL$ من محلول الصودا أي عند التكافؤ .

	$HCOOH_{(aq)}$ +	$OH^-_{(aq)}$ =	$HCOO^-_{(aq)}$ +	$H_2O_{(l)}$
$t = 0$	C_aV_0	C_bV_b	0	بزيادة
عند التكافؤ	$C_aV_0 - x_f$	$C_bV_{bE} - x_f$	x_f	بزيادة

$. \ [H_3O^+]_f = 10^{-pH_E} = 10^{-7,78} = 1,66 \times 10^{-8} mol/L$

$. \ [OH^-]_f = \frac{10^{-14}}{[H_3O^+]_f} = \frac{10^{-14}}{10^{-7,78}} = 6,02 \times 10^{-7} mol/L$

$. \ [Na^+]_f = \frac{C_bV_{bE}}{V_0+V_{bE}} = \frac{0,02\times 10}{30} = 6,66 \times 10^{-3} mol/L$

$. \ [HCOOH]_f = \frac{C_aV_0 - x_f}{V_0+V_{bE}}$

$. \ x_f = C_bV_{bE} - [OH^-]_f\,(V_0 + V_{bE})$ ومنه $[OH^-]_f = \frac{C_bV_{bE} - x_f}{V_0+V_{bE}}$

$. \ [HCOOH]_f = \frac{C_aV_0 - x_f}{V_0+V_{bE}} = \frac{C_aV_0 - \left(C_bV_{bE} - [OH^-]_f\,(V_0+V_{bE})\right)}{V_0+V_{bE}} = [OH^-]_f$

$. \ [HCOOH]_f = 6,02 \times 10^{-7} mol/L$

4) من بين الكواشف الملونة التالية بين الكاشف المناسب لهذه المعايرة مع التعليل؟

الكاشف المناسب هو أحمر الكريزول لأن pH_E ينتمي الى مجال التغير اللوني لهذا الكاشف .

التمرين (10)

1) معادلة انحلال غاز النشادر في الماء ، وأنجز جدولا لتقدم التفاعل .

$NH_{3(g)} + H_2O_{(l)} = NH_4^+{}_{(aq)} + OH^-{}_{(aq)}$

	$NH_{3(g)}$	$+ H_2O_{(l)}$	$= NH_4^+{}_{(aq)}$	$+ OH^-{}_{(aq)}$
$t = 0$	C_bV_b	بزيادة	0	0
t	$C_bV_b - x$	بزيادة	x	x
t_f	$C_bV_b - x_f$	بزيادة	x_f	x_f

2) أوجد العلاقة بين التركيز المولي C_b والتركيزين $[NH_3]_f$ ، $[NH_4^+]_f$

من جدول التقدم $[NH_4^+]_f = \frac{x_f}{V_b}$

$[NH_3]_f = \frac{C_bV_b - x_f}{V_b} = C_b - \frac{x_f}{V_b}$

ومنه $[NH_3]_f = C_b - [NH_4^+]_f$

$C_b = [NH_3]_f + [NH_4^+]_f$

3) تحديد قيمة التركيز المولي C_b لمحلول غاز النشادر

$[H_3O^+]_f = 10^{-PH} = 10^{-10,59} mol/L$

$[OH^-]_f = \frac{10^{-14}}{10^{-10,59}} == 3,89 \times 10^{-4} mol/L$

من البيان $\log\frac{[NH_3]}{[NH_4^+]} = 1,392$ ومنه $\frac{[NH_3]}{[NH_4^+]} = 10^{1,392}$

$\frac{[NH_3]}{[NH_4^+]} = 24,66$ ومنه $[NH_3]_f = 24,66 [NH_4^+]_f$

$$C_b = [NH_3]_f + [NH_4^+]_f$$

$$C_b = 24{,}66\,[NH_4^+]_f + [NH_4^+]_f$$

$$C_b = 25{,}66\,[NH_4^+]_f = 25{,}66 \times 3{,}89 \times 10^{-4}$$

$$C_b = 10^{-2} mol/L$$

4) بين أن غاز النشادر أساس ضعيف $\tau_f = \frac{[OH^-]_f}{C_b}$

$\tau_f = \frac{3{,}89\times10^{-4}}{10^{-2}} = 3{,}89 \times 10^{-2} < 1$ ومنه غاز النشادر أساس ضعيف .

5) قيمة ال PK_a للثنائية (NH_4^+/NH_3)

$$pH = pK_a + \log\frac{[NH_3]}{[NH_4^+]}$$

$$pK_a = 10{,}59 - 1{,}392 = 9{,}2$$

$$K_a = 10^{-pK_a} = 10^{-9{,}2} = 6{,}3 \times 10^{-10}$$

6) معادلة تفاعل المعايرة هي

$$H_3O^+_{(aq)} + NH_{3(aq)} = NH_4^+{}_{(aq)} + H_2O_{(l)}$$

أ- عند نقطة نصف التكافؤ يكون $\log\frac{[NH_3]}{[NH_4^+]} = 0$

من البيان $\frac{V_E}{2} = 10mL$ ومنه حجم التكافؤ $V_E = 20mL$

ب- قيمة الحجم V_b لمحلول النشادر. $C_aV_E = C_bV_b$

$$V_b = 20mL$$

ج- تراكيز مختلف الأفراد الكيميائية عند التكافؤ.

الأفراد الكيميائية : H_3O^+ ، NH_4^+ ، NH_3 ، Cl^- ، OH^-

عند التكافؤ $pH_E = pK_a + \log\frac{[NH_3]}{[NH_4^+]}$

$$pH_E = 9{,}2 - 3{,}45 = 5{,}75$$

$$[H_3O^+]_f = 10^{-5{,}75} = 1{,}778 \times 10^{-6} mol/L$$

$$[OH^-]_f = \frac{10^{-14}}{[H_3O^+]_f} = 5{,}62 \times 10^{-9} mol/L$$

$$[Cl^-] = \frac{C_aV_E}{V_b+V_E} = 5 \times 10^{-3} mol/L$$

$$[NH_4^+] = [Cl^-] = 5 \times 10^{-3} mol/L$$

$$[NH_3] = [H_3O^+] = 1{,}778 \times 10^{-6} mol/L$$

د- ثابت التوازن K لتفاعل المعايرة .

$$K = \frac{[NH_4^+]_f}{[NH_3]_f \times [H_3O^+]_f} = \frac{1}{K_a} = 10^{9{,}2} = 1{,}58 \times 10^9 .$$

التمرين(11)

i. دراسة المحلول المائي للأمونياك .

1) معادلة التفاعل الكيميائي المنمذج للتحول الكيميائي الذي يحدث بين الأمونياك والماء.

$$NH_{3(aq)} + H_2O_{(l)} = NH^+_{4(aq)} + OH^-_{(aq)}$$

2) حدّد نسبة التقدم النهائي τ_f لهذا التفاعل . ماذا تستنتج ؟

	$NH_{3(aq)}$	$+ H_2O_{(l)}$	$= NH^+_{4(aq)}$	$+ OH^-_{(aq)}$
$t=0$	C_BV	بزيادة	0	0
t	$C_BV - x$	بزيادة	x	x
t_f	$C_BV - x_f$	بزيادة	x_f	x_f

المتفاعل المحد هو $NH_{3(aq)}$ وبالتالي $C_BV - x_m = 0$. ومنه $x_m = C_BV$.

من جدول التقدم $[OH^-_{(aq)}]_f = \frac{x_f}{V}$. وبالتالي $x_f = [OH^-_{(aq)}]_f V$.

لدينا $\tau = \frac{x_f}{x_m}$.

$$\tau_f = \frac{[OH^-_{(aq)}]_f V}{C_BV} = \frac{[OH^-_{(aq)}]_f}{C_B}$$

$$\tau_f = \frac{K_e}{C_B 10^{-pH}} .$$

$$\tau_f = \frac{10^{-14}}{2\times10^{-2}\times10^{-10,74}} = 2,75\times10^{-2}$$

نلاحظ أن $\tau_f < 1$ وبالتالي التفاعل غير تام ومنه $NH_{3(aq)}$ أساس ضعيف .

3) عبر عن عبارة كسر التفاعل $Q_{r,f}$ عند توازن المجموعة الكيميائية بدلالة C_B و τ_f . ا حسب قيمته.

$$Q_{r,f} = \frac{[NH^+_{4(aq)}]_f [OH^-_{(aq)}]_f}{[NH_{3(aq)}]_f}$$

$$Q_{r,f} = \frac{\left([OH^-_{(aq)}]_f\right)^2}{C_B - [OH^-_{(aq)}]_f} = \frac{\tau_f^2 C_B^2}{C_B - \tau_f C_B}$$

$$Q_{r,f} = \frac{\tau_f^2 C_B}{1-\tau_f} .$$

$$Q_{r,f} = K = \frac{(2,75\times10^{-2})^2\times2\times10^{-2}}{1-2,75\times10^{-2}} = 1,55\times10^{-5}$$

4) تحقق من قيمة pK_a للثنائية (NH_4^+/NH_3).

$$K = \frac{[NH^+_{4(aq)}]_f [OH^-_{(aq)}]_f}{[NH_{3(aq)}]_f}$$

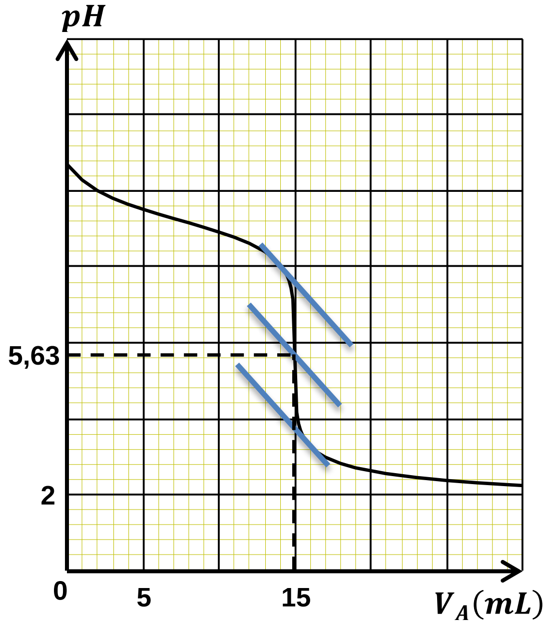
$$K_a = \frac{[NH_{3(aq)}]_f [H_3O^+_{(aq)}]_f}{[NH^+_{4(aq)}]_f}$$

$$. K = \frac{[NH^+_{4(aq)}]_f [OH^-_{(aq)}]_f [H_3O^+_{(aq)}]_f}{[NH_{3(aq)}]_f [H_3O^+_{(aq)}]_f} = \frac{K_e}{K_a}$$

$K = \frac{K_e}{K_a}$ ومنه $. K_a = \frac{K_e}{K}$

$$. pK_a = -\log K_a = -\log \frac{K_e}{K} = \log K - \log K_e$$

$$pK_a = \log 1{,}55 \times 10^{-5} - \log 10^{-14} = 9{,}2$$



ii. **معايرة محلول الأمونياك بواسطة محلول حمض كلور الماء.**

1) المعادلة الكيميائية المنمذجة لهذه المعايرة .

$$.NH_{3(aq)} + H_3O^+_{(aq)} = NH^+_{4(aq)} + H_2O_{(l)}$$

2) يمثل المنحنى الممثل في الشكل تغير pH الخليط بدلالة الحجم V_A للمحلول (S_A) لحمض كلور الماء المضاف.

أ) حدّ د الإحداثيتين V_{AE} و pH_E لنقطة التكافؤ.

طريقة المماسين المتوازيين .

$$(V_{AE}, pH_E) = (15mL, 5{,}63)$$

ب) احسب $\acute{C}_B$.

$$C_A V_{AE} = \acute{C}_B V_B$$

$$\acute{C}_B = \frac{C_A V_{AE}}{V_B} = \frac{2\times10^{-2}\times15}{20} = 1{,}5 \times 10^{-2} mol/L$$

ج) الكاشف الملائم لإنجاز هذه المعايرة في غياب جهاز pH متر .

الكاشف الملائم لإنجاز هذه المعايرة هو أحمر الكلورو فينول لأن pH_E يقع في مجال التغير اللوني لهذا الكاشف .

د) حدّ د الحجم V_{A1} من محلول حمض كلور الماء الذي يجب إضافته لكي تتحقق العلاقة $[NH_4^+] = 15[NH_3]$ في الخليط التفاعلي .

$$pH = pK_a + \log \frac{[NH_3]_f}{[NH_4^+]_f}$$

$$. pH = 9{,}2 + \log \frac{1}{15} = 8{,}02$$

من البيان $pH = 8{,}02$ تقابلها $V_{A1} = 14mL$.

التمرين(12)

i. لمتابعة التطور الزمني للتحول الكيميائي الحادث بين محلول حمض كلور الماء $(H_3O^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)})$ ومعدن Al

1) معادلة تفاعل الألمنيوم مع محلول حمض كلور الماء .

$$Al_{(s)} = Al^{3+}_{(aq)} + 3e^-$$

$$2H_3O^+_{(aq)} + 2e^- = H_{2(g)} + 2H_2O_{(l)}$$

$$2Al_{(s)} + 6H_3O^+_{(aq)} = 2Al^{3+}_{(aq)} + 3H_{2(g)} + 6H_2O_{(l)}$$

2) أنشئ جدولا لتقدم التفاعل و احسب التقدم الاعظمي x_{max} ، ثم عين المتفاعل المحد.

	$2Al_{(s)}$	$6H_3O^+_{(aq)}$	$2Al^{3+}_{(aq)}$	$3H_{2(g)}$	$6H_2O_{(l)}$
$t=0$	$n_1 = \frac{m_0}{M}$	C_0V_0	0	0	بوفرة
t	$n_1 - 2x$	$C_0V_0 - 6x$	$2x$	$3x$	بوفرة
t_f	$n_1 - 2x_m$	$C_0V_0 - 6x_m$	$2x_m$	$3x_m$	بوفرة

لدينا : $n_2 = C_0 V_0 = 0,6.0,2 = 0,12mol$

تعيين قيمة التقدم الأعظمي :

من جدول التقدم نجد $n(H_2) = 3x$.

من قانون الغاز المثالي $PV_{H_2} = n_{H_2}RT$ ومنه $3x = \frac{PV_{H_2}}{RT}$ وبالتالي $x = \frac{PV_{H_2}}{3RT}$.

$V_f(H_2) = 984mL$.

$x_m = \frac{1,013\times10^5\times984\times10^{-6}}{3\times8,31\times310} = 1,29\times10^{-2}mol$.

تحديد المتفاعل المحد :لدينا من جدول التقدم $n_f(H_3O^+) = n_2 - 6x_f = 0,12 - 6\cdot1,29\cdot10^{-2} = 4,26\cdot10^{-2}mol$

بما أن التفاعل تام و $n_f(H_3O^+) \neq 0$ فإن المتفاعل المحد هو الألمنيوم $Al_{(s)}$.

3) عرف السرعة الحجمية للتفاعل .

السرعة الحجمية للتفاعل هي مقدار تغير سرعة التفاعل في وحدة الحجم .

4) بين أنه يمكن كتابة عبارة السرعة الحجمية للتفاعل بالشكل : $v_{vol} = \frac{P}{3VRT}\times\frac{dV_{H_2}}{dt}$. حيث V حجم المزيج التفاعلي .

$v_{vol} = \frac{1}{V}\times\frac{dx}{dt}$ ولدينا $x = \frac{PV_{H_2}}{3RT}$.

$\frac{dx}{dt} = \frac{P}{3RT}\times\frac{dV_{H_2}}{dt}$.

$v_{vol} = \frac{P}{3VRT}\times\frac{dV_{H_2}}{dt}$.

5) احسب سرعة التفاعل في اللحظة $t_1 = 0$ ثم في في اللحظة $t_2 = 30min$. اشرح اختلاف السرعتين على المستوى المجهري .

$$v(0) = \frac{P}{3RT}\times\left(\frac{dV_{H_2}}{dt}\right)_{t=0} = \frac{1,013\times10^5}{3\times8,31\times310}\left(\frac{984\times10^{-6}}{5}\right)$$

$v(0) = 2,58\times10^{-3}mol/min$.

عند اللحظة $t_2 = 30min$: $v(30) = 0$ توقف التفاعل .

يرجع اختلاف السرعتين على المستوى المجهري إلى تناقص عدد التصادمات الفعالة بين المتفاعلات بسبب تناقص التركيز الابتدائي للمتفاعلات .

6) احسب نسبة نقاوة عينة الألمنيوم .

$n_1 - 2x_m = 0$ ومنه $n_1 = 2x_m = 2{,}58 \times 10^{-2} mol$.

$n_1 = \frac{m_0}{M}$ ومنه $m_0 = n_1 M = 2{,}58 \times 10^{-2} \times 27 = 0{,}697 g$.

لدينا : $\left.\begin{array}{l} 1g \to 100\% \\ 0{,}697g \to P\% \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{P\% = 69{,}7\%}$

i. في نهاية التفاعل أخذنا حجما $V_1 = 20mL$ من المزيج الناتج ووضعناه في بيشر و أضفنا له $80mL$ من الماء المقطر ، فحصلنا بذلك على محلول (S') .

1) اذكر البروتوكول التجريبي لعملية المعايرة مع ذكر الزجاجيات المستعملة :

- نملأ السحاحة بمحلول هيدروكسيد الصوديوم تركيزه المولي $C_B = 0{,}42 mol/L$ ثم نضبط سطح المحلول داخل السحاحة عند الصفر .
- نضع حجما قدره $100mL$ من المحلول (S') في كأس بيشر سعته $100mL$ و نضع هذا الأخير فوق مخلاط مغناطيسي ، ثم نضبط جهاز الـ pH متر ونضع مسباره داخل البيشر .
- نبدأ في إضافة محلول هيدروكسيد الصوديوم الموجود في السحاحة على المحلول (S') الموجود في البيشر قطرة قطرة مع تشغيل المخلاط المغناطيسي ونسجل قيمة الـ pH بعد كل إضافة ثم ندون النتائج في جدول.

2) تعيين نقطة التكافؤ E وتحديد طبيعة المزيج عندها :

باستعمال طريقة المماسات المتوازية نجد: $E\left(V_{BE} = 10mL, pH_E = 7\right)$

طبيعة المزيج هو معتدل لأنّ : $pH_E = 7$.

3) حساب التركيز المولي لشوارد الهيدرونيوم $\left(H_3O^+\right)$ في المحلول (S'):

$$\left[H_3O^+\right]\cdot V_a = C_B \cdot V_{BE} \Rightarrow \left[H_3O^+\right] = \frac{C_B \cdot V_{BE}}{V_a} = \frac{0{,}42 \cdot 10}{100} = 0{,}042 mol/L$$

4) حساب كمية مادة $\left(H_3O^+\right)$ في المزيج المتفاعل في التجربة الأولى عند نهاية التفاعل :

نبحث أولا عن التركيز المولي لشوارد الهيدرونيوم $\left(H_3O^+\right)$ في الحجم $V_1 = 20mL$: $\left[H_3O^+\right] = \frac{0{,}042 \cdot 100}{20} = 0{,}21 mol/L$

$$n_f\left(H_3O^+\right) = \left[H_3O^+\right]\cdot V_0 = 0{,}21 \cdot 0{,}2 = 0{,}042 mol \Rightarrow n_f\left(H_3O^+\right) = 0{,}042 mol$$

5) حساب نسبة نقاوة عينة الالمنيوم :

لدينا : $n_f\left(H_3O^+\right) = C_0 \cdot V_0 - 6x_{\max} = 0{,}042 mol \Rightarrow x_{\max} = 0{,}013 mol$

$$n_f\left(AL\right) = n_1\left(AL\right) - 2x_{\max} = 0 \Rightarrow n_1\left(AL\right) = 2x_{\max} = 0{,}026 mol \Rightarrow m_0\left(AL\right) = 0{,}702 g$$

لدينا :

$$\left.\begin{array}{l} 1g \to 100\% \\ 0{,}702g \to P\% \end{array}\right\} \Rightarrow P\% = 70{,}2\%$$

- المقارنة مع القيمة المحسوبة في التجربة الأولى : القيمتين متساويتن في حدود أخطاء القياس

التمرين(13)

التمرين الأول:

الفوج الأول:

1) معادلة التفاعل بين حمض الأسكوربيك وثنائي اليود.

$$C_6H_8O_{6(aq)} = C_6H_6O_{6(aq)} + 2H^+ + 2e^-$$

$$I_{2(aq)} + 2e^- = 2I^-_{(aq)}$$

$$C_6H_8O_{6(aq)} + I_{2(aq)} = C_6H_6O_{6(aq)} + 2I^-_{(aq)} + 2H^+$$

2) جدول التقدم لهذا التفاعل.

	$C_6H_8O_{6(aq)}$	$+\ I_{2(aq)}$	$=\ C_6H_6O_{6(aq)}$	$+\ 2I^-_{(aq)}$	$+\ 2H^+$
$t = 0$	C_1V_1	C_2V_2	0	0	بوفرة
t	$C_1V_1 - x$	$C_2V_2 - x$	x	$2x$	بوفرة
t_f	$C_1V_1 - x_f$	$C_2V_2 - x_f$	x_f	$2x_f$	بوفرة

3) معادلة تفاعل معايرة ثنائي اليود بثيوكبريتات الصوديوم .

$$2S_2O^{2-}_{3(aq)} = S_4O^{2-}_{6(aq)} + 2e^-$$

$$I_{2(aq)} + 2e^- = 2I^-_{(aq)}$$

$$I_{2(aq)} + 2S_2O^{2-}_{3(aq)} = 2I^-_{(aq)} + S_4O^{2-}_{6(aq)}$$

4) كمية مادة ثنائي اليود غير المتفاعل مع حمض الأسكوربيك.

عند التكافؤ يكون المزيج ستوكيومتري .

$$n_f(I_2) = \frac{n_E\left(S_2O^{2-}_{3(aq)}\right)}{2} .$$

$$n_f(I_2) = \frac{C_3V_E}{2} .$$

$$n_f(I_2) = \frac{2{,}5\times10^{-2}\times20\times10^{-3}}{2} = 2{,}5\times10^{-4}mol .$$

5) التركيز الكتلي (C_m) لحمض الأسكوربيك .

لدينا $n_f(I_2) = C_2V_2 - x_f = 2{,}5\times10^{-4}mol$.

$$x_f = 3{,}5\times10^{-2}\times20\times10^{-3} - 2{,}5\times10^{-4} = 4{,}5\times10^{-4}mol .$$

$$x_m = 4{,}5\times10^{-4}mol .$$

المتفاعل المحد هو $C_6H_8O_{6(aq)}$ وبالتالي $C_1V_1 - x_m = 0$.

$$C_1 = \frac{x_m}{V_1} = \frac{4{,}5\times10^{-4}}{10\times10^{-3}} = 4{,}5\times10^{-2}mol/L$$

$$C_m = C_1 \times M = 4,5 \times 10^{-2} \times 176 = 7,92\ g/L$$

. $C_m = 7,92\ g/L$

الفوج الثاني:

1) اكتب معادلة تفاعل المعايرة.

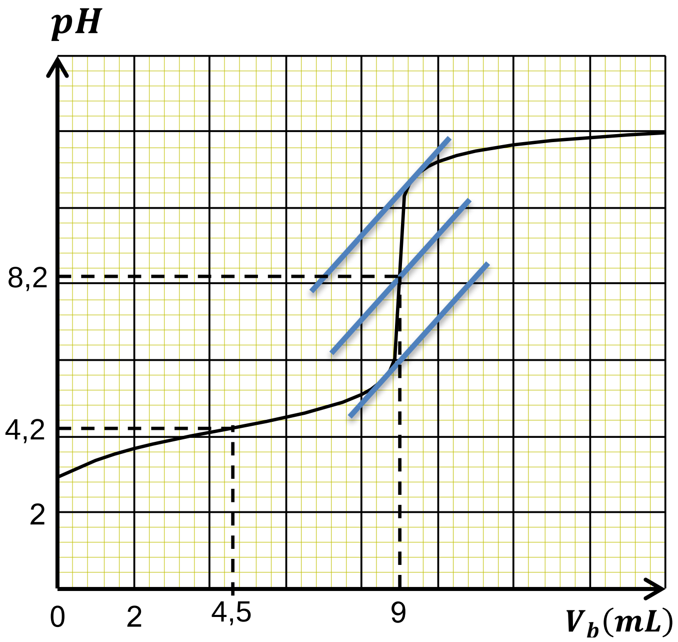
$$C_6H_8O_{6(aq)} + OH^-_{(aq)} = C_6H_7O^-_{6(aq)} + H_2O_{(l)}$$

2) عرّف التكافؤ حمض – أساس ، ثم حدّد إحداثي نقطة التكافؤ حمض – أساس.

التكافؤ حمض – أساس يكون المزيج ستوكيومتري .

بواسطة طريقة المماسين المتوازيين .

$$(V_E, pH_E) = (9mL, 8,2)$$



عين pK_a الثنائية $(C_6H_8O_6 / C_6H_7O_6^-)$.

من البيان $pK_a = 4,2$.

3) احسب التركيز الكتلي (C_m) لحمض الأسكوربيك. قارن نتيجتي الفوجين.

عند التكافؤ .

. $C_B V_E = C_A V_A$

. $C_A = \frac{C_B V_E}{V_A} = \frac{5\times10^{-2}\times9}{20} = 2,25 \times 10^{-2} mol/L$

قانون التمديد

$$C_1 \times V_0 = C_A \times 2V_0$$

. $C_1 = 2C_A = 4,5 \times 10^{-2} mol/L$

$$C_m = C_1 \times M = 4,5 \times 10^{-2} \times 176 = 7,92\ g/L$$

الفوجين حصلا على نفس النتيجة .

4) بيّن بطريقتين أن حمض الأسكوربيك ضعيف في الماء .

$\tau = \frac{10^{-pH_0}}{C_1}$ حيث من البيان $pH_0 = 2,95$.

. $\tau = \frac{10^{-2,95}}{4,5\times10^{-2}} = 2,55 \times 10^{-2}$

بمأن $\tau < 1$ فإن حمض الأسكوربيك ضعيف في الماء .

التمرين(14)

الحل

1) معادلة التفاعل الحادث أثناء المعايرة مبينا الثنائيات (أساس/حمض) الداخلة في التفاعل .

$$CH_3COOH_{(aq)} + OH^-_{(aq)} = CH_3COO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$$

الثنائيتين (أساس/حمض) هما :

$(CH_3COOH_{(aq)}/CH_3COO^-_{(aq)})$ و $(H_2O_{(l)}/OH^-_{(aq)})$.

2) أي البيانين من الشكل -2 يعبر عن الصفة الحمضية وأيهما يعبر عن الصفة الأساسية ؟ علل.

البيان (1) من الشكل -2 يعبر عن الصفة الحمضية .

البيان (2) من الشكل -2 يعبر عن الصفة الأساسية .

3) اعتمادا على الشكلين :

أ) تحديد إحداثيتي نقطة التكافؤ . ثم استنتاج التركيز المولي C_a .

$(V_{bE}\ , pH_E) = (20mL, 8{,}2)$.

ب) استنتج ثابت الحموضة K_a للثنائية (CH_3COOH/CH_3COO^-) .

من الشكل -1 عند $\frac{V_{bE}}{2} = 10mL$ تقابلها $pK_a = 4{,}8$.

$$K_a = 10^{-pK_a} = 10^{-4{,}8} = 1{,}58 \times 10^{-5}$$

ج) مجال ال pH الذي يتغلب فيه الحمض على أساسه المرافق .

$pH < 4{,}8$.

د) النسبة المئوية للصفة الحمضية وكذا النسبة المئوية للصفة الأساسية عند إضافة $V_b = 6mL$ من الصود.

عند إضافة $V_b = 6mL$ يكون :

$\%(CH_3COOH) = 70\%$.

$\%(CH_3COO^-) = 30\%$.

ه) احسب تركيز الفرد CH_3COOH في نقطة نصف التكافؤ ثم في نقطة التكافؤ.

في نقطة نصف التكافؤ .

$[CH_3COOH] = [CH_3COO^-]$. و يكون $pH = 4{,}8$.

	$CH_3COOH_{(aq)} + OH^-_{(aq)} = CH_3COO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$			
	C_AV_A	C_BV_B	0	بزيادة
	$C_AV_A - x$	$C_BV_B - x$	x	بزيادة
	$C_AV_A - x_f$	$C_BV_B - x_f$	x_f	بزيادة

من جدول التقدم $[OH^-_{(aq)}] = \frac{C_BV_B - x_f}{V_A + V_B}$

$[OH^-_{(aq)}] = \frac{10^{-14}}{10^{-4{,}8}} = 6{,}3 \times 10^{-10} mol/L$.

$\frac{C_BV_B - x_f}{30\times10^{-3}} = 6{,}3 \times 10^{-10}$.

$$10^{-2} \times 10 \times 10^{-3} - x_f = 1{,}89 \times 10^{-11}$$

$. \ x_f \approx 10^{-4} mol$

$. \ [CH_3COOH] = [CH_3COO^-] = \frac{x_f}{V_A+V_B} = \frac{10^{-4}}{30\times10^{-3}} = 3{,}33 \times 10^{-3} mo\ell/L$

في نقطة التكافؤ.

$. \ [CH_3COOH] = [OH^-_{(aq)}]$

$. \ [H_3O^+_{(aq)}] = 10^{-pH_E} = 10^{-8{,}2} = 6{,}3 \times 10^{-9} mo\ell/L$

$[OH^-_{(aq)}] = \frac{10^{-14}}{10^{-8{,}2}} = 1{,}58 \times 10^{-6} mo\ell/L$ ومنه $[CH_3COOH] = 1{,}58 \times 10^{-6} mo\ell/L$.

<u>التمرين(15)</u>

1) معادلة التفاعل بين المثيل أمين وشاردة الأمونيوم.

$. \ CH_3NH_{2(aq)} + NH^+_{4(aq)} = CH_3NH^+_{3(aq)} + NH_{3(aq)}$

2) أوجد باستعمال جدول التقدم ، العلاقة بين تركيز شوارد الأمونيوم وتركيز المثيل أمونيوم.

	$. \ CH_3NH_{2(aq)}$ +	$NH^+_{4(aq)}$ =	$CH_3NH^+_{3(aq)}$ +	$NH_{3(aq)}$
$t=0$	n_1	n_2	0	0
t	$n_1 - x$	$n_2 - x$	x	x
t_f	$n_1 - x_f$	$n_2 - x_f$	x_f	x_f

$[NH^+_{4(aq)}] = \frac{n_2 - x}{V}$ و $[CH_3NH^+_{3(aq)}] = \frac{x}{V}$

$[NH^+_{4(aq)}] = \frac{n_2}{V} - \frac{x}{V} = [NH^+_{4(aq)}]_i - [CH_3NH^+_{3(aq)}]$

$. \ [NH^+_{4(aq)}] = [NH^+_{4(aq)}]_i - [CH_3NH^+_{3(aq)}]$

3) عبارة الناقلية النوعية للمحلول عند التوازن بدلالة تركيز شوارد مثيل أمونيوم.

$\sigma = \lambda_{NH_4^+}[NH^+_{4(aq)}]_f + \lambda_{NH_3NH_3^+}[CH_3NH^+_{3(aq)}]_f + \lambda_{Cl^-}[Cl^-]_f$

$[Cl^-]_f = \frac{n_2}{V} = \frac{1{,}50\times10^{-3}}{10^{-1}} = 1{,}50 \times 10^{-2} mol/L$

$. [Cl^-]_f = 15 \ mol/m^3$

$\sigma = 7{,}34 \times 10^{-3}[NH^+_{4(aq)}]_f + 5{,}87 \times 10^{-3}[CH_3NH^+_{3(aq)}]_f + 7{,}63 \times 10^{-3} \times 15$

$. \ [NH^+_{4(aq)}] = [NH^+_{4(aq)}]_i - [CH_3NH^+_{3(aq)}] = 15 - [CH_3NH^+_{3(aq)}]$

$\sigma = 7{,}34 \times 10^{-3}(15 - [CH_3NH^+_{3(aq)}]) + 5{,}87 \times 10^{-3}[CH_3NH^+_{3(aq)}]_f + 7{,}63 \times 10^{-3} \times 15$

$. \ \sigma = 224{,}55 \times 10^{-3} - 1{,}47 \times 10^{-3}[CH_3NH^+_{3(aq)}]_f$

4) أوجد تراكيز الأنواع الكيميائية المساهمة في هذا التفاعل.

$$\sigma = 224{,}55 \times 10^{-3} - 1{,}47 \times 10^{-3}\left[CH_3NH_{3(aq)}^{+}\right]_f$$

$$\left[CH_3NH_{3(aq)}^{+}\right]_f = \frac{224{,}55\times10^{-3}-\sigma}{1{,}47\times10^{-3}} = \frac{224{,}55\times10^{-3}-210{,}5\times10^{-3}}{1{,}47\times10^{-3}}$$

$$\left[CH_3NH_{3(aq)}^{+}\right]_f = 9{,}55 mol/m^3$$

$$\left[CH_3NH_{3(aq)}^{+}\right]_f = 9{,}55 \times 10^{-3} mol/L$$

$$\left[NH_{4(aq)}^{+}\right] = 15 - \left[CH_3NH_{3(aq)}^{+}\right] = 15 - 9{,}55 = 5{,}45 mol/m^3$$

$$\left[NH_{4(aq)}^{+}\right] = 5{,}45 \times 10^{-3} mol/L$$

$\left[CH_3NH_{3(aq)}^{+}\right] = \frac{x_f}{V}$ ومنه $x_f = V\left[CH_3NH_{3(aq)}^{+}\right]$.

$$x_f = 9{,}55 \times 10^{-4} mol$$

$$\left[NH_{3(aq)}\right]_f = \frac{x_f}{V} = 9{,}55 \times 10^{-3} mol/L$$

$$\left[CH_3NH_{2(aq)}\right]_f = \frac{n_1 - x_f}{V} = \frac{10^{-3} - 9{,}55\times10^{-4}}{10^{-1}}$$

$$\left[CH_3NH_{2(aq)}\right]_f = 4{,}5 \times 10^{-4} mol/L$$

5) أحسب ثابتة التوازن.

$$K = \frac{\left[CH_3NH_{3(aq)}^{+}\right]_f\left[NH_{3(aq)}\right]_f}{\left[CH_3NH_{2(aq)}\right]_f\left[NH_{4(aq)}^{+}\right]_f} = \frac{(9{,}55\times10^{-3})^2}{4{,}5\times10^{-4}\times5{,}45\times10^{-3}}$$

$K = 37{,}1$.

<u>التمرين(16)</u>

1) معادلة التفاعل الحاصل.

$CH_3COO_{(aq)}^{-} + NH_{4(aq)}^{+} = CH_3COOH_{(aq)} + NH_{3(aq)}$.

2) عبارة ثابت التوازن K لهذا التفاعل .

$K = \frac{\left[CH_3COOH_{(aq)}\right]_f\left[NH_{3(aq)}\right]_f}{\left[CH_3COO_{(aq)}^{-}\right]_f\left[NH_{4(aq)}^{+}\right]_f}$.

3) الثنائيات أساس/حمض المشاركة في هذا التفاعل.

$\left(CH_3COOH_{(aq)}/CH_3COO_{(aq)}^{-}\right)$ و $\left(NH_{4(aq)}^{+}/NH_{3(aq)}\right)$.

4) أعط عبارة ثابت الحموضة K_{a1} و K_{a2} لكل ثنائية بدلالة التراكيز عند التوازن

$K_{a1} = \frac{\left[NH_{3(aq)}\right]_f\left[H_3O_{(aq)}^{+}\right]_f}{NH_{4(aq)}^{+}}$.

$$. K_{a2} = \frac{[CH_3COO^-_{(aq)}]_f [H_3O^+_{(aq)}]_f}{[CH_3COOH_{(aq)}]_f}$$

5) عبارة الثابت K بدلالة K_{a1} و K_{a2} واحسب قيمتها عند 25^0C .

$$K = \frac{[CH_3COOH_{(aq)}]_f [NH_{3(aq)}]_f [H_3O^+_{(aq)}]_f}{[CH_3COO^-_{(aq)}]_f [NH^+_{4(aq)}]_f [H_3O^+_{(aq)}]_f}$$

$$. K = \frac{K_{a1}}{K_{a2}}$$

$$. K = \frac{10^{-pK_{a1}}}{10^{-pK_{a2}}} = 10^{pK_{a2} - pK_{a1}} = 10^{-4,4} = 3,98 \times 10^{-5}$$

6) استنتج هل التحول تام أم محدود.

بمأن $K < 10^4$ فإن التفاعل محدود .

التمرين(1)

في المعلم $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ ليكن المتحرك M الذي شعاع موضعه عند اللحظة t يعطى بالعلاقة :

$\vec{r} = (3t-2)\vec{\imath} + (5t^2+4)\vec{\jmath}$ ، حيث تقدر الأبعاد بالمتر و الزمن بالثانية .

1) أوجد شدة شعاع السرعة اللحظية ثم أحسب قيمتها عند اللحظة $t = 3s$.
2) أوجد قيمة التسارع .

التمرين(2)

ينتقل متحرك نقطي عبر معلم متعامد و متجانس احداثياته عبر المحورين (ox) و (oy) هي :

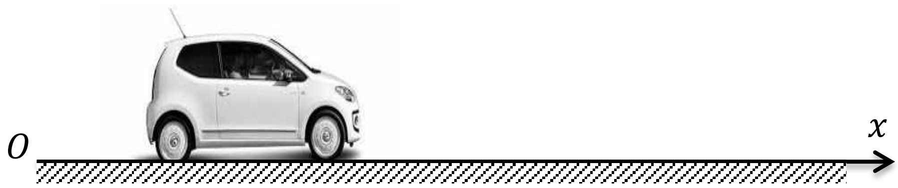
$x = 3sin2\pi t$ و $y = 3cos2\pi t$.

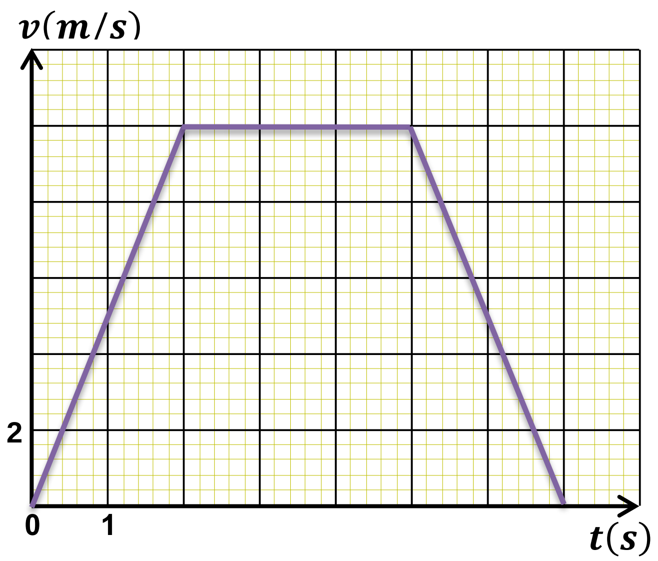
حيث x و y مقدرتان بالمتر و الزمن t بالثانية.

1) أحسب مقدار السرعة و التسارع.
2) أوجد معادلة المسار $y = f(x)$ ، ثم مثلها بيانيا ، مستنتجا طبيعة الحركة.

التمرين(3)

تتحرك سيارة على طريق مستقيم يعطى مخطط السرعة بدلالة الزمن t .





1) حدد مراحل وطبيعة الحركة في كل مرحلة .
2) أحسب قيمة التسارع في كل مرحلة .
3) أوجد المعادلة الزمنية للحركة في المرحلة الأولى .

التمرين(4)

تنزلق كرية كتلتها $m = 50g$ بدون احتكاك ، فوق مستوى مائل بزاوية $\alpha = 40^0$ بالنسبة للخط الأفقي أنظر الشكل.

تنطلق الكرية من النقطة A بدون سرعة ابتدائية وتصل إلى النقطة B بسرعة $v_B = 16\, m/s$.

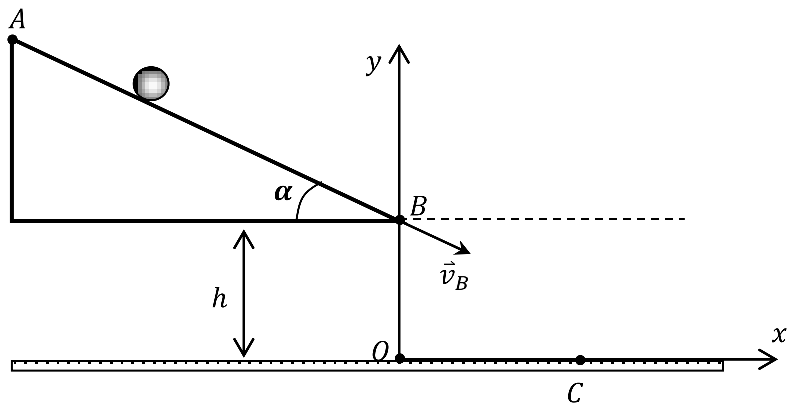
نعطي: $g = 10\, m/s^2$.

i. الجزء الأول : دراسة حركة الكرية على الجزء AB .
   1) مثل القوى المطبقة على الكرية.
   2) أوجد المسافة AB .

ii. الجزء الثاني : دراسة سقوط الكرية على الجزء BC في المعلم (O, x, y) .

نهمل تأثير الهواء في هذا الجزء . نعطي الارتفاع h للمستوى المائل بالنسبة لسطح الأرض $h = 5{,}0\, m$.

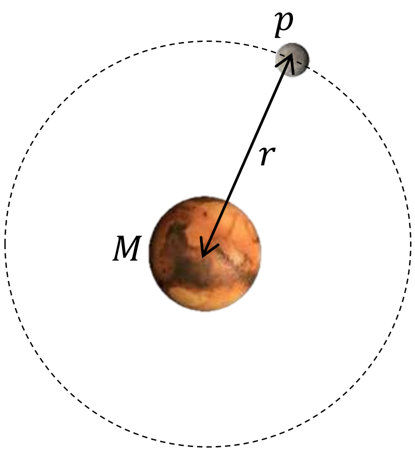
1) أكتب العبارات الحرفية للمعادلات الزمنية $v_x(t)$ و $v_y(t)$ و $x(t)$ و $y(t)$.
2) استنتج معادلة المسار $y(x)$.
3) تسقط الكرية على سطح الارض عند النقطة C . أوجد المسافة OC .
4) ماهي مدة وصول الكرية الى النقطة C ؟ .
5) أحسب سرعة الكرية عندما تصل إلى النقطة C .



التمرين(5)

i. المريخ $Mars\ (M)$ هو الكوكب الرابع في البعد عن الشمس ويعتبر كوكبا صخريا شبيها بالأرض و يدعى كذلك بالكوكب الأحمر نسبة إلى أكسيد الحديد الثلاثي الموجود على سطحه وفي جوه.

يملك كوكب المريخ قمران :ديموس وفوبوس يدوران حوله في حركة دائرية ، و لاعتقاد العلماء أن هذا الكوكب يحتوي على الماء قاموا بوضع محطة لأجهزة الاتصالات مع الأرض على أحد أقمار هذا الكوكب و هو فوبوس $phobos\ (p)$.



1) ماهو المرجع المناسب لهذه الدراسة ؟عرفه.
2) مثل على الشكل القوة التي يطبقها كوكب المريخ M على قمر فوبوس p .
3) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين أن حركة مركز عطالة هذا القمر دائرية منتظمة.
4) استنتج عبارة سرعة دوران القمر p حول المريخ M .
5) جد عبارة دور حركة القمر T_p حول المريخ بدلالة المقادير r ، G ، m_M .
6) أذكر نص القانون الثالث لكبلر و بين أن النسبة:

$\frac{T_p^2}{r^3} = 9{,}21 \times 10^{-13} s^2 . m^{-3}$. ثم استنتج قيمة T_p .

7) أين يجب وضع محطة الاتصالات (S) لتكون مستقرة بالنسبة للمريخ؟ وما قيمة T_S دور المحطة في مدارها حينئذ؟ .

ii. قصد معرفة عمر البحيرة الجوفية المتجمدة الموجودة في باطن المريخ أحضر رواد المركبة صخورا تحتوي على أنوية البوتاسيوم ${}^{40}_{19}K$ المشعة طبيعيا نصف عمرها $t_{1/2} = 1{,}3 \times 10^9 ans$.
والتي تتحول إلى أنوية الأرغون ${}^{40}_{18}Ar$.

1) عرف النواة المشعة.
2) أكتب معادلة التفكك النووي الحادث لنواة البوتاسيوم ${}^{40}_{19}K$ محددا نمط التفكك.
3) حدد قيمة λ ثابت النشاط الإشعاعي للبوتاسيوم.
4) تحليل عينة من هذه الصخور عند لحظة t وجد أنها تحتوي على $N_K = 4{,}49 \times 10^{19}$ نواة من البوتاسيوم و $N_{Ar} = 1{,}29 \times 10^{17}$ نواة من الأرغون . حدد قيمة t عمر صخور هذه البحيرة.

يعطى: كتلة المريخ: $m_M = 6{,}44 \times 10^{23} kg$ ، المسافة بين المريخ والقمر $r = 9{,}38 \times 10^3 km$

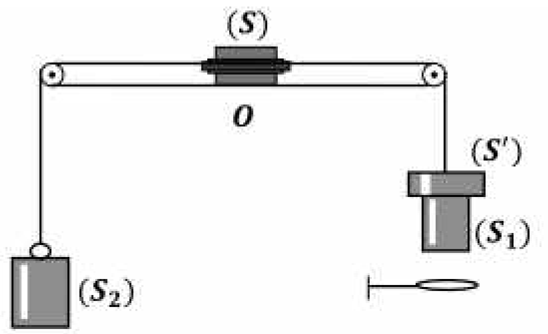
ثابت التجاذب الكوني $G = 6{,}67 \times 10^{-11} N.m^2.kg^{-2}$ ، دور حركة المريخ $T_M = 24h37min22s$.

التمرين(6)

تمثل الجملة الكيميائية المبينة في الشكل مستويا أفقيا أملسا يستلقي عليه جسم (S) كتلته $m = 100\ g$ مربوط بخيطين يمران على محزي بكرتين مهملتي الكتلة .يتصل بالطرف الآخر للخيط الأول جسم (S_1) كتلته $m_1 = 300\ g$ يستند عليه جسم مجنح (S') كتلته $m' = 200\ g$ وينتهي الخيط الآخر بجسم (S_2) كتلته $m_2 = 400\ g$

توضع حلقة مفرغة على بعد $72cm$ من الجسم المجنح تسمح بمرور الجسم (S_1) لوحده فقط.

تترك الجملة حرة الحركة بدون سرعة ابتدائية.



1) أوجد عبارة تسارع الجملة قبل اصطدام الجسم (S') بالحلقة المفرغة ثم احسبه.
2) احسب زمن هذا الطور، وما سرعة الجسم المجنح عندئذ؟
3) احسب توتري الخيطين خلال هذا الطور.
4) ما طبيعة حركة الجملة بعد اصطدام الجسم المجنح بالحلقة المفرغة؟ أحسب تسارعها.
5) ما هي المسافة التي تقطعها الجملة خلال هذا الطور الثاني؟
6) ما هو زمن هذا الطور؟
7) ما هو الزمن الذي تستغرقه الكتلة m منذ بداية حركتها من O وحتى العودة إليها؟ .

يعطى: $g = 10\ m.s^{-2}$.

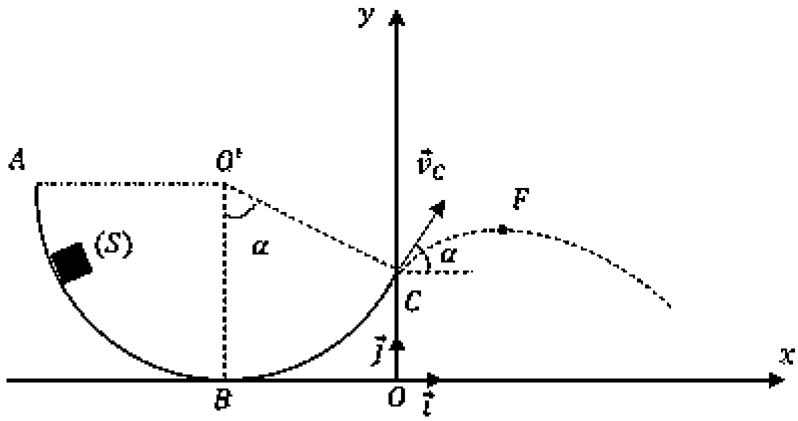
التمرين(7)

يمكن لجسم صلب (S) كتلته $m = 0{,}2\ kg$ أن ينزلق على مسار دائري نصف قطره $r = 0{,}9\ m$ ومركزه O' . نضع الجسم (S) على المسار عن النقطة A ونتركه بدون سرعة ابتدائية، فيصل إلى النقطة C بسرعة $v_C = 3\ m/s$ حيث $\alpha = 60°$.

1) بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين A و C بين أن حركة (S) على المسار الدائري تتم بدون احتكاك.

2) بين أن: $v_B = \sqrt{2g.r}$.

3) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، أوجد عبارة شدة القوة $\vec{R}$ المطبقة من طرف سطح التماس على الجسم في النقطة B بدلالة m و g .ثم أحسب قيمتها.



4) انطلاقا من النقطة C يغادر الجسم (S) المسار الدائري عند لحظة $t = 0$ ، ليسقط عند نقطة تنتمي للمحور الأفقي المار من B .

أ) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن .أوجد المعادلات الزمنية للحركة .ثم استنتج معادلة مسار الحركة.

ب) حدد إحداثيي الذروة F.

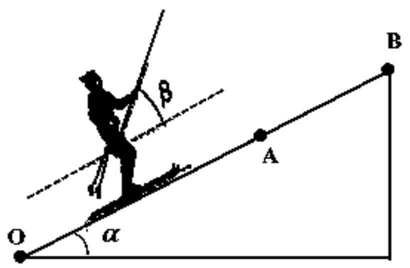
يعطى: $g = 10\ m/s^2$.

التمرين(8)

يطبق جهاز الجر على متزحلق على الثلج قوة ثابتة شدتها $F = 400N$ بواسطة حبل، فيصعد المتزحلق منحدرا مائلا بزاوية $\alpha = 25^0$ بالنسبة للمستوى الأفقي .نعتبر النقطة O مبدأ للمعلم . يمر المتزحلق من النقطة O عند اللحظة $t = 0$ بسرعة $v_0 = 2m/s$.

كتلة المتزحلق و لوازمه : $m = 70Kg$ ، $g = 10N/kg$.

علما أن الحبل يكون زاوية $\beta = 22^0$ مع خط الميل الأعظم و أن الاحتكاكات مكافئة لقوة $\vec{f}$ عكس اتجاه الحركة وشدتها $f = 10N$.



1) اجرد القوى الخارجية المطبقة على المتزحلق و لوازمه، و مثلها .

2) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، حدد طبيعة حركة المتزحلق، و احسب تسارعه .

3) يصل المتزحلق إلى النقطة A بسرعة $v_A = 10m/s$ ، احسب المسافة OA .

4) احسب الشدة f' لقوة الاحتكاك لتكون حركة المتزحلق مستقيمة منتظمة بين الموضعين A و B .

احسب المسافة AB ، علما أن المدة الزمنية المستغرقة لقطعها هي $t = 11s$.

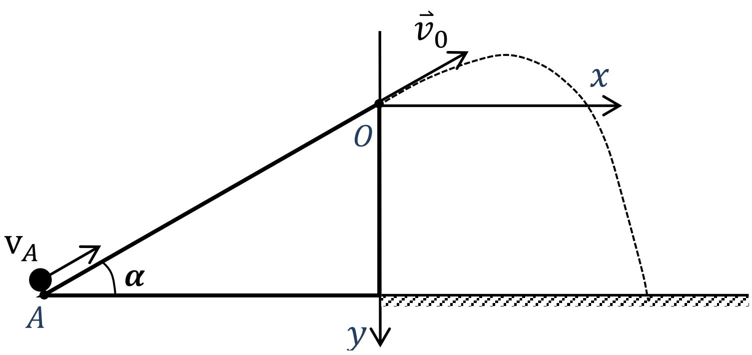
التمرين(9)

جسم نعتبره نقطي كتلته $m = 1,5kg$ ، يقذف من النقطة A بسرعة $v_A = 20m/s$ وفق خط الميل الأعظمي لمستوى مائل بزاوية $\alpha = 30^0$ عن الخط الأفقي لمستوى الأرض ، والذي طوله $OA = 30m$.

1) ادرس طبيعة حركة الجسم على المسار (OA) ، بإهمال قوى الاحتكاك .

2) احسب السرعة v_0 عند النقطة O .

3) عند الوصول إلى (O) ، يؤدي الجسم سقوطا منحنيا .



أ- ادرس حركة الجسم على المحورين (Ox, Oy) واستنتج معادلة المسار $y = f(x)$.
ب- أوجد إحداثية نقطة المدى على سطح الأرض .
ج-أوجد ارتفاع الذروة بالنسبة لسطح الأرض .

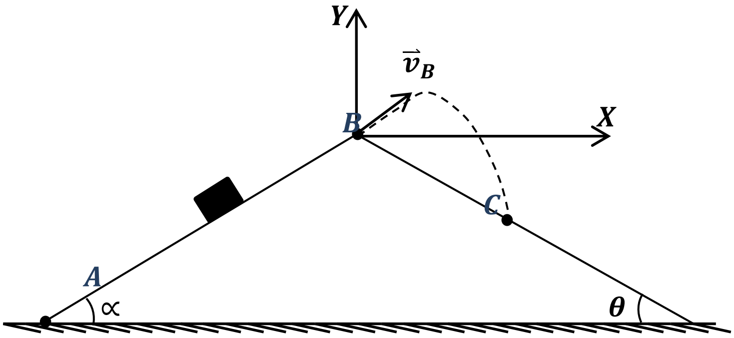
$g = 10N/kg$

التمرين(10)

i. نقذف جسم صلب (S) كتلته $m = 100g$ بسرعة ابتدائية $v_0 = 5m/s$ من النقطة (A) على خط الميل الأعظم لمستوى مائل يصنع زاوية $\alpha = 30^0$ مع الأفق بحيث يخضع الجسم إلى قوة احتكاك $\vec{f}$ ثابتة ومعاكسة لجهة الحركة قيمتها $f = 0{,}1N$.

1) مثل كل القوى المطبقة على الجسم.
2) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:
- أكتب عبارة التسارع a بدلالة α و g ، f ، m .
- حدد طبيعة حركة الجسم .
- بين أن شدة القوة $\vec{R}$ المطبقة من طرف المستوى AB تكتب كالتالي : $R = mg\sqrt{\cos^2\alpha + \left(\frac{a}{g} + \sin\alpha\right)^2}$

ii. يغادر الجسم المستوى المائل AB عند النقطة B ليسقط عند النقطة C من منحدر ثاني يصنع مع المستوى الأفقي الزاوية $\theta = 30^0$.

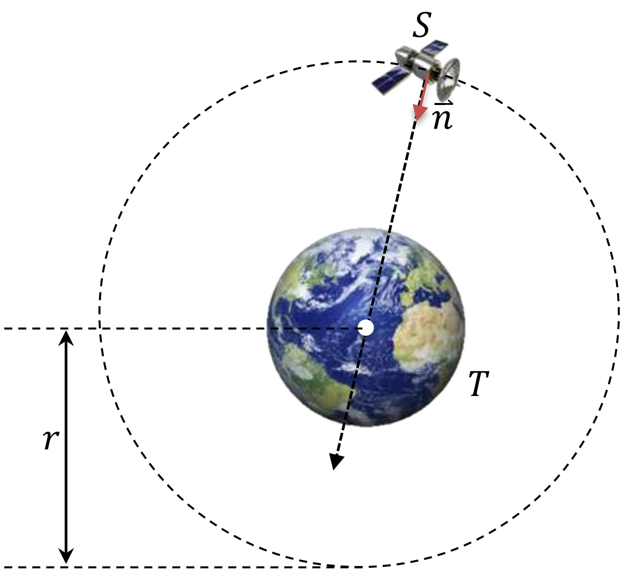


1) أحسب سرعة الجسم عند النقطة B .
2) أكتب معادلة مسار الجسم بعد مغادرته النقطة B .
3) أحسب المسافة BC .
4) حدد خصائص شعاع السرعة عند النقطة C

تعطى: $g = 10m/s^2$ ، $AB = 2m$.

التمرين(11)

يدور قمر اصطناعي(S) كتلته m حول الأرض بحركة دائرية منتظمة، نصف قطر المسار الدائري هو r و مركز مساره هو مركز الأ رض.



معطيات:

كتلة الأرض : $M_T = 5{,}97 \times 10^{24} kg$.

ثابت الجذب العام : $G = 6{,}67 \times 10^{-11} S.I$.

نصف قطر المسار الدائري : $r = 2{,}66 \times 10^4\ km$.

1) مثل قوة الجذب العام $\vec{F}_{T/S}$ التي تطبقها الأرض على القمر الاصطناعي و أكتب عبارة الشدة $F_{T/S}$ بدلالة M_T و m و G و r .
2) باستعمال التحليل البعدي لثابت الجذب العام ، أعط وحدة G في النظام العالمي للوحدات.

3) بين أن عبارة السرعة الخطية للقمر الاصطناعي في المرجع المركزي الأرضي هو : $v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}$.

4) أكتب عبارة السرعة v بدلالة r و T دور القمر الاصطناعي.

5) استنتج عبارة تعبير دور القمر الاصطناعي T بدلالة M_T و G و r .

6) بين أن النسبة $\frac{T^2}{r^3}$ ثابتة بالنسبة لأي قمراصطناعي يدور حول الأرض ، ثم أحسب قيمتها العددية محددا وحدتها في النظام العالمي للوحدات.

7) أحسب الدور المداري T لحركة القمر الاصطناعي. نأخذ $\pi^2 = 10$.

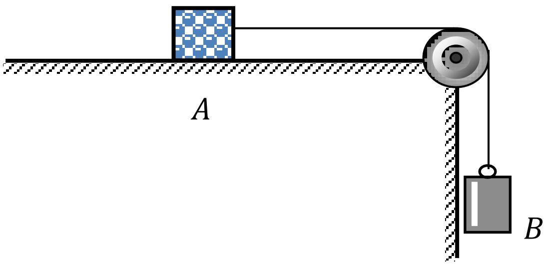
التمرين(12)

تتكون الجملة الممثلة في الشكل 2 من جسمين A و B كتلتاهما على الترتيب $m_A = 350g$ و $m_B = 650g$.

نعتبر ان $g = 10m.s^{-1}$

الجسمان متصلان بخيط عديم الامتطاط ومهمل الكتلة يمر على محز بكرة مهملة الكتلة ، سمحت الدراسة التجريبية بحساب سرعات الجسم A عند لحظات زمنية مختلفة t ، فتحصلنا على النتائج التالية :

$t\,(ms)$	0	40	80	120	160	200
$V\,(m.s^{-1})$	؟	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40



1) ارسم البيان $V = f\,(t)$.

2) باستغلال البيان :

أ- استنتج طبيعة حركة مركز عطالة الجسم A ، ثم اوجد تسارعه.

ب- هل بدات الجملة حركتها من السكون ام بسرعة ابتدائية ؟

3) يخضع الجسم لقوة احتكاك $\vec{f}$ على المستوى الأفقي نعتبرها ثابتة الشدة ومعاكسة لجهة الحركة .

أ- مثل كل القوى المؤثرة على الجملة .

ب- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، احسب شدة قوة الاحتكاك.

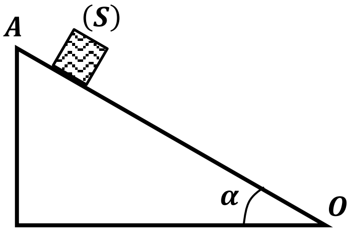
4) ينقطع الخيط الرابط بين الجسمين عند اللحظة $t = 200ms$

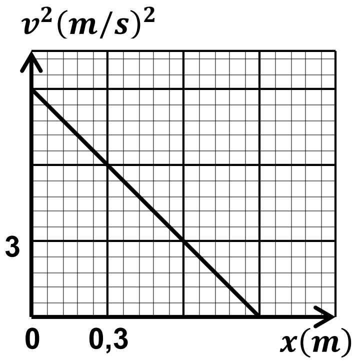
أ- ادرس طبيعة حركة الجسمين بعد انقطاع الخيط .,

ب- ماهي المسافة التي يقطعها الجسم A حتى يتوقف .

ج-ارسم مخطط التسارع للجسم B قبل وبعد انقطاع الخيط بدلالة الزمن .

التمرين(13)





من نقطة O (نعتبرها مبدأ للفواصل) ندفع جسم (S) كتلته $m = 100\ g$ بسرعة ابتدائية v_0 على طول مستو مائل عن الأفق بزاوية α (قوى الاحتكاك مهملة)

1- يمثل البيان التالي تغيرات مربع سرعة الجسم (v^2) بدلالة الفاصلة x

أ/ أدرس حركة الجسم على المستوى المائل.

ب/ أكتب العلاقة النظرية بين v^2 و x .

جـ/ باستغلال البيان استنتج: قيمة كل من α و v_0 .

2- باعتبار وجود قوى احتكاك تكافىء قوة وحيدة شدتها f .

أ/ أوجد عبارة التسارع a' للجسم في هذه الحالة.

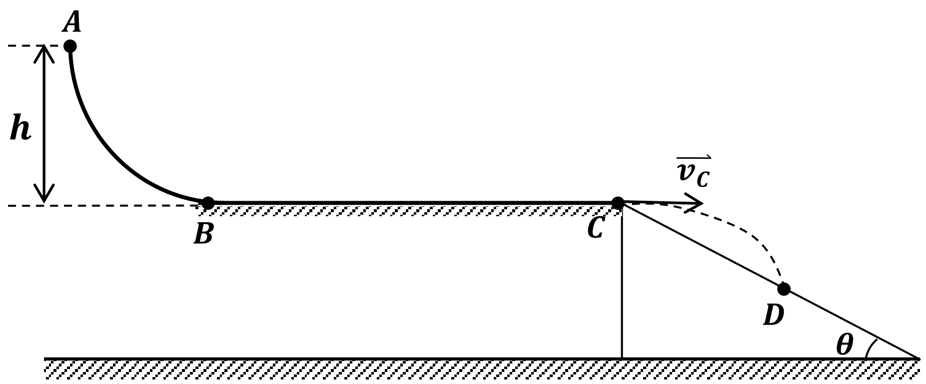
ب/ إذا اكتسب الجسم طاقة الحركية قدرها $0,2j$ بعد قطعه مسافة $x = 0,4\ m$

أحسب شدة قوة الاحتكاك . $g = 10\ m/s^2$.

التمرين(14)

نهمل جميع الاحتكاكات ، ونأخذ $g = 10\ m/s^2$.

يترك جسم بدون سرعة ابتدائية من قمة منحدر من الموضع A على ارتفاع $h = 5m$ عن مستوى أفقي BC ، يغادر



الجسم المستوى الأفقي BC عند النقطة C ليسقط عند النقطة D من منحدر ثاني يصنع مع المستوى الأفقي الزاوية $\theta = 30^0$ ....(الشكل) .

1) أحسب سرعة الجسم عند النقطة B .

2) أكتب معادلة مسار الجسم بعد مغادرته النقطة C .

3) أحسب المسافة CD .

تمرين (15)

يتوفر كوكب" المشتري « $Jupiter$ » على أربعة أقمار تدور حوله وهي:

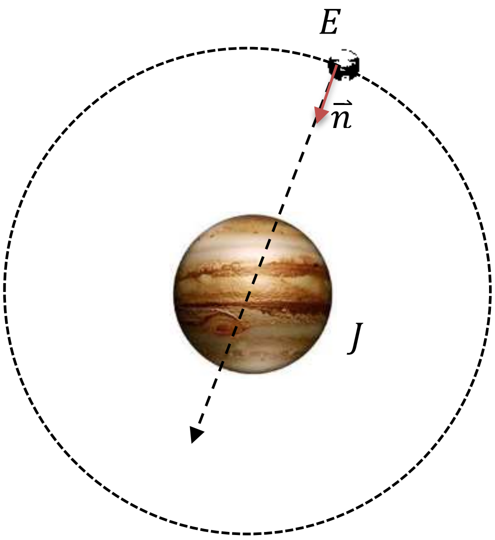
Io و $Europe$, $Ganymène$, $Gallisto$.

ندرس حركة القمر $Europ$ الذي نعتبره مساره دائريا.

نعطي : $G = 6,67.10^{-11}\ SI$ ثابت الجذب العام.

كتلة كوكب المشتري هي $M_J = 1,9.10^{27} kg$.

نصف قطر مدار القمر $Europ$ $r = 6,7.10^5\ km$.



1) مثل على الشكل شعاع سرعة القمر $Europe$ $\vec{v}$ وكذا شعاع قوة الجذب العام $\vec{F}_{J/E}$. التي يطبقها كوكب المشتري على القمر $Europ$.

2) أكتب عبارة القوة $\vec{F}_{J/E}$ بدلالة $\vec{n}$ و m_E كتلة القمر $Europ$ و M_J و G و r .

3) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القمر $Europ$ بين أن حركته منتظمة .
4) حدد عبارة سرعته v . احسب السرعة v للقمر $Europ$.
5) استنتج قيمة السرعة الزاوية ω للقمر $Europ$.
6) استنتج الدور T لحركة $Europ$ أي المدة اللازمة لإنجاز دورة كاملة حول المشتري.
7) أثبت قانون كيبلر الثالث : $\frac{T^2}{r^3} = K = cte$ بالنسبة لجميع أقمار كوكب المشتري.
8) دور حركة القمر $"Io"$ هو $T_{IO} = 1j\ 18h18\ min$. حدد نصف قطر مداره .

التمرين(16)

تسمح المعادلة التفاضلية : $\frac{dy}{dt} + \alpha y = \beta$ (1) بوصف عدد كبير من الظواهر الفيزيائية المتغيرة خلال الزمن مثل الشدّة ، التوتر ، السرعة ، النشاط الإشعاعي **....** إلخ

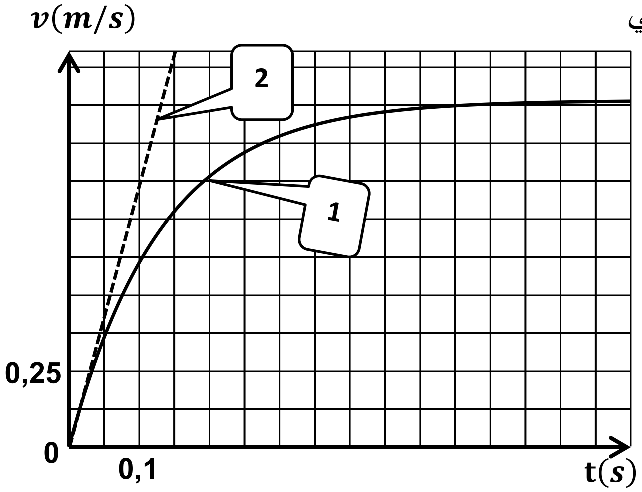
نذكر أن هذه المعادلة رياضيا تقبل على الخصوص الحل : $(2)\ \ y(x) = A + Be^{-\alpha x}$

حيث A و B ثابتان يحددان من الشروط الابتدائية.

استغلت حركة سقوط كرة معدنية ، كتلتها m ، في مائع كتلته الحجمية ρ_f ، بواسطة برمجية خاصة التي سمحت برسم تطور سرعة مركز العطالة بدلالة الزمن ، فتمّ الحصول على المنحنى البياني رقم 1 الموضح في الشكل المقابل والذي معادلته: $v(t) = 1{,}14\left(1 - e^{-\frac{t}{0{,}132}}\right)$

i. استغلال المنحنى البياني ومعادلته:

1) أذكر مع التعليل صحة أو خطأ العبارات التالية: المعنى الفيزيائي للمنحنى البياني رقم 2 هو:
أ- مخطط سرعة الكرة عند اهمال قوى الاحتكاك.
ب- مخطط سرعة الكرة عند إهمال دافعة أرخميدس .
ج- تسارع الكرة لحظة تحررها.
2) هل معادلة المنحنى البياني تتطابق مع المعادلة رقم (2) .
3) حدّد قيمتي الثابتين A و B .
4) أثبت أن المعادلة التفاضلية التي تحققها سرعة الكرة هي :
$\frac{dv}{dt} + 7{,}58v = 8{,}64$ ثمّ عيّن قيمتي α و β .



ii. دراسة الظاهرة الفيزيائية:

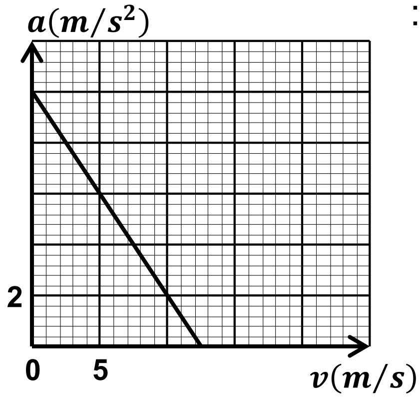
- الكرة المستعملة في تحقيق الدراسة هي كرة من فولاذ كتلتها $m = 32\ g$ وحجمها V .
- تسارع الجاذبية في مكان الدراسة هو: $g = 9{,}8m/s^2$.
- تعطى قوى الاحتكاك المطبقة على الكرة بالعبارة : $\vec{f} = -K\vec{v}$

1) أحص ثم مثّل القوى المطبقة على الكرة أثناء سقوطها .
2) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرة ، وباعتبار المحور الشاقولي موجها نحو الأسفل ، أثبت أن المعادلة التفاضلية المتعلقة بالسرعة تحقق العلاقة : $\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}v = \left(1 - \frac{\rho_f V}{m}\right) g$ (3) .
3) بالمطابقة بين المعادلتين (1) و(3) ماهي العبارة الحرفية للمعامل β ، ثمّ حدّد قيمة دافعة أرخميدس التي تخضع لها الكرة ؟

التمرين(17)

يسقط مظلي كتلته مع تجهيزه $m = 100\ kg$ سقوطا شاقوليا ابتداء من نقطة O بالنسبة لمعلم أرضي دون سرعة ابتدائية، يخضع أثناء سقوطه لتأثير قوة احتكاك بالهواء عبارتها $f = k.v$ (تُهمل افعة أرخميدس)

يمثل البيان التالي تغيرات التسارع a بدلالة السرعة v لحركة المظلي



1) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين أن المعادلة التفاضلية لحركة المظلي تكتب بالشكل:
$\frac{dv}{dt} = A.v + B$ حيث A و B ثابتان يُطلب تعيين عبارتيهما
2) عين بيانيا قيمتي: - شدة مجال الجاذبية الأرضية (g) ، - السرعة الحدية (v_L) .
3) تتميز الحركة السابقة بقيمة المقدار k/m : حدد وحدة هذا المقدار واحسب قيمته من البيان.
4) أحسب قيمة الثابت k .
5) مثل كيفيا تغيرات سرعة المظلي بدلالة الزمن في المجال $[0\,;7s]$

التمرين(18)

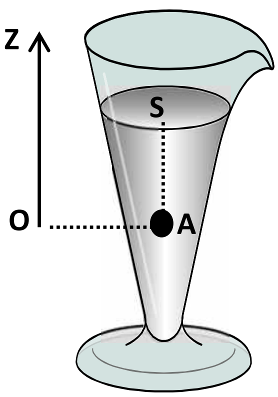
في اللحظة $t = 0$ ومن النقطة A الواقعة في المستوى الأفقي المار من 0 انطلقت فقاعة غاز CO_2 دون سرعة ابتدائية من كأس به مشروب غازي شاقوليا نحو السطح الساكن S.

لهذه الفقاعة حجم $V = 0{,}1cm^3$ (نفرض انه ثابت أثناء الصعود)

الكتلة الحجمية لغاز CO_2 : $\rho_g = 1{,}8kg/m^3$.

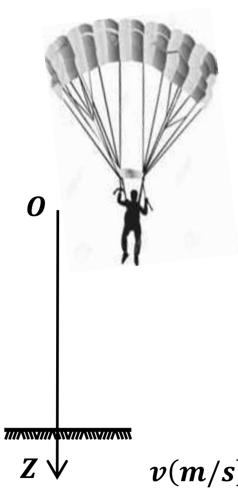
الكتلة الحجمية للمائع (المشروب الغازي) : $\rho_f = 1{,}05 \times 10^3 kg/m^3$.

من بين القوى المؤثرة على الفقاعة قوة الاحتكاك $\vec{f} = -k\vec{v}$ حيث v سرعة مركز عطالة الفقاعة .



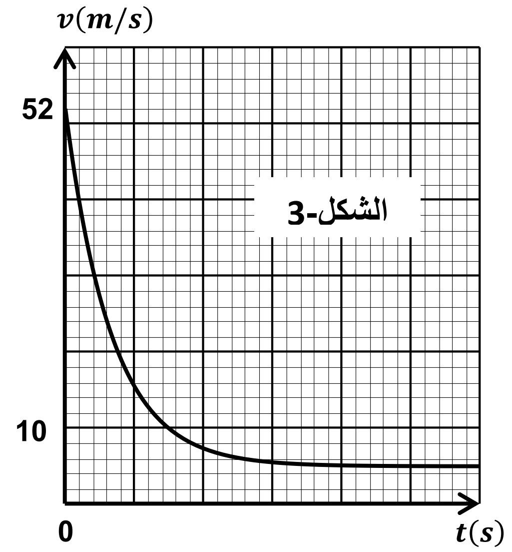
1) مثل على الشكل القوى المطبقة على الفقاعة .
2) بين أنه يمكن إهمال قوة الثقل أمام دافعة أرخميدس .
3) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين أن المعادلة التفاضلية لسرعة الفقاعة تكتب بالشكل :
$\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau}v = B$ حيث يطلب إيجاد عبارة كل من τ و B . ماهو المعنى الفيزيائي لـ B ؟
4) أوجد عبارة السرعة الحدية v_L .
5) بين أن $v(t) = v_L\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية السابقة .
6) أحسب قيمة k إذا كان $v_L = 15m/min$.

التمرين(19)



يقفز مظلي كتلته بلوازمه $m = 150kg$ بدون سرعة ابتدائية من طائرة مروحية ثابتة في مكانها على ارتفاع h من سطح الأرض. يفتح المظلي مظلته عندما تبلغ سرعته القيمة $v = 52m/s$ عند لحظة نعتبرها مبدأ للزمن ، فتأخذ الجملة (S)المتكونة من المظلي و لوازمه حركة شاقولية نحو الأسفل.
ندرس حركة الجملة(S) في المعلم $(O\vec{K})$ الموجه شاقوليا نحو الأسفل والذي نعتبره غاليليا. يطبق الهواء على الجملة(S) قوة احتكاك شدتها $f = k\, v^2$ حيث k هو ثابت الاحتكاك و v سرعة المجموعة . نهمل دافعة أرخميدس.
يمثل المنحنى تغيرات السرعة بدلالة الزمن بعد فتح المظلة. الشكل -3

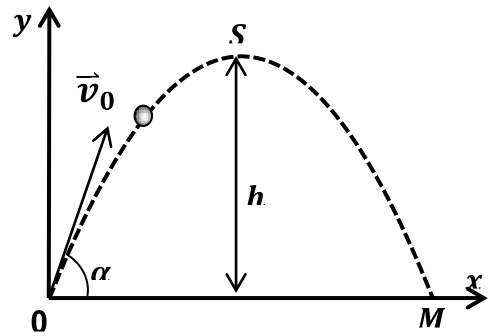
1) بين ان المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة تكتب على الشكل: $\frac{dv}{dt} = g(1 - \frac{v^2}{\alpha^2})$
ثم حدد عبارة α بدلالة m ، g ، k .



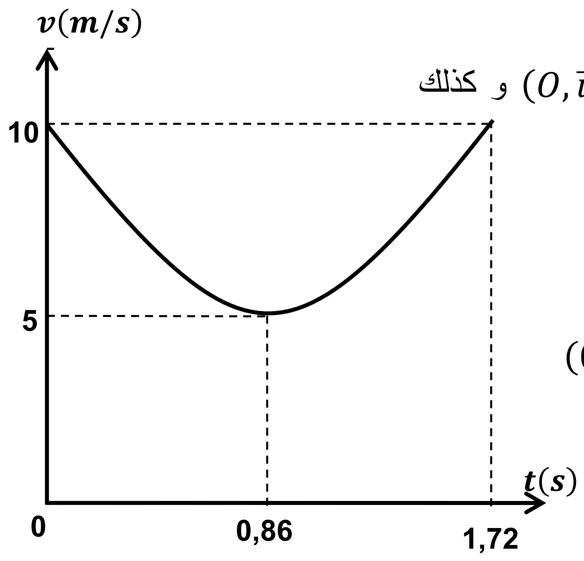
2) اختر الجواب الصحيح مع التعليل:
يمثل المقدار α :
- ✓ سرعة الجملة (S) عند اللحظة $t = 0$.
- ✓ تسارع حركة الجملة (S) .
- ✓ السرعة الحدية للجملة (S).
- ✓ تسارع الجملة (S) في النظام الدائم .

3) حدد قيمة α ، و استنتج قيمة k محدد وحدته في النظام العالمي للوحدات
$g = 10\, m/s^2$

التمرين(20)



بسرعة ابتدائية $\vec{v}_0$ من نقطة O كما هو مبين على الشكل المقابل.
نعتبر أن حركة الجسم تنتمي للمستوي $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ و تدرس بالنسبة للمرجع الأرضي الذي نعتبر مرجعا عطاليا.
نهمل كل من مقاومة الهواء و دافعة أرخميدس. تعطى عبارة شعاع الموضع و كذلك عبارة شعاع السرعة عند اللحظة $t = 0\, s$ في المعلم المبين على الشكل بـ :
$$\vec{v}_0 = v_{0x}\vec{\imath} + v_{0y}\vec{\jmath} \quad \text{و} \quad \overrightarrow{OG_0} = 0\vec{\imath} + 0\vec{\jmath}$$
يمثل البيان الموالي تغيرات قيمة سرعة القذيفة بدلالة الزمن بين الوضعين (O) و (M) .



1) مثل القوى الخارجية المؤثرة على الجسم الصلب .
2) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بيّن طبيعة الحركة بالنسبة للمحور $(O,\vec{\imath})$ و كذلك بالنسبة للمحور$(O,\vec{\jmath})$
3) أوجد من البيان :
أ- القيمة v_0 لشعاع السرعة $\vec{v}_0$.
ب-القيمة v_{0x} للمركبة على $(O,\vec{\imath})$ لشعاع السرعة $\vec{v}_0$.
ج- استنتج قيمة كل من الزاويةαالتي قذف بها الجسم وقيمة v_{0y}.
4) مثل كل من$v_x(t)$ و $v_y(t)$ في المجال الزمني$(0 \le t \le 1{,}72)$
5) استنتج من المنحنيين كل من المسافة الأفقية OM و الذروة h.

التمرين(21)

تستعمل الطائرات المروحية في بعض الحالات لإيصال مساعدات إنسانية إلى مناطق منكوبة يتعذر الوصول إليها.
تتحرك طائرة مروحية على ارتفاع $h_0 = 405m$ من سطح الأرض بسرعة أفقية $V_0 = 50\ m.s^{-1}$ ثابتة ، و تُسقط صندوق نعتبره نقطي عند اللحظة $t = 0$ انطلاقا من النقطة $A\ (\ 450m\ ,0\ )$ فيرتطم بالأرض عند النقطة T .
ندرس حركة الصندوق في معلم متعامد ومتجانس $R\ (O\ ,\vec{\imath}\ ,\vec{\jmath}\ )$ المرتبط بالأرض و الذي نعتبره غاليليا (شكل-3-)

I - نهمل في هذا الجزء تأثيرات الهواء :

1) أدرس طبيعة الحركة وأوجد المعادلتين الزمنيتين $x(t)$ و $y(t)$ في المعلم $(O\ ,\vec{\imath}\ ,\vec{\jmath}\ )$

2) بيّن أن معادلة المسار تعطى بالشكل :

$$y\ (x) =\ 2.10^{-3}\ x^2 - 1{,}8\ x\ + 405$$

3) أحسب لحظة ارتطام الصندوق بالأرض .

4) ما هي قيمة سرعة الصندوق لحظة ارتطامه بالأرض ؟

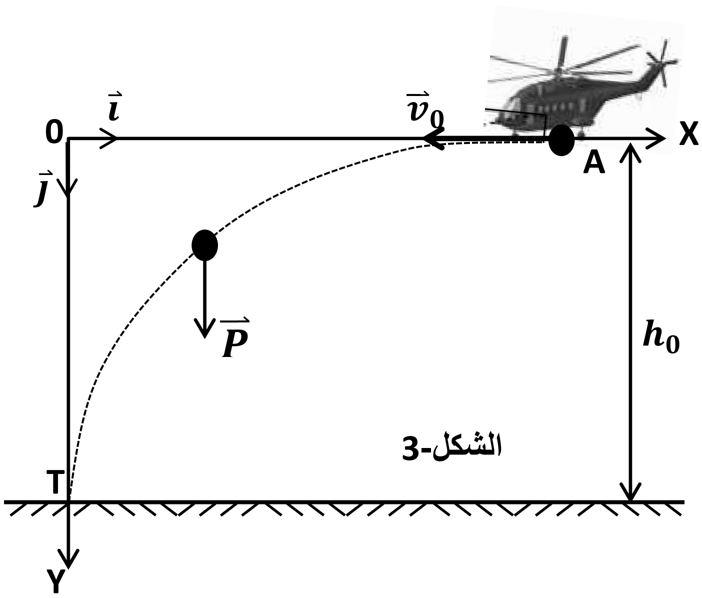
II - دراسة حركة السقوط الشاقولي في الهواء :

حتى لا تتلف محتويات الصندوق عند الارتطام بسطح الأرض تمّ ربطه بمظلة تمكنه من النزول ببطء ، حيث تبقى المروحية ساكنة على نفس الارتفاع h_0 عند النقطة A .(الشكل- 4 -)
يسقط الصندوق مع مظلته شاقوليا دون سرعة ابتدائية عند اللحظة $t = 0$ ، يطبق الهواء قوى احتكاك يعبر عنها بالعلاقة : $\vec{f} = -\ 100\vec{v}$ ، نهمل دافعة أرخميدس أثناء السقوط . تعطى كتلة الصندوق مع مظلته : $m = 150kg$

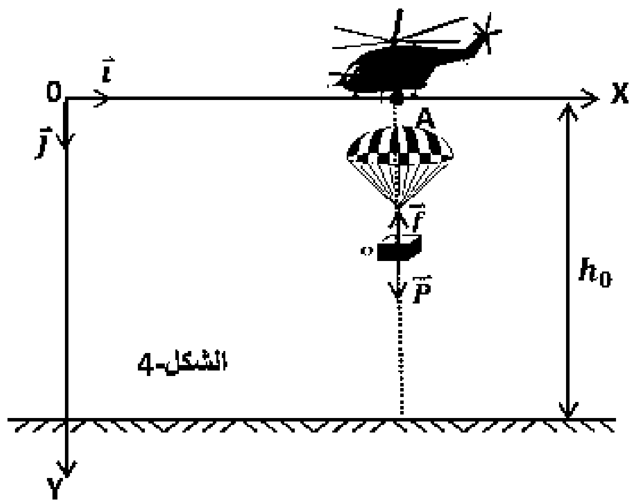
1) أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها سرعة مركز العطالة للمجموعة (صندوق + مظلة) .

2) استنتج السرعة الحدية V_{Lim} و الزمن المميز للسقوط τ .

3) أعط قيمة تقريبية لمدة النظام الانتقالي . $g\ =\ 10\ m/s^2$



الشكل-3



الشكل-4