★ الاشتقاقية ★

لتكن f دالة معرفة على مجال D_f من $\mathbb{R}$ وَ a عدد من D_f .

① الاشتقاقية

قابلية اشتقاق الدالة f عند a	$\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}=f'(a)$	
قابلية اشتقاق الدالة f على يمين a	$\lim\limits_{x\xrightarrow{>}a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}=f'_d(a)$	إذا كان $f'_d(a)=f'_g(a)$ فإن f قابلة للاشتقاق عند a
قابلية اشتقاق الدالة f على يسار a	$\lim\limits_{x\xrightarrow{<}a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}=f'_g(a)$	

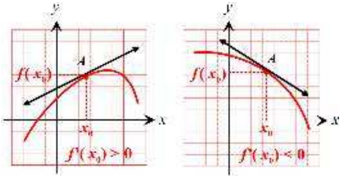
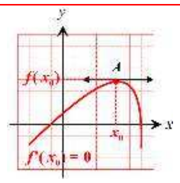
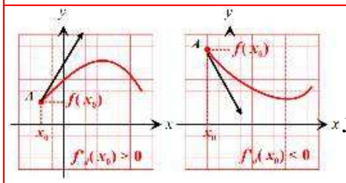
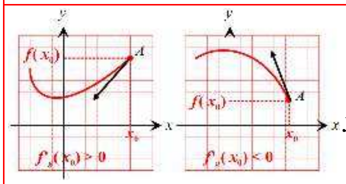
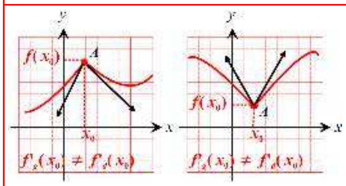
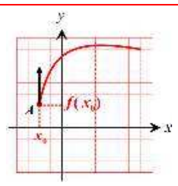
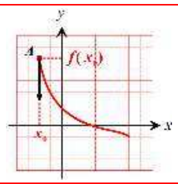
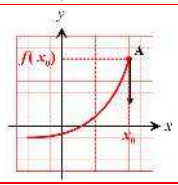
② مشتقات الدوال المألوفة

مجال قابلية الاشتقاق	$f'(x)$	$f(x)$
$\mathbb{R}$	0	a حيث $a\in\mathbb{R}$
$\mathbb{R}$	1	x
$\mathbb{R}$	a	$a\,x$
$\mathbb{R}$	$n.x^{n-1}$	x^n حيث $n\in\mathbb{N}^*-\{1\}$
$\mathbb{R}^*$	$\dfrac{-1}{x^2}$	$\dfrac{1}{x}$
$\mathbb{R}^*$	$\dfrac{-n}{x^{n+1}}$	$\dfrac{1}{x^n}$ حيث $n\in\mathbb{N}^*-\{1\}$
$]0;+\infty[$	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$\sqrt{x}$
$\mathbb{R}$	$-\sin x$	$\cos x$
$\mathbb{R}$	$\cos x$	$\sin x$
$\mathbb{R}$	$-a\sin(a\,x+b)$	$\cos(a\,x+b)$
$\mathbb{R}$	$a\cos(a\,x+b)$	$\sin(a\,x+b)$

③ المشتقات وَ العمليات على الدوال

الدالة	$u\pm v$	$a\,u$	$u\times v$	$\dfrac{1}{v}$	$\dfrac{u}{v}$	$\sqrt{u}$	u^n	$u\circ v$
الدالة المشتقة	$u'\pm v'$	$a\,u'$	$u'v-v'u$	$-\dfrac{v'}{v^2}$	$\dfrac{u'v-v'u}{v^2}$	$\dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$	$n\times u^{n-1}\times u'$ $n\in\mathbb{N}^*-\{1\}$	$v'.u'(v)$

④ التفسيرات الهندسية للاشتقاقية

النهاية	الاستنتاج	التفسير الهندسي
$\lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = a$	f تقبل الاشتقاق عند x_0 و $f'(x_0) = a$	(C_f) يقبل عند النقطة $A(x_0; f(x_0))$ مماساً معادلته: $y = f'(x_0)(x-x_0) + f(x_0)$ 
$\lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = 0$	f تقبل الاشتقاق عند x_0 و $f'(x_0) = 0$	(C_f) يقبل عند النقطة $A(x_0; f(x_0))$ مماساً موازي لمحور الفواصل معادلته: $y = f(x_0)$ 
$\lim\limits_{x \overset{>}{\to} x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = a$	f تقبل الاشتقاق على يمين x_0 و $f'_d(x_0) = a$	(C_f) يقبل عند النقطة $A(x_0; f(x_0))$ نصف مماس معادلته: $y = f'_d(x_0)(x-x_0) + f(x_0)$ 
$\lim\limits_{x \overset{<}{\to} x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = b$	f تقبل الاشتقاق على يسار x_0 و $f'_g(x_0) = b$	(C_f) يقبل عند النقطة $A(x_0; f(x_0))$ نصف مماس معادلته: $y = f'_g(x_0)(x-x_0) + f(x_0)$ 
$\lim\limits_{x \overset{<}{\to} x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} \neq \lim\limits_{x \overset{>}{\to} x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$	f لا تقبل الاشتقاق عند x_0 و $f'_g(x_0) \neq f'_d(x_0)$	(C_f) يقبل عند النقطة $A(x_0; f(x_0))$ نصفي مماسين حيث A تسمى نقطة زاوية . 
$\lim\limits_{x \overset{>}{\to} x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = +\infty$	f غير قابلة للاشتقاق على يمين x_0	(C_f) يقبل على يمين النقطة $A(x_0; f(x_0))$ نصف مماس عمودي موجه نحو الأعلى معادلته $x = x_0$. 
$\lim\limits_{x \overset{>}{\to} x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = -\infty$	f غير قابلة للاشتقاق على يمين x_0	(C_f) يقبل على يمين النقطة $A(x_0; f(x_0))$ نصف مماس عمودي موجه نحو الأسفل معادلته $x = x_0$. 
$\lim\limits_{x \overset{<}{\to} x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = +\infty$	f غير قابلة للاشتقاق على يسار x_0	(C_f) يقبل على يسار النقطة $A(x_0; f(x_0))$ نصف مماس عمودي موجه نحو الأسفل معادلته $x = x_0$. 
$\lim\limits_{x \overset{<}{\to} x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = -\infty$	f غير قابلة للاشتقاق على يسار x_0	(C_f) يقبل على يسار النقطة $A(x_0; f(x_0))$ نصف مماس عمودي موجه نحو الأعلى معادلته $x = x_0$.