المجموع	مجزأة	الموضوع الأوّل	
		التمرين الأوّل: (05 نقاط)	
05	01	1)أ) نقل الشكل و إنشاء u_0، u_1، u_2 و u_3 (دون حسابها).	المتتاليات العددية
	2×0,25	ب) حسب الشكل نخمن أنّ (u_n) متزايدة و متقاربة نحو 3.	
	01	2) البرهان بالتراجع أنّ : من أجل كل n من $\mathbb{N}$، $0<u_n<3$.	
	01	3) أ) دراسة اتجاه تغيّر المتتالية (u_n): من أجل كل n من $\mathbb{N}$، $u_{n+1}-u_n>0$ إذن (u_n) متتالية متزايدة تماما على $\mathbb{N}$	
	0,5	ب) بما أنّ (u_n)متزايدة تماما و محدودة من الأعلى فهي متقاربة. حساب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=l$ نجد $-l^2+2l+3=0$ مع $l>0$	
	1	و منه $l_1=3$ مقبول و $l_2=-1$ مرفوض إذن: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=3$.	
		التمرين الثاني: (04 نقاط)	
04	0,25	1) $z\neq 2-3i$ ، $z=\frac{3i(z+2i)}{z-(2-3i)}$ تعني $z^2-2z+6=0$	الأعداد المركبة
	3x0,25	$\Delta=\left(2i\sqrt{5}\right)^2$ ، $z_1=1-i\sqrt{5}=z_B$ و $z_2=1+i\sqrt{5}=z_A$.	
	2×0,5	2) $\lvert z_A\rvert=\lvert z_B\rvert=\sqrt{6}$ إذن النقطتان A و B تنتميان إلى دائرة مركزها O و نصف قطرها $\sqrt{6}$.	
	01	3) أ) $OM'=\lvert z'\rvert=3\times\frac{CM}{DM}$	
	0,5	ب) $CM=DM$ أي $OM'=3$	
	2x0,25	M' تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O و نصف قطرها3، $OE=3$.	
		التمرين الثالث: (04 نقاط)	
04	0,75	1)أ) $\overrightarrow{AB}(1;4;-6)$ و $\overrightarrow{AC}(-2;5;-4)$ ومنه $\overrightarrow{AB}$و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا.	
	0,75	ب) $A,B,C\in(P)$ إذن $(P)=(ABC)$ (أو طريقة أخرى)	
	0,5	2) تمثيل وسيطي للمستقيم (AB): $\begin{cases} x=1+\lambda \\ y=-2+4\lambda \quad (\lambda\in\mathbb{R}) \\ z=5-6\lambda \end{cases}$	الهندسة في الفضاء
	01	3) أ) $(Q):2x+8y-12z+21=0$ (أي طريقة تقبل).	
	0,25	ب) $D\in(Q)$	
	0,75	جـ) $d(D;(AB))=\frac{\sqrt{213}}{4}$	

	التمرين الرابع: (07 نقاط)		
الدوال العددية حساب المساحات	1) أ) $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = -\infty$ ، $x=0$ هو مستقيم مقارب عمودي للمنحنى (C_f).	$2\times 0,25$	07
	ب) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$	0,25	
	2) $f'(x) = \dfrac{x^2-x-6}{x(x-1)}$.	0,5	
	إشارة $f'(x)$: $-\infty \quad + \quad -2 \quad - \quad 0 \quad +\infty$	0,5	
	جدول تغيرات الدالة f : $f(-2) = 3+6\ln\left(\dfrac{2}{3}\right)$ ، $f(-2) \approx 0,56$ $\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & -2 & & 0 \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & & & f(-2) & & \\ & -\infty & \nearrow & & \searrow & -\infty \end{array}$	0,5	
	3) أ) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) - (x+5) = 0$.	0,5	
	ب) $f(x)-(x+5) = 6\ln\left(\dfrac{x}{x-1}\right)$ من أجل كل x من $]-\infty;0[$ ، $f(x)-(x+5)<0$ إذن (C_f) يقع تحت (Δ)	0,5	
	4) ♦ تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة على المجال $[-3,5;-3,4]$. ♦ تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة على المجال $[-1,1;-1]$.	$2\times 0,5$	
	5) إنشاء (C_f) و المستقيم (Δ).	0,75	
	6) أ- معادلة المستقيم (AB) : $y = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{7}{2} + 6\ln\left(\dfrac{3}{4}\right)$	0,5	
	ب- $f'(x_0) = \dfrac{1}{2}$ ، حل المعادلة يكافئ حل $x_0^2 - x_0 - 12 = 0$ مع $x_0 < 0$ $x_0 = -3$ و $y_0 = 2 + 6\ln\left(\dfrac{3}{4}\right)$.	01	
	7) من أجل كل x من $]-\infty;0[$ ، $g'(x) = f(x)$.	0,5	
	الموضوع الثاني		
	التمرين الأول: (04,5 نقط) 1) البرهان بالتراجع أنّ من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ ، $3 < u_n < 4$	0,75	04,5
	2) إثبات أنّ $u_{n+1} - u_n = \dfrac{-u_n^2 + 7u_n - 12}{\sqrt{u_n - 3} + u_n - 3}$	0,5	
	استنتاج أنّ (u_n) متزايدة تماما	0,5	
	3) (u_n) محدودة من الأعلى و متزايدة.	0,25	

	أ) (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ و حدها الأول $v_0=\ln\frac{1}{4}$	0,75	
	ب) $v_n=\left(\frac{1}{2}\right)^n\times\ln\frac{1}{4}$ و $u_n=3+e^{\left(\frac{1}{2}\right)^n\times\ln\frac{1}{4}}$ $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=4$	0,5+0,25	
	جـ) $P_n=e^{v_0}\times e^{v_1}\times e^{v_2}\times\ldots\times e^{v_n}$	0,25	
	و منه $P_n=e^{v_0+v_1+\ldots+v_n}$ $\quad P_n=e^{2\left(\ln\frac{1}{4}\right)\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]}$ $\quad \lim P_n=\frac{1}{16}$	0,25+0,5	
	التمرين الثاني: (04 نقاط)		
الهندسة في الفضاء	1) $\overrightarrow{AB}(3;1;-1)$ ، $\overrightarrow{AC}(2;-1;-1)$ ، $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا و منه A ، B ، C تعيّن مستويا.	0,75	04
	2) إثبات أنّ $2x-y+5z-3=0$ هي معادلة لـ (ABC)	01	
	3) أ- $D\notin(ABC)$	0,25	
	ب- $\overrightarrow{DH}\left(\frac{-17}{15};\frac{17}{30};\frac{-17}{6}\right)$ ($\overrightarrow{DH}.\overrightarrow{AB}=0$ و $\overrightarrow{DH}.\overrightarrow{AC}=0$ و $H\in(ABC)$) (أو $\overrightarrow{DH}=k\vec{n}$ و $H\in(ABC)$).	01	
	جـ- استنتاج أنّ (ADH) و (ABC) متعامدان. $\overrightarrow{AH}\left(\frac{28}{15};\frac{-13}{30};\frac{-5}{6}\right)$ $(AH):\begin{cases}x=\frac{28}{15}t-1\\ y=\frac{-13}{30}t\\ z=\frac{-5}{6}t+1\end{cases}\quad(t\in\mathbb{R})$	$2\times0,5$	
	التمرين الثالث: (04,5 نقطة)		
الأعداد المركبة	1) أ- $P(6)=0$	0,5	
	ب- $P(z)=(z-6)(z^2-6z+12)$.	0,5	
	جـ- $P(z)=0$ معناه $z=6$ أو $z=3-i\sqrt{3}$ أو $z=3+i\sqrt{3}$.	0,75	
	2) أ) $z_A=6=6e^{i0}$ ، $z_B=3+i\sqrt{3}=2\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{6}}$ ، $z_C=3-i\sqrt{3}=2\sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{6}}$	0,75	04,5
	ب) $\frac{z_A-z_B}{z_A-z_C}=\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $\frac{z_A-z_B}{z_A-z_C}=e^{i\left(-\frac{\pi}{3}\right)}$	+0,25 0,25	
	جـ) $z_A-z_B=e^{-i\frac{\pi}{3}}(z_A-z_C)$ إذن C هي صورة B بالدوران الذي مركزه A و زاويته $-\frac{\pi}{3}$ (أو طريقة أخرى) . إذن المثلث ABC متقايس الأضلاع.	0,5	

11

	0,5	3) أ- العبارة المركبة للتشابه S: $z' = i\sqrt{3}z - 4i\sqrt{3}$	
	0,25	ب- $z_{A'} = 2i\sqrt{3}$.	
	0,25	جـ- $z_A - z_{A'} = 2(z_A - z_B)$ ،إذن A ، B ، A' في استقامية.	
		التمرين الرابع: (07 نقطة)	
	2×0,25	I) 1) $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = 1$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$	
	0,75	2) $g'(x) = -(1+x)e^x$ ، إشارتها هي إشارة $-(1+x)$ لأنّ $e^x > 0$ • جدول تغيرات الدالة g	
	0,25	3) أ- إثبات أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا على المجال $]-1;+\infty[$.	
	0,5	ب- التحقق أنّ $0,5 < \alpha < 0,6$. إشارة $g(x)$ $-\infty$ + α − $+\infty$	
	0,25	II) 1) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$	
	0,25 0,25 0,5	2) من أجل كل x من $]-\infty;2]$ ، $f'(x) = -g(x)$. • إشارة $f'(x)$: $-\infty$ − α + 2 $+\infty$ • جدول التغيرات.	
07	0,5 0,5	3) تبيان أنّ $f(\alpha) = \frac{-1-\alpha^2}{\alpha}$. • $-2,72 < f(\alpha) < -2,08$.	الدوال العددية حساب المساحات
	0,25 + 0,25 + 0,25	4) أ) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) - (-x-1) = 0$ ب) $f(x) - (-x-1) = (x-1)e^x$ إشارتها $-\infty$ − 1 + 2 $+\infty$ الوضع النسبي	
	2x0,25 0,75	5) أ) مبرهنة القيم المتوسطة ب) رسم (Δ) ، (C_f).	
	0,5	6) أ) $a = 1$, $b = -1$	
	0,25	ب) $G(x) = x - (x-1)e^x$	

12