# ★ الموافقات-الأعداد الأولية ★

## ① الموافقات في $\mathbb{Z}$

| | |
|---|---|
| تعريف | نقول أن العددين الصحيحين $a$ ، $b$ متوافقان بترديد $n$ ( طبيعي) إذا وفقط إذا كان $a-b$ من مضاعفات $n$ في $\mathbb{Z}$ وَ نكتب $a\equiv b[n]$ وَ يقرأ $a$ يوافق $b$ بترديد $n$ . |
| خواص | إذا كان: $a\equiv b[n]$ وَ $b\equiv c[n]$ فإن: $a\equiv c[n]$ .<br>إذا كان: $a\equiv b[n]$ وَ $c\equiv d[n]$ فإن: $a\pm c\equiv b\pm d[n]$ وَ $a\times c\equiv b\times d[n]$ .<br>إذا كان: $a\equiv b[n]$ فإن: $a+k\equiv b+k[n]$ وَ $k\times a\equiv k\times b[n]$ حيث $k\in\mathbb{Z}$ .<br>إذا كان: $a\equiv b[n]$ فإن: $a^p\equiv b^p[n]$ حيث $p\in\mathbb{N}$ .<br>إذا كان: $a\equiv b[n]$ فإن: $a+kn\equiv b[n]$ وَ $a\equiv b+kn[n]$ .<br>إذا كان: $a\equiv 0[n\times m]$ فإن: $a\equiv 0[n]$ وَ $a\equiv 0[m]$ حيث $m\in\mathbb{N}^*$ وَ أولي مع $n$ .<br>إذا كان: $a\times b\equiv 0[n]$ فإن: $a\equiv 0[n]$ أو $b\equiv 0[n]$ مع $n$ عدد أولي. |

## ② القاسم المشترك الأكبر $PGCD$ وَ المضاعف المشترك الأصغر $PPCM$

| | |
|---|---|
| خواص | $PGCD(a;b)=PGCD(b;r)$ حيث $a\geq b$ وَ $r$ باقي قسمة $a$ على $b$ .<br>$PGCD(ka;kb)=k\times PGCD(b;r)$ حيث: $k\in\mathbb{Z}^*$ .<br>$PGCD(a;b)\times PPCM(a;b)=a\times b$<br>إذا كان: $PGCD(a;b)=d$ فإن: ( $d\setminus a$ وَ $d\setminus b$ ) و أيضاً: $\begin{cases}a=da'\\ b=db'\end{cases}$ مع $PGCD(a';b')=1$<br>$PGCD(ka;kb)=\|k\|PGCD(a;b)$ مع $k\in\mathbb{Z}^*$ .<br>إذا كان: $PGCD(a;b)=1$ فإن: $PGCD(a;b^n)=1$ مع $n\in\mathbb{N}^*$ .<br>إذا كان: $PGCD(a;b)=1$ فإن: $PGCD(a^n;b^n)=1$ مع $n\in\mathbb{N}^*$ .<br>إذا كان: $PGCD(a;b)=1$ و $PGCD(a;c)=1$ فإن: $PGCD(a;bc)=1$ . |

## ③ مبرهنة بيزو

يكون العددان الطبيعيان غير المعدومين $a$ وَ $b$ أوليين فيما بينهما إذا و فقط إذا وجد عددان صحيحان $x$ وَ $y$ حيث: $ax+by=1$

## ④ مبرهنة غوص

$a$ ، $b$ وَ $c$ ثلاثة أعداد صحيحة غير معدومة ، إذا كان $a$ يقسم الجداء $bc$ وَ كان $a$ أولياً مع $b$ ، فإن $a$ يقسم $c$ .

## ⑤ المبرهنة الصغيرة لفيرما

إذا كان $p$ عددا أولياً و $a$ عدداً طبيعياً لا يقبل القسمة على $p$ فإن $p$ يقسم العدد $(a^{p-1}-1)$