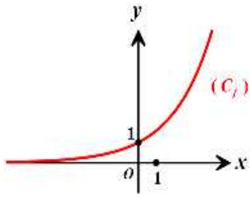
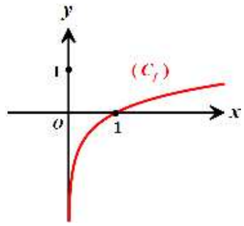
★ الدالة الأسية وَ الدالة اللوغاريتمية ★

الدالة الأسية	الدال اللوغاريتمية
1- تعريف : الدالة الأسيّة f هي الدالة الوحيدة ، قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ وَ تحقق : $f' = f$ وَ $f(0)=1$ و نكتب : $f(x)=\exp(x)$ أو $f(x)=e^x$ 	**1- تعريف :** نسمي " الدالة اللوغارتمية النبيرية " الدالة التي نرمز لها بـ " ln " و التي ترفق بكل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$ العدد الحقيقي $\ln x$ وَ نكتب : $f(x)=\ln x$ 
2- خواص الدالة الأسية : ليكن x ، y من $\mathbb{R}$ و n عدد صحيح نسبي : $e^0=1$ وَ $e^1=e\approx 2,71$ $e^{x+y}=e^x.e^y$ ، $e^{x-y}=\dfrac{e^x}{e^y}$ $e^{-x}=\dfrac{1}{e^x}$ ، $e^{nx}=\left(e^x\right)^n$ إذا كان : $e^x=e^y$ فإن : $x=y$ إذا كان : $e^x>e^y$ فإن : $x>y$	**2- خواص الدالة اللوغاريتمية النبيرية :** ليكن x وَ y من $]0;+\infty[$ و n عدد صحيح نسبي : $\ln 1=0$ ، $\ln e=1$ $\ln(x.y)=\ln x+\ln y$ ، $\ln\left(\dfrac{x}{y}\right)=\ln x-\ln y$ $\ln\left(\dfrac{1}{x}\right)=-\ln x$ ، $\ln x^n=n\ln x$ إذا كان : $\ln x=\ln y$ فإن : $x=y$ إذا كان : $\ln x\succ\ln y$ فإن : $x>y$ $\ln x>0$ يعني $x>1$ و $\ln x<0$ يعني $0<x<1$
3- مجموعة تعريف الدّالة الأسية : $f(x)=e^{u(x)}$ ، الدالة f معرفة إذا كانت u معرفة	**3- مجموعة تعريف الدّالة اللوغاريتمية :** $f(x)=\ln u(x)$ ، الدالة f معرفة إذا كانت : $u(x)>0$
4- مشتقة الدّالة الأسية : $f(x)=e^{u(x)}$ منه : $f'(x)=u'(x)\times e^{u(x)}$	**4- مشتقة الدّالة اللوغاريتمية :** $f(x)=\ln u(x)$ منه : $f'(x)=\dfrac{u'(x)}{u(x)}$ مع $u(x)>0$ $f(x)=\ln\lvert u(x)\rvert$ منه: $f'(x)=\dfrac{u'(x)}{u(x)}$ مع $u(x)\neq 0$
5- النهايات الشهيرة : $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x=0^+$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^x=0^-$ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{x}=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^x-1}{x}=1$ $\lim\limits_{x\to-\infty} x^ne^x=0$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{x^n}=+\infty$ مع $n>0$	**5- النهايات الشهيرة :** $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln x=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to0^+}\ln x=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to0^+}x\ln x=0^-$ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x}=0$ ، $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(x+1)}{x}=1$ ، $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\ln x}{x-1}=1$ $\lim\limits_{x\to0^+}x^n\ln x=0^-$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x^n}=0$ مع $n>0$.
$\ln e^x=x$ مع $x\in\mathbb{R}$ ، $e^{\ln x}=x$ مع $x\in\mathbb{R}_+^*$	