مراجعة عامة في الرياضيات تحضيرا لبكالوريا 2011 « السلسلة 7 »
إعداد الأستاذ : بواب نورالدين

تمرين 1 : (بكالوريا المغرب 2008 . الشعبة : علوم تجريبية)

1) حل ، في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة $z^2-6z+34=0$.
2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب : $a=3+5i$ ، $b=3-5i$ و $c=7+3i$
ليكن z لاحقة النقطة M من المستوي و z' لاحقة النقطة M' صورة M بالانسحاب T الذي شعاعه $\vec{u}$ ذو اللاحقة $4-2i$.
أ- بيّن أن : $z'=z+4-2i$ ثم تحقق أن النقطة C هي صورة النقطة A بالانسحاب T .
ب- بيّن أن : $\dfrac{b-c}{a-c}=2i$.
جـ- استنتج أن المثلث ABC قائم الزاوية وأن $BC=2AC$.

تمرين 2 : (بكالوريا تونس 2008 . الشعبة : علوم تجريبية)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نعتبر النقط :
$A(3;2;6)$ ، $B(1;2;4)$ و $C(4;-2;5)$.
1) أ- عيّن إحداثيات كل من الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$.
ب- استنتج أن النقط A ، B و C ليست على استقامة واحدة .
جـ- احسب حجم رباعي الوجوه $OABC$.
2) لتكن H المسقط العمودي للنقطة O على المستوي (ABC). بيّن أن $OH=\frac{4}{3}$.
3) لتكن (S) سطح الكرة التي مركزها النقطة O وتمرّ بالنقطة A .
أ- بيّن أن تقاطع (S) مع المستوي (ABC) هو دائرة (c) مركزها النقطة H .
ب- احسب نصف قطر الدائرة (c) .

تمرين 3 : (بكالوريا المغرب 2008 . الشعبة : علوم تجريبية)

يحتوي كيس على ست كرات حمراء وثلاث كرات خضراء (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) .
1) نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من هذا الكيس .
أ- احسب احتمال الحصول على كرتين حمراوين وكرة خضراء .
ب- بيّن أن احتمال الحصول على كرة خضراء واحدة على الأقل هو $\dfrac{16}{21}$.
2) نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إرجاع ثلاث كرات من هذا الكيس .
- احسب احتمال الحصول على ثلاث كرات حمراء .

تمرين 4 : (Bac Antilles Guyane sept 2008 S)

لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x+2-\dfrac{4e^x}{e^x+3}$
نسمي (c) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$
(وحدة الطول $2\,cm$) .

1) أ- احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$.

ب- بيّن أن المستقيم (D_1) الذي معادلته $y=x+2$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني (c) عند $-\infty$.

جـ- ادرس الوضعية النسبية للمنحني (c) بالنسبة للمستقيم (D_1) .

2) أ- أثبت أنه ، من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=\left(\dfrac{e^x-3}{e^x+3}\right)^2$.

ب- ادرس اتجاه تغيّر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ وشكل جدول تغيّراتها .

3) أ- ما ذا يمكن القول عن المماس (D_2) للمنحني (c) في النقطة I ذات الفاصلة $\ln 3$ ؟

ب- باستعمال تغيرات الدالة f ، ادرس وضعية المنحني (c) بالنسبة إلى (D_2) .

4) أ- بيّن أن معادلة المماس (D_3) للمنحني (c) في النقطة ذات الفاصلة 0 هي: $y=\frac{1}{4}x+1$.

ب- ادرس ، على المجال $]-\infty;\ln 3]$ ، وضعية المنحني (c) بالنسبة للمماس (D_3)

(يمكن استعمال المشتقة الثانية f'' للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f''(x)=\dfrac{12e^x(e^x-3)}{(e^x+3)^2}$) .

5) نقبل أن النقطة I هي مركز تناظر للمنحني (c) .

- ارسم (D_1) ، (D_2) ، (D_3) و (c) .

6) أ- عيّن دالة أصلية للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=\dfrac{e^x}{e^x+3}$.

ب- ليكن λ عددا حقيقيا سالبا تماما . $A(\lambda)$ بوحدة المساحة هي مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحني (c) ، المستقيم (D_1) والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=0$ و $x=\lambda$.

- أثبت أن : $A(\lambda)=4\ln 4-4\ln\left(e^{\lambda}+3\right)$.

جـ- احسب $\lim\limits_{\lambda\to-\infty} A(\lambda)$.

تمرين 5 : (بكالوريا تونس 2008 . الشعبة : رياضيات)

1 نعتبر في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة (E): $3x-8y=5$.

- برهن أن حلول المعادلة (E) هي الثنائيات $(x;y)$ حيث: $x=8k-1$ و $y=3k-1$ مع $k\in\mathbb{Z}$.

2 أ- ليكن n ، x و y ثلاثة أعداد طبيعية حيث : $\begin{cases} n=3x+2 \\ n=8y+7 \end{cases}$

- أثبت أن $(x;y)$ حل للمعادلة (E).

ب- نعتبر الجملة (S) : $(n\in\mathbb{N})$ $\begin{cases} n\equiv 2\,[3] \\ n\equiv 7\,[8] \end{cases}$

- أثبت أن n حل للجملة (S) إذا وفقط إذا كان : $n\equiv 23\,[24]$.

3 أ- ليكن k عددا طبيعيا . عيّن باقي قسمة 2^{2k} على 3 وباقي قسمة 7^{2k} على 8 .

ب- تحقق أن 1991 حل للجملة (S) وبيّن أن العدد $(1991)^{2008}-1$ يقبل القسمة على 24 .