

التصحيح الرسمي لموضوع الرياضيات شعبة تقني رياضي بكالوريا 2011

الإجابة النموذجية و سلم التقييم

امتحان شهادة البكالوريا دورة : 2011

المادة : رياضيات الشعبة : تقني رياضي

العلامة		محاور الموضوع												
المجموع	مجزأة													
		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)												
		الموضوع الأول												
04	0,25×2	التمرين الأول: (04 نقاط)												
	0,5×2	1/ حلول المعادلة $(E) : z_2 = \sqrt{3} + i$ و $z_1 = \sqrt{3} - i$												
	0,5	$z_2 = 2 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$ و $z_1 = 2 \left[\cos \left(-\frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right) \right]$												
	0,25×3	2/ $L = e^{i\frac{\pi}{3}}$ (أ)												
	0,5	ب) إثبات أن $z_1 - z_2 = L(z_1 - z_2)$ ومنه A صورة C بالدوران الذي مركزه النقطة B ذات اللاحقة $\sqrt{3} + i$ وقيس زاويته $\frac{4\pi}{3}$												
	0,75	ج) المثلث ABC مثلث متقايس الساقين $AB = BC$ مساحته s حيث $s = \frac{1}{2} AC \times BH = \sqrt{3}ua$												
		التمرين الثاني: (06 نقاط)												
06	0,5×2	1/ من $f\left(\frac{1}{2}\right) = 1$ نجد $a = 1$ ثم من $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ نجد $b = 2$												
	0,25+0,5	2/ $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$ (أ)												
	0,25×2	$(d_1) : y = 0$ و $(d_2) : x = 0$ مستقيمان مقاربان لـ (C_1)												
	0,5+0,25	ب) $g'(x) = \frac{-\ln 2x}{x^2}$ وإشارة $g'(x)$												
	0,25	ج) g متزايدة تماماً على $\left]0; \frac{1}{2}\right]$ و متناقصة تماماً على $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$												
	0,25	جدول التغيرات:												
		<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$g'(x)$</td> <td>+</td> <td>-</td> <td></td> </tr> <tr> <td>$g(x)$</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> </table>	x	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	$g'(x)$	+	-		$g(x)$	$-\infty$	1	0
x	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$											
$g'(x)$	+	-												
$g(x)$	$-\infty$	1	0											
0,75+0,25	0,5	د) إنشاء (C_2)												
	0,5	3/ $h(x) = -\frac{\ln 2x}{2x}$												
	0,5	ب) التحقق $g(x) = \frac{1}{4x^2} + \frac{\ln 2x}{2x}$ ثم $G(x) = -\frac{3+2\ln 2x}{4x}$												
	0,75+0,25													

العلامة		موضوع	محل
مجموع	مجزأة		
05	0.5×2	التمرين الثالث: (05 نقاط) 1/ من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $u_n = 1 + \frac{1}{n(n+2)}$ و $u_n > 1$	نجاح تغير متتالية
	1	2/ حيث $u_n = f(n)$: $f(x) = 1 + \frac{1}{x(x+2)}$ و $f'(x) = -\frac{2x+2}{x^2(x+2)^2} < 0$ من	البرهان بالترجع
	0.5×2	أجل $x > n$ ومنه (u_n) متناقصة تملك على \mathbb{N}^* $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 1$ و متقاربة و محدودة من الأسفل فهي متقاربة و $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 1$	نهاية متتالية
	0.25	3/ البرهان بالترجع لن: $p_n = \frac{2n+2}{n+2}$	
	0.75	من أجل: $n=1$: $p_1 = \frac{4}{3}$ و $p_n = \frac{2n+2}{n+2}$ ولدينا: $p_{n+1} = \frac{2n+4}{n+3}$ ومنه من أجل كل عدد طبيعي غير معروف n فإن: $p_n = \frac{2n+2}{n+2}$	
	0.5×2	4/ $s_n = \ln p_n$ و $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \ln 2$	
05	1	التمرين الرابع: (05 نقاط) 1/ صحيح لأن: $\text{PGCD}(21;14)=7$ و 7 لا يقسم 40	التعداد
	1	2/ خطأ لأن: $3421 + 1362 = 5313$	الموافقة
	0.5×3	3/ خطأ لأن: $\frac{3^{2012}-1}{2} = 3^{2011} + 3^{2010} + \dots + 3 + 1$ و $3^{2012} \equiv 3^4 \pmod{7}$	القواسم
	1	4/ صحيح لأن: $\pi(2;1;-1)$ شعاع ناظمي لـ (P) و π شعاع توجيه (d) متعامدان وعليه $(P) \parallel (d)$ و $A \in (P)$ و $A \in (d)$ إذن $(P) \cap (d) = \{A\}$	هندسة فضائية
	0.5	ب) خطأ لأن: معادلة (ج) هي: $2x + y - z = 0$ ملاحظة: في كل سؤال تملح 0.25 للاختيار الصحيح والباقي للتبرير.	

العلامة		المادة : رياضيات	الشعبة: تقني رياضي	تابع الإيجابية النموذجية
مختار الموضوع	مختار الموضوع	مختار الموضوع	مختار الموضوع	مختار الموضوع
تطبيقات هندسة المساحة التمثيل الوسيطي المستقيم الحجوم	التمرين الأول: (04.5 نقطة) 1/ \overline{AD} و \overline{BD} غير متوازيين فالنقط D, B, A تقعن مستويا 2/ بما أن $\overline{AD} \cdot \overline{BD} = 0$ و $\overline{CD} \cdot \overline{AD} = 0$ فإن: (CD) يملئ (ABD) 3/ أ) (CD) عمودي على (AB) و (CI) عمودي على (AB) ومنه (AB) يملئ (CDI) ب) $\vec{AB}(1, -2, 0)$ و C نقطة منه فإن المعادلة الديكارتية هي: $x - 2y - z + 10 = 0$ ، التمثيل الوسيط لـ (AB) : $\begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = -2\lambda \\ z = 1 - \lambda \end{cases} \lambda \in \mathbb{R}$	04.5	0.25×3 1 0.5 0.5×2 0.5 0.25×3	04.5
الشكل المستقيم مولد التشابه	التمرين الثاني: (04 نقطة) 1/ $L = -\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2} = e^{i\frac{3\pi}{4}}$ ب) لنجد $L^{12} = -1$ و $L^{12} + 1 = 0$ و $(-4\sqrt{2} + i\sqrt{2})^{11} + (5 + 3i)^{11} = 0$ ج) $L^{12} + L^{-12} = (-1)^6 + (-1)^6 = 0$ د) $z_1 = -1 - 9i$ هـ) $z_1 = 3 - 3i$	04	0.5×2 0.5×2 0.75 0.75 0.5	04
	التمرين الثالث: (07.5 نقطة) 1. أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ ب) $f(x) = \frac{4e^x}{(e^x + 1)^2} > 0$ ، المشتق و إشارته : جداول التغيرات: 2. - المستقيمان المقاربان معادلتهما $y = 3$ و $y = -1$	7.5	0.25×2 0.25×2 0.25 0.25×2	7.5

العلامة		موضوع المحاور
مجموع	مجزأة	
04	0.5	(3) $f^{-1}(x) = \frac{4e^x(1-e^x)}{(e^x+1)^2}$ ، إشارته : $\begin{array}{c} + & 0 & - \\ \hline & \bullet & \end{array}$
	0.25	نقطة الانعطاف $\alpha(0,1)$
	0.25	معادلة المماس : $y = x + 1$
	0.25×2	(4) أ- تقاربات g : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$
	0.25	المشتق : $g'(x) = -\left(\frac{x-1}{x^2+1}\right)^2$ وهو سالب
	0.25	جدول التغيرات
	0.25	ب- g مستمرة ومتناقصة تماماً على $[2.7; 2.8]$ ، $g(2.7) = 0.048$ ، $g(2.8) = -0.029$ ، $g(\alpha) = 0$ وحيد حيث $2.7 < \alpha < 2.8$
	0.25×2	(5) أ- تكافئ $f(x) = 0$ تكافئ $x = -\ln 3$
	0.75	ب- رسم f و C_f والمنصف الأول والمماس.
	0.5	(ب) 1- نمثل : U_2, U_1, U_0
	0.75	2- إثبت أن : $1 \leq U_n < \alpha$ لأن $U_0 = 1$ و $2.7 < \alpha < 2.8$
	0.25	3- المتقاربة (U_n) متزايدة تماماً : $u_{n+1} - u_n = f(u_n) - u_n = g(u_n) > 0$ لأن $1 \leq U_n < \alpha$
	0.25×2	4- (U_n) متزايدة تماماً ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة و $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \alpha$
04	0.25	التمرين الرابع: (04 نقاط)
	0.5	(1) $A = -3[7]$
	0.75	$A_1 = 6[7]$ ومنه $A_2 = -1[7]$ أي $A_3 = 2^3 + 3^3 + (-3)^3 + (-2)^3 + (-1)^3 = 7[7]$
	0.75	(2) $2^{2n+2} = 4[7]$ ، $2^{2n+1} = 2[7]$ ، $2^{2n} = 1[7]$
	0.75	$3^{4n+3} = 5[7]$ ، $3^{4n+1} = 4[7]$ ، $3^{4n+2} = 6[7]$ ، $3^{4n} = 2[7]$ ، $3^{4n+1} = 3[7]$ ، $3^{4n} = 1[7]$
	0.75	(3) $A_n = -1[7]$ ، إذا كان n فرديا فإن : $A_n = 2^n + 3^n + (-3)^n + (-2)^n + (-1)^n = 7[7]$
	0.25	ومنه $A_1 + 1$ يقبل القسمة على 7 ، $A_{2011} = 6[7]$ ، الباقي هو 6
	0.75	(4) $A_{100} = 6[7]$ ومنه $A_{101} = 2 \times 2^{2 \times 100 + 1} + 2 \times 3^{4 \times 100 + 1} + 1[7]$