مراجعة عامة في الرياضيات تحضيرا لبكالوريا 2011 « السلسلة 8 »

(إعداد الأستاذ بواب نور الدين)

التمرين الأول :

① ليكن p كثير الحدود المعرف من أجل كل عدد مركب z كما يلي :

$$p(z)=z^3-7z^2+20z-24$$

أ- تحقق أن $p(3)=0$.

ب- عين العددين الحقيقيين α و β بحيث من أجل كل عدد مركب z :

$$p(z)=(z-3)(z^2+\alpha z+\beta)$$

جـ- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $p(z)=0$.

② في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$، نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها $a=3$ ، $b=2+2i$ و $c=2-2i$ على الترتيب .

أ- علم النقط A ، B و C .

ب- عيّن الطويلة وعمدة لكل من العددين المركبين b و c .

جـ- أثبت أن المثلث OBC قائم ومتساوي الساقين .

③ نعتبر المجموعة (E) للنقط M ذات اللاحقة z بحيث : $|z-3|=\sqrt{5}$

أ- بيّن أن النقطتين B و C تنتميان إلى المجموعة (E) .

ب- عيّن الطبيعة والعناصر المميزة للمجموعة (E) وأنشئها في نفس المعلم السابق .

التمرين الثاني :

(u_n) المتتالية المعرفة بحدّها الأول u_0 ومن أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1}=\frac{1}{4}u_n-\frac{3}{4}$$

① احسب u_1 و u_2 .

② أ- برهن بالتراجع أنه ، من كل عدد طبيعي n ، $u_n\geq -1$.

ب- بيّن أنه ، من كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}-u_n=-\frac{3}{4}(u_n+1)$.

جـ- بيّن أن المتتالية (u_n) هي متتالية متناقصة ، استنتج أنها متقاربة .

د- عيّن نهاية المتتالية (u_n) عندما يؤول n إلى $+\infty$.

③ نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=u_n+1$

أ- بيّن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{4}$.

ب- عبّر عن v_n ثم u_n بدلالة n .

جـ- عيّن ، ثانية ، نهاية المتتالية (u_n) عندما يؤول n إلى $+\infty$.

التمرين الثالث :

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نعتبر المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة $A(-3;-1;-3)$ وشعاع توجيهه $\vec{u}(2;-2;-1)$ والمستقيم (D) الذي يشمل النقطة $B(3;2;3)$ وشعاع توجيهه $\vec{v}(1;2;-2)$.

① أ- بيّن أن المستقيمين (Δ) و (D) متعامدان و لا ينتميان إلى مستو واحد .

ب- اكتب معادلة ديكارتية للمستوي الذي يحوي (Δ) ويوازي (D) .

② لتكن S سطح الكرة التي مركزها $C(-1;0;-1)$ ونصف قطرها 6 .

وليكن (P) المستوي الذي معادلته : $2x + y + 2z + 13 = 0$.

أ- بيّن أن S و (P) يتقاطعان وفق دائرة مركزها النقطة A ، يطلب تعيين نصف قطرها .

ب- بيّن أن المستقيم (D) مماس لسطح الكرة S في النقطة B .

③ أ- احسب AB ، واستنتج أن النقطة C تنتمي إلى القطعة $[AB]$.

ب- عيّن مستقيما عموديا على كل من المستقيمين (Δ) و (D) .

التمرين الرابع :

f دالة عددية للمتغيّر الحقيقي x معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\dfrac{e^x-1}{e^x+1}$

نسمي C_f المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

① احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، ثم فسّر هذه النتيجة هندسيا .

② أ- بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f(x)=1-\dfrac{2}{e^x+1}$.

ب- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ وفسّر هذه النتيجة هندسيا .

③ ادرس اتجاه تغيّر الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

④ أ- اكتب معادلة المماس T للمنحني C_f عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

ب- احسب الدالة المشتقة الثانية للدالة f وبيّن أن النقطة O هي نقطة انعطاف للمنحني C_f .

⑤ ارسم T و C_f .

6) أ- بيّن أنه ، من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f(x)=1-\dfrac{2e^{-x}}{e^{-x}+1}$.

ب- احسب ، بوحدة المساحة ، مساحة الحيّز المستوي المحدد بالمنحني C_f والمستقيمات التي معادلاتها : $y=1$ ، $x=0$ و $x=1$.

7) ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $f(x)=mx$.