الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: جوان 2010

الشعبة : تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 04 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضـــوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

1/ حلّ، في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$، المعادلة: $(z-3+2i)(z^2+6z+10)=0$.

(i هو العدد المركب الذي طويلته 1 و $\frac{\pi}{2}$ عمدة له)

2/ علّم في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ النّقط A، C، D و I ذات اللاحقات: $z_A=3-2i$ ، $z_C=-3+i$ ، $z_D=-3-i$ و $z_I=1$ على الترتيب.

3/ z عدد مركب يحقق الجملة : $\begin{cases} arg(z-3+2i)=arg(z-1)+\frac{\pi}{2} \\ |z-3+2i|=|z-1| \end{cases}$

أ- بين أن الجملة تكافئ : $\frac{z-3+2i}{z-1}=i$ ثم عين قيمة z.

ب- B النقطة التي لاحقتها $z_B=3$، تحقق أنّ : $\overline{AB}=\overline{DC}$. ما هي طبيعة الرباعي $ABCD$؟

جـ- لتكن J النّقطة التي لاحقتها z_J حيث: $z_J=1-2i$.

اكتب على الشكل الأسي العدد المركّب Z حيث: $Z=\frac{z_A-z_I}{z_B-z_J}$.

تحقّق أنّ: $\overline{AB}=\overline{JI}$. ما هي طبيعة الرباعي $ABIJ$؟

التمرين الثاني: (05 نقاط)

الفضاء مزوّد بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النّقطتين $A(3;-1;2)$ و $B(1;2;1)$ و المستوي (P) الذي معادلته $x-2y+3z-7=0$.

1/ عيّن إحداثيات النقطة G مرجح النّقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين 3 و 1 على الترتيب.

2/ عيّن طبيعة وعناصر (Γ)مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق: $\|3\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\|=4$.

3/ أ- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النّقطة G ويعامد المستوي (P) .

ب- عيّن إحداثيات H نقطة تقاطع (P) و (Δ) .

جـ - احسب المسافة بين G و المستوي (P).

4/ نعرّف المستوي (P') بتمثيله الوسيطي: $\begin{cases} x=1+t \\ y=t+2\lambda \\ z=2-t+2\lambda \end{cases}$ حيث t و λ عددان حقيقيان

أثبت أنّ (P) و (P') متقاطعان واكتب تمثيلا وسيطيا لمستقيم تقاطعهما.

التمرين الثالث: (07 نقاط)

f الدّالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ بالعبارة: $f(x)=\dfrac{3xe^x-3x-4}{3(e^x-1)}$

ليكن (C_f) منحنى f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. عيّن العددين الحقيقيين a و b بحيث: $f(x)=ax+\dfrac{b}{3(e^x-1)}$ من أجل كلّ x من $\mathbb{R}^*$
2. احسب نهايات الدّالة f عند أطراف مجالات تعريفها.
3. بيّن أنّ f متزايدة تماما على كلّ مجال من مجالي تعريفها ثمّ شكل جدول تغيراتها.
4. أ - (D) و (D') المستقيمان اللذان معادلتاهما على الترتيب: $y=x$ و $y=x+\frac{4}{3}$.

   بيّن أنّ (D) و (D') مقاربان للمنحنى (C_f)، ثمّ حدّد وضعيته بالنسبة لكل منهما.

   ب - بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_0 و x_1 حيث $0,9<x_0<0,91$

   و $-1,66<x_1<-1,65$

   جـ - احسب من أجل كلّ عدد حقيقي x غير معدوم $f(x)+f(-x)$.

   فسّر النتيجة هندسيا.

   د - ارسم (D) و (D') و (C_f).

   هـ - m عدد حقيقي، (D_m) المستقيم المعرّف بالمعادلة $y=x+m$.

   ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة: $f(x)=x+m$
5. نعتبر الدّالة g المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يأتي: $g(x)=[f(x)]^2$

   ادرس تغيّرات الدّالة g دون حساب $g(x)$ بدلالة x.

التمرين الرابع: (03 نقاط)

نعتبر العدد الطبيعي n الذي يكتب في نظام العد ذي الأساس 7 كما يلي:

$n=\overline{11\alpha 00}$ حيث α عدد طبيعي.

1- عين α حتى يكون n قابلا للقسمة على 3.

2- عين العدد α حتى يكون n قابلا للقسمة على 5.

استنتج قيمة α التي تجعل n قابلا للقسمة على 15.

3- نأخذ $\alpha=4$ اكتب العدد n في النظام العشري.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

1) أ – اكتب على الشكل الأسي العدد المركّب a حيث: $a=-2+2i\sqrt{3}$

(i هو العدد المركب الذي طويلته 1 و $\frac{\pi}{2}$ عمدة له)

ب– حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول Z : $Z^2=-2+2i\sqrt{3}$

2) ينسب المستوي إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

A و B و C النقط التي لاحقاتها $Z_A=-2$ و $Z_B=-1-\sqrt{3}\,i$ و $Z_C=1+\sqrt{3}\,i$ على الترتيب.

أ– احسب طويلة العدد المركّب $\frac{Z_C-Z_A}{Z_B-Z_A}$ وعمدة له.

ب– استنتج طبيعة المثلث ABC .

3) لتكن (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $arg(\overline{z}+2)=\frac{\pi}{3}$.

أ– تحقق أن B تنتمي إلى (E).

ب– عين المجموعة (E).

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1– عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 10^n على 13 .

2– تحقق أن: $(10^{2008})^2+10^{2008}+1\equiv 0[13]$.

3– عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون: $10^{2n}+10^n+1\equiv 0[13]$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقطتين:

$A(3;-2;2)$ ، $B(0;4;-1)$.

1) اكتب معادلة للمستوي (p_1) الذي يشمل النقطة A و $\vec{u}(1\,;\,0\,;\,-1)$ شعاع ناظمي له.

2) (p_2) المستوي الذي يحوي المستقيم (AB) ويعامد المستوي (p_1).

أ– بيّن أن $\vec{v}(1\,;\,1\,;\,1)$ شعاع ناظمي لـ (p_2).

ب– اكتب معادلة لـ (p_2).

3) نعتبر النقطتين C و D حيث $C(6;1;5)$ و D معرفة بـ: $\overrightarrow{CD}(0;-3;-6)$.

أ– بين أن المثلث ACD قائم في A واحسب مساحته.

ب– بين أن المستقيم (AB) عمودي على المستوي (ACD).

جـ– احسب حجم رباعي الوجوه $ACDB$.

التمرين الرابع: (06 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x\left(1+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أ- أثبت أن الدالة f فردية.

ب- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x)=1+\frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$

جـ- ادرس تغيرات الدالة f .

2) أ- اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 .

ب- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T) واستنتج أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

جـ- بيّن أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y=x+1$ مقارب للمنحنى (C_f) في جوار $+\infty$، ثم استنتج معادلة المستقيم المقارب الآخر (d').

د- ارسم (d) و (d') و (C_f) في المعلم السابق.

3) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=|x|\left(1+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$.

أ- بيّن أن الدالة g زوجية.

ب- انطلاقا من (C_f) ارسم (C_g) منحنى الدالة g في نفس المعلم السابق.