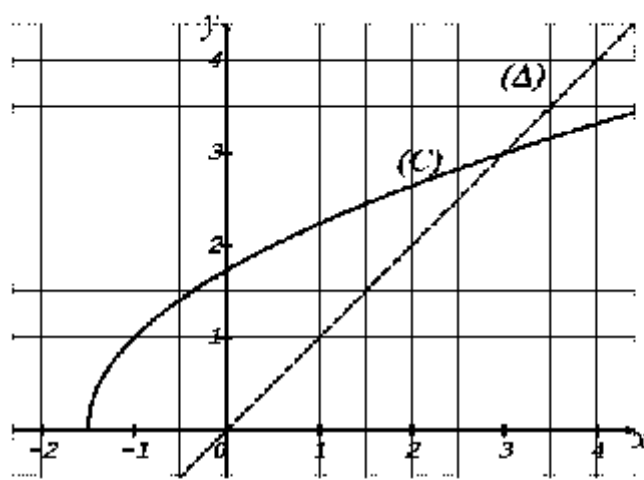


على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:  
الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بحدّها الأول  $u_0 = 1$  و من أجل كل حد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} = \sqrt{2u_n + 3}$ .



(1) نكتب الدالة المعرفة على المجال  $\left[-\frac{3}{2}; +\infty\right[$  كما يلي:

$$h(x) = \sqrt{2x+3} \quad (C) \text{ تمثيلها البياني و } (\Delta)$$

المستقيم ذو معادلة  $y = x$  في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس. (انظر الشكل المقابل).

(أ) - أحد رسم الشكل المقابل على ورقة الإجابة ثم مثل على

محور الفواصل الحدود  $u_0, u_1, u_2, u_3$ .

(نوع حسابها و موضحا خطوط الإنشاء).

(ب) - ضع تخمينا حول اتجاه تغير  $(u_n)$  و تقاربها.

(2) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $0 < u_n < 3$ .

(3) (أ) - ادرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$ .

(ب) - استنتج أنّ المتتالية  $(u_n)$  متقاربة، ثم احسب  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(1) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  المعادلة ذات العجول  $z$  التالية:

$$z = \frac{3i(z + 2i)}{z - 2 + 3i}$$

(حيث  $z \neq 2 - 3i$ ).

- حل في  $\mathbb{C}$  هذه المعادلة.

(2) ينسب للمستوي المركب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  نقطان لاحقتاهما على

الترتيب:  $z_A$  و  $z_B$  حيث:  $z_A = 1 + i\sqrt{5}$  و  $z_B = 1 - i\sqrt{5}$ .

تحقق أنّ  $A$  و  $B$  تنتميان إلى دائرة مركزها  $O$  يطلّب تعيين نصف قطرها.

(3) نرفق بكل نقطة  $M$  من المستوي لاحقتها  $z$ ، النقطة  $M'$  لاحقتها  $z'$  حيث:

$$z' = \frac{3i(z + 2i)}{z - 2 + 3i}$$

النقط  $C, D, E$  نلاحظها على الترتيب:  $z_C = 2i$ ;  $z_D = 2 - 3i$  و  $z_E = 3i$  و  $(\Delta)$  محور القطعة  $[CD]$ .

أ- عبّر عن المسافة  $OM'$  بدلالة المسافتين  $CM$  و  $DM$ .

ب- استنتج أنه من أجل كل نقطة  $M$  من  $(\Lambda)$  فإنّ النقطة  $M'$  تنتمي إلى دائرة  $(\gamma)$  يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها. تحقق أن  $E$  تنتمي إلى  $(\gamma)$ .

**التمرين الثالث: (04 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتحمّد و المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . نعتبر المستوي  $(P)$  ذا المعادلة:

$$14x + 16y + 13z - 47 = 0 \text{ ، والنقط } A(1; 2; 5) \text{ ، } B(2; 2; 1) \text{ ، } C(-1; 3; 1) \text{ .}$$

(1) - تحقق أن النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  ليست في استقامة.

ب - بيّن أن المستوي  $(ABC)$  هو  $(P)$ .

(2) جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم  $(AB)$ .

(3) - اكتب معادلة ديكارتية للمستوي المحوري  $(Q)$  للقطعة  $[AB]$ .

ب - تحقق أن النقطة  $D\left(1; 2; \frac{1}{4}\right)$  تنتمي إلى المستوي  $(Q)$ .

ج - احسب المسافة بين النقطة  $D$  و المستقيم  $(AB)$ .

**التمرين الرابع: (07 نقاط)**

لنكن  $f$  الدالة المعرفة على المجال  $]-\infty; 0[$  كما يلي:  $f(x) = x + 5 - 6 \ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$ .

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتحمّد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) أ- احسب  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$  ، ثم فسّر النتيجة هندسياً.

ب- احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

(2) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $]-\infty; 0[$  ،  $f'(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x(x-1)}$ .

استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  : ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) أ- بيّن أن المستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته  $y = x + 5$  هو مستقيم مغارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  بجوار  $-\infty$ .

ب- ادرس وضع المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Lambda)$ .

(4) بيّن أن المعادلة  $f(x) = 0$  قبل حلّين  $\alpha$  و  $\beta$  حيث  $-3,5 < \alpha < -3,4$  و  $-1,1 < \beta < -1$ .

(5) أنشئ المنحنى  $(C_f)$  و المستقيم  $(\Lambda)$ .

(6) أ- نعتبر النقطتين  $A\left(1; 3 + 6 \ln\left(\frac{3}{4}\right)\right)$  و  $B\left(2; \frac{5}{2} + 6 \ln\left(\frac{3}{4}\right)\right)$ .

بيّن أن  $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2} + 6 \ln\frac{3}{4}$  معادلة ديكارتية للمستقيم  $(AB)$ .

ب- بيّن أن المستقيم  $(AB)$  يمس المنحنى  $(C_f)$  في نقطة  $M_0$  يطلب تعيين إحداثياتها.

(7) لنكن  $g$  الدالة المعرفة على  $]-\infty; 0[$  كما يلي:  $g(x) = \frac{x^2}{2} + 5x + 6x \ln\left(\frac{x}{x-1}\right) - 6 \ln(1-x)$ .

بيّن أن  $g$  دالة أصلية للدالة  $f$  على المجال  $]-\infty; 0[$ .

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: ( 04,5 نقاط)

( $u_n$ ) المتتالية العددية المعرفة بهذا الشكل  $u_0 = \frac{13}{4}$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} = 3 - \sqrt{u_n - 3}$ .

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $3 < u_n < 4$ .

(2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} - u_n = \frac{-u_n^2 - 7u_n - 12}{\sqrt{u_n - 3} + u_n - 3}$ . استنتج أن ( $u_n$ ) متزايدة تماماً.

(3) برر لماذا ( $u_n$ ) متقاربة.

(4) ( $v_n$ ) المتتالية المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ :  $v_n = \ln(u_n - 3)$ .

(أ) برهن أن ( $v_n$ ) متتالية هندسية أساسها  $\frac{1}{2}$ ، ثم احسب حدها الأول.

(ب) اكتب كلاً من  $u_n$  و  $v_n$  بدلالة  $n$ ، ثم احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .

(ج) نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $P_n = (u_0 - 3)(u_1 - 3)(u_2 - 3) \times \dots \times (u_n - 3)$ .

اكتب  $P_n$  بدلالة  $n$ ، ثم بين أن  $\lim_{n \rightarrow +\infty} P_n = \frac{1}{16}$ .

### التمرين الثاني: (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k})$ ، نعتبر النقط  $A(-1; 0; 1)$ ،

$B(2; 1; 0)$  و  $C(1; -1; 0)$ .

(1) بين أن النقط  $A$ ،  $B$  و  $C$  تُعين مستويًا.

(2) بين أن  $2x - y + 5z - 3 = 0$  هي معادلة ديكارتية للمستوي  $(ABC)$ .

(3)  $D(2; -1; 3)$  و  $H\left(\frac{13}{15}; -\frac{13}{30}; \frac{1}{6}\right)$  نقطتان من الفضاء حيث:

أ- تحقق أن النقطة  $D$  لا تنتمي إلى المستوي  $(ABC)$ .

ب- بين أن النقطة  $H$  هي المسقط العمودي للنقطة  $D$  على المستوي  $(ABC)$ .

ج- استنتج أن المستويين  $(ADH)$  و  $(ABC)$  متعامدان، ثم جد تمثيلًا بسيطًا لتقاطعهما.

### التمرين الثالث: (04,5 نقاط)

(1)  $P(z) = z^3 - 12z^2 + 48z - 72$  كثير الحدود المتغير المركب  $z$  حيث:

أ- تحقق أن 6 هو جذر لكثير الحدود  $P(z)$ .

ب- حد العددين الحقيقيين  $\alpha$  و  $\beta$  بحيث من أجل كل عدد مركب  $z$  :  $(z^2 + \alpha z + \beta) \mid P(z)$ .

ج- حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$ ، المعادلة  $P(z) = 0$ .

(2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O:u,v)$  .  $A, B, C$  نقط من

المستوي المركب لواقعها على الترتيب :  $z_A = 6$  ,  $z_B = 3 + i\sqrt{3}$  و  $z_C = 3 - i\sqrt{3}$  .  
أ اكتب كلاً من  $z_A$  ,  $z_B$  و  $z_C$  على الشكل الأسّي.

ب اكتب العدد المركب  $\frac{z_A - z_B}{z_A - z_C}$  على الشكل الجبري، ثم على الشكل الأسّي.

ج-استنتج طبيعة المثلث  $ABC$ .

(3) ليكن  $S$  التشابه المباشر الذي مركزه  $C$  . نسبته  $\sqrt{3}$  و زاويته  $\frac{\pi}{2}$  .

أ جد الكتابة المركبة للتشابه  $S$ .

ب- عيّن  $z_A$  لاحقة النقطة  $A'$  صورة النقطة  $A$  بالتشابه  $S$  .

ج- بين أن النقط  $A, B, A'$  في استقامة.

### التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) لنكن  $g$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = 1 - x e^x$ .

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ .

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أ- بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  على المجال  $]-1; +\infty[$  .

ب- تحقق أن  $0,5 < \alpha < 0,6$ ، ثم استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$ .

(II) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $]-\infty; 2]$  كما يلي:  $f(x) = (x-1)e^x - x - 1$ .

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O:i,j)$ .

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

(2) لتكن  $f'$  مشتقة الدالة  $f$ . بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $]-\infty; 2]$  فإن:  $f'(x) = -g(x)$ .

استنتج إشارة  $f'(x)$  على المجال  $]-\infty; 2]$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(3) بين أن  $f(\alpha) = -\left(\frac{\alpha^2 + 1}{\alpha}\right)$ ، ثم استنتج حصرًا للعدد  $f(\alpha)$ . (تؤور النتائج إلى  $10^{-2}$ ).

(4) أ- بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = -x - 1$  هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  بجوار  $-\infty$ .

ب ادرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(\Delta)$ .

(5) أ- بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلين  $x_1$  و  $x_2$  حيث  $-1,5 < x_1 < -1,6$  و  $1,5 < x_2 < 1,6$ .

ب أنشئ  $(\Delta)$  و  $(C_f)$ .

(6) لنكن  $h$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $h(x) = (ax + b)e^x$ .

أ- عيّن العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  بحيث تكون  $h$  دالة أصلية للدالة  $x \rightarrow x e^x$  على  $\mathbb{R}$ .

ب استنتج دالة أصلية للدالة  $g$  على  $\mathbb{R}$ .