الهندسة الفضائية

أسئلة وأجوبتها

المستوي

سؤال1: اثبت أن الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ مرتبطان خطيا

الإجابة: نبين أنه يوجد عدد حقيقي t يحقق $\overrightarrow{AB} = t\,\overrightarrow{AC}$

سؤال2: بين أن النقاط A ، B ، C في استقامية

الإجابة: نبين أن الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ مرتبطان خطيا

سؤال3: بين أن الأشعة $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{AD}$ مرتبطة خطيا

الإجابة: نبين أنه يوجد عددان حقيقيان t ، k يحققان $\overrightarrow{AD} = t\,\overrightarrow{AD} + k\,\overrightarrow{AC}$

سؤال4: بين أن النقاط A ، B ، C ، D تنتمي إلى مستو واحد.

الإجابة: نبين أن الأشعة $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{AD}$ مرتبطة خطيا

سؤال5: بين أن الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{ED}$ متعامدان

الإجابة: نبين أن $\overrightarrow{ED} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$

سؤال6: أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يشمل النقطة A وناظم له $\vec{n}$

الإجابة: يمكن إتباع إحدى الطريقتين التاليتين:

طريقة (1): معادلة المستوي (P) من الشكل: $ax + by + cz + d = 0$ حيث:

a ، b ، c هي مركبات الشعاع $\vec{n}$ و $d = -(a x_A + b y_A + c z_A)$

طريقة (2): M نقطة كيفية من الفضاء.

نضع: $\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0$ ثم نحسب $\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n}$

سؤال7: أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) المحوري للقطعة $[AB]$

الإجابة: يمكن إتباع إحدى الطريقتين التاليتين:

طريقة (1): نضع: $AM = BM$ ثم نحسب AM ، BM

طريقة (2): C منتصف القطعة $[AB]$ و M نقطة كيفية من الفضاء.

نضع: $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ ثم نحسب $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{AB}$

سؤال8: بين أن النقاط A ، B ، C تعين مستويا.

الإجابة: نبين أن الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{BC}$ غير مرتبطين خطيا

سؤال9: تحقق أن الشعاع $\overrightarrow{n}$ ناظم للمستوي (ABC).

الإجابة: نبين أن $\begin{cases}\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{AB}=0\\ \overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{AC}=0\end{cases}$.

سؤال10: a ، b ، c ، d أعداد حقيقية معلومة مع: $(a,b,c)\neq(0,0,0)$

تحقق أن معادلة المستوي (ABC) هي: $ax+by+cz+d=0$.

الإجابة: نبين أن: $\begin{cases}ax_A+by_A+cz_A+d=0\\ ax_B+by_B+cz_B+d=0\\ ax_C+by_C+cz_C+d=0\end{cases}$

سؤال11: حدد مركبات الشعاع $\overrightarrow{n}$ ناظم المستوي (ABC).

الإجابة: مركبات الشعاع $\overrightarrow{n}$ هي أحد حلول الجملة $\begin{cases}\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{AB}=0\\ \overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{AC}=0\end{cases}$

سؤال12: أكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي (ABC)

الإجابة: نضع: $\overrightarrow{AM}=t\overrightarrow{AB}+k\overrightarrow{AC}$ ثم نطبق مبرهنة تساوي شعاعين حيث:

t ، k عددان حقيقيان و M نقطة كيفية من الفضاء

سؤال13: (P) معرف بالمعادلة $ax+by+cz+d=0$.

أحسب d بعد النقطة A عن المستوي (P).

الإجابة: العدد d يعطى بالعلاقة $d=\dfrac{|ax_A+by_A+cz_A+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$.

سؤال14: (P) مستو شعاع ناظم له $\overrightarrow{n}$.

تحقق أن النقطة H هي المسقط العمودي للنقطة E على المستوي (P).

الإجابة: نبين أن: • النقطة H تنتمي إلى المستوي (P)

• الشعاعين $\overrightarrow{EH}$ ، $\overrightarrow{n}$ مرتبطان خطيا.

سؤال15: (P) مستو شعاع ناظم له $\overrightarrow{n}$.

حدد احداثيات H المسقط العمودي للنقطة E على المستوي (P).

الإجابة: النقطة H هي نقطة تقاطع المستوي (P) والمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة E ويعامد المستوي (P). (شعاع توجيه (Δ) هو شعاع ناظم المستوي (P))

المستقيم في الفضاء:

سؤال16: أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB)

الإجابة: M نقطة كيفية من الفضاء و t وسيط حقيقي.

نضع: $\overrightarrow{AM} = t\,\overrightarrow{AB}$ ثم نطبق مبرهنة تساوي شعاعين

سؤال17: أكتب تمثيلا ديكارتيا للمستقيم (AB)

الإجابة: يمكن إتباع إحدى الطريقتين التاليتين

طريقة (1): نطبق مبرهنة الارتباط الخطي للشعاعين $\overrightarrow{AM}$ ، $\overrightarrow{AB}$

طريقة (2): نكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم (AB) ثم نستنتج التمثيل الديكارتي له.

سؤال18: تحقق أن النقطة C تنتمي إلى المستقيم (AB)

الإجابة: نبين أن الشعاعين $\overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{AB}$ مرتبطان خطيا.

سؤال19: أكتب تمثيلا وسيطيا للقطعة $[AB]$

الإجابة: نضع: $\overrightarrow{AM} = t\,\overrightarrow{AB}$ ثم نطبق مبرهنة تساوي شعاعين مع: $\alpha \leq t \leq \beta$

حيث α ، β عددان حقيقيان معلومان.

سؤال20: (Δ) مستقيم معرف بجملة معادلتين ديكارتيتين.

أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ).

الإجابة: يمكن إتباع إحدى الطريقتين التاليتين

طريقة (1): نختار نقطتين A ، B من المستقيم (Δ) فيكون $(AB) = (\Delta)$

طريقة (2): نضع $z = t$ (~~مثلا~~ إن أمكن) ثم نبحث عن x ، y.

سؤال21: (AB) مستقيم معرف بجملة معادلات وسيطية بدلالة وسيط مفروض t.

حدد احداثيات H المسقط العمودي للنقطة D على المستقيم (AB)

الإجابة: انطلاقا من المعادلة $\overrightarrow{DH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ نجد قيمة الوسيط t

ولتعيين احداثيات H نعوض عن الوسيط t في المعادلات الوسيطية للمستقيم (AB).

سؤال22: أحسب d بعد النقطة A عن المستقيم (Δ)

الإجابة: يمكن إتباع إحدى الطريقتين التاليتين:

طريقة (1): نحدد النقطة H المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (Δ) فيكون $d = AH$.

طريقة (2): نضع: $f(t) = AM^2$ فيكون $d = \sqrt{f(\alpha)}$ حيث: α هي حل المعادلة $f'(t) = 0$

سطح كرة

- تعطى النقاط $A(1,0,2)$ ، $B(2,1,3)$ ، $C(3,2,-2)$

سؤال23: α عدد حقيقي موجب تماما.
أكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) التي مركزها A وطول نصف قطرها α

الإجابة: M نقطة كيفية من الفضاء.
نضع: $AM = \alpha$ فيكون: $AM^2 = \alpha^2$
إذن: $(x-x_A)^2 + (y-y_A)^2 + (z-z_A)^2 = \alpha^2$

سؤال24: أكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) التي مركزها A وتشمل النقطة B

الإجابة: نضع: $AM^2 = AB^2$ إذن: $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 3$

سؤال25: أكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) التي قطرها $[AB]$

الإجابة: نضع: $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0$ ثم نحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM}$.

سؤال26: (P) معرف بالمعادلة $ax + by + cz + d = 0$
أكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) التي مركزها A وتمس المستوي (P)

الإجابة: نصف قطر سطح الكرة (S) هو d بعد النقطة A عن المستوي (P).
ومنه: $AM^2 = d^2$ معناه: $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = d^2$.

الأوضاع النسبية

- **الوضع النسبي لمستقيم ومستو**

نعتبر في الفضاء المستويين (P_1)، (P_2) حيث:

$$(P_1): x+y-z+3=0 \quad ، \quad (P_2): x+y+z-1=0$$

سؤال27: بين أن المستقيم (IJ) لا يقطع المستوي (P_1).

الإجابة: نتبع إحدى الطريقتين التاليتين

طريقة (1): نبين أن: $\overrightarrow{IJ} \bullet \overrightarrow{u} \neq 0$ والنقطة I لا تنتمي إلى المستوي (P_1)

حيث: $\overrightarrow{u}$ شعاع ناظم المستوي (P_1).

طريقة (2): التمثيل الوسيطي للمستقيم (IJ) هو: $\begin{cases} x=1-t \\ y=t \\ z=0 \end{cases}$ مع: t وسيط حقيقي.

لدينا: $x+y-z+3=0$ ومنه: $(1-t)+t-(0)+3=0$ نجد: $4=0$

لا توجد حلول ، إذن: المستقيم (IJ) لا يقطع المستوي (P_1).

سؤال28: بين أن المستقيم (Ik) يقطع المستوي (P_1) في نقطة يطلب تعيينها.

الإجابة: التمثيل الوسيطي للمستقيم (Ik) هو: $\begin{cases} x=1-t \\ y=0 \\ z=t \end{cases}$ مع: t وسيط حقيقي.

لدينا: $x+y-z+3=0$ ومنه: $(1-t)+(0)-(t)+3=0$ نجد: $t=2$

يوجد حل وحيد ، إذن: المستقيم (Ik) يقطع المستوي (P_1) في نقطة إحداثياتها $(-1,0,2)$.

سؤال29: بين أن المستقيم (Jk) محتوى في المستوي (P_2).

الإجابة: يمكن إتباع إحدى الطريقتين التاليتين:

طريقة (1): نبين أن $\overrightarrow{Jk} \bullet \overrightarrow{v} = 0$ والنقطة J تنتمي إلى المستوي (P_2)

حيث: $\overrightarrow{v}$ شعاع ناظم المستوي (P_2).

طريقة (2): التمثيل الوسيطي للمستقيم (Jk) هو: $\begin{cases} x=1 \\ y=-t \\ z=t \end{cases}$ مع: t وسيط حقيقي.

لدينا: $x+y+z-1=0$ ومنه: $(1)+(-t)+(t)-1=0$ نجد: $0=0$

يوجد عدد غير منته من الحلول ، إذن: المستقيم (Jk) محتوى في المستوي (P_2).

- الوضع النسبي لمستقيم وسطح كرة

نعتبر في الفضاء سطح الكرة (S) حيث: $(x+1)^2+y^2+(z+2)^2=6$

سؤال30: بين أن المستقيم (IJ) يمس سطح الكرة (S) في نقطة يطلب تعيينها.

الإجابة: التمثيل الوسيطي للمستقيم (IJ) هو: $\begin{cases} x=1-t \\ y=t \\ z=0 \end{cases}$ مع: t وسيط حقيقي.

لدينا: $(x+1)^2+y^2+(z+2)^2=6$ ومنه: $(2-t)^2+t^2+4=6$

نجد: $t^2-2t+1=0$

بما أن: $\Delta=0$ فإن: المستقيم (IJ) مماس لسطح الكرة (S)

تعيين إحداثيات نقطة التماس:

حل المعادلة $t^2-2t+1=0$ هو $t=1$ ومنه: $(x,y,z)=(0,1,0)$

سؤال31: بين أن المستقيم (Ik) لا يقطع سطح الكرة (S).

الإجابة: التمثيل الوسيطي للمستقيم (Ik) هو: $\begin{cases} x=1-t \\ y=0 \\ z=t \end{cases}$ مع: t وسيط حقيقي.

لدينا: $(x+1)^2+y^2+(z+2)^2=6$ ومنه: $(2-t)^2+(t+2)^2=6$

نجد: $t^2=-1$ لا تقبل أي حل ، إذن: المستقيم (Ik) لا يقطع سطح الكرة (S).

سؤال32: بين أن المستقيم (Jk) يقطع سطح الكرة (S) في نقطتين يطلب تعيينهما.

الإجابة: التمثيل الوسيطي للمستقيم (Jk) هو: $\begin{cases} x=0 \\ y=-t \\ z=1+t \end{cases}$ مع: t وسيط حقيقي.

لدينا: $(x+1)^2+y^2+(z+2)^2=6$ ومنه: $1+t^2+(t+3)^2=6$

نجد: $t^2+3t+2=0$

بما أن: $\Delta=1>0$ فإن: المستقيم (Jk) يقطع سطح الكرة (S) في نقطتين

تعيين إحداثيات نقطتا التقاطع:

حلا المعادلة $t^2+3t+2=0$ هما: -1 ، -2

ومنه: $(x,y,z)=(0,1,0)$ أو $(x,y,z)=(0,2,-1)$

- الوضع النسبي لمستو وسطح كرة

نعتبر في الفضاء سطح الكرة (S) التي مركزها المبدأ O وطول نصف قطرها $R=2$ والمستوي (P) المعرف بالمعادلة $3x-4y+10=0$.

– **سؤال33:** بين أن المستوي (P) يمس سطح الكرة (S) في نقطة A يطلب تعيينها.

الإجابة: نبين أن بعد المركز O عن المستوي (P) يساوي $R=2$

– **سؤال34:** بين أن المستوي (IJk) يقطع سطح الكرة (S) في دائرة يطلب تعيين مركزها A وطول نصف قطرها r.

$d=\frac{1}{\sqrt{3}}$

$r=\sqrt{\frac{11}{3}}$

الإجابة: نبين أن $d<R$ حيث: d هو بعد المركز O عن المستوي (P).

$r=\sqrt{R^2-d^2}$ و A هي المسقط العمودي للنقطة للمبدأ O على المستوي (P).

- الوضع النسبي لمستويين

نعتبر في الفضاء المستويات (P_1) ، (P_2) ، (P_3) حيث:

$$(P_3):\begin{cases}x=t+1\\y=2t+k\\z=3t+2k\end{cases} \quad ، \quad (P_2): x+y+z=0 \quad ، \quad (P_1): y+2z-1=0$$

سؤال35: 1) بين أن المستويين (P_1) ، (P_2) متقاطعان وفق مستقيم (Δ)

2) أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ).

الإجابة: 1) نبين أن شعاعي ناظمي المستويين (P_1) ، (P_2) غير مرتبطين خطيا.

2) التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) هو التمثيل الوسيطي للمستقيم (AB)

حيث: A ، B نقطتان من المستقيم (Δ)

سؤال36: بين أن المستويين (P_2) ، (IJk) متوازيان ومختلفان

الإجابة: نبين أن:

- شعاعي ناظمي المستويين (P_2) ، (IJk) مرتبطان خطيا.
- نقطة من المستوي (IJk) لا تنتمي إلى المستوي (P_2)

سؤال37: أدرس الوضع النسبي للمستوي (IJk) والمستوي (P_3) :

الإجابة: نعوض x ، y ، z في معادلة المستوي (IJk) فنحصل على معادلة ذات مجهولين t ، k ثم نقوم بدراسة هذه المجموعة.

- الوضع النسبي لمستقيمين

نعتبر في الفضاء المستقيمات (Δ_1) ، (Δ_2) ، (Δ_3) حيث:

$$(\Delta_1):\begin{cases}x=2\\y=\alpha\\z=1-\alpha\end{cases} \quad ، \quad (\Delta_2):\begin{cases}x=1+\beta\\y=1\\z=\beta\end{cases} \quad ، \quad (\Delta_3):\begin{cases}x=1\\y=1-2\lambda\\z=2\lambda\end{cases}$$

سؤال38: بين أن المستقيمين (Δ_1) ، (Δ_2) ليسا من نفس المستوي

الإجابة: نبين أن:

- شعاعي توجيه المستقيمين (Δ_1) ، (Δ_2) غير مرتبطين خطيا
- الجملة $\begin{cases}1+\beta=2\\1=\alpha\\\beta=1-\alpha\end{cases}$ لا تقبل اي حل.

سؤال39: بين أن المستقيمين (Δ_2) ، (Δ_3) متقاطعان في نقطة يطلب تعيينها.

الإجابة: نبين أن:

- شعاعي توجيه (Δ_2) ، (Δ_3) غير مرتبطين خطيا
- الجملة $\begin{cases}1=1+\beta\\1-2\lambda=1\\2\lambda=\beta\end{cases}$ تقبل حلا وحيدا.

تعيين إحداثيات نقطة التقاطع:

حل الجملة هو: $(\beta,\lambda)=(0,0)$ إذن إحداثيات نقطة التقاطع هي: $(1,1,0)$

سؤال40: اثبت أن المستقيمين (Δ_1) ، (Δ_3) متوازيان ومختلفان.

الإجابة: نبين أن:

- شعاعي توجيه المستقيمين (Δ_1) ، (Δ_3) مرتبطان خطيا
- نقطة من المستقيم (Δ_1) لا تنتمي إلى المستقيم (Δ_3).
- الوضع النسبي لثلاث مستويات

نعتبر في الفضاء المستويات (P_1) ، (P_2) ، (P_3) حيث:

$(P_1): x-y+z=0$ ، $(P_2): 2x+y+z-1=0$ ، $(P_3): x+y+3=0$

سؤال41: 1) بين أن المستويين (P_1) ، (P_2) متقاطعان وفق مستقيم (Δ)

2) أدرس الوضع النسبي للمستويات (P_1) ، (P_2) ، (P_3)

الإجابة: 1) نبين أن ناظمي المستويين (P_1) ، (P_2) غير مرتبطين خطيا

2) تؤول دراسة الوضع النسبي للمستويات (P_1) ، (P_2) ، (P_3) إلى دراسة الوضع النسبي للمستقيم (Δ) والمستوي (P_3)

مرجح جملة مثقلة

سؤال42: أحسب احداثيات G مركز ثقل المثلث ABC

الإجابة: احداثيات النقطة G هي (x_G , y_G , z_G) حيث:

$$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \text{ ، } y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \text{ ، } z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3}$$

سؤال43: لتكن G النقطة المعرفة كما يلي: $3\overrightarrow{GI} = 2\overrightarrow{Ik}$

اثبت أن النقطة G مرجح النقطتين I ، k المرفقتين بمعاملين يطلب تعيينهما.

الإجابة: لدينا: $3\overrightarrow{GI} = 2\overrightarrow{Ik}$ ومنه: $3\overrightarrow{GI} = 2\overrightarrow{IG} + 2\overrightarrow{Gk}$ ومنه: $5\overrightarrow{GI} - 2\overrightarrow{Gk} = \overrightarrow{0}$

إذن: G مرجح الجملة $\{(I;5) , (k;-2)\}$

سؤال44: G مرجح الجملة $\{(I;2) , (k;3)\}$

من أجل اي جملة مثقلة تكون النقطة I مرجحا ؟.

الإجابة: لدينا: $2\overrightarrow{GI} + 3\overrightarrow{Gk} = \overrightarrow{0}$ ومنه: $5\overrightarrow{GI} + 3\overrightarrow{Ik} = \overrightarrow{0}$ ومنه: $3\overrightarrow{Ik} - 5\overrightarrow{IG} = \overrightarrow{0}$

إذن: I مرجح الجملة $\{(G;-5) , (k;3)\}$

سؤال45: M نقطة كيفية من المستقيم (IJ).

برهن أن M مرجح النقطتين I ، J المرفقتين بمعاملين يطلب تعيينهما.

الإجابة: لدينا: $\overrightarrow{IM} = t\,\overrightarrow{IJ}$ مع: t وسيط حقيقي.

ومنه: $\overrightarrow{IM} = t\,\overrightarrow{MJ}\,(1-t)$ ومنه: $(1-t)\overrightarrow{IM} + t\,\overrightarrow{JM} = \vec{0}$

إذن: M مرجح النقطتين I ، J المرفقتين بالمعاملين $1-t$ ، t على الترتيب.

سؤال46: M نقطة كيفية من المستقيم (ABC).

برهن أن M مرجح النقاط A ، B ، C المرفقة بمعاملات يطلب تعيينهما.

الإجابة: لدينا: $\overrightarrow{AM} = t\,\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{AC}$ مع: t ، k وسيطان حقيقيان.

ومنه: $\overrightarrow{AM} = t\left(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}\right) + k\left(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MC}\right)$

نجد: $(1-t-k)\overrightarrow{AM} + t\overrightarrow{BM} + k\overrightarrow{CM} = \vec{0}$

إذن: M مرجح النقاط A ، B ، C المرفقة بالمعاملات $1-t-k$ ، t ، k على الترتيب..

سؤال47: $ABCD$ مستطيل.

بين أن النقطة D مرجح النقاط A ، B ، C المرفقة بمعاملات يطلب تحديدها.

الإجابة: انطلاقا من $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ نجد: $\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$

إذن: D مرجح الجملة $\{(A;1),(B;-1),(C;1)\}$

مجموعات النقط من الفضاء

نعتبر في الفضاء النقاط $A(1,2,0)$ ، $B(3,0,1)$ ، $C(1,0,1)$

- حدد في كل حالة من الحالات التالية (E) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق:

سؤال48: $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0$

الإجابة: نفرض: E منتصف القطعة $[AB]$

لدينا: $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0$ ومنه $\left(\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EM}\right) \cdot \left(\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{EM}\right) = 0$

نجد: $EM = AE$ إذن: (E) سطح كرة مركزها E وطول نصف قطرها AE

أي: (E) سطح كرة قطرها $[AB]$

سؤال49: $AM = BM$

الإجابة: لدينا: $AM = BM$ ومنه: $AM^2 - BM^2 = 0$

ومنه: $\left(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM}\right) \cdot \left(\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{BM}\right) = 0$ ، نفرض: G منتصف القطعة $[AB]$

فنجد: $2\,\overrightarrow{GM} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ معناه: $\overrightarrow{GM} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$

إذن: (E) مستو يشمل النقطة G وشعاع ناظم له $\overrightarrow{AB}$

سؤال50: $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=2$

الإجابة: نسمي G مركز ثقل المثلث ABC فنجد: $GM=2$

إذن: (E) سطح كرة مركزها G وطول نصف قطرها 2.

سؤال51: $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|$

الإجابة: نسمي G مركز ثقل المثلث ABC فنجد: $GM=AB$

إذن: (E) سطح كرة مركزها G ونصف قطرها AB.

سؤال52: $\left\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right\|$

الإجابة: نسمي: G مرجح الجملة $\{(A;1),(B;2),(C;1)\}$ و G' منتصف $[AB]$

نجد: $MG=MG'$ ومنه: (E) المستوي المحوري للقطعة $[GG']$

سؤال53: $\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right)\cdot\overrightarrow{OM}=0$

الإجابة: نسمي G مرجح الجملة $\{(A;1),(B;1),(C;-1)\}$

فنجد: $\overrightarrow{GM}\cdot\overrightarrow{OM}=0$ ومنه: (E) سطح كرة قطرها $[OG]$

سؤال54: $\overrightarrow{EM}\cdot\overrightarrow{AB}=k$ حيث: k عدد حقيقي و $A\neq B$

الإجابة: (E) مستو شعاع ناظم له $\overrightarrow{AB}$

سؤال55: $AM^2-BM^2=k$ مع: k عدد حقيقي

الإجابة: لدينا: $AM^2-BM^2=k$ ومنه $\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BM}\right)\cdot\left(\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{BM}\right)=k$

نفرض: G منتصف القطعة $[AB]$ فنجد: $2\,\overrightarrow{GM}\cdot\overrightarrow{AB}=k$ معناه: $\overrightarrow{GM}\cdot\overrightarrow{AB}=\dfrac{k}{2}$

إذن: (E) مستو شعاع ناظم له $\overrightarrow{AB}$

سؤال56: $\dfrac{AM}{BM}=k$ مع: k عدد حقيقي موجب تماما.

الإجابة: نميز الحالتين التاليتين

- $k=1$: $\dfrac{AM}{BM}=k$ تكافئ: $AM=BM$

إذن: (E) هي المستوي المحوري للقطعة $[AB]$

- $k\neq 1$: $\dfrac{AM}{BM}=k$ تكافئ: $AM^2=k^2\times BM^2$

تكافئ: $\left(\overrightarrow{AM}-k\overrightarrow{BM}\right)\cdot\left(\overrightarrow{AM}+k\overrightarrow{BM}\right)=0$ نجد: $\overrightarrow{GM}\cdot\overrightarrow{G'M}=0$

حيث: G مرجح $\{(A;1),(B;-k)\}$ و G' مرجح $\{(A;1),(B;k)\}$

إذن: (E) سطح كرة قطرها $[GG']$

سؤال57: $AM^2+BM^2-CM^2=9$

الإجابة: نجد: $x^2+y^2+z^2-6x-4y+4=0$

إذن: (E) سطح كرة مركزها $G(3,2,0)$ وطول نصف قطرها 3

سؤال58: $AM^2+BM^2-2CM^2=5$

الإجابة: نجد: $2x+2y-z-3=0$ ومنه: (E) مستو من الفضاء

سؤال59: $\overrightarrow{AM}=\dfrac{e^t}{e^t+1}\overrightarrow{AB}$ حيث: t عدد حقيقي.

الإجابة: بما أن: $0<\dfrac{e^t}{e^t+1}<1$

فإن: (E) هي نقط القطعة $[AB]$ ما عدا النقطتين A ، B

سؤال60: $x^2+y^2+z^2-2x+4z+2=0$

بين أن (E) سطح كرة يطلب تعيين مركزها وطول نصف قطرها.

الإجابة: لدينا: $(a,b,c,d)=(-2,4,0,2)$

نجد: $\Delta=a^2+b^2+c^2-4d$ $\Delta=12>0$

إذن: (E) سطح كرة مركزها $A(1,0,-2)$ ونصف قطرها $\sqrt{3}=\dfrac{\sqrt{\Delta}}{2}$.

سؤال61: $|x+y+z+1|=|x-2z|$

الإجابة: المعادلة (E) تكافئ: $y+3z+1=0$ أو $2x+y-z+1=0$

إذن: (E) هي اتحاد المستويين المعرفين بالمعادلتين $y+3z+1=0$ ،

$2x+y-z+1=0$

سؤال62: $(x+y-z+1)^2+(x-2z)^2=0$

الإجابة: المعادلة (E) تكافئ: $\begin{cases}x+y-z+1=0\\x-2z=0\end{cases}$ إذن: (E) مستقيم من الفضاء