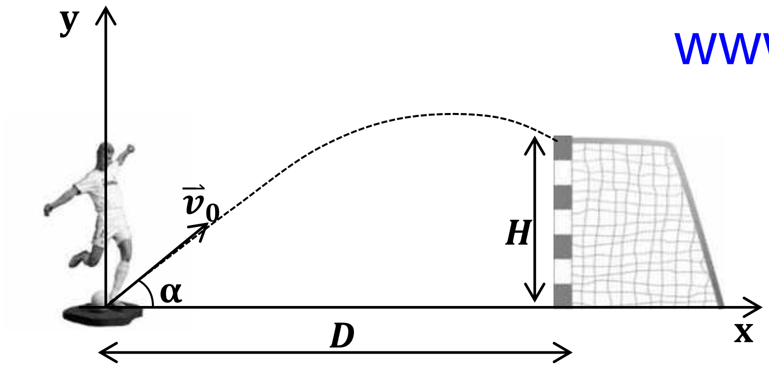
التمرين(22)

يريد لاعب كرة قدم إنجاز ضربة حرة مباشرة.لتحقيق ذلك يضع اللاعب الكرة في النقطة O (أنظر الشكل) على مسافة $D = 25m$ من المرمى الذي ارتفاعه $H = 2{,}44m$ يقذف اللاعب الكرة بسرعة ابتدائية $\vec{v}_0$ تكون زاوية $\alpha = 30^0$ مع الخط الأفقي. نعتبر الكرة جسما صلبا نقطيا ونهمل تأثيرات الهواء ، كما نعتبر مجال الثقالة منتظما وشدته $g = 10m/s^2$.

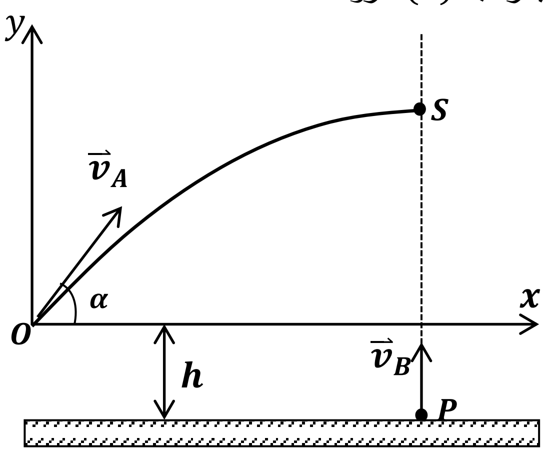


1) بين أن مسار الكرة ينتمي إلى المستوى الرأسي $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.
2) حدد معادلة المسار في المعلم $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ بدلالة g و α و v_0 .
3) ماهي قيمة السرعة v_0 التي تمكن اللاعب من تسجيل الهدف باعتبار الكرة تمر محاذية للعارضة الأفقية.

التمرين(23)

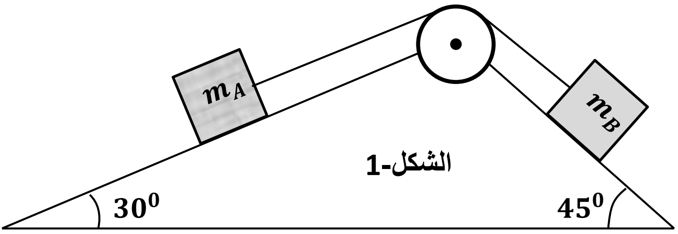
نقذف من النقطة (O) جسما A نعتبره نقطة مادية بسرعة $\vec{v}_A$ تصنع مع محور الفواصل للمعلم (Oxy) في المستوي الشاقولي زاوية $\alpha = 30°$ وطويلتها $v_A = 40m/s$ ، وذلك في اللحظة $t = 0$. توجد النقطة (O) على ارتفاع $h = 2m$ عن سطح الأرض. وبعد $1s$ نقذف جسما B ، نعتبره نقطة مادية ، من النقطة (P) من سطح الأرض بسرعة شاقولية نحو الأعلى طويلتها $v_B = 20m/s$ نهمل تأثير الهواء على حركتي الجسمين.

1) أوجد المعادلتين الزمنيتين للجسم A : $x_A(t)$ و $y_A(t)$ في المعلم (Oxy) .
2) احسب فاصلة النقطة (P) في المعلم (Oxy) ، علما أن الجسم B يمر ب (S) ذروة مسار الجسم A .
3) أوجد المعادلة الزمنية للجسم B على المحور Oy : $y_B(t)$.
4) احسب المسافة بين الجسمين A و B لحظة مرور A بالنقطة (S)
5) كم يجب أن تكون قيمة v_B حتى يصطدم الجسمان في النقطة (S) خلال صعود الجسم B ؟.



أوجد خصائص شعاع سرعة الجسم A لحظة قذف الجسم B .

التمرين(24)



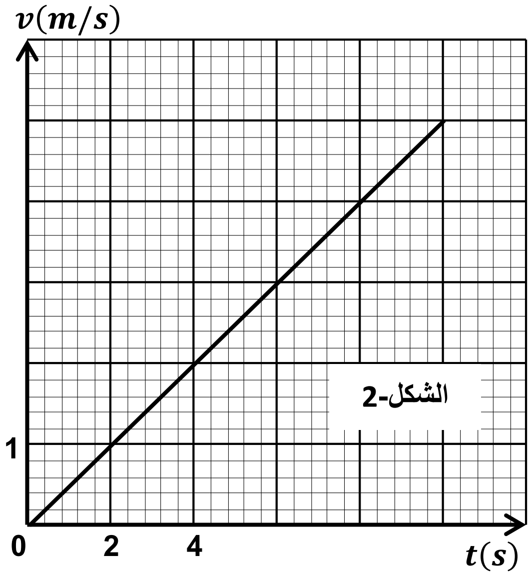
تتكون الجملة في(الشكل−1) من عربتين عربة A كتلتها $m_A = 0{,}5kg$ وعربة B كتلتها m_B موضوعتين على سكتين مائلتين عن الأفق ب زاويتين $\alpha = 30^0$ و $\beta = 45^0$. بالنسبة للأفق، موصولتين بخيط عديم الامتطاط ومهمل الكتلة يمر بمحز بكرة مهملة الكتلة.

1) أوجد العلاقة التي تربط بين m_A ، m_B ، α و β عند التوازن وذلك بإهمال الاحتكاكات . ثم استنتج كتلة العربة m_B .

2) نضع فوق العربة B كتلة إضافية بحيث تصبح $m_B = 2m_A$ ثم نترك الجملة لحالها دون سرعة ابتدائية.

أ- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن حدد طبيعة الحركة ثم بين أن تسارعها $a = 3m/s^2$.

ب- ما هي سرعة الجملة بعد $5s$ من بدأ الحركة .



3) بتقنية التصوير المتعاقب تمكنا من رسم منحنى السرعة بدلالة الزمن (الشكل-2) .

أ- احسب قيمة التسارع وقارنها مع المحسوبة سابقا.

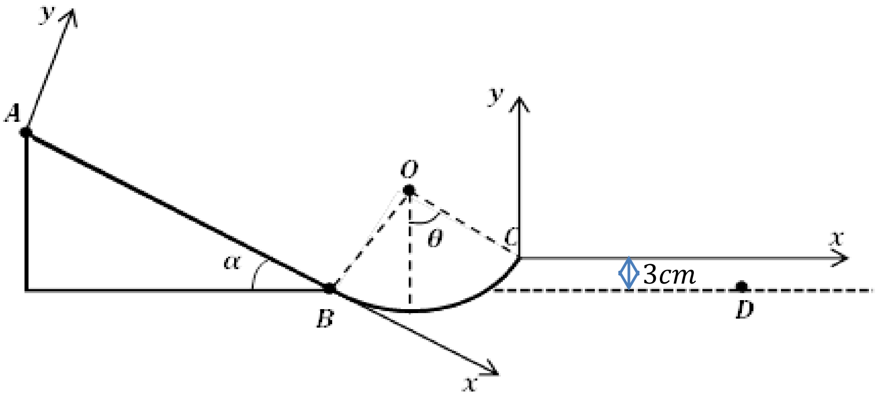
ب- ما هو سبب الاختلاف بين القيمتين؟ .

ج- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين أن عبارة التسارع من الشكل: $a = \frac{g}{3}(2\sin\beta - \sin\alpha) - \frac{2f}{3m_A}$. يمكن اعتبار أن الاحتكاك ثابت الشدة ونفسه على السكتين .

د- احسب قيمة الاحتكاك f وتوتر الخيط T . $g = 10m/s^2$.

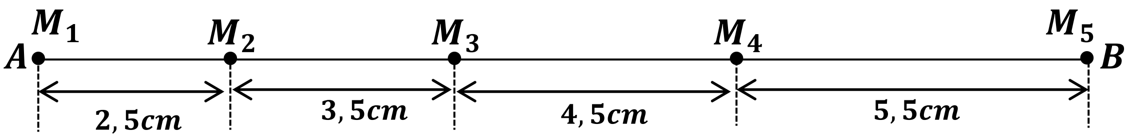
التمرين(25)

تتحرك كرية كتلتها $m = 800g$ على مسار ABC ، حيث AB جزء مستقيم مائل بزاوية $\alpha = 30°$ بالنسبة للمستوي الأفقي. BC جزء من دائرة مركزها O ونصف قطرها $r = 10cm$ حيث $\theta = 45°$.



تنطلق الكرية من النقطة A بسرعة ابتدائية $v_A = 0{,}4\ m/s$.

نسجل حركتها على الجزء AB ، فنحصل على التسجيل الممثل في الشكل التالي:



نعتبر لحظة انطلاق الكرية من الموضع M_1 مبدأ للزمن $t = 0$ و المدة الزمنية الفاصلة بين موضعين متتاليين متساوية $\tau = 50ms$.

1) أحسب السرعة اللحظية للكرية في الموضعين M_2 و M_4 .

2) استنتج قيمة a_3 تسارع مركز عطالة الكرية.

3) ارسم البيان $v = f(t)$ في المجال الزمني $[0, 3\tau]$ و استنتج طبيعة حركة الكرية بين A و B .

4) أوجد المعادلة الزمنية لحركة الكرية.

5) بين أن الحركة تتم باحتكاك على الجزء AB .

6) أحسب شدة قوة الاحتكاك $\vec{f}$ التي نعتبرها ثابتة على طول المسار AB .

7) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد شدة المركبة الناظمية $\vec{R}_N$ للقوة التي يطبقها الجزء AB على الكرية.

8) أحسب بطريقتين مختلفتين سرعة الكرية عند النقطة B .

9) نهمل الاحتكاكات على الجزء BC .

أ) أوجد سرعة الكرية عند النقطة C .

ب) استنتج التسارع الناظمي a_N عند النقطة C .

ج) أحسب عند نفس النقطة شدة القوة $\vec{R}$ التي يطبقها الجزء BC على الكرية .

10) تغادر الكرية الجزء BC لتواصل حركتها في الهواء و تسقط في الموضع D .

بإهمال تأثير الهواء أدرس حركة الكرية في المعلم $(\overrightarrow{Cx}, \overrightarrow{Cy})$ و استنتج:

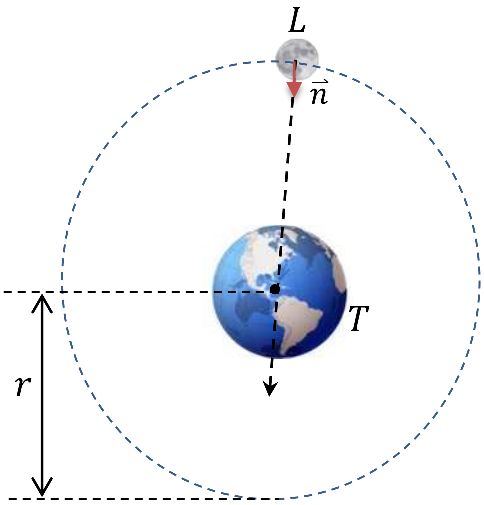
أ) المعادلات الزمنية للحركة.

ب) معادلة و طبيعة المسار.

ج) فاصلة نقطة سقوط الكرية x_D .

التمرين(26)

.



i. يمثل (القمر) القمر الطبيعي الوحيد للكرة الأرضية بالإضافة إلى انه خامس اكبر قمر طبيعي في المجموعة الشمسية يدور القمر (L) حول الأرض وفق مسار نعتبره دائريا مركزه الأرض و نصف قطر هذا المدار r و دوره T_L .

1) مثل بيانيا القوة التي تطبقها الأرض على القمر.
2) أكتب العبارة الشعاعية لهذه القوة $\vec{F}_{T/L}$ بدلالة G و m_L و M_T و r .
3) ما هو المرجع الذي تنسب إليه الحركة؟
4) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

أ- بين أن حركة القمر دائرية منتظمة.

ب- أثبت العلاقة التالية : $\frac{T_L{}^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T}$

ج- جد كتلة الأرض M_T .

ii. لتأريخ عمر القمر يلجأ العلماء إلى طرائق من بينها الاعتماد على التناقص الإشعاعي تتحول نواة اليورانيوم $^{238}_{92}U$ المشعة إلى نواة رصاص $^{206}_{82}Pb$ عبر سلسلة متتالية من الاشعاعات α و β^- . تنمذج هذه التحولات النووية بالمعادلة الآتية : $^{238}_{92}U \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + x\,{}^{0}_{-1}e + y\,{}^{4}_{2}He$.

1) حدد كلا من x و y -أعط تركيب نواة اليورانيوم 238.
2) أحسب طاقة الربط للنواة $^{238}_{92}U$ ثم بين أن نواة الرصاص $^{206}_{82}Pb$ أكثر استقرار من النواة $^{238}_{92}U$

III -جمعت *أبولو* عينات من صخور القمر, هذه الأخيرة تحتوي على الرصاص و اليورانيوم, نعتبر الرصاص ينتج فقط عن التفكك التلقائي لليورانيوم 238خلال الزمن.

تحتوي عينة من صخر القمر عند لحظة t على كتلة $m(U) = 10g$ من اليورانيوم و كتلة $m(Pb) = 0{,}01g$ من الرصاص

1) بين أن عمر القمر يعطى بالعلاقة $t = \frac{t_{1/2}}{ln2} . ln[1 + \frac{m_{Pb}(t).M(U)}{m_U(t)M(Pb)}]$.
2) أحسب t بالسنة.

المعطيات:

- G ثابت الجذب العام $G = 6{,}67 . 10^{-11}(SI)$.
- دور حركة القمر حول الأرض $T_L = 28jours$.
- نصف قطر مسار القمر حول الأرض $r = 3{,}84 . 10^5 Km$

$$m\left({}^{238}U\right) = 238{,}00031u \,, m\left({}^{206}Pb\right) = 205{,}92949u \,, m_p = 1{,}00728u \,, m_n = 1{,}00866u \,, 1u = 931{,}5MeV / c^2$$

$$M\left({}^{238}U\right) = 238g/mol \,, M\left({}^{206}Pb\right) = 206g/mol \,, \frac{E_\ell\left({}^{206}Pb\right)}{A} = 7{,}87MeV/nuc \,, t_{1/2} = 4{,}5 \times 10^9 ans$$

الحلول

التمرين(1)

1) أوجد شدة شعاع السرعة اللحظية ثم أحسب قيمتها عند اللحظة $t = 3s$.

$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = (3)\vec{\imath} + (10t)\vec{\jmath}$.

$v_x = 3m/s$ و $v_y = 10t$.

$v = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2}$.

$v = \sqrt{9 + (10t)^2}$.

عند اللحظة $t = 3s$. $v = \sqrt{9 + (10 \times 3)^2} = 30{,}14 m/s$.

2) أوجد قيمة التسارع .

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 10\vec{\jmath}$.

$a = 10m/s^2$.

التمرين(2)

1) أحسب مقدار السرعة و التسارع.

$\vec{v} = v_x\vec{\imath} + v_y\vec{\jmath}$

$v_x = \frac{dx}{dt} = 6\pi\, cos\, 2\, \pi\, t$.

$v_y = \frac{dy}{dt} = -\, 6\pi\, sin2\pi t$.

$v = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2}$.

$v = \sqrt{(6\pi\, cos\, 2\, \pi\, t)^2 + (-\, 6\pi\, sin2\pi t)^2}$

$v = \sqrt{(6\pi\, cos\, 2\, \pi\, t)^2 + (-\, 6\pi\, sin2\pi t)^2} = 6\pi\sqrt{(\, cos\, 2\, \pi\, t)^2 + (\, sin2\pi t)^2}$.

$v = 6\pi \times 1 = 18{,}84\ m/s$.

$a_x = \frac{dv_x}{dt} = -12\, \pi^2 sin2\pi t$.

$a_y = \frac{dv_y}{dt} = -12\pi^2 cos2\pi t$.

$a = \sqrt{(a_x)^2 + (a_y)^2}$

$$a=\sqrt{(-12\,\pi^2 sin2\pi t)^2+(-12\pi^2 cos2\pi t)^2}=12\pi^2\sqrt{(sin2\pi t)^2+(cos2\pi t)^2}$$

. $a=12\pi^2=120m/s^2$

2) معادلة المسار $y=f(x)$ ، ثم مثلها بيانيا ، مستنتجا طبيعة الحركة.

. $y=3cos2\pi t$ و $x=3sin2\pi t$

$x^2=3^2(sin2\pi t)^2$

. $y^2=3^2(cos2\pi t)^2$

$$x^2+y^2=3^2(sin2\pi t)^2+3^2(cos2\pi t)^2=3^2((sin2\pi t)^2+(cos2\pi t)^2)$$

. $R=3m$ معادلة دائرة نصف قطرها . $x^2+y^2=3^2$

قيمة السرعة ثابته والمسار دائري اذن الحركة دائرية منتظمة .

التمرين(3)

1) حدد مراحل وطبيعة الحركة في كل مرحلة .

المرحلة الأولى $t\epsilon[0\,\ldots.2s]$ حركة مستقيمة متسارعة بانتظام .

المرحلة الثانية $t\epsilon[2\,\ldots.5s]$ حركة مستقيمة منتظمة .

المرحلة الثالثة $t\epsilon[5\,\ldots 7s]$ حركة مستقيمة متباطئة بانتظام .

2) أحسب قيمة التسارع في كل مرحلة .

المرحلة الأولى $a_1=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{10-0}{2-0}=5m/s^2$

المرحلة الثانية $a_2=0$.

المرحلة الثالثة $a_3=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{0-10}{7-5}=-5m/s^2$

3) المعادلة الزمنية للحركة في المرحلة الأولى .

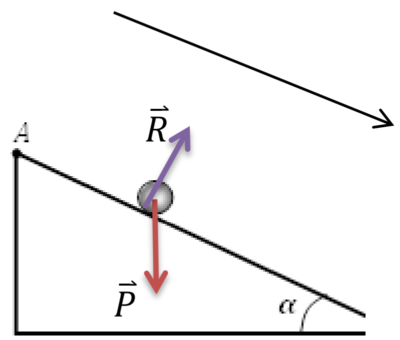
. $\frac{dx}{dt}=v$ لدينا . $v=a_1t$

. $x=\frac{1}{2}a_1t^2$ الدالة التي مشتقها هي a_1t $\frac{dx}{dt}=a_1t$

. $x=\frac{1}{2}a_1t^2$

. $x=2{,}5t^2$

التمرين(4)



i. الجزء الأول : دراسة حركة الكرية على الجزء AB .

1) مثل القوى المطبقة على الكرية.
2) أوجد المسافة AB .

تطبيق قانون نيوتن الثاني .

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \ .$$

$$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a} \ .$$

بالإسقاط على المحور الموازي للحركة .

$$P_x = ma \ .$$

$$mg \sin\alpha = ma \ .$$

$$a = g\sin\alpha \ .$$

$$a = 10 \times 0{,}64 = 6{,}4 m/s^2 \ .$$

الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام .

$$v_B^2 - v_A^2 = 2aAB \ .$$

$$AB = \frac{v_B^2 - v_A^2}{2a} = \frac{(16)^2}{2\times 6{,}4} = 20m \ .$$

ii. الجزء الثاني : دراسة سقوط الكرية على الجزء BC في المعلم (O,x,y) .

1) أكتب العبارات الحرفية للمعادلات الزمنية $v_x(t)$ و $v_y(t)$ و $x(t)$ و $y(t)$.

الشروط الابتدائية .

$$(x_0, y_0) = (0, h)$$

$$\left(v_{0x}, v_{0y}\right) = (v_B \cos\alpha \, , -v_B \sin\alpha) \ .$$

تطبيق قانون نيوتن الثاني .

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \ .$$

$$\vec{P} = m\vec{a} \ .$$

$$m\vec{g} = m\vec{a}$$

$$\vec{a} = \vec{g}$$

$$\vec{a} \left| \begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{array} \right.$$

بالإسقاط على المحور $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

الحركة على ox .

$a_x = 0$ وبالتالي الحركة مستقيمة منتظمة .

. $v_x = v_0 \cos\alpha$

ولدينا $v_x = \frac{dx}{dt}$ وبالتالي $\frac{dx}{dt} = v_B \cos\alpha$.

الدالة التي مشتقها $v_B \cos\alpha$ هي $x = v_B (\cos\alpha)t + x_0$ ومن الشروط الابتدائية $x_0 = 0$.

. $x(t) = v_B (\cos\alpha)t$

الحركة على oy .

$a_y = -g$ الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام .

$a_y = \frac{dv_y}{dt}$ ومنه $\frac{dv_y}{dt} = -g$ الدالة التي مشتقها $(-g)$ هي $v_y = -gt + v_{0y}$ ومن الشروط الابتدائية

. $v_{0y} = -v_B \sin\alpha$. $v_y(t) = -gt - v_B \sin\alpha$

$\frac{dy}{dt} = v_y$ ومنه $\frac{dy}{dt} = -gt - v_B \sin\alpha$ الدالة التي مشتقها $(-gt - v_B \sin\alpha)$ هي

$y = -\frac{1}{2}gt^2 - v_B (\sin\alpha)t + y_0$ ومن الشروط الابتدائية $y_0 = h$.

. $y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 - v_B (\sin\alpha)t + h$

$$\vec{r} \left| \begin{array}{l} x = v_B (\cos\alpha)t \ldots.(1) \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 - v_B (\sin\alpha)t + h \ldots.(2) \end{array} \right.$$

2) استنتج معادلة المسار $y(x)$.

من (1) نجد $t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$ ونعوض في (2) .

$$y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_B \cos\alpha}\right)^2 - v_B (\sin\alpha)\frac{x}{v_B \cos\alpha} + h$$

$y = -\frac{g}{2v_B^2 \cos^2\alpha}x^2 - (\tan\alpha)x + h$.المسار جزء من قطع مكافئ .

. $y = -3{,}33 \times 10^{-2}x^2 - 0{,}84x + 5$

3) تسقط الكرية على سطح الارض عند النقطة C . أوجد المسافة OC .

عند النقطة C يكون $y_C = 0$.

. $-3{,}33 \times 10^{-2}x^2 - 0{,}84x + 5 = 0$

$\Delta = 0{,}7 + 0{,}66 = 1{,}36$

$. OC = \frac{0,84-1,16}{-2\times 3,33\times 10^{-2}} = 4,8m$

4) ماهي مدة وصول الكرية الى النقطة C ؟ .

$$x(t) = v_B\,(\cos\alpha)t$$

$$OC = v_B\,(\cos\alpha)t_c$$

$$. t_c = \frac{OC}{v_B\,(\cos\alpha)} = \frac{4,8}{12,25} = 0,4s$$

5) أحسب سرعة الكرية عندما تصل إلى النقطة C .

$$. v_C = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2}$$

$$v_x = 12,25m/s$$

$$v_y = -gt - v_B \sin\alpha = -10\times 0,4 - 10,28 = -14,28$$

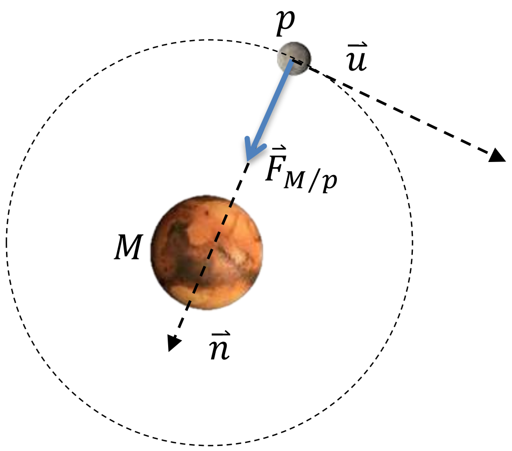
$$. v_C = \sqrt{(12,25)^2 + (14,28)^2} = 18,8m/s$$

التمرين(5)

المريخ $Mars\ (M)$ هو الكوكب الرابع في البعد عن الشمس ويعتبر كوكبا صخريا شبيها بالأرض.

1) المرجع المناسب لهذه الدراسة ؟عرفه.

المرجع المناسب لهذه الدراسة مرتبط بمعلم مبدؤه مركز المريخ و محاوره الثلاث موجهة نحو ثلاث نجوم ثابتة.



2) مثل على الشكل القوة التي يطبقها كوكب المريخ M على قمر فوبوس p .

3) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين أن حركة مركز عطالة هذا القمر دائرية منتظمة.

$$. \sum \vec{F}_{ext} = m_p\vec{a} \,.....(1)$$

بالإسقاط على المحور المماسي $\vec{u}$.

$. a_T = 0$ ومنه $0 = m_p a_T$

$a_T = \frac{dv}{dt} = 0$ ومنه قيمة v ثابته .

المسار دائري و السرعة ثابته وبالتالي الحركة دائرية منتظمة .

4) عبارة سرعة دوران القمر p حول المريخ M .

بإسقاط العلاقة (1) على الناظم $\vec{n}$.

$. F_{M/p} = m_p a_n$

$. \frac{G m_p m_M}{r^2} = m_p \frac{v^2}{r}$

$. v = \sqrt{\frac{G m_M}{r}}$

$. v = \sqrt{\frac{6,67\times10^{-11}\times6,44\times10^{23}}{9,38\times10^{6}}} = 2,14 \times 10^3 m/s$

5) أذكر نص القانون الثالث لكبلر و بين أن النسبة $\frac{T_p^2}{r^3} = 9,21 \times 10^{-13} s^2 . m^{-3}$: . ثم استنتج قيمة T_p .

يتناسب مربع الدور طردا مع مكعب نصف قطر المسار الدائري .

$. T_p = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{G m_M}{r}}}$

$T_p = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G m_M}}$

$. T_p^2 = 4\pi^2 \frac{r^3}{G m_M} = \frac{4\pi^2}{G m_M} r^3$

$\frac{T_p^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G m_M}$

$\frac{T_p^2}{r^3} = \frac{40}{6,67\times10^{-11}\times6,44\times10^{23}} = 9,31 \times 10^{-13} s^2 . m^{-3}$

$. T_p = \sqrt{9,21 \times 10^{-13} \times r^3}$

$T_p = \sqrt{9,21 \times 10^{-13} \times (9,38 \times 10^6)^3} = 2,76 \times 10^4 s$

6) أين يجب وضع محطة الاتصالات (S) لتكون مستقرة بالنسبة للمريخ؟ وما قيمة T_S دور المحطة في مدارها حينئذ؟

محطة الاتصالات (S) مستقرة بالنسبة للمريخ معناه $T_S = T_M$.

$. T_S = 2\pi \sqrt{\frac{r_S^3}{G m_M}}$

$. \frac{T_M^2}{r_S^3} = 9,21 \times 10^{-13} s^2 . m^{-3}$

$. r_S^3 = \frac{T_M^2}{9,21\times10^{-13}}$

$. r_S = \sqrt[3]{\frac{T_M^2}{9,21\times10^{-13}}}$

$$T_M = 24h37min22s = 24 \times 3600 + 37 \times 60 + 22 = 88642s$$

$$r_S = \sqrt[3]{\frac{(88642)^2}{9{,}21\times10^{-13}}} = 2{,}04 \times 10^7 m$$

يجب أن توضع المركبة على بعد $2{,}04 \times 10^4 km$ من مركز المريخ .

. $T_S = 88642s$

معرفة عمر البحيرة الجوفية المتجمدة الموجودة في باطن المريخ .

1) عرف النواة المشعة.

النواة المشعة هي نواة غير مستقرة تتفكك أجلا أم عاجلا الى نواة أكثر استقرار .

2) أكتب معادلة التفكك النووي الحادث لنواة البوتاسيوم ${}^{40}_{19}K$ محددا نمط التفكك.

. ${}^{40}_{19}K \rightarrow {}^{40}_{18}Ar + {}^{0}_{1}e$

نمط التفكك هو β^+

3) حدد قيمة λ ثابت النشاط الإشعاعي للبوتاسيوم .

. $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$

. $\lambda = \frac{0{,}693}{1{,}3\times10^9 ans} = 5{,}33 \times 10^{-10} ans^{-1}$

4) حدد قيمة t عمر صخور هذه البحيرة .

. $N_K = N_0 e^{-\lambda t}$

. $N_0 = N_K + N_{Ar}$

. $N_K = (N_K + N_{Ar}) e^{-\lambda t}$

. $\frac{N_K}{N_K + N_{Ar}} = e^{-\lambda t}$

. $\frac{N_K + N_{Ar}}{N_K} = e^{\lambda t}$

. $\left(1 + \frac{N_{Ar}}{N_K}\right) = e^{\lambda t}$

$$\ln\left(1 + \frac{N_{Ar}}{N_K}\right) = \lambda t$$

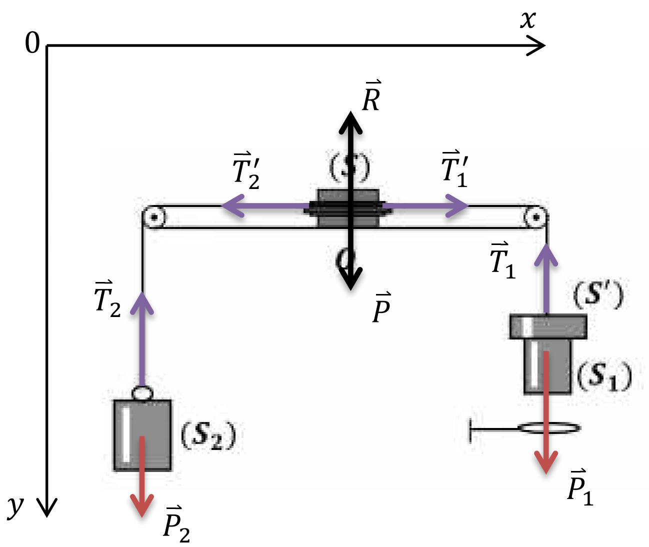
. $t = \frac{1}{\lambda} \ln\left(1 + \frac{N_{Ar}}{N_K}\right)$

$$t = \frac{1}{5{,}33\times10^{-10}} \ln\left(1 + \frac{1{,}29\times10^{17}}{4{,}49\times10^{19}}\right) = 5{,}43 \times 10^6 ans$$

التمرين(6)

1) أوجد عبارة تسارع الجملة قبل اصطدام الجسم (S') بالحلقة المفرغة ثم احسبه.

تطبيق قانون نيوتن الثاني .



$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T}'_1 + \vec{T}'_2 = m\vec{a}$$

$$\vec{P}_1 + \vec{T}_1 = (m_1 + m')\vec{a}$$

$$.\ \vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m_2\vec{a}$$

بالإسقاط

$$T'_1 - T'_2 = ma \ ....(1)$$

$$P_1 - T_1 = (m_1 + m')a \ ....(2)$$

$$-P_2 + T_2 = m_2 a \ ....(3)$$

$T_2 = T'_2$ و $T_1 = T'_1$

بجمع (1) و (2) و (3)

$$P_1 - P_2 = (m_1 + m' + m_2 + m)a$$

$$.\ a = \frac{m_1 + m' - m_2}{m_1 + m' + m_2 + m} g$$

$$.\ a = \frac{100}{1000} \times 10 = 1 m/s^2$$

2) احسب زمن هذا الطور، وما سرعة الجسم المجنح عندئذ؟

$$.\ d = \frac{1}{2} a t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2d}{a}} = \sqrt{\frac{2 \times 0,72}{1}} = 1,2 s$$

$$.\ v_1 = at$$

$$.\ v_1 = 1 \times 1,2 = 1,2 m/s$$

3) احسب توتري الخيطين خلال هذا الطور.

$$P_1 - T_1 = (m_1 + m')a$$

$$T_1 = P_1 - (m_1 + m')a$$

$$T_1 = 5 - 0,5 = 4,5 \text{N}$$

$$-P_2 + T_2 = m_2 a$$

$$T_2 = m_2 a + P_2$$

$T_2 = 0,4 + 4 = 4,4N$

4) ما طبيعة حركة الجملة بعد اصطدام الجسم المجنح بالحلقة المفرغة؟ أحسب تسارعها.

$a_2 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m + m_2} g$

$(m_1 - m_2) < 0$ ومنه $a_2 < 0$ وبالتالي الحركة مستقيمة متباطئة بانتظام .

$a_2 = \frac{-100}{800} \times 10 = -1,25 m/s$

5) ما هي المسافة التي تقطعها الجملة خلال هذا الطور الثاني؟

$v_2^2 - v_1^2 = 2a_2 d_2$

$d_2 = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a_2} = \frac{0 - 1,44}{-2,5} = 0,576m$.

5) ما هو زمن هذا الطور؟

$v_2 = a_2 t + v_1$ ومنه $t = \frac{-v_1}{a_2} = \frac{-1,2}{-1,25} = 0,96s$.

ما هو الزمن الذي تستغرقه الكتلة m منذ بداية حركتها من O وحتى العودة إليها؟ .

التمرين(7)

1) بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين A و C بين أن حركة (S) على المسار الدائري تتم بدون احتكاك.

الجملة المدروسة هي الجسم (S) .

$$E_{CA} + W(\vec{P}) - |W(\vec{f})| = E_{CC}$$

$$|W(\vec{f})| = E_{CA} + W(\vec{P}) - E_{CC}$$

$$|W(\vec{f})| = mgh - \frac{1}{2} m v_C^2$$

$$h = r \cos \alpha$$

$$|W(\vec{f})| = m\left(gr \cos \alpha - \frac{1}{2} v_C^2\right)$$

$$|W(\vec{f})| = m(10 \times 0,9 \times 0,5 - 4,5)$$

$|W(\vec{f})| = 0$ وبالتالي $f = 0$ وبالتالي الحركة تتم بدون احتكاك.

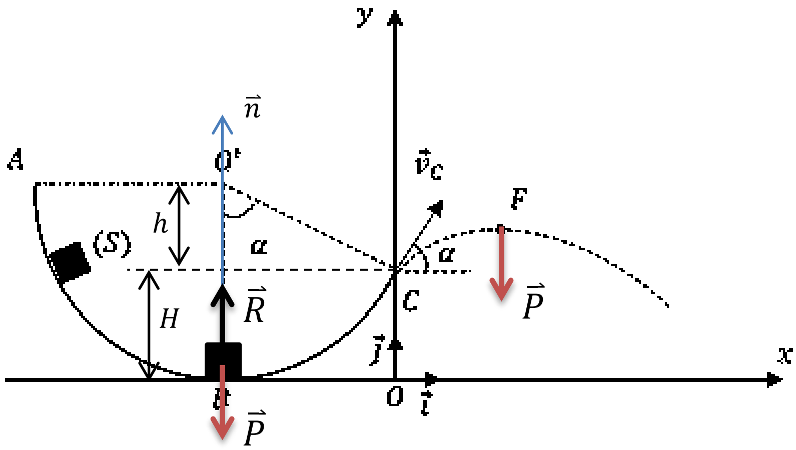
2) بين أن: $v_B = \sqrt{2g.r}$.

$E_{CA} + W(\vec{P}) = E_{CB}$.

$$W(\vec{P}) = E_{CB}$$

$$mgr = \frac{1}{2}mv_B^2$$

. $v_B = \sqrt{2g.r}$



3) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، أوجد عبارة شدة القوة $\vec{R}$ المطبقة من طرف سطح التماس على الجسم في النقطة B بدلالة m و g .ثم أحسب قيمتها.

. $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

. $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

بالاسقاط على الناظم $\vec{n}$.

$$-P + R = ma_n$$

$$-mg + R = m\frac{v_B^2}{r}$$

$$R = mg + m\frac{v_B^2}{r}$$

$$R = mg + m\frac{2g.r}{r}$$

. $R = 3mg$

. $R = 3 \times 0{,}2 \times 10 = 6N$

4) انطلاقا من النقطة C يغادر الجسم (S) المسار الدائري عند لحظة $t = 0$ ، ليسقط عند نقطة تنتمي للمحور الأفقي المار من B .

أ) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن .أوجد المعادلات الزمنية للحركة .ثم استنتج معادلة مسار الحركة.

نختار معلم سطحي أرضي$(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

الشروط الابتدائية .

$$(x_0, y_0) = (0, H)$$

. $(v_{0x}, v_{0y}) = (v_C \cos\alpha \,, v_C \sin\alpha)$

تطبيق قانون نيوتن الثاني .

. $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

. $\vec{P} = m\vec{a}$

$$m\vec{g} = m\vec{a}$$

$\vec{a} = \vec{g}$

بالإسقاط على المحور $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

$$\vec{a} \left| \begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{array} \right.$$

الحركة على ox .

$a_x = 0$ وبالتالي الحركة مستقيمة منتظمة .

$v_x = v_C \cos\alpha$.

ولدينا $v_x = \frac{dx}{dt}$ وبالتالي $\frac{dx}{dt} = v_C \cos\alpha$.

الدالة التي مشتقها $v_C \cos\alpha$ هي $x = v_0(\cos\alpha)t + x_0$ ومن الشروط الابتدائية $x_0 = 0$.

$x = v_C(\cos\alpha)t$.

الحركة على oy .

$a_y = -g$ الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام .

$a_y = \frac{dv_y}{dt}$ ومنه $\frac{dv_y}{dt} = -g$ الدالة التي مشتقها $(-g)$ هي $v_y = -gt + v_{0y}$ ومن الشروط الابتدائية $v_{0y} = v_C \sin\alpha$. $v_y = -gt + v_C \sin\alpha$.

$\frac{dy}{dt} = v_y$ ومنه $\frac{dy}{dt} = -gt + v_C \sin\alpha$ الدالة التي مشتقها $(-gt + v_C \sin\alpha)$ هي

$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_C(\sin\alpha)t + y_0$ ومن الشروط الابتدائية $y_0 = H$.

$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_C(\sin\alpha)t + H$.

$$\vec{r} \left| \begin{array}{l} x = v_C(\cos\alpha)t \; \ldots.(1) \\ y = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_C(\sin\alpha)t + H \; \ldots.(2) \end{array} \right.$$

معادلة المسار $y = f(x)$.

من (1) نجد $t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$ ونعوض في (2) .

$$y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_C \cos\alpha}\right)^2 + v_C(\sin\alpha)\frac{x}{v_C \cos\alpha} + H$$

$y = -\frac{g}{2v_C^2 \cos^2\alpha}x^2 + (\tan\alpha)x + H$ المسار جزء من قطع مكافئ .

$H = r(1 - \cos\alpha)$.

ب) حدد إحداثيي الذروة F.

الزمن اللازم للوصول للذروة $v_y = 0$.

$-gt + v_C \sin\alpha = 0$ ومنه $t_F = \frac{v_C \sin\alpha}{g}$.

$t_F = \frac{3\times0{,}86}{10} = 0{,}258s$.

$x = v_C(\cos\alpha)t$

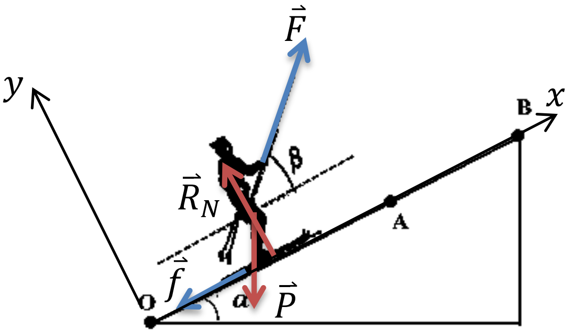
$x_F = 3 \times 0{,}5 \times 0{,}258 = 0{,}387m$

$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_C(\sin\alpha)t + H$

$H = r(1-\cos\alpha) = 0{,}45m$.

$y_F = -5(0{,}258)^2 + 3\times0{,}86\times0{,}258 + 0{,}45 = 0{,}785m$

التمرين(8)



1) جرد القوى الخارجية المطبقة على المتزحلق و لوازمه، وتمثيلها .

قوة الجر $\vec{F}$ ، قوة الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل الناظمية $\vec{R}_N$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$.

2) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، تحديد طبيعة حركة المتزحلق، و حساب تسارعه .

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\vec{F} + \vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f} = m\vec{a}$

بالإسقاط على (o,x,y) .

$F\sin\beta - P\cos\alpha + R_N = ma_y = 0$.

$a_y = 0$ لا توجد حركة على المحور oy .

$F\cos\beta - P\sin\alpha - f = ma_x$

ومنه $a = a_x = \frac{F\cos\beta - mg\sin\alpha - f}{m}$.

$a = \frac{400\times0{,}927-70\times10\times0{,}42-10}{70} = 0{,}93m/s^2$.

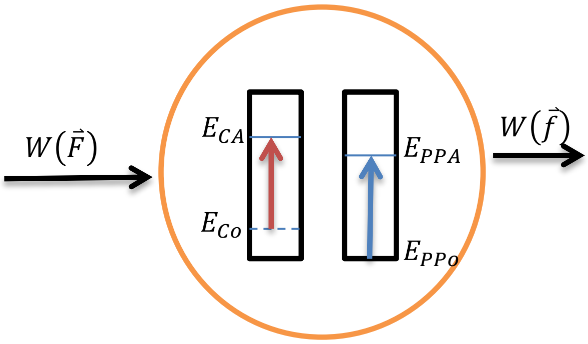
$a > 0$ وبالتالي الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام .

3) يصل المتزحلق إلى النقطة A بسرعة $v_A = 10m/s$ ، احسب المسافة OA .

طريقة 1:

تطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة الجملة المدروسة (المتزحلق+الأرض).

وباختيار المستوي المار من o مستوي مرجعي للطاقة الكامنة الثقالية .



(المتزحلق + الأرض)

$$E_{Co} + E_{PPo} + W(\vec{F}) - |W(\vec{f})| = E_{CA} + E_{PPA}$$

$$. E_{Co} + W(\vec{F}) - |W(\vec{f})| = E_{CA} + E_{PPA}$$

$$. \frac{1}{2}mv_o^2 + F \times OA \cos\beta - f \times OA = \frac{1}{2}mv_A^2 + mgOA \sin\alpha$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 - \frac{1}{2}mv_o^2 = F \times OA \cos\beta - f \times OA - mgOA \sin\alpha$$

$$. OA = \frac{m(v_A^2 - v_o^2)}{2(F \cos\beta - f - mg \sin\alpha)}$$

$$OA = \frac{70(100-4)}{2(370{,}8-10-295{,}8)} = \frac{6720}{130}$$

$$. OA = 51{,}7m$$

طريقة 2:

نطبق العلاقة $v_A^2 - v_o^2 = 2 \times a \times OA$.

$$. OA = \frac{v_A^2 - v_o^2}{2 \times a}$$

$$. OA = \frac{100-4}{2 \times 0{,}93} = 51{,}7m$$

4) حساب الشدة f' لقوة الاحتكاك لتكون حركة المتزحلق مستقيمة منتظمة بين الموضعين A و B .

حسب مبدأ العطالة $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$.

$$. F \cos\beta - P \sin\alpha - f' = 0$$

$$. f' = F \cos\beta - P \sin\alpha$$

$$. f' = 370{,}8 - 295{,}8 = 75N$$

احسب المسافة AB ، علما أن المدة الزمنية المستغرقة لقطعها هي $t = 11s$.

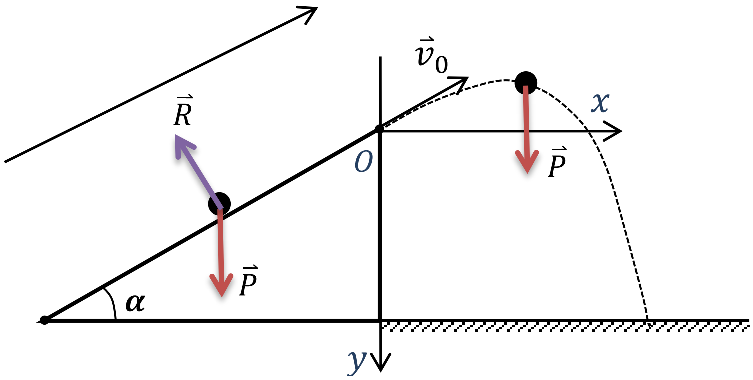
. $OB = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$

$$OB = \frac{1}{2} \times 0{,}93 \times 11^2 + 2 \times 11 = 78{,}3m$$

. $AB = OB - OA = 78{,}3 - 51{,}7 = 26{,}6m$

التمرين(9)

1) ادرس طبيعة حركة الجسم على المسار (OA) ، بإهمال قوى الاحتكاك



$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على المحور الموازي للحركة .

. $-P \sin\alpha = ma$

. $a = -g \sin\alpha$

نلاحظ أن $a < 0$ وبالتالي الحركة مستقيمة متباطئة بانتظام .

2) احسب السرعة v_0 عند النقطة O .

نطبق العلاقة $v_O^2 - v_A^2 = 2 \times a \times OA$

. $v_0 = \sqrt{v_A^2 + 2 \times a \times OA}$

. $v_0 = \sqrt{v_A^2 - 2 \times g \sin\alpha \times OA}$

. $v_0 = \sqrt{400 - 10 \times 30} = 10m/s$

3) عند الوصول إلى (O) ، يؤدي الجسم سقوطا منحنيا .

أ) ادرس حركة الجسم على المحورين واستنتج معادلة المسار $y = f(x)$.

نختار معلم سطحي أرضي $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

الشروط الابتدائية .

$$(x_0, y_0) = (0{,}0)$$

. $(v_{0x}, v_{0y}) = (v_0 \cos\alpha , -v_0 \sin\alpha)$

تطبيق قانون نيوتن الثاني .

. $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

. $\vec{P} = m\vec{a}$

$m\vec{g} = m\vec{a}$

$\vec{a} = \vec{g}$

بالإسقاط على المحور $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

$$\vec{a} \left| \begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = g \end{array} \right.$$

الحركة على ox .

$a_x = 0$ وبالتالي الحركة مستقيمة منتظمة .

. $v_x = v_0 \cos\alpha$

ولدينا $v_x = \frac{dx}{dt}$ وبالتالي $\frac{dx}{dt} = v_0 \cos\alpha$.

الدالة التي مشتقها $v_0 \cos\alpha$ هي $x = v_0(\cos\alpha)t + x_0$ ومن الشروط الابتدائية $x_0 = 0$.

. $x = v_0(\cos\alpha)t$

الحركة على oy .

$a_y = g$ الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام .

$a_y = \frac{dv_y}{dt}$ ومنه $\frac{dv_y}{dt} = g$ الدالة التي مشتقها (g) هي $v_y = gt + v_{0y}$ ومن الشروط الابتدائية $v_{0y} =$ $-v_0 \sin\alpha$. $v_y = gt - v_0 \sin\alpha$.

$\frac{dy}{dt} = v_y$ ومنه $\frac{dy}{dt} = gt - v_0 \sin\alpha$ الدالة التي مشتقها $(gt - v_0 \sin\alpha)$ هي

$y = \frac{1}{2}gt^2 - v_0(\sin\alpha)t + y_0$ ومن الشروط الابتدائية $y_0 = 0$.

. $y = \frac{1}{2}gt^2 - v_0(\sin\alpha)t$

$$\vec{r} \left| \begin{array}{l} x = v_0(\cos\alpha)t \;....(1) \\ y = \dfrac{1}{2}gt^2 - v_0(\sin\alpha)t \;....(2) \end{array} \right.$$

معادلة المسار $y = f(x)$.

من (1) نجد $t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$ ونعوض في (2) .

$$y = \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)^2 - v_0(\sin\alpha)\frac{x}{v_0 \cos\alpha}$$

$y = \frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha}x^2 - (\tan\alpha)x$.المسار جزء من قطع مكافئ .

. $y = 6{,}66 \times 10^{-2}x^2 - 0{,}58x$

ب) أوجد إحداثية نقطة المدى على سطح الأرض .

يكون $y = h$ بحيث $h = OA\sin\alpha$.

$h = 15m$.

$6,66 \times 10^{-2}x^2 - 0,58x = 15$

$6,66 \times 10^{-2}x^2 - 0,58x - 15 = 0$.

$\Delta = 0,336 + 4 = 4,336$.

$x_p = \frac{0,58+2,08}{13,32\times10^{-2}} = 20m$.

ج) أوجد ارتفاع الذروة بالنسبة لسطح الأرض .

عند الذروة يكون $v_y = 0$.

$gt - v_0\sin\alpha = 0$.

$t_s = \frac{v_0\sin\alpha}{g} = \frac{5}{10} = 0,5s$.

$y = \frac{1}{2}gt^2 - v_0(\sin\alpha)t$

$y_s = \frac{1}{2}\times 10 \times (0,5)^2 - 5\times 0,5$.

$y_s = -1,25$ إشارة السالب معناه الجسم موجود فوق المبدأ O .

$h_s = 1,25m$

$\acute{h} = h + h_s = 15 + 1,25 = 16,25m$.

التمرين(10)

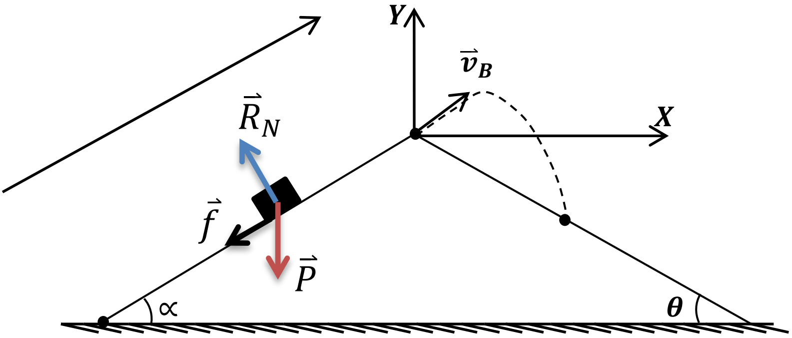
الحل

نقذف جسم صلب (S) كتلته $m = 100g$ بسرعة ابتدائية $v_0 = 5m/s$ من النقطة (A) .

1) مثل كل القوى المطبقة على الجسم.

2) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

- أكتب عبارة التسارع a بدلالة α و g ، f ، m .



$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f} = m\vec{a}$.

بالإسقاط على المحور الموازي للحركة .

$-P_x - f = ma$.

$$-mg\sin\alpha - f = ma$$

. $a = -\left(g\sin\alpha + \frac{f}{m}\right)$

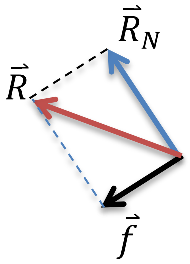
- حدد طبيعة حركة الجسم .

بمأن $a < 0$ فإن الحركة مستقيمة متباطئة بانتظام .

- بين أن شدة القوة $\vec{R}$ المطبقة من طرف المستوى AB تكتب كالتالي : $R = mg\sqrt{\cos^2\alpha + \left(\frac{a}{g} + \sin\alpha\right)^2}$

$$\vec{R} = \vec{R}_N + \vec{f}$$

. $R = \sqrt{R_N^2 + f^2}$



$$f = -mg\sin\alpha - ma$$

. $f = -m(g\sin\alpha + a)$

. $R_N = P_y = mg\cos\alpha$

$$R = \sqrt{(mg\cos\alpha)^2 + m^2(g\sin\alpha + a)^2}$$

نجد $R = mg\sqrt{\cos^2\alpha + \left(\frac{a}{g} + \sin\alpha\right)^2}$.

يغادر الجسم المستوى المائل AB عند النقطة B ليسقط عند النقطة C من منحدر ثاني يصنع مع المستوى الأفقي الزاوية $\theta = 30^0$.

1) أحسب سرعة الجسم عند النقطة B .

. $a = -\left(g\sin\alpha + \frac{f}{m}\right) = -\left(10 \times 0{,}5 + \frac{0{,}1}{0{,}1}\right) = -6m/s^2$

$$v_B^2 - v_A^2 = 2 \times a \times AB$$

. $v_B = \sqrt{2 \times a \times AB + v_A^2}$

. $v_B = \sqrt{-24 + 25} = 1m/s$

2) أكتب معادلة مسار الجسم بعد مغادرته النقطة B .

نختار معلم سطحي أرضي $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

الشروط الابتدائية .

$$(x_0, y_0) = (0{,}0)$$

. $(v_{0x}, v_{0y}) = (v_B\cos\alpha\, , v_B\sin\alpha)$

تطبيق قانون نيوتن الثاني .

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$.

$\vec{P} = m\vec{a}$.

$m\vec{g} = m\vec{a}$

$\vec{a} = \vec{g}$

بالإسقاط على المحور $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

$$\vec{a} \left| \begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{array} \right.$$

الحركة على ox .

$a_x = 0$ وبالتالي الحركة مستقيمة منتظمة .

$v_x = v_B \cos\alpha$.

ولدينا $v_x = \frac{dx}{dt}$ وبالتالي $\frac{dx}{dt} = v_B \cos\alpha$.

الدالة التي مشتقها $v_0 \cos\alpha$ هي $x = v_B(\cos\alpha)t + x_0$ ومن الشروط الابتدائية $x_0 = 0$.

$x = v_B(\cos\alpha)t$.

الحركة على oy .

$a_y = -g$ الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام .

$a_y = \frac{dv_y}{dt}$ ومنه $\frac{dv_y}{dt} = -g$ الدالة التي مشتقها $(-g)$ هي $v_y = -v_B + v_{0y}$ ومن الشروط الابتدائية $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$. $v_y = -gt + v_B \sin\alpha$.

$\frac{dy}{dt} = v_y$ ومنه $\frac{dy}{dt} = -gt + v_B \sin\alpha$ الدالة التي مشتقها $(-gt + v_B \sin\alpha)$ هي

$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_B(\sin\alpha)t + y_0$ ومن الشروط الابتدائية $x_0 = 0$.

$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_B(\sin\alpha)t$.

$$\vec{r} \left| \begin{array}{l} x = v_B(\cos\alpha)t \;....(1) \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_B(\sin\alpha)t \;....(2) \end{array} \right.$$

معادلة المسار $y = f(x)$.

من (1) نجد $t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$ ونعوض في (2) .

$$y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_B \cos\alpha}\right)^2 + v_B(\sin\alpha)\frac{x}{v_B \cos\alpha}$$

$y = -\frac{g}{2v_B^2 \cos^2\alpha}x^2 + (\tan\alpha)x$.المسار جزء من قطع مكافئ .

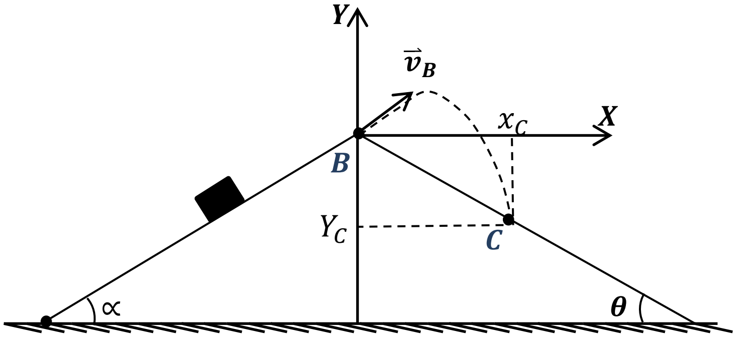
. $y = -\frac{10}{1,5}x^2 + 0,58x$

. $y = -6,66x^2 + 0,58x$

3) أحسب المسافة BC .

خط الميل هو عبارة عن خط مستقيم يمر من المبدأ

معادلته من الشكل $y = -(\tan\theta)x$



$y = -0,58x$

. $-0,58x = -6,66x^2 + 0,58x$

. $-6,66x^2 + 1,16x = 0$

. $x_C = \frac{1,16}{6,66} = 0,17m$

$y_C = -0,58 \times 0,17 = -0,1m$

تطبيق نظرية فيتاغورس .

. $(BC)^2 = (x_C)^2 + (y_C)^2$

. $BC = \sqrt{(x_C)^2 + (y_C)^2}$

. $BC = \sqrt{(0,17)^2 + (0,1)^2} = 0,2m$

4) حدد خصائص شعاع السرعة عند النقطة C .

. $v_x = v_B \cos\alpha = 0,86m/s$

. $y = -5t^2 + 0,5t$

$-0,1 = -5t^2 + 0,5t$

$-5t^2 + 0,5t + 0,1 = 0$ نجد الزمن ونعوض في $v_y = -gt + v_B \sin\alpha$.

ثم نستعمل العلاقة $v_C = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2}$.

كما نستعمل $\tan\beta = \frac{v_y}{v_x}$ كي نحدد منحى شعاع السرعة .

التمرين(11)

1) تمثيل قوة الجذب العام $\vec{F}_{T/S}$ التي تطبقها الأرض على القمر الاصطناعي وكتابة عبارة الشدة $F_{T/S}$ بدلالة M_T و m و G و r .

$F_{T/S} = \frac{G.m.M_T}{r^2}$.

2) باستعمال التحليل البعدي لثابت الجذب العام ، أعط وحدة G في النظام العالمي للوحدات.

$G = \frac{F \times r^2}{m \times M_T}$.

$[G] = \frac{[F] \times [r]^2}{[m] \times [M_T]} = \frac{N.m^2}{kg^2} = N.m^2.kg^{-2}$.

3) بين أن عبارة السرعة الخطية للقمر الاصطناعي في المرجع المركزي الأرضي هو : $v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}$.

القانون الثاني لنيوتن:

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$.

$\vec{F}_{T/S} = m\vec{a}$.

بالإسقاط على الناظم $\vec{n}$.

$F_{T/S} = ma_n$.

$\frac{G.m.M_T}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$.

$\frac{G.M_T}{r} = v^2$.

$v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}$.

4) أكتب عبارة السرعة v بدلالة r و T دور القمر الاصطناعي.

$v = \frac{2\pi r}{T}$.

$T = \frac{2\pi r}{v}$

5) استنتج عبارة تعبير دور القمر الاصطناعي T بدلالة M_T و G و r .

$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{GM_T}{r}}} = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_T}}$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_T}}$.

6) بين أن النسبة $\frac{T^2}{r^3}$ ثابتة بالنسبة لأي قمر اصطناعي يدور حول الأرض ، ثم أحسب قيمتها العددية محددا وحدتها في النظام العالمي للوحدات.

$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_T}}$.

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{r^3}{GM_T} = \frac{4\pi^2}{GM_T} r^3$$

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T} .$$

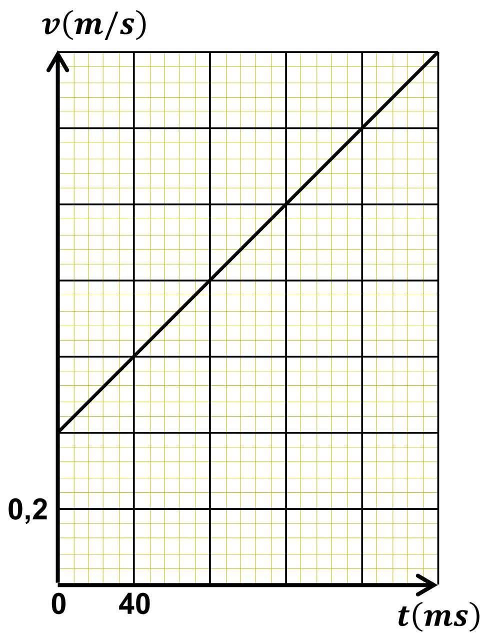
بما أن M_T و G و π ثوابت فإن النسبة $\frac{T^2}{r^3}$ ثابتة بالنسبة لكل الأقمار الاصطناعية التي تدور حول الأرض.

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{40}{6,67\times10^{-11}\times5,97\times10^{24}} = \frac{40}{39,82\times10^{13}} \approx 10^{-13} .$$

7) أحسب الدور المداري T لحركة القمر الاصطناعي.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_T}} = 3,348\times10^4 \text{ s} .$$

تمرين (12)



1) رسم البيان $V = f(t)$.

2) باستغلال البيان :

أ) استنتاج طبيعة حركة مركز عطالة الجسم A ، ثم ايجاد تسارعه.

من البيان السرعة تزداد بشكل خطي وبالتالي الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام .

البيان هو عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ حيث التسارع يمثل ميل البيان .

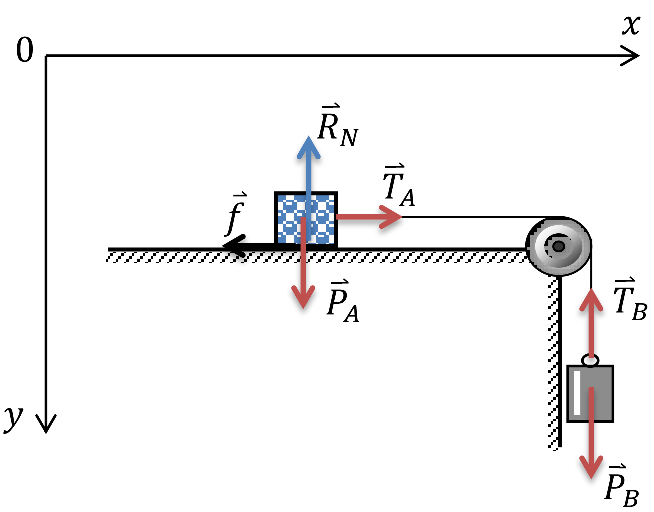
$$a = \frac{1-0,6}{(120-40)\times10^{-3}} = 5m/s^2 .$$

ب) هل بدأت الجملة حركتها من السكون ام بسرعة ابتدائية ؟

الجملة بدأت بسرعة ابتدائية $v_0 = 0,4m/s$.

3) يخضع الجسم لقوة احتكاك $\vec{f}$ على المستوى الأفقي نعتبرها ثابتة الشدة ومعاكسة لجهة الحركة ..

أ) تمثيل كل القوى المؤثرة على الجملة .



ب) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، احسب شدة قوة الاحتكاك.

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} .$$

بالنسبة للجسم A : $\vec{P}_A + \vec{R}_N + \vec{T}_A + \vec{f} = m_A\vec{a}$.

بالاسقاط $T_A - f = m_A a \ldots\ldots (1)$.

بالنسبة للجسم B : $\vec{P}_B + \vec{T}_B = m_B\vec{a}$.

بالاسقاط $P_B - T_B = m_B a \ldots\ldots(2)$

البكرة مهملة الكتلة $T_A = T_B$.

بجمع (1) مع (2) .

$P_B - f = (m_A + m_B)a$.

$f = m_B g - (m_A + m_B)a$.

$f = 0{,}65 \times 10 - 1 \times 5$.

$f = 1{,}5N$.

4) يتقطع الخيط الرابط بين الجسمين عند اللحظة $t = 200ms$

أ) ادرس طبيعة حركة الجسمين بعد انقطاع الخيط .

بالنسبة للجسم A : $\vec{P}_A + \vec{R}_N + \vec{f} = m_A \vec{a}$

بالإسقاط $-f = m_A a$.

$a = -\frac{f}{m_A} < 0$ وبالتالي الحركة مستقيمة متباطئة بانتظام .

بالنسبة للجسم B : $\vec{P}_B = m_B \vec{a}$.

بالاسقاط $P_B = m_B a \ldots\ldots(2)$

$a = g = 10m/s^2$.

الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام (حركة سقوط حر) .

ب) ماهي المسافة التي يقطعها الجسم A حتى يتوقف .

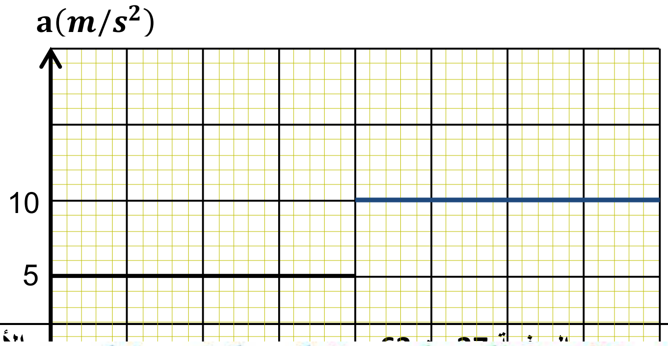
عند $t = 200ms$ يكون $v_i = 1{,}4m/s$.

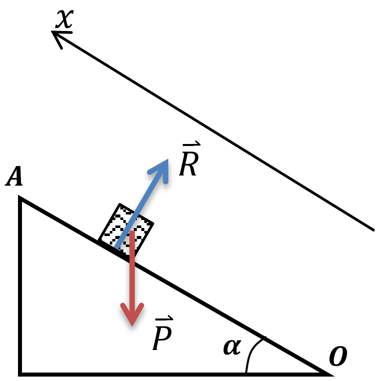
$v_f^2 - v_i^2 = 2ad$

$a = -\frac{f}{m_A} = -\frac{1{,}5}{0{,}35} = -4{,}28m/s^2$.

$d = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2a} = \frac{-1{,}96}{-8{,}56} = 0{,}23m$.

ج-ارسم مخطط التسارع للجسم B قبل وبعد انقطاع الخيط بدلالة الزمن .





التمرين(13)

1- يمثل البيان التالي تغيرات مربع سرعة الجسم (v^2) بدلالة الفاصلة x

أ/ أدرس حركة الجسم على المستوى المائل.

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a} \; .$$

بالإسقاط على ox .

$$-P\sin\alpha = ma \; .$$

$$a = -g\sin\alpha \; .$$

$a < 0$ وبالتالي الحركة مستقيمة متباطئة بانتظام .

ب/ أكتب العلاقة النظرية بين v^2 و x .

$$v^2 - v_0^2 = 2ax$$

$$v^2 = 2ax + v_0^2 \; .$$

جـ/ باستغلال البيان استنتج: قيمة كل من α و v_0 .

البيان هو عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته من الشكل .

$v^2 = Ax + \mathrm{B}$ حيث A يمثل ميل البيان .

$$A = -\frac{9}{0{,}9} = -10 \; .$$

$$v^2 = -10x + 9 \ldots.(1) \; .$$

$$v^2 = 2ax + v_0^2 \ldots.(2)$$

بالمطابقة $v_0 = 3m/s$.

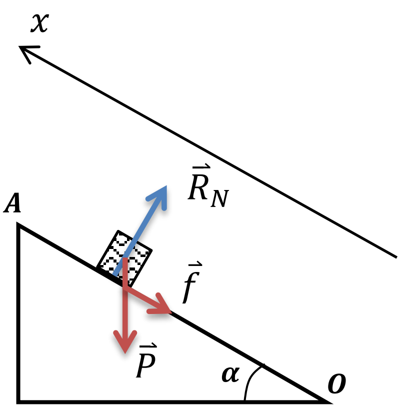
$2a = -10$ نجد $a = -5m/s^2$.

$a = -g\sin\alpha$ وبالتالي $\sin\alpha = -\frac{-5}{10} = 0{,}5$.

ومنه $\alpha = 30^0$.

- باعتبار وجود قوى احتكاك تكافىء قوة وحيدة شدتها f .

أ/ أوجد عبارة التسارع a' للجسم في هذه الحالة.



$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a'}$$

$$\vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f} = m\vec{a'} \ .$$

بالإسقاط على ox .

$$-P\sin\alpha - f = ma' \ .$$

$$a' = -\left(g\sin\alpha + \frac{f}{m}\right) \ .$$

إذا اكتسب الجسم طاقة الحركية قدرها $0{,}2j$ بعد قطعه مسافة $x = 0{,}4\ m$

أحسب شدة قوة الاحتكاك .

$E_C = \frac{1}{2}mv^2$ ومنه $v = \sqrt{\frac{2E_C}{m}}$.

$$v = \sqrt{\frac{0{,}4}{0{,}1}} = 2m/s \ .$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a'x \ .$$

$$a' = \frac{v^2 - v_0^2}{2x} = \frac{4-9}{0{,}8} = -6{,}25m/s^2 \ .$$

$$f = -P\sin\alpha - ma' \ .$$

$$f = -0{,}5 + 0{,}625 = 0{,}125N \ .$$

التمرين(14)

1) أحسب سرعة الجسم عند النقطة B .

تطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة الجسم .

$$E_{CA} + W(\vec{P}) = E_{CB}$$

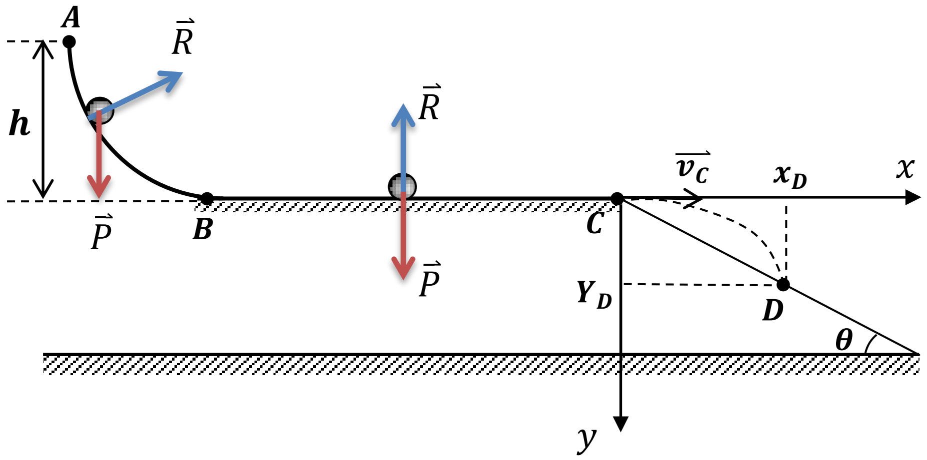
$$E_{CB} = W(\vec{P}) \ .$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = mgh \ .$$

$$v_B = \sqrt{2gh} = \sqrt{100} = 10m/s \ .$$

2) أكتب معادلة مسار الجسم بعد مغادرته النقطة C .

$v_C = v_B$



نختار معلم سطحي أرضي$(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

الشروط الابتدائية .

$$(x_0, y_0) = (0,0)$$

$$(v_{0x}, v_{0y}) = (v_c, 0) \ .$$

تطبيق قانون نيوتن الثاني .

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \ .$$

$$\vec{P} = m\vec{a} \ .$$

$$m\vec{g} = m\vec{a}$$

$$\vec{a} = \vec{g}$$

بالإسقاط على المحور $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$

$$\vec{a} \left| \begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = g \end{array} \right.$$

$$\vec{r} \left| \begin{array}{l} x = v_c t \ \dots.(1) \\ y = \dfrac{1}{2} g t^2 \ \dots.(2) \end{array} \right.$$

معادلة المسار $y = f(x)$.

من (1) نجد $t = \frac{x}{v_c}$ ونعوض في (2) .

$$y = \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_c}\right)^2 +$$

$y = \frac{g}{2v_c^2} x^2$ المسار جزء من قطع مكافئ .

$y = 0{,}05x^2$.

3) أحسب المسافة CD .

خط الميل هو عبارة عن خط مستقيم يمر من المبدأ معادلته .

$y = (\tan\theta)x$.

$y = 0{,}58x$

مسار الجسم وخط الميل يشتركان في النقطة D معناه

$0{,}05x^2 = 0{,}58x$

$x_D = \frac{0{,}58}{0{,}05} = 11{,}6m$.

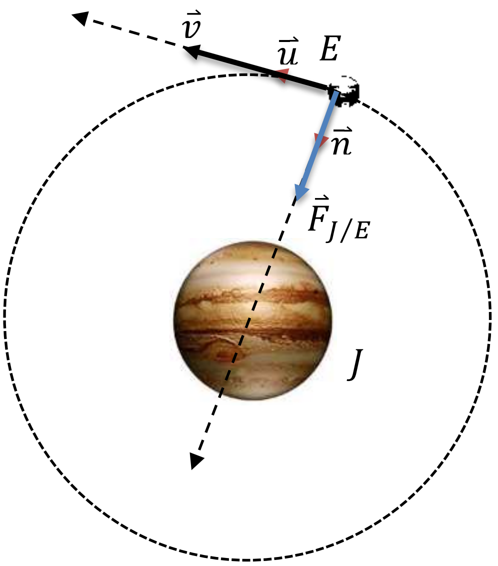
$y_D = 0{,}58 \times 11{,}6 = 6{,}73m$

بتطبيق نظرية فيتاغورس .

$(x_D)^2 + (y_D)^2 = (CD)^2$

$CD = \sqrt{134{,}56 + 45{,}29} = 13{,}41m$

تمرين (15)



1) مثل على الشكل شعاع سرعة القمر $Europe$ $\vec{v}$ وكذا شعاع قوة الجذب العام $\vec{F}_{J/E}$. التي يطبقها كوكب المشتري على القمر $Europ$.

2) أكتب عبارة القوة $\vec{F}_{J/E}$ بدلالة $\vec{n}$ و m_E كتلة القمر $Europ$ و M_J و G و r .

$\vec{F}_{J/E} = \frac{Gm_E M_J}{r^2}\vec{n}$.

3) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القمر $Europ$ بين أن حركته منتظمة. $\sum \vec{F}_{ext} = m_E\vec{a}$

$\vec{F}_{J/E} = m_E\vec{a}$

$\frac{Gm_E M_J}{r^2}\vec{n} = m_E\vec{a}$

$\vec{a} = \frac{GM_J}{r^2}\vec{n}$.

القمر يخضع لتسارع مركزي وبالتالي $a_T = 0$ وبمأن $a_T = \frac{dv}{dt}$ فإن $v = cte$.

إذن الحركة دائرية منتظمة.

4) حدد عبارة سرعته v . احسب السرعة V للقمر $Europ$.

. $a_n = \frac{GM_J}{r^2}$

. $a_n = \frac{v^2}{r}$

. $\frac{v^2}{r} = \frac{GM_J}{r^2}$

. $v = \sqrt{\frac{GM_J}{r}}$

. $v = \sqrt{\frac{6{,}67.10^{-11} \times 1{,}9.10^{27}}{6{,}7.10^{8}}}$

$v = 1{,}375 \times 10^4 m/s$

5) استنتج قيمة السرعة الزاوية ω للقمر $Europ$.

$\omega = \frac{v}{r} = \frac{1{,}375 \times 10^4}{6{,}7 \times 10^8}$

. $\omega = 2{,}05 \times 10^{-5} rad/s$

6) استنتج الدور T لحركة $Europ$ أي المدة اللازمة لإنجاز دورة كاملة حول المشتري.

. $T_E = \frac{2\pi}{\omega}$

$T_E = \frac{2\pi}{2{,}05 \times 10^{-5}} = 3{,}06 \times 10^5 \text{ s}$

7) أثبت قانون كيبلر الثالث : $\frac{T^2}{r^3} = K = cte$ بالنسبة لجميع أقمار كوكب المشتري.

$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{GM_J}{r}}} = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM_J}}$

. $T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM_J}}$

$T^2 = r^3 \frac{4\pi^2}{GM_J}$

. $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_J} = K = cte$

8) دور حركة القمر $"Io"$ هو $T_{IO} = 1j\ 18h18\ min$. حدد نصف قطر مداره .

الثابتة K لا تتعلق بالقمر وبالتالي فهي ثابتة بالنسبة لجميع أقمار المشتري .

$\frac{T_{Io}^2}{r_{IO}^3} = \frac{4\pi^2}{GM_J}$

$. \ r_{IO}^3 = r_{IO}^3 \times \frac{GM_J}{4\pi^2}$

$. \ r_{IO} = \sqrt[3]{r_{IO}^3 \times \frac{GM_J}{4\pi^2}}$

$. \ r_{IO} = 4{,}206 \times 10^8 \ m$

التمرين(16)

i. استغلال المنحنى البياني ومعادلته:

1) المعنى الفيزيائي للمنحنى البياني رقم 2 هو: مخطط سرعة الكرة عند اهمال قوى الاحتكاك.

2) معادلة المنحنى البياني لا تتطابق مع المعادلة رقم (2) .

3) تحدّيد قيمتي الثابتين A و B .

$. \ v(t) = A + Be^{-\alpha t}$

$. \ v(t) = 1{,}14\left(1 - e^{-\frac{t}{0{,}132}}\right)$

$v(t) = 1{,}14 - 1{,}14e^{-\frac{t}{0{,}132}} \ldots .(1)$

$v(t) = A + Be^{-\alpha t} \ldots .(2)$

بالمطابقة بين (1) و (2).

$A = 1{,}14$ و $B = -1{,}14$.

4) اثبات أن المعادلة التفاضلية التي تحققها سرعة الكرة هي : $\frac{dv}{dt} + 7{,}58v = 8{,}64$ ثمّ عيّن قيمتي α و β .

$. \ v(t) = 1{,}14\left(1 - e^{-\frac{t}{0{,}132}}\right)$

$. \ \frac{dv}{dt} = \frac{1{,}14}{0{,}132}e^{-\frac{t}{0{,}132}} = 8{,}64e^{-\frac{t}{0{,}132}}$

$. \ 7{,}58v = 7{,}58 \times 1{,}14\left(1 - e^{-\frac{t}{0{,}132}}\right) = 8{,}64 - 8{,}64e^{-\frac{t}{0{,}132}}$

$. \ \frac{dv}{dt} + 7{,}58v = 8{,}64e^{-\frac{t}{0{,}132}} + 8{,}64 - 8{,}64e^{-\frac{t}{0{,}132}} = 8{,}64$

ومنه المعادلة التفاضلية التي تحققها سرعة الكرة هي : $\frac{dv}{dt} + 7{,}58v = 8{,}64$.

$. \ \frac{dv}{dt} + \alpha v = \beta \ldots (1)$

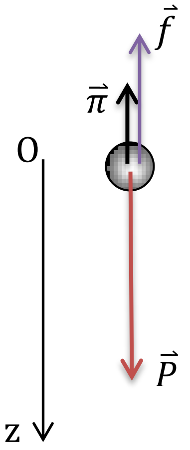
$\frac{dv}{dt} + 7{,}58v = 8{,}64 \ldots (2)$.

بالمطابقة بين (1) و (2).

$\alpha = 7{,}58$ و $\beta = 8{,}64$.

ii. دراسة الظاهرة الفيزيائية:

1) أحص ثم مثّل القوى المطبقة على الكرة أثناء سقوطها .



قوة الثقل $\vec{P}$ و دافعة أرخميدس $\vec{\pi}$ و قوة الاحتكاك $\vec{f}$.

2) أثبت أن المعادلة التفاضلية للسرعة تحقق العلاقة : $\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}v = \left(1 - \frac{\rho_f\,V}{m}\right)g \quad (3)$.

تطبيق قانون نيوتن الثاني .

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$.

$\vec{P} + \vec{\pi} + \vec{f} = m\vec{a}$.

بالإسقاط على المحور Oz .

$P - \pi - f = ma$.

حيث ρ_f الكتلة الحجمية للهواء .

$mg - \rho_f V g - kv = m\frac{dv}{dt}$.

$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = g\left(1 - \frac{\rho_f V}{m}\right)$.

3) بالمطابقة بين المعادلتين (1) و (3) .ماهي العبارة الحرفية للمعامل β ، ثمّ حدّد قيمة دافعة أرخميدس التي تخضع لها الكرة ؟

$$\frac{dy}{dt} + \alpha y = \beta$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}v = \left(1 - \frac{\rho_f\,V}{m}\right)g$$

بالمطابقة .

$\beta = \left(1 - \frac{\rho_f\,V}{m}\right)g$.

$\beta = \left(1 - \frac{\rho_f\,V}{m}\right)g = g - \frac{\rho_f\,Vg}{m}$.

$\beta = g - \frac{\pi}{m}$ وبالتالي $\pi = (g - \beta) \times m$.

$\pi = (9{,}8 - 8{,}64) \times 0{,}032 = 3{,}71 \times 10^{-2} N$.

التمرين(17)

1) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين أن المعادلة التفاضلية لحركة المظلي تكتب بالشكل: $\frac{dv}{dt} = A.v + B$

تطبيق قانون نيوتن الثاني .

$. \sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$. \vec{P} + \vec{f} = m\vec{a}$

بالإسقاط على المحور Oz .

$.P - f = ma$

$. mg - kv = m\frac{dv}{dt}$

$. \frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m}v + g$

$\frac{dv}{dt} = A.v + B$

بالمطابقة

$A = -\frac{k}{m}$ و $B = g$.

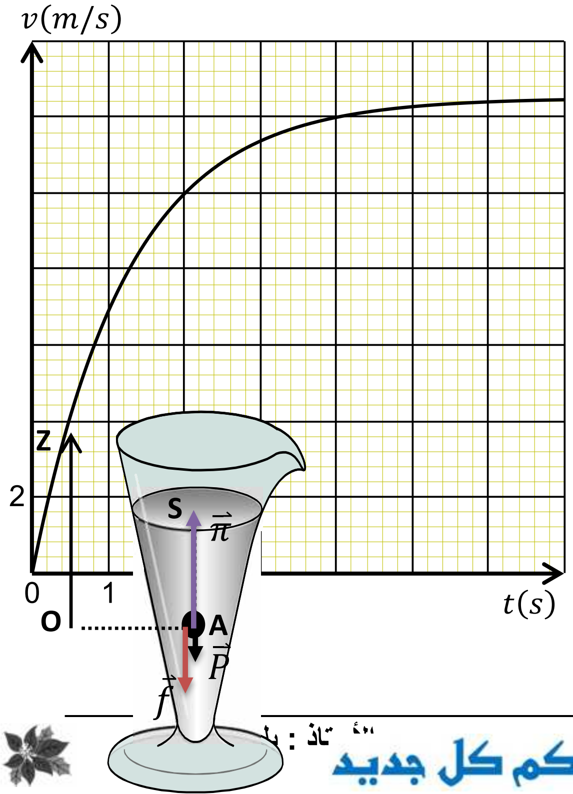
2) عين بيانيا قيمتي: - شدة مجال الجاذبية الأرضية (g) ، - السرعة الحدية (v_L) .

$\frac{dv}{dt} = a$. عند $t = 0$ يكون $v = 0$ وبالتالي $a = g$ ومنه من البيان $g = 10m/s^2$.

في النظام الدائم $v = v_L$ يكون $a = 0$ ومن البيان $v_L = 12{,}5m/s$.

3) تتميز الحركة السابقة بقيمة المقدار k/m : حدد وحدة هذا المقدار واحسب قيمته من البيان.

وحدة هذا المقدار هي s^{-1} .



$-k/m$ يمثل ميل البيان $-0{,}8 = \frac{-10}{12{,}5} = -\frac{k}{m}$.

$\frac{k}{m} = 0{,}8s^{-1}$

4) أحسب قيمة الثابت k .

$k = 0{,}8 \times 100 = 80kg/s$.

5) مثل كيفيا تغيرات سرعة المظلي بدلالة الزمن في المجال $[0\,;7s]$.

لدينا $\tau = \frac{1}{0{,}8} = 1{,}25s$ ومنه $5\tau = 6{,}25s$ (مدة النظام الانتقالي) .

التمرين(18)

1) مثل على الشكل القوى المطبقة على الفقاعة .

2) بين أنه يمكن إهمال قوة الثقل أمام دافعة أرخميدس .

$P = mg = \rho_g V g$.

$\pi = \rho_f V g$

$\frac{\pi}{P} = \frac{\rho_f V g}{\rho_g V g} = \frac{\rho_f}{\rho_g}$.

$583 \approx \frac{1,05\times10^3}{1,8} = \frac{\pi}{P}$ ومنه يمكن إهمال قوة الثقل أمام دافعة أرخميدس .

3) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين أن المعادلة التفاضلية لسرعة الفقاعة تكتب بالشكل : $\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau}v = B$ حيث

يطلب إيجاد عبارة كل من τ و B . ماهو المعنى الفيزيائي ل B ؟.

تطبيق قانون نيوتن الثاني .

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$.

$\vec{\pi} + \vec{f} = m\vec{a}$.

بالإسقاط على المحور Oz .

$\pi - f = ma$.

حيث ρ_f الكتلة الحجمية للهواء .

$\rho_f V g - kv = m\frac{dv}{dt}$.

$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = \frac{\rho_f V}{\rho_g V}g$

$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = g\frac{\rho_f}{\rho_g}$.

$\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau}v = B$.

بالمطابقة نجد $\frac{1}{\tau} = \frac{k}{m}$ ومنه $\tau = \frac{m}{k}$ و $B = g\frac{\rho_f}{\rho_g}$.

المعنى الفيزيائي ل B هو التسارع في اللحظة $t = 0$.

4) عبارة السرعة الحدية v_L .

$\frac{dv_L}{dt} + \frac{k}{m}v_L = g\frac{\rho_f}{\rho_g}$. حيث $\frac{dv_L}{dt} = 0$.

$v_L = \tau\, g\frac{\rho_f}{\rho_g}$.

5) بين أن $v(t) = v_L\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية السابقة .

$\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau}v = g\frac{\rho_f}{\rho_g}$.

$\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau}v = \frac{v_L}{\tau}$.

$\frac{dv}{dt} = \frac{v_L}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$.

$\frac{1}{\tau}v = \frac{1}{\tau}v_L\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$.

$\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau}v = \frac{v_L}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{v_L}{\tau} - \frac{v_L}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{v_L}{\tau}$.

ومنه $v(t) = v_L\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية السابقة .

6) أحسب قيمة k إذا كان $v_L = 15m/min$.

$v_L = 0{,}25m/s$.

$v_L = \tau\, g\frac{\rho_f}{\rho_g}$ ومنه $\tau = \frac{v_L\rho_g}{\rho_f g}$.

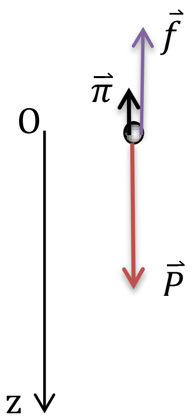
$\tau = \frac{0{,}25\times1{,}8}{1{,}05\times10^3\times10} = 4{,}28\times10^{-5}s$.

$\tau = \frac{m}{k}$ ومنه $k = \frac{m}{\tau}$.

$k = \frac{\rho_g V}{\tau} = \frac{1{,}8\times0{,}1}{4{,}28\times10^{-5}} = 4{,}2\times10^3\,kg/s$.

التمرين(19)

1) بين ان المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة تكتب على الشكل: $\frac{dv}{dt} = g\left(1 - \frac{v^2}{\alpha^2}\right)$. ثم حدد عبارة α بدلالة m ، g ، k .



تطبيق قانون نيوتن الثاني .

$\sum\vec{F}_{ext} = m\vec{a}$.

$\vec{P} + \vec{f} = m\vec{a}$.نهمل دافعة أرخميدس.

بالإسقاط على المحور Oz .

$P - f = ma$.

$mg - kv^2 = m\frac{dv}{dt}$.

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{k}{m}v^2 = g\left(1 - \frac{k}{mg}v^2\right)$$

$$\frac{dv}{dt} = g\left(1 - \frac{v^2}{\left(\sqrt{\frac{mg}{k}}\right)^2}\right).$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{mg}{k}}.$$

2) اختر الجواب الصحيح مع التعليل:

في النظام الدائم $\frac{dv_L}{dt} = 0$. ومنه $\left(1 - \frac{v_L^2}{\left(\sqrt{\frac{mg}{k}}\right)^2}\right) = 0$ وبالتالي $v_L^2 = \left(\sqrt{\frac{mg}{k}}\right)^2$ ومنه $v_L = \sqrt{\frac{mg}{k}} = \alpha$

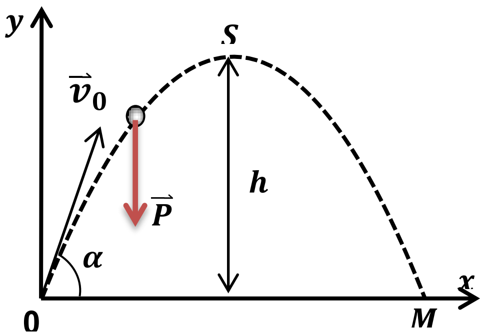
يمثل المقدار α : السرعة الحدية للجملة (S).

3) حدد قيمة α ، و استنتج قيمة k محدد وحدته في النظام العالمي للوحدات .

من البيان $v_L = 5\mathrm{m/s}$.

$v_L = \sqrt{\frac{mg}{k}}$ ومنه $v_L^2 = \frac{mg}{k}$ وبالتالي $k = \frac{mg}{v_L^2}$.

$$k = \frac{150\times10}{25} = 60kg/m .$$



التمرين(20)

المثل القوى الخارجية المؤثرة على الجسم الصلب .

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بيّن طبيعة الحركة بالنسبة للمحور $(O,\vec{\imath})$ و كذلك بالنسبة للمحور $(O,\vec{\jmath})$.

1) تطبيق قانون نيوتن الثاني .

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} .$$

$$\vec{P} = m\vec{a} .$$

$$m\vec{g} = m\vec{a}$$

$$\vec{a} = \vec{g}$$

بالإسقاط على المحور $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

$$\vec{a}\left|\begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{array}\right.$$

الحركة على ox .

$a_x = 0$ وبالتالي الحركة مستقيمة منتظمة .

الحركة على oy .

$a_y = -g$ الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام .

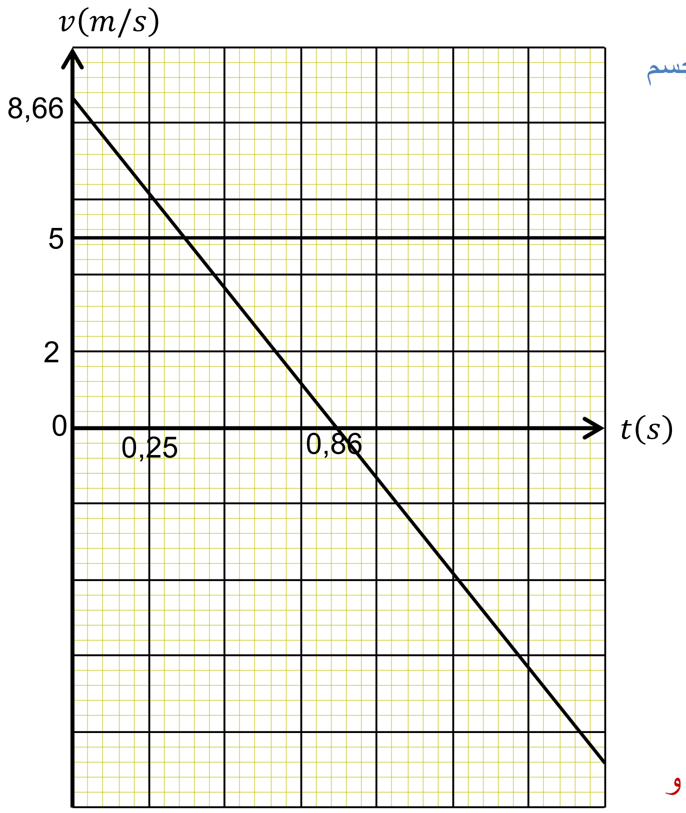
2) أوجد من البيان :

أ) القيمة v_0 لشعاع السرعة $\vec{v}_0$.

$v_0 = 10m/s$.

ب) القيمة v_{0x} للمركبة على $(O,\vec{\imath})$ لشعاع السرعة $\vec{v}_0$.

$v_{0x} = 5m/s$.



ج) استنتج قيمة كل من الزاوية α التي قذف بها الجسم وقيمة v_{0y}.

$v_{0x} = v_0 \cos\alpha$. ومنه $\cos\alpha = \frac{v_{0x}}{v_0} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

$\alpha = 60^0$.

$v_{0y} = v_0 \sin\alpha = 10 \times 0,866 = 8,66m/s$

3) مثل كل من $v_x(t)$ و $v_y(t)$ في المجال الزمني $(0 \leq t \leq 1,72)$.

4) استنتج من المنحنيين كل من المسافة الأفقية OM و الذروة h.

$OM = 5 \times 1,72 = 8,6m$

$h = \frac{8.66 \times 0.86}{2} = 3,72m$.

<u>التمرين(21)</u>

نهمل في هذا الجزء تأثيرات الهواء :

1) أدرس طبيعة الحركة وأوجد المعادلتين الزمنيتين $x(t)$ و $y(t)$ في المعلم $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$

نختار معلم سطحي أرضي $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

الشروط الابتدائية .

$(x_0, y_0) = (450\ ,\ 0)$

. $(v_{0x}, v_{0y}) = (-v_0, 0)$

تطبيق قانون نيوتن الثاني .

. $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

. $\vec{P} = m\vec{a}$

$m\vec{g} = m\vec{a}$

$\vec{a} = \vec{g}$

بالإسقاط على المحور $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

$$\vec{a} \left| \begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = g \end{array} \right.$$

الحركة على ox .

$a_x = 0$ وبالتالي الحركة مستقيمة منتظمة .

. $v_x = -v_0$

ولدينا $v_x = \frac{dx}{dt}$ وبالتالي $\frac{dx}{dt} = -v_0$.

الدالة التي مشتقها $(-v_0)$ هي $x = -v_0 t + x_0$ ومن الشروط الابتدائية $x_0 = 450$.

. $x = -50t + 450$

الحركة على oy .

$a_y = g$ الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام .

$a_y = \frac{dv_y}{dt}$ ومنه $\frac{dv_y}{dt} = g$ الدالة التي مشتقها (g) هي $v_y = gt + v_{0y}$ ومن الشروط الابتدائية $v_{0y} = 0$.

. $v_y = gt$

$\frac{dy}{dt} = v_y$ ومنه $\frac{dy}{dt} = gt$ الدالة التي مشتقها (gt) هي

$y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0$ ومن الشروط الابتدائية $y_0 = 0$.

.$y = \frac{1}{2}gt^2$

2) بيّن أن معادلة المسار تعطى بالشكل : $y\,(x) = 2.10^{-3}\ x^2 - 1{,}8\,x + 405$.

$$\vec{r} \left| \begin{array}{l} x = -50t + 450\ \ \ldots.(1) \\ \quad y = 5t^2 \ldots.(2) \end{array} \right.$$

من (1) نجد $\frac{450-x}{50} = -\frac{x-450}{50} = t$ ونعوض في (2) .

$y = 5\left(\frac{450-x}{50}\right)^2$ نجد $y(x) = 2.10^{-3}\ x^2 - 1{,}8\,x + 405$

3) أحسب لحظة ارتطام الصندوق بالأرض .

$y = 5t^2$.

$h_0 = 5t^2$ ومنه $t_p = \sqrt{\frac{h_0}{5}}$.

$t_p = \sqrt{\frac{405}{5}} = 9s$.

4) ما هي قيمة سرعة الصندوق لحظة ارتطامه بالأرض ؟ .

$v_p = \sqrt{(v_x)^2 + (v_{yp})^2}$.

$v_{yp} = 10 \times 9 = 90m/s$

$v_p = \sqrt{(50)^2 + (90)^2} \approx 103m/s$.

II ـ دراسة حركة السقوط الشاقولي في الهواء :

1) أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها سرعة مركز العطالة للمجموعة (صندوق + مظلة) .

تطبيق قانون نيوتن الثاني .

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$.

$\vec{P} + \vec{f} = m\vec{a}$.نهمل دافعة أرخميدس.

بالإسقاط على المحور Oy .

$P - f = ma$.

$mg - kv = m\frac{dv}{dt}$.

$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = g$.

2) استنتج السرعة الحدية v_L و الزمن المميز للسقوط τ .

$\frac{dv_L}{dt} + \frac{k}{m}v_L = g$. حيث $\frac{dv_L}{dt} = 0$.

$. v_L = \frac{m}{k} g$

$. v_L = \frac{150}{100} \times 10 = 15 m/s$

$v_L = \tau \times g$

$. \tau = \frac{v_L}{g} = \frac{15}{10} = 1{,}5 s$

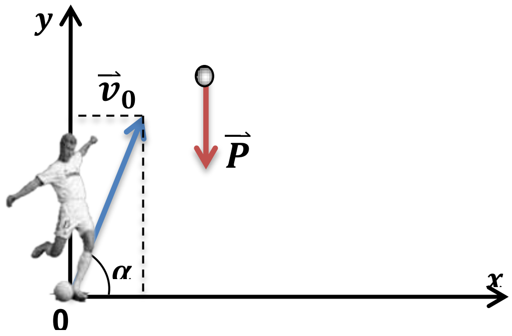
3) أعط قيمة تقريبية لمدة النظام الانتقالي .

$. t = 5\tau = 5 \times 1{,}5 = 7{,}5 s$

التمرين(22)

1) بين أن مسار الكرة ينتمي إلى المستوى الرأسي $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

نختار معلم سطحي أرضي $(o, \vec{i}, \vec{j})$.



الشروط الابتدائية .

$(x_0, y_0) = (0,0)$

$. (v_{0x}, v_{0y}) = (v_0 \cos\alpha , v_0 \sin\alpha)$

تطبيق قانون نيوتن الثاني .

$. \sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$. \vec{P} = m\vec{a}$

$m\vec{g} = m\vec{a}$

$. \vec{a} = \vec{g}$

ومنه مسار الكرة ينتمي إلى المستوى الرأسي $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

بالإسقاط على المحور $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

$$\vec{a} \left| \begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{array} \right.$$

2) حدد معادلة المسار في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ بدلالة g و α و v_0 .

الحركة على ox .

$a_x = 0$ وبالتالي الحركة مستقيمة منتظمة .

$. v_x = v_0 \cos\alpha$

ولدينا $v_x = \frac{dx}{dt}$ وبالتالي $\frac{dx}{dt} = v_0 \cos\alpha$.

الدالة التي مشتقها $v_0 \cos\alpha$ هي $x = v_0(\cos\alpha)t + x_0$ ومن الشروط الابتدائية $x_0 = 0$.

$x = v_0(\cos\alpha)t$.

الحركة على oy .

$a_y = -g$ الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام .

$a_y = \frac{dv_y}{dt}$ ومنه $\frac{dv_y}{dt} = -g$ الدالة التي مشتقها $(-g)$ هي $v_y = -gt + v_{0y}$ ومن الشروط الابتدائية $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$. $v_y = -gt + v_0 \sin\alpha$.

$\frac{dy}{dt} = v_y$ ومنه $\frac{dy}{dt} = -gt + v_0 \sin\alpha$ الدالة التي مشتقها $(-gt + v_0 \sin\alpha)$ هي

$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0(\sin\alpha)t + y_0$ ومن الشروط الابتدائية $x_0 = 0$.

$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0(\sin\alpha)t$.

$$\vec{r}\left|\begin{array}{l} x = v_0(\cos\alpha)t \ldots.(1) \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0(\sin\alpha)t \ldots.(2) \end{array}\right.$$

من (1) نجد $t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$ ونعوض في (2) .

$$y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)^2 + v_0(\sin\alpha)\frac{x}{v_0 \cos\alpha}$$

$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha}x^2 + (\tan\alpha)x$ المسار جزء من قطع مكافئ .

3) ماهي قيمة السرعة v_0 التي تمكن اللاعب من تسجيل الهدف باعتبار الكرة تمر محاذية للعارضة الأفقية.

$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha}x^2 + (\tan\alpha)x$$

$$H = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha}D^2 + (\tan\alpha)D .$$

$$2{,}44 = -\frac{10}{1{,}5v_0^2}(25)^2 + 0{,}58 \times 25 .$$

$$\frac{6250}{1{,}5v_0^2} = 12{,}06 \text{ ، } v_0^2 = 345{,}5 .$$

$v_0 = 18{,}58 m/s$.

التمرين(23)

1) المعادلتين الزمنيتين للجسم A : $x_A(t)$ و $y_A(t)$ في المعلم (Oxz) .

نختار معلم سطحي أرضي$(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

الشروط الابتدائية .

$$(x_0,y_0)=(0,0)$$

$$(v_{0x},v_{0y})=(v_A\cos\alpha\,,v_A\sin\alpha)\ .$$

تطبيق قانون نيوتن الثاني .

$$\sum\vec{F}_{ext}=m\vec{a}\ .$$

$$\vec{P}=m\vec{a}\ .$$

$$m\vec{g}=m\vec{a}$$

$$\vec{a}=\vec{g}$$

بالإسقاط على المحور $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

$$\vec{a}\left|\begin{array}{l}a_x=0\\a_y=-g\end{array}\right.$$

الحركة على ox .

$a_x=0$ وبالتالي الحركة مستقيمة منتظمة .

$v_x=v_A\cos\alpha$.

ولدينا $v_x=\frac{dx}{dt}$ وبالتالي $\frac{dx}{dt}=v_A\cos\alpha$.

الدالة التي مشتقها $v_A\cos\alpha$ هي $x=v_A(\cos\alpha)t+x_0$ ومن الشروط الابتدائية $x_0=0$.

$x_A(t)=v_A(\cos\alpha)t$.

الحركة على oy .

$a_y=-g$ الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام .

$a_y=\frac{dv_y}{dt}$ ومنه $\frac{dv_y}{dt}=-g$ الدالة التي مشتقها $(-g)$ هي $v_y=-gt+v_{0y}$ ومن الشروط الابتدائية $v_{0y}=v_A\sin\alpha$. $v_y=-gt+v_A\sin\alpha$.

$v_y=\frac{dy}{dt}$ ومنه $\frac{dy}{dt}=-gt+v_A\sin\alpha$ الدالة التي مشتقها $(-gt+v_A\sin\alpha)$ هي

$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_A(\sin\alpha)t+y_0$ ومن الشروط الابتدائية $x_0=0$.

$y_A(t)=-\frac{1}{2}gt^2+v_A(\sin\alpha)t$.

$$\vec{r}\left|\begin{array}{l}x_A(t)=v_A(\cos\alpha)t\ \dots.(1)\\y_A(t)=-\frac{1}{2}gt^2+v_A(\sin\alpha)t\ \dots.(2)\end{array}\right.$$

2) فاصلة النقطة (P) في المعلم (Oxy) ، علما أن الجسم B يمر ب (S) ذروة مسار الجسم A .

الزمن اللازم للوصول للذروة : $-gt_s + v_A \sin\alpha = 0$. $t_s = \frac{v_A \sin\alpha}{g}$.

$x_P = v_A(\cos\alpha)\frac{v_A \sin\alpha}{g} = 69{,}28m$.

3) المعادلة الزمنية للجسم B على المحور Oy : $y_B(t)$.

الشروط الابتدائية .

$y_0 = (-h)$

$v_{0y} = v_B$.

تطبيق قانون نيوتن الثاني .

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$.

$\vec{P} = m\vec{a}$.

$m\vec{g} = m\vec{a}$

$\vec{a} = \vec{g}$

بالإسقاط على المحور $(o,\vec{j})$. $\vec{a} \,\big|\, a_y = -g$

الحركة على oy .

$a_y = -g$ الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام .

$a_y = \frac{dv_y}{dt}$ ومنه $\frac{dv_y}{dt} = -g$ الدالة التي مشتقها $(-g)$ هي $v_y = -gt_2 + v_{0y}$ ومن الشروط الابتدائية $v_{0y} = v_A \sin\alpha$. $v_y = -gt_2 + v_B$.

$\frac{dy}{dt} = v_y$ ومنه $\frac{dy}{dt} = -gt_2 + v_B$ الدالة التي مشتقها $(-gt_2 + v_B)$ هي

$y = -\frac{1}{2}g{t_2}^2 + v_B t_2 + y_0$ ومن الشروط الابتدائية $y_0 = (-h)$.

$y_B(t) = -\frac{1}{2}g{t_2}^2 + v_B t - h$

$y_B(t) = -\frac{1}{2}g(t-1)^2 + v_B(t-1) - h$.

4) المسافة بين الجسمين A و B لحظة مرور A بالنقطة (S) .

إيجاد ذروة الجسم A .

$$y_S = \frac{v_A^2 \sin^2 \alpha}{2g} .$$

$$y_S = \frac{1600 \times 0{,}25}{20} = 20m .$$

لحظة مرور A بالنقطة (S) .

$$t_s = \frac{v_A \sin \alpha}{g} = \frac{40 \times 0{,}5}{10} = 2s .$$

$$y_B(2s) = -\frac{1}{2} \times 10(2-1)^2 + 20(2-1) - 2$$

$$y_B(2s) = 13m .$$

المسافة بين الجسمين A و B : $d = 20 - 13 = 7m$.

كم يجب أن تكون قيمة v_B حتى يصطدم الجسمان في النقطة (S) خلال صعود الجسم B ؟.

$$20 = -\frac{1}{2} g(2-1)^2 + v_B(2-1) - 2$$

$$20 = -7 + v_B$$

$$v_B = 27m/s .$$

5) أوجد خصائص شعاع سرعة الجسم A لحظة قذف الجسم B .

$$v_x = v_A \cos \alpha = 40 \times 0{,}86 = 34{,}4m/s .$$

$$v_y = -gt + v_A \sin \alpha = -10 + 40 \times 0{,}5 = 10m/s .$$

$$v = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2} = \sqrt{(34{,}4)^2 + (10)^2} = 35{,}8m/s .$$

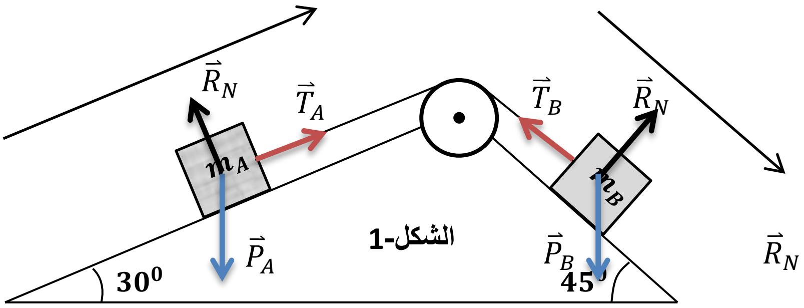
$$\tan \beta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{10}{34{,}4} = 0{,}29$$

$$\beta = 16{,}2^0 .$$

التمرين(24)

1) العلاقة التي تربط بين m_A ، m_B ، α و β عند التوازن وذلك بإهمال الاحتكاكات . ثم استنتج كتلة العربة m_B

.



$\vec{T}_A + \vec{P}_A + \vec{R}_N = \vec{0}$.

$\vec{T}_B + \vec{P}_B + \vec{R}_N = \vec{0}$

بالاسقاط .

البكرة مهملة الكتلة $T_A = T_B = T$

$T - m_A g \sin\alpha = 0$.

$m_B g \sin\beta - T = 0$.

بجمع المعادلتين $m_B g \sin\beta - m_A g \sin\alpha = 0$.

$m_B \sin\beta = m_A \sin\alpha$.

استنتاج كتلة العربة m_B .

$m_B = \frac{m_A \sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{0{,}5\times0{,}5}{0{,}7} = 0{,}357kg$.

2) نضع فوق العربة B كتلة إضافية بحيث تصبح $m_B = 2m_A$ ثم نترك الجملة لحالها دون سرعة ابتدائية.

أ) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن حدد طبيعة الحركة ثم بين أن تسارعها $a = 3m/s^2$.

تطبيق قانون نيوتن الثاني .

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$.

$\vec{T}_A + \vec{P}_A + \vec{R}_N = m_A\vec{a}$.

$\vec{T}_B + \vec{P}_B + \vec{R}_N = m_B\vec{a}$.

بالاسقاط .

البكرة مهملة الكتلة $T_A = T_B = T$

$T - m_A g \sin\alpha = m_A a$.

$m_B g \sin\beta - T = m_B a$.

بجمع المعادلتين .

$m_B g \sin\beta - m_A g \sin\alpha = (m_A + m_B)a$.

$a = \frac{m_B \sin\beta - m_A \sin\alpha}{m_A + m_B} g$ نلاحظ أن $a > 0$ وبالتالي الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام .

$$. \ a = \frac{2m_A \sin\beta - m_A \sin\alpha}{m_A + m_B} g = \frac{2m_A \sin\beta - m_A \sin\alpha}{3m_A} g = \frac{2\sin\beta - \sin\alpha}{3} g$$

$$. \ a = \frac{2\times0{,}7-0{,}5}{3} \times 10 = 3m/s^2$$

3) بتقنية التصوير المتعاقب تمكنا من رسم منحنى السرعة بدلالة الزمن (الشكل-2) .

أ) احسب قيمة التسارع وقارنه مع المحسوبة سابقا.

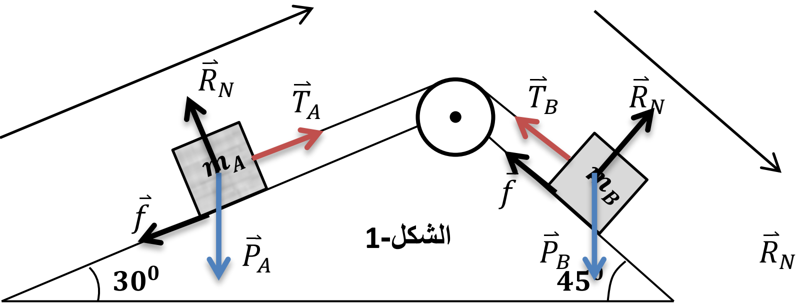
a يمثل ميل البيان $\acute{a} = \frac{2{,}8}{1{,}4} = 2m/s^2$.

قيمة التسارع أقل من المحسوبة سابقا.

ب) سبب الاختلاف بين القيمتين .

هو قوة الاحتكاك .

ج) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين أن عبارة التسارع من الشكل: $a = \frac{g}{3}(2\sin\beta - \sin\alpha) - \frac{2f}{3m_A}$. يمكن اعتبار أن الاحتكاك ثابت الشدة ونفسه على السكتين .



$. \sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$. \vec{T}_A + \vec{P}_A + \vec{f} + \vec{R}_N = m_A\vec{a}$

$. \vec{T}_B + \vec{P}_B + \vec{f} + \vec{R}_N = m_B\vec{a}$

بالاسقاط .

البكرة مهملة الكتلة $T_A = T_B = T$

$. T - m_A g \sin\alpha - f = m_A a$

$. m_B g \sin\beta - T - f = m_B a$

بجمع المعادلتين .

$. m_B g \sin\beta - m_A g \sin\alpha - 2f = (m_A + m_B)a$

$2m_A g \sin\beta - m_A g \sin\alpha - 2f = 3m_A a$

$$a = \frac{g}{3}(2\sin\beta - \sin\alpha) - \frac{2f}{3m_A}$$

د) احسب قيمة الاحتكاك f وتوتر الخيط T .

$. \ 2 = \frac{10}{3}(2 \times 0{,}7 - 0{,}5) - \frac{2f}{1{,}5}$

$. \ f = 0{,}75N$

$. \ T = m_A a + m_A g \sin\alpha + f$

التمرين(25)

حساب السرعة اللحظية للكرية في الموضعين M_2 و M_4 .

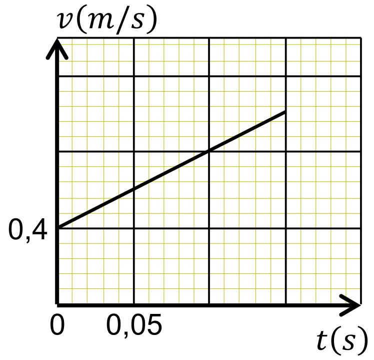
$$v_2 = \frac{M_1M_3}{2\tau} = \frac{6\times10^{-2}}{100\times10^{-3}} = 0{,}6m/s$$

$$. \ v_4 = \frac{M_3M_5}{2\tau} = \frac{10\times10^{-2}}{100\times10^{-3}} = 1m/s$$

استنتاج قيمة a_3 تسارع مركز عطالة الكرية.

$$. \ a_3 = \frac{\Delta v_3}{\Delta t} = \frac{v_4 - v_2}{2\tau} = \frac{1-0{,}6}{10^{-1}} = 4m/s^2$$

رسم البيان $v = f(t)$ في المجال الزمني $[0, 3\tau]$ و استنتاج طبيعة حركة الكرية بين A و B .



$t = \tau$ يكون $v_2 = 0{,}6m/s$.

$t = 2\tau$ يكون $v_3 = \frac{M_2M_4}{2\tau} = \frac{8\times10^{-2}}{100\times10^{-3}} = 0{,}8m/s$.

$t = 3\tau$ يكون $v_4 = 1m/s$.

نلاحظ أن السرعة تزداد بنفس القيمة ومنه عند $t = 0$ يكون $v_1 = 0{,}4m/s$.

ومنه الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام .

ايجاد المعادلة الزمنية لحركة الكرية.

$a = \frac{dv}{dt}$. ومنه $\frac{dv}{dt} = 4$ ومنه $v = 4t + 0{,}4$.

$\frac{dx}{dt} = v$ ومنه $\frac{dx}{dt} = 4t + 0{,}4$ وبالتالي $x = 2t^2 + 0{,}4t$.

بين أن الحركة تتم باحتكاك على الجزء AB .

اذا كانت الحركة تتم بدون احتكاك فإن $\vec{R}$ تكون عمودية على المسار وبالتالي يكون عملها معدوما .

اذا كانت الحركة تتم ب احتكاك فإن $\vec{R}$ تكون مائلة عكس جهة الحركة وبالتالي يكون عملها سالبا .

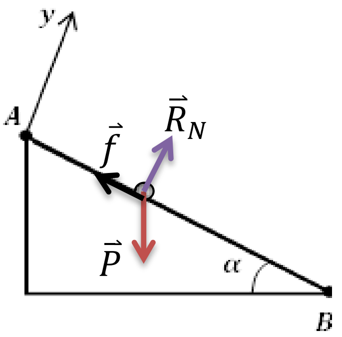
$$E_{C2} - E_{C1} = W(\vec{R}) + W(\vec{P})$$

$$\frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = W(\vec{R}) + mgM_1M_2 \sin\alpha$$

$$0,4((0,6)^2 - (0,4)^2) = W(\vec{R}) + 0,8 \times 10 \times 2,5 \times 10^{-2} \times 0,5$$

$0,08 = W(\vec{R}) + 0,1$ وبالتالي $W(\vec{R}) = -0,02j$ ومنه الحركة تتم باحتكاك .

حساب شدة قوة الاحتكاك $\vec{f}$ التي نعتبرها ثابتة على طول المسار AB .



تطبيق قانون نيوتن الثاني .

. $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

. $\vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f} = m\vec{a}$

بالإسقاط على المحور Oxy .

.$mg\sin\alpha - f = ma$

. $f = mg\sin\alpha - ma = m(g\sin\alpha - a)$

. $f = 0,8(10 \times 0,5 - 4) = 0,8N$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد شدة المركبة الناظمية $\vec{R}_N$ للقوة التي يطبقها الجزء AB على الكرية.

$R_N = mg\cos\alpha = 8 \times 0,86 = 6,88N$

أحسب بطريقتين مختلفتين سرعة الكرية عند النقطة B .

عند النقطة B يكون $t = 4\tau$.

. $v_B = 4t + 0,4 = 4 \times 0,2 + 0,4 = 1,2m/s$

السرعة تزداد بنفس القيمة $0,2m/s$.

. $v_B = 1 + 0,2 = 1,2m/s$

نهمل الاحتكاكات على الجزء BC .

أوجد سرعة الكرية عند النقطة C .

تطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة واعتبار المستوى المرجعي للطاقة الكامنة الثقالية هو المستوي المار من B و D .

$$E_{CB} + E_{PPB} = E_{CC} + E_{PPC}$$

. $E_{CB} = E_{CC} + E_{PPC}$

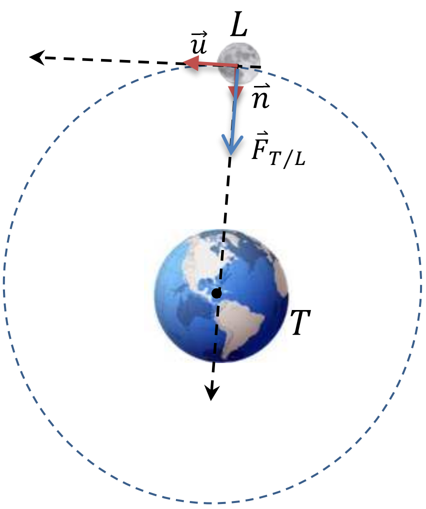
$$\frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh$$

. $v_B^2 = v_C^2 + 2gh$

التمرين(26)

i.يمثل (القمر) القمر الطبيعي الوحيد للكرة الأرضية بالإضافة إلى انه خامس اكبر قمر طبيعي في المجموعة الشمسية يدور القمر (L) حول الأرض وفق مسار نعتبره دائريا مركزه الأرض و نصف قطر هذا المدار r و دوره T_L

1) تمثيل بيانيا القوة التي تطبقها الأرض على القمر.



2) كتابة العبارة الشعاعية لهذه القوة $\vec{F}_{T/L}$ بدلالة G و m_L و M_T و r .

$$\vec{F}_{T/L} = \frac{Gm_L M_T}{r^2}\vec{n}$$

ما هو المرجع الذي تنسب إليه الحركة؟

المرجع الذي تنسب إليه الحركة هو المرجع المركزي الأرضي .

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

بين أن حركة القمر دائرية منتظمة.

$$\sum \vec{F}_{ext} = m_L\vec{a} \;.....(1)\;.$$

بالإسقاط على المحور المماسي $\vec{u}$.

$0 = m_L a_T$ ومنه $a_T = 0$.

$a_T = \frac{dv}{dt} = 0$ ومنه قيمة v ثابته .

المسار دائري و السرعة ثابته وبالتالي الحركة دائرية منتظمة .

أثبت العلاقة التالية : $\frac{{T_L}^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T}$

بإسقاط العلاقة (1) على الناظم $\vec{n}$.

$$F_{T/L} = m_L a_n \;.$$

$$\frac{GM_T\, m_L}{r^2} = m_L\frac{v^2}{r}\;.$$

$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}\;.$$

$$T_L = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{GM_T}{r}}}\;.$$

$$T_L = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{Gm_M}}$$

$$T_L^2 = 4\pi^2\frac{r^3}{GM_T} = \frac{4\pi^2}{GM_T}r^3\;.$$

$$\frac{T_L^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T}\;.$$

ايجاد كتلة الأرض M_T .

$\frac{4\pi^2}{GM_T} = \frac{{T_L}^2}{r^3}$ ومنه $M_T = \frac{r^3 \times 4\pi^2}{G \times {T_L}^2}$.

$$M_T = \frac{(3,84.10^8)^3 \times 40}{6,67\times10^{-11}\times(28\times24\times3600)^2} = \frac{2265\times10^{24}}{390} = 5,8\times10^{24}kg$$

ii. لتأريخ عمر القمر يلجأ العلماء إلى طرائق من بينها الاعتماد على التناقص الإشعاعي

1) حدد كلا من x و y -أعط تركيب نواة اليورانيوم 238.

$${}^{238}_{92}U \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + x\,{}^{0}_{-1}e + y\,{}^{4}_{2}He$$

بتطبيق قانوني الانحفاظ

$238 = 206 + 4y$ ومنه $y = 8$.

$92 = 82 - x + 2y$ ومنه $x = 6$

نواة اليورانيوم 238 تحتوي على 92 بروتون و 146 نوترون .

2) أحسب طاقة الربط للنواة ${}^{238}_{92}U$ ثم بين أن نواة الرصاص ${}^{206}_{82}Pb$ أكثر استقرار من النواة ${}^{238}_{92}U$

$$E_l(U) = (92\times1,0072 + 146\times1,00866 - 238,00031)\times931,5$$

$E_l(U) = 1794,48\ MeV$.

$$\frac{E_l(U)}{A} = \frac{1794,48}{238} = 7,54\ MeV/nuc$$

$\frac{E_l(U)}{A} > \frac{E_l(Pb)}{A}$ وبالتالي نواة الرصاص ${}^{206}_{82}Pb$ أكثر استقرار من النواة ${}^{238}_{92}U$.

iii. جمعت أبولو عينات من صخور القمر, هذه الأخيرة تحتوي على الرصاص و اليورانيوم .

1) بين أن عمر القمر يعطى بالعلاقة $t = \frac{t_{1/2}}{ln2}.ln[1 + \frac{m_{Pb}(t).M(U)}{m_U(t)M(Pb)}]$.

$N_U = N_0 e^{-\lambda t}$.

$N_0 = N_U + N_{Pb}$.

$$N_U = (N_U + N_{Pb})e^{-\lambda t}$$

$\frac{N_U}{N_U + N_{Pb}} = e^{-\lambda t}$.

$\frac{N_U + N_{Pb}}{N_U} = e^{\lambda t}$.

$\left(1 + \frac{N_{Pb}}{N_U}\right) = e^{\lambda t}$.

$$\ln\left(1 + \frac{N_{Pb}}{N_U}\right) = \lambda t$$

$t = \frac{1}{\lambda}\ln\left(1 + \frac{N_{Pb}}{N_U}\right)$.

$$. \ t = \frac{1}{\lambda}\ln\left(1 + \frac{\frac{m_{Pb}}{M(Pb)}N_A}{\frac{m_U}{M(U)}N_A}\right)$$

$$t = \frac{1}{\lambda}\ln\left(1 + \frac{m_{Pb}.M(U)}{m_U.M(Pb)}\right)$$

$$. \ t = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}\ln\left(1 + \frac{m_{Pb}.M(U)}{m_U.M(Pb)}\right)$$

2) أحسب t بالسنة.

$$. \ t = \frac{4{,}5\times10^9}{\ln 2}\ln\left(1 + \frac{0{,}01\times238)}{10\times206}\right)$$

$$. \ t = 7{,}45\times10^7 ans$$

التمرين(1)

يتفاعل حمض الإيثانويك مع كحول بوتان-1 -أول لإعطاء استر E ، لتحضير المركب E ندخل في حوجلة $33g$ من حمض الإيثانويك و $37g$ من الكحول السابق ثم نضيف قطرات من حمض الكبريتيك المركز. ونسخن الخليط بالإرتداد لمدة ساعة ، ثم نوقف التفاعل.

1) أكتب معادلة التفاعل بين الحمض والكحول باستعمال الصيغ نصف المنشورة. أعط اسم الإستر الناتج
2) ما مميزات هذا التفاعل ؟ واذكر فائدة التسخين بالإرتداد.
3) أحسب كمية مادة كل من الحمض والكحول في الحالة الابتدائية وأنجز جدول التقدم.
4) نحصل عند نهاية التفاعل على$40{,}6g$ من الإستر أوجد كمية مادة الإستر المتكون استنتج مردود التفاعل .
5) استنتج تركيب الخليط عند نهاية التسخين و أحسب ثابت التوازن K .

نعطي : $M(O) = 16\ g/mol$ ، $M(H) = 1\ g/mol$ ، $M(C) = 12\ g/mol$

التمرين(2)

نسخن بالإرتداد لمدة 24 ساعة خليطا حجمه $V_T = 100\ mL$ مكونا من $0{,}5\ mol$ من هيكسانوات الإثيل و $0{,}5\ mol$ من الماء .بعد عملية التبريد نأخذ حجما $V = 10{,}0\ mL$ من هذا المحلول ، ثم نعايره بمحلول هيدروكسيد الصوديوم تركيزه $C' = 2\ mol/L$ ، حيث نحصل على التكافؤ عند إضافة الحجم $V_E = 16{,}7\ mL$.

1) ما اسم هذا التفاعل؟ وما مميزاته ؟ .
2) أكتب المعادلة الكيميائية لهذا التفاعل علما صيغة الإستر المستعمل هي: $CH_3 - (CH_2)_4 - COO - C_2H_5$
3) لماذا نعاير باستعمال محلول هيدروكسيد الصوديوم.
4) حدد كميات مادة الخليط النهائي.
5) أنجز جدول التقدم.
6) أحسب نسبة التقدم النهائي.
7) كيف يمكن التوصل الى نفس التوازن بطريقة أسرع.

التمرين(3)

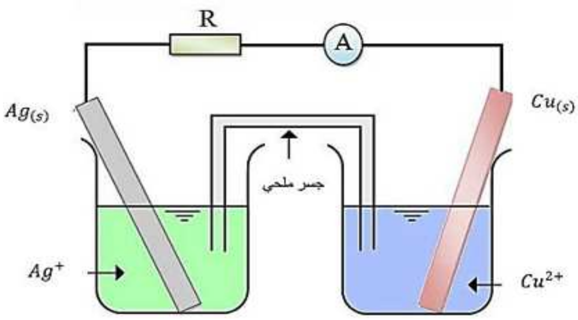
نسخن بالارتداد خليط مكون من $1mol$من حمض الميثانويك (المركب A) و $1mol$ من البروبانول-2 أول (المركب B) ، نحصل على $53g$ من مركب عضوي C و ذلك عند توقف الجملة عن التطور أي عند التوازن.

1) أكتب معادلة التفاعل المنمذجة لهذا التحول . ثم أعط اسم المركب الناتج .
2) أعط اسم و الصيغة للمجموعة الوظيفية لكل من المركبين A و B .
3) حدد كمية مادة الناتج و التقدم الأعظمي ثم استنتج مردود التفاعل.
4) أعط تركيب الخليط عند التوازن . ثم استنتج قيمة ثابتة التوازن K لهذا التفاعل.
5) عند نفس درجة انطلاقا من خليط يتكون من $1mol$ من الحمض A و $2mol$ من الكحول B .
   أ) ما المردود الذي يمكن الحصول عليه في هذه الحالة ؟
   ب) أعط تركيب الخليط عند التوازن.

نعطي$M(C) = 12\ g/mol$ ، $M(O) = 16\ g/mol$ ، $M(H) = 1\ g/mol$:

التمرين(4)

ننجز عمود نحاس فضة بواسطة جسر ملحي ونصفي عمود. الأول مكون من صفيحة نحاس مغمورة جزئيا في محلول مائي لكبريتات النحاس تركيزه بحيث $[Cu^{2+}] = 0{,}05\ mo\ell/L$ والثاني مكون من صفيحة الفضة مغمورة في محلول مائي لنترات الفضة بحيث $[Ag^{+}] = 0{,}02\ mo\ell/L$.



1) تكتب معادلة تفاعل الأكسدة -ارجاع الممكن حدوثه كالتالي:

$$2Ag_{(S)} + Cu^{2+}_{(aq)} \rightleftarrows 2Ag^{+}_{(aq)} + Cu_{(S)}$$

نعطي ثابت التوازن المقرونة بهذا التفاعل $K = 2{,}6.10^{-16}$.

ما منحى تطور هذه الجملة ؟

2) استنتج التفاعلين الذين يحدثان على مستوى الصفيحتين ، وعين منحى انتقال الالكترونات في العمود.
3) اعط الرمز الاصطلاحي للعمود.
4) علما أن العمود يولد خلال المدة الزمنية $\Delta t = 1{,}5\ mn$ تيارا شدته $I = 86\ mA$.
أ) ما كمية الكهرباء المتدخلة خلال هذه المدة.
ب) أحسب تغير كمية مادة شوارد النحاسII - وتغير كمية مادة شوارد الفضة خلال هذه المدة.

التمرين(5)

ننجز عمود باستعمال صفيحة فضة وصفيحة زنك ، جسر ملحي لنترات البوتاسيوم $(K^{+}_{(aq)} + NO^{-}_{3(aq)})$ حجم $V = 100mL$ من محلول نترات الفضة $(Ag^{+}_{(aq)} + NO^{-}_{3(aq)})$ تركيزه الابتدائي من شوارد الفضة $[Ag^{+}] = 0{,}2\ mo\ell/L$. حجم $V = 100mL$ من محلول كبريتات الزنك $(Zn^{2+}_{(aq)} + SO^{2-}_{4(aq)})$ تركيزه الابتدائي من شوارد الزنك $[Zn^{2+}] = 0{,}2\ mol/L$.

1) نربط القطب « V » لفولط متر بصفيحة الفضة والقطب « com » بصفيحة الزنك ، فيشير الفولطمتر الى توتر موجب. حدد القطب الموجب والقطب السالب للعمود.
2) ارسم مخطط للعمود باستعمال الأمبير متر وناقل أومي عوض الفولطمتر مبينا على المخطط منحى مرور الالكترونات.
3) أكتب معادلات التفاعل التي تحدث عند كل صفيحة ، والمعادلة الاجمالية . استنتج الثنائيات مرجع / مؤكسد المتدخلتين في التفاعل.
4) أعط عبارة كسر التفاعل الابتدائي $Q_{r,i}$ علما أن ثابتة التوازن لتفاعل العمود هي $K = 6{,}8 \times 10^{28}$، تحقق من أن منحى التطور التلقائي للجملة يتوافق من نتيجة السؤال3 .
5) يشتغل العمود بتيار $I = 0{,}20\ A$ خلال المدة $t = 2h$.
أ) أحسب كمية الكهرباء التي تجتاز الدارة خلال المدة $t = 2h$.
ب) أنجز جدول التقدم لمعادلة التفاعل عند القطب الموجب.
ج) حدد كمية المادة وتركيز شوارد الفضة في المحلول في نهاية مدة الاشتغال.

نعطي: $F = 96500\ C/mo\ell$.

التمرين(6)

نعتبر العمود ذا الرمز الاصطلاحي التالي : $(-)\ Fe_{(s)}/Fe^{2+}_{(aq)}\ //\ Cu^{2+}_{(aq)}/Cu_{(s)}\ (+)$

صفيحة النحاس $Cu_{(s)}$ مغمورة في الحجم $V_1 = 200mL$ من محلول $\left(Cu^{2+}_{(aq)} + SO^{2-}_{4(aq)}\right)$ و صفيحة الحديد $Fe_{(s)}$ مغمورة في الحجم $V_2 = 200mL$ من محلول $\left(Fe^{2+}_{(aq)} + SO^{2-}_{4(aq)}\right)$

$[Fe^{2+}_{(aq)}] = [Cu^{2+}_{(aq)}] = 1mol/L$. وجسر ملحي يحتوي على محلول $\left(K^{+}_{(aq)} + NO^{-}_{3(aq)}\right)$.

1) مثل العمود مع تسمية مكوناته .
2) أكتب المعادلة النصفية عند كل صفيحة .
3) أكتب معادلة التفاعل الحاصل .
4) أنشيئ جدول تقدم التفاعل الحاصل .
5) قيمة ثابت التوازن للتفاعل الحاصل هي : $K = 10^{38}$.
   أ) أحسب قيمة τ النسبة النهائية للتقدم للتفاعل .
   ب) ماذا تستنتج بخصوص هذا التفاعل .
6) نشغل هذا العمود في دارة تحتوي على أمبير متر ، وناقل أومي مقاومته $R = 100\Omega$. الأمبير متر يشير الى القيمة $I = 5mA$. علما أن المقاومة الداخلية للعمود هي $r = 56\Omega$.
   أ) أحسب E القوة المحركة للعمود .
   ب) حدد Q_{max} كمية الكهرباء العظمى التي يمكن للعمود أن يقدمها .
   ج) استنتج Δt_{max} مدة اشتغال العمود .

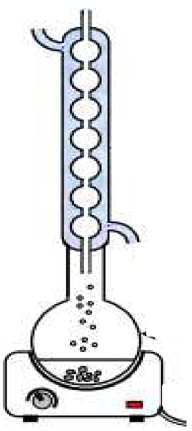
نعطي : $F = 96500C/mol$.

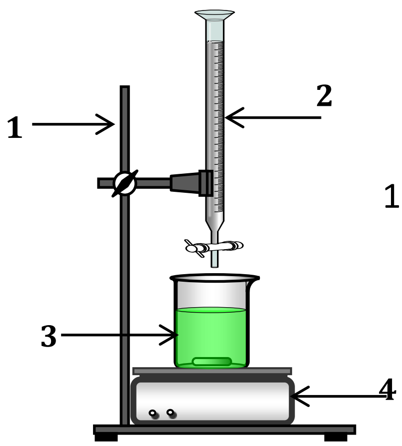
التمرين (7)

I. ننمذج التحول الكيميائي الذي يحدث بين حمض البروبانيوك $C_2H_5COOH_{(l)}$ و الإيثانول $C_2H_5OH_{(l)}$ بمعادلة التفاعل التالي :

$$C_2H_5COOH_{(l)} + C_2H_5OH_{(l)} \rightleftarrows C_2H_5COOC_2H_{5(l)} + H_2O_{(l)}$$

لدراسة التحول السابق نضع في دورق خليط يتكون من $n_0 = 0,02\ mol$ من الحمض و $n_0 = 0,02\ mol$ من الكحول في وجود حمض الكبريتيك المركز و نستعمل تركيب التسخين بالارتداد . بعد مدة زمنية من التسخين و بعد وصول حالة التوازن نعاير كمية الحمض المتبقي من التفاعل بواسطة محلول هيدروكسيد الصوديوم $\left(Na^{+}_{(aq)}(aq) + OH^{-}_{(aq)}\right)$ تركيزه $C_b = 0,33\ \text{mol/ L}$ في وجود كاشف ملون مناسب الفينول فتالبين فنلاحظ تغير لون الخليط عند إضافة الحجم $V_{bE} = 20\ mL$.





الشكل-1

1) أكتب الصيغة نصف المنشورة للمركب الناتج و أعط اسمه.
2) ما هو دور كل حمض الكبريتيك والتسخين بالارتداد

3) ما نوع هذه المعايرة ؟ أكتب أسماء العناصر المشار إليها بأسهم في الشكل1

4) مثل جدول التقدم لتفاعل المعايرة ثم أكتب عبارة كمية مادة الحمض المتبقي بدلالة C_b و الحجم V_{bE} .

5) أنشئ جدول التقدم للتفاعل الحاصل بين حمض البروبانيوك و الإيثانول .

6) أكتب عبارة التقدم x_f عند التوازن بدلالة C_b و الحجم V_{bE} ثم أحسب قيمته.

7) أحسب مردود التفاعل . ماذا تستنتج؟

II. عند درجة حرارة 25°C نمزج خليطا يتكون من المركب الناتج عن التحول السابق $C_2H_5COOC_2H_{5(l)}$ كمية مادته $n_0 = 1\ \text{mmol}$ و هيدروكسيد الصوديوم $\left(Na^+_{(aq)}(aq) + \text{OH}^-_{(aq)}\right)$ تركيزه $\text{C}_0 = 0,01\ \text{mol/ L}$ وحجمه $V_0 = 100\ mL$ نعتبر أن حجم الخليط التفاعلي ثابت ويساوي $V_T = V_0 = 100\ mL$ ننمذج التحول الكيميائي بتفاعل تام معادلته: $C_2H_5COOC_2H_{5(l)} + \text{OH}^-_{(aq)} \rightarrow C_2H_5COO^- + C_2H_5OH_{(l)}$.

1) أنشئ جدول التقدم للتفاعل الحاصل .

2) أثبت أن الناقلية النوعية للمحلول تكتب على الشكل : $\sigma = 25.10^{-2} - 164\ x$ حيث يعبر عن σ ب S/m .

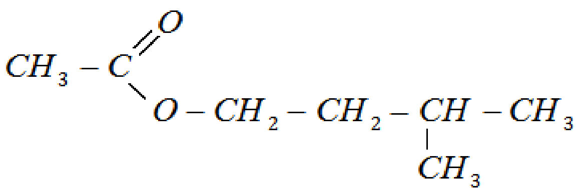
3) أحسب قيمة σ_0 الناقلية النوعية للخليط عند اللحظة $t = 0$ و σ_f الناقلية النوعية للخليط عند نهاية التفاعل.

4) كيف تتغير الناقلية النوعية للوسط التفاعلي مع مرور الزمن؟ علل جوابك.

نعطي : $\lambda_{Na^+} = 5,00\ mS.m^2/mol$ ، $\lambda_{\text{OH}^-} = 20mS.m^2/mol$ ، $\lambda_{C_2H_5COO^-} = 3,60\ mS.m2.mol$.

التمرين(8)

يحتوي العديد من الفواكه على إسترات ذات نكهة متميزة ، فمثلا نكهة الموز تعزى إلى أسيتات الإيزوأميل ، وهو إستر ذو ا لصيغة نصف المنشورة التالية:



نحصل على $m = 104g$ من استر (E) مصنع مماثل للاستر الطبيعي المستخرج من الإجاص بواسطة التسخين بالارتداد لخليط مكون من $1,2\ mol$ من حمض كربوكسيلي(A) و $1,2\ mol$ من كحول (B) اسمه 3- مثيل بوتان – 1 – أول ، بوجود حمض الكبريتيك المركز.

1) باعتماد طريقة تسمية الإسترات ، اعط إسما آخر لأسيتات الإيزوأميل.

2) عين الصيغة نصف المنشورة لكل من الحمض(A) والكحول (B) محددا صنف هذا الأخير ،

3) أكتب معادلة تفاعل هذه الأسترة .

4) اعتمادا على جدول التقدم لتفاعل الأسترة ، أوجد:

أ- التقدم النهائي للتفاعل.

ب- ثابتة التوازن K لتفاعل هذه الأسترة.

ج- المردود r لهذا التفاعل.

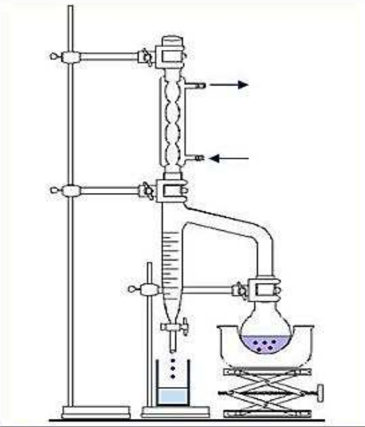
5) فيما يلي بعض الإقتراحات لتحسين مردود التفاعل:

أ- إنجاز التحول نفسه ، انطلاقا من خليط مكون من $1,2\ mol$ من الحمض الإيثانويك (A) و $2,4\ mol$ من الكحول (B) .

ب- إضافة حمض الكبريتيك المركز.

شكل 1 : عملية تقطير الإستر

ج- إنجاز التجربة الممثلة في الشكل (1) أسفله.
د- إنجاز التجربة الممثلة في الشكل (2) أسفله.
حدد معللا جوابك كل اقتراح صحيح من بين الإقتراحات السابقة.



شكل 2 : جهاز دين ستارك (Dean stark) يمكن من إزالة الماء

6) ما هو المردود r' الذي يمكن الحصول عليه باعتماد الإقتراح (أ) في الإقتراحات السابقة ؟
7) يتفاعل أسيتات البروبيل مع محلول الصودا $(Na^+ + OH^-)$.
أ- ما اسم هذا التفاعل ؟ وما هي مميزاته ؟
ب- أكتب معادلة التفاعل باستعمال الصيغ نصف المنشورة ، محددا أسماء المتفاعلات والنواتج
معطيات: $M(H) = 1\ g/mol$

$M(O) = 16\ g/mol$ $M(C) = 12\ g/mol$

التمرين (9)

يعطى : $pKa\,(CH_3COOH / CH_3COO^-) = 4,8$ ، $Ke = 10^{-14}$ ، $M(B) = 88 g/moL$ ، $M(CH_3COOH) = 60 g/moL$

I - تفاعل حمض الايثانويك مع الماء .

محلول (S_A) لحمض الإيثانويك CH_3COOH تركيزه المولي C_A ، قيمة الـ pH لهذا المحلول عند 25^0C هي $pH = 3,4$

1 - أكتب معادلة انحلال حمض الإيثانويك في الماء .
2 - أعط عبارة ثابت الحموضة K_A للثنائية (CH_3COOH / CH_3COO^-) .
3 - مثل جدول تقدم التفاعل .
4 - بين أن نسبة التقدم النهائي τ_f للتفاعل تكتب على الشكل التالي : $\tau_f = \dfrac{K_A}{K_A + 10^{-pH}}$.
5 - أحسب قيمة τ_f واستنتج التركيز المولي C_A للمحلول (S_A).

II - تحديد تركيز المحلول (S_A) عن طريق المعايرة .

نأخذ حجما $V_A = 10mL$ من المحلول (S_A) ونعايره بواسطة محلول مائي لهيدروكسيد الصوديوم $(Na^+ + OH^-)$ تركيزه المولي $C_b = 10^{-2} moL/L$ ، نحصل على التكافؤ حمض - أساس عند إضافة حجم $V_{bE} = 10mL$ من محلول هيدروكسيد الصوديوم .

1 - أكتب معادلة تفاعل المعايرة .
2 - استنتج التركيز المولي C_A وهل يتوافق مع النتيجة السابقة .
3 - أحسب ثابت توازن تفاعل المعايرة . ماذا تستنتج ؟

III - تفاعل الحمض مع كحول:

نفاعل $12g$ من حمض الإيثانويك CH_3COOH مع $17,6g$ من المركب (A) (3- مثيل بوتان -1- ول) لمدة ساعة مع التسخين وإضافة قطرات من حمض الكبريت المركز .

1 - أكتب الصيغة النصف المفصلة للمركب (A) والمركب (B) الناتج مع تحديد اسمه.
2 - أكتب المعادلة الكيميائية المنمذجة للتحول الحادث مستخدما الصيغ نصف المفصلة .
3 - ما الغرض من تسخين المزيج و إضافة حمض الكبريت ؟ هل يؤثر ذلك على مردود التفاعل .
4 - أوجد التركيب المولي للمزيج عند بلوغ حالة التوازن .
5 - أوجد ثابت التوازن K لهذا التفاعل .
6 - نمزج الآن $0,2\ moL$ من المركب (A) مع $0,5\ moL$ من حمض الإيثانويك و $1 moL$ من المركب (B) و $1\ moL$ من الماء.
- في أية جهة تتطور الجملة الكيميائية ؟ علل إجابتك

التمرين(10)

خلال تفاعل الأستره وإماهة الأستر بين $1,0\ mol$ من حمض الإيثانويك و $1,0\ mol$ من الإيثانول يكون مردود التفاعل هو 67% .

1) أكتب المعادلة الكيميائية لهذا التفاعل .أذكر خصائص هذا التفاعل .
2) أوجد تركيب الخليط في الحالة النهائية .
3) أحسب ثابت التوازن K لهذا التفاعل .
4) نضيف للمزيج السابق و هو في حالته النهائية $1,0\ mol$ من حمض الإيثانويك .
- حدد جهة تطور التفاعل ثم أوجد تركيب الخليط عند حدوث التوازن من جديد (حالته النهائية)

التمرين(11)

خلال تفاعل الأستره وإماهة الأستر بين $0,2\ mol$ من حمض البيوتانويك و $0,2\ mol$ من 2– مثيل بروبان-1-أول نجد ان كتلة الأستر الناتج $19,3\ g$.

1) أكتب المعادلة الكيميائية لهذا التفاعل وسمّ المركب العضوي (الأستر) الناتج .
2) إستنتج مردود التفاعل ثم حدد صنف الكحول .
3) أحسب ثابت التوازن K لهذ ا التفاعل .
4) ما هو الوسيط الذي يمكن استعماله لتسريع التفاعل . هل الوسيط يرفع من مردود التفاعل
5) ما هو العوامل التي ترفع من مردود التفاعل. هل يمكن أن يكون التفاعل تاما كيف .
6) نضيف للمزيج السابق و هو في حالته النهائية $0,2\ mol$ من الماء .
- حدد جهة تطور التفاعل ثم أوجد تركيب الخليط عند حدوث التوازن من جديد (حالته النهائية) .

الحلول

التمرين(1)

1) معادلة التفاعل.

$$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-OH+CH_3-COOH \rightleftarrows CH_3-COO-CH_2-CH_2-CH_2-CH3+H_2O$$

2) ما اسم هذا التفاعل؟ وما مميزاته ؟ .

تفاعل الأسترة : محدود ، بطيء ولا حراري.

دور التسخين هو تسريع التفاعل ، و دور التسخين بالإرتداد هو الحفاظ على كميات مادة المتفاعلات والنواتج.

3) كمية مادة كل من الحمض والكحول في الحالة الابتدائية وأنجز جدول التقدم.

$$n_i(acide)=\frac{m}{M(CH_3COOH)}=\frac{33}{60}=0,55\ mol\ .$$

$$n_i(alcool)=\frac{m}{M(C_4H_9OH)}=0,5\ mol\ .$$

جدول التقدم :

$C_4H_9OH \quad + \quad CH_3COOH \quad \rightleftarrows \quad CH_3COOC_4H_9 \quad + \quad H_2O$	

$t = 0$	$0{,}5$	$0{,}55$	0	0
t	$0{,}5 - x$	$0{,}55 - x$	x	x
t_f	$0{,}5 - x_f$	$0{,}55 - x_f$	x_f	x_f

4) نحصل عند نهاية التفاعل على $40{,}6g$ من الإستر أوجد كمية مادة الإستر المتكون استنتج مردود التفاعل .

$$n(ester) = \frac{m}{M(C_6H_{12}O_2)} = \frac{40{,}6}{116} = 0{,}35\ mol\ .$$

$$r = \frac{x_f}{x_{max}} \times 100 = \frac{0{,}35}{0{,}5} \times 100 = 70\%\ .$$

5) تركيب الخليط عند نهاية التسخين و أحسب ثابت التوازن K .

$$n_f(acide) = 0{,}55 - 0{,}35 = 0{,}20\ mol$$

$$n_f(alcool) = 0{,}50 - 0{,}35 = 0{,}15\ mol$$

$$n_f(ester) = n_f(eau) = 0{,}35mol$$

حساب ثابت التوازن:

$$K = \frac{n_f(ester) \times n_f(eau)}{n_f(alcool) \times n_f(acide)} = \frac{0{,}35 \times 0{,}35}{0{,}2 \times 0{,}15} = 4$$

التمرين(2)

1) ما اسم هذا التفاعل؟ وما مميزاته ؟ .

اسم التفاعل : إماهة الإستر.

2) المعادلة الكيميائية لهذا التفاعل.

$$CH_3 - (CH_2)_4 - COO - C_2H_5 + H_2O \rightleftarrows CH_3 - (CH_2)_4 - COOH + C_2H_5 - OH$$

3) لماذا نعاير باستعمال محلول هيدروكسيد الصوديوم.

نعاير حمض الهيكسانويك باستعمال محلول هيدروكسيد الصوديوم لتحديد كمية مادة الحمض الناتجة عن التفاعل.

4) حدد كميات مادة الخليط النهائي.

نحدد n_A كمية مادة الحمض المتكونة:

علاقة التكافؤ: $C_a.V = C'.V_E$

$$C_a = \frac{C'.V_E}{V} = \frac{2 \times 16{,}7}{10} = 3{,}34\ mol/L\ .$$

كمية مادة الحمض n_A الموجودة في الحجم الكلي:

$. n_A = C_a \times V_T = 3{,}34 \times 0{,}1 = 0{,}334\ mol$

$. n_{al} = 0{,}334\ mol$

$. n_{est} = 0{,}5 - 0{,}334 = 0{,}166\ mol$

$. n_{eau} = n_{est} = 0{,}166\ mol$

5) أنجز جدول التقدم.

	$ester$	$+\ eau$	$\rightleftarrows\ acide$	$+\ alcool$
$t=0$	$0{,}5$	$0{,}5$	0	0
t	$0{,}5-x$	$0{,}5-x$	x	x
t_f	$0{,}5-x_f$	$0{,}5-x_f$	x_f	x_f

6) أحسب نسبة التقدم النهائي.

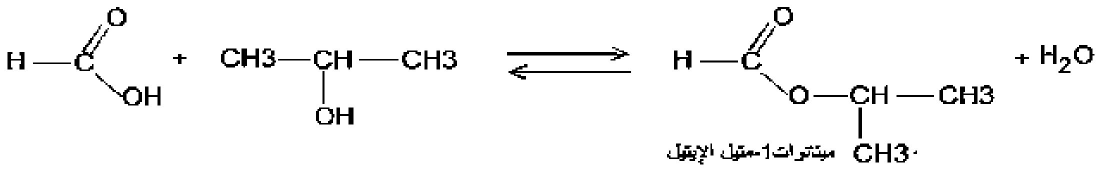
$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{0{,}334}{0{,}5} = 0{,}67$$

7) كيف يمكن التوصل الى نفس التوازن بطريقة أسرع.

يمكن تسريع التفاعل بإضافة وسيط (كحمض الكبريتيك مثلا) دون أن يؤثر على الحالة النهائية للتفاعل.

التمرين(3)

معادلة التفاعل و اسم الناتج:



الاسم والصيغة للمجموعة الوظيفية للمركبين A و B .

المركب	A	B
المجموعة الوظيفية	$-COOH$	$-OH$
اسم المجموعة الوظيفية	مجموعة الكربوكسيل	مجموعة الهيدروكسيل

كمية مادة الناتج C .

$$n(C) = \frac{m}{M(C)} = \frac{m}{M(C_4H_8O_2)} = \frac{53}{12 \times 4 + 8 \times 1 + 2 \times 16} = 0{,}6\,mol$$

جدول تقدم التفاعل

	A +	B $\rightleftarrows$	C +	H_2O
الجالة الابتدائية	1	1	0	0
الحالة الانتقالية	$1-x$	$1-x$	x	x
الحالة النهائية	$1-x_{eq}$	$1-x_{eq}$	x_{eq}	x_{eq}

التقدم الأعظمي : $x_{max} = 1mol$

مردود التفاعل: $r = \frac{0{,}6}{1} = 0{,}6 = 60\%$

الكحول المستعمل ثانوي

تركيب الخليط عند التوازن:

الحمض (A)	الكحول (B)	الإستر (C)	الماء (H_2O)
$1-x_{eq} = 0{,}4\,mol$	$1-x_{eq} = 0{,}4\,mol$	$x_{eq} = 0{,}6\,mol$	$x_{eq} = 0{,}6\,mol$

عبارة ثابت التوازن K .

$$K = \frac{[C]_{eq}.[H_2O]_{eq}}{[A]_{eq}.[B]_{eq}} = \frac{\frac{n_C}{V}.\frac{n_{H_2O}}{V}}{\frac{n_A}{V}.\frac{n_B}{V}} = \frac{n_C.n_{H_2O}}{n_A.n_B} \Rightarrow K = \frac{(0{,}6)^2}{(0{,}4)^2} \Rightarrow K = 2{,}25$$

المردود الجديد:

	A +	B $\rightleftarrows$	C +	H_2O
الجالة الابتدائية	1	1	0	0
الحالة الانتقالية	$1-x$	$2-x$	x	x
الحالة النهائية	$1-x_{eq}$	$2-x_{eq}$	x_{eq}	x_{eq}

التقدم الأعظمي : $x_{max} = 1mol$

$$K=\frac{[C]_{eq}.[H_2O]_{eq}}{[A]_{eq}.[B]_{eq}}=\frac{\frac{n_C}{V}.\frac{n_{H_2O}}{V}}{\frac{n_A}{V}.\frac{n_B}{V}}=\frac{n_C.n_{H_2O}}{n_A.n_B}=\frac{x_{eq}^2}{(1-x_{eq}).(2-x_{eq})}=2{,}25$$

$$x_{eq}^2=2{,}25.(1-x_{eq}).(2-x_{eq})\Rightarrow 1{,}25x_{eq}^2-6{,}75x_{eq}+4{,}5=0$$

$$x_{eq}=\frac{6{,}75-\sqrt{6{,}75^2-4\times1{,}25\times4{,}5}}{2\times1{,}25}=0{,}78\,mol$$

$$x'_{eq}=\frac{6{,}75+\sqrt{6{,}75^2-4\times1{,}25\times4{,}5}}{2\times1{,}25}=4{,}6\,mol$$

الحل المناسب هو $x_{eq}=0{,}78\,mol$ ومردود التفاعل هو :

$$\frac{0{,}78}{1}=0{,}78\Rightarrow r=78\%$$

نلاحظ ان مردود التفاعل يتزايد نستنتج ان المردود يتحسن اذا استعملنا مزيج غير متساوي المولات .

تركيب الخليط عند التوازن:

الماء H_2O	الإستر (C)	الكحول (B)	الحمض (A)
$0{,}78mol$	$0{,}78mol$	$1{,}22mol$	$0{,}22mol$

<u>التمرين(4)</u>

1) ما منحى تطور هذه الجملة ؟

نحدد كسر التفاعل في الحالة الابتدائية:

$$Q_{r,i}=\frac{[Ag^+]_i^2}{[Cu^{2+}]_i}=\frac{(0{,}02)^2}{0{,}05}=2\times10^{-3}\ .$$

نلاحظ أن $Q_{r,i}>K$ إذن المجموعة تتطور تلقائيا في المنحى المعاكس(غير المباشر)أي منحى تكون $Ag_{(S)}$ و Cu^{2+} وفق المعادلة التالية $2Ag^+_{(aq)}+Cu_{(S)}\rightarrow 2Ag_{(S)}+Cu^{2+}_{(aq)}$.

2) استنتج التفاعلين الذين يحدثان على مستوى الصفيحتين ، وعين منحى انتقال الالكترونات في العمود.

بجوار صفيحة النحاس يحدث أكسدة: $Cu_{(S)}=Cu^{2+}_{(aq)}+2e^-$.

بجوار صفيحة الفضة يحدث ارجاع : $Ag^+_{(aq)}+e^-=Ag_{(S)}$.

يمر التيار الكهربائي عبر الدارة الخارجية من صفيحة الفضة(القطب الموجب)الى صفيحة النحاس(القطب السالب) والالكترونات في المنحى المعاكس أي من صفيحة النحاس الى صفيحة الفضة.

3) اعط الرمز الاصطلاحي للعمود.

$(-)\ Cu_{(S)}/Cu^{2+}_{(aq)}//Ag^+_{(aq)}/Ag_{(S)}\ (+)$.

4) علما أن العمود يولد خلال المدة الزمنية $\Delta t = 1,5\ mn$ تيارا شدته $I = 86\ mA$.

أ) ما كمية الكهرباء المتدخلة خلال هذه المدة.

$Q = I.\Delta t = 86.10^{-3} \times 1,5 \times 60 = 7,74C$

ب) أحسب تغير كمية مادة شوارد النحاس II - وتغير كمية مادة شوارد الفضة خلال هذه المدة.

ننجز جدول التقدم.

	$2Ag^{+}_{(aq)}$ +	$Cu_{(S)}$ →	$2Ag_{(S)}$ +	$Cu^{2+}_{(aq)}$
$t = 0$	$n_i(Ag^+)$	$n_i(Cu)$	$n_i(Ag)$	$n_i(Cu^{2+})$
t	$n_i(Ag^+) - 2x$	$n_i(Cu) - x$	$n_i(Ag) + 2x$	$n_i(Cu^{2+}) + x$
t_f	$n_i(Ag^+) - 2x_f$	$n_i(Cu) - x_f$	$n_i(Ag) + 2x_f$	$n_i(Cu^{2+}) + x_f$

من خلال جدول التقدم يتضح أن:

كمية مادة أيون $Ag^{+}_{(aq)}$ تتناقص نكتب: $\Delta n(Ag^+) = n_f - n_i = -2x$.

وكمية مادة أيون Cu^{2+} تتزايد نكتب : $\Delta n(Cu^{2+}) = n_f - n_i = x$

وكمية مادة الإلكترونات $n(e^-) = 2x$

$$n(e^-) = \frac{Q}{F} = \frac{I\Delta t}{F} x = \frac{I\Delta t}{2F}$$

$$\Delta n(Ag^+) = -2 \times \frac{Q}{2F} = -8 \times 10^{-4} mo\ell\ .$$

$$\Delta n(Cu^{2+}) = \frac{Q}{2F} = 4 \times 10^{-4} mo\ell\ .$$

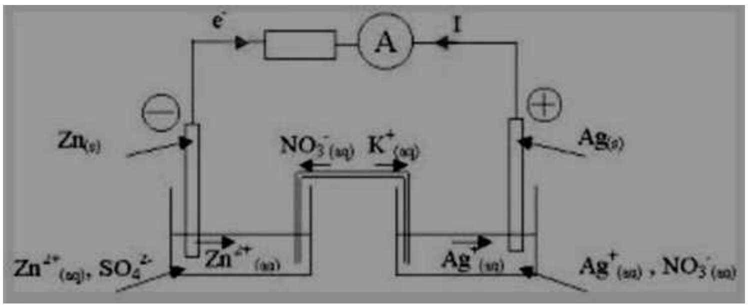
التمرين(5)

1) نربط القطب « V » لفولط متر بصفيحة الفضة والقطب « com » بصفيحة الزنك ، فيشير الفولطمتر الى توتر موجب. حدد القطب الموجب والقطب السالب للعمود.

القطب الموجب هو المرتبط بالقطب « V » - للفولطمتر ويتعلق الأمر بصفيحة الفضة.

القطب السالب هو المرتبط بالقطب com . للفولطمتر أي صفيحة الزنك.

2) ارسم مخطط للعمود باستعمال الأمبير متر وناقل أومي عوض الفولطمتر مبينا على المخطط منحى مرور الالكترونات.



3) أكتب معادلات التفاعل التي تحدث عند كل صفيحة ، والمعادلة الاجمالية . استنتج الثنائيات مرجع / مؤكسد المتدخلتين في التفاعل.

عند القطب الموجب يحدث ارجاع : $Ag^{+}_{(aq)} + e^{-} = Ag_{(s)}$

عند القطب السالب تحدث أكسدة : $Zn_{(s)} = Zn^{2+}_{(aq)} + 2e^{-}$.

المعادلة الاجمالية : $Zn_{(s)} + 2Ag^{+}_{(aq)} = Zn^{2+}_{(aq)} + 2Ag_{(s)}$.

الثنائيات مرجع / مؤكسد المتدخلتين في التفاعل.

$Ag^{+}_{(aq)}/Ag_{(s)}$ و $Zn^{2+}_{(aq)}/Zn_{(s)}$.

4) أعط عبارة كسر التفاعل الابتدائي $Q_{r,i}$ علما أن ثابتة التوازن لتفاعل العمود هي $K = 6,8 \times 10^{28}$، تحقق من أن منحى التطور التلقائي للجملة يتوافق من نتيجة السؤال3 .

$$Q_{r,i} = \frac{[Zn^{2+}_{(aq)}]_i}{[Ag^{+}]_i^2} = \frac{0,2}{(0,2)^2} = 5$$.

نلاحظ أن كسر التفاعل صغير جدا مقارنة مع الثابت K وبالتالي تتطور الجملة تلقائيا في المنحى المباشر وهذا يتوافق من نتيجة السؤال3 .

5) يشتغل العمود بتيار $I = 0,20\ A$ خلال المدة $t = 2h$.

أ) أحسب كمية الكهرباء التي تجتاز الدارة خلال المدة $t = 2h$.

$Q = I.t = 0,20 \times 2 \times 3600 = 1440C$.

ب) أنجز جدول التقدم لمعادلة التفاعل عند القطب الموجب.

	$Ag^{+}_{(aq)}$	$+\ e^{-}$	$=\ Ag_{(s)}$
	$n_i(Ag^{+})$	0	$n_i(Ag)$
	$n_i(Ag^{+}) - 2x$	$2x$	$n_i(Ag) + 2x$

ج) حدد كمية المادة وتركيز شوارد الفضة في المحلول في نهاية مدة الاشتغال.

$$n(e^{-}) = 2x$$

$$n(e^{-}) = \frac{Q}{F}$$

$$x = \frac{Q}{2F}$$

$$n(Ag^{+}) = [Ag^{+}]_i V - 2x = [Ag^{+}]_i V - 2\frac{Q}{2F}$$

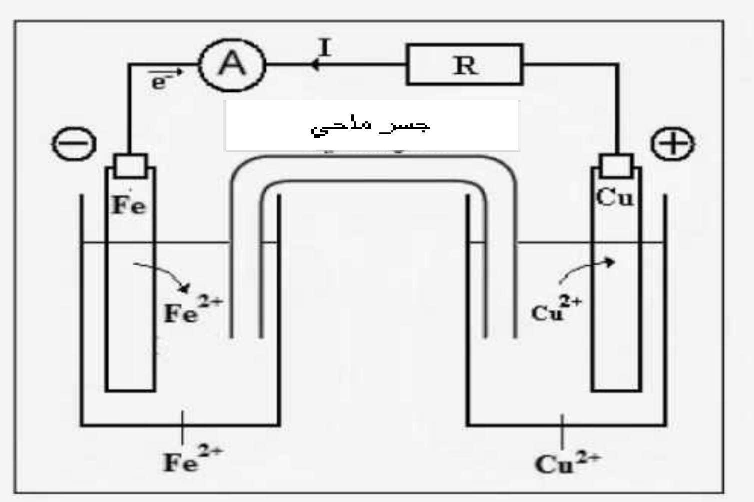
$$n(Ag^{+}) = [Ag^{+}]_i V - \frac{Q}{F}$$

$n(Ag^{+}) = 0,20 \times 100 \times 10^{-3} - \frac{1440}{96500} = 5 \times 10^{-3} mo\ell$.

. $[Ag^+] = \frac{n(Ag^+)}{V} = 5 \times 10^{-2} mo\ell/L$

التمرين(6)

تمثيل العمود



المعادلة النصفية عند كل صفيحة .

عند المصعد : $Fe_{(s)} = Fe^{2+}_{(aq)} + 2e^-$

عند المهبط : $Cu^{2+}_{(aq)} + 2e^- = Cu_{(s)}$.

معادلة التفاعل الحاصل .

. $Fe_{(s)} + Cu^{2+}_{(aq)} = Fe^{2+}_{(aq)} + Cu_{(s)}$

جدول تقدم التفاعل الحاصل .

	$Cu^{2+}_{(aq)}$ +	$Fe_{(s)}$ →	$Cu_{(s)}$ +	$Fe^{2+}_{(aq)}$
تقدم التفاعل	كميـــــــات المادة (mol)			
0	0,2	$n_i(Fe)$	$n_i(Cu)$	0,2
x	0,2 - x	$n_i(Fe)$ - x	$n_i(Cu)$ + x	0,2 + x
x_m	0,2 - x_m	$n_i(Fe)$ - x_m	$n_i(Cu)$ + x_m	0,2 + x_m

مع: Fe و Cu بوفرة و $n_i(Fe^{2+}) = n_i(Cu^{2+}) = [Fe^{2+}_{(aq)}]_i V = [Cu^{2+}_{(aq)}]_i V = 0,2mol$

حساب قيمة τ النسبة النهائية للتقدم للتفاعل .

نعلم أن: $K = \frac{[Fe^{2+}_{(aq)}]_{éq}}{[Cu^{2+}_{(aq)}]_{éq}} = \frac{0,2 + x_{éq}}{0,2 - x_{éq}}$ وحيث: $x_{éq} = \tau . x_m = 0,2\tau$

لأن: $x_m = n_i(Fe^{2+}) = n_i(Cu^{2+}) = [Fe^{2+}_{(aq)}]_i V = [Cu^{2+}_{(aq)}]_i V = 0,2mol$

ومنه: $K = \frac{[Fe^{2+}_{(aq)}]_{éq}}{[Cu^{2+}_{(aq)}]_{éq}} = \frac{0,2 + 0,2\tau}{0,2 - 0,2\tau}$ حسابيا: $\tau = \frac{K - 1}{K + 1} \approx 1$

نستنتج أن التفاعل تام .

حساب E القوة المحركة للعمود .

$E = (R + r)I = 0{,}78V$

تحديد Q_{max} كمية الكهرباء العظمى التي يمكن للعمود أن يقدمها .

$Q_{max} = 2x_mF = 2 \times 0{,}2 \times 96500 = 3{,}86.10^4C$

استنتاج Δt_{max} مدة اشتغال العمود .

$\Delta t_{max} = \frac{Q_{max}}{I} = \frac{3{,}86.10^4}{5.10^{-3}} = 7{,}72.10^6s$

التمرين (7)

i. ننمذج التحول الكيميائي الذي يحدث بين حمض البروبانيوك $C_2H_5COOH_{(l)}$ و الإيثانول $C_2H_5OH_{(l)}$ بمعادلة التفاعل التالي : $C_2H_5COOH_{(l)} + C_2H_5OH_{(l)} \rightleftarrows C_2H_5COOC_2H_{5(l)} + H_2O_{(l)}$

1) أكتب الصيغة نصف المنشورة للمركب الناتج و أعط اسمه.

$$CH_3 - CH_2 - \overset{\overset{\displaystyle O}{//}}{C} - O - CH_2 - CH_3$$

إسم الإستر هو بروبانوات الإثيل

2) ما هو دور كل حمض الكبريتيك والتسخين بالارتداد.

دور حمض الكيبريتيك: هو تسريع التفاعل.

دور التسخين بالإرتداد: هو تسريع التفاعل و الحيلولة دون ضياع كمية مادة الانواع الكيميائية(بتكثيف أبخرتها وإرجاعها للوسط التفاعلي.)

3) ما نوع هذه المعايرة ؟ أكتب أسماء العناصر المشار إليها بأسهم في الشكل1

المعايرة اللونية .

كتابة أسماء العناصر المشار إليها بأسهم في الشكل1 .

1-حامل ، 2- سحاحة ، 3- كأس ، 4-محراك مغنطيسي

4) مثل جدول التقدم لتفاعل المعايرة ثم أكتب عبارة كمية مادة الحمض المتبقي بدلالة C_b و الحجم V_{bE} .

$C_2H_5COOH_{(l)} + OH^-_{(aq)} = C_2H_5COO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$

	$C_2H_5COOH_{(l)} + OH^-_{(aq)} = C_2H_5COO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$			
$t = 0$	n_a	C_bV_b	0	بوفرة
عند التكافؤ	$n_a - x_E$	$C_bV_{bE} - x_E$	x_E	بوفرة

عند التكافؤ يكون الخليط ستوكيوميتري أي : $C_bV_{bE} - x_E = 0$ و $n_a - x_E = 0$.

$n_a = C_bV_{bE}$.

5) أنشئ جدول التقدم للتفاعل الحاصل بين حمض البروبانيوك و الإيثانول .

	$C_2H_5COOH_{(l)} + C_2H_5OH_{(l)} \rightleftarrows C_2H_5COOC_2H_{5(l)} + H_2O_{(l)}$

$t = 0$	$0,02$	$0,02$	0	0
t	$0,02 - x$	$0,02 - x$	x	x
t_f	$0,02 - x_f$	$0,02 - x_f$	x_f	x_f

6) أكتب عبارة التقدم x_f عند التوازن بدلالة C_b و الحجم V_{bE} ثم أحسب قيمته.

$n_a = C_b V_{bE}$.

$n_a = 0,02 - x_f$.

$C_b V_{bE} = 0,02 - x_f$.

$x_f = 0,02 - C_b V_{bE}$.

$x_f = 0,02 - 0,33 \times 20 \times 10^{-3} = 1,34 \times 10^{-2}\ mol$.

7) أحسب مردود التفاعل . ماذا تستنتج؟.

$r = \frac{x_f}{x_m} \times 100 = \frac{1,34 \times 10^{-2}}{0,02} \times 100 = 67\%$.

و بالتالي تفاعل الأسترة غير تام .

ii. عند درجة حرارة 25°C نمزج خليطا يتكون من المركب الناتج عن التحول السابق $C_2H_5COOC_2H_{5(l)}$ كمية مادته $n_0 = 1\ mmol$ و هيدروكسيد الصوديوم $\left(Na^+_{(aq)}(aq) + OH^-_{(aq)}\right)$ تركيزه $C_0 = 0,01\ mol/\ L$ وحجمه $V_0 = 100\ mL$ نعتبر أن حجم الخليط التفاعلي ثابت ويساوي $V_T = V_0 = 100\ mL$.

1) أنشئ جدول التقدم للتفاعل الحاصل .

	$C_2H_5COOC_2H_{5(l)}$ +	$OH^-_{(aq)}$ →	$C_2H_5COO^-$ +	$C_2H_5OH_{(l)}$
$t = 0$	0,001	0,001	0	0
t	$0,001 - x$	$0,001 - x$	x	x
t_f	$0,001 - x_f$	$0,001 - x_f$	x_f	x_f

2) أثبت أن الناقلية النوعية للمحلول تكتب على الشكل : $\sigma = 25.10^{-2} - 164\ x$ حيث يعبر عن σ ب S/m .

$$\sigma = \lambda_{Na^+} . [Na^+] + \lambda_{OH^-} . [OH^-] + \lambda_{C_2H_5COO^-} . [C_2H_5COO^-]$$

$$V_T = V_0 = 100 \times 10^{-6} = 10^{-4} m^3$$

$$[Na^+] = 10\ mol/m^3$$

$$[OH^-] = \frac{0,001 - x}{10^{-4}}$$

$$[C_2H_5COO^-] = \frac{x}{10^{-4}}$$

نجد $\sigma = 25.10^{-2} - 164\,x$.

3) أحسب قيمة σ_0 الناقلية النوعية للخليط عند اللحظة $t = 0$ و σ_f الناقلية النوعية للخليط عند نهاية التفاعل.

$\sigma_0 = 25.10^{-2} - 164 \times 0 = 25 \times 10^{-2}\ S/m$

بما ان التفاعل تام فإن $x_f = x_{max} = 1mmol$.

$\sigma_f = 25.10^{-2} - 164\,x_f = 8{,}6 \times 10^{-2}\ S/m$

4) كيف تتغير الناقلية النوعية للوسط التفاعلي مع مرور الزمن؟ علل جوابك.

تتناقصالناقلية مع مرور الزمن .

التفسير : خلال التفاعل يبقى تركيز شوارد الصوديوم Na^+ ثابتا بينما يتناقص تركيز شوارد الهيدروكسيد OH^-

في حين يتزايد تركيز شوارد البروبانوات $C_2H_5COO^-$ بما أن $\lambda_{C_2H_5COO^-} < \lambda_{OH^-}$ فإن ناقلية الوسط التفاعلي تتناقص خلال التفاعل.

التمرين(8)

1) باعتماد طريقة تسمية الإسترات ، اعط إسما آخر لأسيتات الإيزوأميل.

إيثانوات -3 مثيل البوتيل.

2) عين الصيغة نصف المنشورة لكل من الحمض(A) والكحول (B) محددا صنف هذا الأخير.

الصيغة نصف المنشورة للحمض الكربوكسيلي (A) :

$$CH_3 - \overset{\overset{O}{/\!/}}{C} - OH$$

الصيغة نصف المنشورة للكحول (B) :

$$HO - CH_2 - CH_2 - \underset{\underset{CH_3}{|}}{CH} - CH_3$$

كحول أولــي

3) أكتب معادلة تفاعل هذه الأسترة .

$CH_3COOH + C_5H_{11}OH = CH_3COOC_5H_{11} + H_2O$.

4) اعتمادا على جدول التقدم لتفاعل الأسترة ، أوجد:

	CH_3COOH	$+\ C_5H_{11}OH$	$=\ CH_3COOC_5H_{11}$	$+\ H_2O$.
$t = 0$	1,2	1,2	0	0
t	$1{,}2 - x$	$1{,}2 - x$	x	x
t_f	$1{,}2 - x_f$	$1{,}2 - x_f$	x_f	x_f

. $x_f = n(E) = \frac{m}{M} = \frac{104}{131} = 0{,}8mol$

ثابتة التوازن K لتفاعل هذه الأسترة.

. $K = \frac{n_{ester} \times n_{eau}}{n_{acide} \times n_{alcool}} = \frac{(0{,}8)^2}{(0{,}4)^2} = 4$

المردود r لهذا التفاعل.

. $r = \frac{x_f}{x_{max}} \times 100 = \frac{0{,}8}{1{,}2} = 67\%$

5) فيما يلي بعض الإقتراحات لتحسين مردود التفاعل:

الإقتراحات الصحيحة لتحسين مردود التفاعل هي:

استعمال الكحول متفاعل بوفرة.

إزالة أحد النواتج : تمكن عملية تقطير الإستر من إزالته من الخليط أثناء تكونه.

إزالة أحد النواتج : يمكن جهاز دين ستارك من إزالة الماء أثناء تكونه ، وبالتالي تفادي اماهة الإستر المتكون

6) ما هو المردود r' الذي يمكن الحصول عليه باعتماد الإقتراح (أ) في الإقتراحات السابقة ؟

. $K = \frac{\left(\frac{x_f}{V}\right)^2}{\left(\frac{1{,}2 - x_f}{V}\right)\left(\frac{2{,}4 - x_f}{V}\right)} = 4$

. $x_f^2 = 4\left(2{,}88 - 3{,}6x_f + x_f^2\right)$

. $3x_f^2 - 14{,}4x_f + 11{,}52 = 0$

نجد $x_f = 1mol$ و $x_f = 3{,}78mol$ ومنه $x_f = 1mol$ لأن $x_f < 1{,}2mol$.

. $\boldsymbol{r' = \frac{x_f}{x_{max}} \times 100 = \frac{1}{1{,}2} \times 100 = 83\%}$

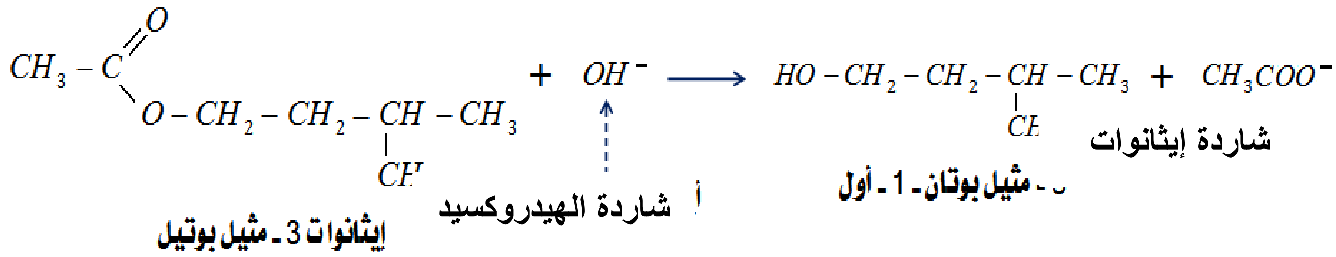
7) يتفاعل أسيتات البروبيل مع محلول الصودا $(\boldsymbol{Na^+ + OH^-})$.

أ) ما اسم هذا التفاعل ؟ وما هي مميزاته ؟ .

إسم التفاعل : تفاعل التصبن.

مميزاته : تفاعل تام وسريع.

ب) أكتب معادلة التفاعل باستعمال الصيغ نصف المنشورة ، محددا أسماء المتفاعلات والنواتج



التمرين (9)

I - 1 ـ معادلة التفاعل : $CH_3COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = H_3O^+{}_{(aq)} + CH_3COO^-{}_{(aq)}$

2 ـ عبارة K_A :
$$K_A = Q_{rf} = \frac{[H_3O^+]_f [CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f}$$

3 ـ جدول التقدم :

الحالات	التقدم	$CH_3COOH_{(aq)}$	$+H_2O_{(l)}$	$=H_3O^+{}_{(aq)}$	$+CH_3COO^-{}_{(aq)}$
$t=0s$	0	C_AV_A	بوفرة	0	0
t	x	C_AV_A-x		x	x
t_f	x_f	$C_AV_A-x_f$		x_f	x_f

4 ـ إثبات العبارة $\tau_f = \dfrac{K_A}{K_A+10^{-PH}}$: لدينا من جدول التقدم: $[H_3O^+]_f = [CH_3COO^-]_f = \dfrac{x_f}{V}$

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{\max}} = \frac{[H_3O^+]_f .V}{C_A.V} = \frac{[H_3O^+]_f}{C_A}$$

ولدينا $[CH_3COOH]_f = \dfrac{C_AV_A - x_f}{V} = C_A - \dfrac{x_f}{V} = C_A - [H_3O^+]_f$

$$K_A = \frac{[H_3O^+]_f^{\,2}}{C_A-[H_3O^+]_f} = \frac{[H_3O^+]_f}{\dfrac{C_A}{[H_3O^+]_f}-1} = \frac{10^{-PH}}{\dfrac{1}{\tau_f}-1} \Rightarrow K_A.(\frac{1}{\tau_f}-1) = 10^{-PH} \Rightarrow K_A.\frac{1}{\tau_f} = 10^{-PH} + K_A \Rightarrow \boxed{\tau_f = \frac{K_A}{K_A+10^{-PH}}}$$

5 ـ حساب τ_f و C_A :

$$\tau_f = \frac{10^{-PK_A}}{10^{-PK_A}+10^{-PH}} = \frac{10^{-4,8}}{10^{-4,8}+10^{-3,4}} \Rightarrow \boxed{\tau_f = 0,038}$$

$$\tau_f = \frac{[H_3O^+]_f}{C_A} \Rightarrow C_A = \frac{[H_3O^+]_f}{\tau_f} = \frac{10^{-3,4}}{0,038} \Rightarrow \boxed{C_A = 0,01 mol/l}$$

II - 1 ـ معادلة تفاعل المعايرة: $CH_3COOH_{(aq)} + HO^-{}_{(aq)} = CH_3COO^-{}_{(aq)} + H_2O_{(l)}$

2 ـ استنتاج التركيز C_A:

عند التكافؤ: $C_AV_A = C_BV_{BE} \Rightarrow C_A = \dfrac{C_BV_{BE}}{V_A} = \dfrac{0,01.10}{10} = 0,01 mol/l$

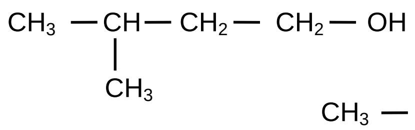
نعم تتوافق النتيجتان

3 ـ حساب ثابت التوازن للمعايرة :

$$K=\frac{\left[CH_3COO^-\right]_f}{\left[CH_3COOH\right]_f.\left[HO^-\right]_f}\Rightarrow K=\frac{\left[CH_3COO^-\right]_f.\left[H_3O^+\right]_f}{\left[CH_3COOH\right]_f.\left[HO^-\right]_f.\left[H_3O^+\right]_f}=\frac{K_A}{K_e}\Rightarrow K=\frac{10^{-4,8}}{10^{-14}}=1,58.10^9$$

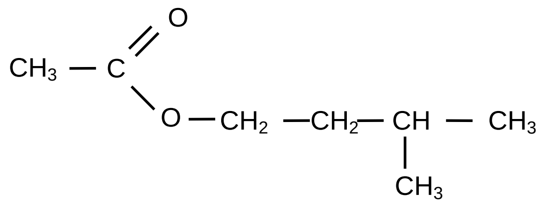
نلاحظ أنّ : $K \succ 10^4$ ومنه فإن تفاعل المعايرة تام .

III - 1 - كتابة الصيغة نصف مفصلة للمركب A :



- المركب B الناتج :

الاسم : إيثانوات 3 - ميثيل بوتيل



2 - المعادلة :

$$CH_3COOH_{(aq)}+CH_3-CH(CH_3)-CH_2-CH_2OH_{(l)}=CH_3COO-CH_2-CH_2-CH(CH_3)-CH_{3(aq)}+H_2O_{(l)}$$

3 - الغرض من التسخين و إضافة حمض الكبريت : تسريع التفاعل دون التأثير على مردود التفاعل .

4 - التركيب المولي للمزيج عند بلوغ حالة التوازن :

جدول التقدم :

الحالات	التقدم	$Acide_{(aq)}$ +	$Alcool_{(l)}$ =	$Ester_{(aq)}$ +	$Eau_{(l)}$
$t=0s$	0	$0,2mol$	$0,2mol$	0	0
t_f	x_f	$0,2-x_f$	$0,2-x_f$	x_f	x_f

$$n_0(acide)=\frac{m}{M}=\frac{12}{60}=0,2mol$$

$$n_0(alcool)=\frac{m}{M}=\frac{17,6}{88}=0,2mol$$

إيجاد x_f : بما أنّ المزيج الابتدائي متساوي المولات و الكحول أوّلي فإنّ :

$$\tau_f=\frac{x_f}{x_{\max}}=0,67\Rightarrow x_f=\tau_f\cdot x_{\max}=0,67\cdot 0,2=0,134mol$$

$$n_f(acide)=0,2-x_f=0,2-0,134=0,066mol$$

$$n_f(alcool)=0,066mol$$

$$n_f(ester)=n_f(eau)=x_f=0,134mol$$

5 - حساب ثابت التوازن K:

$$K=\frac{n_f(ester).n_f(eau)}{n_f(acide).n_f(alcool)}=\frac{x_f^{\,2}}{\left(0,2-x_f\right)^2}\Rightarrow K=\frac{(0,134)^2}{(0,2-0,134)^2}=4,12$$

6 - جهة تطور التفاعل :

$$Q_{ri}=\frac{n_0(ester).n_0(eau)}{n_0(acide).n_0(alcool)}=\frac{1\times 1}{0,2\times 0,5}=10$$

نلاحظ أنّ: $Q_{ri} \succ K$ و منه فإن التفاعل يتطور في الاتجاه غير المباشر أي في اتجاه الإماهة .

التمرين(10)

1) المعادلة الكيميائية لهذا التفاعل .أذكر خصائص هذا التفاعل .

$$CH_3COOH+C_2H_5OH \rightleftarrows CH_3COOC_2H_5+H_2O$$

2) تركيب الخليط في الحالة النهائية .

	$CH_3COOH + C_2H_5OH \rightleftarrows CH_3COOC_2H_5 + H_2O$			
$t=0$	1	1	0	0
t	$1-x$	$1-x$	x	x
t_f	$1-x_f$	$1-x_f$	x_f	x_f

$r=\frac{x_f}{x_m}\times 100$ نجد $x_f=0{,}67mol$.

CH_3COOH	C_2H_5OH	$CH_3COOC_2H_5$	H_2O
$0{,}33mol$	$0{,}33mol$	$0{,}67mol$	$0{,}67mol$

3) ثابت التوازن K لهذا التفاعل .

$K=\frac{n_{est}\times n_{eau}}{n_{acide}\times n_{al}}=\frac{(0{,}67)^2}{(0{,}33)^2}=4$.

4) نضيف للمزيج السابق وهو في حالته النهائية $1{,}0\ mol$ من حمض الإيثانويك .

حدد جهة تطور التفاعل ثم أوجد تركيب الخليط عند حدوث التوازن من جديد (حالته النهائية)

تصبح الحالة الابتدائية الجديدة.

CH_3COOH	C_2H_5OH	$CH_3COOC_2H_5$	H_2O
$1{,}33mol$	$0{,}33mol$	$0{,}67mol$	$0{,}67mol$

$Q_{r,i}=\frac{(0{,}67)^2}{1{,}33\times 0{,}33}=1$ نلاحظ أن $Q_{r,i}<K$ وبالتالي التفاعل ينزاح في الاتجاه المباشر.

	$CH_3COOH + C_2H_5OH \rightleftarrows CH_3COOC_2H_5 + H_2O$			
$t=0$	1,33	0,33	0,67	0,67
t	$1{,}33-x$	$0{,}33-x$	$0{,}67+x$	$0{,}67+x$
t_f	$1{,}33-x_f$	$0{,}33-x_f$	$0{,}67+x_f$	$0{,}67+x_f$

ثابت التوازن لا يتعلق بالتراكيز الابتدائية .

$K=\frac{(0{,}67+x_f)^2}{(1{,}33-x_f)(0{,}33-x_f)}=4$.

يجب أن يكون $x_f<0{,}33$.

$(0{,}67+x_f)^2=4(1{,}33-x_f)(0{,}33-x_f)$.

$. 0,45 + 1,34x_f + x_f^2 = 1,75 - 6,64x_f + 4x_f^2$

$. 3x_f^2 - 7,98x_f + 1,3 = 0$

$. \Delta = 63,68 - 15,6 = 48,08$

$. x_1 = \frac{7,98-6,93}{6} = 0,175$

$. x_f < 0,33$ وهذا الحل مرفوض لأنه لم يحقق الشرط . $x_2 = \frac{7,98+6,93}{6} = 2,48$

$. x_f = 0,175\, mol$

CH_3COOH	C_2H_5OH	$CH_3COOC_2H_5$	H_2O
$1,155mol$	$0,155mol$	$0,845mol$	$0,845mol$

التمرين(11)

1) المعادلة الكيميائية لهذا التفاعل وسمّ المركب العضوي (الأستر) الناتج .

$$CH_3-CH_2-CH_2-COOH + CH_3-\overset{\overset{CH_3}{|}}{CH}-CH_2-OH \rightleftarrows CH_3-CH_2-CH_2-COO-CH_2-\overset{\overset{CH_3}{|}}{CH}-CH_3 + H_2O$$

اسم الاستر الناتج : بوتانوات 2- مثيل البروبيل .

2) إستنتج مردود التفاعل ثم حدد صنف الكحول .

	C_3H_7COOH +	$C_4H_9OH \rightleftarrows$	$C_3H_7COOC_4H_9$ +	H_2O
$t = 0$	$0,2$	$0,2$	0	0
t	$0,2 - x$	$0,2 - x$	x	x
t_f	$0,2 - x_f$	$0,2 - x_f$	x_f	x_f

$. n_e = \frac{m}{M} = x_f$

$. M = 12 \times 8 + 16 + 16 \times 2 = 144 g/mol$

$. n_e = \frac{19,3}{144} = 0,134\, mol$

$r = \frac{x_f}{x_m} \times 100$

$. r = \frac{0,134}{0,2} \times 100 = 67\%$

الكحول أولي .

3) أحسب ثابت التوازن K لهذ ا التفاعل .

$K = \frac{n_{est} \times n_{eau}}{n_{acide} \times n_{al}} = \frac{(0,134)^2}{(0,066)^2} = 4$.

4) ما هو الوسيط الذي يمكن استعماله لتسريع التفاعل . هل الوسيط يرفع من مردود التفاعل .

الوسيط الذي يمكن استعماله لتسريع التفاعل هو شوارد H_3O^+ وذلك بإضافة حمض الكبريت المركز .

الوسيط لا يرفع من مردود التفاعل .

5) ما هو العوامل التي ترفع من مردود التفاعل. هل يمكن أن يكون التفاعل تاما كيف .

العوامل التي ترفع من مردود التفاعل هي : استعمال مزيج غير متساوي المولات ، سحب الاستر أو الماء الناتج .

يمكن أن يكون التفاعل تاما وذلك بسحب الاستر أو الماء الناتج حتى لا يحدث تفاعل الاماهة .

أو باستعمال كلور الأسيل بدل الحمض الكربوكسيلي .

6) نضيف للمزيج السابق و هو في حالته النهائية $0,2\ mol$ من الماء .

حدد جهة تطور التفاعل ثم أوجد تركيب الخليط عند حدوث التوازن من جديد (حالته النهائية) .

تصبح الحالة الابتدائية الجديدة.

H_2O	$C_3H_7COOC_4H_9$	C_4H_9OH	C_3H_7COOH
$0,334mol$	$0,134mol$	$0,066mol$	$0,066mol$

$Q_{r,i} = \frac{0,334 \times 0,134}{0,066 \times 0,066} = 10,27$ نلاحظ أن $Q_{r,i} > K$ وبالتالي التفاعل ينزاح في الاتجاه المعاكس (تفاعل الاماهة) .

	C_3H_7COOH	$+ C_4H_9OH \rightleftarrows$	$C_3H_7COOC_4H_9$	$+ H_2O$
$t=0$	$0,066$	$0,066$	$0,134$	$0,334$
t	$0,066+x$	$0,066+x$	$0,134-x$	$0,334-x$
t_f	$0,066+x_f$	$0,066+x_f$	$0,134-x_f$	$0,334-x_f$

ثابت التوازن لا يتعلق بالتراكيز الابتدائية .

$$K = \frac{(0,134 - x_f)(0,334 - x_f)}{(0,066 + x_f)^2} = 4$$

.

يجب أن يكون $x_f < 0,134$.

$$4\,(0,066 + x_f)^2 = (0,134 - x_f)(0,334 - x_f)$$

$. \ 0{,}017 + 0{,}528x_f + 4x_f^2 = 0{,}045 - 0{,}47x_f + x_f^2$

$. \ 3x_f^2 + x_f - 0{,}028 = 0$

$. \ \Delta = 1 + 0{,}336 = 1{,}336$

$. \ x_1 = \frac{-1+1{,}16}{6} = 0{,}026$

وهذا الحل مرفوض . $x_2 = \frac{-1-1{,}16}{6} = -0{,}36$.

$. \ x_f = 0{,}026\, mol$

C_3H_7COOH	C_4H_9OH	$C_3H_7COOC_4H_9$	H_2O
$0{,}092 mol$	$0{,}092 mol$	$0{,}108 mol$	$0{,}308 mol$