

أسئلة وأجوبتها

- المستوي المركب مزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ في كل ما يأتي: x, y عدنان حقيقيان.

طويلة عدد مركب

سؤال 1: z عدد مركب حيث: $z = x + iy$

أحسب طويلة العدد z

الإجابة: $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$

عمدة عدد مركب غير معدوم

سؤال 2: z عدد مركب غير معدوم حيث: $z = x + iy$

أحسب عمدة للعدد z

الإجابة: نفرض θ عمدة للعدد z و r طويلته.

فتكون: θ حل للجملة
$$\begin{cases} \cos \theta = \frac{x}{r} \\ \sin \theta = \frac{y}{r} \end{cases}$$

الكتابات المختلفة لعدد مركب غير معدوم

سؤال 3: z عدد مركب غير معدوم طويلته r و θ عمدة له.

أكتب العدد z على الشكل الجبري.

الإجابة: الشكل الجبري للعدد z هو $z = a + bi$ حيث:

$a = r \cos \theta$ و $b = r \sin \theta$

سؤال 4: z عدد مركب غير معدوم طويلته r و θ عمدة له.

أكتب العدد z على الشكل المثلثي.

الإجابة: الشكل المثلثي للعدد z هو: $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$

سؤال 5: z عدد مركب غير معدوم طويلته r و θ عمدة له.

أكتب العدد z على الشكل الأسّي.

الإجابة: الشكل الأسّي للعدد z هو: $z = r e^{i\theta}$

مرافق عدد مركب

سؤال 6: z عدد مركب حيث: $z = x + iy$

حدد مرافق العدد z

الإجابة: مرافق العدد z هو \bar{z} حيث: $\bar{z} = x - iy$

استنتاج الطويلة والعمدة

• في التمارين من 6 إلى 11:

z_1 ، z_2 عددان مركبان غير معدومين حيث: $z_1 = [r_1, \theta_1]$ ، $z_2 = [r_2, \theta_2]$

سؤال 6: أحسب طويلة وعمدة $z_1 \times z_2$

الإجابة: $z_1 \times z_2 = [r_1 \times r_2, \theta_1 + \theta_2]$

سؤال 7: أحسب طويلة وعمدة $(z_1)^n$

الإجابة: $(z_1)^n = [r_1^n, n \times \theta_1]$

سؤال 8: أحسب طويلة وعمدة $-z_1$

الإجابة: $-z_1 = [r_1, \pi + \theta_1]$

سؤال 9: أحسب طويلة وعمدة \bar{z}_1

الإجابة: $\bar{z}_1 = [r_1, -\theta_1]$

سؤال 10: أحسب طويلة وعمدة $\frac{1}{z_1}$

الإجابة: $\frac{1}{z_1} = \left[\frac{1}{r_1}, -\theta_1 \right]$

سؤال 11: أحسب طويلة وعمدة $\frac{z_1}{z_2}$

الإجابة: $\frac{z_1}{z_2} = \left[\frac{r_1}{r_2}, \theta_1 - \theta_2 \right]$

سؤال 12: z عدد مركب حيث: $z = \alpha e^{\theta i}$ مع: $\alpha \neq 0$

حدد طويلة وعمدة العدد z

الإجابة: لحساب طويلة وعمدة z نميز الحالتين التاليتين

(1) $z = [\alpha, \theta] : \alpha > 0$

(2) $z = [-\alpha, \pi + \theta] : \alpha < 0$

حالات خاصة

• في الأسئلة من 14 إلى 17: a ، b عدنان حقيقيان.

سؤال 14: z عدد مركب غير معدوم حيث: $z = a + bi$

بين أن العدد z حقيقي

الإجابة: يمكن إتباع إحدى الطرق التالية ؛ نبين أن:

طريقة (1): $\bar{z} = z$

طريقة (2): $b = 0$

طريقة (3): $\arg(z) = k\pi$ مع: k عدد صحيح.

سؤال 15: z عدد مركب غير معدوم حيث: $z = a + bi$

بين أن العدد z تخيلي صرف

الإجابة: يمكن إتباع إحدى الطرق التالية ؛ نبين أن:

طريقة (1): $z = -\bar{z}$

طريقة (2): $a = 0$

طريقة (3): $\arg(z) = \frac{\pi}{2} + k\pi$ مع: k عدد صحيح.

سؤال 16: z عدد مركب حيث: $z = a + bi$

بين أن العدد z حقيقي موجب تماما

الإجابة: يمكن إتباع إحدى الطرق التالية ؛ نبين أن:

طريقة (1): $b = 0$ و $a > 0$

طريقة (2): $z = \bar{z}$ و $a > 0$

طريقة (3): $\arg(z) = 2k\pi$ مع: k عدد صحيح.

سؤال 17: z عدد مركب حيث: $z = a + bi$

بين أن العدد z حقيقي سالب تماما

الإجابة: يمكن إتباع إحدى الطرق التالية ؛ نبين أن:

طريقة (1): $\bar{z} = z$ و $a < 0$

طريقة (2): $b = 0$ و $a < 0$

طريقة (3): $\arg(z) = \pi + 2k\pi$ مع: k عدد صحيح.

دستور موافر

n عدد طبيعي و z عدد مركب طويلته r و θ عمدة له.

سؤال 18: أحسب z^n

الإجابة: $z^n = r^n [\cos(n\theta) + i\sin(n\theta)]$

تعيين قيم الأعداد الطبيعية n

• في الأسئلة من 19 إلى 22: k عدد صحيح نسبي و n عدد طبيعي.

سؤال 19: عين قيم العدد n حيث يكون العدد z^n حقيقيا

الإجابة: قيم العدد n هي حلول المعادلة $n\theta = k\pi$ في N

سؤال 20: عين قيم العدد n حيث يكون العدد z^n تخيليا صرفا

الإجابة: قيم العدد n هي حلول المعادلة $n\theta = \frac{\pi}{2} + k\pi$ في N

سؤال 21: عين قيم العدد n حيث يكون العدد z^n حقيقيا موجب تماما

الإجابة: قيم العدد n هي حلول المعادلة $n\theta = 2k\pi$ في N

سؤال 22: عين قيم العدد n حيث يكون العدد z^n حقيقيا سالبا تماما

الإجابة: قيم العدد n هي حلول المعادلة $n\theta = \pi + 2k\pi$ في N

تطبيقات الأعداد المركبة

• A ، B ، C ، D ، M نقاط من المستوي المركب لواحقها على الترتيب هي:

$$z_A , z_B , z_C , z_D , z$$

سؤال 23: أحسب AB

$$AB = |z_B - z_A| \text{ الإجابة:}$$

سؤال 24: بين أن M تنتمي إلى محور [AB]

$$|z - z_A| = |z - z_B| \text{ نبين أن: الإجابة:}$$

سؤال 25: اثبت أن النقاط A ، B ، C تنتمي إلى دائرة واحدة مركزها D

$$|z_D - z_A| = |z_D - z_B| = |z_D - z_C| \text{ نثبت أن: الإجابة:}$$

سؤال 26: أحسب قياسا للزاوية $(\overline{AB}, \overline{CD})$

$$(\overline{AB}, \overline{CD}) = \arg \left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A} \right) \text{ الإجابة:}$$

سؤال 27: بين أن المستقيمين (AB) ، (CD) متعامدان

الإجابة: يمكن إتباع إحدى الطريقتين التاليتين ؛ نبين أن:

$$\text{طريقة (1): العدد } \frac{z_D - z_C}{z_B - z_A} \text{ تخيلي صرف.}$$

$$\overline{AB} \cdot \overline{CD} = 0 \text{ : (2) طريقة}$$

سؤال 28: بين أن المستقيمين (AB) ، (CD) متوازيان

الإجابة: يمكن إتباع إحدى الطريقتين التاليتين ؛ نبين أن:

$$\text{طريقة (1): العدد } \frac{z_D - z_C}{z_B - z_A} \text{ حقيقي.}$$

$$\text{طريقة (2): الشعاعين } \overline{AB}, \overline{CD} \text{ مرتبطان خطيا}$$

سؤال 29: بين أن النقاط A ، B ، C في استقامة
الإجابة: يمكن إتباع إحدى الطريقتين التاليتين ؛ نبين أن:

طريقة (1): العدد المركب $\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A}$ حقيقي.

طريقة (2): الشعاعين \overline{AB} ، \overline{AC} مرتبطان خطياً

سؤال 30: لتكن G مرجح الجملة المتقلة $\{(A ; \alpha) , (B ; \beta) , (C ; \lambda)\}$

أحسب Z_G لاحقة النقطة G

الإجابة: نحسب: $Z_G = \frac{\alpha Z_A + \beta Z_B + \lambda Z_C}{\alpha + \beta + \lambda}$

سؤال 31: أحسب Z_G لاحقة النقطة G مركز ثقل المثلث ABC

الإجابة: نحسب: $Z_G = \frac{Z_A + Z_B + Z_C}{3}$

سؤال 32: أحسب Z_G لاحقة النقطة G مركز الرباعي $ABCD$

الإجابة: نحسب: $Z_G = \frac{Z_A + Z_B + Z_C + Z_D}{4}$

نوع مثلث

سؤال 33: بين أن المثلث ABC متساوي الساقين رأسه A

الإجابة: نبين أن: $\left| \frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A} \right| = 1$

سؤال 34: بين أن المثلث ABC قائم في النقطة A

الإجابة: يمكن إتباع إحدى الطريقتين التاليتين ؛ نبين أن:

طريقة (1): العدد $\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A}$ تخيلي صرف

طريقة (2): $\overline{AC} \cdot \overline{AB} = 0$

سؤال 35: بين أن المثلث ABC قائم في النقطة A ومتساوي الساقين

الإجابة: يمكن إتباع إحدى الطريقتين التاليتين ؛ نبين أن:

$$\text{طريقة (1): } \frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A} = e^{-\frac{\pi}{2}i} \text{ أو } \frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A} = e^{\frac{\pi}{2}i}$$

$$\text{طريقة (2): } \begin{cases} |Z_C - Z_A| = |Z_B - Z_A| \\ |Z_B - Z_C|^2 = |Z_C - Z_A|^2 + |Z_B - Z_A|^2 \end{cases}$$

سؤال 36: بين أن المثلث ABC متقايس الأضلاع

الإجابة: يمكن إتباع إحدى الطريقتين التاليتين ؛ نبين أن:

$$\text{طريقة (1): } \frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A} = e^{-\frac{\pi}{3}i} \text{ أو } \frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A} = e^{\frac{\pi}{3}i}$$

$$\text{طريقة (2): } |Z_C - Z_B| = |Z_C - Z_A| = |Z_B - Z_A|$$

نوع رباعي

سؤال 37: بين أن الرباعي ABCD متوازي أضلاع

الإجابة: يمكن إتباع إحدى الطريقتين التاليتين ؛ نبين أن:

$$\text{طريقة (1): } Z_D - Z_A = Z_C - Z_B$$

طريقة (2): القطرين [AC] ، [BD] متناصفان.

سؤال 38: بين أن الرباعي ABCD مستطيل

الإجابة: يمكن إتباع إحدى الطريقتين التاليتين ؛ نبين أن:

طريقة (1): القطرين [AC] ، [BD] متناصفان ومتقايسان

طريقة (2): • الرباعي ABCD متوازي أضلاع

• المثلث ABC قائم في B

سؤال 39: بين أن الرباعي ABCD معين

الإجابة: يمكن إتباع إحدى الطريقتين التاليتين ؛ نبين أن:

طريقة (1): • الرباعي ABCD متوازي أضلاع

• المثلث ABC متساوي الساقين رأسه B

طريقة (2): القطرين [AC] ، [BD] متناصفان ومتعامدان.

سؤال 40: بين أن الرباعي ABCD مربع

الإجابة: يمكن إتباع إحدى الطريقتين التاليتين ؛ نبين أن:

طريقة (1): • الرباعي ABCD متوازي أضلاع

• المثلث ABC قائم في B ومتساوي الساقين

طريقة (2): القطرين [AC] ، [BD] متناصفان ومتعامدان ومتقايسان.

سؤال 41: بين أن الرباعي ABCD شبه منحرف

الإجابة: نبين أن العدد $\frac{z_B - z_A}{z_D - z_C}$ حقيقي طويلته تختلف عن العدد 1.

مجموعات النقط من المستوي

• في الأسئلة من 42 إلى 52: α عدد حقيقي موجب تماما.

(E) هي مجموعة النقط M من المستوي التي لواحقها الأعداد المركبة z

سؤال 42: حدد (E) حيث يكون: $|z - z_A| = |z - z_B|$

الإجابة: نجد: $AM = BM$ إذن: (E) هي مجموعة نقط محور القطعة [AB]

سؤال 43: حدد (E) حيث يكون: $|z - z_A| = \alpha$

الإجابة: نجد: $AM = \alpha$ إذن: (E) هي الدائرة التي مركزها A ونصف قطرها α

سؤال 44: حدد (E) حيث يكون: $z\bar{z} = \alpha$

الإجابة: لدينا: $z\bar{z} = \alpha$ ومنه: $|z|^2 = \alpha$ معناه: $|z| = \sqrt{\alpha}$ ومنه: $OM = \sqrt{\alpha}$
إذن: (E) هي مجموعة نقط الدائرة التي مركزها O ونصف قطرها $\sqrt{\alpha}$

سؤال 45: حدد (E) حيث يكون العدد $\frac{z-z_A}{z-z_B}$ حقيقيا

الإجابة: لدينا: $\frac{z-z_A}{z-z_B}$ حقيقي ومنه: $\arg\left(\frac{z-z_A}{z-z_B}\right) = k\pi$ أو $z = z_A$

ومنه: $(\overline{BM}, \overline{AM}) = k\pi$ أو $M = A$

إذن: (E) هي مجموعة نقط المستقيم (AB) ما عدا النقطة B

سؤال 46: حدد (E) حيث يكون العدد $\frac{z-z_A}{z-z_B}$ حقيقيا سالبا

الإجابة: لدينا: $\frac{z-z_A}{z-z_B}$ حقيقي سالب ومنه: $\arg\left(\frac{z-z_A}{z-z_B}\right) = \pi + 2k\pi$ أو $z = z_A$

ومنه: $(\overline{BM}, \overline{AM}) = \pi$ أو $M = A$

إذن: (E) هي مجموعة نقط القطعة [AB] ما عدا النقطة B

سؤال 47: حدد (E) حيث يكون العدد $\frac{z-z_A}{z-z_B}$ حقيقيا موجبا تماما

الإجابة: لدينا: $\frac{z-z_A}{z-z_B}$ حقيقي موجب تماما ومنه: $\arg\left(\frac{z-z_A}{z-z_B}\right) = 2k\pi$

ومنه: $(\overline{BM}, \overline{AM}) = 2k\pi$

إذن: (E) هي مجموعة نقط المستقيم (AB) ما عدا نقط القطعة [AB]

سؤال 48: حدد (E) حيث يكون العدد $\frac{z - z_A}{z - z_B}$ تخيليا صرفا غير معدوم

الإجابة: لدينا: $\frac{z - z_A}{z - z_B}$ تخيلي صرف غير معدوم ومنه:

$$\overline{AM} \cdot \overline{BM} = 0 \text{ معناه: } (\overline{BM}, \overline{AM}) = \frac{\pi}{2} \text{ ومنه: } \arg \left(\frac{z - z_A}{z - z_B} \right) = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

إذن: (E) هي مجموعة نقط الدائرة التي قطرها [AB] ما عدا النقطتين A ، B

سؤال 49: θ عدد حقيقي ؛ حدد (E) حيث يكون: $z = z_A + e^{\theta i}$

الإجابة: لدينا: $z = z_A + e^{\theta i}$ ومنه: $z - z_A = e^{\theta i}$ ومنه: $|z - z_A| = 1$ ومنه: $AM = 1$

إذن: (E) هي مجموعة نقط الدائرة التي مركزها A ونصف قطرها 1

سؤال 50: k عدد حقيقي موجب. حدد (E) حيث يكون: $z = z_A + k e^{\pi i}$

الإجابة: لدينا: $z = z_A + k e^{\pi i}$ ومنه: $z - z_A = -k$ ومنه: $\overline{AM} = k \bar{u}$

إذن: (E) هي مجموعة نقط نصف مستقيم يشمل A وموجه بالشعاع $\bar{u}(-1, 0)$

سؤال 51: حدد (E) حيث يكون: $\arg(z) = \theta + 2k\pi$

الإجابة: لدينا: $\arg(z) = \theta + 2k\pi$ ومنه: $(\overline{OI}, \overline{OM}) = \theta$

إذن: (E) هي مجموعة نقط نصف مستقيم

سؤال 52: حدد (E) حيث يكون: $\arg z = \arg \bar{z} + 2k\pi$

الإجابة: لدينا: $\arg z = \arg \bar{z} + 2k\pi$ ومنه: $\arg z = k\pi$ معناه: $(\overline{OI}, \overline{OM}) = k\pi$

إذن: (E) هي مجموعة نقط المستقيم (OI) ماعدا المبدأ O

سؤال 53: حدد (E) حيث يكون: $\alpha |z - z_A|^2 + \beta |z - z_B|^2 = k$

إجابة: لدينا: $\alpha|z - z_A|^2 + \beta|z - z_B|^2 = k$ ومنه: $\alpha AM^2 + \beta BM^2 = k$

(1) $\alpha + \beta = 0$: نجد معادلة (E) من الشكل: $ax + by + c = 0$

إن: (E) هي مستقيم أو مجموعة خالية أو مستو

(2) $\alpha + \beta \neq 0$: نجد معادلة (E) من الشكل: $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$

إن: (E) هي دائرة مركزها G أو مجموعة خالية أو نقطة G

حيث إحداثيا النقطة G هما: $\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right)$

معادلات لمجهول مركب

• في الأسئلة من 54 إلى 62: a, b, c, d أعداد حقيقية مع: $a \neq 0$

سؤال 54: حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة $az^2 + bz + c = 0$

الإجابة: نحسب المميز Δ حيث: $\Delta = b^2 - 4ac$ ونميز الحالتين التاليتين:

$$\bullet \Delta \geq 0: \quad z_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}, \quad z_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\bullet \Delta < 0: \quad z_1 = \frac{-b + i\sqrt{|\Delta|}}{2a}, \quad z_2 = \bar{z}_1$$

سؤال 55: نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة (E): $az^2 + bz + c = 0$

تحقق أن $z_1 = \alpha$ حل للمعادلة (E) ثم استنتج الحل الآخر z_2

الإجابة: نبين أن $a\alpha^2 + b\alpha + c = 0$ ولحساب z_2 نذكر أن:

$$z_1 + z_2 = -\frac{b}{a}, \quad z_1 \times z_2 = \frac{c}{a}$$

سؤال 56: حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة $az^2 + b\bar{z} + c = 0$

الإجابة: نضع: $z = x + iy$ ثم نطبق مبرهنة تساوي عددين مركبين

سؤال 57: α, z عدنان مركبان. بين أن العدد z جذر تربيعي للعدد α

الإجابة: نبين أن: $z^2 = \alpha$

سؤال 58: α عدد مركب ، عين الجذرين التربيعيين للعدد α

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = |\alpha| \\ x^2 - y^2 = \operatorname{Re}(\alpha) \\ 2xy = \operatorname{Im}(\alpha) \end{cases}$$

الإجابة: نضع: $z^2 = \alpha$ حيث $z = x + iy$ فيكون:

سؤال 59: z عدد مركب طويلته r و θ عمدة له.

استنتج الجذرين التربيعيين للعدد z

الإجابة: لدينا: $z = re^{i\theta}$ ومنه: $z = \left(\sqrt{r} e^{\frac{\theta}{2}i} \right)^2$

إذن: الجذران التربيعيان للعدد z هما: $\sqrt{r} e^{\frac{\theta}{2}i}$ ، $-\sqrt{r} e^{\frac{\theta}{2}i}$

سؤال 60: حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة: $az^4 + bz^2 + c = 0$

الإجابة: نضع: $z^2 = \alpha$ فيكون: $a\alpha^2 + b\alpha + c = 0$

نسمي α_1 ، α_2 حلتي المعادلة $a\alpha^2 + b\alpha + c = 0$

فيكون: $z^2 = \alpha_1$ ، $z^2 = \alpha_2$

سؤال 61: $P(z)$ كثير حدود للمتغير المركب z حيث: $P(z) = az^3 + bz^2 + cz + d$

(1) تحقق أن العدد α حل للمعادلة $P(z) = 0$

(2) أ: بين أنه من أجل كل عدد مركب z : $P(z) = (z - \alpha)(a'z^2 + b'z + c')$

حيث: a' ، b' ، c' أعداد حقيقية يطلب تعيينها

ب: حل في \mathbb{C} المعادلة $P(z) = 0$

الإجابة: (1) نبين أن: $P(\alpha) = 0$

(2) أ: لتعيين a' ، b' ، c' نطبق خوارزمية هورنر أو مبرهنة المطابقة أو مبرهنة القسمة.

ب: $P(z) = 0$ تكافئ: $z - \alpha = 0$ أو $a'z^2 + b'z + c' = 0$

سؤال 62: $P(z)$ كثير حدود للمتغير المركب z حيث: $P(z) = az^3 + bz^2 + cz + d$

(1) بين أن المعادلة $P(z) = 0$ تقبل حلا تخيليا صرفا يطلب تعيينه.

(2) عين حلول المعادلة $P(z) = 0$

الإجابة: (1) نحسب $P(\alpha i) = 0$ ولتعيين α نطبق مبرهنة تساوي عددين مركبين

(2) نطبق خوارزمية هورنر أو مبرهنة المطابقة لتعيين الأعداد الحقيقية

a' ، b' ، c' التي تحقق: $P(z) = (z - \alpha i)(a'z^2 + b'z + c')$

المعادلة $P(z) = 0$ تكافئ: $z - \alpha i = 0$ ، $a'z^2 + b'z + c' = 0$

التحويلات النقطية

• في الأسئلة من 63 إلى 72: a ، b ، c ، d أعداد مركبة مع: $a \neq 0$ و $c \neq 0$
 f تحويل نقطي يرفق بكل نقطة M من المستوي لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z' حيث
 $z' = az + b$

سؤال 63: بين أن النقطة A صامدة (مضاعفة) بالتحويل النقطي f

الإجابة: نبين أن $f(A) = A$

سؤال 64: حدد لواحق النقط الصامدة بالتحويل f

الإجابة: إذا كان:

$a = 1$: لا توجد نقط صامدة بالتحويل f

$a \neq 1$: توجد نقطة صامدة وحيدة بالتحويل f لاحقتها $z = \frac{b}{1-a}$

سؤال 65: حدد طبيعة التحويل f وعناصره المميزة

الإجابة: لتحديد طبيعة التحويل f نميز الحالات التالية:

(1) العدد a حقيقي

أ: $a = 1$: التحويل f انسحاب لاحقة شعاعه العدد b

ب: $a \neq 1$: التحويل f تحاك نسبته a ، لاحقة مركزه $\frac{b}{1-a}$

(2) العدد a مركب ليس حقيقي

أ: $|a|=1$: التحويل f دوران زاويته $\arg(a)$ ، لاحقة مركزه $\frac{b}{1-a}$

ب: $|a| \neq 1$: التحويل f تشابه مباشر نسبته $|a|$ ، زاويته $\arg(a)$ ، لاحقة

مركزه $\frac{b}{1-a}$.

سؤال 66: أكتب العبارة التحليلية للتحويل f

الإجابة: لدينا: $z' = az + b$ ومنه: $x' + iy' = a(x + iy) + b$

نكتب العدد $a(x + iy) + b$ على الشكل الجبري ولتعيين x' ، y' نطبق مبرهنة تساوي عددين مركبين.

سؤال 67: أكتب العبارة المركبة للتحاكي h الذي مركزه النقطة A ونسبته k

الإجابة: العبارة المركبة للتحاكي h من الشكل: $z' = \alpha z + \beta$ حيث:

$$z' = kz + (1-k)z_A \text{ ، إذن: } \begin{cases} \alpha = k \\ \beta = (1-\alpha)z_A \end{cases}$$

سؤال 68: أكتب العبارة المركبة للدوران r الذي مركزه A وزاويته θ

الإجابة: العبارة المركبة للدوران r من الشكل: $z' = \alpha z + \beta$ حيث:

$$z' = e^{\theta i} z + (1-\alpha)z_A \text{ ، إذن: } \begin{cases} \alpha = e^{\theta i} \\ \beta = (1-\alpha)z_A \end{cases}$$

سؤال 69: أكتب العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي مركزه A وزاويته θ ونسبته k

الإجابة: العبارة المركبة للتشابه المباشر S من الشكل: $z' = \alpha z + \beta$ حيث:

$$z' = ke^{\theta i} z + (1-\alpha)z_A \text{ ، إذن: } \begin{cases} \alpha = ke^{\theta i} \\ \beta = (1-\alpha)z_A \end{cases}$$

سؤال 70: حدد النسبة k والزاوية θ للتشابه المباشر S الذي مركزه A ويحول B إلى C

الإجابة: العبارة المركبة للتشابه المباشر S من الشكل: $z' = \alpha z + \beta$

$$\text{لدينا: } \alpha = \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \text{ ومنه: } k = \left| \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \right| \text{ و } \theta = \arg \left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \right)$$

سؤال 71: أكتب العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي يحول A إلى B ويحول C إلى D

الإجابة: العبارة المركبة للتشابه المباشر S من الشكل: $z' = \alpha z + \beta$

$$\text{ومنه: } \begin{cases} z_B = \alpha z_A + \beta \\ z_D = \alpha z_C + \beta \end{cases} \text{ ، بحل الجملة نجد: } \alpha , \beta$$

سؤال 72: S تشابه مباشر مركزه A ونسبته k وزاويته θ .

(C) دائرة مركزها B ونصف قطرها R .

حدد العناصر المميزة للدائرة (C') صورة الدائرة (C) بالتشابه المباشر S

الإجابة: الدائرة (C') هي مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $B'M = R'$

$$\begin{cases} B' = S(B) \\ R' = S(R) \end{cases} \text{ حيث:}$$