★ الهندسة الفضائية ★

نعتبر في كل ما يلي $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ معلم متعامد و متجانس للفضاء، نضع : $A\left(x_A;y_A;z_A\right)$ ، $B\left(x_B;y_B;z_B\right)$ ، $C\left(x_C;y_C;z_C\right)$

مركبات شعاع	مركبات الشعاع $\overrightarrow{AB}$ هي : $\overrightarrow{AB}\left(x_B-x_A;y_B-y_A;z_B-z_A\right)$
طويلة شعاع	طويلة الشعاع $\vec{u}\left(x;y;z\right)$ هي $\left\|\vec{u}\right\|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$
المسافة بين نقطتين	$AB=\sqrt{\left(x_B-x_A\right)^2+\left(y_B-y_A\right)^2+\left(z_B-z_A\right)^2}$
منتصف قطعة مستقيمة	I منتصف القطعة $[AB]$ حيث : $I\left(\dfrac{x_A+x_B}{2};\dfrac{y_A+y_B}{2};\dfrac{z_A+z_B}{2}\right)$
الجداء السلمي بين شعاعين	$\vec{u}\bullet\vec{v}=\left\|\vec{u}\right\|\times\left\|\vec{v}\right\|\times\cos\left(\vec{u};\vec{v}\right)$
العبارة التحليلية للجداء السلمي	$\vec{u}\bullet\vec{v}=x.x'+y.y'+z.z'$ حيث $\vec{u}\left(x;y;z\right)$ و $\vec{v}\left(x';y';z'\right)$
تعامد شعاعين	$\vec{u}$ و $\vec{v}$ متعامدان إذا كان : $\vec{u}\bullet\vec{v}=0$
الارتباط الخطي بين شعاعين	$\vec{u}$ و $\vec{v}$ متوازيان إذا كان : $\dfrac{x}{x'}=\dfrac{y}{y'}=\dfrac{z}{z'}=k$ معناه : $\vec{u}=k\vec{v}$ مع $k\in\mathbb{R}$
المعادلة الديكارتية للمستوي (P)	$ax+by+cz+d=0$ ، حيث $\vec{n}\left(a;b;c\right)$ شعاعه الناظم
توازي مستويين (P) و (P')	$\vec{n}=k\times\vec{n'}$ حيث $\vec{n}$ ناظمي لـ (P) و $\vec{n'}$ ناظمي لـ (P') و $k\in\mathbb{R}$
تعامد مستويين (P) و (P')	$\vec{n}\bullet\vec{n'}=0$ حيث $\vec{n}$ ناظمي لـ (P) و $\vec{n'}$ ناظمي لـ (P')
بعد النقطة A عن المستوي (P)	$d\left(A;(P)\right)=\dfrac{\left\|ax_A+by_A+cz_A+d\right\|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$
المعادلة الديكارتية لسطح كرة (S)	$\left(x-x_0\right)^2+\left(y-y_0\right)^2+\left(z-z_0\right)^2=r^2$ حيث $\omega\left(x_0;y_0;z_0\right)$ مركزها و r نصف قطرها
مرجح نقطتين	G مرجح الجملة $\left\{(A;\alpha),(B;\beta)\right\}$ مع $\alpha+\beta\neq0$ معناه : $\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}=\vec{0}$
مرجح ثلاث نقط	G مرجح الجملة $\left\{(A;\alpha),(B;\beta),(C;\delta)\right\}$ مع $\alpha+\beta+\delta\neq0$ معناه : $\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}+\delta\overrightarrow{GC}=\vec{0}$
مركز ثقل المثلث ABC	G مركز ثقل المثلث ABC معناه G مرجح الجملة $\left\{(A;\alpha),(B;\alpha),(C;\alpha)\right\}$
إحداثيات مرجح نقطتين	$G\left(\dfrac{\alpha x_A+\beta x_B}{\alpha+\beta};\dfrac{\alpha y_A+\beta y_B}{\alpha+\beta};\dfrac{\alpha z_A+\beta z_B}{\alpha+\beta}\right)$
إحداثيات مرجح ثلاث نقط	$G\left(\dfrac{\alpha x_A+\beta x_B+\delta x_C}{\alpha+\beta+\delta};\dfrac{\alpha y_A+\beta y_B+\delta y_C}{\alpha+\beta+\delta};\dfrac{\alpha z_A+\beta z_B+\delta z_C}{\alpha+\beta+\delta}\right)$
مساحة مثلث	$S=\dfrac{1}{2}\times$ مساحة القاعدة $\times$ الارتفاع
حجم رباعي الوجوه	$V=\dfrac{1}{3}\times S\times h$ حيث S مساحة القاعدة (مثلث) و h الإرتفاع

التمثيل الوسيطي للمستقيم (d)	$\begin{cases} x = x_A + at \\ y = y_A + bt \\ z = z_A + ct \end{cases}$ ، $t \in \mathbb{R}$ حيث $A(x_A;y_A;z_A)$ منه و $\vec{u}(a;b;c)$ شعاع توجيه له
التمثيل الديكارتي للمستقيم (d)	$\dfrac{x-x_A}{a} = \dfrac{y-y_A}{b} = \dfrac{z-z_A}{c}$
التمثيل الوسيطي للمستوي (P)	$\begin{cases} x = x_A + at + a's \\ y = y_A + bt + b's \\ z = z_A + ct + +c's \end{cases}$ ، $t, s \in \mathbb{R}$ حيث $A(x_A;y_A;z_A)$ منه $\vec{u}(a;b;c)$ و $\vec{v}(a';b';c')$ شعاعي توجيه له
مجموعة النقط M في الفضاء	• $\overrightarrow{AM} \bullet \vec{n} = 0$ مجموعة النقط M هو المستوي الذي يشمل A و $\vec{n}$ ناظمي له • $AM = BM$ مجموعة النقط M هو المستوي المحوري للقطعة $[AB]$ • $AM = AB$ مجموعة النقط M هو سطح كرة مركزها A و نصف قطرها AB • $\overrightarrow{AM} \bullet \overrightarrow{BM} = 0$ مجموعة النقط M هو سطح كرة التي قطرها $[AB]$ • $\overrightarrow{AM} \bullet \vec{n} > 0$ أو $\overrightarrow{AM} \bullet \vec{n} < 0$ هو نصف فضاء مفتوح حده المستوي الذي يشمل A و $\vec{n}$ ناظمي له • $\overrightarrow{AM} \bullet \overrightarrow{AB} = k$ مع $k \in \mathbb{R}^*$ هو المستوي العمودي على (AB) و الذي يشمل لنقطة H حيث H المسقط العمودي لـ M على (AB)

★ الاستدلال بالتراجع ★

مبرهنة

$P(n)$ خاصية متعلقة بعدد طبيعي n و n_0 عدد طبيعي .

للبرهان على صحة الخاصية $P(n)$ من أجل كل عدد طبيعي n أكبر من أو يساوي n_0 ، يكفي :

1. نتأكد من صحة الخاصية من أجل n_0 أي $P(n_0)$.
2. نفرض أن الخاصية صحيحة من أجل عدد طبيعي كيفي n أكبر من أو يساوي n_0 أي $P(n)$ (فرضية التراجع) و نبرهن صحة الخاصية من أجل $n+1$ أي $P(n+1)$.

ملاحظات

- إذا كان $n \in \mathbb{N}$ فإن : $n_0 = 0$ ، و إذا كان $n \in \mathbb{N}^*$ فإن : $n_0 = 1$ ، وهكذا ...
- يمكن التفكير في استعمال الاستدلال بالتراجع للبرهان على صحة خاصية متعلقة بالأعداد الطبيعية .