أسئلة وأجوبتها

البرهان بالتراجع

سؤال1: لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ حيث: $u_n = 3(2)^n$

نضع: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$

احسب S_0 ، S_1 ، S_2

الإجابة: $S_0 = u_0 = 3$ ، $S_1 = u_0 + u_1 = 9$ ، $S_2 = u_0 + u_1 + u_2 = 21$

سؤال2: لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ حيث: $u_n = 2n+1$

نضع: $S_n = u_0 + u_1 ...... + u_{n-1}$

برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $S_n = n^2$

الإجابة: • تحقق أن: $S_n = n^2$ صحيحة من أجل $n=1$

• بين أنه إذا كان: $S_n = n^2$ فإن: $S_{n+1} = (n+1)^2$

لدينا: $S_{n+1} = u_0 + u_1 ...... + u_n$ ومنه: $S_{n+1} = S_n + u_n$

ومنه: $S_{n+1} = n^2 + 2n + 1$ معناه: $S_{n+1} = (n+1)^2$

سؤال3: لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0 = -1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = 2u_n + 3$.

برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n = 2^{n+1} - 3$

الإجابة: • تحقق أن: $(u_n = 2^{n+1} - 3)$ صحيحة من أجل $n = 0$

• بين أنه إذا كان: $u_n = 2^{n+1} - 3$ فإن: $u_{n+1} = 2^{n+2} - 3$

لدينا: $u_{n+1} = 2u_n + 3$ ومنه: $u_{n+1} = 2(2^{n+1} - 3) + 3$

إذن: $u_{n+1} = 2^{n+2} - 3$.

سؤال4: لتكن (u_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ الشكل: $u_n = n^3 + 2n$

برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : u_n مضاعف للعدد 3 .

الإجابة: • تحقق أن: (u_0 مضاعف للعدد 3) صحيحة.

• بين أنه إذا كان: u_n مضاعف للعدد 3 فإن: u_{n+1} مضاعف للعدد 3

لدينا: $u_{n+1} = (n+1)^3 + 2(n+1)$ ومنه: $u_{n+1} = u_n + 3(n^2+2)$

إذن: u_{n+1} مضاعف للعدد 3

سؤال5: n عدد طبيعي حيث $n \geq 2$ ، نضع: $u_n = 10^n - 4$

برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 2$: u_n مضاعف للعدد 12.

الإجابة: • تحقق أن: u_2 مضاعف للعدد 12.

• بين أنه إذا كان: u_n مضاعف للعدد 12 فإن: u_{n+1} مضاعف للعدد 12

لدينا: u_n مضاعف للعدد 12 ومنه: $10^n = 12k + 4$

لدينا: $u_{n+1} = 10^{n+1} - 4$ ومنه: $u_{n+1} = 10 \times 10^n - 4$

ومنه: $u_{n+1} = 10(12k+4) - 4$ معناه: $u_{n+1} = 120k + 36$

إذن: u_{n+1} مضاعف للعدد 3

سؤال1: (u_n) متتالية معرفة بحدها الأول $u_0=1$ ومن اجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1}=2u_n+1$$

أحسب u_1 ، u_2 ، u_3

الإجابة: لدينا: $u_{n+1}=2u_n+1$ ومنه:

$u_1=2u_0+1=3$ ، $u_2=2u_1+1=7$ ، $u_3=2u_2+1=15$

سؤال2: (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ حيث: $u_n=3(2)^n-1$.

بين أن العدد 95 من حدود المتتالية (u_n)

الإجابة: نضع: $u_n=95$ فنجد: $2^n=32$ ومنه: $n=5$

بما أن: المعادلة $u_n=95$ تقبل حلا طبيعيا

فإن: العدد 95 من حدود المتتالية (u_n)

سؤال3: $(u_n)_{n\geq 3}$ متتالية عددية حيث: $u_n=\sqrt{n-3}$

حدد رتبة وقيمة الحد u_7

الإجابة: رتبة الحد u_7 هي: $7-3+1=5$ وقيمة u_7 هي: $u_7=\sqrt{7-3}=2$

سؤال4: (u_n) المتتالية المعرفة بحدها الأول $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1}=2u_n+3^n$$

أحسب u_1 ، u_2 ، u_3 ثم استنتج عبارة مبسطة للحد u_n بدلالة n

الإجابة: لدينا: $u_0=1$ و $u_{n+1}=2u_n+3^n$ ومنه:

$u_1=2u_0+3^0=3$ ، $u_2=2u_1+3^1=9$ ، $u_3=2u_2+3^3=27$

نلاحظ أن الحدود u_n هي قوى العدد 3 ومنه: $u_n=3^n$

اتجاه تغير متتالية

- في الأسئلة من 5 إلى 10: (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$

سؤال5: بين أن المتتالية (u_n) ثابتة.

الإجابة: نبين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=u_n$

سؤال6: من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 2u_n - 3$

حدد قيمة u_0 حيث تكون المتتالية (u_n) ثابتة

الإجابة: المتتالية (u_n) ثابتة معناه: $u_0 = u_1 = ... = u_n = u_{n+1}$

لدينا: $u_{n+1} = 2u_n - 3$ ومنه: $u_0 = 2u_0 - 3$ نجد: $u_0 = 3$

سؤال7: أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

الإجابة: ندرس إشارة الفرق $u_{n+1} - u_n$ ثم نستنتج اتجاه التغير

سؤال8: حدود المتتالية (u_n) لها نفس الإشارة.

أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

الإجابة: ندرس إشارة الفرق $\frac{u_{n+1}}{u_n} - 1$ ثم نستنتج اتجاه التغير

سؤال9: من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$

بين أن المتتالية (u_n) رتيبة تماما.

الإجابة: نستعمل البرهان بالتراجع وذلك بتوظيف رتابة الدالة f

سؤال10: أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) حيث: $u_n = f(n)$

الإجابة: اتجاه تغير المتتالية (u_n) هو نفسه اتجاه تغير الدالة f

سؤال10: أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي:

$$u_n = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times .... \times \frac{2n+1}{n+1}$$

الإجابة: لدينا: $\frac{u_{n+1}}{u_n} - 1 = \frac{n+1}{n+2}$ ومنه: $\frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$

إذن: المتتالية (u_n) متزايدة تماما.

سؤال11: (u_n) المتتالية المعرفة بحدها الأول $u_0 = \sqrt{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي n :

$u_{n+1} = \frac{1}{u_n^2}$.

بين أن المتتالية (u_n) ليست رتيبة

الإجابة: نجد: $u_1 = \frac{1}{2}$ ، $u_2 = 4$ ، $u_3 = \frac{1}{16}$

ومنه: $u_2 - u_1 = \frac{7}{2} > 0$ و $u_3 - u_2 = -\frac{63}{16} < 0$

بما أن الفرق $u_{n+1} - u_n$ لا يحافظ على نفس الإشارة

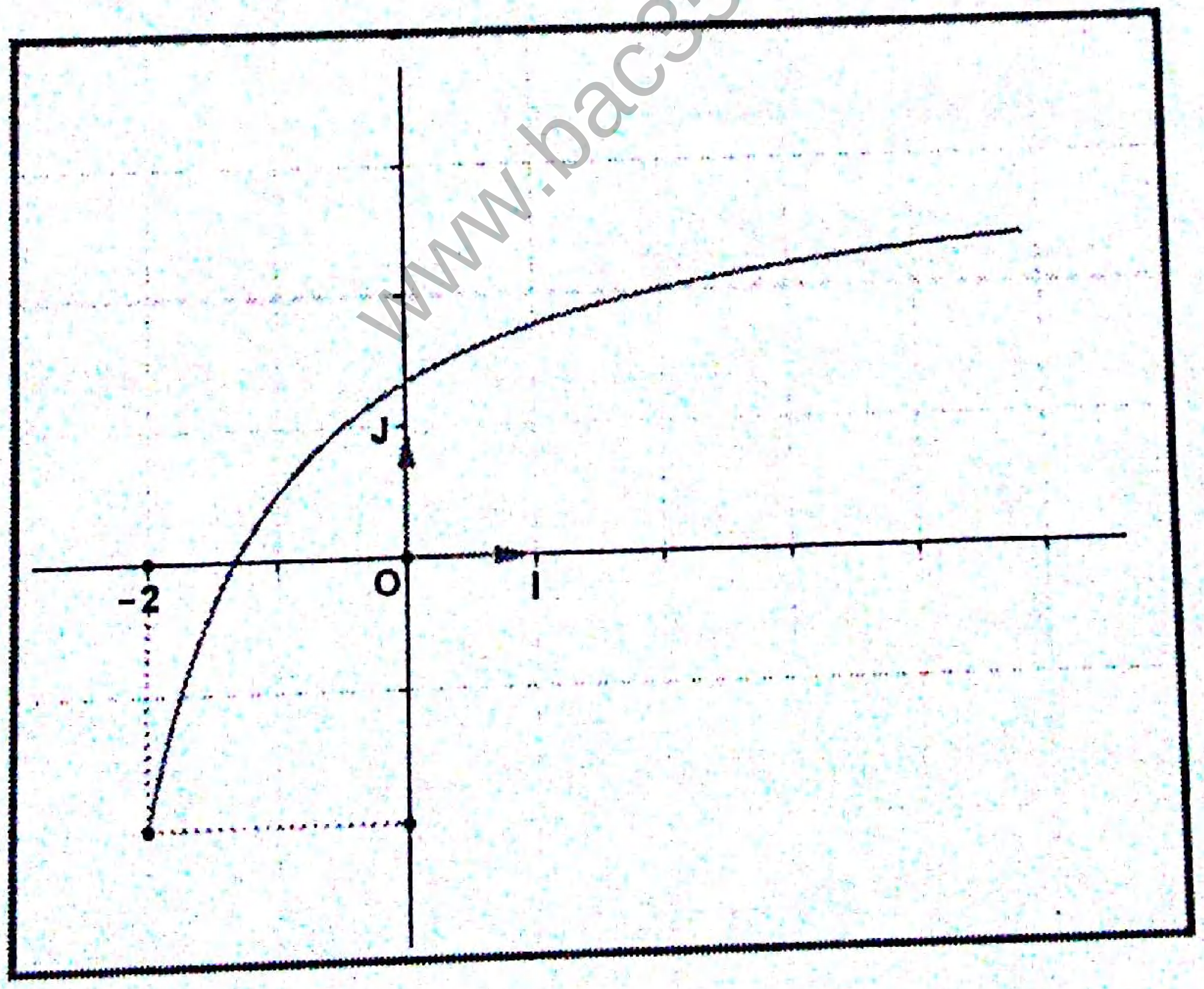
فإن: المتتالية (u_n) غير رتيبة

تمثيل الحدود

سؤال12: f دالة معرفة على المجال $]-2,+\infty[$ بتمثيلها البياني التالي.

(u_n) متتالية معرفة بحدها الأول $u_0 = -1$ ، من أجل كل عدد طبيعي n :

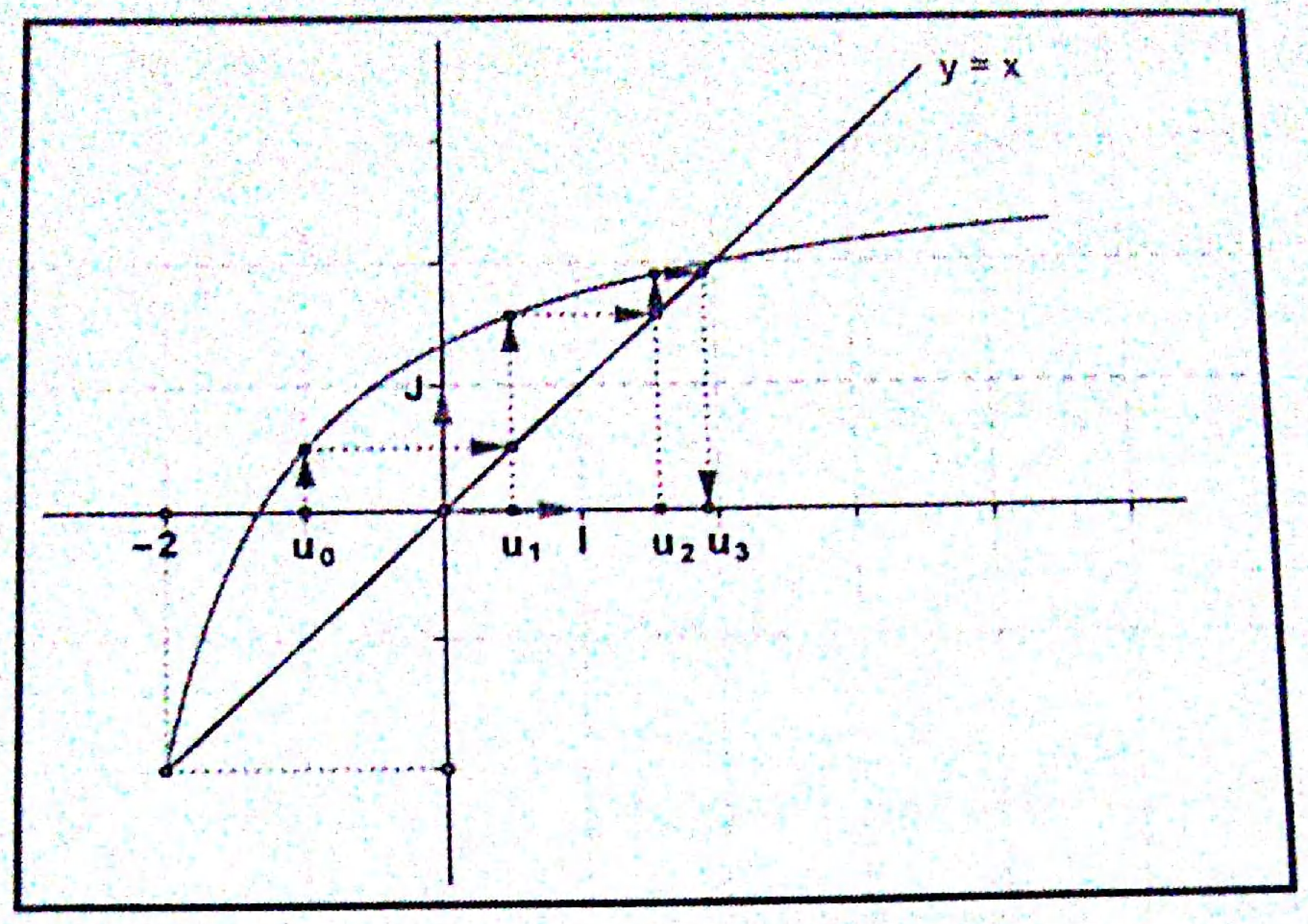
$u_{n+1} = f(u_n)$.



مثل على محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3 دون حسابها.

الإجابة: نرسم المستقيم المعرف بالمعادلة $y = x$ ثم نمثل على محور الفواصل الحد u_0

ثم ننشئ الحدود u_1 ، u_2 ، u_3 بهذا الترتيب كما في الشكل التالي.



المتتاليات الدورية

سؤال13: (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$

بين أن المتتالية (u_n) دورية

الإجابة: نبين أنه يوجد عدد طبيعي p بحيث يكون:

من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+p} = u_n$

المتتاليات الحسابية

سؤال14: (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$

بين أن المتتالية (u_n) حسابية أساسها r

الإجابة: نبين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = r$

سؤال15: (u_n) متتالية حسابية أساسها r و u_a حد معلوم من حدودها

أكتب بدلالة n عبارة الحد العام u_n

الإجابة: نطبق القاعدة $u_n = u_a + (n-a)r$

سؤال16: (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$.

بين أن المتتالية (u_n) ليست حسابية

الإجابة: نبين أن: $2u_{n+1} \neq u_n + u_{n+2}$

سؤال17: (u_n) متتالية حسابية حيث $u_n + u_{n+1} + u_{n+2} = 18$

أحسب u_{n+1}

الإجابة: $u_{n+1} = \dfrac{u_n + u_{n+1} + u_{n+2}}{3}$ ومنه: $u_{n+1} = \dfrac{18}{3} = 6$

سؤال18: (u_n) متتالية حسابية أساسها r

أحسب المجموع S حيث: $S = u_0 + u_1 + ... + u_{n-1}$

الإجابة: نطبق القاعدة: $S = \dfrac{n}{2}(u_0 + u_{n-1})$ حيث: n عدد الحدود

سؤال19: (u_n) متتالية ثابتة.

أحسب المجموع S حيث: $S = u_0 + u_1 + ... + u_{n-1}$

الإجابة: المتتالية (u_n) حسابية أساسها 0 ومنه: $S = n\,u_0$

سؤال20: (u_n) متتالية حسابية حيث: $u_0 + u_1 + ... + u_{n-1} = n^2$

أحسب الحد الأول u_0 والأساس r للمتتالية (u_n).

الإجابة: يمكن إتباع إحدى الطريقتين التاليتين

طريقة(1): من أجل $n = 1$ نجد: $u_0 = 1$ و من أجل $n = 2$ نجد: $u_0 + u_1 = 4$

ومنه: $u_1 = 3$ ، نعلم أن: $u_1 = u_0 + r$ إذن: $r = 2$

طريقة(2): لدينا: $u_0 + u_1 + ... + u_{n-1} = n^2$

ومنه: $u_0 + u_1 + ... + u_{n-1} + u_n = (n+1)^2$

بالطرح نجد: $u_n = 2n + 1$ ، إذن: $u_0 = 1$ ، $r = 2$

المتتاليات الهندسية

سؤال21: بين أن المتتالية (u_n) هندسية أساسها q

الإجابة: نبين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = q \times u_n$

سؤال22: (u_n) متتالية هندسية أساسها q و u_a حد معلوم من حدودها.
أكتب بدلالة n عبارة الحد العام u_n

الإجابة: نطبق القاعدة: $u_n = u_a \times q^{n-a}$

سؤال23: (u_n) متتالية هندسية حيث: $u_n \times u_{n+1} \times u_{n+2} = 8$
أحسب u_{n+1}

الإجابة: $u_{n+1} = \sqrt[3]{u_n \times u_{n+1} \times u_{n+2}}$ ومنه: $u_{n+1} = \sqrt[3]{8} = 2$.

سؤال24: (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$.
بين أن المتتالية (u_n) ليست هندسية

الإجابة: نبين أن: $u_{n+1}^2 \neq u_n \times u_{n+2}$

سؤال25: (u_n) متتالية هندسية أساسها q يختلف عن العدد 1
أحسب المجموع S حيث: $S = u_0 + u_1 + ... + u_{n-1}$

الإجابة: نطبق القاعدة: $S = \frac{u_0}{q-1}(q^n - 1)$ حيث: n عدد الحدود

سؤال26: q عدد حقيقي يختلف عن 1 و (u_n) متتالية هندسية أساسها q
أحسب المجموع S حيث: $S = u_0 + u_2 + ... + u_{2n}$

الإجابة: نطبق القاعدة: $S = \frac{u_0}{q^2 - 1}\left[\left(q^2\right)^{n+1} - 1\right]$ حيث: $n+1$ عدد الحدود

سؤال27: (u_n) متتالية هندسية أساسها q يختلف عن العدد 1.
أحسب المجموع S حيث: $S = u_0^\alpha + u_1^\alpha + ... + u_{n-1}^\alpha$

الإجابة: نطبق القاعدة: $S = \frac{(u_0)^\alpha}{q^\alpha - 1}\left[\left(q^\alpha\right)^n - 1\right]$ حيث: n عدد الحدود

سؤال28: (u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة.
أحسب الجداء P حيث: $P = u_0 \times u_1 \times .... \times u_{n-1}$

الإجابة: نطبق القاعدة: $P=\left(u_0\times u_{n-1}\right)^{\frac{n}{2}}$ حيث: n عدد الحدود

سؤال29: a ، b عددان حقيقيان

$\left(u_n\right)$ متتالية عددية حيث: $u_n=a\,n+b$

أدرس حسب قيم العددين a ، b طبيعة المتتالية $\left(u_n\right)$

الإجابة: لتحديد طبيعة المتتالية $\left(u_n\right)$ نميز الحالات التالية:

$(a,b)=(1,0)$: المتتالية $\left(u_n\right)$ ثابتة

$a=1$: المتتالية $\left(u_n\right)$ حسابية أساسها b

$b=0$: المتتالية $\left(u_n\right)$ هندسية أساسها a

المتتاليات المحدودة

سؤال30: $\left(u_n\right)$ متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$.

بين أن المتتالية $\left(u_n\right)$ محدودة من الأعلى بالعدد a

الإجابة: نبين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n\le a$

سؤال31: $\left(u_n\right)$ متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$.

بين أن المتتالية $\left(u_n\right)$ محدودة من الأسفل بالعدد b

الإجابة: نبين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n\ge b$

سؤال32: $\left(u_n\right)$ متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$.

بين أن المتتالية $\left(u_n\right)$ محدودة

الإجابة: نبين أنه يوجد عددان حقيقيان a ، b بحيث يكون:

من أجل كل عدد طبيعي n : $a\le u_n\le b$

المتتاليتان المتجاورتان

سؤال33: $\left(u_n\right)$ ، $\left(v_n\right)$ متتاليتان عدديتان

بين أن المتتاليتين $\left(u_n\right)$ ، $\left(v_n\right)$ متجاورتان.

الإجابة: نبين أن:

- المتتاليتين (u_n) ، (v_n) متعاكسان في اتجاه التغير
- $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n - v_n) = 0$

المتتاليات المتقاربة

سؤال34: (u_n) متتالية عددية.

بين أن المتتالية (u_n) متقاربة من العدد a

الإجابة: نبين أن: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = a$

سؤال35: (u_n) متتالية عددية.

بين أن المتتالية (u_n) متقاربة

الإجابة: نستعمل إحدى المبرهنتين التاليتين:

1) محدودة من الأعلى ومتزايدة فإنها متقاربة

2) محدودة من الأسفل ومتناقصة فإنها متقاربة

سؤال36: (u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_0 حيث $u_0 \neq 0$ وأساسها q.

بين أن المتتالية (u_n) متقاربة

الإجابة: نبين أن: $-1 < q \leq 1$.

حساب نهاية متتالية

سؤال37: (u_n) متتالية عددية حيث $u_n = f(n)$

أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

الإجابة: نستعمل نفس الطرق المتعلقة بالدوال.

سؤال38: (u_n) متتالية معرفة بالعلاقة التراجعية $u_{n+1} = f(u_n)$ حيث:

(u_n) متقاربة من عدد حقيقي a و f دالة مستمرة عند القيمة a.

أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

الإجابة: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = a$ حيث العدد a هو حل المعادلة $f(x) = x$.

سؤال39: (u_n) متتالية عددية حيث $u_0 = 1$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n
$u_{n+1} = u_n + 2n + 3$.

1) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > n^2$

2) استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

الإجابة: 1) نطبق البرهان بالتراجع لبرهان $u_n > n^2$

2) بما أن: $\lim\limits_{n\to+\infty} n^2 = +\infty$ فإن: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$

المتتاليات المعرفة بعلاقة تراجعية

- في الأسئلة من 38 إلى 44 :

(u_n) ، (v_n) متتاليتان عدديتان معرفتان على $\mathbb{N}$.

سؤال38: $u_0 = 1$ ، من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = u_n + 2n + 1$

من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $v_n = u_n - n^2$

بين أن المتتالية (v_n) ثابتة

الإجابة: نجد: $v_{n+1} = v_n$ وهذا يعني أن المتتالية (v_n) ثابتة

سؤال39: $u_0 = 2$ ، من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 2u_n - 1$

من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $v_n = u_n - 1$.

بين أن المتتالية (v_n) هندسية ثم استنتج أساسها q

الإجابة: نجد: $v_{n+1} = 2v_n$ ومنه: المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q = 2$

سؤال40: $u_0 = 1$ ، من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 3u_n + 2$.

من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $v_n = u_n - \alpha$.

1) حدد قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (v_n) هندسية.

2) أكتب u_n بدلالة n

الإجابة: 1) نجد: $v_{n+1} = 3v_n + 2 + 2\alpha$

تكون المتتالية (v_n) هندسية إذا كان: $2 + 2\alpha = 0$ معناه: $\alpha = -1$.

(α هي فاصلة نقطة تقاطع المستقيمين المعرفين بالمعادلتين $y = x$ ، $y = 3x + 2$).

2) لدينا: $u_n = v_n - 1$ ومنه: $u_n = 2(3)^n - 1$

سؤال41: $u_0 = 1$ ، من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 2u_n + 3$.

من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $v_n = u_{n+1} - u_n$.

1) بين أن المتتالية (v_n) هندسية.

2) أكتب u_n بدلالة n ، v_0

الإجابة: 1) لدينا: $v_{n+1} = u_{n+2} - u_{n+1}$ ومنه: $v_{n+1} = 2(u_{n+1} - u_n)$

معناه: $v_{n+1} = 2v_n$ إذن: المتتالية (v_n) هندسية أساسها 2

2) لدينا: $v_n = u_{n+1} - u_n$ ومنه: $v_n = 2u_n + 3 - u_n$

معناه: $u_n = v_n - 3$ ومنه: $u_n = 4(2)^n - 3$

سؤال42: $u_0 = 1$ ، من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 2u_n + n - 1$.

من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $v_n = u_n + n$

برهن أن المتتالية (v_n) هندسية.

الإجابة: نجد: $v_{n+1} = 2v_n$ ومنه: المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q = 2$.

سؤال43: $u_0 = 3$ ، من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{u_n}{u_n + 1}$.

من أجل كل عدد طبيعي n ، نضع: $v_n = \frac{1}{u_n}$

برهن أن المتتالية (v_n) حسابية.

الإجابة: لدينا: $v_{n+1} - v_n = \frac{1}{u_{n+1}} - \frac{1}{u_n}$ ومنه: $v_{n+1} - v_n = \frac{u_n + 1}{u_n} - \frac{1}{u_n}$

ومنه: $v_{n+1} - v_n = 1$ إذن: المتتالية (v_n) حسابية أساسها $r = 1$.

سؤال44: $u_0=1$ ، من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\frac{u_n}{u_n+2}$.

من أجل كل عدد طبيعي n، نضع: $v_n=1+\frac{1}{u_n}$

برهن أن المتتالية (v_n) هندسية.

الإجابة: نجد: $v_{n+1}=2v_n$ ومنه:المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q=2$.

سؤال45: $u_0=1$ ، من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\frac{u_n}{u_n+2}$.

من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n=\frac{1}{u_n}$ ، $w_n=v_n+1$.

1) أكتب v_{n+1} بدلالة v_n

2) برهن أن المتتالية (w_n) هندسية.

الإجابة: 1) نجد: $v_{n+1}=2v_n+1$

2) لدينا: $w_{n+1}=v_{n+1}+1$ ومنه: $w_{n+1}=2v_n+2$

معناه: $w_{n+1}=2(w_n-1)+2$ ومنه: $w_{n+1}=2w_n$

إذن: المتتالية (w_n) هندسية أساسها $q=2$

سؤال46: $u_0=\frac{1}{2}$ ، من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\frac{3n}{n+1}u_n$.

من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $v_n=nu_n$

برهن أن المتتالية (v_n) هندسية

الإجابة: نجد: $v_{n+1}=3v_n$ ومنه:المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q=3$.

سؤال47: (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ حيث: $u_0=0$ ، $u_1=1$

من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+2}=3u_{n+1}-2u_n$.

من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $v_n=u_{n+1}-u_n$

برهن أن المتتالية (v_n) هندسية ثم أحسب $\lim_{n\to+\infty}u_n$

الإجابة: لدينا: $v_{n+1}=u_{n+2}-u_{n+1}$ ، نعوض عن الحد u_{n+2} فنجد:

$v_{n+1}=2(u_{n+1}-u_n)$ ومنه: $v_{n+1}=2v_n$

إذن: المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q=2$.

لدينا: $v_n=u_{n+1}-u_n$ ومنه:

$$v_0=u_1-u_0$$
$$v_1=u_2-u_1$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$v_{n-1}=u_n-u_{n-1}$$

بالجمع نجد: $v_0+v_1+\dots\dots+v_{n-1}=u_n-u_0$ ومنه: $u_n=S_n+u_0$

ومنه: $u_n=v_0(2^n-1)+u_0$ إذن: $u_n=2^n-1$ ومنه: $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=+\infty$

سؤال48: (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ حيث: $u_0=1$ ، $u_1=2$

من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+2}=u_{n+1}-\frac{1}{4}u_n$.

(v_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بالشكل: $v_n=2^n\times u_n$

1) قارن بين $v_{n+2}-v_{n+1}$ ، $v_{n+1}-v_n$

2) استنتج طبيعة المتتالية (v_n)

الإجابة: 1) نجد: $v_{n+2}-v_{n+1}=v_{n+1}-v_n$

2) لدينا: $v_{n+2}-v_{n+1}=v_{n+1}-v_n$ ومنه: $v_{n+2}+v_n=2v_{n+1}$

إذن: المتتالية (v_n) حسابية

سؤال49: (u_n) ، (v_n) متتاليتان معرفتان على $\mathbb{N}$ حيث:

$$\begin{cases}u_0=2\\u_{n+1}=u_n+v_n\end{cases} ، \begin{cases}v_0=1\\v_{n+1}=3u_n-v_n\end{cases}$$

من أجل كل عدد طبيعي n : $w_n=v_n-u_n$.

بين أن المتتالية (w_n) هندسية

الإجابة: نجد: $w_{n+1}=2w_n$ وهذا يعني أن المتتالية (w_n) هندسية أساسها 2