عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	المجموع
الموضـــــــــــــــوع الأول		
التمرين الأول: (04 نقاط)		
1) تبيان أنّ المستقيمين متقاطعان	0.25	
$(\Delta'):\begin{cases} x=-t'+1 \\ y=2t'-3 \\ z=t'-4 \end{cases} \quad / t'\in\mathbb{R}$	0.50	01
$\begin{cases} t-2=-t'+1 \\ -t+2=2t'-3 \\ 2t-4=t'-4 \end{cases}$ معناه $\begin{cases} t=1 \\ t'=2 \end{cases}$ $\quad (\Delta)\cap(\Delta')=\{A(-1;1;-2)\}$	0.25	
2) التمثيل الوسيطي للمستوي هو : $(P):\begin{cases} x=\alpha-\beta+1 \\ y=-\alpha+2\beta+1 \\ z=2\alpha+\beta-2 \end{cases} \quad \alpha;\beta\in\mathbb{R}$	0.50	1.25
استنتاج المعادلة الديكارتية $(P):5x+3y-z=0$	0.75	
3) تبيان أن (S) سطح كرة مركزها منتصف القطعة $[AB]$ ونصف قطرها 2. طريقة (1): $AM^2+BM^2=20$ تكافئ $IM^2=10-AI^2$ حيث I منتصف القطعة $[AB]$ تكافئ $IM=2$ طريقة (2): $AM^2+BM^2=20$ تكافئ $x^2+(y+1)^2+(z+3)^2=4$	01	01
4) الوضع النسبي للمستوي (P) وسطح الكرة (S) .	0.50	0.75
$d(I;(P))=0$ ومنه (P) يقطع (S) في دائرة مركزها I ونصف قطرها 2.	0.25	
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
1) أ) $p\gcd(20;104)=4$	0.25	
بما أن $p\gcd(20;104)$ قاسم للعدد 272 فإن المعادلة (E) تقبل حلولا	0.25	
ب) بيان أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فإن $x\equiv 3[5]$ (E) تكافئ $26x-5y=68$ ومنه $26x\equiv 68[5]$ ومنه $x\equiv 3[5]$	0.25	
مجموعة حلول المعادلة (E) هي : $S=\{(5k+3;26k+2) \quad / k\in\mathbb{Z}\}$	0.50	1.25
2) تعيين α و β		
$\overline{1\alpha\beta 01}=\overline{1\alpha\alpha\beta 01}$ تكافئ $\begin{cases} 104\alpha-20\beta=272 \\ 0\le\alpha\le 3; 0\le\beta\le 3 \end{cases}$	0.50	1.50
	0.25	

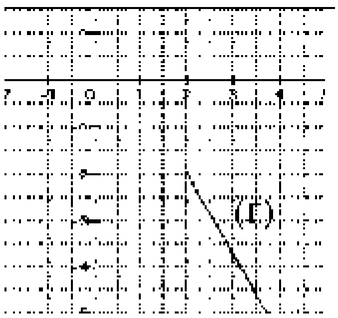
العلامة المجموع	العلامة مجزأة	عناصر الإجابة
	0.50	معناه $\begin{cases}\alpha = 5k+3\\ \beta = 26k+2 \quad / k \in \mathbb{N}\\ 0 \le \alpha \le 5 ; 0 \le \beta \le 3\end{cases}$
	0.25	معناه $\begin{cases}\alpha = 3\\ \beta = 2\end{cases}$
		كتابة λ في النظام العشري: $\lambda = 2017$
	2×0.25	3) التحقق أن كلا من 2017 و 1009 عدد أولي
		تعيين الثنائيات $(a;b)$ من الأعداد الطبيعية التي تحقق: $2m - d = 2017$
1.25	0.25	$2m - d = 2017$ تكافئ $\begin{cases}a'b' = \dfrac{2017}{d} + 1\\ a = a'd ; b = b'd\\ p\gcd(a';b') = 1\end{cases}$
	2×0.25	ومنه : $(a;b) \in \{(1;1009),(1009;1)\}$
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
		1) حل المعادلة :
01	0.25	$\Delta = -24 = (2i\sqrt{6})^2$
	3×0.25	$S = \{2-2i ; \sqrt{2}+i\sqrt{6} ; \sqrt{2}-i\sqrt{6}\}$
	3×0.25	2) أ) $z_A = 2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{3}}$ ، $z_B = 2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{3}}$ و $z_C = 2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$
	0.25	بما أن $OA = OB = OC = 2\sqrt{2}$
	0.25	فإن النقط A ، B و C تنتمي إلى الدائرة (Ω) التي مركزها O و نصف قطرها $2\sqrt{2}$.
	0.25	ب) $\left(\dfrac{z_A}{z_C}\right)^n = e^{\frac{7\pi}{12}n}$ تخيلي صرف
	0.50	معناه $\dfrac{7\pi n}{12} = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ معناه $n = 12h + 6 \quad / h \in \mathbb{N}$
3.25	0.25	جـ) التحقق أن C نقطة من (Γ)
		من أجل $z \ne z_C$: $z - z_C = k\left(\dfrac{z_A}{z_B}\right)$ تكافئ $\arg(z - z_C) = \pi + \arg\left(\dfrac{z_A}{z_B}\right)$
	0.50	تكافئ $(\vec{u};\overrightarrow{CM}) = -\dfrac{\pi}{3} + 2k\pi$
	0.25	

العلامة		عناصر الإجابة
المجموع	مجزأة	

و منه (Γ) مجموعة نقط نصف المستقيم التي حده C و يصنع مع حامل محور الفواصل زاوية $-\frac{\pi}{3}$.

انشاء (Γ).

0.25



0.75 — 0.50 — 3) تعيين طبيعة التحويل $h \circ r$ هو تشابه مباشر مركزه O و نسبته 2 زاويته $\frac{-\pi}{3}$

0.25 — صورة الدائرة (Ω) بالتحويل $h \circ r$ هي الدائرة (Ω') التي مركزها O و نصف قطرها $2\sqrt{2}$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

2.25 — 0.25 — 1) أ) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

0.25 — $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$

0.25 — $y=0$ معادلة المقارب للمنحني (C_f).

0.50 — ب) تبيان أنّ : من أجل كل عدد حقيقي x، $f'(x) = x(x^2-5x+4)e^{-x+1}$

إشارة $f'(x)$

0.25

x	$-\infty$		0		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

اتجاه تغير الدالة f

0.25

f متزايدة تماما على $[0;1]$ و $[4;+\infty[$

f متناقصة تماما على $[1;4]$ و $]-\infty;0]$

جدول التغيرات

0.50

x	$-\infty$	0	1	4	$+\infty$
$f'(x)$		0	0	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	0 ↗	1 ↘	[illegible] ↗	0

0.50 — 0.50 — 2) معادلة المماس (T)

$y = -4e^{-1}(x-2)$

<table>
<tr><th colspan="2">العلامة</th><th rowspan="2">عناصر الإجابة</th></tr>
<tr><th>المجموع</th><th>مجزأة</th></tr>
<tr><td>1.50</td><td>0.25
0.25
0.25
0.25
0.25
0.25</td><td>

3) دراسة اتجاه تغير الدالة h

$h'(x) = x(2-x)e^{-x+2}$

h متزايدة تماما على $[0;2]$

h متناقصة تماما $[2;+\infty[$

استنتاج إشارة $h(x)$:

<table>
<tr><td>x</td><td>$0 \qquad 2 \qquad +\infty$</td></tr>
<tr><td>$h'(x)$</td><td>$+ \qquad 0 \qquad -$</td></tr>
<tr><td>$h(x)$</td><td>$\nearrow \; 0 \; \searrow$</td></tr>
</table>

من أجل كل $x \in [0;+\infty[$ فإن $h(x) \leq 0$

تحديد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (T)

إشارة $f(x) - \left(-4e^{-1}(x-2)\right) = (2-x) \times e^{-1} \times h(x)$ من إشارة $(2-x)h(x)$

<table>
<tr><td>x</td><td>$0 \qquad 2 \qquad +\infty$</td></tr>
<tr><td>$(2-x)h(x)$</td><td>$0 \qquad - \qquad 0 \qquad +$</td></tr>
</table>

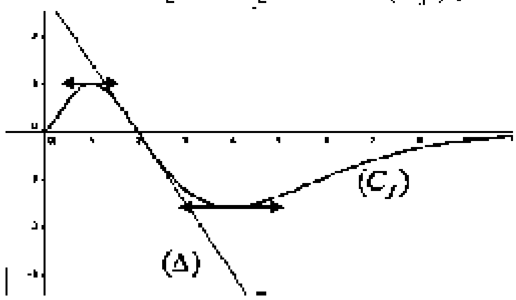
(C_f) فوق (T) على المجال $]2;+\infty[$

(C_f) تحت (T) على المجال $]0;2[$

</td></tr>
<tr><td>01</td><td>0.25
0.75</td><td>

4) ارسم المماس (T)

والمنحني (C_f) على المجال $[0;+\infty[$.



</td></tr>
<tr><td>0.75</td><td>0.75</td><td>

5) المناقشة بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة (E).

إذا كان $m = -4e^{-1}$ أو $m > 0$ فإن المعادلة لها حلا وحيد

إذا كان $-4e^{-1} < m < 0$ فإن للمعادلة ثلاثة حلول

إذا كان $m = 0$ فإن للمعادلة حلين

</td></tr>
<tr><td></td><td>0.25</td><td>

6) جدول تغيرات الدالة g .

الدالة g هي مركب الدالة مقلوب و الدالة f بهذا الترتيب

</td></tr>
</table>

العلامة		عناصر الإجابة
المجموع	مجزأة	
01		(يمكن استعمال مشتقة مركب دالتين $g'(x)=\frac{-4x^2+5x-1}{x^3}e^{1-\frac{1}{x}}$)
	0.25	النهايات : $\lim\limits_{x \to 0^+} g(x)=\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)=0$
		$\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)=\lim\limits_{x \to 0} f(x)=0$
		إشارة $g'(x)$
	0.25	(جدول الإشارة أدناه)
		جدول تغيرات g
	0.25	(جدول التغيرات أدناه)

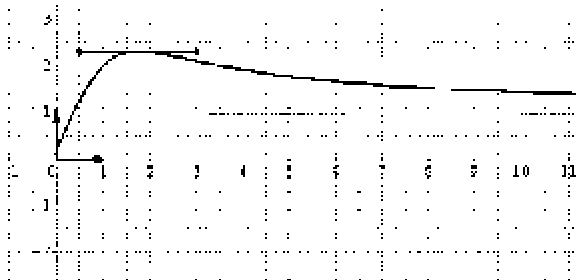
x	0		$\frac{1}{4}$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

x	0		$\frac{1}{4}$		1		$+\infty$
$g'(x)$			0	$+$	0		
$g(x)$	0	↘	$(-32e^{-3})$	↗	1	↘	0

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
الموضـــــــــــوع الثاني		
التمرين الأول: (04 نقاط)		
1) برهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $3u_n=7^{n+1}-4$.	0.75	0.75
2) أ) حساب بدلالة n المجموع : $S_n=\frac{7^{n+1}-1}{6}$	0.25	1.25
إيجاد علاقة بين S_n و S'_n : $3S'_n=7S_n-4(n+1)$	0.50	
ب) استنتاج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $18\times S'_n=7^{n+2}-24n-31$.	0.50	
2) أ) دراسة حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 7^n على 5 . $7^{4k}\equiv 1[5]\ ;\ 7^{4k+1}\equiv 2[5]\ ;\ 7^{4k+2}\equiv 4[5]\ ;\ 7^{4k+3}\equiv 3[5]\ /\ k\in\mathbb{N}$	4×0.25	01
ب) تعيين قيم n : $S'_n\equiv 0[5]$ معناه $n\in\{20k+12\ ;20k+13\ ;20k+10\ ;20k+19\ /\ k\in\mathbb{N}\}$	4×0.25	01
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
1) تعيين معادلة ديكارتية للمستوي (P) : $y-z+2=0$	0.75	0.75
2) أ) $x^2+y^2+z^2-2x\cos\alpha-2y\sin\alpha-z-\frac{3}{4}=0$ تكافئ		2.25
$(x-\cos\alpha)^2+(y-\sin\alpha)^2+(z-\frac{1}{2})^2=2$	0.50	
(E_α) هي سطح كرة مركزها $\omega_\alpha(\cos\alpha\ ;\sin\alpha\ ;\frac{1}{2})$ ونصف قطرها $\sqrt{2}$	0.50	
ب) الوضع النسبي للمستوي (P) و سطح الكرة (E_α) .		
$d((p);\omega_\alpha)=\frac{\frac{3}{2}+\sin\alpha}{\sqrt{2}}$	0.50	
إذا كان $\alpha\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{6}\right[$ فإن (P) يقطع (E_α) في دائرة	0.25	
إذا كان $\alpha=\frac{\pi}{6}$ فإن (P) يمس (E_α)	0.25	
إذا كان $\alpha\in\left]\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right]$ فإن $(P)\cap(E_\alpha)=\{\ \}$	0.25	
3) التمثيل الوسيطي للمستقيم (D) : $\begin{cases}x=\frac{\sqrt{3}}{2}\\ y=t+\frac{1}{2}\\ z=-t+\frac{1}{2}\end{cases}\ /\ t\in\mathbb{R}$	0.50	01

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
استنتاج إحداثيات $I(\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2};\frac{3}{2})$	0.50	
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
I) $\left(\frac{5}{2}+i\right)^2=\frac{21}{4}+5i$	0.25	0.75
الجذرين التربيعيين للعدد المركب $\frac{21}{4}+5i$ هما: $\frac{5}{2}+i\ ;-\frac{5}{2}-i$	2×0.25	
1) $z_A=\frac{5}{2}+i$	0.50	0.75
$z_C=-\frac{5}{2}+i$	0.25	
2) $\frac{z_C-z_B}{z_A-z_B}=e^{i\frac{\pi}{2}}$	0.50	01
المثلث ABC قائم في B ومتقايس الساقين	0.50	
3) أ) العبارة المركبة للتشابه المباشر: $z'=\frac{1}{2}(1+i)z-\frac{3}{4}-\frac{3}{4}i$	0.75	2.50
نسبة التشابه S هي $\frac{\sqrt{2}}{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$	0.50	
ب) $T_n=S\circ S\circ S\circ\dots\circ S=S\left(B;\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n;\frac{n\pi}{4}\right)$	0.25	
T_n تحاكي معناه $n=4k\ /k\in\mathbb{N}$	0.50	
العناصر المميزة.		
مركز التحاكي هو B ونسبته معرفة كما يلي:		
اذا كان k زوجيا فان نسبته هي $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$ ، اذا كان k فرديا فان نسبته هي $-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$	2×0.25	
التمرين الرابع: (07 نقاط)		
I) 1) دراسة اتجاه تغير الدالة g.		0.50
$g'(x)=-\frac{x+1}{x^2}$	0.25	
g متناقصة تماما على $]0;+\infty[$	0.25	
2) بيان أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]1,76\,;1,77[$	0.50	

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
استنتج إشارة $g(x)$		01
$\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & \alpha & & +\infty \\ \hline g(x) & & + & 0 & - & \end{array}$	0.50	
II) 1) اثبات أن الدالة f مستمرة عند العدد 0 على اليمين	0.25	
$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(x)}{x} = +\infty$	0.25	0.75
التفسير البياني (C_f) يقبل نصف مماس يوازي حامل محور التراتيب	0.25	
2) اثبات أن: من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(x-\ln x)^2}$.	0.50	0.50
3) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$	0.25	
التفسير البياني: (C_f) يقبل مستقيما مقاربا معادلته $y=1$	0.25	
جدول تغيرات الدالة f .		01
$\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & \alpha & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & 0 & \nearrow & f(\alpha) & \searrow & 1 \end{array}$	0.50	
4) أ) $h'(x) = \dfrac{x-1}{x}$	0.25	
من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما ، لدينا $h(x) \geq h(1)$ ومنه $h(x)>0$	0.25	
الوضع النسبي: $f(x)-1 = \dfrac{1+\ln x}{x-\ln x}$	0.25	2.25
$\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & \frac{1}{e} & & +\infty \\ \hline f(x)-1 & & - & 0 & + & \end{array}$		
(C_f) تحت (Δ) من اجل $x \in \left]0;\frac{1}{e}\right[$ ؛	0.50	
(C_f) فوق (Δ) من اجل $x \in \left]\frac{1}{e};+\infty\right[$ ، $(C_f) \cap (\Delta) = \left\{A(\frac{1}{e};1)\right\}$		

العلامة		عناصر الإجابة
المجموع	مجزأة	
	01	ب) الرسم 
01	0.25 0.25 0.25 0.25	5) اثبات أن: من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x>1$ ، $\frac{1}{x}+1<f(x)<f(\alpha)$. من جدول تغيرات الدالة f نجد $f(x)\leq f(\alpha)$---------(1) ، إشارة: $f(x) \quad (\frac{1}{x}+1)-\frac{(x+1)\ln x}{x-\ln x}$ من اجل $x>1$ ، $f(x) \quad (\frac{1}{x}+1)>0$--------(2) من (1) و (2) نجد : $\frac{1}{x}+1\leq f(x)\leq f(\alpha)$ - بما ان $F(e)=\int_1^e f(t)\,dt$ فان $F(e)$ هو مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=e$; $x=1$ - حصر $F(e)$ هو : $e\leq F(e)\leq f(\alpha)(e-1)$