

★ النهايات ★

① نهايات بعض الدوال المرجعية

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0^+$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0^-$	الدالة مقلوب
$\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{\sqrt{a-x}} = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{\sqrt{x-a}} = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} = 0^+$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$	الدالة جذر
$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x^n} = 0$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n = -\infty$ مع n فردي	$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n = +\infty$ مع n زوجي	$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^n = +\infty$	الدالة x^n $n \in \mathbb{N}^*$

② حالات عدم التعيين وطرق إزالتها

$+\infty - \infty$	$0 \times \infty$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{0}{0}$	حالات عدم التعيين
$\frac{0}{\infty} = 0$	$\frac{\ell}{\infty} = 0$	$\frac{\infty}{0} = \infty$	$\frac{\ell}{0} = \infty$	حالات يمكن التعيين
<p>بالنسبة لدوال كثيرات الحدود عندما x يؤول إلى $+\infty$ أو $-\infty$ نأخذ نهاية الحد الأعلى (الأكبر) درجة</p> <p>بالنسبة لدوال ناطقة عندما x يؤول إلى $+\infty$ أو $-\infty$ نأخذ نهاية الحد الأعلى درجة في البسط و المقام</p> <p>بالنسبة لدوال جذرية عندما x يؤول إلى $+\infty$ أو $-\infty$ أو x_0 في معظم الحالات نضرب و نقسم في المرافق</p> <p>عندما x يؤول إلى x_0 نستعمل الجداءات الشهيرة أو التحليل أو العامل المشترك</p>				طرق الإزالة

③ مبرهنات في النهايات

نعتبر u, v, f ثلاث دوال حيث $f = v \circ u$ ، و لتكن a, b, c أعداد حقيقية إما منتهية أو $+\infty$ أو $-\infty$ إذا كانت $\lim_{x \rightarrow a} u(x) = b$ و $\lim_{x \rightarrow b} v(x) = c$ فإن $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = c$	مبرهنة التركيب
إذا كان: $g(x) \leq f(x) \leq h(x)$ حيث: $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \ell$ و $\lim_{x \rightarrow a} h(x) = \ell$ فإن: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell$	مبرهنة الحصر
<p>إذا كان: $f(x) \geq g(x)$ حيث: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ فإن: $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = +\infty$</p> <p>إذا كان: $f(x) \leq g(x)$ حيث: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$ فإن: $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = -\infty$</p> <p>إذا كان: $f(x) - \ell \leq g(x)$ حيث: $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ فإن: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell$</p>	مبرهنات المقارنة

④ نهايات الدوال المثلثية

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} = 0$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha x}{\sin \beta x} = \frac{\alpha}{\beta}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$
---	---	--	---	---