

السلسلة رقم 2 تحضير لـ البكالوريا 2011
(إعداد الأستاذ بواب نور الدين)

التمرين الأول : (Bac Pondichéry Avril 2010)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على \mathbb{N} كما يلي :

$$u_0 = 1 \text{ ومن أجل كل عدد طبيعي } n, u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + n - 2 .$$

1 احسب u_1, u_2, u_3 .

2 أ- أثبت أنه ، من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 4$ ، $u_n \geq 0$.

ب- استنتج أنه ، من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 5$ ، $u_n \geq n - 3$.

ج- استنتج نهاية المتتالية (u_n) .

3 لتكن (v_n) المتتالية المعرفة على \mathbb{N} بـ : $v_n = -2u_n + 3n - \frac{21}{2}$

أ- أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول .

ب- استنتج أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = \frac{25}{4} \left(\frac{1}{3}\right)^n + \frac{3}{2}n - \frac{21}{4}$.

ج- احسب ، بدلالة n ، المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

التمرين الثاني : (Bac Polynésie Juin 2010 S)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر :
النقطتين $A(1;1;1)$ و $B(3;2;0)$ ؛

المستوي (P) المارّ بالنقطة B و \vec{AB} شعاع ناظمي له ؛

المستوي (Q) الذي معادلة له $x - y + 2z + 4 = 0$ ؛

سطح الكرة (S) التي مركزها A ونصف قطرها AB .

1 بيّن أن معادلة ديكارتية للمستوي (P) هي : $2x + y - z - 8 = 0$.

2 اكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) .

3 أ- احسب المسافة بين النقطة A والمستوي (Q) .

- استنتج أن المستوي (Q) مماس لسطح الكرة (S) .

ب- هل المستوي (P) مماس لسطح الكرة (S) ؟

4 لتكن النقطة $C(0;2;-1)$ المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (Q) .

أ- بيّن أن المستويين (P) و (Q) متقاطعان .

ب- ليكن (D) مستقيم تقاطع المستويين (P) و (Q) .

$$\begin{cases} x = t \\ y = 12 - 5t \\ z = 4 - 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \text{ هو : } (D)$$

ج- تحقق أن النقطة A لا تنتمي إلى المستقيم (D) .

د- نسمي (R) المستوي المعروف بالنقطة A والمستقيم (D) .

هل الجملة الآتية صحيحة أو خاطئة ؟ علل إجابتك .

« كل نقطة من (R) متساوية المسافة عن النقطتين B و C » .

التمرين الثالث : (Bac Météropole Juin 2010 STL)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

1 حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة $(E) : z^2 - 4z + 16 = 0$.

2 نعتبر النقطتين A و B اللتين لاحتقائهما $z_A = 2 - 2i\sqrt{3}$ و $z_B = 2 + 2i\sqrt{3}$.

- عيّن الطويلة وعمدة لكل من العددين المركبين z_A و z_B .

3 لتكن C النقطة ذات اللاحقة $z_C = -2\sqrt{3} - 2i$

أ- بيّن أن النقط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة (c) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .
ب- أنشئ الدائرة (c) والنقط A ، B و C .

4 لتكن D النقطة ذات اللاحقة $z_D = 4i$.

- بيّن أن النقطة C هي صورة النقطة D بالدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{2\pi}{3}$.

5 بيّن أن النقطة E صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه \vec{OB} تنتمي إلى الدائرة (c) .
- علم النقطة E في الشكل .

التمرين الرابع : (Bac Liban Juin 2010 S)

الجزء الأول :

لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 - 2 + \ln x$

1 ادرس تغيرات الدالة g على المجال $]0; +\infty[$.

2 بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.31 < \alpha < 1.32$.

3 استنتج ، حسب قيم x ، إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ :

$$f(x) = x^2 + (2 - \ln x)^2$$

1 أثبت أنه ، من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{2g(x)}{x}$.

2 استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0; +\infty[$.

الجزء الثالث :

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، نسمي (Γ) المنحني الممثل للدالة \ln (الدالة اللوغاريتمية النيبيرية) .

لتكن A النقطة ذات الإحداثيين $(0; 2)$ و M نقطة من (Γ) ذات الفاصلة x .

1 أثبت أن المسافة AM تعطى بالعلاقة $AM = \sqrt{f(x)}$.

2 لتكن h الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $h(x) = \sqrt{f(x)}$.

أ- بيّن أن للدالتين f و h نفس اتجاه التغير على المجال $]0; +\infty[$.

ب- عيّن إحداثيي النقطة P من (Γ) بحيث تكون المسافة AM أصغر ما يمكن .

ج- بيّن أن : $AP = \alpha \sqrt{1 + \alpha^2}$.

3 (T) مماس للمنحني (Γ) في النقطة P . بيّن أن (AP) عمودي على (T) .