الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

دورة: **2019**

الشعبة: رياضيات

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: **04** سا و **30** د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

يحتوي الموضوع على (03) صفحات (من الصفحة 1 من 5 إلى الصفحة 3 من 5)

التمرين الأول:(04 نقاط)

1) حل المعادلة $505x-673y=1.......(E)$ ذات المجهول $(x;y)$ حيث x و y عددان صحيحان.

(لاحظ أنّ: $2019=3\times 673$ و $2020=4\times 505$)

2) بيّن أنّه من أجل كلّ ثنائية $(x;y)$ حل للمعادلة (E) فإنّ: x و y من نفس الإشارة.

3) نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتين على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0=3 \\ u_{n+1}=u_n+505 \end{cases}$ و $\begin{cases} v_0=4 \\ v_{n+1}=v_n+673 \end{cases}$

– اكتب u_α بدلالة α ثم اكتب v_β بدلالة β حيث α و β عددان طبيعيان.

4) أ) عيّن الحدود المشتركة للمتتاليتين (u_n) و (v_n) ثم بيّن أنّ هذه الحدود المشتركة تشكّل متتالية حسابية (w_n) يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n: $X_n=\frac{1}{505}\left(w_n-2023\right)$

احسب بدلالة n الجداء $p=X_1.X_2......X_n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقط $A(1;0;-1)$، $B(1;-2;0)$ و $C(1;2;3)$

1) بيّن أنّ المثلث ABC قائم في A.

2) اكتب معادلة للمستوي (Q) الذي يشمل A و $\overrightarrow{AC}$ شعاع ناظمي له.

3) m وسيط حقيقي و (P_m) مستو حيث: $(m-1)x+2y-z-m=0$ معادلة له.

أ) أثبت أنّه عندما يتغير m في $\mathbb{R}$ فإنّ المستوي (P_m) يحوي مستقيما ثابتا (Δ) يطلب تعيين تمثيل وسيطي له.

– تحقّق أنّ A و C نقطتان من المستقيم (Δ).

ب) تحقّق أنّه مهما كان m من $\mathbb{R}$ فإنّ المستوي (P_m) يعامد المستوي (Q).

4) لتكن $d(m)$ المسافة بين النقطة B و المستوي (P_m).

أ) أثبت أنّ: $d(m)=\dfrac{5}{\sqrt{m^2-2m+6}}$ ثم عيّن قيمة m التي تكون من أجلها $d(m)$ أعظمية واحسبها.

ب) استنتج أنّه إذا كانت $d(m)$ أعظمية فإن النقطة A هي المسقط العمودي للنقطة B على (P_m).

التمرين الثالث: (05 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B ، C و D

حيث: $z_A=1+i\sqrt{2}$ ، $z_B=i$ ، $z_C=\overline{z_A}$ ، $z_D=\overline{z_B}$ و $z_E=1$

1) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $(z^2+1)(z^2-2z+3)=0$

2) أ) احسب كلاً من $|z_A-1|$ ، $|z_B-1|$ و $|z_C-z_E|$ ثم تحقّق أنّ النقط الأربعة A ، B ، C و D تنتمي إلى نفس الدّائرة التي يطلب تعيين مركزها و طول نصف قطرها.

ب) بيّن أنّ: $z_B-z_E=\dfrac{\sqrt{2}}{2}(1+i)(z_A-z_E)$ ثم استنتج أنّ B هي صورة A بتحويل نقطي يطلب تعيين عناصره المميزة.

- ما طبيعة المثلّث ABE ؟

3) عيّن لاحقتي الشّعاعين $\overrightarrow{BD}$ و $\overrightarrow{AE}$ محدّدا طبيعة الرباعي $ABDE$.

4) $\overrightarrow{w_1}$ و $\overrightarrow{w_2}$ شعاعان من المستوي لاحقتاهما على الترتيب z_1 و z_2 .

أ) برهن أنّ: ($\overrightarrow{w_1}$ و $\overrightarrow{w_2}$ متعامدان) يكافئ ($z_1.\overline{z_2}+\overline{z_1}.z_2=0$).

ب) عيّن مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $(z-z_A)(\overline{z}-z_D)+(z-z_B)(\overline{z}-z_C)=0$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدالة المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ : $\begin{cases} f(x)=x-x^2\ln x \ , x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$.

(C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. الوحدة $3\,cm$

1) برهن أنّ:

- إذا كان: $x>1$ فإن: $1-x-2x\ln x<0$
- إذا كان: $0<x<1$ فإن: $1-x-2x\ln x>0$

2) أ) أثبت أنّ الدالة f قابلة للاشتقاق عند 0 من اليمين ثم اكتب معادلة لنصف المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند مبدأ المعلم.

ب) ادرس الوضع النسبي لـ : (Δ) و (C_f).

3) أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيرات الدالة f .

4) أ) اكتب معادلة (T) مماس المنحنى (C_f) الموازي لـ (Δ).

ب) أثبت أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]1;+\infty[$ حلا وحيدا α ثم تحقّق أن: $1,76<\alpha<1,77$.

جـ) اكتب معادلة للمستقيم (d) الذي يوازي (Δ) ويشمل النقطة ذات الإحداثيين $(\alpha;0)$.

– ارسم كلا من (T) ، (Δ) و (d) ثمّ المنحنى (C_f) على المجال $[0;\alpha]$.

5) m وسيط حقيقي، ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة: $x^2\ln x+m=0$ في المجال $[0;\alpha]$.

6) λ عدد حقيقي حيث: $0<\lambda<1$ ، نعتبر: $A(\lambda)=\int_{\lambda}^{1}-x^2\ln x\,dx$

أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة احسب $A(\lambda)$ بدلالة λ.

ب) احسب $\lim\limits_{\substack{\lambda \to 0 \\ >}} A(\lambda)$ ثم فسّر النتيجة هندسيا.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع على صفحتين (02) (من الصفحة 4 من 5 إلى الصفحة 5 من 5)

التمرين الأول: (04 نقاط)

صندوقان غير شفافين U_1 و U_2 ، يحتوي الصندوق U_1 على 4 كريات حمراء و 3 كريات سوداء ويحتوي الصندوق U_2 على 3 كريات حمراء و كريتين سوداوين (الكريات كلها متشابهة لا نفرق بينها عند اللمس)

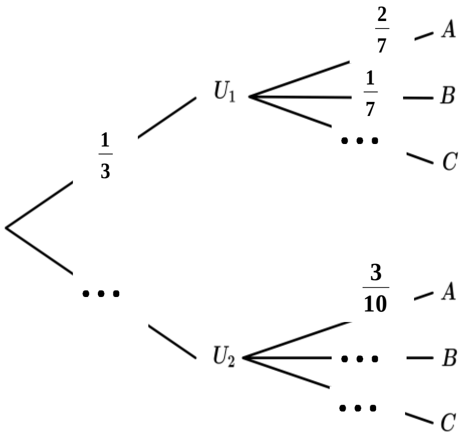
نرمي نردا غير مزيف ذا ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6.

إذا ظهر الرقمان 2 أو 4 نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من الصندوق U_1

وفي باقي الحالات نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من الصندوق U_2.

نعتبر الأحداث A ، B و C المعرفة بـ : A :"سحب كريتين حمراوين"

B : "سحب كريتين سوداوين" و C:"سحب كريتين من لونين مختلفين"



1) أنقل، وأكمل شجرة الاحتمالات.

2) أحسب احتمالات الأحداث A ، B و C.

نعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة.

3) أ) عيّن قيم المتغير العشوائي X.

ب) عيّن قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X.

4) أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(u_n) متتالية عددية حدودها موجبة معرفة بحدها الأول u_1 حيث $u_1 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n،

$u_{n+1} = u_n + 2\sqrt{u_n} + 1$.

1) أ) تحقّق أنّه: من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $\sqrt{u_{n+1}} - \sqrt{u_n} = 1$

ب) استنتج كتابة الحد العام u_n بدلالة n

2) تحقق أنّه: من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $u_n = n(n-2)+1$.

3) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها: $n-2$ يقسم $n-5$.

4) أ) من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 2$ ، بيّن أنّ: $PGCD(n-2\,; u_n) = 1$.

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها $(n-2)(n^2+1)$ يقسم $(n-5)u_n$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) نضع من أجل كل عدد مركب z ، $P(z) = z^4 - 6z^3 + 29z^2 - 24z + 100$

أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد مركب z، $\overline{P(z)} = P(\overline{z})$، ثم استنتج أنّه إذا كان z حلا للمعادلة $P(z) = 0$ فإنّ $\overline{z}$ حل لها.

ب) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z) = 0$ علما أنّها تقبل حلا تخيليا صرفا.

2) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$، النقط A، B، M و M'

التي لاحقاتها على الترتيب: $2i$ ، $3-4i$، z و z' حيث: $z'=\dfrac{-iz+4+3i}{z-2i}$ مع $z\neq 2i$.

ولتكن I مرجح الجملة $\left\{(A;2),(B;1)\right\}$ و J مرجح الجملة $\left\{(A;-2),(B;1)\right\}$

أ) عيّن اللاحقتين z_I و z_J للنقطتين I و J على الترتيب.

ب) لتكن (E) مجموعة النقط $M(z)$ التي يكون من أجلها $|z'|=2$.

بيّن أن (النقطة M من (E)) يكافئ ($\overrightarrow{IM}.\overrightarrow{JM}=0$)، ثمّ عيّن (E) وأنشئها.

جـ) لتكن (Γ) مجموعة النقط $M(z)$ التي يكون من أجلها $\arg(z')=2k\pi$ حيث k عدد صحيح.

تحقّق أنّ النقطة D ذات اللاحقة $\dfrac{9}{2}-\dfrac{5}{2}i$ تنتمي إلى (Γ)، ثمّ عيّن وأنشئ (Γ).

3) عيّن الشكل الجبري لِلاحقة النقطة G تقاطع المجموعتين (E) و (Γ).

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) f_k الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بِـ: $f_k(x)=(x+1)^2e^{-kx}$ حيث k وسيط حقيقي.

ليكن $(\mathcal{C}_k)$ التمثيل البياني للدالة f_k في المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) بيّن أنّ كل المنحنيات $(\mathcal{C}_k)$ تمر من نقطتين ثابتتين يطلب تعيينهما.

2) احسب نهايتي الدالة f_k عند $-\infty$ وعند $+\infty$. (ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي k).

3) أ) احسب $f_k'(x)$، ثم حدّد حسب قيم الوسيط الحقيقي k اتجاه تغير الدالة f_k.

ب) شكّل جدول تغيرات الدالة f_k من أجل k عدد حقيقي موجب تماما.

4) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي k الأوضاع النسبية للمنحنيين $(\mathcal{C}_k)$ و $(\mathcal{C}_{k+1})$.

II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بِـ: $f(x)=(x+1)^2e^{-2x}$

نسمي $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) شكّل جدول تغيرات الدالة f، ثم أرسم المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ على المجال $\left[-\dfrac{3}{2};+\infty\right[$.

2) أ) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=1$ تقبل حلّين في $\mathbb{R}$ أحدهما α حيث: $-1{,}28<\alpha<-1{,}27$.

ب) عيّن قيّم العدد الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $\left|\dfrac{x+1}{e^x}\right|=\left|\dfrac{m+1}{e^m}\right|$ حلا وحيدا.

3) g الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(x+1)e^{-2x}$.

أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x فإنّ: $g'(x)+2g(x)-e^{-2x}=0$ ثمّ استنتج دالة أصلية لِـ g على $\mathbb{R}$.

ب) باستعمال المكاملة بالتجزئة، احسب A مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ ومحور الفواصل والمستقيمين اللّذين معادلتاهما $x=-1$ و $x=0$.

انتهى الموضوع الثاني