الطرح الجيد مرآة الفكر النيّر

"إلى جمهور طلبتنا الأوفياء مصدر تعلمنا المستمر"

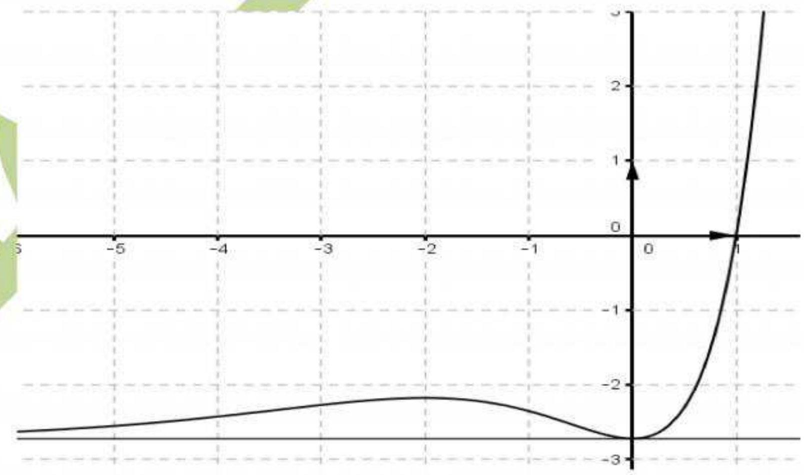
سلسلة حاقة للرياضيات

في رحاب الدوال الأسية [مجموعة من التمارين المنتقاة والمتنوعة]

62 مسألة شاملة

(جميع الشعب العلمية)

" لا تجعل الفشل ضمن الخيارات المتاحة لديك "



BAC 2018 نعم ... استطيـــع

إعداد الأستاذ : محمــد حاقـــة

ثانوية عبد العزيز الشريف – الوادي

بسم الله الرحمان الرحيم

مقدمة

الحمد لله الذي جعل لنا من العلم نورا نهدي به و بعد...

أتقدم بهذه السلسلة – سلسلة حاقة للرياضيات – في رحاب الدوال الأسية إلى طلبتي الأعزاء و إلى كل من يجمعنا بهم رباط العلم من قراء و مدرسين فهذه السلسلة تحتوي على

- ✓ ملخـــص شامل ومبسط
- ✓ المحطـة الأولى: إشارة عبارة أسية
- ✓ المحطـة الثانية: حساب الدالة المشتقة
- ✓ المحطـة الثالثة: حساب النهايات
- ✓ المحطـة الرابعة: تمارين متنوعة ومنتقاة لامتحانات سابقة جزائرية وأجنبية
- ✓ المحطـة الخامسة: تمارين الدوال الأسية في البكالوريات الجزائرية من **2008** الى **2017**
- ✓ المحطـة السادسة: حلول نموذجية لمجموعة من التمارين

وتركت بعضها دون حل وعليه أنصح الطالب بأخذ الوقت الكافي في التفكير فالمهم أن تأتي بالفكرة وحدك الآن أو غدا فالوقت المخصص للتمرين هو اكتساب مهارة التفكير

نرجو من الأساتذة الكرام و كذلك إخواننا الطلبة أن لا تبخلوا علينا بملاحظاتكم و اقتراحاتكم البناءة لنصوب أخطاءنا و نتفادى زلاتنا و نتلافى العيوب التي يمكن أننا ولا شك وقعنا فيها

و أسال الله عز و جل أن يوفقكم و يجعل النجاح حليفنا....

الأستاذ : محمد حاقة

خريج المدرسة العليا للأساتذة

القبة القديمة – الجزائر

ملخص تفصيلي ومبسط في رحاب الدوال الآسية

1) تعريف : توجد دالة وحيدة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ وتحقق : $f'(x) = f(x)$

و $f(0) = 1$ تسمى هذه الدالة بالدالة الآسية ذات الأساس e ونرمز لها بالرمز: $f : x \to e^x$

حيث e عدد حقيقي ثابت قيمته التقريبية $e \approx 2,71$

2) خواص ونتائج : من أجل كل عددين حقيقيين x و y و n عدد صحيح كيفي

*/ $e^{x+y} = e^x \times e^y$　　*/ $e^{-x} = \dfrac{1}{e^x}$　　*/ $e^{x-y} = \dfrac{e^x}{e^y}$

*/ $(e^x)^n = e^{nx}$　　*/ $e^0 = 1$　　*/ $(e^x)' = e^x$

*/ $e^x > 0$ من أجل كل عدد حقيقي x تعميم $e^\Delta > 0$ معناه ($e^\Delta \neq$ سالب)

*/ $e^x = e^y$ معناه $x = y$　　*/ $e^x < e^y$ معناه $x < y$　　*/ $e^x > e^y$ معناه $x > y$

*/ $e^x = a$ يكافئ $x = \ln a$ حيث a عدد حقيقي موجب تماما

3) النهايات الشهيرة

الحالة الخاصة	الحالة العامة
$\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$	$e^{+\infty} = +\infty$
$\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$	$e^{-\infty} = 0$
$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$	$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x^n} = +\infty$
$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x}{e^x} = 0$	$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^n}{e^x} = 0$
$\lim\limits_{x \to -\infty} x.e^x = 0^-$	$\lim\limits_{x \to -\infty} x^n.e^x = 0$
$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x - 1}{x} = 1$ وأيضا $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{ax} - 1}{x} = a$	$\lim\limits_{u \to 0} \dfrac{e^u - 1}{u} = 1$

4)قانون الاشتقاق : $f(x)=e^{u(x)}$

إذا كانت u قابلة للاشتقاق على مجال I فان؛ $f'(x)=(e^{u(x)})'=u'(x).e^{u(x)}$

*/ ملاحظة: تبقى قواعد الاشتقاق المعروفة سابقا صحيحة حسب شكل الدالة المعطاة

5)دراسة إشارة بعض العبارات الآسية

*/ أولا: [(دالة) $\times e^{\Delta}$] هنا الإشارة من إشارة الدالة

*/ ثانيا: في كل ما يلي ، ترمز a، b، c ، α، β إلى أعداد حقيقية

✓ **طريقة لدراسة إشارة عبارة من الشكل $a.e^{\alpha x+\beta}+b$ حيث $a.\alpha\neq 0$**

- إذا كان a و b موجبان فان $a.e^{\alpha x+\beta}+b>0$
- إذا كان a و b سالبان فان $a.e^{\alpha x+\beta}+b<0$
- إذا كان a و b مختلفين في الإشارة أي $a.b<0$

فان للمعادلة حل x_0 يمكن إيجاده بكل بساطة (نتمرن على ذلك خلال التمارين) والإشارة تستنتج في جدول بالكيفية التالية:

x		x_0	
إشارة $a.e^{\alpha x+\beta}+b$	عكس إشارة $a.\alpha$	0	حسب إشارة $a.\alpha$

✓ **طريقة لدراسة إشارة عبارة من الشكل $ae^{2x}+be^{x}+c$ حيث $a.b.c\neq 0$**

لدراسة إشارة العبارة $ae^{2x}+be^{x}+c$ على $\mathbb{R}$ ، نقوم بما يلي

الخطوة الأولى: نضع $X=e^{x}$ ، فتصبح العبارة من الشكل $a.X^2+b.X+c$

الخطوة الثانية: نعين قيم X التي تعدمها، إنْ كانت تقبل حلول

الخطوة الثالثة: نستنتج قيم x وفي الأخير،نشكل جدولا ندرس فيه إشارة العبارة،مستخدمين القواعد المعروفة لإشارة كثيرات الحدود من الدرجة الثانية.

*/ ملاحظة: للعبارة $ae^{2x}+be^{x}+c$ تحليل من الشكل $a(e^{x}-X_1)(e^{x}-X_2)$ حيث X_1 و X_2 حلي المعادلة $a.X^2+b.X+c$

المحطـــــة الأولـــــى (إشارة بعض العبارات الآسية)

1) $A(x)=2e^{x+1}+1$ ، بما أنّ $e^{x+1}>0$ فان $2e^{x+1}>0$ ومنه $\underbrace{2e^{x+1}+1}_{A(x)}>1>0$ إذن حسب خاصية التعدي $A(x)>0$ (معناه موجبة تماما)

2) $B(x)=-3e^{-x+2}-4$ ، لدينا $B(x)=-(3e^{-x+2}+4)$ وبما أن $3e^{-x+2}+4>0$ (مثل الحالة (**1**))
فان $B(x)<0$ (معناه سالبة تماما)

3) $C(x)=\underbrace{2}_{a}e^{x+3}\underbrace{-4}_{b}$ بما أن a و b مختلفين في الإشارة فان المعادلة $C(x)=0$ تقبل حل ويتم إيجاده كما يلي

$$C(x)=0\Rightarrow 2e^{x+3}-4=0\Rightarrow 2e^{x+3}=4\Rightarrow e^{x+3}=\frac{4}{2}\Rightarrow e^{x+3}=2$$
$$\Rightarrow \ln e^{x+3}=\ln 2$$
$$\Rightarrow x+3=\ln 2$$
$$\Rightarrow \boxed{x=-3+\ln 2}$$

وتكون إشارة $C(x)$ كما يلي: قبل الحل عكس إشارة الجداء $a\times\alpha$ وبعد الحل من إشارة الجداء $a\times\alpha$ علما أنّ $a=2$ و $\alpha=1$ اذن $a\times\alpha>0$ (موجب)

x	$-\infty$	$-3+\ln 2$	$+\infty$
إشارة $C(x)$	$-$	0	$+$

4) $D(x)=e^{\overbrace{-2x+3}^{\alpha}}\underbrace{-1}_{b}$ بما أن $a=1$ و $b=-1$ مختلفين في الإشارة فان المعادلة $D(x)=0$ تقبل حل ويتم إيجاده كما يلي

$$D(x)=0\Rightarrow e^{-2x+1}-1=0\Rightarrow e^{-2x+1}=1\Rightarrow \ln e^{-2x+1}=\underbrace{\ln 1}_{0}$$
$$\Rightarrow -2x+1=0$$
$$\Rightarrow -2x=-1$$
$$\Rightarrow \boxed{x=\frac{1}{2}}$$

وتكون إشارة $D(x)$ كما يلي: قبل الحل عكس إشارة الجداء $a\times\alpha$ وبعد الحل من إشارة الجداء $a\times\alpha$ علما أنّ $a=1$ و $\alpha=-2$ إذن $a\times\alpha<0$ (سالب)

x	$-\infty$	$0,5$	$+\infty$
إشارة $D(x)$	$+$	0	$-$

5) $E(x)=(x^2+x-4)e^{3-x}$ ، بما أن $e^{3-x}>0$ فان إشارة $E(x)$ من إشارة "x^2+x-4" ومنه

$x^2+x-4=0$ نحسب المميز Δ : $\Delta = 9 > 0$ يوجد حلين هما $\boxed{x=-2}$ أو $\boxed{x=1}$

(نستعمل قانون معادلة من الدرجة الثانية)

x	$-\infty$		1		1		$+\infty$
إشارة $E(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

6) $F(x)=e^{2x}+e^{x}-6$ ، نضع $\boxed{e^{x}=t}$ ومنه $e^{2x}=(\underbrace{e^{x}}_{t})^2=t^2$ وتصبح العبارة $F(x)$ من الشكل

$t^2+t-6=0$، نحسب المميز Δ : $\Delta = 25 > 0$ يوجد حلين هما $\boxed{t=-3}$ أو $\boxed{t=2}$ ومنه

$e^{x}=-3$ مستحيلة لان $e^{x}>0$

$e^{x}=2$ إذن $\boxed{x=\ln 2}$

ملحوظة: العبارة $F(x)$ تحلل على الشكل $F(x)=(e^{x}-2)(e^{x}+3)$ وبما أن $e^{x}+3>0$ فان إشارة $F(x)$ من إشارة $e^{x}-2$ (رأيناها في الحالات السابقة)

x	$-\infty$		$\ln 2$		$+\infty$
إشارة $F(x)$		$-$	0	$+$	

7) $G(x)=e^{2x}-7e^{x}+12$ ، نضع $\boxed{e^{x}=t}$ ومنه $e^{2x}=(\underbrace{e^{x}}_{t})^2=t^2$ وتصبح العبارة $G(x)$ من الشكل

$t^2-7t+12=0$، نحسب المميز Δ : $\Delta = 1 > 0$ يوجد حلين هما $\boxed{t=3}$ أو $\boxed{t=4}$ ومنه

$e^{x}=3$ اذن $x=\ln 3$

$e^{x}=4$ إذن $\boxed{x=\ln 4}$

ملحوظة: العبارة $G(x)$ تحلل على الشكل $F(x)=(e^{x}-3)(e^{x}-4)$ وتكون إشارة $G(x)$ بنفس قاعدة اشارة معادلة من الدرجة الثانية (لاحظ أنّ معامل e^{2x} يساوي **(1)** موجب)

x	$-\infty$		$\ln 3$		$\ln 4$		$+\infty$
إشارة $G(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

المحطــــــة الثانية (حساب الدالة المشتقة)

1) $f(x)=(2x+1)e^{x}-1$ تطبيق قاعدة اشتقاق جداء دالتين "$2x+1$" و "e^{x}"

ومنه $f'(x)=2e^{x}+(2x+1)e^{x}=(2+2x+1)e^{x} \Rightarrow \boxed{f'(x)=(2x+2)e^{x}}$

2) $f(x)=x-(x+1)e^{-x}$ ،ملحوظة: $(e^{-x})'=-e^{-x}$

ومنه $f'(x)=1-\left[1.e^{-x}-e^{-x}(x+1)\right]=1-\left[e^{-x}-xe^{-x}-e^{-x}\right]=1+xe^{-x}$

إذن $\boxed{f'(x)=1+xe^{-x}}$

3) $f(x)=e^{x}-ex-1$ ،ملحوظة $e\approx 2,71$ معناه $(ex)'=e$ (ضمن القاعدة $(ax)'=a$)

ومنه $\boxed{f'(x)=e^{x}-e}$

4) $f(x)=\dfrac{2x+2}{e^{x}+2}$ ، تطبيق قاعدة اشتقاق حاصل قسمة دالتين "$2x+2$" و "$e^{x}+2$"

ومنه $f'(x)=\dfrac{2(e^{x}+2)-e^{x}(2x+2)}{(e^{x}+2)^{2}}=\dfrac{2e^{x}+4-2xe^{x}-2e^{x}}{(e^{x}+2)^{2}}=\dfrac{4-2xe^{x}}{(e^{x}+2)^{2}}$

إذن $\boxed{f'(x)=\dfrac{4-2xe^{x}}{(e^{x}+2)^{2}}}$

5) $f(x)=\dfrac{e^{x}+4x-1}{e^{x}+1}$ (مثل الحالة (4))

ومنه
$$f'(x)=\frac{(e^{x}+4)(e^{x}+1)-e^{x}(e^{x}+4x-1)}{(e^{x}+1)^{2}}=\frac{e^{2x}+e^{x}+4e^{x}+4-e^{2x}-4xe^{x}+e^{x}}{(e^{x}+1)^{2}}$$
$$=\frac{6e^{x}-4xe^{x}+4}{(e^{x}+1)^{2}}=\frac{(6-4x)e^{x}+4}{(e^{x}+1)^{2}}$$

إذن : $\boxed{f'(x)=\dfrac{(6-4x)e^{x}+4}{(e^{x}+1)^{2}}}$

6) $f(x)=(2x-4)e^{\frac{1}{2}x}+2-x$ ، ملحوظة $\left(e^{\frac{1}{2}x}\right)'=\dfrac{1}{2}e^{\frac{1}{2}x}$

ومنه $f'(x)=2e^{\frac{1}{2}x}+\dfrac{1}{2}e^{\frac{1}{2}x}(2x-4)-1=2e^{\frac{1}{2}x}+xe^{\frac{1}{2}x}-2e^{\frac{1}{2}x}-1=xe^{\frac{1}{2}x}-1$

إذن: $\boxed{f'(x)=xe^{\frac{1}{2}x}-1}$

7) $f(x)=(x-1)e^{\frac{1}{x}}$ ، ملحوظة $\left(e^{\frac{1}{x}}\right)'=-\dfrac{1}{x^{2}}e^{\frac{1}{x}}$ لان $\left(\dfrac{1}{x}\right)'=-\dfrac{1}{x^{2}}$

ومنه $f'(x) = 1.e^{\frac{1}{x}} + \left(-\frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}\right)(x-1) = e^{\frac{1}{x}} - \frac{1}{x}e^{\frac{1}{x}} + \frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}} = \left(\frac{x^2-x+1}{x^2}\right)e^{\frac{1}{x}}$

إذن: $\boxed{f'(x) = \left(\frac{x^2-x+1}{x^2}\right)e^{\frac{1}{x}}}$

8) $f(x) = x - 1 + \frac{4}{e^x+1}$ ، ملحوظة: $\boxed{\left(\frac{k}{u}\right)' = \frac{-ku'}{u^2}}$

$$f'(x) = 1 + \frac{-4e^x}{(e^x+1)^2} = \frac{(e^x+1)^2 - 4e^x}{(e^x+1)^2} = \frac{e^{2x}+2e^x+1-4e^x}{(e^x+1)^2} = \frac{e^{2x}-2e^x+1}{(e^x+1)^2}$$

ومنه

$$= \frac{(e^x-1)^2}{(e^x+1)^2} = \left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$$

إذن: $\boxed{f'(x) = \left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2}$

9) $f(x) = \frac{x}{x-1} + e^{\frac{1}{x-1}}$ ، لدينا: $\left(\frac{1}{x-1}\right)' = \frac{-1}{(x-1)^2}$ وَ $\left(\frac{x}{x-1}\right)' = \frac{-1}{(x-1)^2}$

ومنه: $f'(x) = \frac{-1}{(x-1)^2} - \frac{1}{(x-1)^2}e^{\frac{1}{x-1}} = \frac{1}{(x-1)^2}\left(1 + e^{\frac{1}{x-1}}\right)$ إذن $f'(x) = \frac{1}{(x-1)^2}\left(1 + e^{\frac{1}{x-1}}\right)$

10) $f(x) = x.(1-e^x)^2$ ، ملحوظة $(u^n)' = n \times u^{n-1} \times u'$

وعليه $\left[(1-e^x)^2\right]' = 2(1-e^x)^{2-1} \times (-e^x) = -2e^x(1-e^x)$

ومنه: $f'(x) = (1-e^x)^2 - 2e^x(1-e^x).x = (1-e^x)(1-e^x-2xe^x) = (1-e^x)\left[1-(1+2x)e^x\right]$

إذن: $\boxed{f'(x) = (1-e^x)\left[1-(1+2x)e^x\right]}$

المحطـــــة الثالثة (حساب النهايات)

(عزيزي الطالب حتى تفهم هذه المحطة ضع النهايات الشهيرة أمامك الأن)

1) $f(x)=(2x+1)e^{x}-1$ معرفة على $\mathbb{R}$

أ/ $\lim\limits_{x\to-\infty}\underbrace{(2x+1)}_{-\infty}\underbrace{e^{x}}_{0}-1=-\infty\times 0$ وهي حالة عدم تعيين لإزالتها ننشر القوس على e^{x} نجد

$\lim\limits_{x\to-\infty}(2x+1)e^{x}-1=\lim\limits_{x\to-\infty}2\underbrace{xe^{x}}_{0}+\underbrace{e^{x}}_{0}-1=-1$ إذن $\boxed{\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-1}$

ب/ $\lim\limits_{x\to+\infty}\underbrace{(2x+1)}_{+\infty}\underbrace{e^{x}}_{+\infty}-1=+\infty-1=+\infty$ إذن $\boxed{\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty}$

2) $f(x)=x-(x+1)e^{-x}$ معرفة على $\mathbb{R}$

أ/ $\lim\limits_{x\to-\infty}\underbrace{x}_{-\infty}-\underbrace{(x+1)}_{-\infty}\underbrace{e^{-x}}_{+\infty}=-\infty+\infty$ وهي حالة عدم تعيين لإزالتها نستخرج e^{-x} كعامل مشترك نجد

$$\lim\limits_{x\to-\infty}x-(x+1)e^{-x}=\lim\limits_{x\to-\infty}xe^{x}e^{-x}-(x+1)e^{-x}=\lim\limits_{x\to-\infty}(\underbrace{xe^{x}}_{0}\underbrace{-x}_{+\infty}-1)\underbrace{e^{-x}}_{+\infty}=(+\infty)\times(+\infty)=+\infty$$

إذن $\boxed{\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty}$

ب/ $\lim\limits_{x\to+\infty}\underbrace{x}_{+\infty}-\underbrace{(x+1)}_{+\infty}\underbrace{e^{-x}}_{0}=+\infty\times 0$ وهي حالة عدم تعيين لإزالتها نستخدم القاعدة $e^{-x}=\dfrac{1}{e^{x}}$ نجد

$$\lim\limits_{x\to+\infty}x-(x+1)e^{-x}=\lim\limits_{x\to+\infty}x-(x+1).\frac{1}{e^{x}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\underbrace{x}_{+\infty}-\underbrace{\frac{x}{e^{x}}}_{0}+\underbrace{\frac{1}{e^{x}}}_{0}=+\infty$$

3) $f(x)=\dfrac{2x+2}{e^{x}+2}$ معرفة على $\mathbb{R}$

أ/ $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x+2}{e^{x}+2}=\dfrac{-\infty}{2}=-\infty$

ب/ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+2}{e^{x}+2}=\dfrac{+\infty}{+\infty}$ وهي حالة عدم تعيين لإزالتها نستخرج e^{x} كعامل مشترك من بسط والمقام نجد

$$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x+2}{e^{x}+2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^{x}\left(\frac{2x}{e^{x}}+\frac{2}{e^{x}}\right)}{e^{x}\left(1+\frac{2}{e^{x}}\right)}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2\overbrace{\frac{x}{e^{x}}}^{0}+\overbrace{\frac{2}{e^{x}}}^{0}}{1+\frac{2}{\underbrace{e^{x}}_{0}}}=\frac{0}{1}=0$$

4) $f(x)=1-\dfrac{1}{2}x-\dfrac{2}{e^{x}+1}$ معرفة على $\mathbb{R}$

أ/ $\lim\limits_{x\to-\infty}\underbrace{1-\frac{1}{2}x}_{+\infty}-\dfrac{2}{\underbrace{e^{x}}_{0}+1}=+\infty-2=+\infty$

ب/ $\lim\limits_{x\to+\infty} \underbrace{1-\frac{1}{2}x}_{-\infty}-\underbrace{\frac{2}{e^x+1}}_{0}=-\infty$

5) $f(x)=\frac{x}{x-1}+e^{\frac{1}{x-1}}$ معرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ $\quad(\mathbb{R}-\{1\}=]-\infty;1[\cup]1;+\infty[)$

أ/ $\lim\limits_{x\to-\infty} \underbrace{\frac{x}{x-1}}_{1}+\underbrace{e^{\overbrace{\frac{1}{x-1}}^{0}}}_{e^0=1}=1+1=2$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} \underbrace{\frac{x}{x-1}}_{1}+\underbrace{e^{\overbrace{\frac{1}{x-1}}^{0}}}_{e^0=1}=1+1=2$

ب/ $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1} \frac{x}{x-1}+e^{\frac{1}{x-1}}=\underbrace{\frac{1}{{}^{+}0}}_{+\infty}+\underbrace{e^{\overbrace{\frac{1}{{}^{+}0}}^{+\infty}}}_{+\infty}=+\infty+\infty=+\infty$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}1} \frac{x}{x-1}+e^{\frac{1}{x-1}}=\underbrace{\frac{1}{{}^{-}0}}_{-\infty}+\underbrace{e^{\overbrace{\frac{1}{{}^{-}0}}^{-\infty}}}_{0}=-\infty+0=-\infty$

6) $f(x)=(2x-4)e^{\frac{1}{2}x}+2-x$ معرفة على $\mathbb{R}$

أ/ $\lim\limits_{x\to-\infty} \underbrace{(2x-4)}_{-\infty}\underbrace{e^{\frac{1}{2}x}}_{0}+2-x=-\infty\times 0$ وهي حالة عدم تعيين

إزالتها:

$$\lim_{x\to-\infty}(2x-4)e^{\frac{1}{2}x}+2-x=\lim_{x\to-\infty}-2(2-x)e^{\frac{1}{2}x}+2-x=\lim_{x\to-\infty}\underbrace{(2-x)}_{+\infty}(\underbrace{-2e^{\frac{1}{2}x}}_{0}+1)=+\infty$$

ب/ $\lim\limits_{x\to+\infty}\underbrace{(2x-4)}_{+\infty}\underbrace{e^{\frac{1}{2}x}}_{+\infty}+\underbrace{2-x}_{-\infty}=+\infty-\infty$ وهي حالة عدم تعيين

إزالتها: $\lim\limits_{x\to+\infty}(2x-4)e^{\frac{1}{2}x}+2-x=\lim\limits_{x\to+\infty}\underbrace{(2-x)}_{-\infty}(\underbrace{-2e^{\frac{1}{2}x}}_{-\infty}+1)=(-\infty.(-\infty)=+\infty$

7) $f(x)=\frac{x^2e^x}{e^x-x}$ معرفة على $\mathbb{R}$

أ/ $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\overbrace{x^2e^x}^{0}}{\underbrace{e^x}_{0}-x}=\frac{0}{+\infty}=0$

ب/ $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2e^x}{e^x-x}$ حالة عدم تعيين في المقام من النوع "$+\infty-\infty$" ، إزالتها:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2e^x}{e^x\left(1-\frac{x}{e^x}\right)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2}{1-\underbrace{\frac{x}{e^x}}_{0}}=\frac{+\infty}{1}=+\infty$$