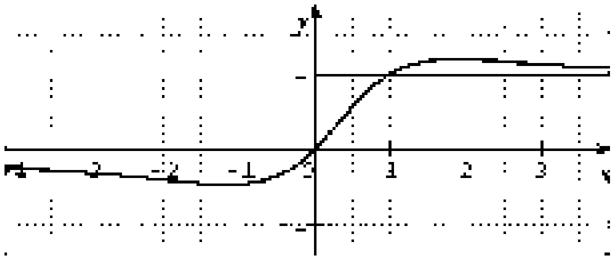
الإجابة النموذجية وسلم التنقيط لموضوع امتحان: البكالوريا   دورة: جوان 2014

اختبار مادة: الرياضيات   الشعبة: رياضيات   المدة: 4 سا و30 د

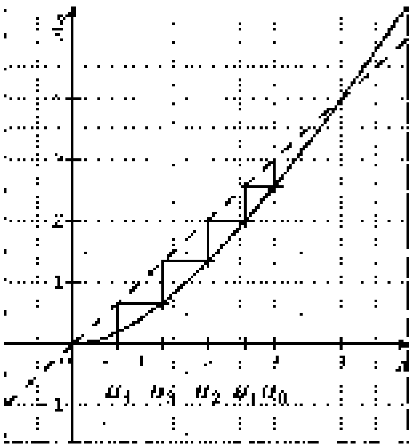
الإجابة النموذجية

عدد الصفحات 05

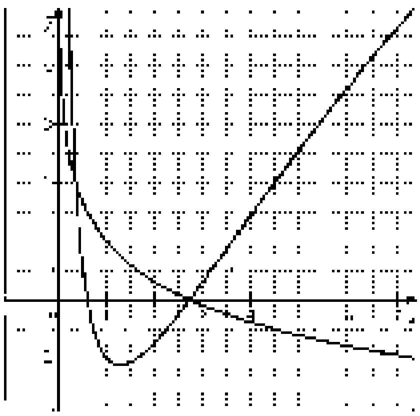
عناصر الإجابة (الموضـــــوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول: (05 نقاط)		
1) صحيح لأن الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا..............................	0,5+0.25	
2) خطأ لأن النقطة A لا تنتمي إلى (P)	0,25×2	
3) صحيح لأن إحداثيات النقط A ، B و C تحقق المعادلة....................................	0,5+0,25	
4) صحيح لأن إحداثيات A و C تحقق الجملة أو لأن $\overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{u}$ و إحداثيات C تحقق الجملة ، حيث $\overrightarrow{u}(2;3;-4)$	0,75+0.25	05
5) خطأ لأن المسافة بين D و (P) تساوي $\frac{2}{3}$	0,5+0.25	
6) صحيح لأن $E \in (P)$ و $\overrightarrow{EC}$ ناظمي للمستوي (P)	0,5+0.25	
7) خطأ لأن D ليست منتصف القطعة $[AC]$	0.25 ×2	
التمرين الثاني: (05 نقاط)		
1) $\Delta = 4i^2$ ، الحلول هي $z_1 = 1-2i$ ، $z_2 = 1+\sqrt{3}+i$ ، $z_3 = 1+\sqrt{3}-i$	0,25×4	
2) أ) $\lvert z_B - z_A\rvert = \lvert z_D - z_C\rvert = 2$ و $\frac{z_D - z_A}{z_C - z_B} = 2$ ومنه $AB = CD$ و $(BC)//(AD)$...	0,5×2	
ب) $\frac{z_A + z_C}{2} \neq \frac{z_B + z_D}{2}$ والرباعي هو شبه منحرف متساوي الساقين	0,25×3	
3) أ) نبين أن: $\frac{z_D - z_B}{z_A - z_B} = \sqrt{3} \times e^{i\frac{\pi}{2}}$	0,75	
$z_D - z_B = \sqrt{3} \times e^{i\frac{\pi}{2}}(z_A - z_B)$ ومنه D صورة A بالتشابه المباشر نسبته $\sqrt{3}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$ ...	0,5	05
ب) المثلث ADB قائم في B	0,25	
النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى الدائرة (γ) التي قطرها $[AD]$ لأن: $\widehat{ABD} = \widehat{ACD} = \frac{\pi}{2}$ نصف القطر $r = 2$ والمركز $\Omega(1;0)$	0.5	
ج) إنشاء $ABCD$: نعلم A و D ؛ B هي نقطة تقاطع (γ) والمستقيم ذي المعادلة $y = 1$ و C هي تقاطع (γ) والمستقيم ذي المعادلة $y = -1$ ؛ فاصلة كل من B و C موجبة........	0.25	
التمرين الثالث: (04 نقاط)		
1) أ) $PGCD(2013;1962) = 3$	0,5	
ب) $PGCD(2013;1962) = 3$ يقسم 54 إذن للمعادلة حلولا	0,25	04
ج) (E) تكافئ $671x = 6(109y + 3)$ ومنه $6 / 671x$ و 6 أولي مع 671 اذن $6 / x$ أي $x \equiv 0[6]$ (حسب مبرهنة غوص)	0,5	
د) $(x_0;y_0) = (78;80)$	0,5	
حلول المعادلة هي الثنائيات $(x;y)$ حيث $x = 78 + 654k$ و $y = 80 + 671k$ $(k \in \mathbb{Z})$...	1	

العلامة مجموع	مجزأة	عناصر الإجابة
	0.5	2) أ) d من قواسم 18 لأن $d\in\{1,2,3,6,9,18\}$ ....
	0.75	ب) $a=1386+11772p$ و $b=1422+12078p$ و $(p\in\mathbb{N})$ ....
		التمرين الرابع: (06 نقاط)
	2×0,25	I) 1) $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-1$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$ ....
	0.5	$g'(x)=(1-x)e^{x}$ ، $g'(x)\geq 0$ لما $x\leq 1$ و $g'(x)<0$ لما $x>1$ ....
	0.25	جدول التغيرات: ....
06		2) g مستمرة ومتزايدة تماما على $]-\infty;1]$ و $g(1)>0$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-1$ ومنه للمعادلة $g(x)=0$
	0.75	حل وحيد α في المجال $]-\infty;1]$ ، بنفس الطريقة نبين للمعادلة حل وحيد β في المجال $[1;+\infty[$
	0.25	$-1,2<\alpha<-1,1$ لأن: $g(-1,2)=-0,036$ ، $g(-1,1)=0,032$ و $1,8<\beta<1,9$ لأن: $g(1,8)=0,21$ ، $g(1,9)=-0,33$
	0,25	إشارة $g(x)$: $g(x)\geq 0$ لما $x\in[\alpha;\beta]$ و $g(x)<0$ لما $x\in]-\infty;\alpha[\cup]\beta;+\infty[$ ......
	0,75	II) 1) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ مستقيمان مقاربان معادلتاهما $y=0$ و $y=1$ ....
	0,25	2) $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^{x}-x)^{2}}$ ....
	0,25	f متناقصة تماما على كل من $]-\infty;\alpha]$ و $[\beta;+\infty[$ ومتزايدة تماما على $[\alpha;\beta]$ ....
	0,25	جدول التغيرات: ....
	3×0.25	3) $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha-1}$ و $-0,48<f(\alpha)<-0,45$ و $1,11<f(\beta)<1,25$ ....
	0.5	4) $f(1)=1$ رسم (C_f): ....
		
	0.25	5) أ) $a(\lambda)=\int_{1}^{\lambda}(f(x)-1)dx=\left[\ln(1-xe^{-x})\right]_{1}^{\lambda}$ ....
	0.25	$=\ln(1-\lambda e^{-\lambda})-\ln(e-1)+1$ ....
	0.25	ب) $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} a(\lambda)=1-\ln(e-1)$ لأن $\lim\limits_{\lambda\to+\infty}(-\lambda e^{-\lambda})=0$ ....

عناصر الإجابة (الموضـــــوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول: (05 نقاط)		
1) $1+i=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$	0,5	
2) أ) لاحقة النقطة D' هي $2i$ إذن النقطة D صامدة بالتحويل S (D مركز S)	0.25×2	
ب) تبيان أن $z'-a=\sqrt{2}\times e^{i\frac{\pi}{4}}(z-a)$	0,5	
S تشابه مباشر مركزه D نسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$	0,5	
3) أ) التحقق من أن النقطة $M_0(-3;4)$ تنتمي إلى (Δ)	0,25	05
النقط التي إحداثياتها صحيحة: $M(5k-3;-3k+4)$ / $k\in\mathbb{Z}$	0,75	
ب) صورة $M_0(-3;4)$ هي $M'_0(-5;1)$	0,25	
المستقيمان (BM'_0) و (BA) متعامدان ($\arg\left(\frac{z_{M'_0}-z_B}{z_A-z_B}\right)=\frac{\pi}{2}$ أو $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BM'_0}=0$)	0,75	
4) المستقيمان (BM) و (BA) متعامدان إذن: $\begin{cases}3x+5y=11\\ -5<x<5\\ 0<y<5\end{cases}$	0,5	
النقط المطلوبة هي $M_0(-3;4)$ و $M_1(2;1)$	0,5	
التمرين الثاني: (04,5 نقاط)		
1) $f'(x)=\frac{8x}{(x+4)^2}\ge 0$ إذن الدالة f متزايدة تماما على $[0;+\infty[$	0,5	
(أو باستعمال المنحنى المرفق)		
2) أ) تمثيل الحدود:	0,5	04,5
ب) التخمين: (U_n) متناقصة ومتقاربة نحو الصفر	0,5	
3) أ) $0\le U_0\le 3$ محققة		
نفرض $0<U_n<3$ ومنه $f(0)<f(U_n)<f(3)$	0,5	
ومنه $0\le U_{n+1}\le 3$ لأن: $f(0)=0$ و $f(3)=\frac{18}{7}<3$		
إذن لكل $n\in\mathbb{N}$ ، $0\le U_n\le 3$		
ب): $U_{n+1}-U_n=\frac{U_n(U_n-4)}{U_n+4}<0$ (لأن $0<U_n<3$)	0,5	
ومنه (U_n) متناقصة		
جـ) (U_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل فهي متقاربة	0,5	
4) أ) $7U_{n+1}-6U_n=\frac{8U_n(U_n-3)}{U_n+4}\le 0$ لأن $0\le U_n\le 3$ ومنه نستنتج أن:		
$0<U_{n+1}<\frac{6}{7}U_n$	0,5	



عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
ب) البرهان بالتراجع على أن: $0 \le U_n \le 3\left(\frac{6}{7}\right)^n$	0.75	
جـ) $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{6}{7}\right)^n=0$ لأن $0<\frac{6}{7}\le 1$ إذن $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n=0$ حسب مبرهنة الحصر	0.25	
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
1) تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ) هو: $\begin{cases} x=1-t \\ y=1+2t \\ z=3-2t \end{cases}$ حيث $t\in\mathbb{R}$	0.5	
تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ') هو: $\begin{cases} x=-t' \\ y=3 \\ z=t' \end{cases}$ حيث $t'\in\mathbb{R}$	0.5	
2) (Δ) و (Δ') ليسا من نفس المستوي لأنهما غير متوازيين وغير متقاطعين	0.75	
3) (P) يشمل $M_0(0;3;0)$ و موجه بالشعاعين $\vec{u}(-1;2;-2)$ و $\vec{v}(-1;0;1)$ ، نعين شعاعا نظاميا لـ (P) أو نكتب تمثيلا وسيطيا له ثم نستنتج المعادلة $2x-y+2z-3=0$ ...	0.75	05
4) المسافة بين M من (Δ) و (P) هي $d=2$	0.5	
5) أ) $H\left(\frac{-1}{3};\frac{1}{3};\frac{5}{3}\right)$ هي نقطة تقاطع (P) مع المستقيم الذي يشمل A و يعامد (P)........	0.5	
تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ'') : $\begin{cases} x=-\frac{1}{3}+\lambda \\ y=\frac{1}{3}-2\lambda \\ z=\frac{5}{3}-2\lambda \end{cases}$ $\lambda\in\mathbb{R}$	0.25	
ب) $(\Delta')\cap(\Delta'')=\{B(1,3,-1)\}$	0.5	
6) أ) $f(t)=BM^2=9t^2-24t+20$	0.25	
ب) $f'(t)=18t-24$ ومنه $f(t_0)=4$ ، $t_0=\frac{4}{3}$	0.25	
جـ) $d=2=\sqrt{f(t_0)}$	0.25	

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الرابع: (05.5 نقاط)		
1) أ) $\lim_{x \to 0} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$	0.25×2	05.5
$f'(x) = \frac{-1-4\ln x}{x}$	0.5	
إشارة $f'(x)$: $0 \quad - \quad e^{-\frac{1}{4}} \quad + \quad +\infty$	0.25	
جدول التغيرات :	0.25	
ب) معادلة المماس (Δ) : $y = \frac{3}{e}x - 3$	0.5	
جـ) $x = e$ و $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$ .... 	0.25×2	
رسم (C_f):	0.50	
2) أ) تغيرات الدالة g	0.75	
ب) الوضع النسبي للمنحنيين $f(x) - g(x) = 2(\ln x - 1)(\ln x + 1)$	0.25	
الإشارة : $0 \quad - \quad e^{-1} \quad - \quad e \quad + \quad +\infty$	0.25	
(C_f) أعلى (C_g) في كل من $]0;\frac{1}{e}[$ و $]e;+\infty[$ و (C_f) أسفل (C_g) في $]\frac{1}{e};e[$	0,25	
رسم (C_g):	0.25	
3) أ) $h'(x) = (\ln x)^2$ ومنه h دالة أصلية للدالة $x \mapsto (\ln x)^2$	0.25	
ب) $\int_{\frac{1}{e}}^{e}[f(x)-g(x)]dx = 2\int_{\frac{1}{e}}^{e}[(\ln x)^2-1]dx = 2[h(x)-x]_{\frac{1}{e}}^{e} = -\frac{8}{e}$	0.5	