عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول (04 نقاط) 1) أ- برهن بالتراجع أن: $u_n > \frac{1}{e}$ • نتحقق من صحة الخاصية من أجل $n=0$: $\frac{1}{e} < u_0$: $\frac{1}{e} < \frac{5}{4e}$ • نفرض من أجل عدد طبيعي n أن : $\frac{1}{e} < u_n$ و f متزايدة تماما على $[0;+\infty[$ إذن : $f\left(\frac{1}{e}\right) < f(u_n)$ و منه $\frac{1}{e} < u_{n+1}$. ب- تبيان أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{eu_n(\frac{1}{e}-u_n)}{eu_n+1}$ - ومنه و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n < 0$ إذن (u_n) متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل بالعدد $\frac{1}{e}$ فهي متقاربة .	0.25 0.25x2 0.25	1
2) اثبات أن (v_n) هندسية : من أجل كل عدد طبيعي n : $v_{n+1} = \frac{2eu_n}{eu_n-1}$: $v_{n+1} = 2v_n$: (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=2$ و $v_0=5$ و $v_n = 5\times 2^n$	0.5 0.25×2	01
3) أ- التحقق أن $v_n = 1+\frac{1}{eu_n-1}$ ، استنتاج u_n : $u_n = \frac{5\times 2^n}{e(5\times 2^n-1)}$: $\lim_{n\to+\infty} u_n = \frac{1}{e}$ ب- S_n مجموع متتالية هندسية : $S_n = 5\times\frac{2^{n+1}-1}{2-1} = 5[2^{n+1}-1]$	0.25×2 0.25 0.5	01.25
4) أ) بواقي قسمة 2^n على 7 هي $\{1;2;4\}$: $(k\in\mathbb{N})$ $2^{3k}\equiv 1[7]$ $2^{3k+1}\equiv 2[7]$ $2^{3k+2}\equiv 4[7]$ ب) $S_n\equiv 0[7]$ و منه $10\times 2^n\equiv 5[7]$ و منه $2^n\equiv 4[7]$ و إذن $n=3k+2$	0.5 0.25	0.75

01	0.5×2	**التمرين الثاني : (04 نقاط)** 1) معادلة المستوي (Q) الذي يشمل A و $\vec{n}(2;2;-1)$ شعاع ناظمي له هي : $(Q): 2x + 2y - z + 2 = 0$ ....
01	0.5×2	2) تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ) : $\vec{n}(2;2;-1)$ شعاع توجيه لـ (Δ) $\quad$ $(\Delta): \begin{cases} x = 2t \\ y = 2t \\ z = -t + 2 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ ....
01.25	0.25×2 0.5 0.25	3) أ) التحقق أن $2x - y + 2z + 5 = 0$ معادلة ديكارتية للمستوي (p) .... ب) (p) يشمل B .... $\vec{n'}(2;-1;2)$ ناظمي لـ (p) ، $\vec{n}\cdot\vec{n'} = 0$ ومنه $(p) \perp (Q)$ ....
0.75	0.25 0.25 0.25	4) أ) تعيين قيم t : $\lvert t \rvert = 1$ ب) استنتاج احداثيات C مركز سطح الكرة: $C(2;2;1)$ حساب نصف القطر r : $r = d(C;(p)) = d(C;(Q)) = 3$ (تقبل إجابات أخرى) .....
01.5	0.5×3	**التمرين الثالث : (06 نقاط)** I) حل المعادلة : $\Delta = -8$ ، $z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ ، $z_2 = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$ ....
1.25	0.5×2 0.25	II) 1) الكتابة على الشكل الأسي: $z_A = 2e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $\frac{1}{z_A} = \frac{1}{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ .... ـ لدينا : $\left(\frac{2}{z_A}\right)^{2018} = \left(e^{-i\frac{\pi}{4}}\right)^{2018} = e^{-i\frac{\pi}{2}} = -i$ ....
1.25	0.25 0.5×2	2) $z_C - z_B = -3(z_A - z_B)$ نجد $z_C = -\sqrt{2} + 3i\sqrt{2}$ ....
1.5	0.5×3	3) $z_D - z_B = -i(z_A - z_B)$ نجد $z_D = -\sqrt{2} - i\sqrt{2}$ ....
0.5	0.25 0.25	4) أ) تبيان أن $\frac{z_C - z_A}{z_D - z_A} = -i$ ـ استنتاج طبيعة المثلث ACD : المثلث قائم في A و متساوي الساقين ب) لاحقة النقطة E : $z_E - z_C = z_D - z_A$ نجد $z_E = -3\sqrt{2} + i\sqrt{2}$ ......

التمرين الرابع: (06 نقاط) f دالة معرفة على المجال $]-\infty;1[$ بـ: $f(x)=\frac{x}{x-1}e^{-x}$		
1) نهايات : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to 1^{-}} f(x)=-\infty$ $(d):x=1$ معادلة مقارب عمودي	0.5*2 0.25	01.25
2) بيان أن من أجل $x\in]-\infty;1[$: $f'(x)=\frac{(-x^2+x-1)}{(x-1)^2}e^{-x}$ من أجل $x\in]-\infty;1[$: $f'(x)<0$ ، f دالة متناقصة تماما على كل المجال $]-\infty;1[$ جدول التغيرات.	0.25 0.25 0.5	1
3) أ- معادلة المماس (T) عند 0 : $(T):y=-x$ ب- اتجاه تغير الدالة h : بيان أن من أجل $x\in]-\infty;1[$: $h'(x)=-e^{-x}+1$ من أجل $x\in]-\infty;0]$: $h'(x)\le 0$ ، h متناقصة تماما على مجال $]-\infty;0]$ من أجل $x\in[0;1[$: $h'(x)\ge 0$ ، h متزايدة تماما على مجال $[0;1[$ $h(0)=0$ قيمة حدية صغرى للدالة h على المجال $]-\infty;1[$ منه : $h(x)\ge 0$	0.5 0.25 0.25	01
4) بيان أن من أجل $x\in]-\infty;1[$: $f(x)+x=\frac{x\,h(x)}{x-1}$ - الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمماس (T) : من أجل $x\in]-\infty;0[$: المنحنى (C_f) يقع فوق المماس (T) من أجل $x\in]0;1[$: المنحنى (C_f) يقع تحت المماس (T) من أجل $x=0$ المماس (T) يخترق المنحنى (C_f) تفسير الهندسي : مبدأ المعلم O نقطة انعطاف المنحنى (C_f)	0.25 0.25 0.25	0.75
5) معادلة المستقيم $(\Delta):y=-\frac{e^2}{3}x$ و إنشاء المماس (T) ، (Δ) و المنحنى (C_f) .	0.25 0.5	0.75
6) أ- إثبات أنه من أجل $x\in[-1;0]$: $\frac{x}{x-1}\le f(x)<e^{-x}$. - لدينا من أجل $x\in[-1;0]$: $f(x)-\frac{x}{x-1}=\frac{x(e^{-x}-1)}{x-1}$ من أجل $x\in[-1;0]$: لدينا $e^{-x}-1\ge 0$ و $\frac{x}{x-1}\ge 0$ إذن $f(x)\ge\frac{x}{x-1}$ - لدينا من أجل $x\in[-1;0]$: $f(x)-e^{-x}=\frac{e^{-x}}{x-1}$ من أجل $x\in[-1;0]$: لدينا $e^{-x}>0$ و $x-1<0$ إذن $f(x)<e^{-x}$	0.5	0.5

0.5	0.25 0.25	ب- تحقق أن : $\frac{x}{x-1}=1+\frac{1}{x-1}$ لدينا من أجل $x\in[-1;0]$: $\frac{x}{x-1}\le f(x)<e^{-x}$. فإن : $\int_{-1}^{0}\left(1+\frac{1}{x-1}\right)dx \le \int_{-1}^{0} f(x)dx < \int_{-1}^{0} e^{-x}dx$ منه $\left[x+\ln(1-x)\right]_{-1}^{0} \le \int_{-1}^{0} f(x)dx < \left[-e^{-x}\right]_{-1}^{0}$ $1-\ln 2 \le \int_{-1}^{0} f(x)dx < e-1$
0.25	0.25	7) المناقشة : $f(x)=mx$ حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y=mx$ إذا كان $m\in\left]-\infty;-\frac{e^2}{3}\right[$ فإن المعادلة حلين متمايزين . إذا كان $m\in\left[-\frac{e^2}{3};-1\right[$ فإن المعادلة ثلاث حلول متمايزة . إذا كان $m\in\left[-1;+\infty\right[$ فإن المعادلة حلا وحيدا

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول: (03 نقاط) 1) من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $w_{n+1}=\frac{v_{n+1}}{u_{n+1}}+\frac{1}{2}=\frac{5}{3}\left(\frac{v_n}{u_n}+\frac{1}{2}\right)$ أي $w_{n+1}=\frac{5}{3}w_n$ و منه (w_n) متتالية هندسية أساسها $q=\frac{5}{3}$ و حدها الأول $w_0=\frac{5}{2}$.	0.25×3	0.75
2) من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $w_n=\frac{5}{2}\left(\frac{5}{3}\right)^n$.	0.25	0.75
استنتاج أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $v_n=5^{n+1}-3^n$	0.5	
3) $3^0\equiv1[8]$ ، $3^1\equiv3[8]$ ، $3^2\equiv1[8]$. إذن: من أجل كل $k\in\mathbb{N}$ ، $3^{2k}\equiv1[8]$ و $3^{2k+1}\equiv3[8]$. $5^0\equiv1[8]$ ، $5^1\equiv5[8]$ ، $5^2\equiv1[8]$. إذن : من أجل كل $k\in\mathbb{N}$ ، $5^{2k}\equiv1[8]$ و $5^{2k+1}\equiv5[8]$.	01	01
4) من أجل كل $k\in\mathbb{N}$ ، $v_{2k}\equiv4[8]$ و $v_{2k+1}\equiv6[8]$.	0.5	0.5
التمرين الثاني: (05 نقاط) I. 1) A : " سحب كرتين مختلفتين اللون ". $p(A)=\frac{C_3^1\times C_4^1}{21}=\frac{12}{21}=\frac{4}{7}$.	0.5×3	01.5
2) B : " سحب كرتين من نفس اللون " $p(B)=1-p(A)=\frac{3}{7}$	0.5×3	01.5
II) 1) تبرير قيم المتغير العشوائي X	1	01.5
ـ قانون الاحتمال للمتغير العشوائي	0.5	

	$\{B,B\}$	$\{B,N\}$	$\{N,N\}$
x_i	$100-\alpha$	$50-\alpha$	$-\alpha$
$p(X=x_i)$	$\frac{C_3^2}{21}=\frac{3}{21}$	$\frac{12}{21}$	$\frac{C_4^2}{21}=\frac{6}{21}$

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
2) تبيان أن : $E(X)=-\alpha+\frac{300}{7}$.	0.25	0.5
ـ حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب يجب أن يكون $E(X)>0$ أي: $-\alpha+\frac{300}{7}>0$ و منه $\alpha<42,85$ ، إذن أكبر قيمة لـ α هي $42DA$	0.25	

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة	
	مجزأة	مجموع
التمرين الثالث: (04 نقاط) 1) أ) $\Delta=-12=\left(2\sqrt{3}i\right)^2$ ؛ $z_1=\frac{1}{4}-\frac{\sqrt{3}}{4}i$ و $z_2=\frac{1}{4}+\frac{\sqrt{3}}{4}i$	1	1.5
ب) $\frac{1}{z_1}=1+\sqrt{3}i=2e^{i\left(\frac{\pi}{3}\right)}$ ؛ $\frac{1}{z_2}=1-\sqrt{3}i=2e^{i\left(\frac{-\pi}{3}\right)}$	0.5	
II) 1) أ) حساب $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$: $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}=e^{i\left(\frac{-\pi}{3}\right)}$ إذن المثلث ABC متقايس الأضلاع.	0.5 0.25	1.25
ب) B هي صورة C بالدوران الذي مركزه A و زاويته $\left(-\frac{\pi}{3}\right)$	0.5	
2) $T_{\overrightarrow{CB}}(A)=D$ معناه $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CB}$ أي ؛ $z_D-z_A=z_B-z_C$ و منه ؛ $z_D=4+2\sqrt{3}i$ ، الرباعي $ACBD$ معين.	0.25 0.25	0.5
3) لتكن M نقطة لاحقتها z ؛ $M\in(\gamma)$ معناه $\left\|z-(1+i\sqrt{3})\right\|=\left\|z-(1-i\sqrt{3})\right\|$ أي $BM=CM$ و بالتالي (γ) هي محور القطعة $[BC]$ (محور الفواصل).	0.5	0.5
4) G مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC أي $AG=BG=CG$ و منه $G\in(\gamma)$	0.25	0.25
التمرين الرابع: (08 نقاط) I) 1) أ) من أجل كل x من $]0;1[$ ، $g'(x)=-1+\frac{1}{x}=\frac{1-x}{x}>0$ و منه الدالة g متزايدة تماما على $]0;1[$. ب) g مستمرة و متزايدة تماما على $]0;1[$ و بالتالي على $[0,15;0,16]$ و $g(0,15)\times g(0,16)<0$ إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد α وحيد حيث $0,15<\alpha<0,16$ و $g(\alpha)=0$. 2) واستنتاج إشارة $g(x)$: x : 0 ، α ، 1 ، $+\infty$ ؛ $g(x)$: $-$ $-$ 0 $+$ $+$	1 1 0.75	2.75

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
II) 1) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-2$ ، $\lim_{x\to 1} f(x)=-\infty$. ـ (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما : $x=1$ و $y=-2$ ،	0.5 0.5	01
2) أ) تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]1;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(\frac{1}{x})}{(x-1)^2}$ ب) إشارة $f'(x)$: $\begin{array}{ccccc} 1 & & \frac{1}{\alpha} & & +\infty \\ & + & & - & \end{array}$ ـ تبيان اتجاه تغير الدالة f : ـ جدول تغيرات الدالة f .	1 1 0.5	02.5
3) دراسة الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ) . الإشارة : $f(x)+2=\frac{-1+\ln x}{x-1}$ $\begin{array}{ccccc} 1 & & e & & +\infty \\ & - & & + & \end{array}$ في المجال $]1;e[$ المنحنى (C_f) يكون تحت (Δ) ، في المجال $]e;+\infty[$ المنحنى (C_f) يكون فوق (Δ)، و لما $x=e$ فإن (C_f) يقطع (Δ) في النقطة $A(e;-2)$.	0.25 0.5	0.75
4) رسم المستقيمات المقاربة و المنحنى (C_f) .	0.5	0.5
5) $m \in \left]-f\left(\frac{1}{\alpha}\right);2\right[$ حتى تقبل المعادلة $\lvert f(x)\rvert=m$ حلين متمايزين.	0.5	0.5