التصحيح المفصل لاختبار مادة الرياضيات بكالوريا 2016 شعبة علوم التجريبية

الموضوع الأول

التمرين الأول :

1) شعاع توجيه المستوي (P) هو $\vec{v}(2;1;-1)$ شعاع توجيه المستوي (P') هو $\vec{v'}(1;-2;1)$ بما أن $\frac{-2}{1} \neq \frac{1}{2}$ فإن الشعاعان $\vec{v'}$ و $\vec{v}$ مرتبطان خطيا فإن المستويان (P) و (P') غير متوازيان فهما متقاطعان

2) (Γ) هي اتحاد المستويان المتعامدان المنصفان لزاويتان المحصورتان بين المستويين (P) و (P').

3) لدينا $d(A,(P)) = \frac{|2(1)+(2)-0+1|}{\sqrt{2^2+1^2+(-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{6}}$ و $d(A,(P')) = \frac{|(1)-2(2)+0-2|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+1^2}} = \frac{5}{\sqrt{6}}$ و منه $d(A,(P')) = d(A,(P))$ إذن $A \in (\Gamma)$ و هو المطلوب .

4) أ) المستقيم (AH) شعاع توجيهه $\vec{v}(2;1;-1)$ و يشمل النقطة A تمثيله الوسيطي هو $t \in \mathbb{R}:\ \begin{cases} x = 2+2t \\ y = 1+t \\ z = -t \end{cases}$.

المستقيم (AH') شعاع توجيهه $\vec{v'}(1;-2;1)$ و يشمل النقطة A تمثيله الوسيطي هو $t \in \mathbb{R}:\ \begin{cases} x = 2+t' \\ y = 1-2t' \\ z = t' \end{cases}$.

ب) النقطة H هي تقاطع المستقيم (AH) المستوي (P) نعوض التمثيل الوسيطي للمستقيم (AH) في المعادلة الديكارتية للمستوي (P) نجد $2(2+2t)+(1+t)-(-t)+1=0$ يكافئ $6t=-6$ و منه $t=-1$ و منه $H(0;0;1)$.

النقطة H' هي تقاطع المستقيم (AH') المستوي (P') نعوض التمثيل الوسيطي للمستقيم (AH') في المعادلة الديكارتية للمستوي (P') نجد $(2+t')-2(1-2t')+(t')-2=0$ يكافئ $6t'=2$ و منه $t'=\frac{1}{3}$ و منه $H'\left(\frac{7}{3};\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$.

5) منتصف القطعة المستقيمة $[HH']$ هو $I\left(\frac{7}{6};\frac{1}{6};\frac{2}{3}\right)$ مساحة المثلث AHH' هي $S = AI \times IH$ و لدينا

$$AI = \sqrt{\left(1-\frac{7}{6}\right)^2+\left(2-\frac{1}{6}\right)^2+\left(\frac{4}{6}\right)^2} = \frac{\sqrt{1+121+16}}{6} = \frac{\sqrt{138}}{6}$$ و

$$IH = \sqrt{\left(\frac{7}{6}\right)^2+\left(\frac{1}{6}\right)^2+\left(1-\frac{4}{6}\right)^2} = \frac{\sqrt{49+1+4}}{6} = \frac{\sqrt{54}}{6}$$ و منه $S = \frac{\sqrt{138}}{6}.\frac{\sqrt{54}}{6} = \frac{18\sqrt{23}}{36} = 2,397916$.

التمرين الثاني :.

الجزء الأول :

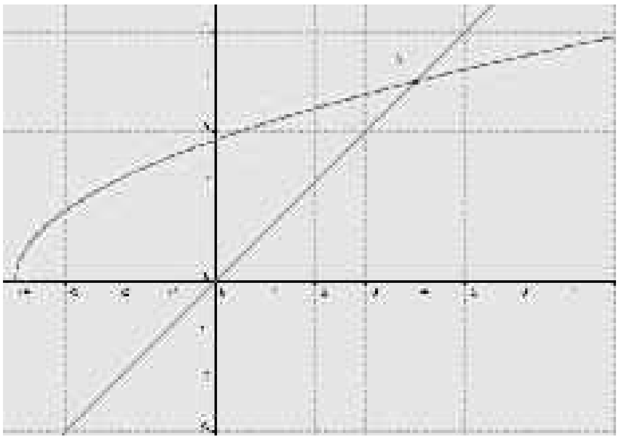
1) أ)حساب $\lim_{x\to+\infty} \sqrt{2x+8} = +\infty$.

ب)دراسة اتجاه تغير الدالة f المشتقة $f'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x+8}} = \frac{1}{\sqrt{2x+8}}$ و هي موجبة على $]0\,;\,+\infty[$ و منه fمتزايدة على هذا المجال

جدول تغيراتها

2) تعيين نقطة تقاطع (Δ) و (C) : نحل المعادلة $x = \sqrt{2x+8}$ يكافئ $x^2 = 2x+8$ أي ان $x^2-2x-8=0$ نحسب المميز $\Delta = 36$ للمعادلة حلين $\begin{cases} x = 4 \\ \text{أو} \\ x = -2 \end{cases}$ الحل المقبول هو $x = 4$ و منه $A(4;4)$ نقطة التقاطع المطلوبة .

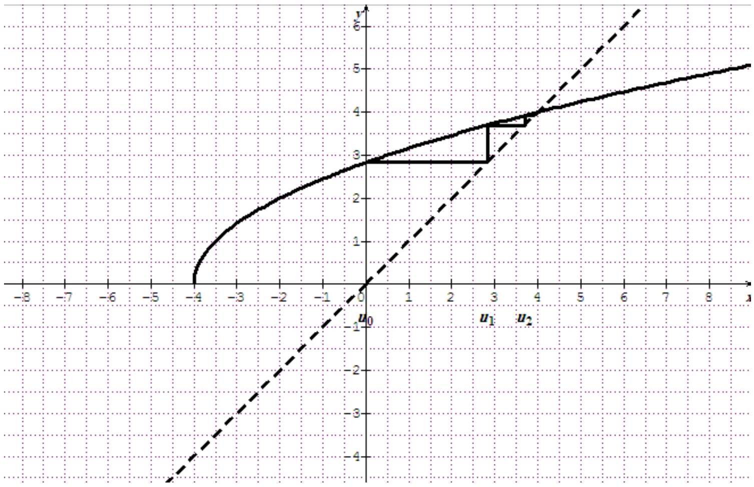
******************************الأستاذ: جواليل أحمد**********************



3) رسم المنحنى .

الجزء الثاني :

1) تمثيل الحدود



2) التخمين نلاحظ من المثيل ان (u_n) المتتالية متزايدة و هي متقاربة نحو 4 فاصلة نقطة تقاطع (C) و المنصف الأول .

3) أ)البرهان بالتراجع : لدينا $0 \le u_0 \le 4$ محققة .

نفرض ان $0 \le u_n \le 4$ و لنبرهن $0 \le u_{n+1} \le 4$

$0 \le u_n \le 4$ يكافئ ان $f(0) \le f(u_n) \le f(4)$ لان الدالة f متزايدة على المجال $[0;4]$ و منه

$0 \le 2\sqrt{2} \le f(u_n) \le 4$ إذن $0 \le u_{n+1} \le 4$ و منه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $0 \le u_n \le 4$.

ب)دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n)

لدينا $u_{n+1} - u_n = \sqrt{2u_n+8} - u_n = \frac{(\sqrt{2u_n+8}+u_n)(\sqrt{2u_n+8}-u_n)}{\sqrt{2u_n+8}+u_n} = \frac{2u_n+8-u_n{}^2}{\sqrt{2u_n+8}+u_n} = \frac{(4-u_n)(2+u_n)}{\sqrt{2u_n+8}+u_n}$ بما أن

$0 \le u_n \le 4$ فإن $u_{n+1} - u_n \ge 0$ إذن المتتالية متزايدة .

ج)لدينا $(4-u_{n+1}) = 4 - \sqrt{2u_n+8} = \frac{(4+\sqrt{2u_n+8})(4-\sqrt{2u_n+8})}{(4+\sqrt{2u_n+8})} = \frac{16-2u_n-8}{(4+\sqrt{2u_n+8})} = 2\frac{4-u_n}{(4+\sqrt{2u_n+8})}$ و منه

$(4-u_{n+1}) \le \frac{2}{4}(4-u_n)$ أي ان $(4-u_{n+1}) \le \frac{1}{2}(4-u_n)$ و هو المطلوب .

مما سبق نجد $(4-u_n) \le \frac{1}{2}(4-u_{n-1}) \le \frac{1}{2^2}(4-u_{n-2}) \le \frac{1}{2^3}(4-u_{n-3}) \le \cdots \le \frac{1}{2^n}(4-u_0)$

أي أن $(4-u_n) \le \frac{1}{2^n}(4-u_0)$ أي $(4-u_n) \le \frac{4}{2^n}$ و هو المطلوب

د) حساب النهاية لدينا $0 \le (4-u_n) \le \frac{4}{2^n}$ بالمرور الى النهاية نجد $\lim_{n\to+\infty}(4-u_n) \le \lim_{n\to+\infty}\frac{4}{2^n}$ بما ان $\lim_{n\to+\infty}\frac{4}{2^n} = 0$

فإن

$\lim_{n\to+\infty}(4-u_n) = 0$ و منه نهاية المتتالية هي 4 .

****************************الأستاذ: جواليل أحمد**********************

التمرين الثالث :

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z' = z$ أي ان $\frac{z-2}{z-1} = z$ يكافئ $\begin{cases} z \neq i1 \\ z^2 - 2z + 2 = 0 \end{cases}$ نحسب المميز $\Delta = -4$ للمعادلة حلين هما $\begin{cases} z' = 1+i \\ z'' = 1-i \end{cases}$.

2) أ) الكتابة على الشكل الأسي $\frac{z_2}{z_1} = \frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)^2}{2} = i = e^{\frac{\pi}{2}i}$. ب) لدينا مما سبق $z_2 = e^{\frac{\pi}{2}i} z_1$ و منه النقطة B صورة النقطة A بالدوران الذي زاويته $\frac{\pi}{2}$ و مركزه O .

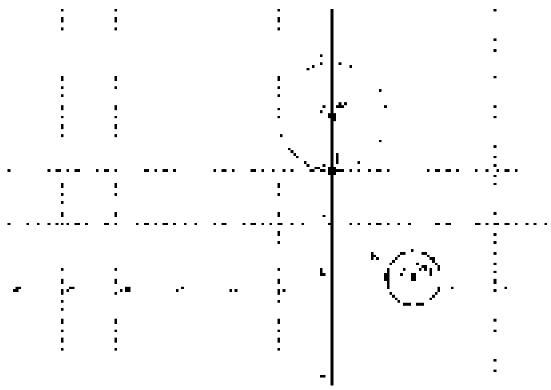
3) (Γ) مجموعة النقط M حيث M' أي أن z' عدد تخيلي صرف أي $\frac{z-2}{z-1}$ عدد تخيلي صرف نضع $z = x + iy$

لدينا $\frac{z-2}{z-1} = \frac{(\bar{z}-1)(z-2)}{(\bar{z}-1)(z-1)} = \frac{\bar{z}.z-2\bar{z}-z+2}{\bar{z}.z-\bar{z}-z+1}$ و منه $\frac{z-2}{z-1} = \frac{x^2+y^2-2x+2yi-x-iy+2}{x^2+y^2-2x+1} = \frac{x^2+y^2-3x+2}{x^2+y^2-2x+1} + \frac{y}{x^2+y^2-2x+1}i$ تخيلي صرف يعني $\begin{cases} x^2+y^2-3x+2=0 \\ x^2+y^2-2x+1 \neq 0 \end{cases}$ يكافئ $\begin{cases} \left(x-\frac{3}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{1}{4} \\ (x-1)^2 + y^2 \neq 0 \end{cases}$ مجموعة النقط هي الدائرة التي مركزها $\omega\left(\frac{3}{2};0\right)$ و نصف قطرها $\frac{1}{2}$ بإستثناء النقطة $K(1;0)$.

4) أ) تعيين طبيعة $S = hoR$ هو التشابه الذي مركزه O و نسبته 2 و زاويته $\frac{\pi}{2}$.

ب) العبارة المركبة للتحويل $S = hoR$ هي $z' = 2e^{\frac{\pi}{2}i}z$ أي $z' = 2iz$.

ج)مجموعة النقط (Γ') صورة (Γ) بالتحويل S هي عن دائرة مركزها ω' حيث $S(\omega) = \omega'$ و منه $\omega'(0;3)$ و نصف قطرها 1 بإستثناء النقطة $K'(0;2)$ (حيث $S(K) = K'$) .



التمرين الرابع :

الجزء الأول :

1) دراسة اتجاه تغير g لدينا المشتقة $g'(x) = 2x - \frac{1}{x} = \frac{2x^2-1}{x}$ إشارتها من إشارة البسط

x	0		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		$+\infty$
إشارة $g'(x)$		$-$	0	$+$	

و منه g متزايدة على المجال $\left[\frac{\sqrt{2}}{2};+\infty\right[$ و متناقصة على المجال $\left]0;\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$.

حساب $g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$: $g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 1 - \ln\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{3+ln2}{2}$ و هو عدد موجب .و بما أن g متزايدة على المجال $\left[\frac{\sqrt{2}}{2};+\infty\right[$ و متناقصة على المجال $\left]0;\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ فإن $g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ قيمة حدية صغرى إذن $g(x)$ موجبة على المجال $]0;+\infty[$.

******************************الأستاذ: جواليل أحمد **********************

الجزء الثاني :

1) حساب النهايات $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{lnx}{x}-1\right]=-\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{lnx}{x}+x-1\right]=+\infty$

2) أ) المشتقة على المجال $]0;+\infty[$ هي $f'(x)=\frac{\frac{1}{x}\times x-lnx}{x^2}+1=\frac{x^2-1-lnx}{x^2}=\frac{g(x)}{x^2}$.

ب) جدول تغيراتها

بما ان $g(x)$ موجبة على المجال $]0;+\infty[$ فإن f متزايدة على هذا المجال

x	0 $\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$
$f(x)$	$-\infty$ $\nearrow$ $+\infty$

3) كتابة معادلة المماس (T) هي $y=f'(1)(x-1)+f(1)$ و لدينا $f(1)=0$ و $f'(1)=2$

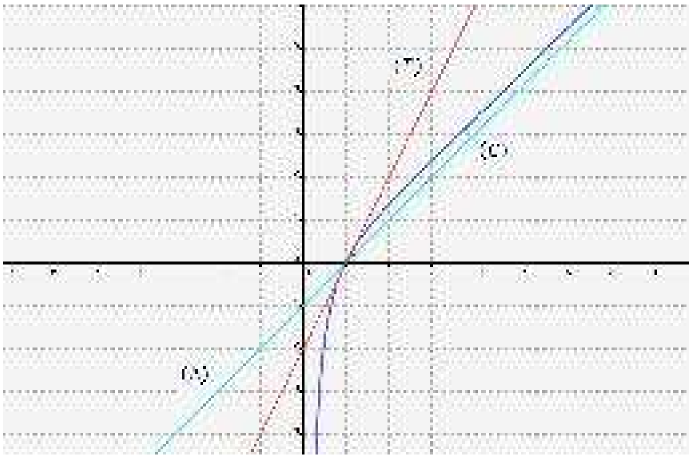
إذن المعادلة هي $y=2x-2$

4) أ) لدينا $f(x)-x+1=\frac{lnx}{x}$ و نهاية الفرق عند $+\infty$ يساوي الصفر حسب التزايد المقارن و منه $y=x-1$ معادلة المستقيم (Δ)المقارب المائل للمنحنى (C) ...

ب) دراسة وضعية (C) و (Δ) لدينا $f(x)-y=\frac{lnx}{x}$ هذا الفرق موجب على المجال $]1;+\infty[$ و منه يكون (C) يقع فوق (Δ) على هذا المجال

و الفرق سالب على المجال $]0;1[$ و منه (C) يقع تحت (Δ) على هذا المجال.

5) رسم البيان و المستقيم المقارب و المماس



6) أ)النقطة $A(1;0)$ تنتمي إلى (Δ_m) يعني ان $0=m(1)-m$ محققة (بتعويض إحداثيات A في المعدلة (Δ_m)).

ب)المناقشة بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=mx-m$ المناقشة دائرية

لما $m\in]-\infty;1]$ نلاحظ ان المستقيم (Δ_m) و (C) يتقاطعان في نقطة و حيدة A إذن المعادلة تقبل حل وحيد هو 1.

لما $m\in]1;2[$ نلاحظ ان المستقيم (Δ_m) و (C) يتقاطعان في نقطتان إذن المعادلة تقبل حلين .

لما $m=2$ نلاحظ ان المستقيم (Δ_m) و (C) يتقاطعان في نقطة و حيدة A إذن المعادلة تقبل حل وحيد هو 1

لما $m\in]2;+\infty[$ نلاحظ ان المستقيم (Δ_m) و (C) يتقاطعان في نقطتان إذن المعادلة تقبل حلين ..

7) أ- الدالة الأصلية لدالة $x\mapsto\frac{lnx}{x}$ هي الدالة $x\mapsto\frac{(lnx)^2}{2}$ على المجال $]0;+\infty[$

ب)حساب مساحة الحيز I_n :

$I_n=\int_1^n f(x)dx=\int_1^n\left[\frac{lnx}{x}+x-1\right]dx=\left[\frac{(lnx)^2}{2}+\frac{1}{2}x^2-x\right]_1^n=\frac{(ln(n))^2}{2}+\frac{1}{2}n^2-n+\frac{1}{2}$ ......

ج)لدينا $I_1=0$ و $I_2=\frac{(ln2)^2}{2}+\frac{1}{2}$ و $I_3=\frac{(ln3)^2}{2}+2$ و منه $n_0=3$ و هي أصغر قيمة للعدد الطبيعي n حيث $I_n>2$ لان $I_1<2$ و $I_2<2$ و $I_3>2$.

التصحيح المفصل لاختبار مادة الرياضيات بكالوريا 2016 شعبة علوم التجريبية

الموضوع الثاني

التمرين الأول :

1) أ) التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ') و الذي يشمل A و شعاع توجيهه $\vec{u}(-2;1;1)$ و هو $\begin{cases} x=-2t+5 \\ y=t-1 \\ z=t-2 \end{cases}$.

ب) المستقيم (Δ') شعاع توجيهه $\vec{u}(-2;1;1)$ و المستقيم(Δ) شعاع توجيهه $\vec{v}(3;2;4)$

و نلاحظ أن$\vec{u}.\vec{v}=-6+2+4=0$ و منه $\vec{u}\perp\vec{v}$ و منه $(\Delta)\perp(\Delta')$.

$C\in(\Delta)$ تعني ان الجملة $\begin{cases} 1=1+3k \\ 1=1+2k \\ 0=4k \end{cases}$ حل وحيد k و منه $k=0$ محققة

$C\in(\Delta')$ تعني ان الجملة $\begin{cases} 1=-2t+5 \\ 1=t-1 \\ 0=t-2 \end{cases}$ حل وحيد t و منه $t=2$ محققة إذن C هي نقط تقاطعهما.

2) أ) الشعاع $\vec{n}(2;11;-7)$ ناظيمي على المستوي (P) المعين بالمستقيمين(Δ) و (Δ') يعني انه عمودي على شعاعي توجيهاهما

$\vec{n}.\vec{v}=2(3)+11(2)-7(4)=6+22-28=0$ و

$\vec{n}.\vec{u}=2(-2)+11(1)-7(1)=-4+11-7=0$ محققة .

ب)النقطة C هي المسقط العمودي للنقطة B على (P) يعني أن الشعاع $\overrightarrow{BC}(-2\,;-11;7)$ مرتبط خطيا مع الشعاع $\vec{n}(2;11;-7)$ وهذا محقق لأن $\overrightarrow{BC}=-\vec{n}$.

3) أ) إثبات أن المجموعة (P') هي مستوي من الجملة نستنتج ان (P') معين بالشعاعين $\vec{v_1}(0;12;-6)$ و $\vec{v_2}(1;9;-11)$ و هما شعاعان غير مرتبطان خطيا لأن $\frac{-6}{-11}\neq\frac{12}{9}$ و يمر من النقطة $K(3;12;-7)$ فهو مستوي .التحقق من ان $13x-y-2z-41=0$ هي معادلة (P') بتعويض الجملة في المعادلة الديكارتية نجد $13(3-\beta)-(12+12\alpha+9\beta)-2(-7-6\alpha-11\beta)-41=0$ و هي محققة .

ب) ايجاد نقطة تقاطع (P') مع (Δ) نعويض التمثيل الوسيطي للمستقيم في المعادلة الديكارتية للمستوي و نحاول إيجاد الوسيط

$13(1+3k)-(1+2k)-2(4k)-41=0$ و منه نجد $29k=29$ و منه $k=1$ و منه بالتويض في التمثيل الوسيطي نجد ان $D(4;3;4)$.

ايجاد نقطة تقاطع (P') مع (Δ') نعويض التمثيل الوسيطي للمستقيم في المعادلة الديكارتية للمستوي و نحاول إيجاد الوسيط

$13(-2t+5)-(t-1)-2(t-2)-41=0$ و منه نجد $-29t=29$ و منه $t=-1$ و منه بالتويض في التمثيل الوسيطي نجد ان $E(7;-2;-3)$.

ج)حساب حجم رباعي الوجوه $BCDE$ و هي $S=\frac{BC\times CD\times CE}{6}=\frac{\sqrt{174}.\sqrt{29}.\sqrt{54}}{6}=\frac{\sqrt{6\times29}.\sqrt{29}.\sqrt{9\times6}}{6}=\frac{6\times29\times3}{6}=87$

التمرين الثاني :

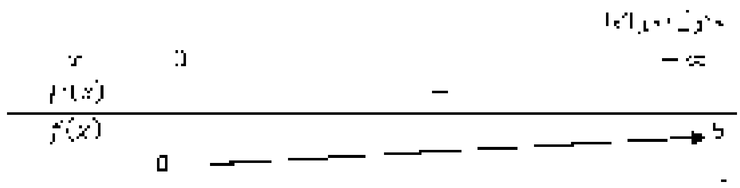
الجزء الأول :

1) أ) حساب النهاية

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{5x}{x+2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{5x}{x}=5$$

ب)دراسة اتجاه تغبر f المشتقة $f'(x)=\frac{10}{(x+2)^2}$ و هي موجبة على المجال $]0\,;+\infty[$ إذن f متزايدة على هذا المجال .

*****************************الأستاذ: جواليل أحمد**********************



2) نلاحظ من جدول تغيراتها ان 0 قيمة حدية صغرى و منه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0\,;+\infty[$ فإن $f(x)\geq 0$.

الجزء الثاني :

1) أ) البرهان بالتراجع لدينا $1\leq u_0\leq 3$ محققة .

نفرض ان $1\leq u_n\leq 3$ و لنبرهن ان $1\leq u_{n+1}\leq 3$

$1\leq u_n\leq 3$ بما أن f متزايدة على $[1;3]$ فإن $f(1)\leq f(u_n)\leq f(3)$ أي ان $1\ \leq \frac{5}{3}\leq f(u_n)\leq 5$

إذن $1\leq u_{n+1}\leq 3$ و منه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $1\leq u_n\leq 3$.

ب)اتجاه تغير المتتالية (u_n) لدينا الفرق $u_{n+1}-u_n=\frac{5u_n}{u_n+2}-u_n=\frac{5u_n-u_n{}^2-2u_n}{u_n+2}=\frac{-u_n{}^2+3u_n{}^2}{u_n+2}=\frac{u_n.(-u_n+3)}{u_n+2}$ عدد موجب لان $1\leq u_n\leq 3$ و منه المتتالية متزايدة و بما انها محدودة من الأعلى فهي متقاربة .

2) أ) لدينا $v_{n+1}=1-\frac{3}{u_{n+1}}=1-\frac{3}{\left(\frac{5u_n}{u_n+2}\right)}=1-\frac{3u_n+6}{5u_n}=\frac{2u_n-6}{5u_n}=\frac{2}{5}\left(\frac{u_n-3}{u_n}\right)=\frac{2}{5}\left(1-\frac{3}{u_n}\right)=\frac{2}{5}v_n$ إذن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{5}$ و حدها الأول $v_0=1-\frac{3}{u_0}=1-3=-2$.

ب) عبارة الحد العام v_n هي $v_n=-2\left(\frac{2}{5}\right)^n$. و لدينا $u_n=\frac{3}{1-v_n}=\frac{3}{1+2\left(\frac{2}{5}\right)^n}$.

ج) حساب النهاية $lim(u_n)=3$.

3) كتابة S_n لدينا $S_n=\frac{1}{u_0}+\frac{1}{u_1}+\cdots+\frac{1}{u_n}=\left(\frac{1-v_0}{3}\right)+\left(\frac{1-v_1}{3}\right)+\cdots+\left(\frac{1-v_n}{3}\right)$

أي ان $S_n=\frac{n+1}{3}-\frac{(v_0+v_1+\dots+v_n)}{3}=\frac{n+1}{3}+\frac{2\left(\frac{\left(\frac{2}{5}\right)^{n+1}-1}{\left(\frac{2}{5}\right)-1}\right)}{3}=\frac{n+1}{3}+\frac{10\left(\left(\frac{2}{5}\right)^{n+1}-1\right)}{9}$.

التمرين الثالث :

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $\left(z-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i\right)\left(z^2+\sqrt{3}z+1\right)=0$ تكافئ $\begin{cases} z-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i=0 \\ z^2+\sqrt{3}z+1=0 \end{cases}$ يكافئ $\begin{cases} z=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i \\ z^2+\sqrt{3}z+1=0 \end{cases}$

نحسب مميز المعادلة الثانية $\Delta=-1$ للمعادلة حلين هما $\begin{cases} z'=-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i \\ \text{و} \\ z''=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i \end{cases}$ ..

******************************الأستاذ: جواليل أحمد**********************

2) الكتابة على الشكل الأسي $z_A = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ لدينا $|z_A| = 1$ و $\begin{cases} cos\theta_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin\theta_1 = \frac{1}{2} \end{cases}$ و منه $\theta_1 = \frac{\pi}{6}$ و منه $z_A = e^{\frac{\pi}{6}i}$.

الكتابة على الشكل الأسي $z_B = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ لدينا $|z_B| = 1$ و $\begin{cases} cos\theta_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin\theta_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$ و منه $\theta_2 = \frac{5\pi}{6}$ و منه $z_B = e^{\frac{5\pi}{6}i}$

الكتابة على الشكل الأسي $z_C = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ لدينا $|z_C| = 1$ و $\begin{cases} cos\theta_3 = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin\theta_3 = -\frac{1}{2} \end{cases}$ و منه $\theta_2 = \frac{7\pi}{6}$ و منه $z_C = e^{\frac{7\pi}{6}i}$.

ب)نفرض ان S تشابه حيث عبارته المركبة $z' = az + b$ حيث $S(C) = A$, $S(B) = B$ أي ان $z_A = az_C + b$

و $z_B = az_B + b$ و منه $a = \frac{z_A - z_B}{z_C - z_B} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i+\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i}{-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i+\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i} = \frac{\sqrt{2}}{-i} = i\sqrt{2}$

و $b = z_B - az_B = z_B(1-a) = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)(1 - i\sqrt{2}) = \frac{-\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2} + \frac{1+\sqrt{6}}{2}$ و منه

$z' = i\sqrt{2}z + \frac{-\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2} + \frac{1+\sqrt{6}}{2}$ إذن S هو التشابه الذي نسبته $|i\sqrt{2}| = \sqrt{2}$ و زراويته $arg(i\sqrt{2}) = \frac{\pi}{2}$ و مركزه B.

3) أ) يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع يعني ان $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ أي أن $z_B - z_A = z_C - z_D$

و منه $z_D = -z_B + z_A + z_C = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ اي $z_D = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$.

ب)تعيين مجموعة النقط $M(z)$ حيث $|z - z_A| = |\bar{z} - z_B|$ و هذا يكافئ $|z - z_A| = |z - \overline{z_B}|$ لأن $|\bar{z} - z_B| = \left|\overline{\bar{z} - z_B}\right|$

أي ان $|z - z_A| = |z - z_C|$ و هذا يعني $AM = CM$ و منه مجموعة النقط هي محور القطعة المستقيمة $[AC]$

ج)تعيين المجموعة (Γ) مجموعة النقط $M(z)$ حيث $z = z_B + \sqrt{3}e^{i\theta}$ لما θ تمسح $\mathbb{R}$ يكافئ $z - z_B = \sqrt{3}e^{i\theta}$

هذا يعني أن $|z - z_B| = \sqrt{3}$ أي ان $BM = \sqrt{3}$ مجموعة النقط M هي الدائرة التي مركزها B و نصف قطرها $\sqrt{3}$.

لدينا $BA = \sqrt{\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{3}$ و منه A نقطة من (Γ) .

التمرين الرابع :

الجزء الأول :

1) أ) حساب النهايات

$$\lim_{x\to-\infty} g(x) = \lim_{x\to-\infty} [1 + (x^2 + x - 1)e^{-x}] = \lim_{x\to-\infty} [1 + x^2e^{-x}] = +\infty$$
$$\lim_{x\to+\infty} g(x) = \lim_{x\to+\infty} [1 + (x^2 + x - 1)e^{-x}] = \lim_{x\to+\infty} [1 + x^2e^{-x}] = 1$$

حسب التزايد المقارن .

ب)دراسة اتجاه تغير الدالة g . المشتقة $g'(x) = (2x+1)e^{-x} - (x^2 + x - 1)e^{-x} = (-x^2 + x + 2)e^{x}$ *إشارتها من*

إشارة $(-x^2 + x + 2)$ *و هذه العبارة تنعدم عند العددين* -1 و 2 و منه

جدول الاشارة هو

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

و منه g متناقصة على المجالين $]-\infty; -1]$ و $[2; +\infty[$ و متزايدة على المجال $[-1; 2]$.

****************************الأستاذ: جواليل أحمد**********************

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	1 e	↗	$1-5e^{-2}$	↘	1

جدول تغيراتها

2) أ) لدينا $g(-1{,}52) = 0{,}041662$ و $g(-1{,}51) = -0{,}0407$ و الدالة مستمرة على المجال $]-1{,}52; -1{,}51[$ و متناقصة على هذا المجال فحسب نظرية القين المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا و حيد α من هذا المجال و لدينا $g(0) = 0$ و منه المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين إحداهما معدوم والأخر α و لا يوجد مجال أخر تغير فيه الدالة g إشارتها .

ب)من جدول تغيرات الدالة g نستنتج أن

x	$-\infty$		α		0		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

الجزء الثاني :

1) أ) حساب النهايات

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} [-x + (x^2+3x+2)e^{-x}] = \lim_{x\to+\infty} [-x + \overset{0}{x^2e^{-x}}] = -\infty$$
$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} [-x + (x^2+3x+2)e^{-x}] = \lim_{x\to-\infty} x[-1 + \overset{+\infty}{xe^{-x}}] = +\infty$$

حسب التزايد المقارن

ب) حساب المشتقة $f'(x) = -1 + (2x+3)e^{-x} - (x^2+3x+2)\,e^{-x} = -1 - (x^2+x-1)\,e^{-x} = -g(x)$.

ج) جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$		α		0		$+\infty$
$f'(x)$			0		0		
$f(x)$	$+\infty$	↘	0.38	↗	2	↘	$-\infty$

د)تعيين

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h} = f'(\alpha) = 0$$

وذالك من جدول تغيرات الدالة f وهذا يعني أن المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة α موازي لحامل محور الفواصل و هو التفسير الهندسي .

2) أ) لدينا

$$\lim_{x\to+\infty} [f(x) + x] = \lim_{x\to+\infty} (x^2+3x+2)e^{-x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2}{e^x} = 0$$

حسب التزايد المقارن . و منه $y = -x$ معادلة المستقيم (Δ) المقارب جهة $+\infty$....

ب) دراسة الوضعية بين (C_f) و (Δ) ندرس إشارة الفرق $f(x) + x = (x^2+3x+2)e^{-x}$ و إشارتها من إشارة x^2+3x+2 و التي تنعدم عند العددين -1 , -2 .

x	$-\infty$		-2		-1		$+\infty$
$f(x)+x$		$+$	0	$-$	0	$+$	
الوضعية		(C_f) فوق (Δ)	(Δ) يقطع (C_f)	(C_f) تحت (Δ)	(Δ) تقطع (C_f)	(C_f) فوق (Δ)	

***************************** الأستاذ: جواليل أحمد **********************

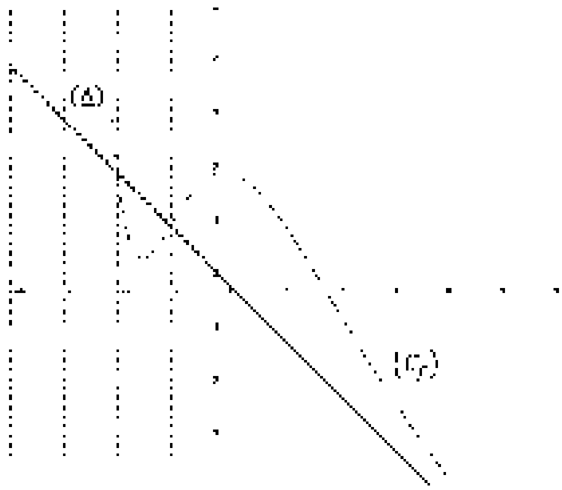
ج) لدينا $f'(x) = -g(x)$ و منه $f''(x) = -g'(x) = -(-x^2 + x + 2)e^x = (x^2 - x - 2)e^x$ و منه f'' تنعدم عند العددين 2 و -1 و اشارتها كما يلي

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

و منه المنحنى (C_f) يقبل نقطتي إنعطاف فاصلتاهما -1 و 2 . لأن f'' تنعدم و تغير إشارتها عند العددين السابقين

و هما $A(-1\,;1)$ و $B(2\,;-2 + 12e^{-2})$.

د) رسم المنحنى (C_f) و المستقيم المقارب (Δ)



هـ) المناقشة بيانيا حسب قيم m لعدد و اشارة حلول المعادلة

$(m - x)e^x + (x^2 + 3x + 2) = 0$ يكافئ $-m = -x + (x^2 + 3x + 2)e^{-x}$ و يكافئ $-m = f(x)$ حلها بيانيا يعني ايجاد فواصل نقاط تقاطع المستقيم (Δ_m) ذو المعادلة $y = -m$ و المنحنى (C_f) .

لما $m \in]-f(\alpha); +\infty[$ *فإن* (C_f) *و* (Δ_m) *يتقاطعان في نقطة وحيدة فاصلتها موجبة و منه المعادلة تقبل حل وحيد موجب*

لما $m = -f(\alpha)$ *فإن* (C_f) و (Δ_m) يتقاطعان في نقطتين نقطة فاصلتها موجبة و الأخر فاصلتها سالبة و منه المعادلة تقبل حلين مختلفين في الإشارة .

لما $m \in]-2; -f(\alpha)[$ *فإن* (C_f) و (Δ_m) يتقاطعان في ثلاثة نقاط نقطتان فاصلتهما موجبان الآخرة فاصلتها سالبة و منه المعادلة تقبل ثلاثة حلول خلين سالبين و حل موجب .

لما $m = -2$ *فإن* (C_f) و (Δ_m) يتقاطعان في نقطتين احدهما فاصلته معدومة و الآخرة فاصلتها سالبة و منه المعادلة تقبل حلين إحداهما معدوم و الأخر سالب .

لما $m \in]-\infty; -2[$ *فإن* (C_f) و (Δ_m) لا يتقاطعان و منه المعادلة لا تقبل حلول.

الجزء الثالث :

1) تعيين الأعداد $a\,; b; c$ حتى تكون H دالة أصلية لدالة h حيث $H(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$ و $h(x) = x + f(x)$
نحسب مشتقة H

هي $H'(x) = (2ax + b)e^{-x} - (ax^2 + bx + c)e^{-x} = x + [-x + (-ax^2 + (2a - b)x + b - c)e^{-x}]$

$h(x) = x + [-x + (x^2 + 3x + 2)e^{-x}]$ بالمطابقة نجد $\begin{cases} -a = 1 \\ (2a - b) = 3 \\ b - c = 2 \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} a = -1 \\ b = -5 \\ c = -7 \end{cases}$

و منه $H(x) = (-x^2 - 5x - 7)e^{-x}$ ....

1) أ) حساب التكامل التالي $A(\lambda) = \int_0^{\lambda} h(x)dx = [(-x^2 - 5x - 7)e^{-x}]_0^{\lambda} = (-\lambda^2 - 5\lambda - 7)e^{-\lambda} + 7$ ... و تفسيرها الهندسي و هو مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $x = 0$ و $x = \lambda$.

ب) حساب النهاية $\lim\limits_{\lambda \to +\infty} A(\lambda) = \lim\limits_{\lambda \to +\infty} [(-\lambda^2 - 5\lambda - 7)e^{-\lambda} + 7] = 7$

*************************الأستاذ: جواليل أحمد******************************

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول: (4 نقاط) 1- أ) التحقق أن $2\sqrt{3}$ هو جذر لكثير الحدود $P(z)$: $P(2\sqrt{3})=0$	0,25	01,50
ب) إيجاد a و b : $a=2\sqrt{3};b=12$ $\quad P(z)=(z-2\sqrt{3})(z^2+2\sqrt{3}z+12)$	0,50	
جـ) حلول المعادلة $P(z)=0$ في $\mathbb{C}$ هي : $S=\{2\sqrt{3};-\sqrt{3}+3i;-\sqrt{3}-3i\}$	0,75	
2- أ) كتابة على الشكل الجبري العدد المركب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$: $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$	0,50	02,00
ب) لدينا $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=e^{i\frac{\pi}{3}}$ أي $(z_C-z_A)=e^{i\frac{\pi}{3}}(z_B-z_A)$ ومنه C هي صورة B بالدوران r الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{3}$	0,50	
جـ) المثلث ABC متقايس الأضلاع لأن $AC=AB$ و $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})=\frac{\pi}{3}$.	0,25	
د) تعيين z_D : لدينا $t_{\overrightarrow{AB}}(C)=D$ يعني $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ أي أن $z_D=2\sqrt{3}-6i$ - الرباعي $ABDC$ معين	0,75	
3) المجموعة (Γ) هي حامل محور الفواصل باستثناء النقطة O	0,50	00,50
التمرين الثاني: (4 نقاط)		
1- أ) التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) هو: $(t\in\mathbb{R})$; $\begin{cases}x=1+2t\\y=t\\z=2-t\end{cases}$	0,50	01,00
ب) لدينا $\vec{u}_{(\Delta')}\neq k\vec{u}$ و $\begin{cases}\lambda=1+2t\\4+\lambda=t\\2-\lambda=2-t\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}5=-2\\\lambda=-2\\t=2\end{cases}$ المستقيمان (Δ) و (Δ') ليسا من نفس المستوي	0,50	
2- أ) بيان أن $B(-1;3;1)$ هي المسقط العمودي لـ A على المستقيم (Δ')	0,50	01,50
ب) التحقق أن المستقيم (AB) عمودي على كل من (Δ) و (Δ') يكفي أن نبين أن المستقيم $\overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}=0$ ، $\overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}_{(\Delta')}=0$.	0,50	
جـ) استنتاج المسافة بين المستقيمين (Δ) و (Δ') : $d((\Delta);(\Delta'))=\sqrt{14}$	0,50	
3) أ) التحقق أن $N\in(\Delta')$ كتابة عبارة $h(t)$ بدلالة t : $h(t)=3t^2-6t+17$	0,25 0,50	01,50
ب) استنتاج قيمة العدد الحقيقي t التي يكون من أجلها المسافة AN أصغر ما يمكن $h'(t)=6t-6$ من أجله تنعدم $h'(t)=0$ معناه $6t-6=0$ معناه $t=1$ المقارنة بين القيمة الصغرى للدالة h والمسافة AB : لدينا $AB=\sqrt{h(1)}=\sqrt{14}$	0,50 + 0,25	

التمرين الثالث: (05 نقاط) 1- أ) تبيين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال I من أجل كل x من I ، $f'(x)=\frac{169}{(9x+13)^2}>0$ ، ومنه الدالة f متزايدة تماما على المجال I	0,5	01,00
ب) تبيين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال I ، فإن $f(x)$ ينتمي إلى I. الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0;4]$ ومنه من أجل $x\in[0;4]$ فإن: $f(x)\in[f(0);f(4)]$ أي أن $f(x)\in\left[0;\frac{52}{49}\right]$ ، $\left[0;\frac{52}{49}\right]\subset[0;4]$ إذن من أجل $x\in[0;4]$ فإن $f(x)\in[0;4]$.	0,5	
2) أ) البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0\le u_n\le 4$. ب) دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، المتتالية (u_n) متناقصة تماما. - المتتالية متقاربة لأنها متناقصة ومحدودة من الأسفل .	1 + 1	02,00
3) تبيان أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n\neq 0$	0,25	00,25
4) أ) البرهان أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_0 . (v_n) متتالية حسابية أساسها $r=9$ وحدها الأول $v_0=\frac{21}{4}$.	0,50 + 0,25	1,75
ب) كتابة v_n بدلالة n : $v_n=v_0+nr$ ومنه $v_n=\frac{21}{4}+9n$	0,25	
ج) البرهان أنه من أجل كل عدد طبيعي $u_n=\frac{52}{36n+13}$ ، و $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=0$	0,75	

التمرين الرابع: (07 نقاط) I. 1) دراسة تغيرات الدالة g ، ثم تشكيل جدول تغيراتها . $\lim\limits_{x\to-1}g(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=+\infty$ الدالة g قابلة للاشتقاق على $]-1;+\infty[$ ، ولدينا: $g'(x)=e^x+\frac{2}{x+1}$ ومنه الدالة g متزايدة تماما على $]-1;+\infty[$ ، جدول التغيرات	0,25 × 5	01,25
2) تبيين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-0,34<\alpha<-0,33$ (مبرهنة القيم المتوسطة)	0,50	00,50
3) استنتاج إشارة $g(x)$ من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$. $g(x)\le 0$ من أجل $x\in]-1;\alpha]$ ، $g(x)\ge 0$ من أجل $x\in[\alpha;+\infty[$	0,50	00,50

1) أ) اثبات $\lim\limits_{x \to -1^{>}} f(x) = -\infty$ وحساب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ، وتفسير النتيجتين هندسيا: لدينا: $\lim\limits_{x \to -1^{>}} f(x) = -\infty$ ومنه $x = -1$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) لدينا: $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ ومنه محور الفواصل مستقيم مقارب لـ (C_f) عند $+\infty$	0,25 × 4	02.50
ب) تبيين أنه من أجل كل x من $]-1;+\infty[$ ، $f'(x) = \frac{-g(x)}{(x+1)^2}$.	0,50	
ج) دراسة اتجاه تغير الدالة f على $]-1;+\infty[$ ، الدالة f متناقصة تماما على $[\alpha;+\infty[$ ، ومتزايدة تماما على $]-1;\alpha]$ ثم تشكيل جدول تغيراتها	0,50	
د) انشاء المنحنى (C_f) .	0,50	
2- أ) تبيين أن الدالة $x \mapsto -\frac{1}{x+1}(1+\ln(x+1))$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto \frac{\ln(x+1)}{(x+1)^2}$ على المجال $]-1;+\infty[$.	0,50	01.00
ب) حساب المساحة: $S = \int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 \left(\frac{e}{x+1} + \frac{\ln(x+1)}{(x+1)^2} \right) dx$ ومنه: $S = \left[e\ln(x+1) - \frac{1}{x+1}(1+\ln(x+1)) \right]_0^1 = \frac{1+(2e-1)\ln 2}{2}$ ua	0,50	
3) أ) المجال $]-1;1[$ متناظر بالنسبة إلى العدد 0 و $k(-x) = k(x)$ وبالتالي k دالة زوجية ب) رسم (C_k) انطلاقا من (C_f) : لدينا: $k(x) = \begin{cases} f(x); x \in]-1;0] \\ f(-x); x \in [0;1[\end{cases}$ إذن من أجل $]-1;0]$ فإن (C_k) ينطبق على (C_f) ثم نتم الرسم باستعمال التناظر بالنسبة لمحور التراتيب	0,75	01.25
ج) المناقشة البيانية	0.5	

الموضوع الثاني

عناصر الإجابة	العلامة: مجزأة	العلامة: مجموع
التمرين الأول: (05 نقاط) 1- أ) A ، B ، C ليست في استقامية	0.25	01.25
ب) تبيين أن المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي $2x-3y-2z-3=0$	0.50	
2- المعادلة الديكارتية للمستوي: $(P): x+z+1=0$	0.50	00.50
3- أ) تعيين التمثيل الوسيطي للمستقيم (D) هو: $t\in\mathbb{R}$; $\begin{cases} x=-t-1 \\ y=-\frac{4}{7}t-\frac{5}{7} \\ z=t \end{cases}$	0.50	00.75
ب) إثبات (D) عمود في المثلث ABC	0.25	
4- أ) إثبات أن الجملة المعطاة تمثيل وسيطي لـ (Δ)	0.50	02.00
ب) $(D)\cap(\Delta)=\left\{G\left(-\frac{1}{3};-\frac{1}{3};-\frac{2}{3}\right)\right\}$	0.75	
ج) ABC مثلث متساوي الساقين	0.25	
د) G مركز ثقل المثلث ABC	0.50	
5- طبيعة و عناصر المجموعة: سطح كرة مركزها G و $r=1$	0.50	00.50

عناصر الإجابة	مجزأة	مجموع
التمرين الثاني: (4.50 نقاط)		
1- أ) التحقق المباشر	0.25	01.25
ب) حل المعادلة (E): $S=\left\{-\frac{5}{2};\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i;\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$	01	
2- أ) $z_B=e^{i\frac{\pi}{3}}$ ، $z_C=e^{-i\frac{\pi}{3}}$	0.50	02.00
ب) إنشاء النقط $A;B;C;D$	0.50	
ج) إثبات المساواة	0.50	
د) المثلث ABC متقايس الأضلاع	0.50	
3- إنشاء النقطة F وطبيعة المثلث AFC قائم في A أي $AB=0.5CF$	0.25 0.50	00.75
4- طبيعة المجموعة (Γ) نصف مستقيم	0.50	00.50

عناصر الإجابة	مجزأة	المجموع
التمرين الثالث: (4.50 نقطة) 1- (v_n) هندسية أساسها $q=\frac{1}{4}$ و $v_0=-\frac{1}{2}$	1.00	01.00
2- أ) عبارة v_n بدلالة n: $v_n=-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^n$	0.25	01.25
ب) استنتاج عبارة الحد العام $u_n=\dfrac{1-(\frac{1}{2})^{2n}}{1+(\frac{1}{2})^{2n+1}}$	0.75	
ج) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=1$	0.25	
3- أ) حساب المجموع $S_n=-\frac{2}{3}\left[1-\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right]$	0.75	02.25
ب) التحقق أن $\frac{1}{u_n+2}=\frac{1}{3}(1-v_n)$	0.75	
ج) حساب المجموع $S'_n=\frac{1}{9}\left[3n+5-2\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right]$	0.75	

عناصر الإجابة	مجزأة	المجموع
التمرين الرابع (06 نقاط) I) 1- أ) حساب $g'(x)$: من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $g'(x)=2e^x-2x-1$ - دراسة اتجاه تغير الدالة g': من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $g''(x)=2e^x-2$ - ومنه الدالة g' متناقصة تماما على $]-\infty;0]$ ومتزايدة تماما على $[0;+\infty[$	0.25×3	02.00
ب) نبين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g'(x)>0$ الدالة g' تقبل قيمة حدية صغرى على $\mathbb{R}$ وهي $g'(0)=1$ ومنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $g'(x)>0$	0.25	
ج) $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ الدالة g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ ... جدول التغيرات	0.5 + 0.5	
2- نبين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-1,38<\alpha<-1,37$ (تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة)	0.5	00.50
3- استنتاج إشارة $g(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x. $g(x)<0$ من أجل $x\in]-\infty;\alpha[$ ، $g(x)>0$ من أجل $x\in]\alpha;+\infty[$	0.25	00.25
II) 1- أ) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$	0.5	01.50
ب) من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{xe^x g(x)}{(e^x-x)^2}$	0.5	

الإجابة	مجزأة	المجموع
ج) من إشارة $f'(x)$ نستنتج اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$: الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty;\alpha[$ و $]0;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $]\alpha;0[$. جدول التغيرات:	0.25×2	
2) أ) تبيان أن $f(\alpha)=\alpha^2+2\alpha+2+\frac{2}{\alpha-1}$ ، ثم استنتاج حصر للعدد $f(\alpha)$	0.5+0.25	01.75
ب) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-x^2\right)=0$ تفسير النتيجة : المنحنى (C_f) والمنحنى الممثل للدالة $x\mapsto x^2$ متقاربان عند $+\infty$	0.25 + 0.25	
ج) رسم المنحنى (C_f)	0.5	