

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

### الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

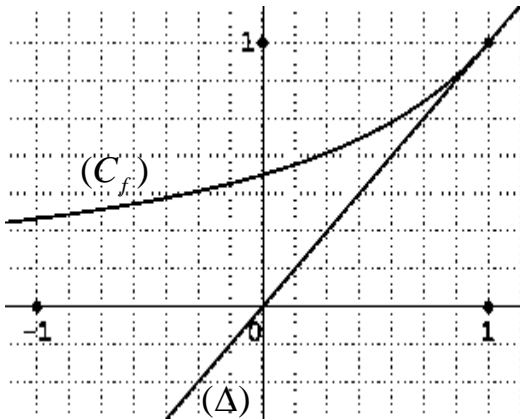
الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . نعتبر النقط  $A(2;2;0)$ ،  $B(0;-2;2)$  و  $C(1;1;3)$ .

- (1) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي  $(P)$  الذي يشمل النقطة  $A$  ويعامد المستقيم  $(BC)$ .
- (2) نعتبر  $(P')$  المستوي المحوري للقطعة  $[AB]$ ، تحقق أن معادلة  $(P')$  هي:  $x + 2y - z = 0$ .
- (3) بين أن المستويين  $(P)$  و  $(P')$  يتقاطعان وفق مستقيم  $(\Delta)$ ، يطلب إيجاد تمثيل وسيطي له.
- (4) بين أن النقطة  $G$  مرجح الجملة المنقلة  $\{(A;1), (B;1), (C;-12)\}$  هي نقطة تقاطع  $(\Delta)$  و  $(ABC)$ ، ثم عيّن  $(E)$  مجموعة النقط  $M$  من الفضاء التي تحقق:  $\|\vec{MA} + \vec{MB} - 12\vec{MC}\| = 10\|\vec{OA}\|$ .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجال  $]-\infty; 1]$  بـ:  $f(x) = \frac{1}{2-x}$ ،  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي

المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، وليكن  $(\Delta)$  المستقيم ذا المعادلة  $y = x$ .



$(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة بحددها الأول  $u_0 = -1$  حيث

ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_{n+1} = f(u_n)$ .

(1) أعد رسم الشكل المقابل ثم مثّل على حامل محور الفواصل

الحدود  $u_0$ ،  $u_1$ ،  $u_2$  و  $u_3$  مُبرزاً خطوط التمثيل،

ثم ضع تخميناً حول اتجاه تغيّر المتتالية  $(u_n)$  وتقاربها.

(2) برهن بالتراجع أن: من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_n < 1$ .

(3) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية  $(u_n)$  ثم استنتج أنها متقاربة.

(4) نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $v_n = \frac{2}{1-u_n}$ .

(أ) برهن أن المتتالية  $(v_n)$  حسابية أساسها 2 ثم عين عبارة حدّها العام  $v_n$  بدلالة  $n$ .

(ب) استنتج عبارة الحد العام  $u_n$  بدلالة  $n$  واحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ .

نعتبر النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  التي لواحقتها :  $z_A = -1$  ،  $z_B = 2+i$  و  $z_C = -i$ .

(1) اكتب العدد المركب  $\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$  على الشكل الأسّي ثم استنتج طبيعة المثلث  $ABC$ .

(2) عيّن العبارة المركبة للتشابه المباشر  $S$  الذي مركزه  $C$  ويحول  $B$  إلى  $A$ .

(3) نعتبر النقطة  $D$  نظيرة  $B$  بالنسبة إلى  $C$  والنقطة  $E$  صورة  $D$  بالتشابه  $S$ .

(أ) عيّن  $z_D$  لاحقة  $D$  ثم تحقق أن:  $z_E = 1 - 2i$  حيث  $z_E$  لاحقة  $E$ .

(ب) حدّد طبيعة الرباعي  $ADEB$ .

(4)  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي ذات اللاحقة  $z$ . ( $M$  تختلف عن  $A$  و  $B$ )

حيث  $\arg(z - z_A) - \arg(z - z_B) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$  ;  $k \in \mathbb{Z}$

تحقق أن النقطة  $C$  تنتمي إلى  $(\Gamma)$ ، ثم حدّد طبيعة المجموعة  $(\Gamma)$  وأنشئها.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

لنكن الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $D_f$  حيث  $D_f = ]-\infty; 1[ \cup ]2; +\infty[$  كما يلي:  $f(x) = -2x + 3 + 2\ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$

وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) (أ) احسب النهايتين :  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$  ، ثم فسّر النتيجةين بيانياً.

(ب) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) بيّن أنه من أجل كل  $x$  من  $D_f$  ،  $f'(x) = -2 - \frac{2}{(x-1)(x-2)}$  ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(3) (أ) تحقق أن: من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $D_f$  ،  $(3-x) \in D_f$  و  $f(3-x) + f(x) = 0$ .

(ب) استنتج أن  $(C_f)$  يقبل مركز تناظر يُطلب تعيين إحداثيه.

(4) أثبت أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  على المجال  $]0,45; 0,46[$  ثم استنتج أنها تقبل حلاً آخر  $\beta$  يطلب تعيين حصر له.

(5) بيّن أن المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة:  $y = -2x + 3$  مقارب مائل لـ  $(C_f)$ ، ثم ادرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة لـ  $(\Delta)$ .

(6) ارسم  $(\Delta)$  و  $(C_f)$ .

(7) بيّن أن الدالة:  $h: x \mapsto (x-1)\ln(x-1) - (x-2)\ln(x-2)$  أصلية للدالة  $x \mapsto \ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$  على  $]2; +\infty[$ .

ثم احسب بدلالة  $\beta$  مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  والمستقيمتين التي معادلاتها:

$$y = -2x + 3 \text{ و } x = \beta \text{ و } x = 3.$$

انتهى الموضوع الأول

## الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

نعتبر النقط  $A(1;1;0)$ ،  $B(-1;2;-3)$ ،  $C(0;5;2)$ ،  $D(4;7;0)$ .

(1) بين أن النقط  $A$ ،  $B$  و  $C$  تعين مستو.

(2) أ) أثبت أن المستقيم  $(CD)$  عمودي على كل من المستقيمين  $(AB)$  و  $(AC)$ .

ب) جد معادلة ديكارتية للمستوي  $(ABC)$ ، ثم احسب المسافة بين النقطة  $D$  والمستوي  $(ABC)$ .

(3) أ) حدّد طبيعة المثلث  $ABC$ .

ب) احسب حجم رباعي الوجوه  $ABCD$ .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(1) بين أن: من أجل كل عدد طبيعي  $k$ ،  $4^k \equiv 1[11]$ .

(2) استنتج تبعا لقيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي القسمة الإقليدية للعدد  $4^n$  على 11.

(3) بين أن: من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ، العدد  $(2 \times 2017^{5n+3} + 3 \times 1438^{10n} + 1)$  يقبل القسمة على 11.

(4) عيّن قيم العدد الطبيعي  $n$  التي يكون من أجلها العدد  $(2 \times 2017^{5n+2} + n - 3)$  قابلا للقسمة على 11.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ .

نعتبر النقط  $A$ ،  $B$ ،  $C$  و  $D$  التي لواحقها:  $z_A = 1+i$ ،  $z_B = \bar{z}_A$ ،  $z_C = \frac{1}{2}(1-i)$  و  $z_D = \bar{z}_C$ .

(1) أ) اكتب  $z_A$  و  $z_C$  على الشكل الأسّي ثم استنتج الشكل الأسّي للعددين  $z_B$  و  $z_D$ .

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي  $n$  التي تحقق:  $(z_A)^n = (z_B)^n$ .

(2) أ) اوجد نسبة ومركز التحاكي  $h$  الذي يحول  $D$  إلى  $A$  ويحول  $C$  إلى  $B$ .

ب) احسب طولية العدد المركب  $\frac{z_C - z_B}{z_D - z_A}$  ثم استنتج طبيعة الرباعي  $ADCB$ .

(3) جد  $z_G$  لاحقة النقطة  $G$  مرجح الجملة  $\{(A;2), (B;2), (C;-1), (D;-1)\}$ .

(4) لنكن  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي بحيث:  $\|2\vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC} - \vec{MD}\| = \sqrt{5}$ .

بين أن  $A$  نقطة من  $(\Gamma)$ ، ثم حدد طبيعة المجموعة  $(\Gamma)$  وعناصرها المميزة وأنشئها.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

**(I)** نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = x^3 + 6x + 12$ .

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$ .

(2) بيّن أنّ المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $\alpha \in ]-1,48; -1,47[$  ثم استنتج حسب قيم العدد

الحقيقي  $x$  إشارة  $g(x)$ .

**(II)** نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = \frac{x^3 - 6}{x^2 + 2}$

وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

ب) بيّن أنّ من أجل كل عدد حقيقي  $x$ ،  $f'(x) = \frac{x g(x)}{(x^2 + 2)^2}$ ،

ثم ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها.

(2) أ) بيّن أنّ المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = x$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$ .

ب) ادرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$ .

(3) بيّن أنّ  $f(\alpha) = \frac{3}{2}\alpha$  ثم استنتج حصرا للعدد  $f(\alpha)$ .

(4) ارسم المستقيم  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C_f)$ .

(5) نرمز بـ  $S$  الى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  والمستقيمات التي معادلاتها

$x = \alpha$  ،  $x = 0$  و  $y = 0$ .

أثبت أنّ: من أجل كل  $x \in [\alpha; 0]$ ،  $-3 \leq f(x) \leq f(\alpha)$ ، ثم بيّن أنّ:  $\frac{3}{2}\alpha^2 \leq S \leq -3\alpha$ .