

العلامة		عناصر الإجابة	(الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة		
04,5 نقطة			التمرين الأول: (04,5 نقطة)
	0,75	1. النقط A ، B و C ليست في استقامة لأن $\overrightarrow{AB}(-1;1;2) \wedge \overrightarrow{AC}(1;2;1)$	
	0,5	إحداثيات النقط تحقق المعادلة $x - y + z - 1 = 0$	
	0,5	2. المثلث ABC متقايس الأضلاع ، $AB = AC = BC = \sqrt{6}$	
	0,5	$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A} = \frac{3\sqrt{3}}{2} ua$	
	0,5	3. التمثيل الوسيطى للمستقيم (Δ) هو: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = 4 + t \end{cases} ; (t \in \mathbb{R})$	
	0,5	4. أ. $E(0;2;3) \in (\Delta) \cap (ABC)$ ومنه $E(0;2;3)$	
	0,5	$ED = \sqrt{3}$ أو $d(D; (ABC)) = \sqrt{3}$	
	0,25	ب. المركزان هما D و $D'(-1;3;2)$ نظيرة D بالنسبة إلى E	
	0,5	5. $V_{ABCD} = \frac{3}{2} uv$	
04,5 نقطة			التمرين الثاني: (04,5 نقطة)
	0,5	(I) $\beta = i\sqrt{3}$ ، $\alpha = -\frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$	
	0,75	(II) 1. $z_C = \sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، $z_A = \sqrt{3}e^{i\frac{5\pi}{6}}$	
	0,25	$n = 6k + 3; k \in \mathbb{N}$ ومنه $\frac{n\pi}{3} = (2k+1)\pi$ ؛ $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n = e^{i\frac{n\pi}{3}}$	
	0,25	ب. $2\left(\frac{z_A}{\sqrt{3}}\right)^{2015} + \left(\frac{z_B}{\sqrt{3}}\right)^{1962} - \left(\frac{z_C}{\sqrt{3}}\right)^{1435} = -\sqrt{3} - 1$ وهو عدد حقيقي	
	0,75	2. أ. $\frac{z_A}{z_D} = \sqrt{\frac{3}{2}}e^{i\frac{7\pi}{12}} = \frac{\sqrt{6}}{2}e^{i\frac{7\pi}{12}}$ ؛ النسبة $\frac{\sqrt{6}}{2}$ و $\frac{7\pi}{12}$ زاوية له	
	0,75	ب. $\frac{z_A}{z_D} = \frac{\sqrt{3}-3}{4} + i\frac{\sqrt{3}+3}{4}$	
	1	$\sin \frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ ، $\cos \frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$	
	0,25	3. مجموعة النقط M هي نصف مستقيم $[OA)$ $(z = \sqrt{2}ke^{i\frac{5\pi}{6}} \text{ مع } k \in \mathbb{R}^+)$	

العلامة		عناصر الإجابة	تابع للموضوع الأول
مجموع	مجزأة		
4,50 نقطة		التمرين الثالث: (04,5 نقطة)	
	1	1. $u_1 = 0$ ، $u_2 = e^{-2} - 1$ و $u_3 = e^{-4} - 1$.	
	0,75	2. إثبات أن: $1 + u_n > 0$ باستعمال البرهان بالتراجع	
	0,5	3. (u_n) متناقصة تماما ومنه $u_{n+1} - u_n = (e^{-2} - 1)(1 + u_n) < 0$	
	0,25	(u_n) متقاربة لأنها متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل بالعدد -1	
	01	4. أ. $v_{n+1} = e^{-2} v_n$ ومنه (v_n) متتالية هندسية ، $q = e^{-2}$ ، $v_0 = 3e^2$.	
	0,25	ب. $v_n = 3e^{-2n+2}$	
	0,25	$u_n = e^{-2n+2} - 1$	
	0,25	$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -1$	
	0,25	ج. $\ln v_0 + \ln v_1 + \dots + \ln v_n = (n+1)(\ln 3 + 2 - n)$	
06,5 نقطة		التمرين الرابع: (06,5 نقطة)	
	0,5	I 1. الوضع النسبي لـ (γ) و (Δ)	
	0,5	2. $g(x) < 0$ لـ $x \in]0; \alpha[$ و $g(x) > 0$ لـ $x \in]\alpha; +\infty[$ و $g(\alpha) = 0$	
	1	3. $g(2,2) \approx -0,0115$ ، $g(2,3) \approx 0,13$ ومنه $g(2,2) \times g(2,3) < 0$	
	0,5	II 1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$	
	0,5	2. التحقق من $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$	
	0,25	جدول التغيرات	
	0,5	3. $f(\alpha) = \frac{-(\alpha-1)^2}{\alpha}$	
	0,25	$-0,768 < f(\alpha) < -0,626$ يقبل أي حصر صحيح	
	0,75	4. (C_f) فوق محور الفواصل على كل من $]0; 1[$ و $]e^2; +\infty[$ وتحت على $]1; e^2[$ وينقاطعان في النقطتين ذات الفاصلتين 1 و e^2 .	
	0,5	إنشاء المنحنى على المجال $]0; e^2[$	
	0,25	III 1. $F'(x) = f(x) = 0$ ومنه $x = 1$ أو $x = e^2$.	
	0,5	2. $u(x) = x \ln x - x$ ومنه $u'(x) = \ln x$	
	0,5	عبارة $F(x) = (2+x) \ln x - \frac{1}{2}(\ln x)^2 - 3x$: $F(x)$	

العلامة		عناصر الإجابة	(الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة		
04 نقاط		التمرين الأول: (04 نقاط)	
	0,75	1. صحيح : $\overrightarrow{AB}(-2;0;-4) \wedge \overrightarrow{AC}(1;-3;-4)$	
	0,75	2. صحيح : إحداثيات النقط تحقق المعادلة $2x + 2y - z - 11 = 0$	
	0,75	3. خطأ : الشعاع $\overrightarrow{DE}(2;2;1)$ ليس ناظما للمستوي (ABC)	
	0,5	4. خطأ : D لا تنتمي إلى المستوي (ABC)	
	0,75	5. صحيح : إحداثيات النقطتين C و D تحقق التمثيل الوسيط	
	0,5	6. صحيح : لأن النقط A, B, I في استقامية أو $(3\overrightarrow{IA} + 7\overrightarrow{IB} = \vec{0})$	
05 نقاط		التمرين الثاني: (05 نقاط)	
	1	1. أ. $z_C = 2e^{i\frac{3\pi}{2}} = 2e^{-i\frac{\pi}{2}}$ ، $z_B = 2e^{i\frac{5\pi}{6}}$	
	0,5	ب. $ z_A = z_B = z_C = 2$ إذا A, B, C تنتمي إلى (γ) التي مركزها O ونصف قطرها 2	
	0,5	ج. - الإنشاء	
	0,75	2. أ. التحقق أن: $\frac{z_B - z_C}{z_B - z_A} = e^{-i\frac{\pi}{3}}$	
	0,5	ب. المثلث متقايس الأضلاع $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CB}) = -\frac{\pi}{3}$ و $AB = BC$	
	0,25	O مركز ثقله $(z_A + z_B + z_C = 0)$ أو مركز الدائرة المحيطة به هي مركز ثقله	
	0,75	ج. - (E) هي محور $[OA]$ مع الإنشاء	
	0,5	3. أ. $\frac{z_A}{z_C} = e^{i\frac{2\pi}{3}}$ إذا $\frac{2\pi}{3}$ زاوية للدوران r .	
	0,25	ب. $r(A) = B$ و $r(O) = O$ و r يحافظ على المنتصفات وعلى التعامد ومنه صورة (E) هي محور $[OB]$ بـ r أو أية طريقة أخرى.	
03 نقاط		التمرين الثالث: (05 نقاط)	
	0,5	1.(I) f متزايدة تماما على $[0; +\infty[$	
	0,5	2. $f(x) - x = \frac{-x^2 + 3x + 1}{x + 1}$ حيث $f(\alpha) = \alpha$ ، $\alpha = \frac{3 + \sqrt{13}}{2}$ على $]0; \alpha[$ ، (C_f) فوق (D) ؛ وعلى $[\alpha; +\infty[$ ، (C_f) تحت (D) ويقاطعان في $A(\alpha; \alpha)$.	
	0,75	3. الرسم	
	0,75	1.(II) أ. تمثيل الحدود	
	0,5	ب. (u_n) متزايدة تماما ومتقاربة ؛ (v_n) متناقصة تماما ومتقاربة	

العلامة		عناصر الإجابة	تابع للموضوع الثاني
مجموع	مجزأة		
02 نقاط	0,5	2. أ - إثبات بالتراجع لكل n من N : $2 \leq u_n < \alpha$ و $\alpha < v_n \leq 5$ أو أية طريقة أخرى	
	0,5	ب - استنتاج اتجاه التغير	
	0,25	3. أ - إثبات $v_{n+1} - u_{n+1} \leq \frac{1}{3}(v_n - u_n)$	
	0,25	ب - تبيان $0 < v_n - u_n \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$	
	0,25	ج - استنتاج $\lim_{n \rightarrow +\infty} (v_n - u_n) = 0$	
	0,25	$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \alpha$	
06 نقاط		التمرين الرابع (06 نقاط)	
	0,75	1. (I) $g'(x) = -2(1 + e^{2x-2}) < 0$ ومنه g متناقصة تماما على \mathbb{R}	
	0,5	2. g مستمرة متناقصة تماما على \mathbb{R} و $g(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$	
	0,5	$g(0,37) \approx -0,02$; $g(0,36) \approx 0,002$	
	0,5	3. $g(x) < 0$ لـ $x \in]-\infty; \alpha[$ و $g(x) > 0$ لـ $x \in]\alpha; +\infty[$ و $g(\alpha) = 0$	
	0,5	1. (II) أ - $f'(x) = e^{2x+2} g(-x)$	
	0,25	ب - $g(-x) < 0$ لـ $x \in]-\infty; -\alpha[$ و $g(-x) > 0$ لـ $x \in]-\alpha; +\infty[$ و $f'(-\alpha) = 0$	
	0,25	ف متناقصة تماما على $]-\infty; -\alpha[$ ومتزايدة تماما على $]-\alpha; +\infty[$.	
	0,5	2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	
	0,25	جدول التغيرات	
	0,25	3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + x - 1) = 0$	
	0,25	(C_f) يقبل مستقيما مقاربا معادلته $y = -x + 1$	
	0,25	4. (C_f) فوق (Δ) على $]0; +\infty[$ وتحت على $]-\infty; 0[$	
	0,5	5. إنشاء (Δ) و (C_f)	
	0,5	6. أ - لكل x من \mathbb{R} : $2f(x) + f'(x) - f''(x) = 1 - 2x - 3e^{2x+2}$	
	0,25	ب - $F(x) = \frac{1}{2} \left[-f(x) + f'(x) + x - x^2 - \frac{3}{2}e^{2x+2} \right]$ أي $F(x) = \frac{1}{2} \left(x - \frac{1}{2} \right) e^{2x+2} - \frac{1}{2}x^2 + x - 1$ حيث F دالة أصلية لـ f على \mathbb{R} .	

ملاحظة: تقبل وتراعى جميع الطرق الصحيحة الأخرى مع التقيد التام بسلم التنقيط.