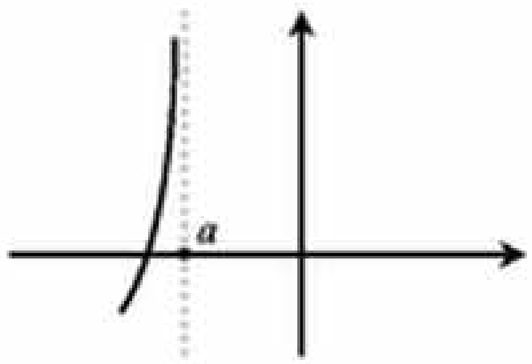
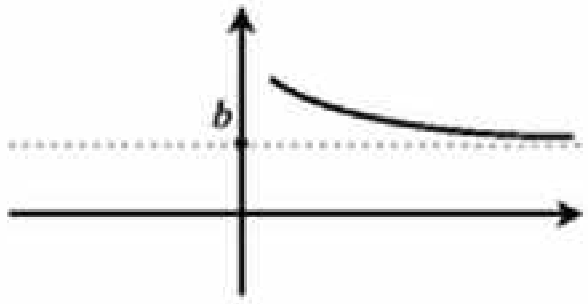
إعداد: عبد المطلب

دراسة الفروع اللانهائية

$\lim_{x\to a} f(x)=\infty$ (المنحني $(\mathscr{C})$ الممثل للدالة f يقبل مستقيما مقاربا يوازي $(O ، \vec{j})$ معادلته $x=a$)



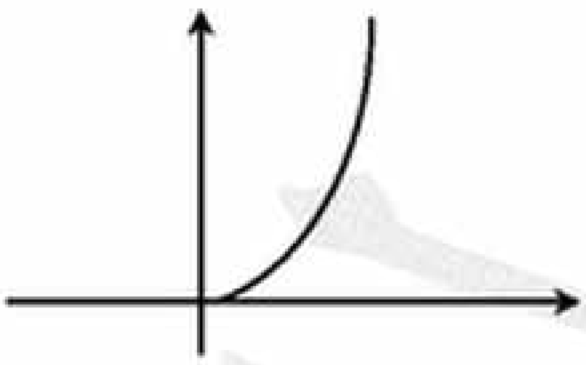
$\lim_{x\to\infty} f(x)=b$ (المنحني $(\mathscr{C})$ الممثل للدالة f يقبل مستقيما مقاربا يوازي $(O ، \vec{i})$ معادلته $y=b$)



$\lim_{x\to\infty} f(x)=\infty$ (يُحتمل أن يقبل المنحني $(\mathscr{C})$ مستقيما مقاربا مائلا معادلته $y=ax+b$ ، لذلك نحسب $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}$)

$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\infty$

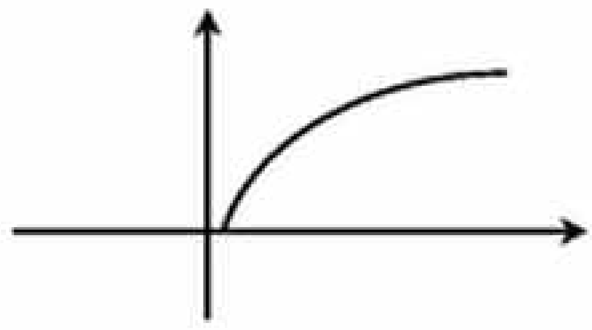
فرع قطع مكافئ باتجاه $(o ، \vec{j})$



$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=a$

$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=0$

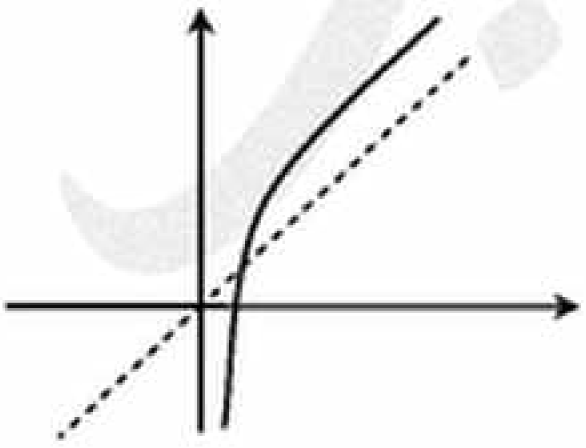
فرع قطع مكافئ باتجاه $(o ، \vec{i})$



نحسب $\lim_{x\to\infty}[f(x)-ax]$

$\lim_{x\to\infty}[f(x)-ax]=\infty$

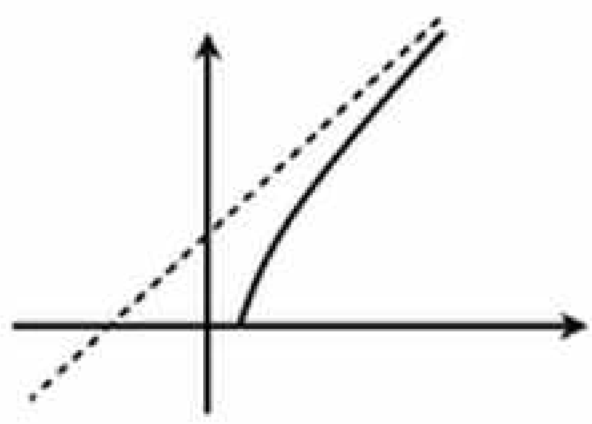
فرع قطع مكافئ باتجاه $y=ax$



$\lim_{x\to\infty}[f(x)-ax-b]=0$ مستقيم مقارب مائل $y=ax+b$

$\lim_{x\to\infty}[f(x)-ax]=b$

مستقيم مقارب مائل معادلته $y=ax+b$



الدالة الأسية

تعريف:

الدالة الوحيدة f حيث $f' = f$ و $f(0) = 1$ هي: $\boxed{f(x) = e^x}$ حيث $e \approx 2,718$

خواص: x و y عددان حقيقيان و n عدد صحيح:

$$\boxed{\begin{array}{ccc} e^{x+y} = e^x . e^y & e^{x-y} = \dfrac{e^x}{e^y} & e^{nx} = \left(e^x\right)^n \\ e^0 = 1 & e^{-1} = \dfrac{1}{e} & e^{-x} = \dfrac{1}{e^x} > 0 \end{array}}$$

$\boxed{e^x = a \text{ يكافئ } x = \ln a \quad (a>0) \quad \text{و} \quad e^{\ln a} = a}$ ($\ln$ يرمز إلى اللوغاريتم النيبري)

مثال: $e^{-\ln 2} = \dfrac{1}{e^{\ln 2}} = \dfrac{1}{2}$ و $e^{3\ln 2} = \left(e^{\ln 2}\right)^3 = 8$

المشتق:

$\boxed{\left[e^{u(x)}\right]' = u'(x).e^{u(x)}}$ مثال: $\left(e^{2x}\right)' = 2e^{2x}$

النهايات:

$$\boxed{\begin{array}{ccc} \lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty & \lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0^+ & \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x - 1}{x} = 1 \\ \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty \quad \text{و} & \lim\limits_{x \to -\infty} xe^x = 0^- & \text{(التزايد المقارن)} \end{array}}$$

كذلك: $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x^\alpha} = +\infty$ $\quad$ $\lim\limits_{x \to -\infty} x^\alpha e^x = 0$ $\quad (\alpha > 0)$

الدالة اللوغاريتمية

تعريف: الدالة f المعرفة على $]0\,;+\infty[$ ودالتها المشتقة $\dfrac{1}{x}$ حيث $f(1) = 0$

هي: $\boxed{f(x) = \ln x}$ $\quad$ $\boxed{\ln x = y \text{ يكافئ } x = e^y \quad (x>0) \text{ و } y \text{ عدد حقيقي}}$

إشارة $\ln x$: • $\ln x > 0$ إذا كان $x > 1$ $\quad$ • $\ln x < 0$ إذا كان $0 < x < 1$

• $\ln x = 0$ إذا كان $x = 1$ $(\ln 1 = 0)$ $\quad$ $\ln x = 1$ إذا كان $x = e$ $(\ln e = 1)$

خواص: a و b عددان حقيقيان موجبان تماما، n عدد ناطق: $\boxed{\ln a = \ln b \text{ يكافئ } a = b}$

$$\boxed{\ln(a \times b) = \ln a + \ln b \qquad \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b \qquad \ln a^n = n \ln a}$$

نتائج: $\ln\left(\dfrac{1}{a}\right) = -\ln a$ و $\ln\sqrt{a} = \dfrac{1}{2}\ln a$

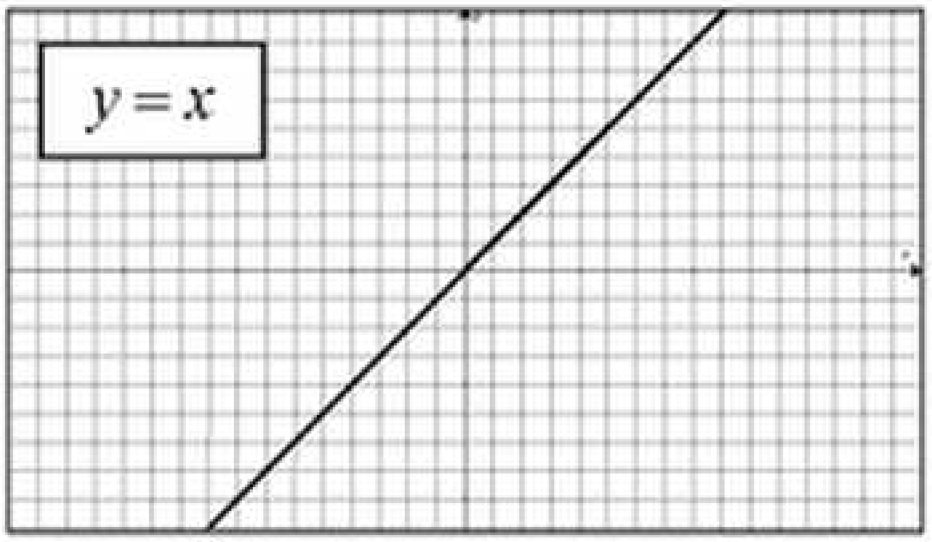
المشتق: $\boxed{\left[\ln u(x)\right]' = \dfrac{u'(x)}{u(x)}}$ حيث u موجبة تماما وقابلة للاشتقاق

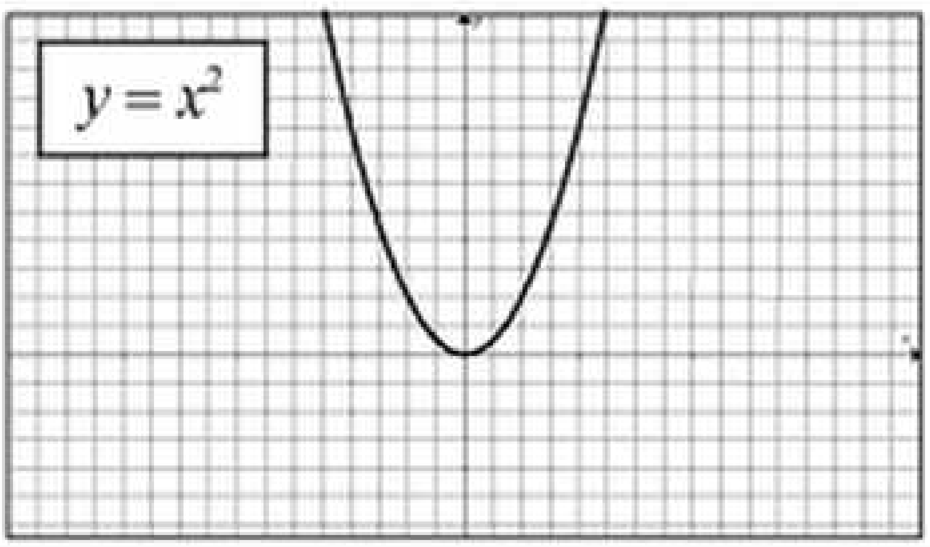
النهايات:

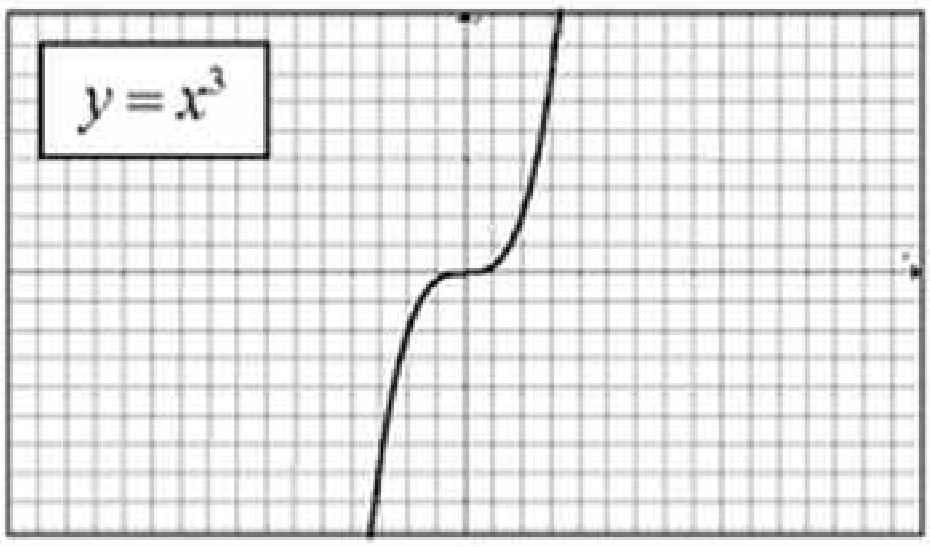
$$\boxed{\begin{array}{ccc} \lim\limits_{x \to +\infty} \ln x = +\infty & \lim\limits_{x \to 0^+} \ln x = -\infty & \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln(x+1)}{x} = 1 \\ \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0 \quad \text{و} & \lim\limits_{x \to 0^+} x \ln x = 0 & \text{(التزايد المقارن)} \end{array}}$$

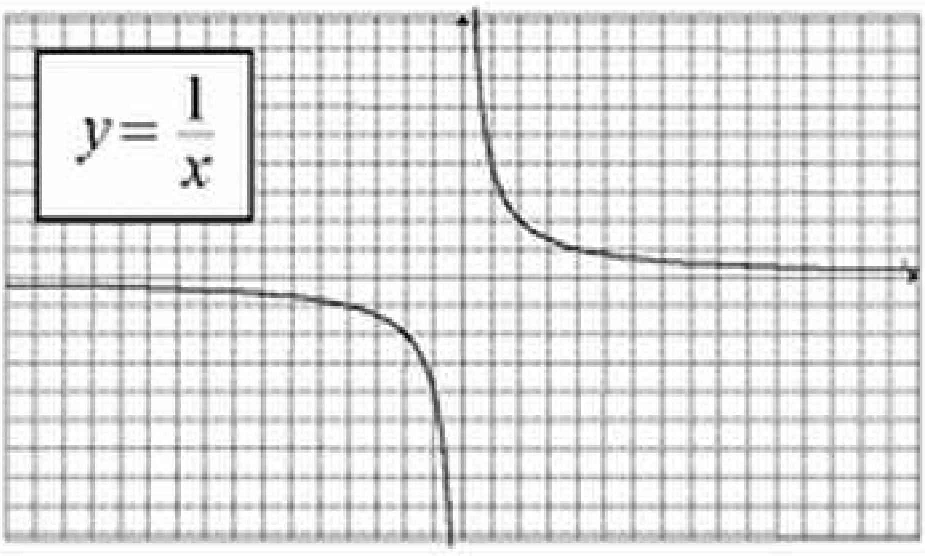
كذلك: $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln x}{x^\alpha} = 0$ $\quad$ $\lim\limits_{x \to 0^+} x^\alpha \ln x = 0$ $\quad (\alpha > 0)$ $\quad$ $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\ln x}{x - 1} = 1$

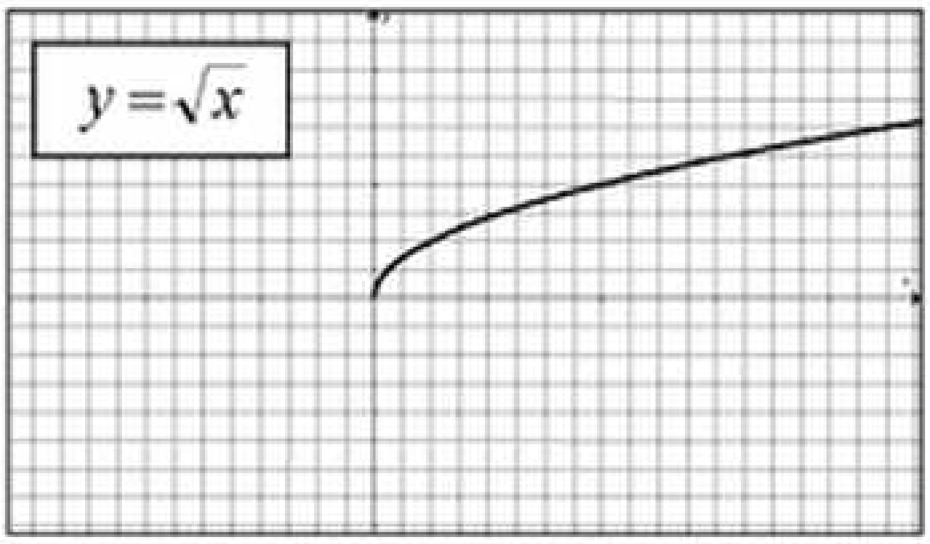
الدوال المرجعية

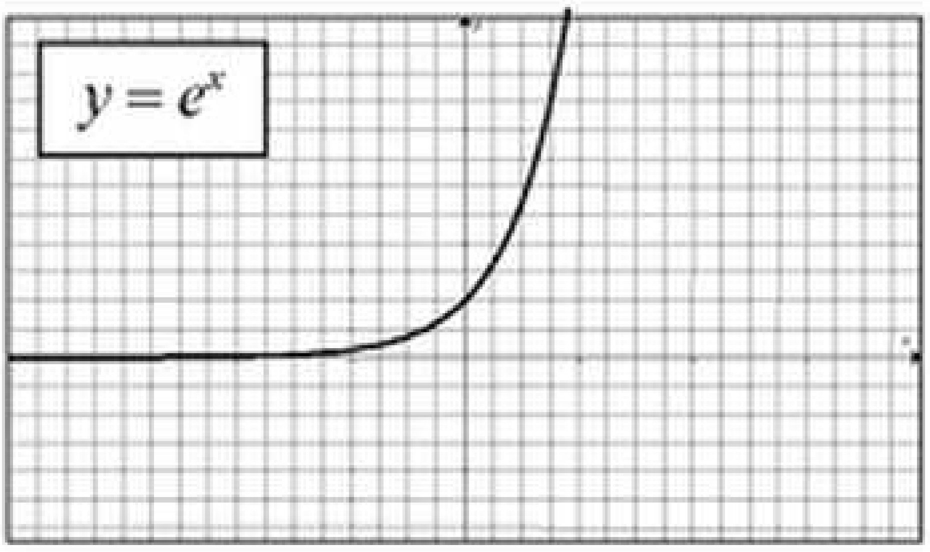


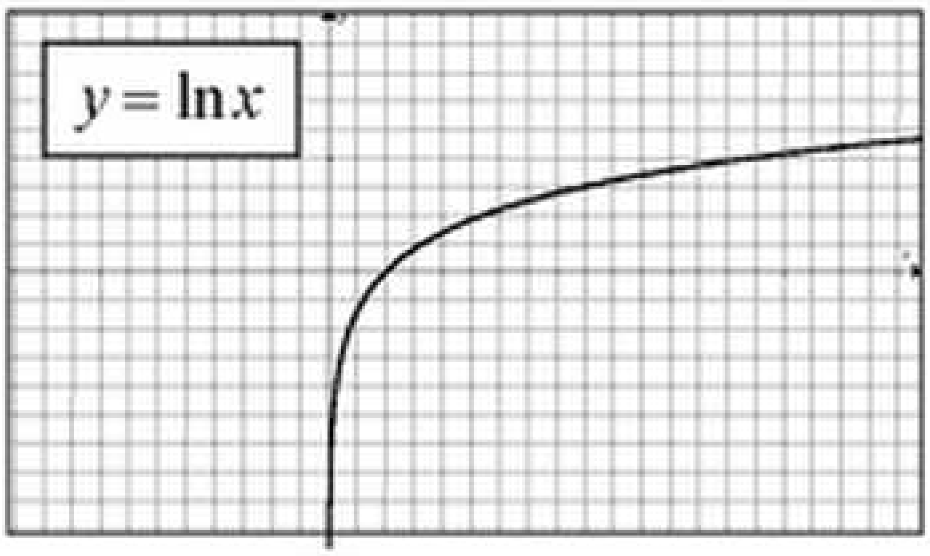


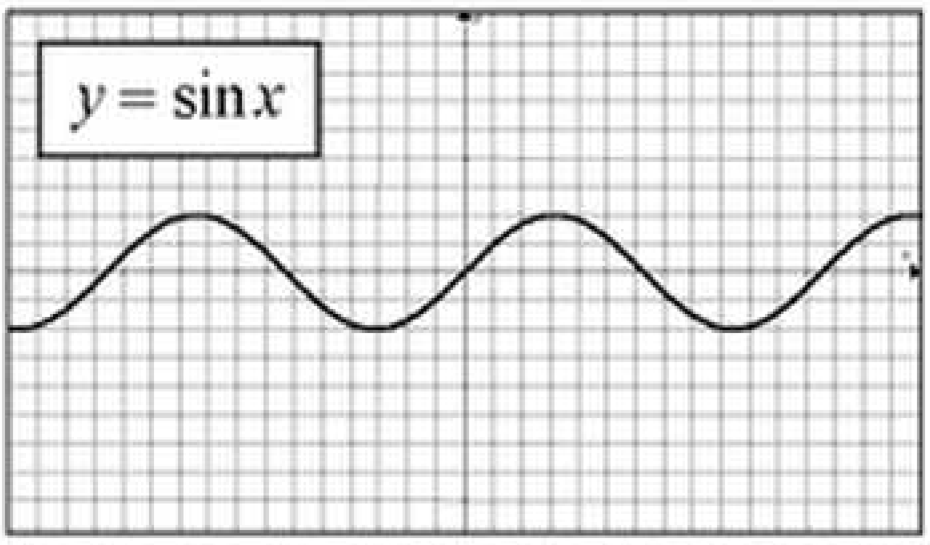


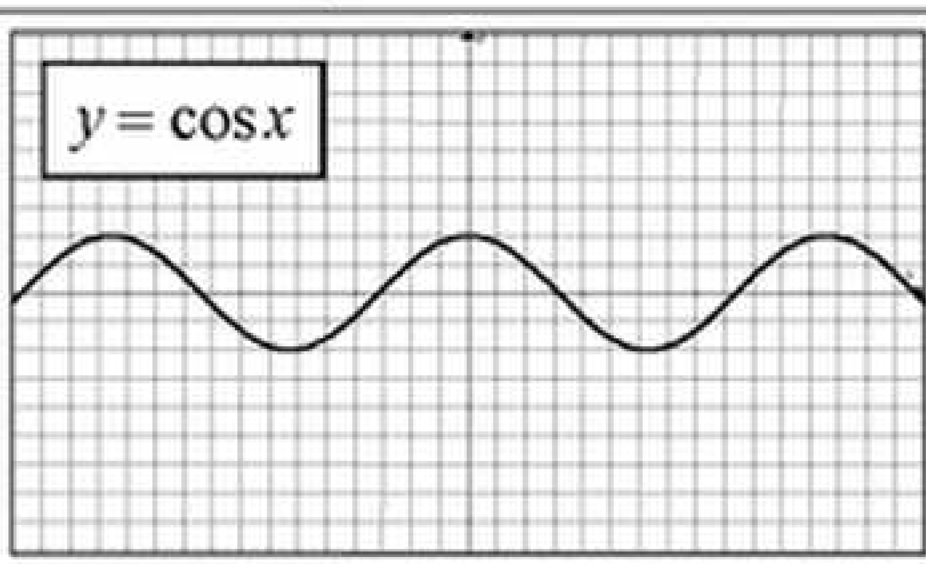


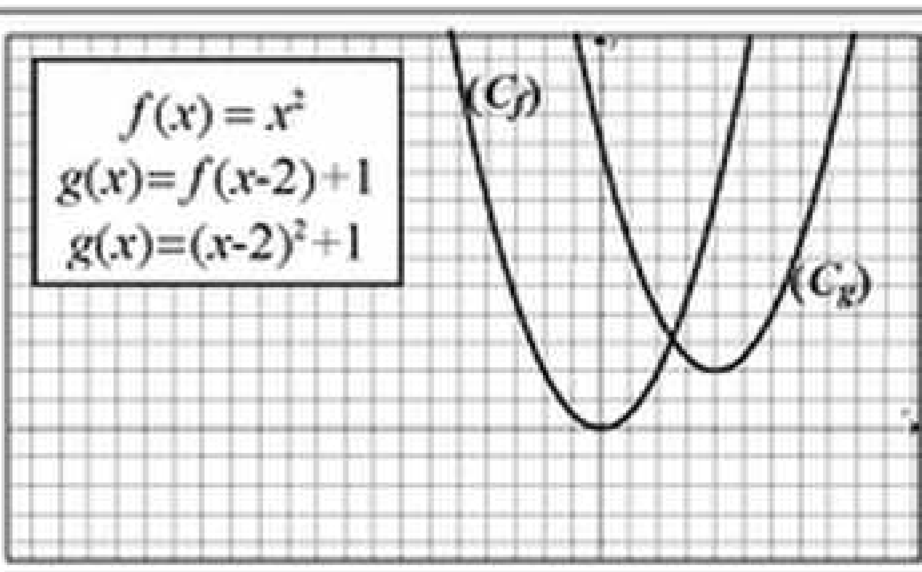












الجداء السلمي

تذكير:

في معلم متعامد ومتجانس من الفضاء، لتكن: $A(x_A;y_A;z_A)$ و $B(x_B;y_B;z_B)$

مركبة الشعاع $\overrightarrow{AB}$: $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\ y_B-y_A\\ z_B-z_A\end{pmatrix}$

طويلة الشعاع $\overrightarrow{AB}$: $\|\overrightarrow{AB}\| = AB = \sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}$

منتصف القطعة $[AB]$: $\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2};\frac{z_A+z_B}{2}\right)$

حجم رباعي الوجوه: $\boxed{\mathcal{V}=\frac{1}{3}S.H}$ حيث S مساحة القاعدة و H الارتفاع

الجداء السلمي:

$\vec{u}$ و $\vec{v}$ شعاعان حيث: $\vec{u}(x;y;z)$ و $\vec{v}(x';y';z')$

$\boxed{\vec{u}.\vec{v}=xx'+yy'+zz'}$ $\boxed{\vec{u}.\vec{v}=u.v.\cos(\vec{u},\vec{v})}$

التعامد: $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متعامدان إذا كان: $\vec{u}.\vec{v}=0$

الارتباط الخطي: $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مرتبطان خطيا إذا كان: $\vec{u}=\lambda\vec{v}$ (λ عدد حقيقي)

• $\mathcal{P}$ و $\mathcal{P}'$ مستويان، $\vec{n}$ و $\vec{n}'$ ناظميان لهما على الترتيب:

$\mathcal{P}$ يوازي $\mathcal{P}'$ إذا كان: $\vec{n}=\lambda\vec{n}'$ (λ عدد حقيقي)

$\mathcal{P}$ يعامد $\mathcal{P}'$ إذا كان: $\vec{n}.\vec{n}'=0$

المستقيم AB عمودي على $\mathcal{P}$ إذا كان: $\overrightarrow{AB}=\lambda\vec{n}$

• بعد نقطة $A(x_A;y_A;z_A)$ عن مستو $\mathcal{P}: ax+by+cz+d=0$ هو:

$$\boxed{d=\frac{|ax_A+by_A+cz_A+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}}$$

مجموعة النقط في الفضاء

(E_1) $\boxed{MA=r}$

مجموعة النقط (E_1) هي: سطح كرة مركزها A ونصف قطرها r

معادلتها: $(x-x_A)^2+(y-y_A)^2+(z-z_A)^2=r^2$

(E_2) $\boxed{MA=MB}$

مجموعة النقط (E_2) هي: المستوي محور القطعة $[AB]$

(E_3) $\boxed{\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{BC}=0}$

مجموعة النقط (E_3) هي: المستوي شعاعه الناظمي $\overrightarrow{BC}$ ويشمل النقطة A

(E_4) $\boxed{\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0}$

مجموعة النقط (E_4) هي: سطح كرة قطرها $[AB]$

المرجح:

لتكن G مرجح الجملة: $\{(A;\alpha);(B;\beta);(C;\gamma)\}$ حيث: $\alpha+\beta+\gamma\neq0$

$$\boxed{\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}+\gamma\overrightarrow{GC}=\vec{0}}$$

$$G\left(\frac{\alpha x_A+\beta x_B+\gamma x_C}{\alpha+\beta+\gamma};\frac{\alpha y_A+\beta y_B+\gamma y_C}{\alpha+\beta+\gamma};\frac{\alpha z_A+\beta z_B+\gamma z_C}{\alpha+\beta+\gamma}\right)$$

لما $\alpha=\beta=\gamma$ النقطة G تمثل مركز ثقل المثلث ABC.

الأعداد المركبة [ℂ]

الشكل الجبري:

$\boxed{z=x+iy}$ حيث $\boxed{i^2=-1}$ x و y عددين حقيقيين

$\text{Re}(z)=x$: الجزء الحقيقي و $\text{Im}(z)=y$: الجزء التخيلي

$\underline{z=0}$: $x=0$ و $y=0$ $\underline{z=z'}$: $x=x'$ و $y=y'$ حيث $z'=x'+iy'$

مرافق عدد مركب:

$\boxed{\bar z=x-iy}$ $z+\bar z=2x$ و $z.\bar z=x^2+y^2$

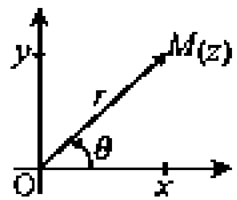
<u>z حقيقي:</u> $\bar z=z$ <u>z تخيلي صرف:</u> $\bar z=-z$

طويلة عدد مركب:

$$\boxed{|z|=\sqrt{x^2+y^2}}$$

$|\bar z|=|z|$ ، $|z|^2=z\times\bar z$ ، $|z.z'|=|z|\times|z'|$ ، $|z^n|=|z|^n$ ، $\left|\frac{z'}{z}\right|=\frac{|z'|}{|z|}$

الشكل المثلثي:



<u>طويلة z:</u> $|z|=r$ $\boxed{z=r(\cos\theta+i\sin\theta)}$

<u>عمدة z:</u> $\arg(z)=\theta+2k\pi$ $z\neq0$ و k عدد صحيح

$\arg(\bar z)=-\arg(z)$ $\arg(z.z')=\arg(z)+\arg(z')$

$\arg\left(\frac{z}{z'}\right)=\arg(z)-\arg(z')$ $\arg(z^n)=n\arg(z)$ n عدد صحيح

$(\cos\theta+i\sin\theta)^n=\cos(n\theta)+i\sin(n\theta)$ قانون موافر

الشكل الأسي:

$\boxed{z=re^{i\theta}}$ ، $\bar z=re^{-i\theta}$ ، $e^{i\pi}=-1$

$z.z'=r.r'\times e^{i(\theta+\theta')}$ ، $\frac{z}{z'}=\frac{r}{r'}\times e^{i(\theta-\theta')}$ ، $\left(re^{i\theta}\right)^n=r^ne^{in\theta}$

التفسير الهندسي للأعداد المركبة

• لاحقة $\overrightarrow{AB}$ هي $z_{\overrightarrow{AB}}=z_B-z_A$ • طول $\overrightarrow{AB}$ هو $AB=|z_B-z_A|$

• لاحقة النقطة I منتصف [AB] هي $z_I=\frac{z_A+z_B}{2}$

لاحقة G مرجح الجملة: $\{(A,\alpha);(B,\beta);(C,\gamma)\}$ $\boxed{z_G=\frac{\alpha z_A+\beta z_B+\gamma z_C}{\alpha+\beta+\gamma}}$

$\boxed{\arg\left(\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}\right)=(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})}$ و $\boxed{\left|\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}\right|=\frac{AC}{AB}}$

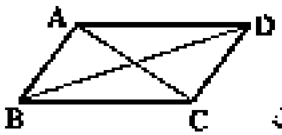
إذا كان $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ عددا حقيقيا فإن النقاط A ، B و C على استقامة واحدة.

إذا كان $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ عددا تخيليا صرفا فإن الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ متعامدان.

متوازي الأضلاع:

$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$

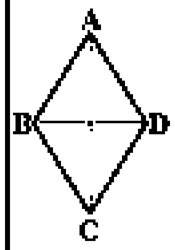
أو القطران متناصفان



المعين:

$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ و $AD=DC$

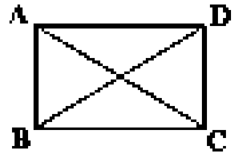
أو القطران متناصفان ومتعامدان



المستطيل:

$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ و $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})=\frac{\pi}{2}$

أو القطران متناصفان ومتساويان

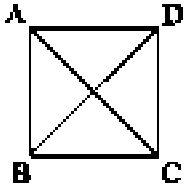


المربع:

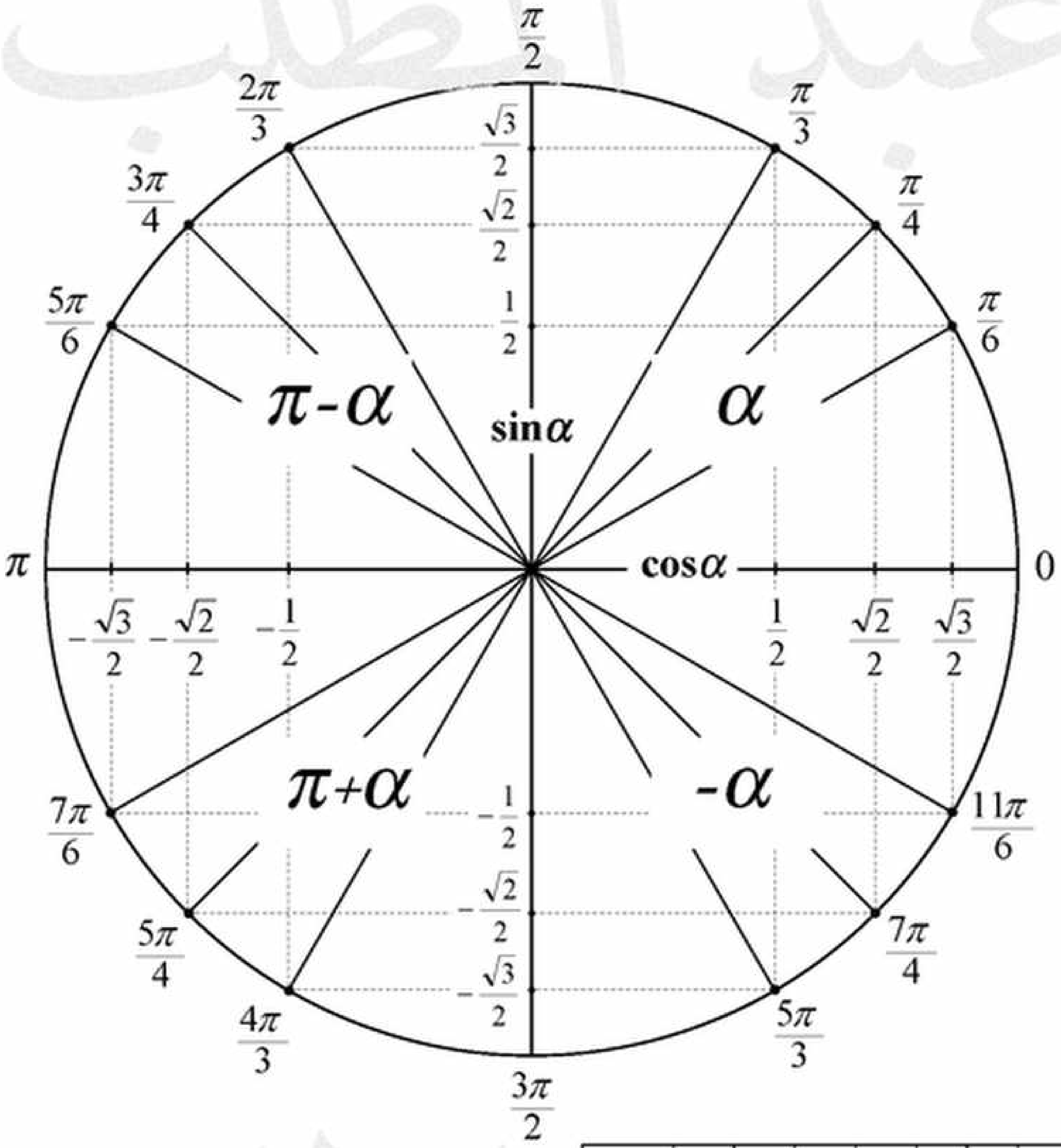
$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ و $AD=DC$

و $\widehat{ABC}=\frac{\pi}{2}$

أو القطران متناصفان ومتعامدان ومتساويان



Cercle Trigonométrique



$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$$
$$= 1 - 2\sin^2\alpha$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$2\cos^2\alpha = 1 + \cos 2\alpha$$

$$2\sin^2\alpha = 1 - \cos 2\alpha$$

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
$tg\alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞	0	∞

التحويلات النقطية

f تحويل نقطي الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$.

M' هي صورة (محولة) النقطة M: $M'=f(M)$

العبارة المركبة للتحويل: $\boxed{z'=az+b}$

1) $a=1$ $\boxed{z'=z+b}$

f **انسحاب** شعاعه $\vec{U}$ حيث العدد المركب b هو لاحقة $\vec{U}$. مثال: $z'=z+2-i$

2) $a\in\mathbb{R}^*-\{1\}$ $\boxed{z'-\omega=a(z-\omega)}$ $\boxed{\overrightarrow{\Omega M'}=a\overrightarrow{\Omega M}}$

f **تحاكي** نسبته a ومركزه النقطة الصامدة Ω ذات اللاحقة $\omega=\frac{b}{1-a}$.

مثال: $z'=2z-3+4i$

3) $a\in\mathbb{C}^*$ و $|a|=1$ و $\theta\neq k\pi$ $\boxed{z'-\omega=e^{i\theta}(z-\omega)}$

f **دوران** زاويته $\theta=\arg(a)$ ومركزه النقطة الصامدة Ω ذات اللاحقة $\omega=\frac{b}{1-a}$.

مثال: $z'=iz+4$ $\quad \Omega M'=\Omega M$ و $(\overrightarrow{\Omega M};\overrightarrow{\Omega M'})=\theta$

إذا كان $z'=e^{i\theta}z$ فإن f دوران مركزه O وزاويته θ.

4) $a\in\mathbb{C}^*$ و $|a|\neq1$ و $\theta\neq k\pi$

f **تشابه مباشر** نسبته $|a|$ وزاويته $\theta=\arg(a)$ ومركزه النقطة الصامدة Ω ذات اللاحقة $\omega=\frac{b}{1-a}$. مثال: $z'=(1+i)z-2+5i$

- التشابه المباشر يحافظ على نسب المسافات ويحافظ كذلك على الزوايا الموجهة.
- الانسحاب والتحاكي والدوران عبارة عن تشابهات مباشرة.
- الانسحاب والدوران عبارة عن تقايس: $M_1M_2=M'_1M'_2$

التحويلات النقطية

f تحويل نقطي الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$.

M' هي صورة (محولة) النقطة M: $M'=f(M)$

العبارة المركبة للتحويل: $\boxed{z'=az+b}$

1) $a=1$ $\boxed{z'=z+b}$

f **انسحاب** شعاعه $\vec{U}$ حيث العدد المركب b هو لاحقة $\vec{U}$. مثال: $z'=z+2-i$

2) $a\in\mathbb{R}^*-\{1\}$ $\boxed{z'-\omega=a(z-\omega)}$ $\boxed{\overrightarrow{\Omega M'}=a\overrightarrow{\Omega M}}$

f **تحاكي** نسبته a ومركزه النقطة الصامدة Ω ذات اللاحقة $\omega=\frac{b}{1-a}$.

مثال: $z'=2z-3+4i$

3) $a\in\mathbb{C}^*$ و $|a|=1$ و $\theta\neq k\pi$ $\boxed{z'-\omega=e^{i\theta}(z-\omega)}$

f **دوران** زاويته $\theta=\arg(a)$ ومركزه النقطة الصامدة Ω ذات اللاحقة $\omega=\frac{b}{1-a}$.

مثال: $z'=iz+4$ $\quad \Omega M'=\Omega M$ و $(\overrightarrow{\Omega M};\overrightarrow{\Omega M'})=\theta$

إذا كان $z'=e^{i\theta}z$ فإن f دوران مركزه O وزاويته θ.

4) $a\in\mathbb{C}^*$ و $|a|\neq1$ و $\theta\neq k\pi$

f **تشابه مباشر** نسبته $|a|$ وزاويته $\theta=\arg(a)$ ومركزه النقطة الصامدة Ω ذات اللاحقة $\omega=\frac{b}{1-a}$. مثال: $z'=(1+i)z-2+5i$

- التشابه المباشر يحافظ على نسب المسافات ويحافظ كذلك على الزوايا الموجهة.
- الانسحاب والتحاكي والدوران عبارة عن تشابهات مباشرة.
- الانسحاب والدوران عبارة عن تقايس: $M_1M_2=M'_1M'_2$

المتتاليات (الحسابية والهندسية)

المتتالية الحسابية

$$\boxed{u_{n+1}=u_n+r}$$

r هو الأساس ($r\in\mathbb{R}$)

الحد العام:

$$\boxed{u_n=u_p+(n-p)r}$$

n و p عددان طبيعيان

$u_n=u_0+nr$

$u_n=u_1+(n-1)r$

الوسط الحسابي:

$$\boxed{a+c=2b}$$

a، b و c حدود متتابعة

المجاميع:

$S_n=u_p+u_{p+1}+\dots+u_n$

$$\boxed{S_n=\frac{n-p+1}{2}(u_p+u_n)}$$

$u_0+u_1+\dots+u_n=\frac{n+1}{2}(u_0+u_n)$

$u_1+u_2+\dots+u_n=\frac{n}{2}(u_1+u_n)$

$$\boxed{1+2+3+\dots+n=\frac{n(n+1)}{2}}$$

المتتالية الهندسية

$$\boxed{v_{n+1}=q.v_n}$$

q هو الأساس ($q\in\mathbb{R}^*$)

الحد العام:

$$\boxed{v_n=v_p.q^{n-p}}$$

$v_n=v_0.q^n$ $v_n=v_1.q^{n-1}$

الوسط الهندسي:

$$\boxed{a\times c=b^2}$$

a، b و c حدود متتابعة.

المجاميع:

$S_n=v_p+v_{p+1}+\dots+v_n$

$q\neq1$ $\boxed{S_n=v_p\left(\frac{1-q^{n-p+1}}{1-q}\right)}$

$v_0+v_1+\dots+v_n=v_0\left(\frac{1-q^{n+1}}{1-q}\right)$

$v_1+v_2+\dots+v_n=v_1\left(\frac{1-q^n}{1-q}\right)$

$$\boxed{1+q+q^2+\dots+q^n=\frac{1-q^{n+1}}{1-q}}$$

المتتاليات (التغيرات والتقارب)

تغيرات متتالية

- لدراسة تغيرات متتالية، ندرس إشارة الفرق $u_{n+1}-u_n$

$u_{n+1}-u_n>0$: المتتالية (u_n) متزايدة تماما

$u_{n+1}-u_n<0$: المتتالية (u_n) متناقصة تماما

$u_{n+1}-u_n=0$: المتتالية (u_n) ثابتة.

- إذا كانت $u_n>0$: نقارن النسبة $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ مع 1.
- إذا كانت $u_n=f(n)$: ندرس تغيرات f على $[0;+\infty[$.

وهناك طرق أخرى لدراسة تغيرات متتالية.

تقارب متتالية

المتتالية (u_n) متقاربة إذا كانت: $\lim_{n\to+\infty}u_n=l$.

- إذا كانت (u_n) محدودة من الأعلى ($u_n<M$) ومتزايدة فإنها متقاربة.
- إذا كانت (u_n) محدودة من الأسفل ($u_n>m$) ومتناقصة فإنها متقاربة.

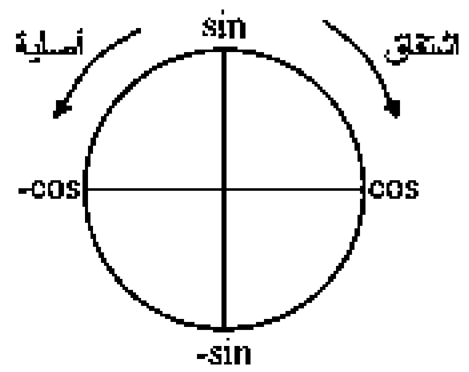
متتاليتان متجاورتان

- إحداهما متناقصة والأخرى متزايدة.
- $\lim_{n\to+\infty}(u_n-v_n)=0$.

المتتاليتان المتجاورتان تقبلان النهاية نفسها.

الدوال الأصلية

$f(x)$	$F(x)$
a (حقيقي)	$ax+C$
$x^n \quad (n \neq -1)$	$\frac{x^{n+1}}{n+1}+C$
$u'.u^n \quad (n \neq -1)$	$\frac{u^{n+1}}{n+1}+C$
$\sin(ax+b) \quad (a \neq 0)$	$-\frac{1}{a}\cos(ax+b)+C$
$\cos(ax+b) \quad (a \neq 0)$	$\frac{1}{a}\sin(ax+b)+C$
$\frac{u'}{u} \quad (u \neq 0)$	$\ln\|u\|+C$
$u'.e^u$	e^u+C



الحساب التكاملي

f دالة مستمرة على $I=[a;b]$ و F دالة أصلية للدالة f على I. التكامل من a إلى b لـ f يرمز بـ: $\boxed{\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b)-F(a)}$

- **علاقة شال**

$$\int_a^b f(x)dx = \int_c^b f(x)dx + \int_a^c f(x)dx$$

$$\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx \quad \text{و} \quad \int_a^a f(x)dx = 0$$

f فردية: $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 0$ $\qquad$ f زوجية: $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 2\int_0^a f(x)dx$

- **الخطية**

$$\int_a^b [\alpha f(x)+\beta g(x)]dx = \alpha\int_a^b f(x)dx + \beta\int_a^b g(x)dx$$

- **الإيجابية**

إذا كانت $f(x) \geq 0$ و $(a \leq b)$ فإن $\int_a^b f(x)dx \geq 0$

- **المقارنة**

إذا كانت $f(x) \leq g(x)$ و $(a \leq b)$ فإن $\int_a^b f(x)dx \leq \int_a^b g(x)dx$

- **القيمة المتوسطة**

القيمة المتوسطة لـ f على $I=[a;b]$ هي: $\boxed{\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx}$

- **الحصر**

إذا كانت $m \leq f(x) \leq M$ و $(a \leq b)$ فإن $m(b-a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq M(b-a)$

- **التكامل بالتجزئة**

$$\boxed{\int_a^b f(x).g'(x)dx = [f(x).g(x)]_a^b - \int_a^b f'(x).g(x)dx}$$

التحليل التوفيقي

الترتيبات

$$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$$

n عدد طبيعي حيث $(n \ge p \ge 0)$

$n! = 1\times 2\times 3\times\ldots\times n$

$A_n^p = n(n-1)\times\ldots\times(n-p+1)$

التوفيقات

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

كذلك: $C_n^p = \frac{A_n^p}{p!}$

التبديلة

$$\boxed{A_n^n = n!}$$

القائمة

$$\boxed{n^p}$$

خواص

$C_n^1 = n$ $\quad$ $C_n^0 = C_n^n = 1$

$C_{n+1}^n = n+1$ $\quad$ $0! = 1! = 1$

السحب

لدينا n قريصة، نسحب p قريصة:

- في آن واحد نستعمل: C_n^p
- على التوالي بدون إرجاع: A_n^p
- على التوالي بالإرجاع: n^p

الجمعيات

- ذكر وظيفة الأشخاص: A_n^p
- لا تذكر وظيفة الأشخاص: C_n^p

دستور ثنائي الحد

$$(x+y)^n = \sum_{p=0}^{n} C_n^p x^{n-p} y^p$$

$$= C_n^0 x^n + C_n^1 x^{n-1} y + \ldots + C_n^n y^n$$

مثال

$$(x+1)^n = \sum_{p=0}^{n} C_n^p x^{n-p} 1^p$$

$$= x^n + C_n^1 x^{n-1} + \ldots + C_n^{n-1} x + 1$$

التحليل التوفيقي

الترتيبات

$$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$$

n عدد طبيعي حيث $(n \ge p \ge 0)$

$n! = 1\times 2\times 3\times\ldots\times n$

$A_n^p = n(n-1)\times\ldots\times(n-p+1)$

التوفيقات

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

كذلك: $C_n^p = \frac{A_n^p}{p!}$

التبديلة

$$\boxed{A_n^n = n!}$$

القائمة

$$\boxed{n^p}$$

خواص

$C_n^1 = n$ $\quad$ $C_n^0 = C_n^n = 1$

$C_{n+1}^n = n+1$ $\quad$ $0! = 1! = 1$

السحب

لدينا n قريصة، نسحب p قريصة:

- في آن واحد نستعمل: C_n^p
- على التوالي بدون إرجاع: A_n^p
- على التوالي بالإرجاع: n^p

الجمعيات

- ذكر وظيفة الأشخاص: A_n^p
- لا تذكر وظيفة الأشخاص: C_n^p

دستور ثنائي الحد

$$(x+y)^n = \sum_{p=0}^{n} C_n^p x^{n-p} y^p$$

$$= C_n^0 x^n + C_n^1 x^{n-1} y + \ldots + C_n^n y^n$$

مثال

$$(x+1)^n = \sum_{p=0}^{n} C_n^p x^{n-p} 1^p$$

$$= x^n + C_n^1 x^{n-1} + \ldots + C_n^{n-1} x + 1$$