

★ الأعداد المركبة ★

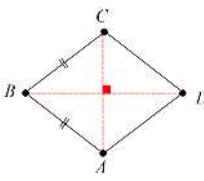
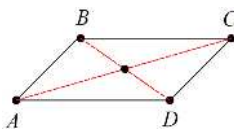
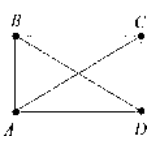
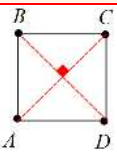
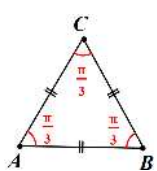
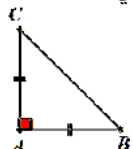
① الشكل الجبري ، الشكل المثلثي و الشكل الأسّي لعدد مركب غير معدوم

الشكل الأسّي	الشكل المثلثي	الشكل الجبري
$z = r e^{i\theta}$ $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$ ترميز أولر: \Rightarrow $\sin \theta = \frac{y}{r}$ و $\cos \theta = \frac{x}{r}$	$z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ $r = z = \sqrt{x^2 + y^2}$: طولية z \Rightarrow $\arg(z) = \theta + 2k\pi$: عمدة z \Rightarrow مع $k \in \mathbb{Z}$	$i^2 = -1$ مع $z = x + i y$ الجزء الحقيقي: $x = \operatorname{Re}(z)$ \Rightarrow الجزء التخيلي: $y = \operatorname{Im}(z)$ \Rightarrow مرافق z : $\bar{z} = x - i y$ \Rightarrow
خواصه	خواصه	خواصه
$-e^{i\theta} = e^{i(\theta+\pi)}$ ① $z \cdot z' = r \cdot r' e^{i(\theta+\theta')}$ ② $\frac{z}{z'} = \frac{r}{r'} e^{i(\theta-\theta')}$ ③ $\frac{1}{z} = \frac{1}{r} e^{-i\theta}$ ④ $\bar{z} = r e^{-i\theta}$ ⑤ $z^n = r^n e^{in\theta}$ ⑥	$\arg(z \cdot z') = \arg(z) + \arg(z')$ ① $\arg\left(\frac{z}{z'}\right) = \arg(z) - \arg(z')$ ② $\arg\left(\frac{1}{z}\right) = -\arg(z)$ ③ $\arg(\bar{z}) = -\arg(z)$ ④ $\arg(z^n) = n \arg(z)$ مع $n \in \mathbb{Z}$ ⑤	$z = 0$ إذا كان $x = 0$ و $y = 0$ ① $z = z'$ إذا كان $x = x'$ و $y = y'$ ② مع $z' = x' + i y'$ z حقيقي إذا كان $\bar{z} = z$ ③ z تخيلي صرف إذا كان $\bar{z} = -z$ ④ $z \times \bar{z} = x^2 + y^2$ ⑤ $z \times \bar{z} = z ^2$ ، $ z = \bar{z} $ ⑥

② توظيف الطويلة و العمدة في الهندسة

التفسير الهندسي	العبارة المركبة
المسافة بين النقطتين A و B	$AB = z_B - z_A $
الشعاع \overline{AB}	$z_{\overline{AB}} = z_B - z_A$
I منتصف القطعة $[AB]$	$z_I = \frac{z_A + z_B}{2}$
G مركز ثقل المثلث ABC	$z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3}$
G مرجح الجملة $\{(A; \alpha), (B; \beta), (C; \lambda)\}$	$z_G = \frac{\alpha z_A + \beta z_B + \lambda z_C}{\alpha + \beta + \lambda}$
A ، B و C على استقامة $(\overline{AB} // \overline{AC})$	$\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ عدداً حقيقياً
الشعاعان \overline{AB} و \overline{AC} متعامدان	$\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ عدداً تخيلياً صرفاً
قيس بالرديان للزاوية الموجهة $(\overline{OI}; \overline{AB})$	$\arg(z_B - z_A)$
قيس بالرديان للزاوية الموجهة $(\overline{AB}; \overline{AC})$	$\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right)$

③ متوازي الأضلاع ، المعين ، المربع ، المستطيل والمثلثات

المعين	متوازي الأضلاع
<p>$ABCD$ معين يعني أحد الشرطين :</p> <p>① $\overline{AB} = \overline{DC}$ أي: $z_B - z_A = z_C - z_D$</p> <p>و $AB = AD$ أي: $z_B - z_A = z_D - z_A$</p> <p>② القطران متناصفان ومتعامدان أي :</p> <p>$\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_D - z_B}\right) = \pm \frac{\pi}{2}$ و $\frac{z_A + z_C}{2} = \frac{z_B + z_D}{2}$</p> 	<p>$ABCD$ متوازي أضلاع يعني أحد الشرطين :</p> <p>① $\overline{AB} = \overline{DC}$ أي: $z_B - z_A = z_C - z_D$</p> <p>② القطران متناصفان أي: $\frac{z_A + z_C}{2} = \frac{z_B + z_D}{2}$</p> 
المستطيل	المربع
<p>$ABCD$ مستطيل يعني أحد الشرطين :</p> <p>① $\overline{AB} = \overline{DC}$ أي: $z_B - z_A = z_C - z_D$</p> <p>و $\arg\left(\frac{z_D - z_A}{z_B - z_A}\right) = \pm \frac{\pi}{2}$ أي: $(\overline{AB}; \overline{AD}) = \pm \frac{\pi}{2}$</p> <p>② القطران متناصفان ومتساويان أي:</p> <p>$z_A - z_C = z_B - z_D$ و $\frac{z_A + z_C}{2} = \frac{z_B + z_D}{2}$</p> 	<p>$ABCD$ مربع يعني أحد الشرطين :</p> <p>① $\overline{AB} = \overline{DC}$ أي: $z_B - z_A = z_C - z_D$</p> <p>و $AB = AD$ أي: $z_B - z_A = z_D - z_A$</p> <p>و $\arg\left(\frac{z_D - z_A}{z_B - z_A}\right) = \pm \frac{\pi}{2}$ أي: $(\overline{AB}; \overline{AD}) = \pm \frac{\pi}{2}$</p> <p>② القطران متناصفان ومتعامدان ومتساويان أي:</p> <p>$\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_D - z_B}\right) = \pm \frac{\pi}{2}$ و $\frac{z_A + z_C}{2} = \frac{z_B + z_D}{2}$</p> <p>و $z_A - z_C = z_B - z_D$</p> 
المثلث المتقايس الأضلاع	المثلث القائم والمتساوي الساقين
<p>ABC مثلث متقايس الأضلاع يعني أحد الشرطين :</p> <p>① $\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) = \pm \frac{\pi}{3}$ و $\left \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right = 1$</p> <p>② $z_A - z_B = z_A - z_C = z_B - z_C$</p> 	<p>ABC مثلث قائم في A ومتساوي الساقين يعني :</p> <p>$\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) = \pm \frac{\pi}{2}$ و $\left \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right = 1$</p> 

④ التحويلات النقطية في المستوي المركب

العبارة المركبة للتحويل f هي: $z' = az + b$			
a عدد مركب (غير حقيقي)		a عدد حقيقي	
$ a \neq 1$	$ a = 1$	$a \neq 1$	$a = 1$
<p>f تشابه مباشر نسبته $k = a$</p> <p>زاويته $\theta = \arg(a)$</p> <p>مركزه النقطة Ω</p> <p>ذات اللاحقة $z_\Omega = \frac{b}{1-a}$</p>	<p>f دوران مركزه النقطة Ω</p> <p>ذات اللاحقة $z_\Omega = \frac{b}{1-a}$</p> <p>زاويته $\theta = \arg(a)$</p>	<p>f تحاكي نسبته $k = a$</p> <p>مركزه النقطة Ω</p> <p>ذات اللاحقة $z_\Omega = \frac{b}{1-a}$</p>	<p>f انسحاب شعاعه \vec{u}</p> <p>ذات اللاحقة b ($b \neq 0$)</p>
العبارة المختصر للتحويل f			
$z' - z_\omega = k e^{i\theta} (z - z_\omega)$	$z' - z_\omega = e^{i\theta} (z - z_\omega)$	$z' - z_\omega = k (z - z_\omega)$	$z' = z + b$