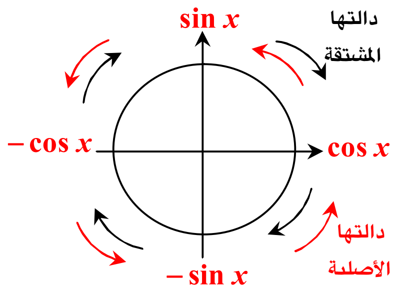
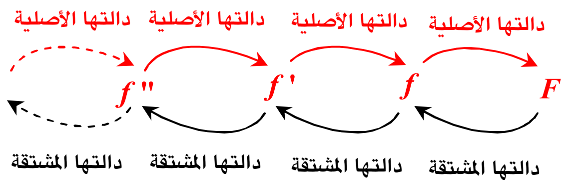
★ الدوال الأصلية و الحساب التكاملي ★

① الدوال الأصلية

	السؤال	الجواب
❶	ما هو شرط وجود دالة أصلية F للدالة f على المجال I	الشرط أن تكون الدالة f مستمرة على المجال I
❷	كم عدد الدوال الأصلية للدالة f على المجال I	الدالة f تقبل عدد غير منتهي من الدوال الأصلية و هي : $F(x)+k$ حيث $k\in\mathbb{R}$
❸	أثبت أن الدالة F أصلية للدالة f على المجال I	يكفي إثبات من أجل كل $x\in I$: $F'(x)=f(x)$
❹	بين أن الدالتان F و G أصليتان لنفس الدالة على المجال I	يكفي إثبات من أجل كل $x\in I$: $F'(x)=G'(x)$





② الدوال الأصلية لدوال مألوفة

$f(x)=$	$F(x)=$	$I=$
a (a عدد حقيقي)	$ax+c$	$\mathbb{R}$
x	$\frac{1}{2}x^2+c$	$\mathbb{R}$
x^n $(n\in\mathbb{N}^*)$	$\frac{1}{n+1}x^{n+1}+c$	$\mathbb{R}$
$\frac{1}{x^2}$	$-\frac{1}{x}+c$	$]0;+\infty[$ أو $]-\infty;0[$
$\frac{1}{x^n}$ $(n\in\mathbb{N}$ و $n\geq 2)$	$-\frac{1}{(n-1)x^{n-1}}+c$	$]0;+\infty[$ أو $]-\infty;0[$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x}+c$	$]0;+\infty[$
e^x	e^x+c	$\mathbb{R}$
e^{ax+b} $(b\in\mathbb{R}$ و $a\in\mathbb{R}^*)$	$\frac{1}{a}e^{ax+b}+c$	$\mathbb{R}$
$\frac{1}{x}$	$\ln x+c$	$]0;+\infty[$
$\ln x$	$x\ln x-x+c$	$]0;+\infty[$
$\ln(x-a)$ $(a\in\mathbb{R})$	$(x-a)\ln(x-a)-x+c$	$]a;+\infty[$

③ الدوال الأصلية و العمليات على الدوال

شروط على الدالة u	الدوال الأصلية للدالة f على I	الدالة f
	$\frac{1}{2}u^2+c$	$u'u$
	$\frac{1}{n+1}u^{n+1}+c$	$(n\in\mathbb{N}^*)$ $u'u^n$
من أجل كل x من I، $u(x)\neq 0$	$-\frac{1}{u}+c$	$\frac{u'}{u^2}$
من أجل كل x من I، $u(x)\neq 0$	$-\frac{1}{(n-1)u^{n-1}}+c$	$(n\in\mathbb{N}$ و $n\geq 2)$ $\frac{u'}{u^n}$
من أجل كل x من I، $u(x)>0$	$2\sqrt{u}+c$	$\frac{u'}{\sqrt{u}}$
	e^u+c	$u'e^u$
$u(x)\neq 0$	$\ln\lvert u\rvert+c$	$\frac{u'}{u}$

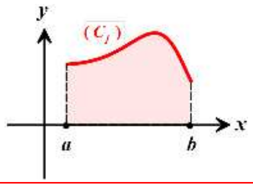
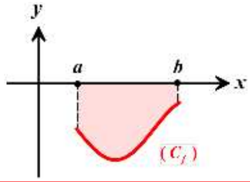
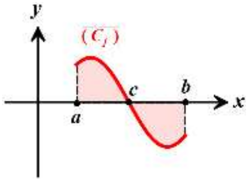
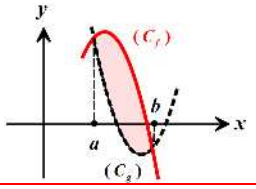
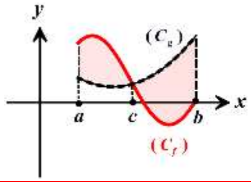
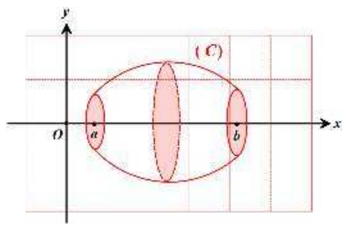
④ المعادلات التفاضلية

المعادلة التفاضلية	حلول المعادلة
$y'=a\,y$	$y=C\,e^{ax}$
$y'=a\,y+b$	$y=C\,e^{ax}-\frac{b}{a}$
$y'=f(x)$	$y=F(x)+c$
$y''=f'(x)$	$y=F(x)+c_1x+c_2$
$y''=-\omega^2 y$	$y=c_1\cos\omega x+c_2\sin\omega x$

⑤ الحساب التكاملي

التكامل المحدود	$\int_a^b f(x)\,dx=[F(x)]_a^b=F(b)-F(a)$
التكامل الغير محدود	$\int f(x)\,dx=F(x)+k$
علاقة شال	$\int_a^b f(x)\,dx+\int_b^c f(x)\,dx=\int_a^c f(x)\,dx$
المكاملة بالتجزئة	$\int_a^b u(x)v'(x)\,dx=[u(x)v(x)]_a^b-\int_a^b u'(x)v(x)\,dx$
القيمة المتوسطة على مجال	$m=\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$

⑥ حساب المساحات و الحجوم

المساحات S	التمثيل البياني لها
$S=\int_a^b f(x)\,dx$	
$S=\int_a^b -f(x)\,dx$	
$S=\int_a^c f(x)\,dx+\int_c^b -f(x)\,dx$	
$S=\int_a^b [f(x)-g(x)]\,dx$	
$S=\int_a^c [f(x)-g(x)]\,dx+\int_c^b [g(x)-f(x)]\,dx$	
الحجوم V	**التمثيل البياني لها**
حجم مجسم مولد بالدوران حول المحور $(x'x)$ لمنحن (C) $V=\int_a^b \pi[f(x)]^2\,dx$	
ملاحظة هامة : كل المساحات يجب أن تضرب في الوحد ua حيث : $ua=\|\vec{i}\|\times\|\vec{j}\|$	