A卷

中国石油大学（北京）2017-2018学年春季学期

《高等数学（Ⅱ）》本科期末考试试卷

考试方式（闭卷考试）

班级：____________________

姓名：____________________

学号：____________________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

（试卷不得拆开，所有答案均写在题后相应位置）

一、填空题（请在下列各题的空格处填上正确答案，共 5 题，每小题 3 分，共 15 分）

1. 函数 $f(x)$ 是以 2π 为周期的函数，其傅里叶级数为 $\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx)$，则它的傅里叶系数 $a_n=$ $\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\cos nx\,dx\ (n=1,2,3\cdots)$

2. 设Ω是 $x^2+y^2+z^2=R^2$ 所围成的有界闭区域，则 $\iiint\limits_{\Omega}(1+x^2yz^3)\,dv=$______.

3. 曲线 C: $\begin{cases}x^2+y^2+z^2=1\\ z=\sqrt{x^2+y^2}\end{cases}$ 在 xoy 面的投影曲线的方程是______.

4. 函数 $z=2x^2+3y^2$ 在点 (1,1) 处的梯度向量是______.

5. 交换积分 $\int_0^1 dy\int_0^y f(x,y)\,dx$ 的次序为______.

二、选择题（请将下列各题的正确答案填在题后的括号内，共 5 题，每小题 3 分，共 15 分）

1. 下列级数发散的是（ A ）

(A) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n^3}}$ (B) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{n}$

(C) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n n}{n+1}$ (D) $\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{\pi}{2^n}$

2. 设椭圆 $L:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 的周长为 s，则 $\oint_L(xy+b^2x^2+a^2y^2)\,ds=($ $)$.

(A) a^2b^2s (B) abs (C) 0 (D) s

3. 设曲线 $L:\begin{cases}x=\frac{t}{1+t},\\ y=\frac{1+t}{t}, & t\in[0,2],\\ z=t^2,\end{cases}$ 则 L 在 $(\frac{1}{2},2,1)$ 点所对应的法平面方程为（ B ）

(A) $x-4y+8z=0$ (B) $2x-8y+16z=1$

(C) $x-4y+8z=1$ (D) $2x+8y-16z=0$

4. 设Σ: $x^2+y^2+z^2=a^2\ (z\geq 0)$，$\Sigma_1$为$\Sigma$在第一卦限中的部分，则下列成立的是（ ）.

(A) $\iint\limits_{\Sigma} x\,dS = 4\iint\limits_{\Sigma_1} y\,dS$ (B) $\iint\limits_{\Sigma} y\,dS = 4\iint\limits_{\Sigma_1} y\,dS$

(C) $\iint\limits_{\Sigma} z\,dS = 4\iint\limits_{\Sigma_1} y\,dS$ (D) $\iint\limits_{\Sigma} xyz\,dS = 4\iint\limits_{\Sigma_1} xyz\,dS$

5. 设$f(x,y)$为连续函数，则$\int_0^{\frac{\pi}{4}}d\theta\int_0^1 f(r\cos\theta,r\sin\theta)\,r\,dr=$（ ）.

(A) $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}dx\int_x^{\sqrt{1-x^2}}f(x,y)\,dy$ (B) $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}dx\int_0^{\sqrt{1-x^2}}f(x,y)\,dy$

(C) $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}dy\int_y^{\sqrt{1-y^2}}f(x,y)dx$ (D) $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}dy\int_0^{\sqrt{1-y^2}}f(x,y)dx$

三、计算题（计算下列各题，共 5 题，每题 6 分，共 30 分）

1. 计算二重积分$\iint\limits_{D} ydxdy$，其中 D 是由直线 $y=2, y=x$ 及 $y=2x$ 所围成的闭区域.

2. 计算 $I=\iiint\limits_{\Omega} x\,dxdydz$, 其中$\Omega$是由平面 $x+y+z=1$ 及 三张坐标面所围成 的闭区域.

3. 求函数 $z=f(xy^2,xy)$ 的二阶偏导数 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.

4. 求曲面 $z=x^2+y^2$ 在点 $(1,1,2)$ 处的切平面的方程.

$2x+2y-z-2=0$

5

5. 判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n}{3^{n-1}}$ 是否收敛，如果收敛，是条件收敛还是绝对收敛.

四、(8 分) 求幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^{n+1}}{n+1}$ 的收敛域及和函数.

五、(8 分) 求过点（-1，0，4），且平行于平面 $3x-4y+z-10=0$，又与直线 $\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{1}=\frac{z}{2}$ 相交的直线方程.

8

六、（8 分）抛物面 $z=x^2+y^2$ 被平面 $x+y+z=1$ 截成一椭圆，求椭圆上的点到原点的距离的最大值和最小值.

七、（8 分）计算 $I=\int_L (e^x\sin y-my)dx+(e^x\cos y-m)dy$，其中曲线 L 为由点 A$(a,0)$ 到点 O$(0,0)$ 的上半圆周 $x^2+y^2=ax,\ y\geq 0,\ a>0$.

$\dfrac{\pi a^2 m}{8}$

格林公式

缺线补线法

八、(8 分) 计算$I=\oiint\limits_{\Sigma} xdydz+ydzdx+z^2\,dxdy$, 其中$\Sigma$是介于z=0和z=3之间的圆柱体$x^2+y^2\le 9$的整个表面的外侧.