中国石油大学（北京）2017-2018学年春季学期

《概率论与数理统计》本科期末考试试卷

一、填空题（请在下列各题的空格处填上正确答案，共5题，每空题3分，共15分；（双填空对一个2分，全对3分））

1、设 A, B 为随机事件，已知 $P(A)=0.7$， $P(B)=0.5$； $P(A-B)=0.3$． 则

$P(AB)=$_________， $P(B-A)=$_________．

2、已知 $X\sim N(2,\ 4)$， $Y\sim N(0,\ 1)$，且 X, Y 独立，则 $P(X+2Y\geq 2)=$_________．

3、设随机变量 X 的方差为 3，则根据契比雪夫不等式估计

$P(|X-E(X)|<2)\geq$_________．

4、设总体 $X\sim N(0,\ 2^2)$，而 $X_1, X_2, \dots, X_{15}$ 是来自总体 X 的简单随机样本，则随机变量

$Y=\dfrac{X_1^2+\cdots+X_{10}^2}{2(X_{11}^2+\cdots+X_{15}^2)}$ 服从_________分布，参数为_________．

5、设 (X, Y) 的联合分布律为

Y \ X	0	1
0	0.4	b
1	a	0.1

，且事件 $\{X=0\}$ 与 $\{X+Y=1\}$ 互相独立，则 $a=$_________， $b=$_________．

二、单项选择题（请将下列各题的正确答案填在题后的括号内，共5题，每小题3分，共15分）

1、设 $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ 是独立同分布的随机变量序列，其分布函数为

$F(x)=a+\dfrac{1}{\pi}\arctan\left(\dfrac{x}{b}\right)$， $b\neq 0$，则由辛钦大数定律对此序列【　　　】．

A．适用；　　　　B．当常数 a, b 取适当的数时适用；

C．不适用；　　　　D．无法判定．

2、三设随机变量X和Y都服从标准正态分布，则【　　　】．

A．$X+Y$ 服从正态分布；　　B．X^2+Y^2 服从 χ^2 分布；

C．X^2 和 Y^2 都服从 χ^2 分布；　　D．$\dfrac{X^2}{Y^2}$ 服从 F 分布．

3、设总体 $X\sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$，其中 μ 已知，σ^2 未知，$X_1,X_2,\ldots,X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本，则下列表达式中不是统计量的是【　　】．

A．$\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}X_i$；　B．$\max\limits_{1\le i\le n}\{X_i\}$；　C．$\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}\left(\dfrac{X_i-\mu}{\sigma}\right)^2$；　D．$\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$．

4、若方差 $D(X)$，$D(Y)$ 为非零数，且 $E(XY)=E(X)E(Y)$，则【　　】．

A．X 与 Y 一定相互独立；　　B．$D(XY)=D(X)D(Y)$；

C．X 与 Y 一定不相关；　　D．$D(X-Y)=D(X)-D(Y)$．

5、下列函数中可以作为随机变量的分布函数是【　　】．

A．$F(x)=\dfrac{1}{1+x^2}$；　　B．$F(x)=\dfrac{3}{4}+\dfrac{1}{2\pi}\arctan(x)$；

C．$F(x)=1+\dfrac{2}{\pi}\arctan(x)$；　　D．$F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ \dfrac{x}{1+x}, & x\ge 0\end{cases}$．

三、（本题满分12分）

病树的主人外出，委托邻居浇水，设已知如果不浇水，树死的概率为 0.8，若浇水则树死的概率为 0.15．有 0.9 的把握确定邻居会记得浇水．

(1) 求主人回来树还活着的概率．

(2) 若主人回来树已死去，求邻居忘记浇水的概率．

四、（本题满分12分）

设 X 和 Y 是两个互相独立的随机变量，其概率密度分别为：

$$f_X(x)=\begin{cases}1, & 0\le x\le 1\\ 0, & \text{其它}\end{cases},\quad f_Y(y)=\begin{cases}e^{-y}, & y>0\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

求 $Z=X+Y$ 的概率密度．

五、（本题满分12分）

设二维随机变量 (X,Y) 的联合概率密度函数为

韦玉

$$f(x,y)=\begin{cases} k, & 0<x<1,\ 0<y<2x \\ 0, & 其它 \end{cases},$$

求：(1) 常数 k；

(2) 随机变量 X、Y 的边缘概率密度，并判断 X、Y 是否相互独立；

(3) 条件概率密度 $f_{Y|X}(y|x)$；

(4) $P\left\{Y\le\frac{1}{2}\middle|X=\frac{1}{2}\right\}$.

六、（本题满分10分）

已知二维随机变量 (X,Y) 服从二维正态分布，并且 X 和 Y 分别服从正态分布 $N(0,\ 3^2)$，$N(0,\ 4^2)$，X 与 Y 的相关系数 $\rho_{XY}=-\frac{1}{2}$，设 $Z=\frac{X}{3}+\frac{Y}{2}$，

(1) 求 $E(Z)$ 和 $D(Z)$；

(2) 求 ρ_{XZ}；

(3) 问 X 与 Z 是否相互独立？为什么？

七、（本题满分10分）

某单位要估计平均每天职工的总医疗费，设每天总医疗费用服从正态分布．观察了 30 天，其总金额的平均值是170 元，标准差为 30 元，试决定职工每天总医疗费用平均值的区间估计（置信水平为0.95）．附表：$t_{0.05}(30)=1.6973$，$t_{0.025}(29)=2.045$，$t_{0.025}(30)=2.042$．

八、（本题满分14分）

(1) 设总体 X 的概率分布为

X	0	1	2	3
P	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	θ^2	$1-2\theta$

，其中 $\theta\ \left(0<\theta<\frac{1}{2}\right)$ 是未知参数，从总体 X 中抽取容量为8的一组样本，其样本值为 3, 1, 3, 0, 3, 1, 2, 3，求 θ 的矩估计值．

(2) 设总体 X 的密度函数为 $f(x,\ \theta)=\frac{1}{2\theta}e^{-\frac{|x|}{\theta}}$，$-\infty<x<+\infty$，其中未知参数 $\theta>0$．$X_1, X_2, \dots, X_n$ 为 X 的一个样本，求 θ 的最大似然估计量 $\hat{\theta}$．