中国石油大学（北京）2018-2019学年春季学期

《概率论与数理统计》本科期末考试

一、填空题（请在下列各题的空格处填上正确答案，共5题，每题3分，其中一题两空的，答对其一得2分，全对得3分，共15分）

1. 若$P(A)=0.5$，$P(B)=0.5$，$P(C)=0.4$，$P(AC)=0.3$，且A、B独立，B、C互斥，则$P(AB)=$__________，$P\left(A\bigcup B\bigcup C\right)=$__________.

2. 设连续型随机变量X的密度函数为$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{3}\mathrm{e}^{-\frac{x}{3}}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$，则$P(1<X\le 3)=$__________.

3. 已知二元随机变量(X,Y)的分布函数为$F(x,y)$，则随机点(X,Y)落在矩形域$(2<x\le 3,\ 3<y\le 5)$的概率为______________________________.

4. 随机变量X服从参数为λ的泊松分布，且$D(X)=4$，则$P\{X=1\}=$__________.

5. 已知X服从参数为θ的指数分布，$X_1, X_2, \ldots, X_n$是来自总体X的样本，则参数θ的矩估计量为________________.

二、单项选择题（请将下列各题的正确答案填在题后的括号内，共5题，每小题3分，共15分）

1. 设$P(AB)=0$，则下列成立的是【　　　】.

   (A) A和B不相容；　　(B) A和B独立；

   (C) $P(A)=0$或$P(B)=0$;　　(D) $P(A-B)=P(A-B)$.

2. (X,Y)是二维随机向量，与$\mathrm{cov}(X,Y)=0$不等价的是【　　　】.

   (A) $E(XY)=E(X)\cdot E(Y)$;　　(B) $D(X+Y)=D(X)+D(Y)$;

   (C) $D(X-Y)=D(X)+D(Y)$;　　(D) X与Y独立.

3. 设总体ξ服从正态分布$N\left(\mu,\sigma^2\right)$，其中$\mu$已知，$\sigma$未知，$\xi_1,\xi_2,\xi_3$是取自总体$\xi$的一个样本，则非统计量的是【　　　】.

(A) $\frac{1}{3}(\xi_1+\xi_2+\xi_3)$; (B) $\xi_1+\xi_2+2\mu$;

(C) $\max(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$; (D) $\frac{1}{\sigma^2}(\xi_1^2+\xi_2^2+\xi_3^2)$.

4. 在假设检验中，H_0 表示原假设，H_1 表示为备择假设，则称为犯第二类错误的是【　　】.

(A) H_1 不真，接受 H_1; (B) H_0 不真，接受 H_1;

(C) H_1 不真，接受 H_0; (D) H_0 不真，接受 H_0.

5. 设随机变量序列$\{X_n\}$, $n=1, 2, \ldots$，其中X_i服从同一分布，均值存在，但方差不存在，则对序列$\{X_n\}$，有【　　】.

(A) 可应用切比雪夫大数定律; (B) 不可应用切比雪夫大数定律;

(C) 可应用辛钦大数定律; (D) 不可应用辛钦大数定律.

三、（本题满分12分）

某工厂由甲、乙、丙三个车间生产同一种产品，它们的产品占全厂产品的比例分别为25%、35%、40%；并且它们的废品率分别是5%、4%、2%.

(1) 今从该厂产品中任取一件，问它是废品的概率是多少?

(2) 如果已知取出的一件产品是废品，问它最大可能是哪个车间生产的?

四、（本题满分10分）

设随机变量X的概率密度函数如下:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{8}, & 0<x<4\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

求$Y=3X+8$的概率分布.

五、（本题满分12分）

设二维随机变量(X, Y)的联合概率密度函数为

$$f(x, y)=\begin{cases}1, & 0<x<1, 0<y<2x\\ 0, & \text{其它}\end{cases},$$

肖玉

求：(1) 关于随机变量 X 、Y 的边缘概率密度，并判断 X 、Y 是否相互独立；

(2) 条件概率密度 $f_{Y|X}(y|x)$.

六、（本题满分12分）设随机变量 X 和 Y 的联合分布律为

$Y \backslash X$	-1	0	1
-1	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$
0	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$
1	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

求 $E(X)$ ，$E(Y)$ ，$\operatorname{cov}(X, Y)$ ，ρ_{XY} .

七、（本题满分12分）

设总体 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{\theta-1}x^{\frac{2-\theta}{\theta-1}}, & 0<x<1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ ，其中 $\theta>1$ 是未知参数.

$x_1, x_2, \ldots, x_n$ 是样本 $X_1, X_2, \ldots, X_n$ 的观察值. 求 θ 的最大似然估计量.

八、（本题满分12分）

设某次考试的学生成绩服从正态分布，从中随机地抽取 36 名考生的成绩,算得平均成绩为 66.5 ，标准差为 15 分. (1) 求出学生成绩均值的的95%的置信区间. (2) 问在显著水平 $\alpha=0.05$ 下，是否可以认为这次考试全体考生的方差大于 12^2 ？附表：

$t_{0.05}(35)=1.690$ ，$t_{0.025}(35)=2.030$ ，$t_{0.025}(36)=2.028$ ；$\chi^2_{0.05}(35)=49.802$ ，$\chi^2_{0.025}(35)=53.203$ ，$\chi^2_{0.025}(36)=50.998$.

芦三