中国石油大学(北京)克拉玛依校区《高等数学》2020-2021 学年第一学期期末试卷

开课二级学院：理学院，考试时间：___年___月 ____日____时

考试形式：闭卷□ √、开卷□，允许带 铅笔、钢笔、橡皮 、胶带纸等文具 入场

考生姓名：___________ 学号：___________ 专业：_____________ 班级：________

题序	一	二	三	四	五	总分
得分						
评卷人						

装

得分	
评卷人	

一、单项选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1、曲线 $y = x^3 + 3x^2 - 2x + 5$ 的拐点为（　　　　）；

A　-1　　　B　9　　　C　$(-1,1)$　　　D　$(-1,9)$

2、当 $x \to 0$ 时，$x\ln(1+x^2)$ 是 $\frac{1}{2}x^3$ 的（　　　　）无穷小；

A　低阶　　　B　高阶　　　C　同阶　　　D　等价

订

3、极限 $\lim\limits_{x\to\infty}(1-\frac{3}{x})^x =$（　　　　）；

A　e^{-3}　　　B　e^{-1}　　　C　e　　　D　e^3

4、若 $f(x)$ 的一个原函数是 $\frac{1}{x}$，则 $f'(x) =$（　　　　）；

A　$\frac{2}{x^3}$　　　B　$\ln|x|$　　　C　$\frac{1}{x}$　　　D　$-\frac{1}{x^2}$

5、由曲线 $xy = 1$，$y = x$，$x = 2$ 所围成的图形的面积为（　　　　）.

线

A　$\frac{3}{2} + \ln 2$　　　B　$\frac{3}{2} - \ln 2$　　　C　$2 - \ln 2$　　　D　$\frac{3}{2}$

得分	
评卷人	

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1、一阶微分方程 $ydx - x^2dy = 0$ 的通解为___________；

2、设 $f(x) = x^2 + 4x - 1$，$g(x) = 2^x$，则 $f(g(x)) =$_________；

3、极限 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x\cos x-\sin x}{\sin^3 x}=$ ________；

4、设 $f(x)$ 是连续函数，且 $f(x)=x-2\int_0^2 f(x)\,dx$，则 $f(x)=$ ____________ ；

5、设 $f'(1)=-2$，则 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(1-2x)-f(1)}{x}=$ ________ .

得分	
评卷人	

三、计算题（每小题 7 分，共 63 分）

1、求微分方程 $y'+y\sin x=e^{\cos x}$ 的通解.

2 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}(\frac{1}{x}-\frac{1}{e^x-1})$.

3、计算极限$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^x t\sin t dt}{x^3}$.

装

4、若函数$f(x)=\begin{cases} x^2+a, & x\le 1 \\ bx+1, & x>1 \end{cases}$ 在$x=1$处可导，那么常数a,b取什么值？

订

线

5、设方程$x^2-y+\cos y=0$确定y为x的函数，求$\dfrac{d^2y}{dx^2}$.

6、计算定积分 $\int_0^1 \frac{x}{1+\sqrt{1+x}} dx$.

7、求不定积分 $\int x \arctan x dx$.

8、求微分方程 $y'' + 4y' + 4y = 0$ 的通解.

9、在半径为r的圆内要做一个面积最大的长方形，问长方形的长和宽各取多少时，才能使圆内接长方形的面积为最大？

装

订

得分	
评卷人	

四、证明题（共 7 分）

设$f(x)$二阶可导，且在$(0,a)$内某点取到最大值，对一切$x\in[0,a]$都有$\left|f''(x)\right|\le m$，m是常数，证明：$\left|f'(0)\right|+\left|f'(a)\right|\le am$.

线