




FEH2G3 Elektromagnetika I

# **Analisis Vektor dan Sistem Koordinat**

Program Studi S1 Teknik Telekomunikasi  
Fakultas Teknik Elektro  
Universitas Telkom  
2014

A thick red horizontal bar at the bottom of the slide, with a slight dip in the center.

---

# Tujuan Pembelajaran

1. Mahasiswa memahami berbagai operasi vektor beserta arti fisiknya
2. Mahasiswa memahami sifat-sifat dari Sistem Koordinat Kartesius (SKK), Sistem Koordinat Silinder (SKS) dan Sistem Koordinat Bola (SKB)
3. Mahasiswa mampu melakukan transformasi representasi vektor antar sistem koordinat

---

# Organisasi Materi

- Analisis Vektor
- Sistem Koordinat
- Transformasi Koordinat

---

# Analisis Vektor dan Sistem Koordinat

## Analisis Vektor

**Skalar** : Besaran yang hanya memiliki nilai.

Contoh : temperatur, laju, jarak, dll.

**Vektor** : Besaran yang memiliki nilai dan arah.

Contoh : medan listrik, medan magnet, dll.

# Analisis Vektor dan Sistem Koordinat

## Analisis Vektor

Notasi vektor

$$\vec{A} = |\vec{A}| \hat{a}_A$$

dimana:

$|\vec{A}|$  menyatakan besar vektor A

$\hat{a}_A$  menyatakan vektor satuan searah vektor A

Vektor satuan menyatakan arah vektor, besarnya satu.

$$\hat{a}_A = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$$

---

# Analisis Vektor dan Sistem Koordinat

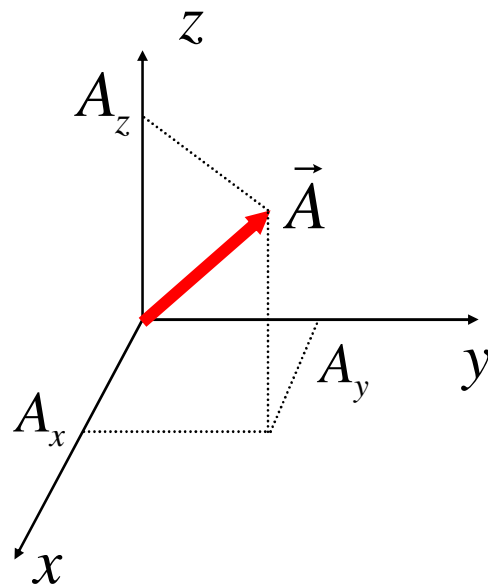
## Sistem Koordinat

- Lebih mudah menuangkan konsep vektor menggunakan sistem koordinat.
- Tiga macam sistem koordinat yang akan dibahas:
  1. Koordinat Cartesius
  2. Koordinat Silinder
  3. Koordinat Bola

# Analisis Vektor dan Sistem Koordinat

## Sistem Koordinat

### 1. Koordinat Cartesius



Dalam koordinat Cartesius, sembarang vektor A ditulis:

$$\vec{A} = A_x \hat{a}_x + A_y \hat{a}_y + A_z \hat{a}_z$$

dimana:

$A_x$ ,  $A_y$ , dan  $A_z$  adalah komponen vektor A dalam arah  $\hat{a}_x$ ,  $\hat{a}_y$  dan  $\hat{a}_z$

# Analisis Vektor dan Sistem Koordinat

## Sistem Koordinat

### 1. Koordinat Cartesius

Besar vektor A ditulis:

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

Vektor satuan searah A ditulis:

$$\hat{a}_A = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|} = \frac{A_x \hat{a}_x + A_y \hat{a}_y + A_z \hat{a}_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$$



# Analisis Vektor dan Sistem Koordinat

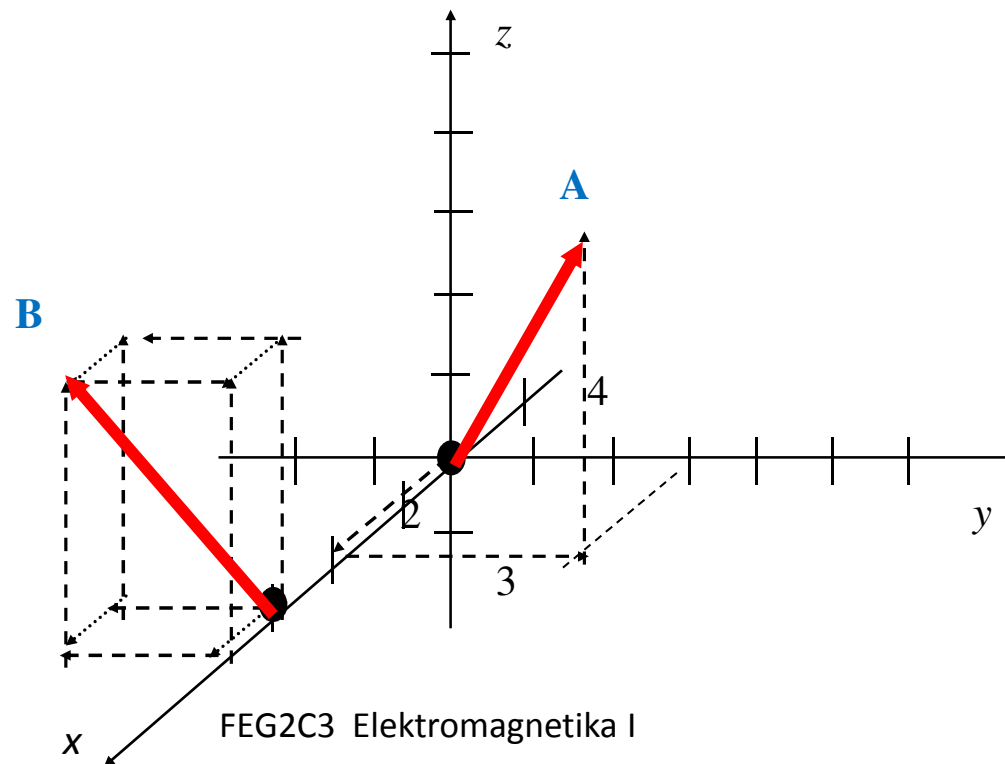
## Sistem Koordinat

### 1. Koordinat Cartesius

Gambarkan vektor berikut dalam koordinat Cartesius

$\mathbf{A} = 2\mathbf{a}_x + 3\mathbf{a}_y + 4\mathbf{a}_z$  berpangkal di titik (0,0,0)

$\mathbf{B} = \mathbf{a}_\rho - 2\mathbf{a}_\phi + 4\mathbf{a}_z$  berpangkal di titik (3,0,0)



# Analisis Vektor dan Sistem Koordinat

## Sistem Koordinat

### 1. Koordinat Cartesius

Elemen panjang

$$d\vec{l} = dx \hat{a}_x + dy \hat{a}_y + dz \hat{a}_z$$

Elemen luas

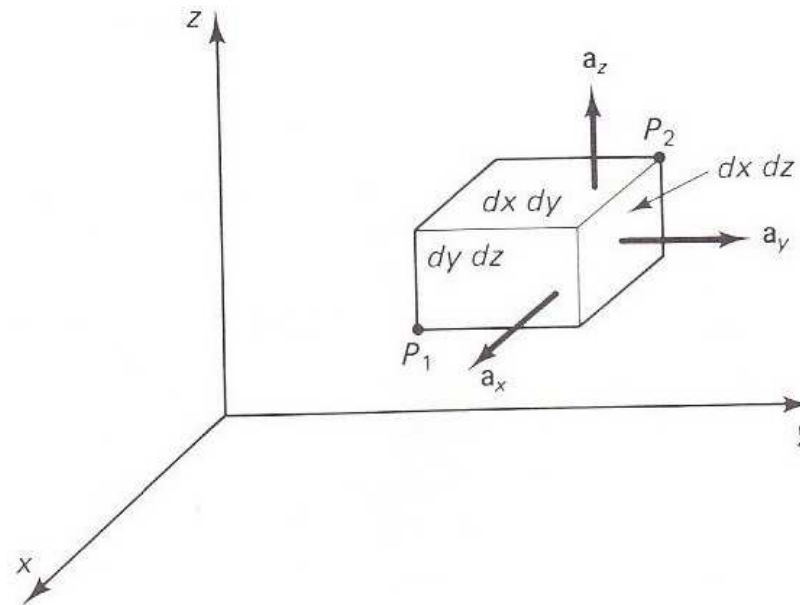
$$d\vec{S} = dydz \hat{a}_x$$

$$d\vec{S} = dxdz \hat{a}_y$$

$$dS = dxdy \hat{a}_z$$

Elemen volume

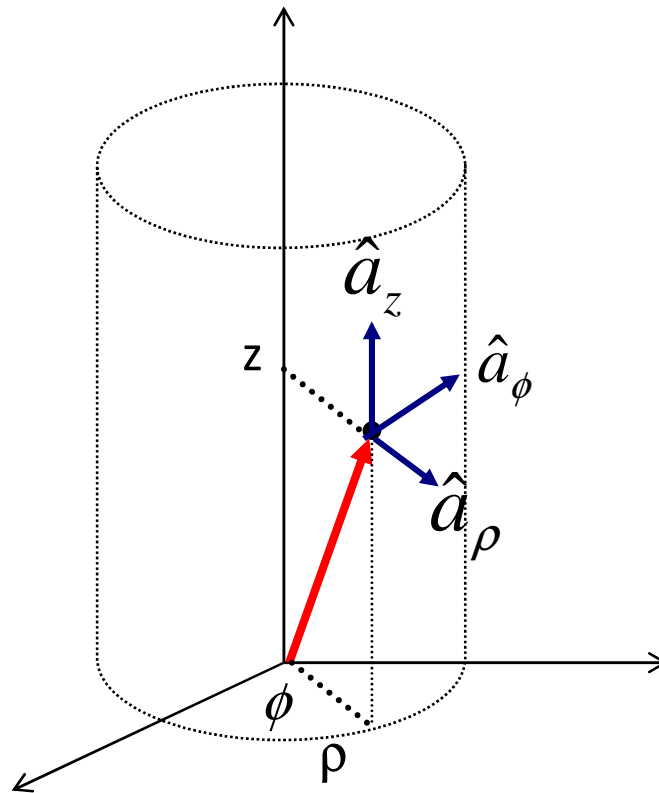
$$dv = dxdydz$$



# Analisis Vektor dan Sistem Koordinat

## Sistem Koordinat

### 2. Koordinat Silinder



Dalam koordinat Silinder sembarang vektor  $\vec{A}$  ditulis

$$\vec{A} = A_{\rho} \hat{a}_{\rho} + A_{\phi} \hat{a}_{\phi} + A_z \hat{a}_z$$

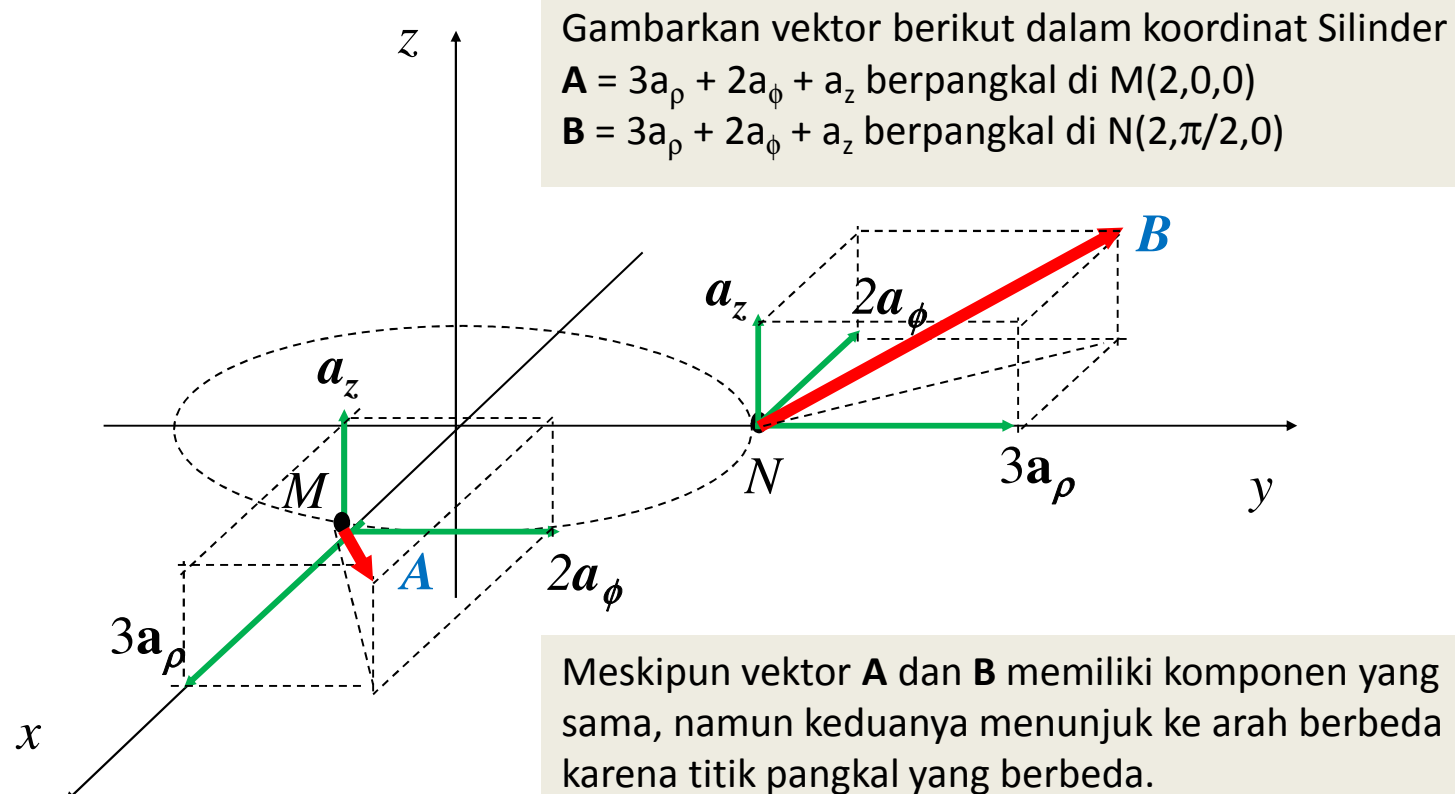
dimana:

$A_{\rho}$ ,  $A_{\phi}$ ,  $A_z$  adalah komponen vektor  $\vec{A}$  dalam arah  $\hat{a}_{\rho}$ ,  $\hat{a}_{\phi}$  dan  $\hat{a}_z$

# Analisis Vektor dan Sistem Koordinat

## Sistem Koordinat

### 2. Koordinat Silinder



# Analisis Vektor dan Sistem Koordinat

## Sistem Koordinat

### 2. Koordinat Silinder

Elemen panjang

$$d\vec{l} = d\rho \hat{a}_\rho + \rho d\phi \hat{a}_\phi + dz \hat{a}_z$$

Elemen luas

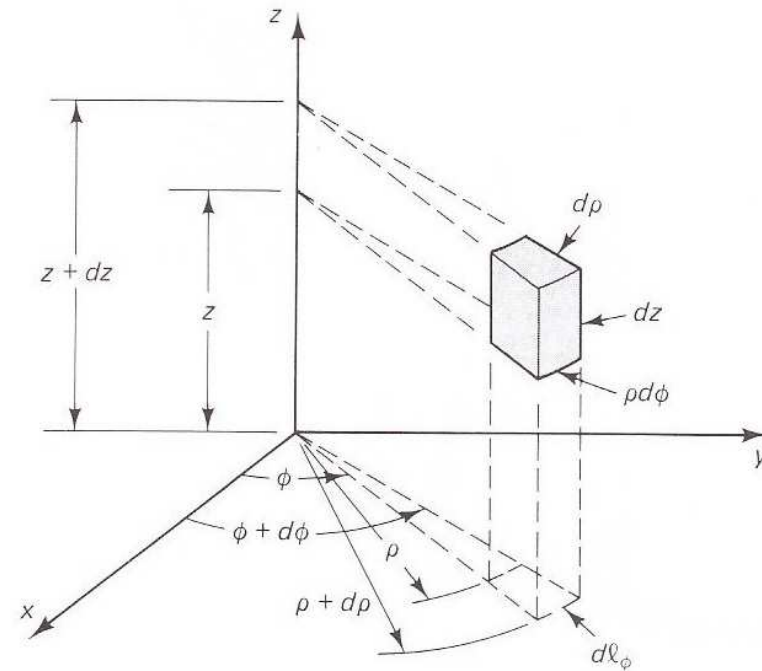
$$d\vec{S} = \rho d\phi dz \hat{a}_\rho$$

$$d\vec{S} = d\rho dz \hat{a}_\phi$$

$$d\vec{S} = \rho d\rho d\phi \hat{a}_z$$

Elemen volume

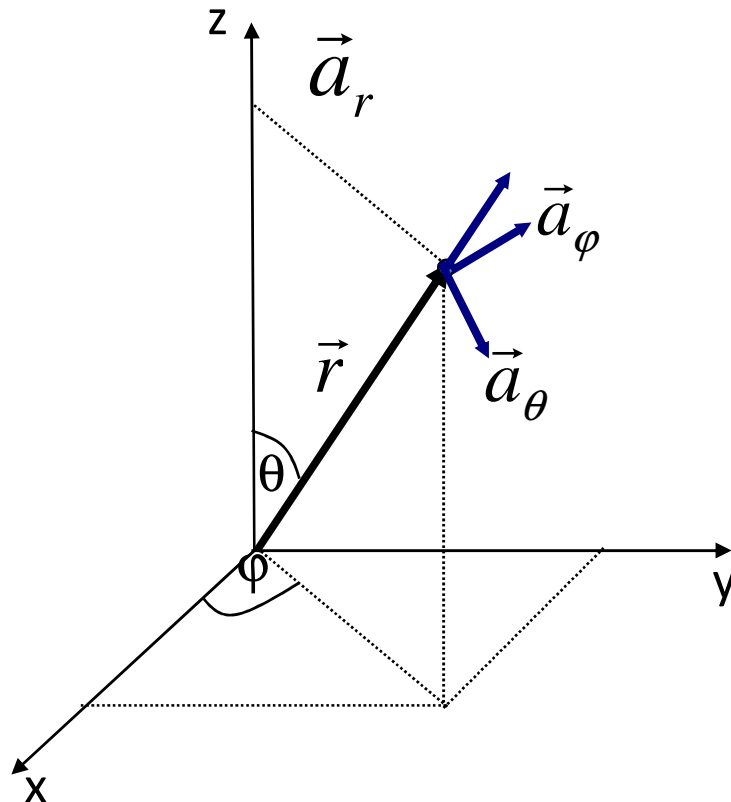
$$dv = \rho d\rho d\phi dz$$



# Analisis Vektor dan Sistem Koordinat

## Sistem Koordinat

### 3. Koordinat Bola



Dalam koordinat Bola, sembarang Vektor A ditulis :

$$\vec{A} = A_r \hat{a}_r + A_\theta \hat{a}_\theta + A_\phi \hat{a}_\phi$$

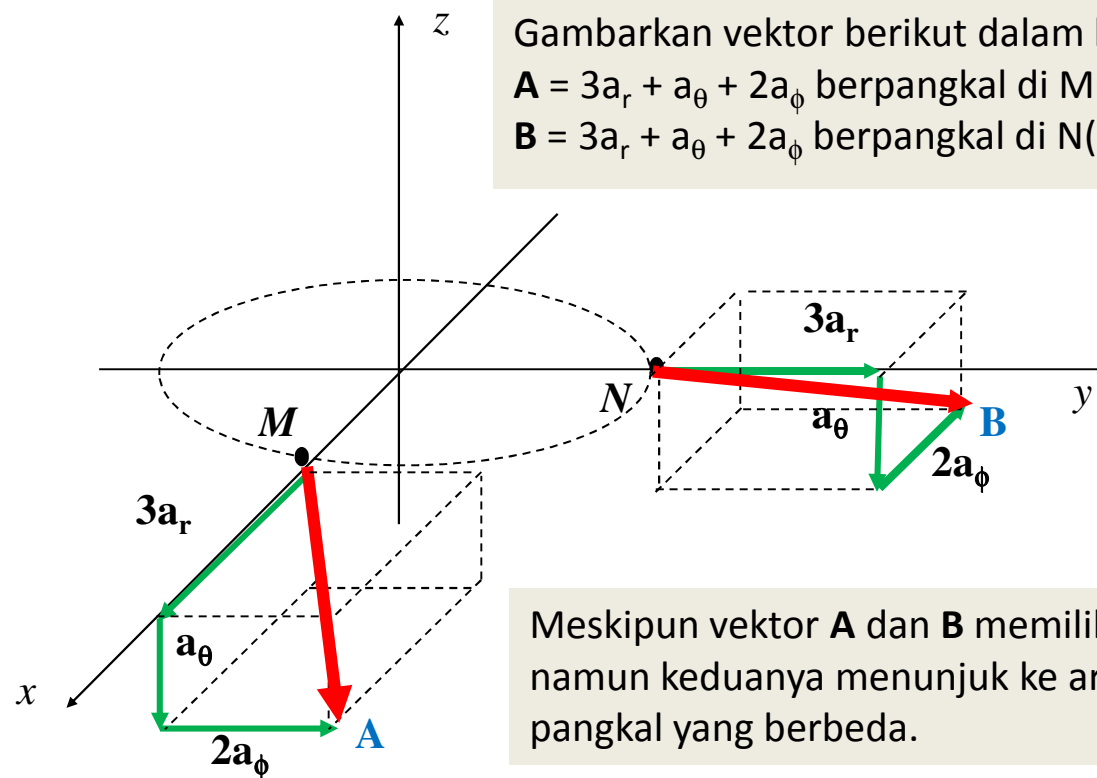
dimana:

$A_r, A_\phi, A_\theta$  adalah komponen vektor A dalam arah  $\hat{a}_r, \hat{a}_\theta$  dan  $\hat{a}_\phi$

# Analisis Vektor dan Sistem Koordinat

## Sistem Koordinat

### 3. Koordinat Bola



# Analisis Vektor dan Sistem Koordinat

## Sistem Koordinat

### 3. Koordinat Bola

Elemen panjang

$$d\vec{l} = dr \hat{a}_r + r d\theta \hat{a}_\theta + r \sin \theta d\phi \hat{a}_\phi$$

Elemen luas

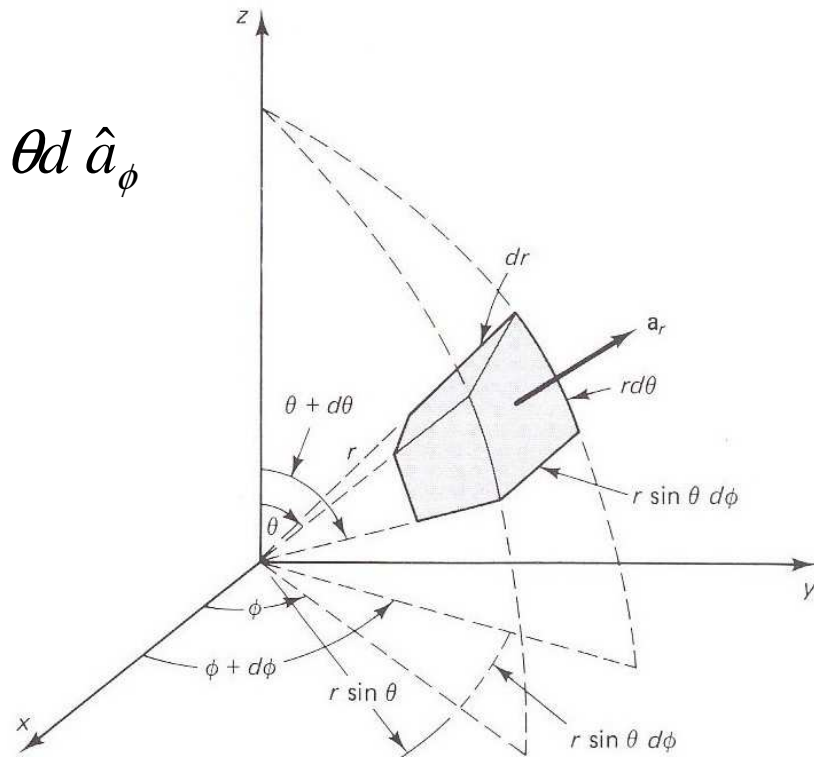
$$d\vec{S} = r^2 \sin \theta d\theta d\phi \hat{a}_r$$

$$d\vec{S} = r \sin \theta dr d\phi \hat{a}_\theta$$

$$d\vec{S} = r dr d\theta \hat{a}_\phi$$

Elemen volume

$$dv = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$$





# Analisis Vektor dan Sistem Koordinat

## Transformasi Koordinat

### 1. Koordinat Cartesius $\Rightarrow$ Koordinat Silinder

$$(x, y, z) \Rightarrow (\rho, \phi, z)$$

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$z = z$$

$$\vec{A} = A_x \hat{a}_x + A_y \hat{a}_y + A_z \hat{a}_z$$

$\Downarrow$

$$\vec{A} = A_\rho \hat{a}_\rho + A_\phi \hat{a}_\phi + A_z \hat{a}_z$$

$$A_\rho = A_x \cos \phi + A_y \sin \phi$$

$$A_\phi = -A_x \sin \phi + A_y \cos \phi$$

$$A_z = A_z$$

# Analisis Vektor dan Sistem Koordinat

## Transformasi Koordinat

### 2. Koordinat Silinder $\Rightarrow$ Koordinat Cartesius

$$(\rho, \phi, z) \Rightarrow (x, y, z)$$

$$x = \rho \cos \phi$$

$$y = \rho \sin \phi$$

$$z = z$$

$$\vec{A} = A_\rho \hat{a}_\rho + A_\phi \hat{a}_\phi + A_z \hat{a}_z$$

$\Downarrow$

$$\vec{A} = A_x \hat{a}_x + A_y \hat{a}_y + A_z \hat{a}_z$$

$$A_x = -A_\rho \cos \phi - A_\phi \sin \phi$$

$$A_y = A_\rho \sin \phi + A_\phi \cos \phi$$

$$A_z = A_z$$

# Analisis Vektor dan Sistem Koordinat

## Transformasi Koordinat

### 3. Koordinat Cartesius $\Rightarrow$ Koordinat Bola

$$(x, y, z) \Rightarrow (r, \theta, \phi)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z} \right)$$

$$\phi = \tan^{-1} \left( \frac{y}{x} \right)$$

$$\vec{A} = A_x \hat{a}_x + A_y \hat{a}_y + A_z \hat{a}_z$$

$\Downarrow$

$$\vec{A} = A_r \hat{a}_r + A_\theta \hat{a}_\theta + A_\phi \hat{a}_\phi$$

$$A_r = A_x \cos\phi \sin\theta + A_y \sin\phi \sin\theta + A_z \cos\theta$$

$$A_\theta = A_x \cos\phi \cos\theta + A_y \sin\phi \cos\theta - A_z \sin\theta$$

$$A_\phi = -A_x \sin\phi + A_y \cos\phi$$

# Analisis Vektor dan Sistem Koordinat

## Transformasi Koordinat

### 4. Koordinat Bola $\Rightarrow$ Koordinat Cartesius

$$(r, \theta, \phi) \Rightarrow (x, y, z)$$

$$x = r \sin \theta \cos \phi$$

$$y = r \sin \theta \sin \phi$$

$$z = r \cos \theta$$

$$\vec{A} = A_r \hat{a}_r + A_\theta \hat{a}_\theta + A_\phi \hat{a}_\phi$$

$\Downarrow$

$$\vec{A} = A_x \hat{a}_x + A_y \hat{a}_y + A_z \hat{a}_z$$

$$A_x = A_r \sin \theta \cos \phi + A_\theta \cos \theta \cos \phi - A_\phi \sin \phi$$

$$A_y = A_r \sin \theta \sin \phi + A_\theta \cos \theta \sin \phi + A_\phi \cos \phi$$

$$A_z = A_r \cos \theta - A_\theta \sin \theta$$