

Nama : M. Hasyim Abdillah P.

Kelas : TT-43-11

NIM : 1101191095

1. Bagian real dari suatu bilangan atau fungsi kompleks terdiri dari bilangan real. Bagian imajiner dari suatu bilangan atau fungsi kompleks adalah koefisien dari bilangan imajiner. Contoh: $z = 1 + 2i$, dengan 1 yang merupakan bilangan real adalah bagian real-nya dan 2 merupakan bagian imajiner-nya.
2. Karena pada perhitungan pangkat lebih tinggi pada bentuk biasa itu sama seperti perhitungan pada perhitungan pangkat polynomial biasa pada aljabar, contoh $z = (a + bi)^3 = (a + bi)(a + bi)(a + bi)$.

Sedangkan pada perhitungan pangkat tinggi menggunakan bentuk polar lebih sederhana karena menggunakan sifat eksponensial, contoh:

$$z_1 = r_1 e^{i\theta_1}, z_2 = r_2 e^{i\theta_2}$$

$$z_1 z_2 = r_1 e^{i\theta_1} \times r_2 e^{i\theta_2}$$

$$= r_1 r_2 e^{i(\theta_1 + \theta_2)}$$

3. Titik singular adalah titik atau nilai yang menyebabkan suatu fungsi kompleks menjadi tak terdefinisi. Lalu orde dari titik singular adalah nilai pangkat pada fungsi kompleks yang apabila titik singularnya di substitusikan ke fungsi tersebut menjadi penyebab fungsi kompleks tersebut tak terdefinisi. Contoh:

$$f(z) = \frac{5(z + 7)}{z^3(z + 2z + 1)(z - 5)}$$

$$f(z) = \frac{5(z + 7)}{z^3(z + 1)^2(z - 5)}$$

Titik singular di $z=0$ disebut titik singular orde 3

Titik singular di $z=-1$ disebut titik singular orde 2

Titik singular di $z=5$ disebut titik singular orde 1

4. a. Suatu fungsi kompleks dikatakan *differentiable* pada suatu titik jika PCR (Persamaan Cauchy-Riemann) terpenuhi pada titik tersebut
b. Suatu fungsi kompleks dikatakan analitik pada daerah D jika fungsi tersebut *differentiable* pada setiap titik di daerah D tersebut

c. Suatu fungsi kompleks dikatakan fungsi entire jika fungsi tersebut *differentiable* pada semua titik pada bidang z

5.
 - a. Fungsi tersebut merupakan fungsi analitik dengan sebuah titik singular
 - b. Fungsi tersebut merupakan fungsi analitik
6. Syarat agar fungsi $u(x,y)$ memiliki sekawan harmonic adalah fungsi $u(x,y)$ tersebut merupakan fungsi harmonic. Langkah-langkah yang perlu dilakukan untuk mencari sekawan harmonic dari $u(x,y)$ adalah:
 - a. Periksa apakah $u(x,y)$ merupakan fungsi harmonic
 - b. Asumsikan $v(x,y)$ merupakan sekawan harmonic dari $u(x,y)$
 - c. Cari u_x, u_y, v_x, v_y
 - d. Cari v_x dan v_y menggunakan PCR
7. Persamaan Cauchy Riemann (PCR) adalah persamaan yang digunakan untuk menguji keanalitikan suatu fungsi kompleks. Selain itu PCR juga dapat digunakan untuk menguji keharmonikan suatu fungsi kompleks.
8. Jika pada fungsi kompleks memenuhi PCR pada suatu titik z , maka fungsi kompleks tersebut *differentiable* atau merupakan fungsi analitik pada titik z
9. Untuk mencari turunan dari suatu fungsi kompleks adalah dengan menggunakan turunan parsial terhadap x

$$f'(x + iy) = \frac{\partial U}{\partial x} + i \frac{\partial V}{\partial x}$$

10. $\int_{I_1} (2z + 5) dz$, I_1 lintasan dari $(0,0)$ ke $(4,0)$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 4$$

$$y_1 = 0 \quad y_2 = 0$$

$$x = t \rightarrow I_1: 0 \leq t \leq 4$$

$$y = 0$$

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

$$z = x + iy$$

$$z = t + i \cdot 0$$

$$z = t$$

$$dz = dt$$

$$\frac{y - 0}{0 - 0} = \frac{x - 0}{4 - 0}$$

$$\frac{y}{0} = \frac{x}{4}$$

$$4y = 0$$

$$y = 0$$

$$\begin{aligned} \int_{I_1} (2z + 5) dz &= \int_0^4 (2t + 5) dt \\ &= t^2 + 5t \Big|_0^4 \\ &= 36 \end{aligned}$$

$\int_{I_2} (2z + 5) dz$, I_2 lintasan dari $(4,0)$ ke $(4,2)$

$$x_1 = 4 \quad x_2 = 4$$

$$x = 4$$

$$y_1 = 0 \quad y_2 = 2$$

$$x = t \rightarrow I_2: 0 \leq t \leq 2$$

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

$$z = x + iy$$

$$z = 4 + it$$

$$dz = 0 + i dt$$

$$dz = i dt$$

$$\frac{y - 0}{2 - 0} = \frac{x - 4}{4 - 4}$$

$$\frac{y}{2} = \frac{x - 4}{0}$$

$$2x - 8 = 0$$

$$x = 4$$

$$\begin{aligned}
\int_{I_1} (2z + 5) dz &= \int_0^1 (2(4+it) + 5)(i dt) \\
&= \int_0^1 (13 + 2it) i dt \\
&= \int_0^1 13i - 2t dt \\
&= 13it - t^2 \Big|_0^1 \\
&= 13i - 1 \\
&= -1 + 13i
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int_{I_1} (2z + 5) dz + \int_{I_2} (2z + 5) dz &= 36 + (-1 + 13i) \\
&= 35 + 13i
\end{aligned}$$

$$\int_I (2z + 5) dz, \quad I \text{ lintasan dari } (0,0) \text{ ke } (4,2)$$

$$\begin{aligned}
x_1 &= 0 & x_2 &= 4 \\
y_1 &= 0 & y_2 &= 2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
y &= t & \rightarrow t &= 0 \leq t \leq 2 \\
x &= 2t
\end{aligned}$$

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

$$\begin{aligned}
z &= x + iy \\
z &= 2t + it
\end{aligned}$$

$$\frac{y - 0}{2 - 0} = \frac{x - 0}{4 - 0}$$

$$\begin{aligned}
dz &= (2 + i) dt \\
dz &= 2dt + i dt
\end{aligned}$$

$$4y = 2x$$

$$2y = x$$

$$\begin{aligned}
\int_I (2z + 5) dz &= \int_0^2 (2(2t + it) + 5)(2dt + i dt) \\
&= \int_0^2 (4t + 2it + 5)(2dt + i dt) \\
&= \int_0^2 (8t + 4it + 10) dt + i \int_0^2 (4t + 2it + 5) dt
\end{aligned}$$

$$= 4t^2 + 2it^2 + 10t \Big|_0^2 + i \left[2t^2 + it^2 + 5t \Big|_0^2 \right]$$

$$= 16 + 8i + 20 + i(8 + 4i + 10)$$

$$= 36 + 8i + 8i - 4 + 10i$$

$$= \underline{\underline{32 + 26i}}$$

$$\therefore \int_{I_1} (2z + 5) dz + \int_{I_2} (2z + 5) dz = \int_I (2z + 5) dz$$