

BAHAN KULIAH ONLINE MEDAN ELEKTROMAGNETIK

Bismilaahirrahmaanirrahim......

Bagi yang Muslim silahkan berdoa ini sebelum dimulai yah....agar kita semua dipahamkan, dibukakan kemampuan untuk berfikir dan diberi kesehatan, aamiin, bagi yang Non Muslim....mangga pilih doa terbaik menurut keyakinan kalian

Doa Sebelum Belajar

Rodlittu billahirobba, wabi islamidina, wabimuhammadin nabiyyaw warasulla ,robbi zidnii ilmaa warzuqnii fahmaa.

Artinya: "Kami ridho Allah Swt sebagai Tuhanku, Islam sebagai agamaku, dan Nabi Muhammad sebagai Nabi dan Rasul, Ya Allah, tambahkanlah kepadaku ilmu dan berikanlah aku pengertian yang baik"



Siapkan catatan dan alat tulis, siapkan kalkulator bila diperlukan, oke yah?

Eitttt....jangan lupa siapkan juga semangat, oke?

Karena ini kuliah online, maka : boleh pakai sarung....tapi harus ditutup auratnya yah...dan jangan kalah juga, boleh sambil ngemil dan ngopi atau ngeteh, oke yah?









Apa yang akan kita pelajari bersama pada kuliah online ini?

1

2

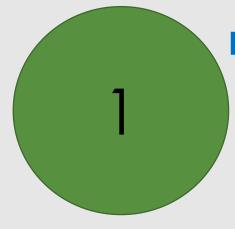
3

Diferensial Panjang, diferensial luas dan diferensial volume yang merupakah kelanjutan sistem koordinat

Transformasi variabel dalam sistem koordinat

Transformasi vektor dari satu sistem koordinat ke sistem koordinat lain

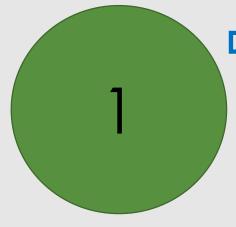
Masih seputar sistem koordinat



Diferensial Panjang, Diferensial luas dan Diferensial Volume

Diferensial Panjang, Kapan ini digunakan?

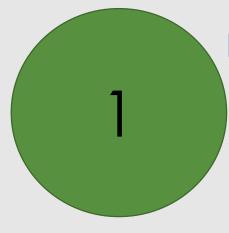
Ketika kalian ingin mengetahui pancaran radiasi gelombang elektromagnetik yang dihasilkan oleh suatu antena, misalnya antenna penerima radio yang ada di mobil, maka kalian konsentrasi pada medan listrik dan medan magnet yang dihasilkan oleh suatu sumber pada sebuah batang konduktor, maka disini digunakan konsep diferensial panjang atau dengan bahasa sederhananya adalah bagian panjang atau potongan panjang, pada kasus ini, sumber medan listrik dan medan magnet yang menempati setiap bagian-bagian dari Panjang batang konduktor berkontribusi menghasilkan pancaran radiasi gelombang elektromagnetik ke udara.



Diferensial Panjang, Diferensial luas dan Diferensial Volume

Diferensial Luas, Kapan ini digunakan?

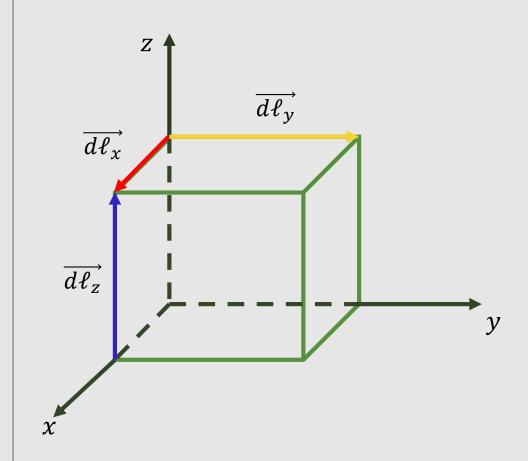
Ketika kalian ingin mengetahui pancaran radiasi gelombang elektromagnetik yang dihasilkan oleh suatu antenna berbentuk bidang, misalnya antena microstrip yang biasa dipakai di dalam handphone kalian, maka kalian konsentrasi pada medan listrik dan medan magnet yang dihasilkan oleh suatu sumber pada sebuah bidang konduktor, maka disini digunakan konsep diferensial luas atau dengan bahasa sederhananya adalah bagian luas atau potongan luas, pada kasus ini, sumber medan listrik dan medan magnet yang menempati setiap bagian-bagian dari luas bidang konduktor konduktor berkontribusi menghasilkan pancaran radiasi gelombang elektromagnetik ke udara.



Diferensial Panjang, Diferensial luas dan Diferensial Volume

Diferensial Volume, Kapan ini digunakan?

Sebuah black box yang dijatuhkan pesawat terbang ketika kecelakaan, akan memancarkan gelombang elektromagnetik pada frekuensi tertentu, secara matematis, pancaran gelombang elektromagnetik yang dihasilkan black box tersebut didekati dengan menggunakan diferensial volume.



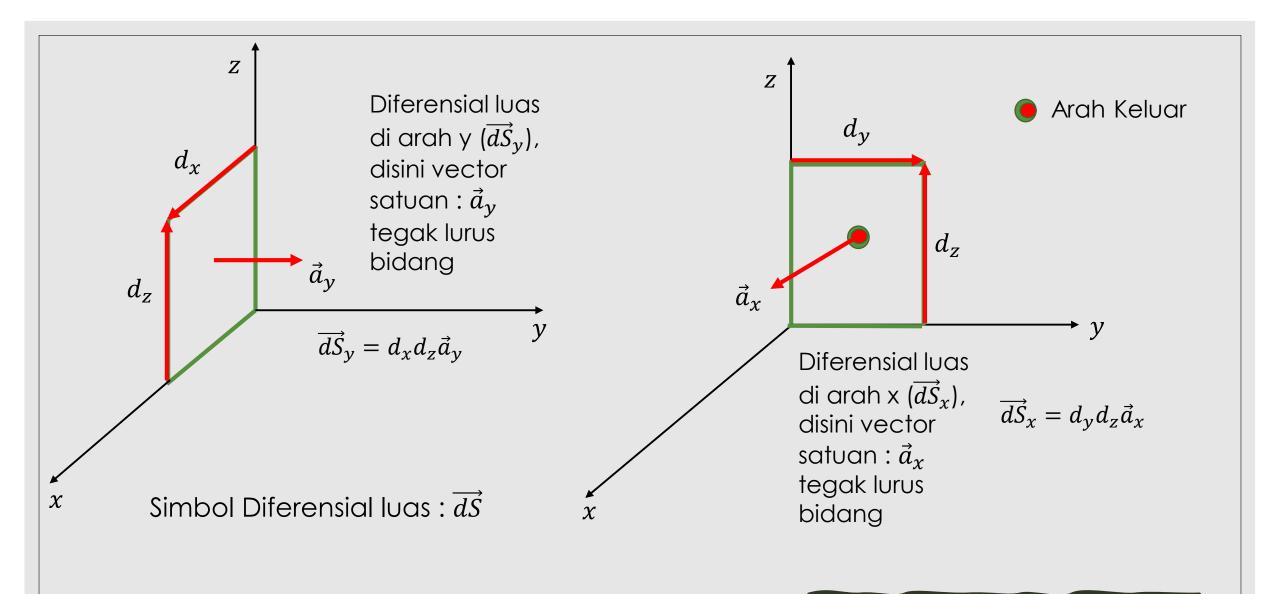
Sistem Koordinat Kartesian

Simbol diferensial Panjang : $\overrightarrow{d\ell}$

 $\overrightarrow{d\ell_x}$ = merupakan diferensial panjang di arah x, diuraikan menjadi : $d_x \vec{a}_x$

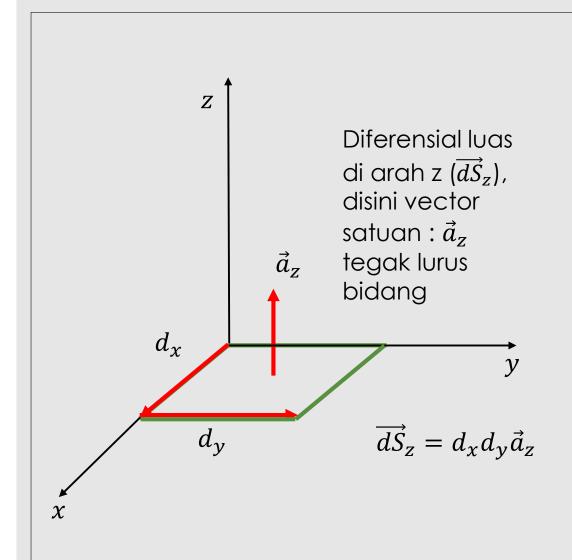
 $\overrightarrow{d\ell_y}$ = merupakan diferensial panjang di arah y, diuraikan menjadi : $d_y \overrightarrow{a}_y$

 $\overrightarrow{d\ell_z}$ = merupakan diferensial panjang di arah z, diuraikan menjadi : $d_z \vec{a}_z$

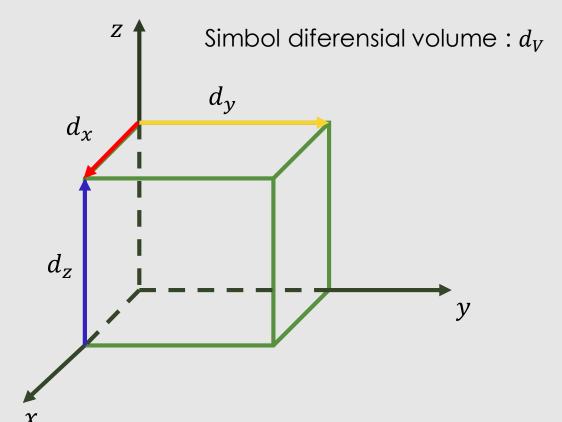


Sistem Koordinat Kartesian

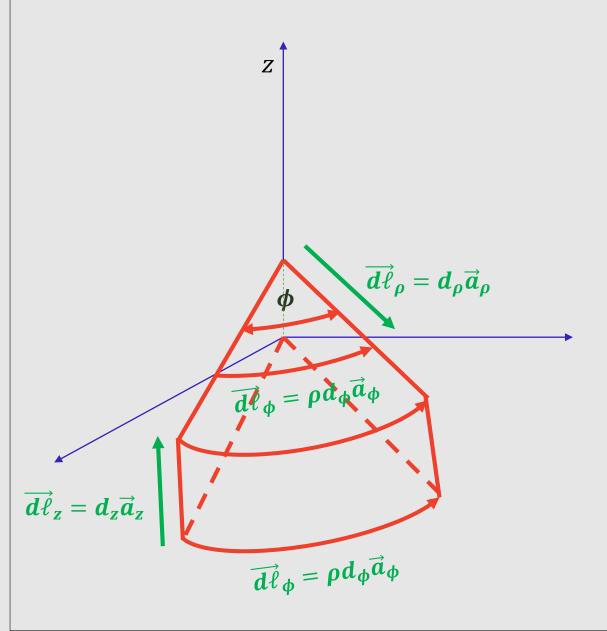
Catatan : vektor satuan tegak lurus bidang



Sistem Koordinat Kartesian



Diferensial volume merupakan perkalian dari masing-masing diferensial Panjang, sehingga: $d_V = d_x d_y d_z$



Sistem Koordinat Silinder:

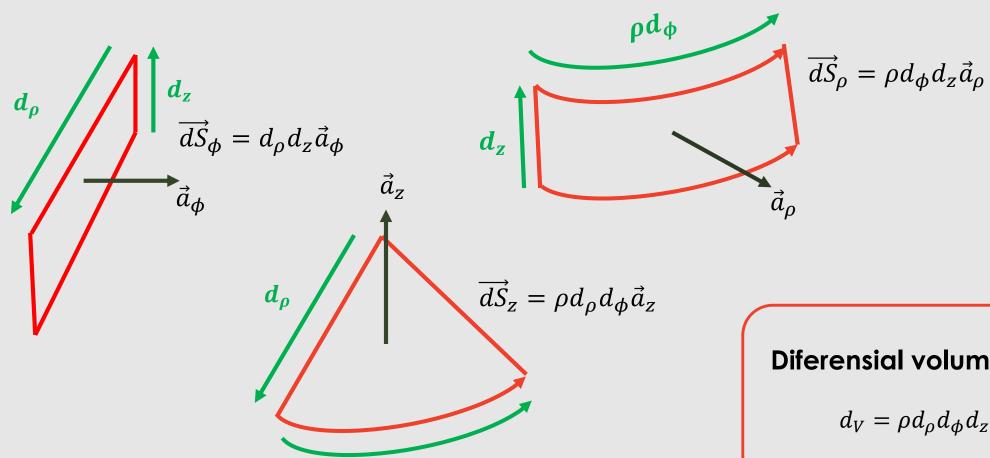
Ada 3 diferensial Panjang, yaitu:

$$\overrightarrow{d\ell}_{\rho} = d_{\rho} \overrightarrow{a}_{\rho}$$
 (diferensial Panjang di arah jari-jari (ρ))

$$\overrightarrow{d\ell}_{\phi} = \rho d_{\phi} \overrightarrow{a}_{\phi}$$
 (diferensial Panjang di arah sudut ϕ)

$$\overrightarrow{d\ell}_z = d_z \overrightarrow{a}_z$$
 (diferensial Panjang di arah tinggi z)

Diferensial Luas $\left(\overrightarrow{dS}\right)$ dan Diferensial Volume (d_V)



 ρd_{ϕ}

Diferensial volume:

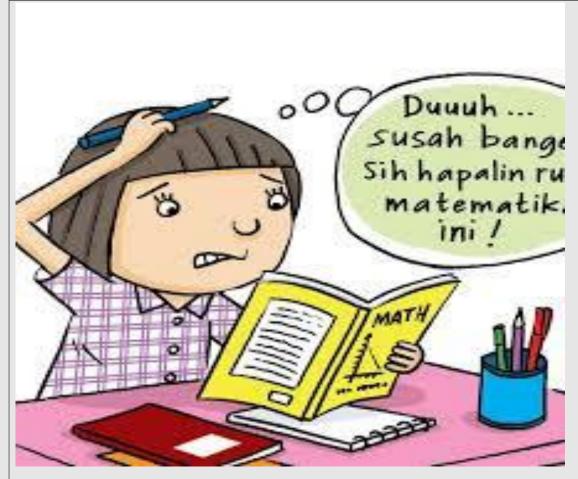
$$d_V = \rho d_\rho d_\phi d_z$$



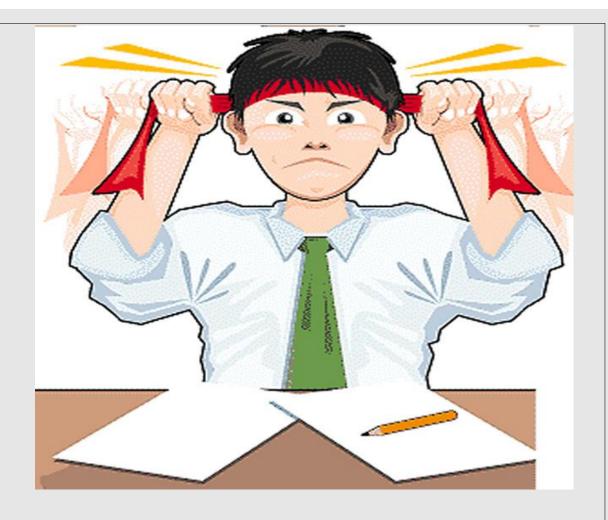
Bagaimana, paham semuanya?



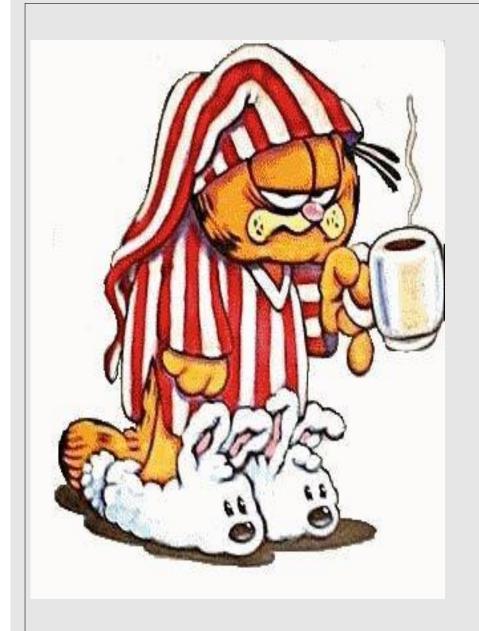
Kalau Kalian paham, ayo lanjut buat diferensial panjang, luas dan volume untuk sistem koordinat bola yah.....dikumpulkan pada pertemuaan berikutnya, lengkap dengan potongan-potongan gambarnya, siap?





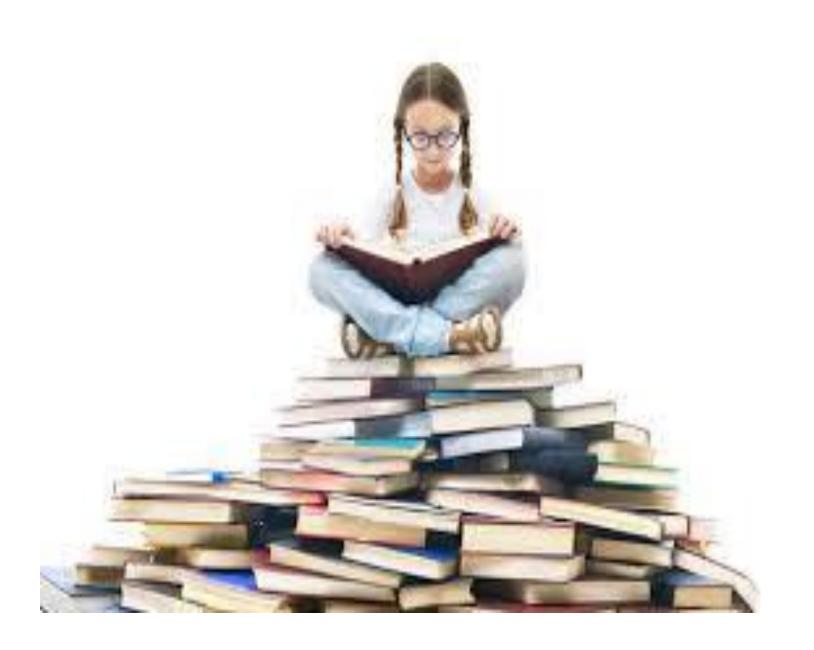


Atau terus mau dicoba?

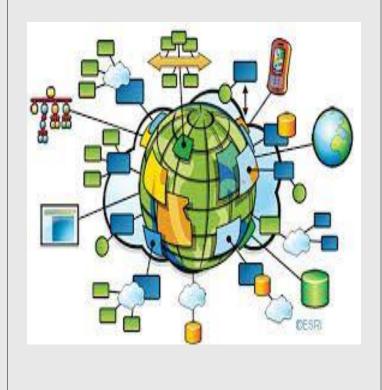


Minum kopi dulu.....and lanjut yah ke Transformasi variabel dan vektor, okey ?

Nah...bahasan ini di medan elektromagnetik biasa diberi istilah : Transformasi Koordinat



TRANSFORMASI KOORDINAT

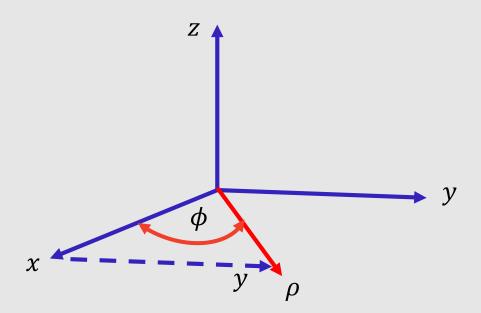


TRANSFORMASI VARIABEL

Apa maksud dari transformasi variable?

Maksudnya adalah variable x, y, z dalam system koordinat kartesian dapat diubah ke dalam variable di system koordinat silinder yaitu ρ, ϕ, z atau bola r, θ, ϕ

Perhatikan Gambar ini:



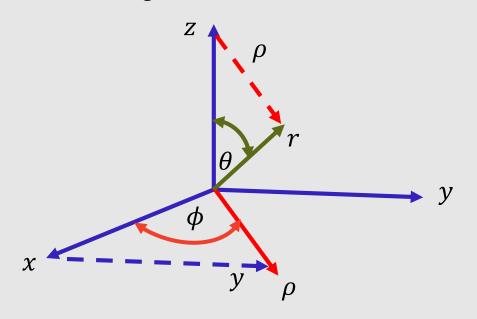
Dari Gambar, jelas terlihat bahwa:

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$
, $\phi = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$ dan z tetap

Sebaliknya:

$$x = \rho \cos \phi, y = \rho \sin \phi \, dan \, z \, tetap$$

Perhatikan lagi Gambar ini :



Dari Gambar jelas terlihat bahwa:

$$r = \sqrt{\rho^2 + z^2} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\rho}{z}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z}\right)$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{y}{z}\right)$$

Sebaliknya:

 $x = \rho \cos \phi = r \sin \theta \cos \phi$, $y = \rho \sin \phi = r \sin \theta \sin \phi$ dan $z = r \cos \theta$

Jika kalian punya variabel dalam sistem koordinat kartesian dan ditulis dalam bentuk titik dengan (x, y, z) ingin diubah ke variabel dalam sistem koordinat silinder (ρ, ϕ, z) , maka gunakan rumus berikut ini :



$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2},$$

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{y}{x}\right)$$
dan z tetap



$$x = \rho \cos \phi$$
,
 $y = \rho \sin \phi$
dan z tetap



Transformasi variabel/titik dari kartesian ke silinder atau sebaliknya

Jika kalian punya variabel dalam sistem koordinat kartesian dan ditulis dalam bentuk titik dengan (x, y, z) ingin diubah ke variabel dalam sistem koordinat bola (r, θ, ϕ) , maka gunakan rumus berikut ini :



$$r = \sqrt{\rho^2 + z^2} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\rho}{z}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z}\right)$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$



$$x = \rho \cos \phi = r \sin \theta \cos \phi$$
, $y = \rho \sin \phi = r \sin \theta \sin \phi \, dan \, z = r \cos \theta$



Transformasi variabel/titik dari kartesian ke bola atau sebaliknya

Latihan Yuk?

Kartesian	Silinder	Bola	
(x = 2, y = 1, z = 3)	$(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\phi}, \mathbf{z})$	(r, θ, ϕ)	(A)
(x, y, z)	$(\rho = 1, \phi = 45^{\circ}, z = 3)$	(r, θ, ϕ)	(B)
(x, y, z)	(ρ,ϕ,z)	$(r = 2, \theta = 45^{\circ}, \phi = 60^{\circ})$	(C)

(A)

$$\rho = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5} = 2,24; \ \phi = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 26,56^\circ; z = 3 \Rightarrow (\rho = 2,24, \phi = 26,56^\circ, z = 3)$$

$$r = \sqrt{2^2 + 1^2 + 3^2} = 3,74,$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{2,24}{3}\right) = 36,75^\circ, \phi = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 26,56^\circ \Rightarrow (r = 3,74,\theta = 36,75^\circ, \phi = 26,56^\circ)$$

Untuk yang (B) dan (C) kerjakan yah.....



Alhamdulillah Saya bisa.....
lanjut lagi !!!!



MANGAI

TRANSFORMASI VEKTOR

Contoh : vektor $\vec{A} = A_x \vec{a}_x + A_y \vec{a}_y + A_z \vec{a}_z$ ingin diubah ke vektor A dalam sistem koordinat silinder $\vec{A} = A_\rho \vec{a}_\rho + A_\phi \vec{a}_\phi + A_z \vec{a}_z$



Bagaimana caranya?

Gunakan persamaan berikut : bahwa $A_{\rho} = \vec{A} \cdot \vec{a}_{\rho}$, $A_{\phi} = \vec{A} \cdot \vec{a}_{\phi}$ dan A_z tidak mengalami perubahan, \vec{A} yang dimaksud adalah **vektor A** yang akan ditransformasikan

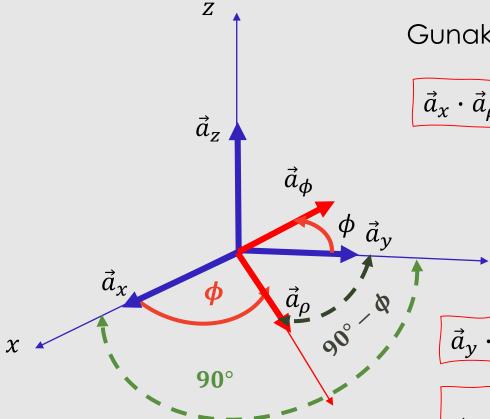
Berarti disini:

$$A_{\rho} = (A_{x}\vec{a}_{x} + A_{y}\vec{a}_{y} + A_{z}\vec{a}_{z}) \cdot \vec{a}_{\rho}$$

$$= A_{x}(\vec{a}_{x} \cdot \vec{a}_{\rho}) + A_{y}(\vec{a}_{y} \cdot \vec{a}_{\rho}) + A_{z}(\vec{a}_{z} \cdot \vec{a}_{\rho})$$

Dari sini, kita butuh melakukan dot product antara vektor satuan yang berbeda pada sistem koordinat yang berbeda

Perhatikan Gambar ini:



Gunakan rumus dot product, bahwa:

$$\vec{a}_x \cdot \vec{a}_\rho = |\vec{a}_x| |\vec{a}_\rho| \cos \phi = \cos \phi$$

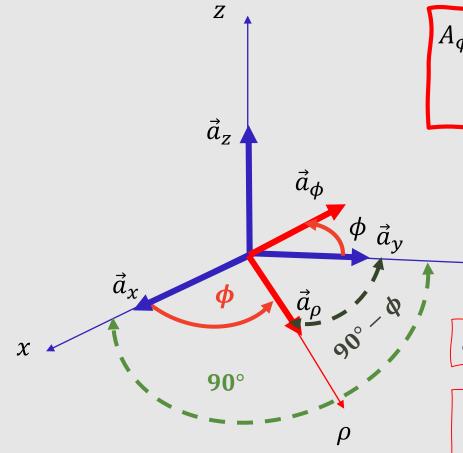
Ingat: $|\vec{a}_{x}| = 1$ dan $|\vec{a}_{\rho}| = 1$

Sudut diantara \vec{a}_{x} dan $\vec{a}_{
ho}$ adalah ϕ

$$\vec{a}_y \cdot \vec{a}_\rho = |\vec{a}_y| |\vec{a}_\rho| \cos(90^\circ - \phi) = \sin\phi$$

$$ec{a}_z \cdot ec{a}_
ho = 0$$
 Karena sudut antara $ec{a}_z$ dan $ec{a}_
ho$ adalah 90°

Perhatikan Gambar ini:



$$A_{\phi} = (A_x \vec{a}_x + A_y \vec{a}_y + A_z \vec{a}_z) \cdot \vec{a}_{\phi}$$

$$= A_x (\vec{a}_x \cdot \vec{a}_{\phi}) + A_y (\vec{a}_y \cdot \vec{a}_{\phi}) + A_z (\vec{a}_z \cdot \vec{a}_{\phi})$$

Gunakan rumus dot product, bahwa:

$$\vec{a}_{x} \cdot \vec{a}_{\phi} = |\vec{a}_{x}| |\vec{a}_{\phi}| \cos(90^{\circ} + \phi) = -\sin\phi$$

$$\vec{a}_y \cdot \vec{a}_\phi = |\vec{a}_y| |\vec{a}_\phi| \cos \phi = \cos \phi$$

$$\vec{a}_z \cdot \vec{a}_\phi = 0$$
 Karena sudut antara \vec{a}_z dan \vec{a}_ϕ adalah 90°

Maka persamaan yang diberi tanda *, disederhanakan menjadi:

$$A_{\rho} = A_{x}(\vec{a}_{x} \cdot \vec{a}_{\rho}) + A_{y}(\vec{a}_{y} \cdot \vec{a}_{\rho}) + A_{z}(\vec{a}_{z} \cdot \vec{a}_{\rho})$$

$$A_{\rho} = A_{x} \cos \phi + A_{y} \sin \phi$$

$$A_{\phi} = A_{x}(\vec{a}_{x} \cdot \vec{a}_{\phi}) + A_{y}(\vec{a}_{y} \cdot \vec{a}_{\phi}) + A_{z}(\vec{a}_{z} \cdot \vec{a}_{\phi})$$

$$A_{\phi} = -A_x \sin \phi + A_y \cos \phi$$

 A_z tidak berubah

Dibuat dalam bentuk matrik menjadi :



$$\begin{bmatrix} A_{\rho} \\ A_{\phi} \\ A_{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{\chi} \\ A_{y} \\ A_{z} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} A_{\rho} \\ A_{\phi} \\ A_{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{x} \\ A_{y} \\ A_{z} \end{bmatrix}$$
Jika



$$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_\rho \\ A_\phi \\ A_z \end{bmatrix}$$

Contoh: ubah vektor $\vec{A} = x\vec{a}_x + y\vec{a}_y + z\vec{a}_z$ ke sistem koordinat silinder

Solusi:

Diketahui: $A_x = x$, $A_y = y$ dan $A_z = z \Rightarrow$ dicari A_ρ , A_ϕ dan A_z

Dengan menggunakan matrik di atas, diperoleh:

$$\begin{bmatrix} A_{\rho} \\ A_{\phi} \\ A_{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$



$$A_{\rho} = x \cos \phi + y \sin \phi$$

$$A_{\rho} = x \cos \phi + y \sin \phi$$

$$A_{\phi} = -x \sin \phi + y \cos \phi$$

$$A_{z} = z$$

$$A_z = z$$

$$A_{\rho} = x \cos \phi + y \sin \phi$$

$$A_{\phi} = -x \sin \phi + y \cos \phi$$

$$A_{z} = z$$

$$A_{\phi} = -x \sin \phi + y \cos \phi$$

$$A_z = z$$

Masih mengandung variable dalam kartesian, sehingga x, y diganti ke variable dalam silinder, sehingga persamaan ini menjadi:

$$A_{\rho} = \rho \cos \phi \cos \phi + \rho \sin \phi \sin \phi = \rho ((\sin \phi)^2 + (\cos \phi)^2) = \rho$$

$$A_{\phi} = -\rho \cos \phi \sin \phi + \rho \sin \phi \cos \phi = -\rho \cos \phi \sin \phi + \rho \cos \phi \sin \phi = 0$$

$$A_z = z$$

Jadi vector \vec{A} dalam system koordinat silinder menjadi :

$$\vec{A} = \rho \vec{a}_{\rho} + z \vec{a}_{z}$$

Basimana, Panani?







Sama prosedurnya ketika kita ingin mentransformasi vektor $\vec{A} = A_x \vec{a}_x + A_y \vec{a}_y + A_z \vec{a}_z$ ke vektor dalam sistem koordinat bola $\vec{A} = A_r \vec{a}_r + A_\theta \vec{a}_\theta + A_\phi \vec{a}_\phi$

Oke, perhatikan gambar ini lagi:

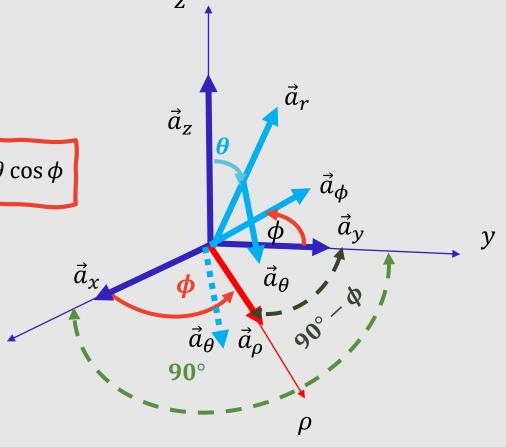
Ada beberapa operasi dot product antar vektor satuan, yaitu:

$$\vec{a}_x \cdot \vec{a}_r = |\vec{a}_x| |\vec{a}_r| \cos \phi \cos(90^\circ - \theta) = \cos \phi \sin \theta = \sin \theta \cos \phi$$



Bagaimana cara berfikirnya?

Pertama lakukan $\vec{a}_x \cdot \vec{a}_\rho$, hasilnya adalah $\cos \phi$, setelah sampai di sumbu ρ , maka proyeksikan ke \vec{a}_r , sudut antara r dengan ρ adalah $\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$, hasilnya $\cos \phi \sin \theta$ yang disusun kembali menjadi $\sin \theta \cos \phi$



Paham?

Yuk bareng-bareng lakukan $\vec{a}_y \cdot \vec{a}_r$, $\vec{a}_z \cdot \vec{a}_r$ dan yang lainnya

$$\vec{a}_y \cdot \vec{a}_r = |\vec{a}_y| |\vec{a}_r| \cos(90^\circ - \phi) \cos(90^\circ - \theta) = \sin \phi \sin \theta = \sin \theta \sin \phi$$

$$\vec{a}_z \cdot \vec{a}_r = |\vec{a}_z| |\vec{a}_r| \cos \theta = \cos \theta$$

$$\vec{a}_x \cdot \vec{a}_\theta = |\vec{a}_x| |\vec{a}_\theta| \cos \phi \cos \theta = \cos \theta \cos \phi$$

Pertama lakukan $\vec{a}_x \cdot \vec{a}_\rho$, hasilnya adalah $\cos \phi$, setelah sampai di sumbu ρ , maka proyeksikan ke \vec{a}_θ , disini sudut $\theta = 0^\circ$ tepat di sumbu z, mencapai 90° tepat di sumbu ρ , kemudian sudut antara \vec{a}_ρ dengan \vec{a}_θ adalah θ , sehingga $\vec{a}_\rho \cdot \vec{a}_\theta = \cos \theta$



Ah yang seperti ini mah sambil merem juga ngerti Bu....

Terusin yah.....

$$\vec{a}_y \cdot \vec{a}_\theta = |\vec{a}_y| |\vec{a}_\theta| \cos(90^\circ - \phi) \cos \theta = \cos \theta \sin \phi$$

$$\vec{a}_z \cdot \vec{a}_\theta = |\vec{a}_z| |\vec{a}_\theta| \cos(90^\circ + \theta) = -\sin\theta$$

 $\vec{a}_x \cdot \vec{a}_\phi$, $\vec{a}_y \cdot \vec{a}_\phi$ dan $\vec{a}_z \cdot \vec{a}_\phi$ (sudah dikerjakan pada slide sebelumnya, tinggal panggil aja....

Saatnya kita susun lagi:

$$A_r = \vec{A} \cdot \vec{a}_r = (A_x \vec{a}_x + A_y \vec{a}_y + A_z \vec{a}_z) \cdot \vec{a}_r = A_x \sin \theta \cos \phi + A_y \sin \theta \sin \phi + A_z \cos \theta$$

$$A_{\theta} = \vec{A} \cdot \vec{a}_{\theta} = (A_{x}\vec{a}_{x} + A_{y}\vec{a}_{y} + A_{z}\vec{a}_{z}) \cdot \vec{a}_{\theta} = A_{x} \cos \theta \cos \phi + A_{y} \cos \theta \sin \phi - A_{z} \sin \theta$$

$$A_{\phi} = \vec{A} \cdot \vec{a}_{\phi} = (A_x \vec{a}_x + A_y \vec{a}_y + A_z \vec{a}_z) \cdot \vec{a}_{\phi} = -A_x \sin \phi + A_y \cos \phi$$

Disusun dalam bentuk matrik:

$$\begin{bmatrix} A_r \\ A_\theta \\ A_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\theta\cos\phi & \sin\theta\sin\phi & \cos\theta \\ \cos\theta\cos\phi & \cos\theta\sin\phi & -\sin\theta \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix}$$



Digunakan untuk mengubah vektor dari sistem koordinat kartesian ke bola

$$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \theta \cos \phi & \cos \theta \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \theta \sin \phi & \cos \theta \sin \phi & \cos \phi \\ \cos \theta & -\sin \theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_r \\ A_\theta \\ A_\phi \end{bmatrix}$$



Digunakan untuk mengubah vektor dari sistem koordinat bola ke kartesian



Asik asik saya ngerti....yes..yes...

Soal Latihan:

Diketahui vektor $\vec{F}=3x\vec{a}_x+0.5y^2\vec{a}_y+0.25x^2y^2\vec{a}_z$ pada titik P(3,4,12) Ekspresikan vektor \vec{F} dalam sistem koordinat bola

Diketahui:

$$F_x = 3x, F_y = 0.5y^2 \text{ dan } F_z = 0.25x^2y^2$$

di titik P(3,4,12) menjadi : $F_x = 9$, $F_y = 8$ dan $F_z = 36$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) = 53,13^{\circ}, \theta = \cos^{-1}\left(\frac{12}{13}\right) = 22,62^{\circ}$$

$$\vec{F} = 37,77\vec{a}_r - 2,95\vec{a}_\theta - 2,40\vec{a}_\phi$$



Ditulis dalam vektor

$$F_r = 37,77; F_\theta = -2,95 \text{ dan } F_\phi = -2,40$$



diperoleh

Dengan menggunakan matrik



$$\begin{bmatrix} A_r \\ A_\theta \\ A_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\theta\cos\phi & \sin\theta\sin\phi & \cos\theta \\ \cos\theta\cos\phi & \cos\theta\sin\phi & -\sin\theta \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix}$$

Siap untuk TKM?









Kerjakan Soal di Bawah ini.....jangan lupa berdoa yah.....



- 1) Transformasikan vektor $\vec{B}=x\vec{a}_x+y\vec{a}_y+z\vec{a}_z$ ke dalam system koordinat bola
- 2) Transformasikan vektor $\vec{F} = r\vec{a}_r + r \tan\theta \vec{a}_\theta + r \sin\theta \cos\phi \vec{a}_\phi$ ke dalam sistem koordinat kartesian