FEH2G3 Elektromagnetika I

Persamaan Maxwell Bentuk Diferensial

Program Studi S1 Teknik Telekomunikasi
Fakultas Teknik Elektro
Universitas Telkom
2014

Tujuan Pembelajaran

1. Mahasiswa memahami makna fisis dari setiap pernyataan matematis terdapat dalam persamaan Maxwell bentuk diferensial
2. Mahasiswa mampu menghitung distribusi muatan dan distribusi arus di sembarang titik dalam ruang berdasarkan medan listrik dan medan magnet yang ditimbulkannya menggunakan persamaan Maxwell bentuk diferensial

Organisasi Materi

- Pendahuluan
- Hukum Gauss untuk Medan Listrik
- Hukum Gauss untuk Medan Magnet
- Hukum Faraday
- Hukum Ampere
- Persamaan Kontinuitas dan Arus Pergeseran

Persamaan Maxwell Bentuk Diferensial

Pendahuluan

- Persamaan Maxwell bentuk integral memang mudah untuk dipahami secara fisik, namun, integral hanya terbatas untuk aplikasi bentuk geometris yang sederhana, misal: bidang datar, silinder, bola, dll. → diperlukan bentuk differensial untuk mengatasi keterbatasan ini
- Bentuk diferensial akan dapat memberikan hubungan antara sumber-sumber medan listrik dan medan magnet yang ***berlaku di tiap titik*** dalam ruang

Persamaan Maxwell Bentuk Diferensial

Hukum Gauss untuk Medan Listrik

- <u>Hukum Gauss Listrik</u>

$$\oint_s \varepsilon \vec{E} \bullet d\vec{s} = \int_v \rho_v dv$$

Karena: $$\oint_s \varepsilon\vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_V \left(\nabla \cdot \varepsilon\vec{E}\right) dV$$

Teorema Divergensi

Maka: $$\int_V \left(\nabla \cdot \varepsilon\vec{E}\right) dV = \int_V \rho_V dV$$

Sehingga: $$\vec{\nabla} \bullet \varepsilon \vec{E} = \rho_v$$

Persamaan Maxwell Bentuk Diferensial

Hukum Gauss untuk Medan Magnet

- <u>Hukum Gauss Magnet</u>

$$\oint_s \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

Karena: $$\oint_s \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_V \left(\nabla \cdot \vec{B}\right) dV$$ ← Teorema Divergensi

Maka: $$\int_V \left(\nabla \cdot \vec{B}\right) dV = 0$$

Sehingga: $$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

Persamaan Maxwell Bentuk Diferensial

Hukum Faraday

- <u>Hukum Faraday</u>

$$\oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_s \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

Karena: $\oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_s \left(\nabla \times \vec{E}\right) \cdot d\vec{s}$ ← Teorema Stokes

Maka: $\int_s \left(\nabla \times \vec{E}\right) \cdot d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \int_s \vec{B} \cdot d\vec{s}$

Sehingga: $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

Persamaan Maxwell Bentuk Diferensial

Hukum Ampere

- Hukum Ampere

$$\oint_c \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_s \vec{J}\cdot d\vec{s} + \frac{d}{dt}\int_s \varepsilon\vec{E}\cdot d\vec{s}$$

Karena: $\oint_c \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_s \left(\nabla\times\vec{H}\right)\cdot d\vec{s}$ ← Teorema Stokes

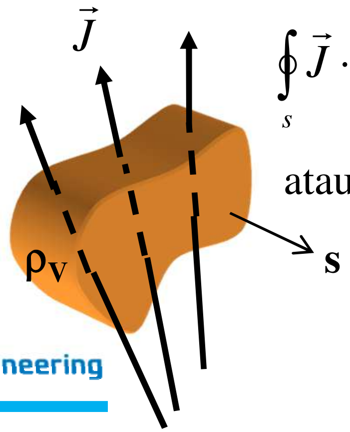
Maka: $\int_s \left(\nabla\times\vec{H}\right)\cdot d\vec{s} = \int_s \vec{J}\cdot d\vec{s} + \frac{d}{dt}\int_s \varepsilon\vec{E}\cdot d\vec{s}$

Sehingga $\nabla\times\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \varepsilon\vec{E}}{\partial t}$

Persamaan Maxwell Bentuk Diferensial

Persamaan Kontinuitas dan Arus Pergeseran

- Muatan elektrik, seperti massa, tidak dapat dimusnahkan ataupun diciptakan → berlaku persamaan kontinuitas
  - Rapat arus yang menembus keluar dari permukaan tertutup s, sama dengan kecepatan berkurangnya muatan positif yang dilingkupi oleh permukaan tertutup s tersebut



$$\oint_s \vec{J} \cdot d\vec{s} = -\frac{d}{dt}\int_V \rho_V \, dV$$

atau dalam bentuk diferensial

$$\nabla \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho_V}{\partial t}$$

- Arus pergeseran ($\vec{J}_D$)
  - Hukum Ampere sebelum koreksi:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}$$

  - Berdasarkan identitas vektor:

$$\underbrace{\nabla \cdot \nabla \times \vec{H}}_{=0} = \nabla \cdot \vec{J}$$

  - Persamaan diatas tidak sama dengan persamaan kontinuitas, sehingga diperlukan koreksi sbb:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \vec{J}_D$$

$$\nabla \cdot \nabla \times \vec{H} = 0 = \nabla \cdot \vec{J} + \nabla \cdot \vec{J}_D$$

$$\nabla \cdot \vec{J} = -\nabla \cdot \vec{J}_D \quad \rightarrow \quad -\frac{\partial \rho_V}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{J}_D$$

$$\frac{\partial\left(\nabla \cdot \varepsilon \vec{E}\right)}{\partial t} = \nabla \cdot \vec{J}_D \quad \rightarrow \quad \vec{J}_D = \frac{\partial \varepsilon \vec{E}}{\partial t}$$