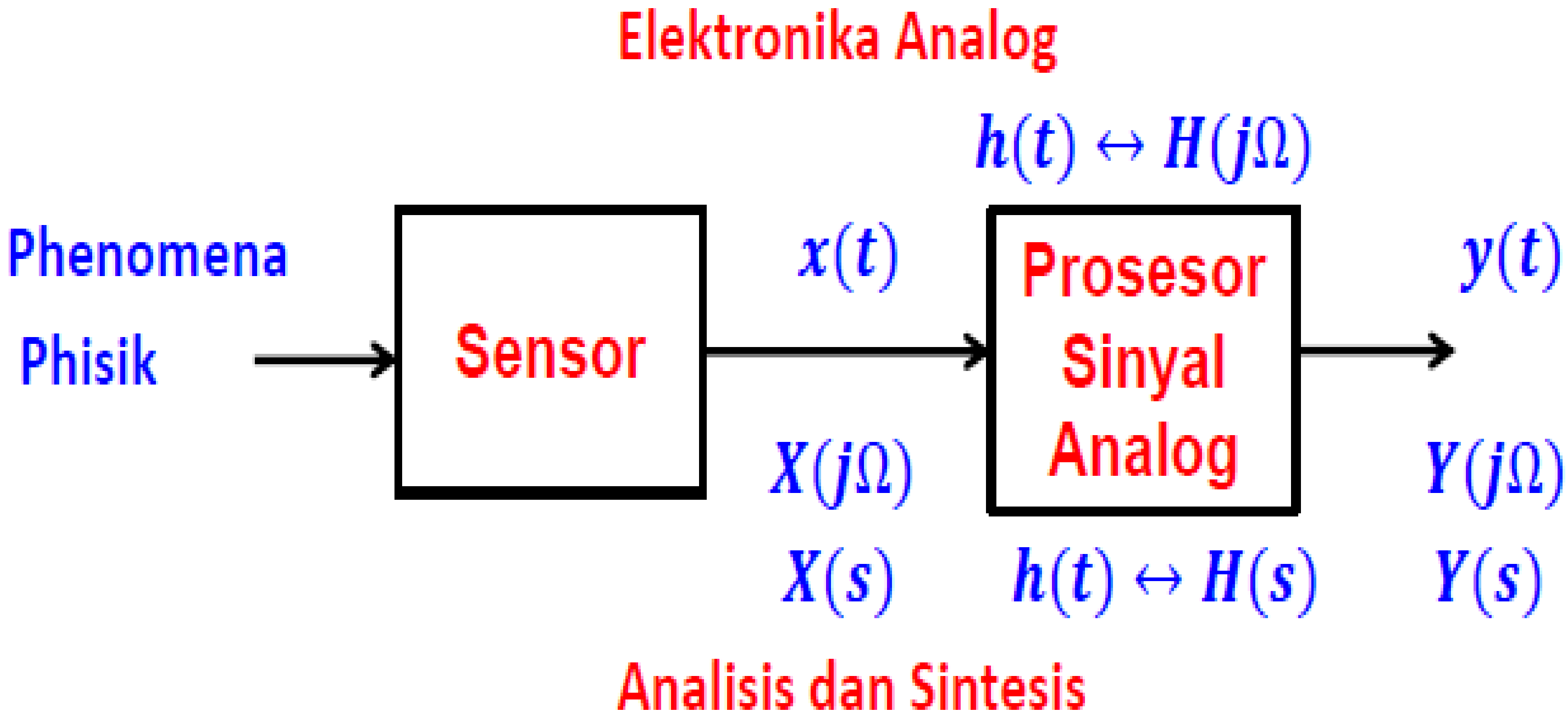
Pengolahan Sinyal Dalam Waktu Kontinyu

Bab 2. Sistem Waktu Kontinyu



Dosen:
Dr. Suhartono Tjondronegoro

Isi Kuliah

- Bab 0. Pendahuluan.
- Bab 1. Sinyal Waktu Kontinyu.
- **Bab 2. Sistem Waktu Kontinyu.**
- Bab 3. Deret Fourier.
- Bab 4. Transformasi Fourier.
- Bab 5. Transformasi Laplace.
- Bab 6. Pengantar Filter Analog.
- Bab 7. Pengantar Sistem Umpan Balik Linier.

Materi Bab 2. Sistem Waktu Kontinyu (1)

- Definisi Sistem.
- Klasifikasi Sistem.
- Sifat-Sifat Sistem:
  - Stabilitas
  - Sistem Dengan Memori dan Sistem Tanpa Memori.
  - Sistem Kausal dan Tidak Kausal.
  - Invertibilitas.
  - Sistem Tidak Berubah Terhadap Waktu dan Berubah Terhadap Waktu.
  - Sistem Linier dan Tidak Linier.
    - Superposisi.
    - Homogin.
  - Sistem Linier Tidak Berubah Terhadap Waktu

Materi Bab 2. Sistem Waktu Kontinyu (2)

- Integral konvolusi.
- Prosedur perhitungan integral konvolusi.
- Interkoneksi Sistem Linier Tidak berubah Terhadap Waktu (SLTBTW).
- Hubungan antara sifat SLTBTW dengan respons impuls.
- Respons step.
- Representasi SLTBTW Memakai Persamaan Differensial
- Solusi Persamaan Differensial.
  - Solusi Homogin.
  - Solusi Partikular.
  - Solusi Komplit.

Materi Bab 2. Sistem Waktu Kontinyu (3)

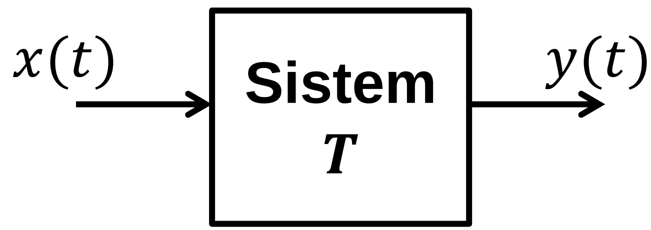
- Karakteristik Sistem berdasarkan Persamaan Differensial.
  - Respons Natural.
  - Respons Forced.
  - Respons Impuls.
  - Linieritas dan Tidak Berubah Terhadap Waktu.
  - Akar-Akar Persamaan Karakteristik.
- Representasi diagram blok.
  - Perkalian Skalar
  - Penjumlahan
  - Integrasi untuk SLWKTBTW.
- Diagram blok sistem waktu kontinyu.

Sistem

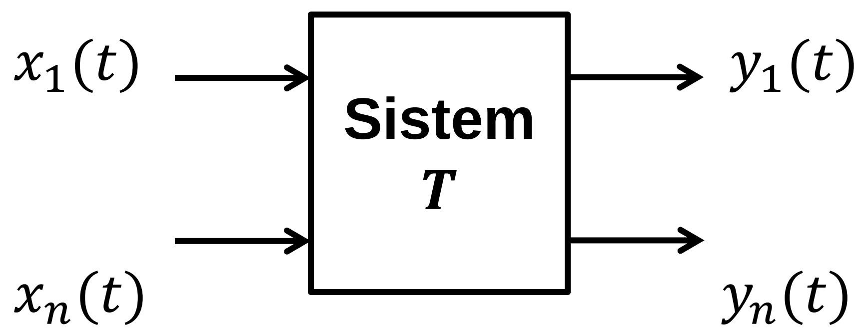
- **Definisi:**
- Sebuah sistem adalah sebuah model matematika dari suatu proses phisik yang menghubungkan antara sinyal masukan (eksitasi) $x(t)$ dengan sinyal keluaran (respons) $y(t)$.
- Sebuah sistem menghasilkan sebuah respons atau sinyal keluaran $y(t)$ untuk sebuah sinyal masukan $x(t)$.
- Bila $x(t)$ dan $y(t)$ adalah sinyal masukan dan sinyal keluaran sebuah sistem, maka sistem dapat dilihat sebagai transformasi (pemetaan) $x(t)$ ke $y(t)$.
- Notasi matematik: $y(t) = T\{x(t)\}$
- T adalah operator yang merepresentasikan aturan-aturan bagaimana $x(t)$ ditransformasikan ke $y(t)$.

Sistem

- Bila sinyal masukan $x(t)$ dan sinyal keluaran $y(t)$ adalah sinyal waktu kontinyu, maka sistem disebut sistem waktu kontinyu.
- **Diagram Blok representasi Sistem:**



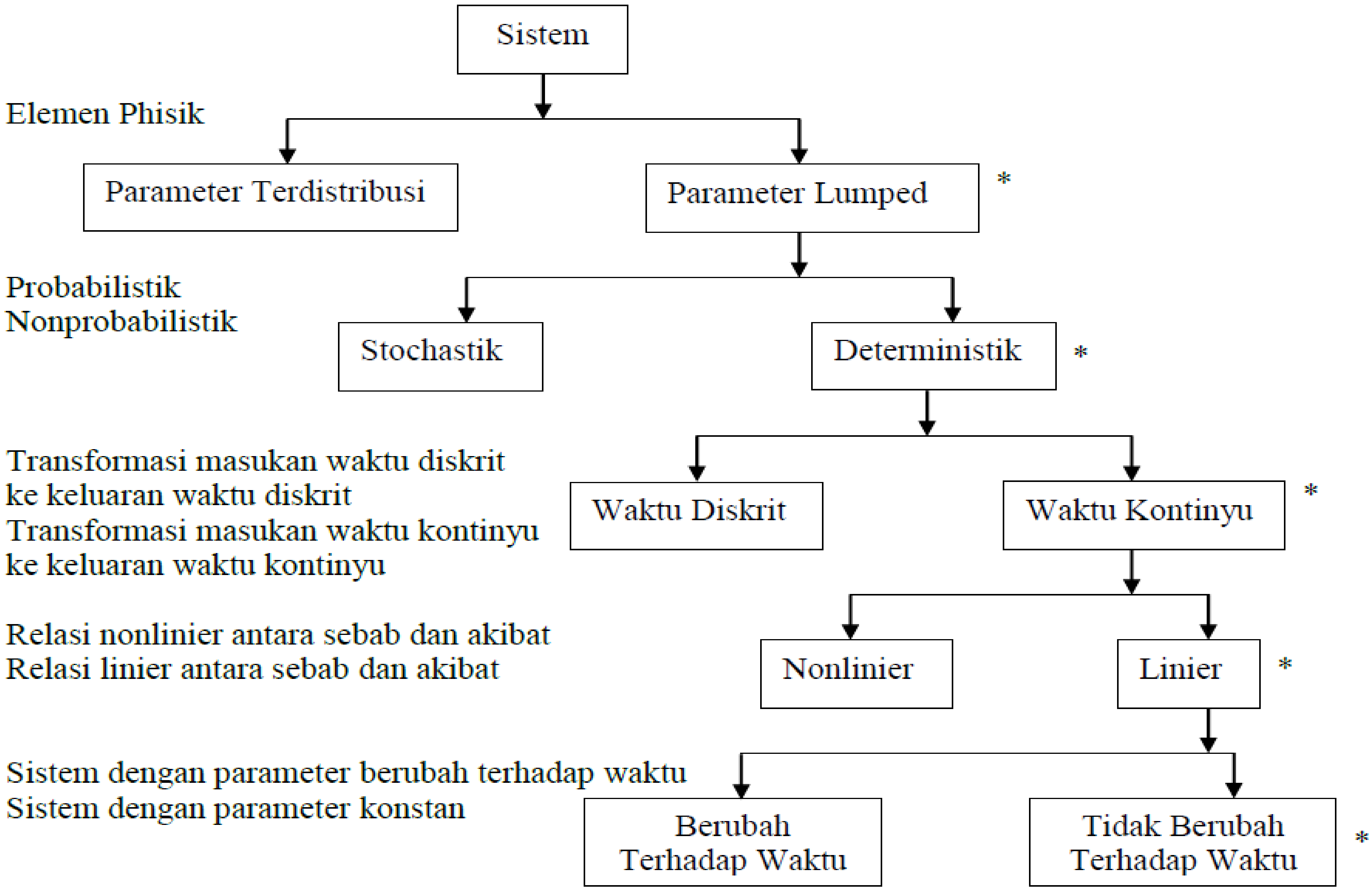
- Sistem SISO
- Single input single output
- $y(t) = T\{x(t)\}$



- Sistem MIMO
- Multi input multi output

- **Subyek kuliah ini adalah Sistem SISO.**

Klasifikasi sistem

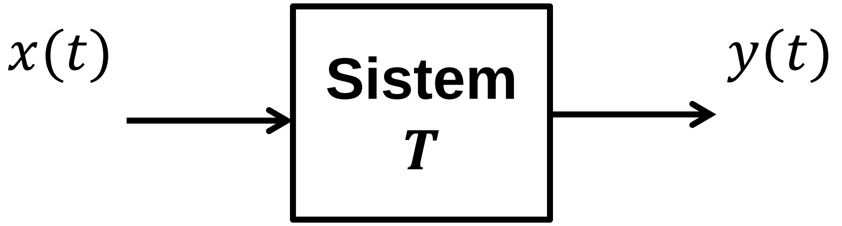


- **Subyek kuliah ini hanya akan membahas sistem dengan:**
  - **parameter lumped,**
  - **deterministik,**
  - **dalam waktu kontinyu,**
  - **Linier, dan**
  - **tidak berubah terhadap waktu.**

Sistem Waktu Kontinyu

- Bila sinyal masukan x dan sinyal keluaran y adalah sinyal waktu kontinyu, maka sistem disebut sistem waktu kontinyu.

$$y(t) = T\{x(t)\}$$



Sifat-Sifat Sistem

- Sistem Dengan Memori dan Sistem Tanpa Memori.
- Sistem Kausal dan Tidak Kausal.
- Invertibilitas.
- Sistem Tidak Berubah Terhadap Waktu dan Berubah Terhadap Waktu.
- Sistem Linier dan Tidak Linier.
    - Superposisi.
    - Homogin.
- Sistem Linier Tidak Berubah Terhadap Waktu
- Stabilitas

Sistem Dengan Memori dan Tanpa Memori

- Sebuah sistem waktu kontinyu disebut **tanpa memori** bila sinyal keluaran $y(t)$ pada waktu sembarang hanya tergantung kepada nilai sinyal masukan $x(t)$ saat itu.
- Disebut **dengan memori** bila sinyal keluaran $y(t)$ pada waktu sembarang tergantung kepada nilai sinyal masukan $x(t)$ pada waktu yang lalu atau waktu yang akan datang.
- Contoh-contoh:

Arus melalui resistor R, $i(t) = \frac{1}{R} v(t)$

Resistor tanpa memori.

Arus melalui inductor L, $i(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{t} v(\tau) d\tau$

Inductor mempunyai memori.

Tegangan di capacitor C, $v(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{t} i(\tau) d\tau$

Capacitor mempunyai memori.

Sistem Linier (1)

- **Superposisi (Additif)**
- Respons sistem terhadap penjumlahan masukan sama dengan penjumlahan respons sistem terhadap masing-masing masukan.
- Sistem disebut additif bila:

$$T\{x_1(t)\ + x_2(t)\} = T\{x_1(t)\} + T\{x_2(t)\}\ \ \forall\ x_1(t)\ dan\ \ x_2(t)$$

- **Contoh:**
- $y(t) = kx(t)$ adalah additif, sebab
- Bila $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$, maka
- $k\{x_1(t) + x_2(t)\} = kx_1(t) + kx_2(t) = y_1(t) + y_2(t)$

Sistem Linier (2)

- **Homogen**
- Scaling terhadap masukan akan menghasilkan scaling terhadap keluaran.
- Sistem disebut homogen bila:

$$T\{cx(t)\} = cT\{x(t)\}$$

- $\forall\ c$ konstanta riil/kompleks dan $\forall\ x[n]$

- **Contoh:**
- $y(t) = kx(t) + l$ tidak homogen, sebab:
- Bila $x(t) = cx(t)$

$$T\{cx(t)\} = kcx(t) + l \neq cT\{x(t)\} = kcx(t) + lc$$

Sistem Linier (3)

- Sistem disebut linier bila sistem tersebut additif dan homogen.
- Sistem waktu kontinyu disebut linier bila:
- $T\{a_1 x_1(t) \ + a_2 x_2(t)\} = a_1 T\{x_1(t)\} + a_2 T\{x_2(t)\}$
- $\forall$ a_1 dan a_2 konstanta riil/kompleks dan $\forall$ $x_1(t)$ dan $x_2(t)$

- Sifat linier membuat perhitungan respons sistem terhadap sebuah masukan menjadi sederhana.

- **Contoh:**
- $y(t) = kx(t)$ adalah additif dan homogin, adalah sistem linier.
- $y(t) \ = kx(t) \ + l$ adalah tidak additif dan tidak homogen, maka bukan sistem linier.

Sistem Linier (4)

- Bila

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\delta(t-\tau)d\tau \text{ atau } x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\delta[n-k]$$

- Respons sistem: $y(t) = T\{x(t)\}$ atau $y[n] = T\{x[n]\}$

$$y(t) = T\{x(t)\} = T\left\{\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\delta(t-\tau)d\tau\right\} = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)T\{\delta(t-\tau)\}d\tau$$

$$y[n] = T\{x[n]\} = T\left\{\sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\delta[n-k]\right\} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]T\{\delta[n-k]\}$$

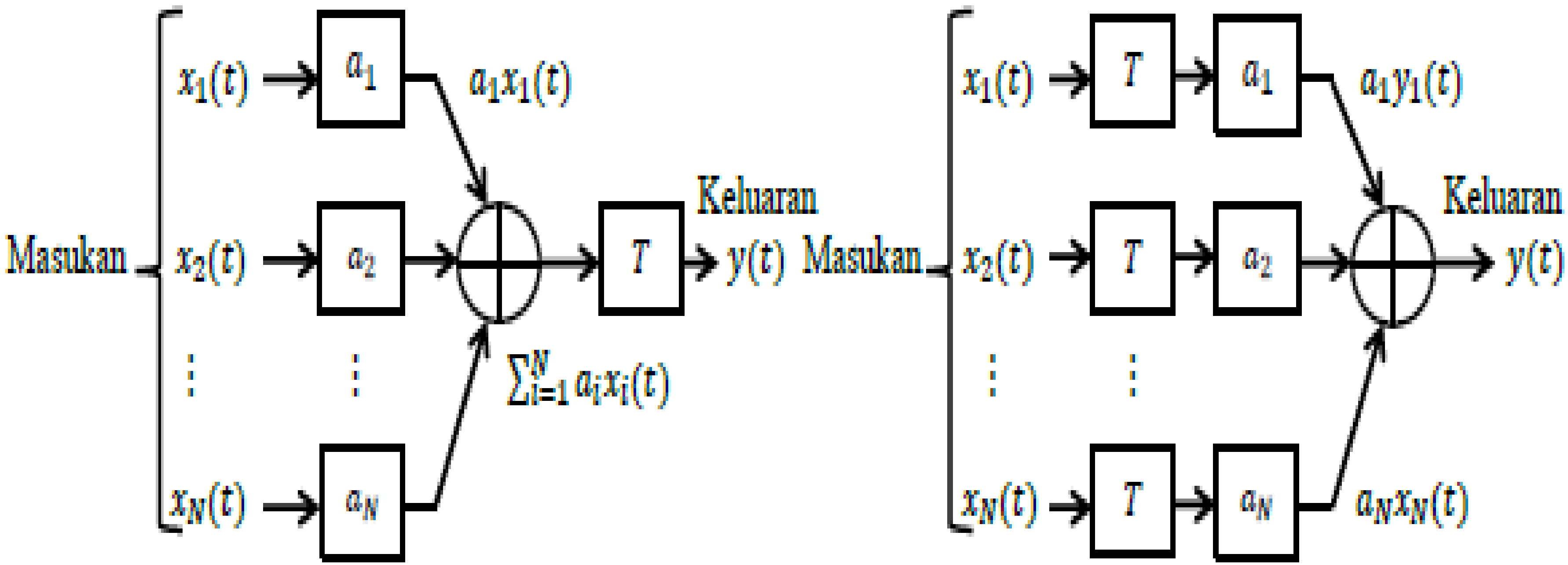
- Didefinisikan:
- Bila $x(t) = \delta(t)$, maka **respons impuls** sistem waktu kontinyu:

$$y(t) = T\{\delta(t)\} = h(t)$$

- Bila $x(t) = \delta(t-\tau)$, maka $T\{\delta(t-\tau)\} = h_{\tau}(t)$

Linieritas

$$y(t) = T\left\{\sum_{i=1}^{N} a_i x_i(t)\right\} \qquad\qquad y(t) = \sum_{i=1}^{N} a_i T\{x_i(t)\}$$



Bila kedua konfigurasi menghasilkan keluaran $y(t)$ yang sama, maka operator T adalah linier.

Tidak Berubah Terhadap Waktu (1)

- Bila $y(t)$ adalah respons sistem terhadap $x(t)$: $y(t) \;= T\{x(t)\}$
- Sistem disebut tidak berubah terhadap waktu bila respons sistem terhadap $x(t-t_0)$ adalah $y(t-t_0)$, artinya:

$$T\{x(t-t_0)\} = y(t-t_0)$$

- Bila $h(t)$ adalah respons sistem terhadap $\delta(t)$: $h(t) \;= T\{\delta(t)\}$

Bila sistem tidak berubah terhadap waktu:

$$T\{\delta(t-\tau)\} = h(t-\tau)$$

- Bila sistem linier tidak berubah terhadap waktu (SLTBTW), persamaan:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) T\{\delta(t-\tau)\} d\tau$$

- Menjadi:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t-\tau) d\tau$$

Linier Tidak Berubah Terhadap Waktu (2)

- Persamaan:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

- Persamaan diatas dikenal sebagai integral konvolusi, ditulis:

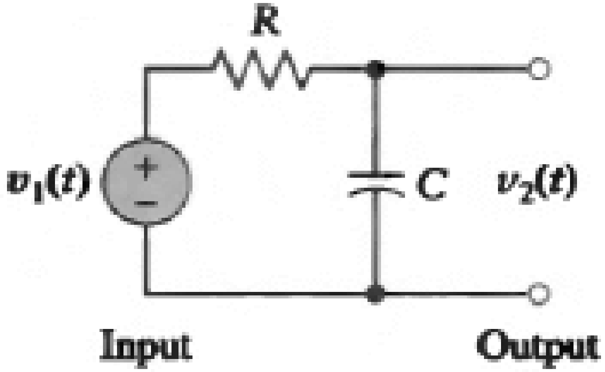
$$y(t) = x(t) * h(t)$$

- Integral konvolusi bersifat komutatif:

$$y(t) = h(t) * x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)x(t-\tau)d\tau$$

Sistem Waktu Kontinyu Kausal

- Sistem disebut **kausal** bila untuk t_0, respons sistem $y(t)$ pada waktu t_0 hanya tergantung kepada masukan $x(t)$ untuk $t \leq t_0$.
- Untuk sistem kausal, maka keluaran tidak dapat mendahului masukan.
- SLTBTW akan kausal bila $h(t) \ = 0$ untuk $t < 0$.
- Kebalikan dari sistem kausal adalah sistem tidak kausal.
- Contoh: RC circuit



Sistem ini Kausal, keluaran $v_2(t)$ pada saat sembarang $t = t_0$ hanya bergantung kepada masukan $v_1(t)$ untuk $t \leq t_0$.

Stabilitas

- Sebuah sistem disebut **Stabil *bounded- input , bounded-output* (BIBO)** jika dan hanya jika setiap sinyal masukan terbatas menghasilkan sinyal keluaran terbatas. Keluaran sistem tersebut tidak akan divergen bila masukan tidak divergen.
- Sistem waktu kontinyu mempunyai relasi masukan-keluaran:

$$y(t) = T\{x(t)\}$$

- Operator T adalah **Stabil BIBO** bila sinyal keluaran $y(t)$ memenuhi kondisi:

$$|y(t)| \leq M_y < \infty \text{ untuk semua } t,$$

bilamana sinyal masukan $x(t)$ memenuhi kondisi:

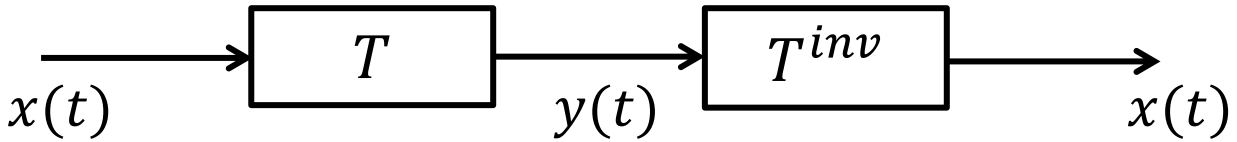
$$|x(t)| \leq M_x < \infty \text{ untuk semua } t.$$

- Syarat stabil:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt < \infty$$

Invertibilitas

- Sebuah sistem disebut bisa di-invers **(invertible)**, bila masukan sistem dapat diperoleh dari keluaran sistem.



- $T^{inv}\{y(t)\} = T^{inv}\{T(x(t))\} = T^{inv}T\{x(t)\}$
- T dan T^{inv} dihubungkan secara cascade, ekuivalen dengan $T^{inv}T$
- Keluaran sistem ini sama dengan sinyal masukan $x(t)$,
- Kita perlukan bahwa: $T^{inv}T = I,$

  dimana I menyatakan operator "identitas".
- Operator T^{inv} disebut operator invers **(inverse operator)**.

Prosedur Integral Konvolusi (1)

- Persamaan:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

- Definisi: $w_t(\tau) = x(\tau)h(t-\tau), \tau$ adalah variabel bebas dan waktu t dianggap sebagai konstan.

  Maka $h(t-\tau) = h(-(\tau - t))$ adalah versi refleksi dan pergeseran sebesar $-t$ dari $h(\tau)$.

- Persamaan diatas menjadi:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} w_t(\tau)d\tau$$

Keluaran sistem pada waktu sembarang t adalah luas daerah dibawah sinyal $w_t(\tau)$.

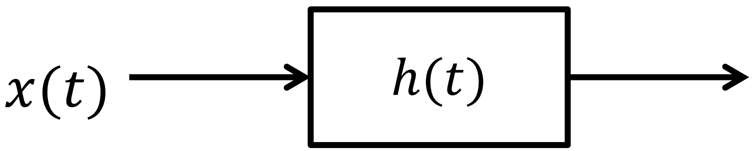
Prosedur Integral Konvolusi (2)

Prosedur:

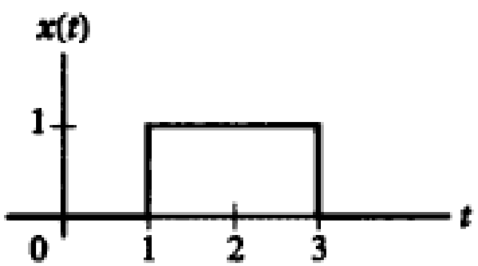
1. Gambar sinyal $x(\tau)$ dan $h(t-\tau)$ sebagai fungsi variabel bebas τ.
2. Mulai dengan nilai t besar dan negatif.
3. Tulis $w_t(\tau)$.
4. Perbesar nilai t (gerakkan $h(t-\tau)$ kearah kanan) sehingga $w_t(\tau)$ berubah.
5. Nilai t di-interval baru. Ulangi langkah 3 dan 4.
6. Untuk setiap himpunan pergeseran t, integrasikan $w_t(\tau)$ dari $\tau = -\infty$ sampai $\tau = \infty$ untuk mendapatkan $y(t)$.

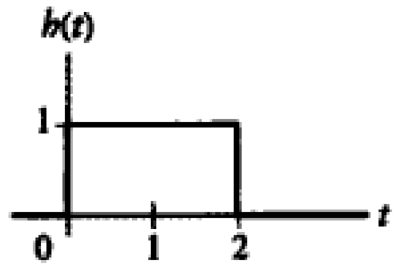
Contoh Integral Konvolusi (1)

- Masukan Sistem $x(t) = u(t-1) - u(t-3)$, dan respons impuls $h(t) = u(t) - u(t-2)$.

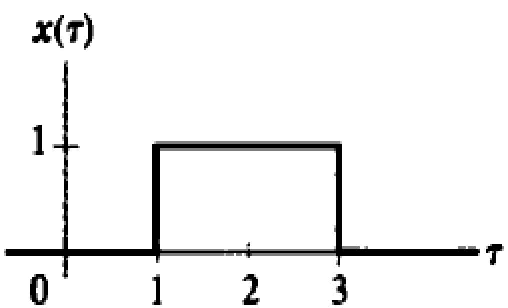


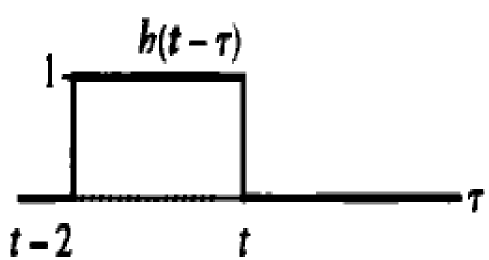
$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$$





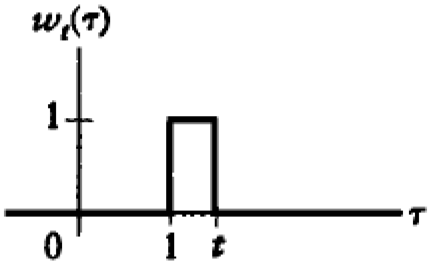
- Gambar $x(\tau)$ dan $h(t-\tau)$





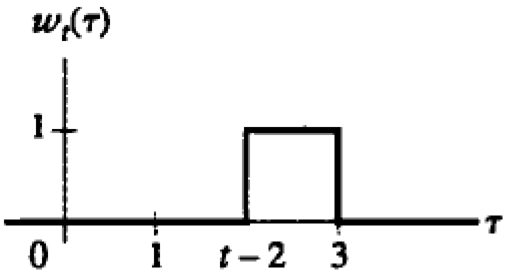
Contoh Integral Konvolusi (2)

- Bila $t < 1$ dan $t > 5 \rightarrow w_t(\tau) = 0.$



- Bila $1 \leq t < 3 \rightarrow w_t(\tau) = \begin{cases} 1 & 1 < \tau < t \\ 0 & nilai\ lain \end{cases}$

$$y(t) = \int_1^t d\tau = \tau \Big|_1^t = t - 1$$

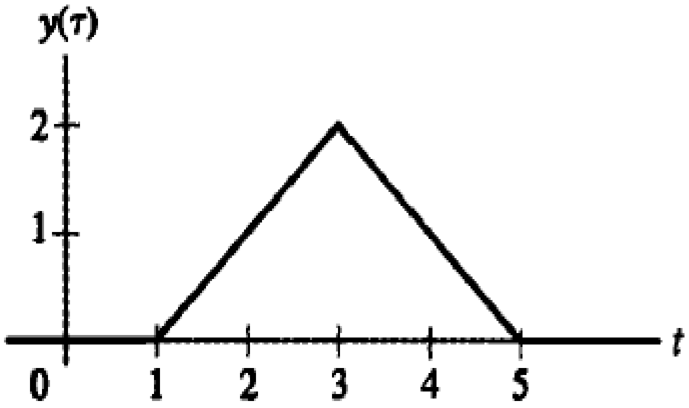


- Bila $3 \leq t < 5 \rightarrow w_t(\tau) = \begin{cases} 1 & t-2 < \tau < 3 \\ 0 & nilai\ lain \end{cases}$

$$y(t) = \int_{t-2}^3 d\tau = \tau \Big|_{t-2}^{3} = 3 - (t - 2)$$

Contoh Integral Konvolusi (3)

- Untuk $t < 1$ dan $t > 5$, diperoleh $y(t) = 0$, karena $w_t(\tau) = 0$.
- Untuk $1 \leq t < 3$, diperoleh $y(t) = t - 1$.
- Untuk $3 \leq t < 5$, diperoleh $y(t) = 3 - (t - 2)$
- $y(t) = \begin{cases} 0, & t < 1 \\ t - 1, & 1 \leq t < 3 \\ 5 - t, & 3 \leq t < 5 \\ 0 & t \geq 5 \end{cases}$

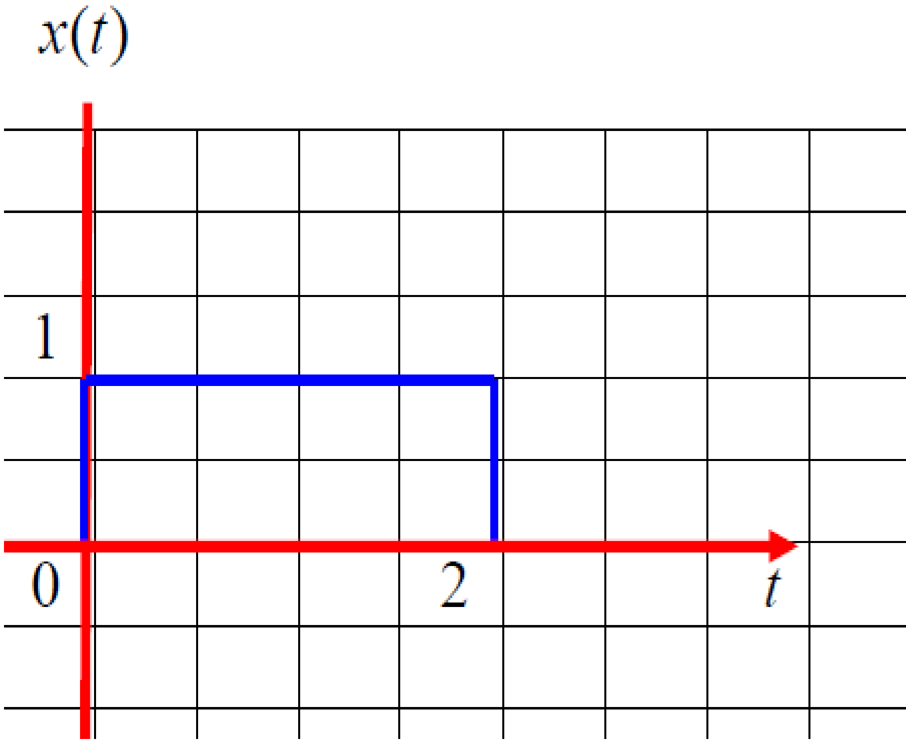


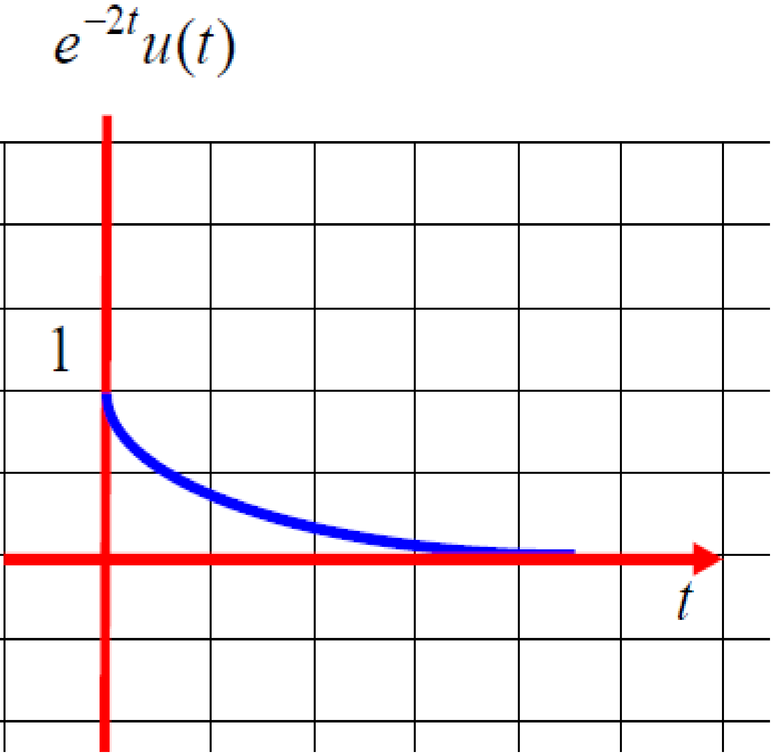
UTS Sem 1 2014/2015

Integral konvolusi $y(t) = x(t) * h(t) = \left(u(t) - u(t-2)\right) * e^{-2t}u(t)$

Gambar $h(t) = e^{-2t}u(t)$

Jawab:





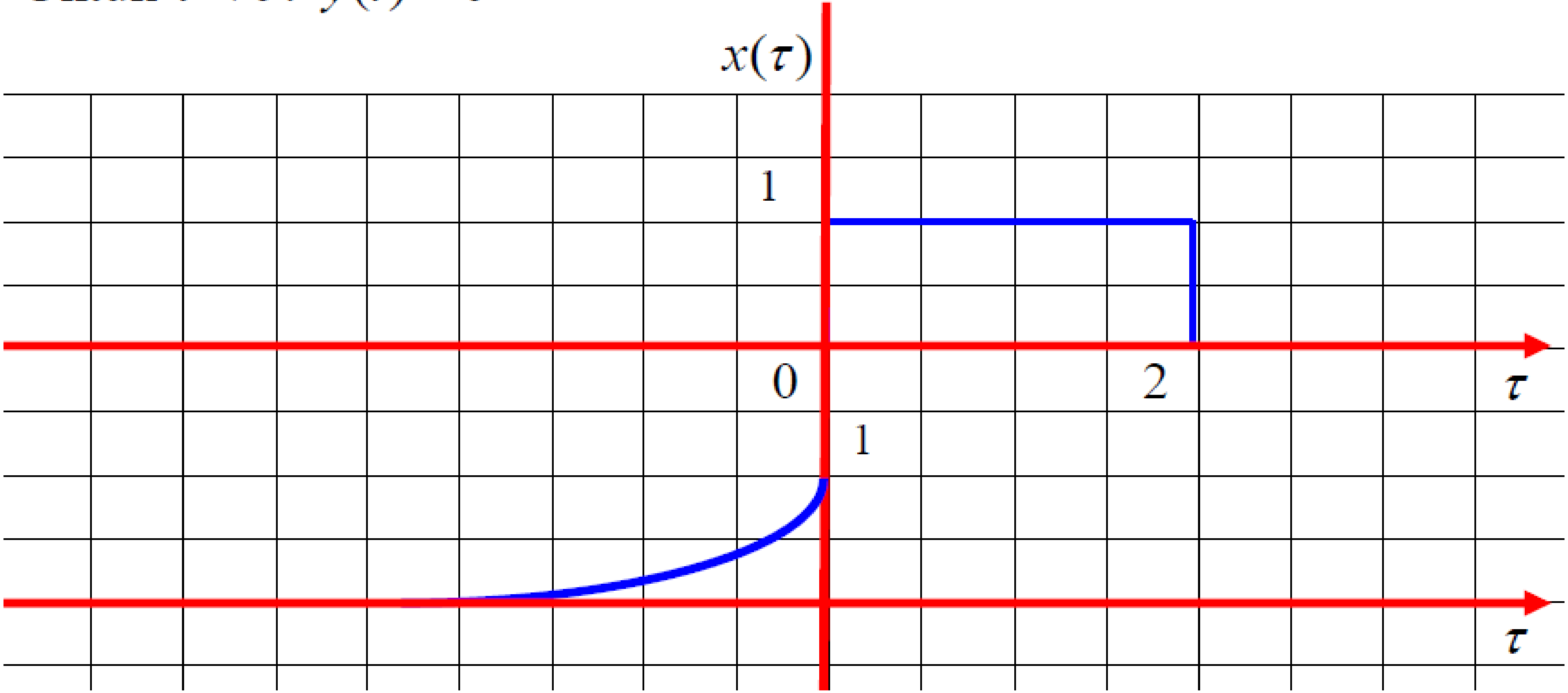
UTS Sem 1 2014/2015

Tentukan persamaan $y(t)$ sebagai hasil integral konvolusi: $x(t) * h(t)$

Jawab:

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)e^{-2(t-\tau)}d\tau$$

Untuk $t < 0$: $y(t) = 0$



UTS Sem 1 2014/2015

$$\text{Untuk } 0 \le t < 2: \; y(t) = \int_0^t e^{-2(t-\tau)} d\tau = \frac{1}{2} e^{-2t+2\tau} \Big|_0^t = \frac{1}{2}\left(1 - e^{-2t}\right)$$

$$\text{Untuk } t \ge 2: \; y(t) = \int_0^2 e^{-2(t-\tau)} d\tau = \frac{1}{2} e^{-2t+2\tau} \Big|_0^2 = \frac{1}{2}\left(e^{-2t+4} - e^{-2t}\right)$$

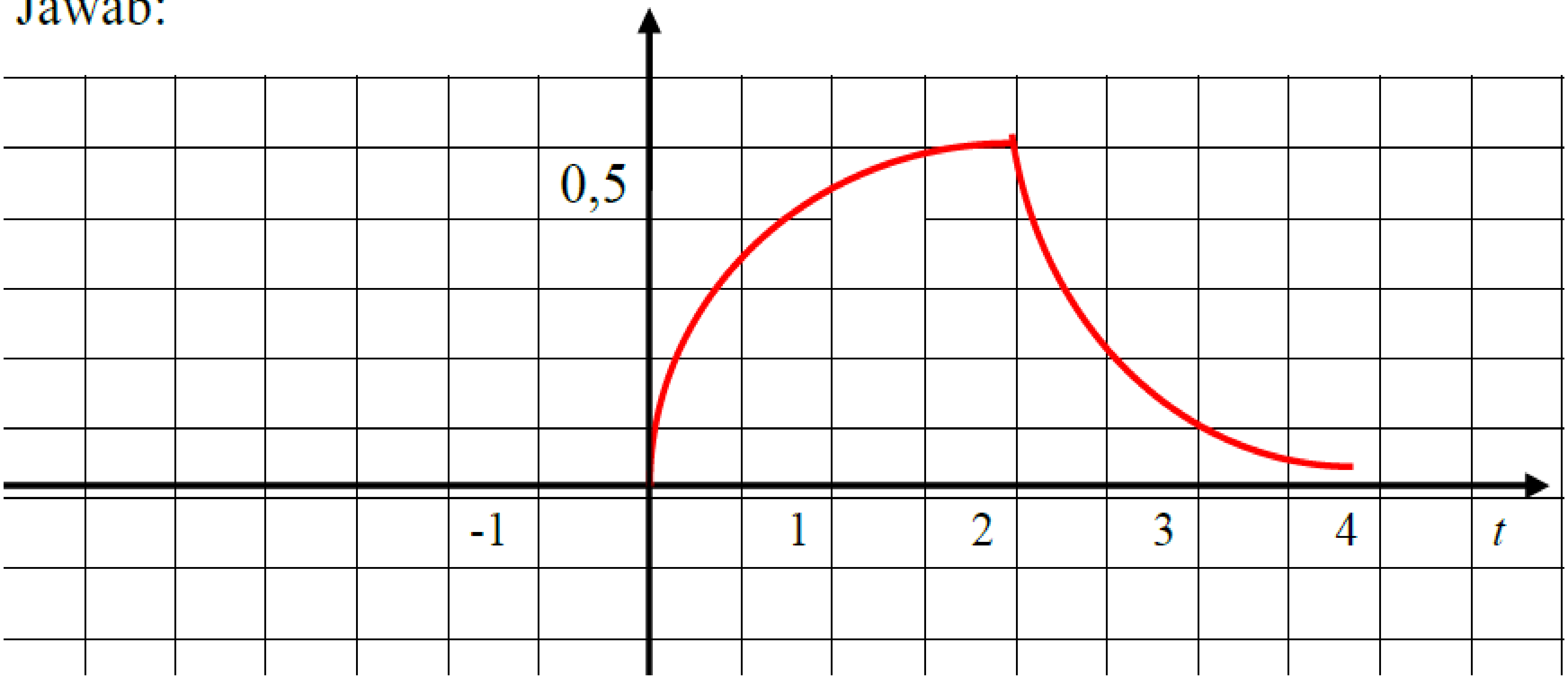
$$y(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 0{,}5\left(1 - e^{-2t}\right) & 0 \le t < 2 \\ 0{,}5\left(e^{-2t+4} - e^{-2t}\right) & t \ge 2 \end{cases}$$

No	t	$y(t)$	No	t	$y(t)$
1	0	0	5	2	0,4908
2	0,5	0,3161	6	2,5	0,1806
3	1	0,4323	7	3	0,0664
4	1,5	0,4751	8	3,5	0,0244

UTS Sem 1 2014/2015

Gambar $y(t)$.

Jawab:

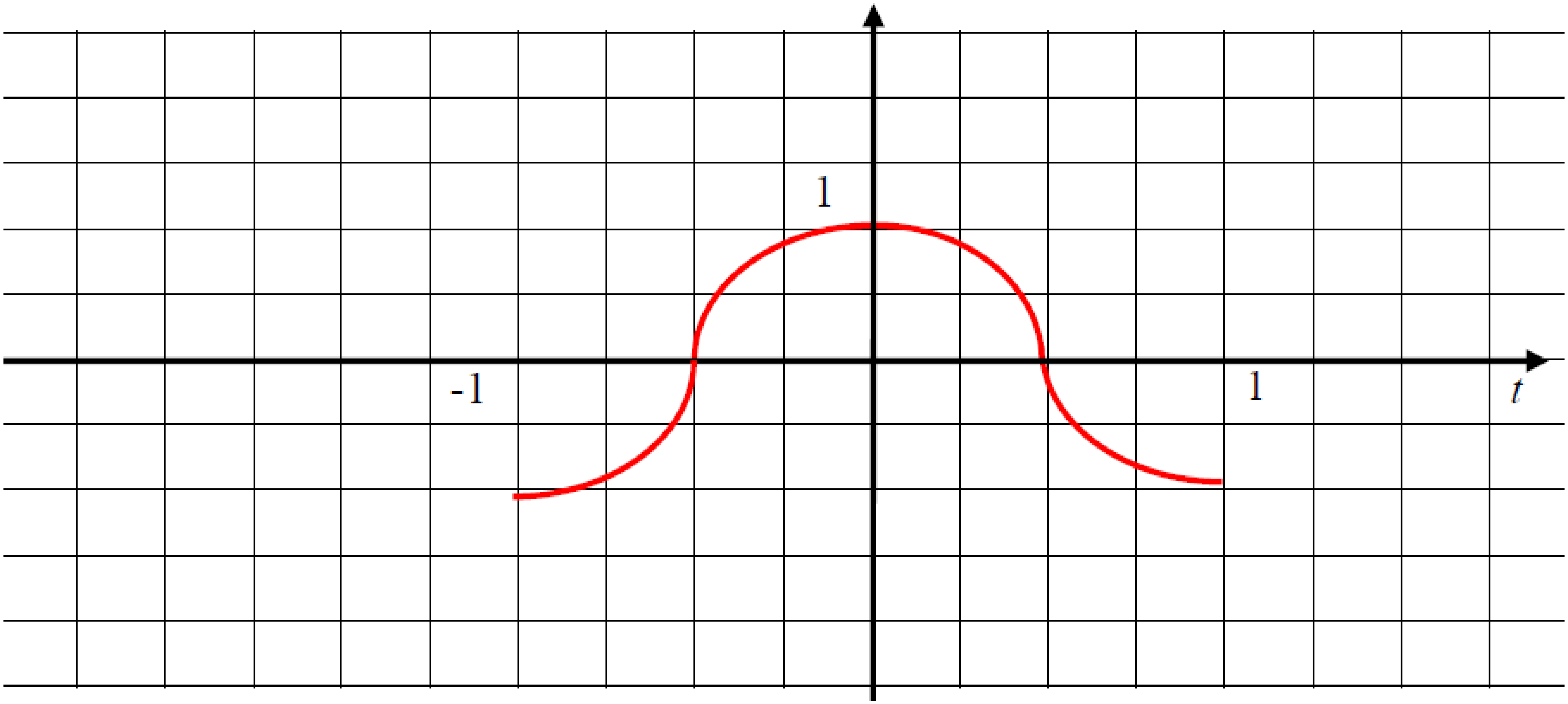


UTS Sem 2 2013/2014

Integral konvolusi $y(t) = x(t) * u(t) = \cos(\pi t)\big(u(t+1) - u(t-1)\big) * u(t)$

Gambar $x(t) = \cos(\pi t)\big(u(t+1) - u(t-1)\big)$

Jawab:



Tentukan nilai $y(t)$.

UTS Sem 2 2013/2014

Jawab: Integral konvolusi $y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)u(t-\tau)d\tau$

$u(-\tau)$ adalah $u(\tau)$ yang dibalik, $u(t-\tau)$ adalah $u(-\tau)$ yang digeser dengan t konstan, τ variabel.

Untuk $t < -1$, maka $y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)u(t-\tau)d\tau = 0$

Untuk $t < 1$, maka

$$y(t) = \int_{-1}^{t} x(\tau)u(t-\tau)d\tau = \int_{-1}^{t} \cos(\pi t)d\tau = \frac{1}{\pi}\sin(\pi t)\Big|_{-1}^{t} = \frac{1}{\pi}\sin(\pi t)$$

Untuk $t > 1$, maka

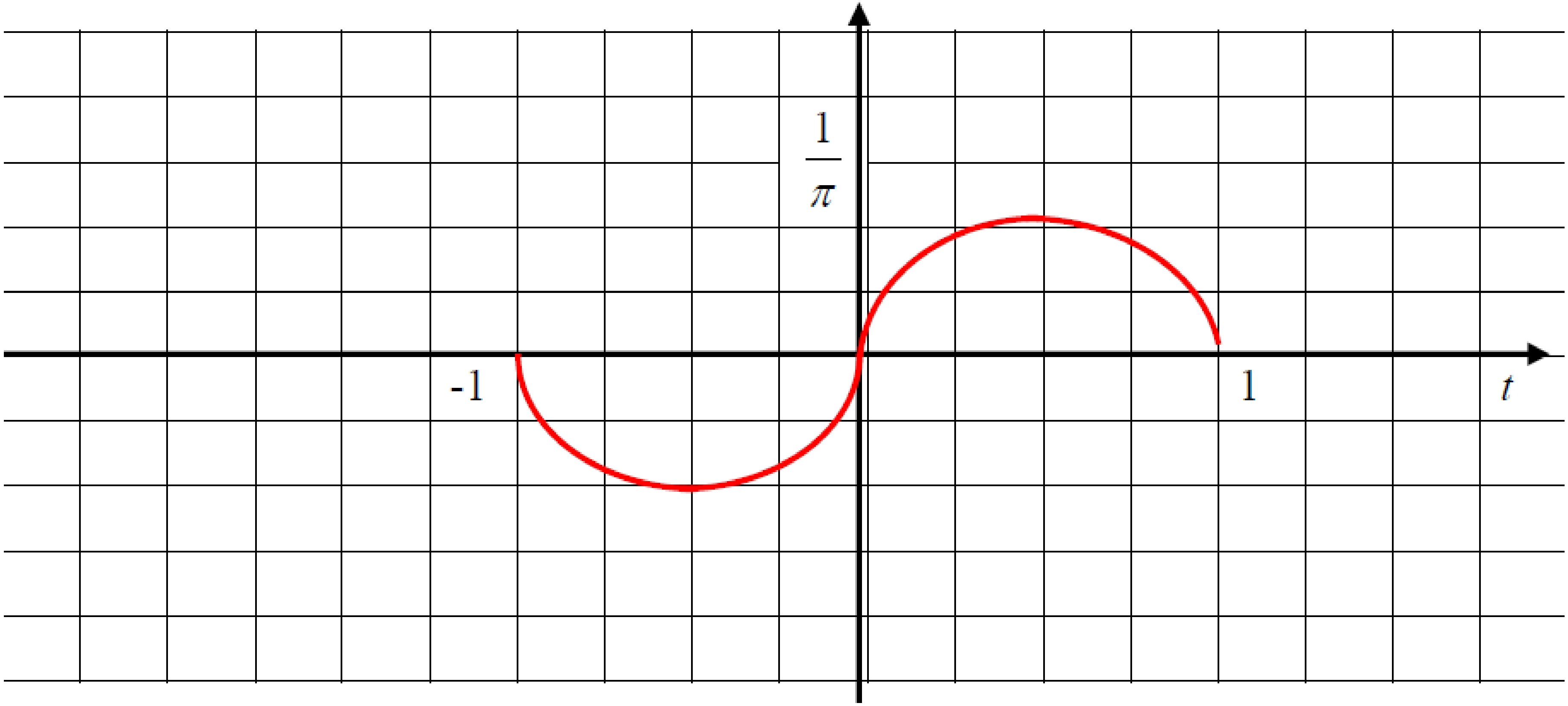
$$y(t) = \int_{-1}^{1} x(\tau)u(t-\tau)d\tau = \int_{-1}^{1} \cos(\pi t)d\tau = \frac{1}{\pi}\sin(\pi t)\Big|_{-1}^{1} = 0$$

Maka $y(t) = \dfrac{1}{\pi}\sin(\pi t) \qquad -1 < t < 1$

UTS Sem 2 2013/2014

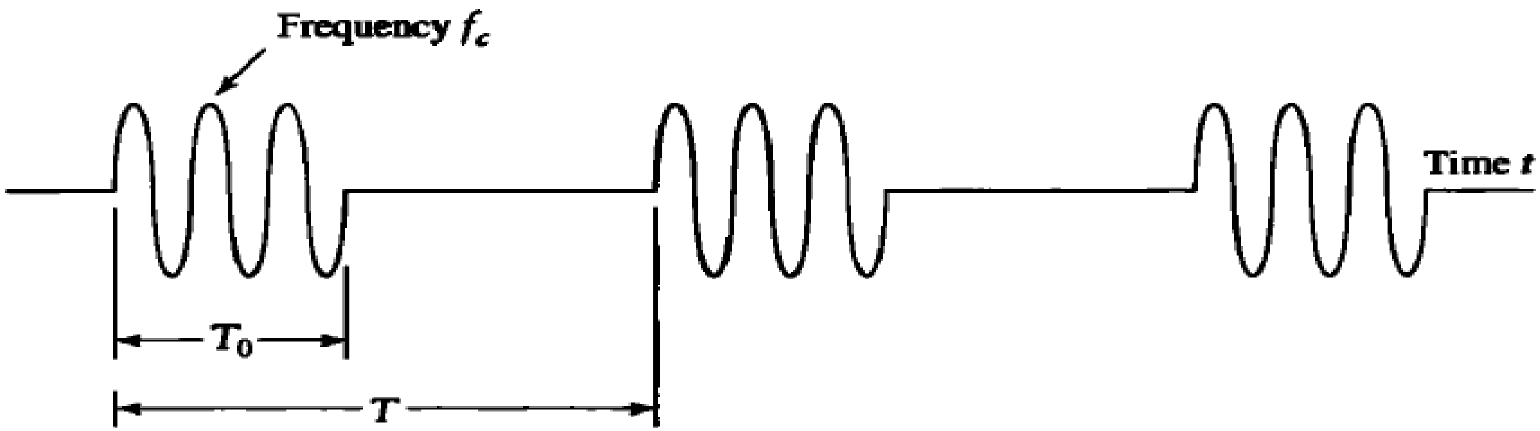
Gambar $y(t)$.

Jawab:



Pengukuran Jarak Target Radar

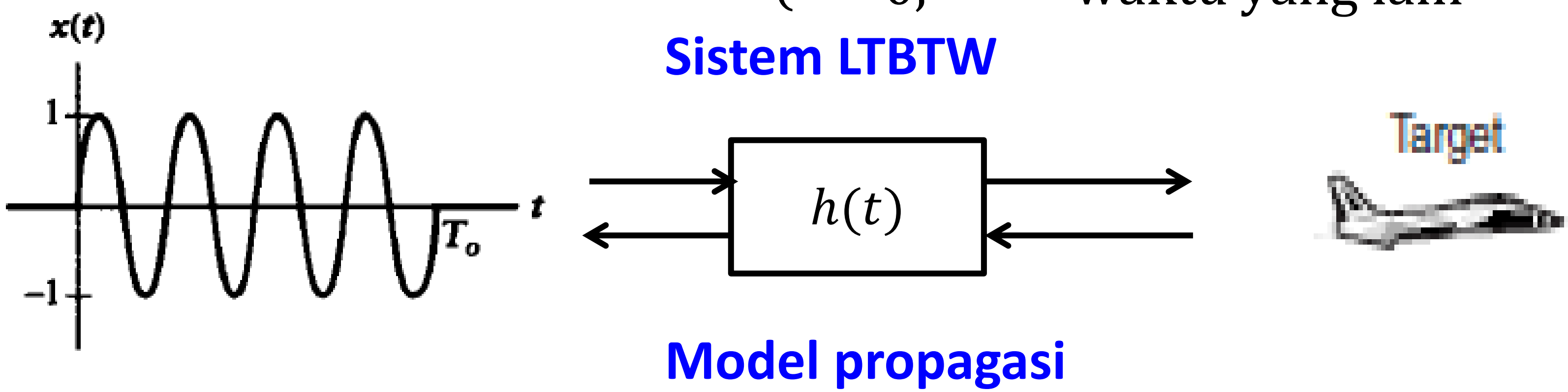
- Sinyal Radar untuk mengukur jarak sebuah target.
- Sinyal terdiri dari pulsa-pulsa radio frequency (RF) yang periodik



- Diandaikan bahwa target radar berada di jarak d.
- Waktu pergi-datang (round trip) pulsa adalah: $T_{rt} = \frac{2d}{c}$
- Resolusi jarak, jarak target terdekat: $d_{min} = c\,\frac{T_0}{2}$
- Ambiguitas jarak, jarak target terjauh: $d_{max} = c\,\frac{T}{2}$

Pengukuran Jarak Target Radar: Model Propagasi (1)

- Masalah mengukur jarak target radar terhadap sebuah obyek dengan cara mengirimkan sebuah pulsa radio frequency (RF) dan menentukan waktu delay “round-trip” pantulan (echo) pulsa yang dikembalikan ke radar.
- Pulsa RF yang dikirimkan: $x(t) = \begin{cases} \sin(\Omega_c t), & 0 \le t \le T_0 \\ 0, & \text{waktu yang lain} \end{cases}$



- Identifikasi bahwa sebuah SLTBTW menjelaskan propagasi pulsa.
- Dikirimkan sebuah impuls dari radar untuk menentukan respons impuls dari propagasi of the round-trip propagation to the target.

Pengukuran Jarak Target Radar: Model Propagasi (2)

- Impuls dilambatkan dalam waktu dan amplitudonya di-redam, menghasilkan respons impuls $h(t) = \alpha\delta(t-\beta)$.

  α representasi faktor redaman dan β waktu pelambatan (delay) "round-trip".

- Integral konvolusi untuk mendapatkan sinyal yang diterima $r(t)$

  $h(t) = \alpha\delta(t-\beta) \rightarrow h(\tau) = \alpha\delta(\tau-\beta)$.

  $h(-\tau) = \alpha\delta(-\tau-\beta) = \alpha\delta(\tau+\beta)$.

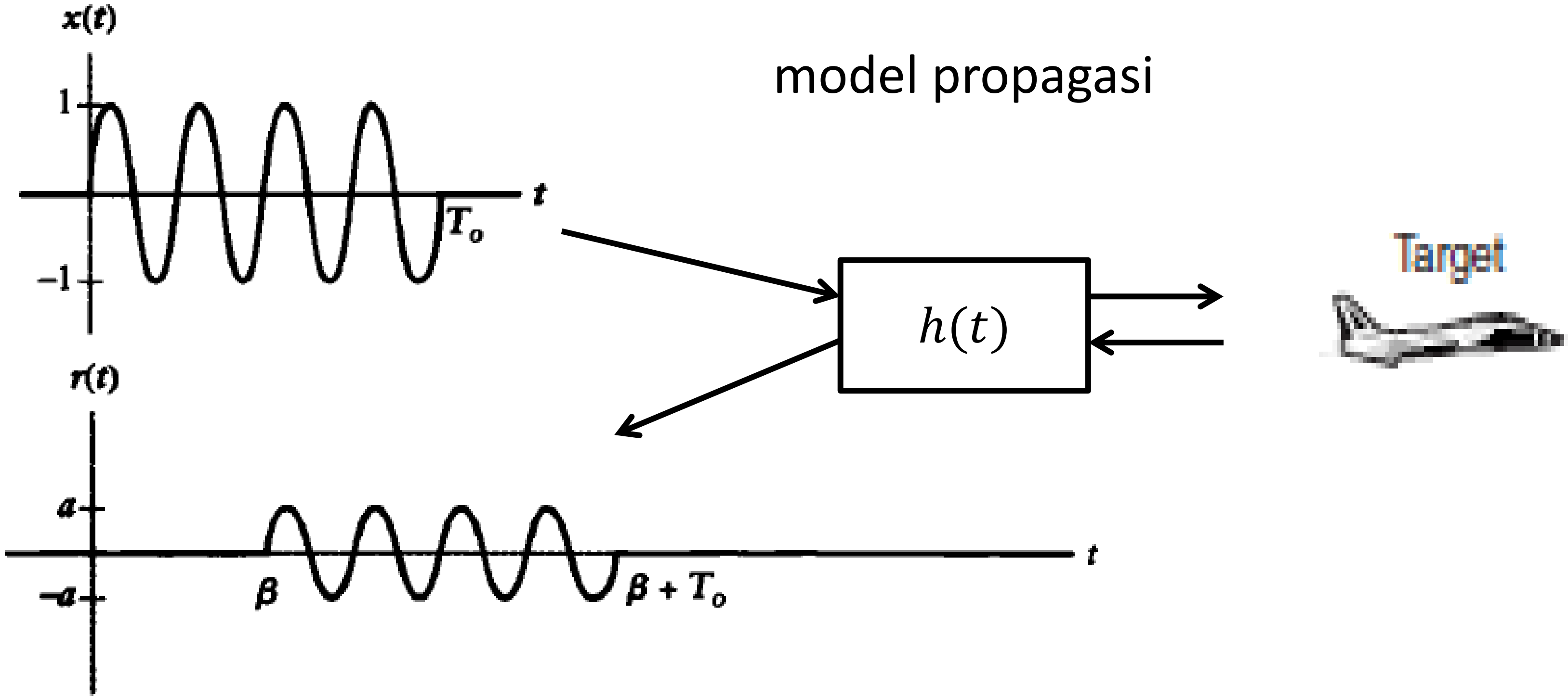
  $h(t-\tau) = \alpha\delta(\tau-(t-\beta))$

$$r(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\alpha\delta(\tau-(t-\beta)d\tau$$

$$r(t) = \alpha x(t-\beta)$$

Pengukuran Jarak Target Radar: Filter Matched (1)

- Sinyal yang diterima $r(t) = \alpha x(t - \beta)$

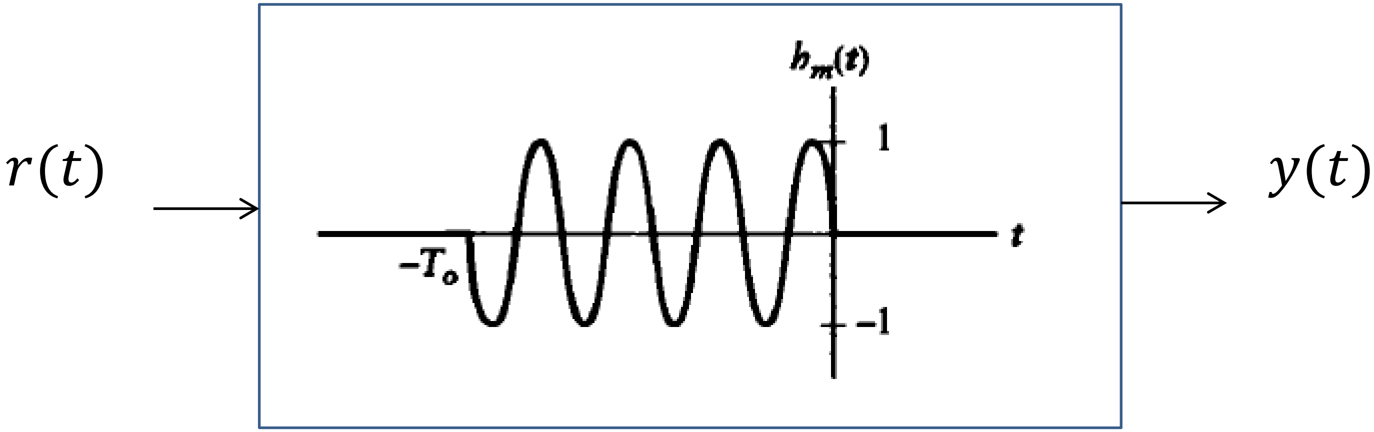


- Jarak target ditentukan dengan cara estimasi waktu delay β dari sinyal yang diterima $r(t)$. Waktu delay β ditentukan dengan melewatkan $r(t)$ kedalam sebuah SLTBTW yang disebut sebagai filter matched.

Pengukuran Jarak Target Radar: Filter Matched (2)

- Respons impuls filter matched:

$$h_m(t) = x(-t) = \begin{cases} -\sin(\Omega_c t), & -T_0 \le t \le 0 \\ 0, & \text{waktu yang lain} \end{cases}$$

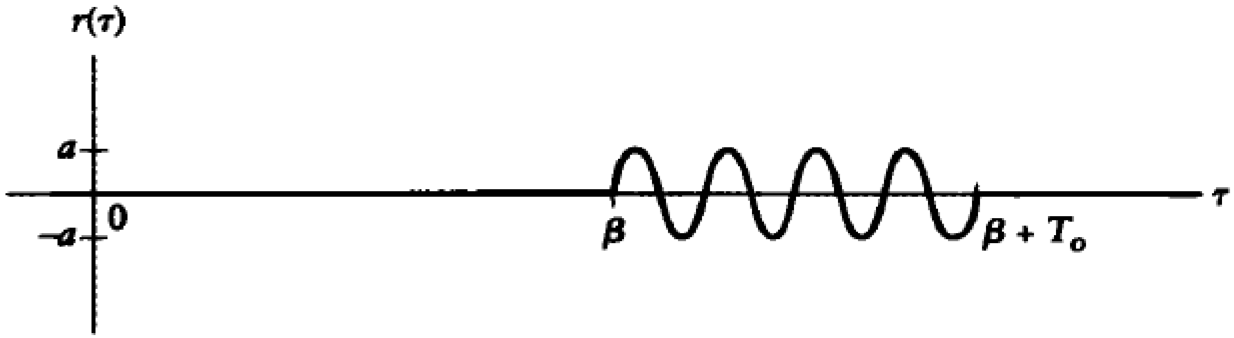


- Estimasi waktu delay dari filter matched, kita hitung konvolusi:

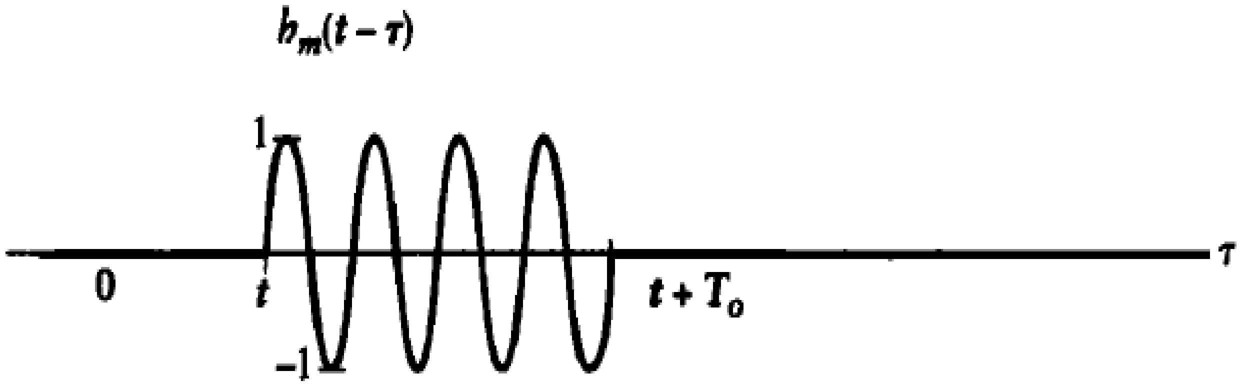
$$y(t) = r(t) * h_m(t)$$

Pengukuran Jarak Target Radar: Filter Matched (3)

- Sinyal yang diterima: $r(\tau) = \alpha x(\tau - \beta)$



- Respons impuls tergeser $h_m(t - \tau)$



Pengukuran Jarak Target Radar: Filter Matched (4)

- Bentuk $w_t(\tau) = r(\tau)h_m(t-\tau)$

  Karena $h_m(t) = x(-t)$, kita peroleh $h_m(t-\tau) = x(\tau - t)$.
- Bila $t + T_0 < \beta$, maka $w_t(\tau) = 0$, $y(t) = 0$ untuk $t < \beta - T_0$.
- Bila $\beta - T_0 < t < \beta$, maka

$$w_t(\tau) = \begin{cases} \alpha \sin(\Omega_c(\tau-\beta))\sin(\Omega_c(\tau-t)), & \beta < \tau < t + T_0 \\ 0 & \text{nilai lain} \end{cases}$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} w_t(\tau)d\tau$$

Identitas: $\sin A \sin B = \frac{1}{2}[\cos(A-B) - \cos(A+B)]$

$$y(t) = \int_{\beta}^{t+T_0} \left[\left(\frac{\alpha}{2}\right)\cos(\Omega_c(t-\beta)) + \left(\frac{\alpha}{2}\right)\cos(\Omega_c(2\tau-\beta-t)\right]d\tau$$

Pengukuran Jarak Target Radar: Filter Matched (5)

- $y(t) =$
  $$\left(\frac{\alpha}{2}\right)\cos(\Omega_c(t-\beta))[t+T_0-\beta]+\left(\frac{\alpha}{4\Omega_c}\right)\sin(\Omega_c(2\tau-\beta-t))\Big|_{\beta}^{t+T_0}$$
  Pada umumnya $\Omega_c = 2\pi f_c > 10^6$ rad/s
- Bila $\beta < t < \beta + T_0$, maka
  $$w_t(\tau) = \begin{cases} \alpha\sin(\Omega_c(\tau-\beta))\sin(\Omega_c(\tau-t)), & t<\tau<\beta+T_0 \\ 0 & \text{nilai lain} \end{cases}$$
  $$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} w_t(\tau)d\tau$$
  Identitas: $\sin A \sin B = \frac{1}{2}[\cos(A-B)-\cos(A+B)]$
  $$y(t) = \int_{t}^{\beta+T_0}\left[\left(\frac{\alpha}{2}\right)\cos(\Omega_c(t-\beta)) + \left(\frac{\alpha}{2}\right)\cos(\Omega_c(2\tau-\beta-t)\right]d\tau$$

Pengukuran Jarak Target Radar: Filter Matched (6)

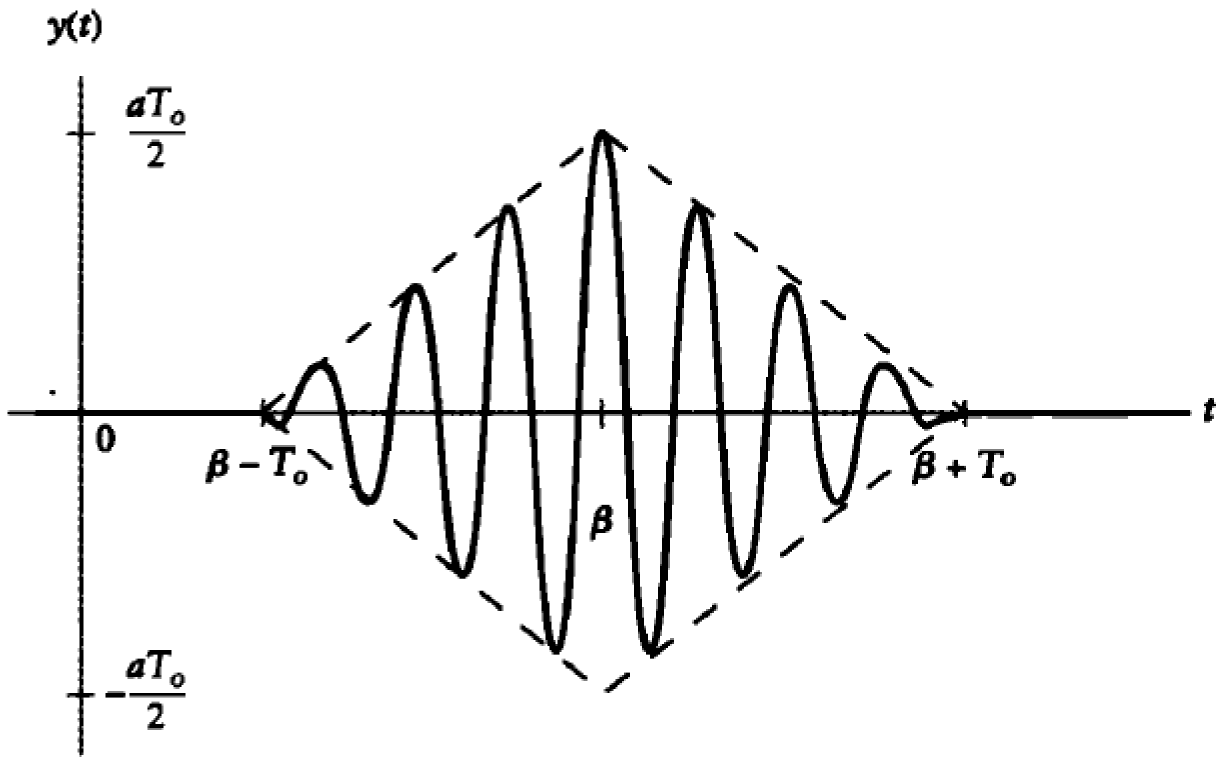
- $y(t) = \left(\frac{\alpha}{2}\right)\cos(\Omega_c(t-\beta))[\beta+T_0-t] + \left(\frac{\alpha}{4\Omega_c}\right)\sin(\Omega_c(2\tau-\beta-t))\Big|_{t}^{\beta+T_0}$

  Pada umumnya $\omega_c = 2\pi f_c > 10^6$ rad/s
- Bila $\beta + T_0 < t$, maka $w_t(\tau) = 0, y(t) = 0$ untuk $\beta + T_0 < t$.

- $$y(t) = \begin{cases} \left(\frac{\alpha}{2}\right)[t+T_0-\beta]\cos(\Omega_c(t-\beta)), & \beta - T_0 < t \le \beta \\ \left(\frac{\alpha}{2}\right)[\beta+T_0-t]\cos(\Omega_c(t-\beta)), & \beta < t < \beta + T_0 \\ 0, & \text{nilai lain} \end{cases}$$

Pengukuran Jarak Target Radar: Filter Matched (7)

- Keluaran filter Matched



- β di-estimasikan dengan mendapatkan waktu pada saat keluaran filter matched mencapat nilai maksimumnya.

Hubungan antar SLKTBTW (1)

- **Hubungan Paralel SLKTBTW.**

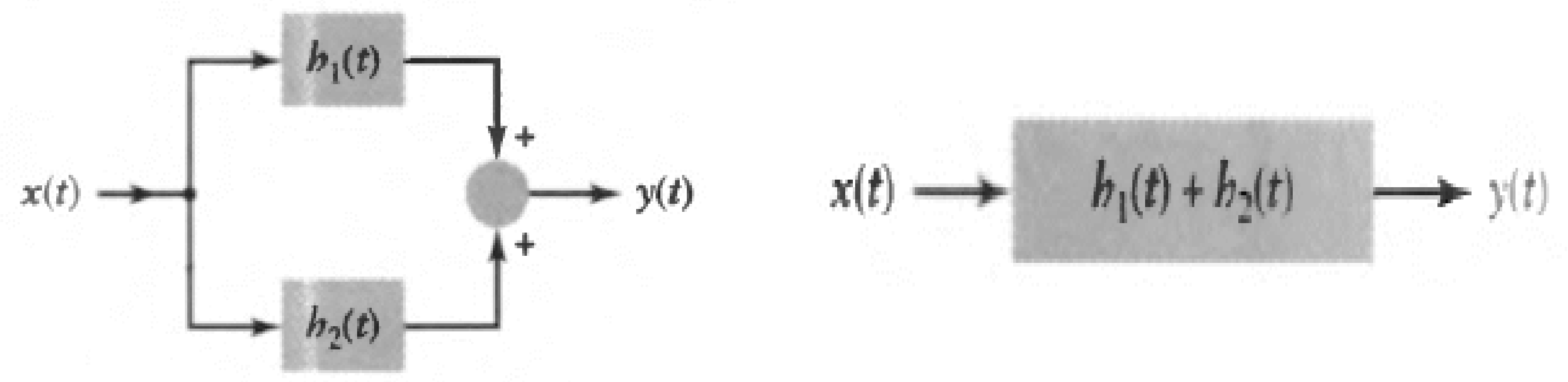
$$y(t) = y_1(t) + y_2(t)$$

$$y(t) = x(t) * h_1(t) + x(t) * h_2(t)$$

$$y(t) = x(t) * \{h_1(t) + h_2(t)\}$$

Sifat Distributif:

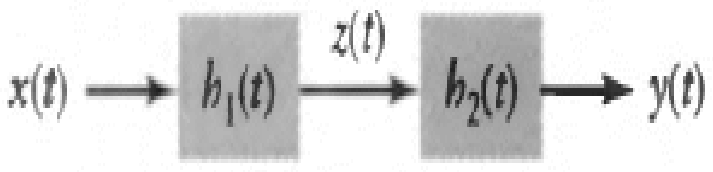
$$x(t) * h_1(t) + x(t) * h_2(t) = x(t) * \{h_1(t) + h_2(t)\}$$



Hubungan antar SLKTBTW (2)

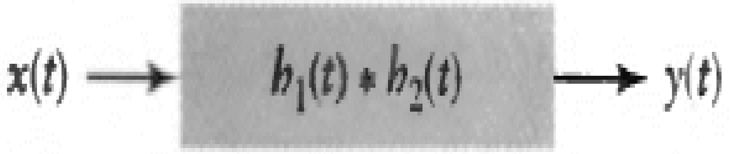
- **Hubungan Cascade SLKTBTW.**

$$y(t) = z(t) * h_2(t)$$
$$y(t) = \{x(t) * h_1(t)\} * h_2(t)$$
$$y(t) = x(t) * \{h_1(t) * h_2(t)\}$$



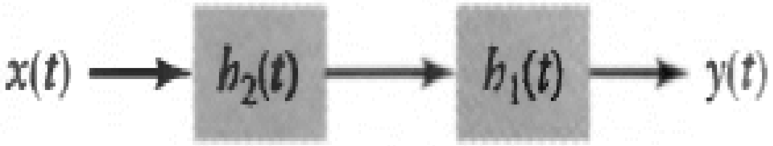
Sifat Assosiatif:

$$\{x(t) * h_1(t)\} * h_2(t) = x(t) * \{h_1(t) * h_2(t)\}$$



Sifat Komutatif:

$$h_1(t) * h_2(t) = h_2(t) * h_1(t)$$



Respons Impuls

- Impulse satuan didefinisikan dengan

$$\delta(t) = 0 \ \text{ untuk } t \neq 0 \ \text{ dan } \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = 1$$

- Respons impuls sistem $h(t)$, didefinisikan sebagai keluaran sebuah SLTBTW akibat sinyal masukan sebuah impuls satuan $\delta(t)$ pada saat $t = 0$.

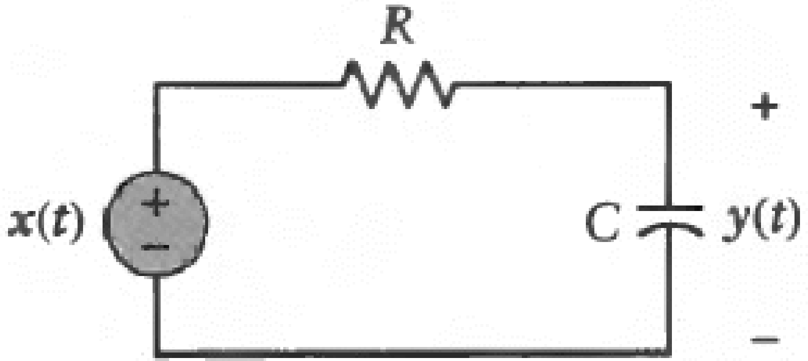
$$\delta(t) \longrightarrow \boxed{H\{\delta(t)\}} \longrightarrow h(t)$$

- Di sistem waktu kontinyu, sebuah sinyal impuls dengan dengan lebar impuls nol dan amplitudo tak terbatas secara phisik tidak dapat dibentuk, biasanya diidekati dengan sebuah pulsa dengan amplitudonya besar dan durasi yang pendek (singkat).

Respons Impuls Rangkaian RC

- Rangkaian RC

$$x(t) = \delta(t)$$



- Respons impuls:

$$h(t) = \frac{1}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}.u(t)$$

- Bila $RC = 1$: $h(t) = e^{-t} u(t)$

Hubungan Antara Sifat-Sifat SLTBTW Dengan Respons Impuls (1)

- Memori SLTBTW.
- Kausalitas SLTBTW.
- Stabilitas SLTBTW.
- Sistem Yang Dapat Di-Invers dan Dekonvolusi.

Hubungan Antara Sifat-Sifat SLTBTW Dengan Respons Impuls (2)

- **Memori → SLTBTW Tanpa Memori:**
- Sebuah SLTBTW **waktu kontinyu** adalah tanpa memori jika dan hanya jika:

$$h(\tau) = c\delta(\tau)$$

- Dimana c adalah konstanta sembarang.

- **Kausalitas → SLTBTW Kausal:**
- Sebuah SLTBTW **waktu kontinyu** adalah adalah kausal bila respons impulsnya memenuhi kondisi:

$$h(\tau) = 0 \ \text{ untuk } \ \tau < 0$$

- Keluaran sistem:

$$y(t) = \int_{0}^{\infty} h(\tau)x(t-\tau)d\tau$$

Hubungan Antara Sifat-Sifat SLTBTW Dengan Respons Impuls (3)

- Sebuah SLTBTW **waktu kontinyu** adalah stabil BIBO bila respons impulsnya memenuhi kondisi:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(\tau)|d\tau < \infty$$

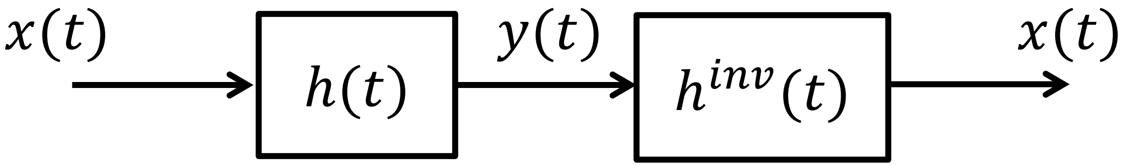
- **Invertibilitas → Sistem Yang dapat Di-Invers dan Dekonvolusi:**

  Sebuah sistem dapat di-invers bila masukan terhadap sistem dapat diperoleh dari keluaran sistem. Persyaratan ini memberikan implikasi bahwa sistem invers adalah SLTBTW.

Hubungan Antara Sifat-Sifat SLTBTW Dengan Respons Impuls (5)

- **Invertibilitas → Sistem Yang dapat Di-Invers dan Dekonvolusi:**

  Sebuah sistem dapat di-invers bila masukan terhadap sistem dapat diperoleh dari keluaran sistem. Persyaratan ini memberikan implikasi bahwa sistem invers adalah SLTBTW.



$$y(t) = x(t) * h(t)$$

- Proses untuk mendapatkan kembali $x(t)$ dari $x(t) * h(t)$ disebut **dekonvolusi**.

  Syaratnya: $x(t) * \{h(t) * h^{inv}(t)\} = x(t)$

  Implikasinya bahwa: $h(t) * h^{inv}(t) = \delta(t)$

Hubungan Antara Sifat-Sifat SLTBTW Dengan Respons Impuls (5)

- **Ringkasan:**

Sifat SLTBTW	Respons Impuls
Tanpa memori	$h(t) = c\delta(t)$
Kausal	$h(t) = 0 \;\; \text{untuk} \;\; t < 0$
Stabilitas	$\int_{-\infty}^{\infty} \lvert h(\tau) \rvert d\tau < \infty$
Invertibilitas	$h(t) * h^{inv}(t) = \delta(t)$

Respons Sistem Terhadap Fungsi Step (1)

- Sinyal masukan fungsi Step dipakai untuk mendapatkan respons SLTBTW terhadap sinyal masukan yang berubah secara tiba-tiba.
- Respons “step” didefinisikan sebagai keluaran sistem akibat sinyal masukan “step satuan”: $x(t) = u(t)$.
- Respons step $s(t)$ untuk sistem waktu kontinyu dinyatakan sebagai “running integral” dari respons impuls:

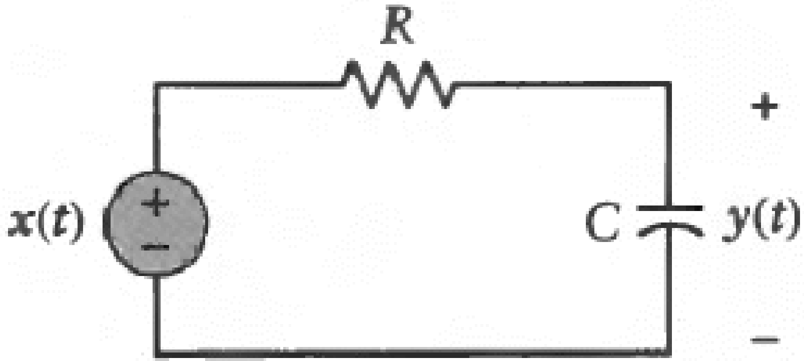
$$s(t) = \int_{-\infty}^{t} h(\tau) d\tau$$

- Respons impulse sebagai fungsi respons step:

$$h(t) = \frac{d}{dt} s(t)$$

Respons Step Rangkaian RC

- Rangkaian RC

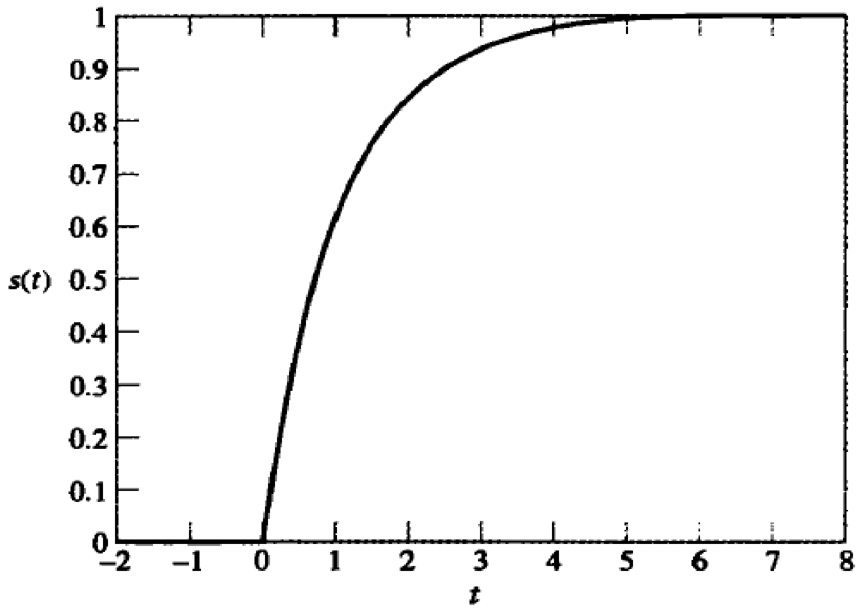


$$x(t) = u(t)$$

- Respons Impuls:
- $h(t) = \frac{1}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} . u(t)$

- Respons Step:

$$s(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 - e^{-\frac{t}{RC}} & t \geq 0 \end{cases}$$

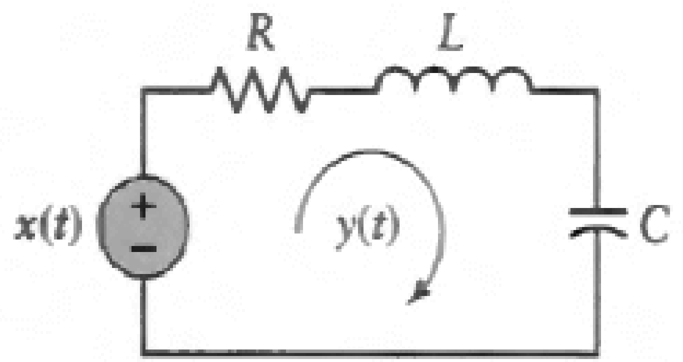


Representasi SLTBTW Memakai Persamaan Differensial

- Bentuk umum persamaan differensial linier dengan koefisien konstan:

$$\sum_{k=0}^{N} a_k \frac{d^k}{dt^k} y(t) = \sum_{k=0}^{M} b_k \frac{d^k}{dt^k} x(t)$$

- Dimana a_k dan b_k adalah koefisien konstan sistem.
- Contoh:



$$Ry(t) + L\frac{d}{dt}y(t) + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} y(\tau)d\tau = x(t)$$

Differensiasi: $\frac{1}{C}y(t) + R\frac{d}{dt}y(t) + L\frac{d^2}{dt^2}y(t) = \frac{d}{dt}x(t)$

Penyelesaian Persamaan Differensial (1)

- **Bentuk Umum PDLKK:**

$$Sistem\ kontinyu:\ \sum_{k=0}^{N} a_k \frac{d^k}{dt^k} y(t) = \sum_{k=0}^{M} b_k \frac{d^k}{dt^k} x(t)$$

Dimana a_k dan b_k adalah koefisien konstan sistem.

- **Solusi:**
- Solusi Homogin (SH).
- Solusi Partikular (SP).
- Solusi Komplit (SK).

Penyelesaian Persamaan Differensial (2)

- **Solusi Homogen (SH).**

  Bentuk Homogin dari persamaan differensial dengan membuat semua masukan $x(t)$ dan turunannya = nol.

  Untuk sistem kontinyu, $y^{(h)}(t)$ adalah solusi persamaan homogin (PH):

$$\sum_{k=0}^{N} a_k \frac{d^k}{dt^k} y^{(h)}(t) = 0$$

  Solusi Homogin (SH) dalam bentuk:

$$y^{(h)}(t) = \sum_{i=1}^{N} c_i e^{r_i t}$$

  dimana r_i adalah N akar-akar Persamaan Karakteristik Sistem (PKS):

$$\sum_{k=0}^{N} a_k r^k = 0$$

Penyelesaian Persamaan Differensial (3)

- **Solusi Partikular (SP)**
- Solusi partikular $y^{(p)}(t)$ adalah solusi persamaan differensial untuk sinyal masukan yang diberikan.
- $y^{(p)}(t)$ tidak unik, solusi partikular diperoleh dengan asumsi bahwa bentuk sinyal keluaran sama dengan sinyal masukan.

Input	Particular Solution
1	c
t	$c_1 t + c_2$
e^{-at}	ce^{-at}
$\cos(\Omega t + \phi)$	$c_1 \cos(\Omega t) + c_2 \sin(\Omega t)$

- Diasumsikan bahwa masukan ada untuk seluruh waktu t, bila masukan ada setelah $t = 0$, solusi tergantung kondisi awal, solusi partikular hanya berlaku untuk $t > 0$.

Penyelesaian Persamaan Differensial (4)

- **Solusi Komplit (SK).**
- Solusi komplit persamaan differensial diperoleh dengan menjumlahkan solusi partikular (SP) dengan solusi homogin (SH) dan mendapatkan nilai koefisien di solusi homogin (SH) yang belum ditentukan, sehingga solusi komplit (SK) memenuhi kondisi awal.
- **Prosedur:**
  1. Dapatkan bentuk solusi homogin $y^{(h)}(t)$.
  2. Dapatkan solusi partikular $y^{(p)}(t)$.
  3. Tentukan nilai koefisien di solusi homogin sehingga solusi komplit $y(t) = y^{(p)}(t) + y^{(h)}(t)$ memenuhi syarat kondisi awal.

Penyelesaian Persamaan Differensial (5)

- **Solusi Komplit (SK).**
- Diasumsikan bahwa sinyal masukan diberikan pada saat $t = 0$, sehingga SP hanya untuk $t > 0$. Maka SK juga hanya berlaku untuk $t > 0$.
- Untuk waktu kontinyu, kondisi awal di $t = 0^-$ harus dipindahkan ke $t = 0^+$ untuk merefleksikan effek adanya masukan di $t = 0$.
- Kondisi perlu dan cukup agar kondisi awal di $t = 0^-$ sama dengan kondisi awal di $t = 0^+$ untuk sinyal masukan yang diberikan adalah bahwa sisi kanan persamaan differensial:

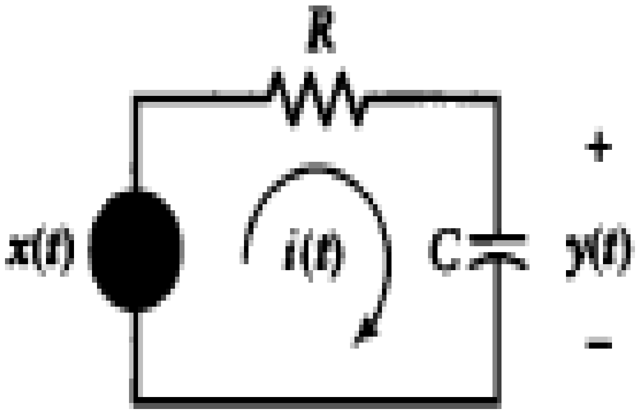
$$\sum_{k=0}^{N} a_k \frac{d^k}{dt^k} y(t) = \sum_{k=0}^{M} b_k \frac{d^k}{dt^k} x(t)$$

$$\text{yaitu:} \qquad \sum_{k=0}^{M} b_k \frac{d^k}{dt^k} x(t)$$

tidak mengandung impuls-impuls atau turunan impuls-impuls.

Contoh Rangkaian RC: Solusi Homogin

- Rangkaian RC: PD: $y(t) + RC\frac{d}{dt}y(t) = x(t)$
- atau $a_1 y(t) + a_2\frac{d}{dt}y(t) = b_1 x(t)$
- PH: $y(t) + RC\frac{d}{dt}y(t) = 0.$
- Solusi:



$$y^{(h)}(t) = \sum_{i=1}^{N} c_i e^{r_i t}, N = 1 \rightarrow y^{(h)}(t) = c_1 e^{r_1 t}\, Volt$$

- Persamaan Karakteristik Sistem (PKS):

$$\sum_{k=0}^{N} a_k r^k = 0$$

- r_1 adalah akar PKS: $1 + RCr_1 = 0$, sehingga $r_1 = -\frac{1}{RC}$
- Solusi homogin sistem ini: $y^{(h)}(t) = c_1 e^{-\frac{1}{RC}t}$ Volt

Rangkaian RC: Solusi Partikular (SP)

- PD: $y(t) + RC\frac{d}{dt}y(t) = x(t)$
- Dapatkan SP sistem ini untuk masukan: $x(t) = \cos(\Omega_0 t)$ Volt.
- SP dalam bentuk $y^{(p)}(t) = c_1\cos(\Omega_0 t) + c_2\sin(\Omega_0 t)$
- Ganti $y(t)$ dengan $y^{(p)}(t)$ dan $x(t)$ dengan $\cos(\Omega_0 t)$
- $c_1\cos(\Omega_0 t) + c_2\sin(\Omega_0 t) - RC\Omega_0 c_1\sin(\Omega_0 t) + RC\Omega_0 c_2\cos(\Omega_0 t) = \cos(\Omega_0 t)$
- Menghasilkan: $c_1 + RC\Omega_0 c_2 = 1$ and $-RC\Omega_0 c_1 + c_2 = 0$
- Diperoleh $c_1 = \frac{1}{1+(RC\Omega_0)^2}$ dan $c_2 = \frac{RC\Omega_0}{1+(RC\Omega_0)^2}$
- SP adalah $y^{(p)}(t) = \frac{1}{1+(RC\Omega_0)^2}\cos(\Omega_0 t) + \frac{RC\Omega_0}{1+(RC\Omega_0)^2}\sin(\Omega_0 t)$ Volt

Rangkaian RC: Solusi Komplit (SK)

- Dapatkan SK sistem terhadap masukan $x(t) = \cos(t)u(t)$ Volt, bila $R = 1\ \Omega$, $C = 1$ F, dan tegangan awal di C adalah $y(0^-) = 2$ Volt.
- SH adalah $y^{(h)}(t) = ce^{-\frac{1}{RC}t}$ Volt

  SP adalah $y^{(p)}(t) = \frac{1}{1+(RC\Omega_0)^2}\cos(\Omega_0 t) + \frac{RC\Omega_0}{1+(RC\Omega_0)^2}\sin(\Omega_0 t)$ Volt

  dimana $\Omega_0 = 1$, $R = 1\ \Omega$, $C = 1$ F.
- SK adalah $y(t) = ce^{-t} + \frac{1}{2}\cos t + \frac{1}{2}\sin t$ Volt $\quad t > 0.$
- Sisi kanan PD (masukan) tidak mengandung impuls-impuls, koefisien c ditentukan dari nilai awal tegangan di C, yaitu $y(0^-) = y(0^+) = 2.$
- Dari PD: $2 = ce^{-0^+} + \frac{1}{2}\cos 0^+ + \frac{1}{2}\sin 0^+ = c + \frac{1}{2} \to c = \frac{3}{2}.$
- SK adalah $y(t) = \frac{3}{2}e^{-t} + \frac{1}{2}\cos t + \frac{1}{2}\sin t$ Volt $\quad t > 0.$

Karakteristik Sistem Dijelaskan oleh Persamaan Differensial (1)

- Keluaran sebuah sistem yang dinyatakan oleh persamaan differensial, $y(t)$ sebagai penjumlahan dua komponen:
  - Komponen yang hanya terkait dengan kondisi awal,
  - Komponen kedua yang hanya akibat sinyal masukan $x(t)$.
- Komponen sinyal keluaran yang terkait dengan kondisi awal disebut **respons natural (RN)** sistem dan dinyatakan dengan $y^{(n)}(t)$.
- Komponen sinyal keluaran yang hanay terkait dengan sinyal masukan disebut **respons forced (RF)** sistem dan dinyatakan dengan $y^{(f)}(t)$.
- **Keluaran komplit** adalah $y(t) = y^{(n)}(t) + y^{(f)}(t)$.

Karakteristik Sistem Dijelaskan oleh Persamaan Differensial (2)

- **Respons Natural (RN).**
- Respons natural $y^{(n)}(t)$, adalah keluaran sistem untuk masukan = nol, dan menjelaskan cara sistem menyerap energi yang disimpan atau memori sebelumya, yang dinyatakan oleh kondisi awal tidak nol.
- RN dengan asumsi masukan = nol, diperoleh dari SH:

$$y^{(h)}(t) = \sum_{i=1}^{N} c_i e^{r_i t}$$

dengan memilih koefisien c_i sehingga kondisi awal dipenuhi.

- RN tidak melibatkan solusi partikular (SP).
- SH dipakai untuk semua waktu, RN ditentukan tanpa memindahkan kondisi awal ke-waktu berikutnya.

Karakteristik Sistem Dijelaskan oleh Persamaan Differensial (3)

- **Respons Forced (RF).**
- RF $y^{(f)}(t)$, adalah keluaran sistem akibat sinyal masukan dengan asumsi kondisi awal = nol.
- RF adalah sama dengan solusi komplit (SK) persamaan differensial.
- RF menjelaskan tingkah laku sistem yang di “forced” oleh masukan bila sistem dalam keadaan istirahat.
- RF tergantung SP, yang berlaku hanya untuk waktu $t > 0$.
- Kita akan mendapatkan RF sistem waktu kontinyu, dan masukan-masukan yang tidak menghasilkan impuls-impuls di sisi kanan PD. Hal ini menjamin bahwa kondisi awal di $t = 0^+$ sama dengan kondisi awal di $t = 0^-$.

Karakteristik Sistem Dijelaskan oleh Persamaan Differential (4)

- **Respons Impuls.**
- Penyelesaian PD tidak dapat dipakai untuk menghitung secara langsung respons impuls.
- Bila **respons step** ada, maka **respons impuls** dapat ditentukan dari hubungan antara dua respons tersebut.
- Definisi respons step meng-asumsikan bahwa sistem dalam keadaan istirahat, sehingga merepresentasikan respons sistem terhadap masukan step dengan kondisi awal = nol.
- Untuk sistem waktu kontinyu, respons impuls $h(t)$ terhubung dengan respons step $s(t)$ melalui persamaan $h(t) = \frac{d}{dt}s(t)$.

Karakteristik Sistem Dijelaskan oleh Persamaan Differential (5)

- **Linieritas dan Tidak Berubah Terhadap Waktu.**
- Respons forced dari SLTBTW dijelaskan dengan persamaan differensial adalah linier terhadap sinyal masukan.
- Bila ${y_1}^{(f)}(t)$ adalah respons forced terkait dengan $x_1(t)$ dan ${y_2}^{(f)}(t)$ adalah respons forced terkait dengan $x_2(t)$,

  maka masukan $\alpha x_1(t) + \beta x_2(t)$

  menghasilkan respons forced $\alpha {y_1}^{(f)}(t) + \beta {y_2}^{(f)}(t)$.
- Respons natural adalah linier terhadap kondisi awal.
- Respons forced juga tidak berubah terhadap waktu.
- Respons forced adalah kausal.
- Respons komplit SLTBTW yang dijelaskan dengan persamaan differensial tidak “tidak berubah terhadap waktu”.

Karakteristik Sistem Dijelaskan oleh Persamaan Differential (6)

- **Akar-Akar Persamaan Karakteristik.**
- Respons forced tergantung kepada sinyal masukan dan akar-akar persamaan karakteristik, karena melibatkan kedua solusi, solusi homogin (SH) dan solusi partikular (SP) persamaan differensial.
- Bentuk dasar respons natural $y^{(n)}(t)$ bergantung kepada akar-akar persamaan karakteristik.
- Respons impuls SLTBTW $h(t)$ juga bergantung kepada akar-akar persamaan karakteristik.

Rangkaian RC: Respons Natural (RN)

- PD: $y(t) + RC\frac{d}{dt}y(t) = x(t)$
- Dapatkan RN sistem, dengan asumsi bahwa $y(0) = 1$, $R = 1\ \Omega$, $C = 1$ F.
- SH adalah $y^{(h)}(t) = ce^{-t}$ Volt.
- Maka RN diperolah dengan memilih c sehingga kondisi awal $y^{(n)}(0) = 2$ dipenuhi.
- Implikasi kondisi awal bahwa $c = 2$,

  sehingga RN adalah $y^{(n)}(t) = 2e^{-t}$ Volt untuk $t \geq 0$.

Rangkaian RC: Respons Forced (RF)

- PD: $y(t) + RC\frac{d}{dt}y(t) = x(t)$
- Dapatkan RF sistem, dengan asumsi bahwa $x(t) = \cos(t)\,u(t)$ Volt, $R = 1\ \Omega$, $C = 1$ F.
- SK dalam bentuk $y(t) = ce^{-t} + \frac{1}{2}\cos t + \frac{1}{2}\sin t$ Volt, $t > 0$.
- RF diperoleh dengan memilih c dengan asumsi bahwa kondisi awal istirahat, artinya di-asumsikan bahwa $y(0^-) = y(0^+) = 0$.
- Diperoleh $c = -\frac{1}{2}$, dan RF adalah

  $$y^{(f)}(t) = -\frac{1}{2}e^{-t} + \frac{1}{2}\cos t + \frac{1}{2}\sin t \text{ Volt.}$$
- Catatan: $y(t) = y^{(n)}(t) + y^{(f)}(t) = 2e^{-t} - \frac{1}{2}e^{-t} + \frac{1}{2}\cos t + \frac{1}{2}\sin t$.
- $y(t) = \frac{3}{2}e^{-t} + \frac{1}{2}\cos t + \frac{1}{2}\sin t$ Volt.

Representasi Diagram Blok (1)

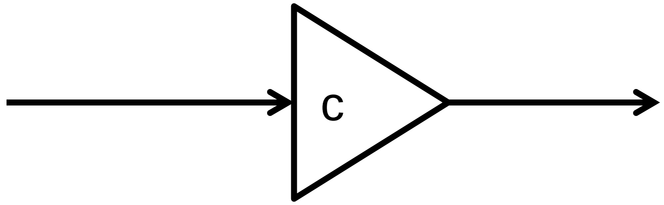
- **Diagram Blok** adalah sebuah hubungan antara operasi-operasi elementer yang diberikan kepada sinyal masukan.
- **Diagram Blok** memberikan representasi sistem yang lebih terperinci dibandingkan dengan respons impuls atau representasi persamaan differensial / differense.
- **Diagram Blok** menjelaskan bagaimana himpunan komputasi yang dipakai untuk menentukan keluaran sistem.
- Tiga operasi elementer terhadap sinyal:
  - Perkalian Skalar.
  - Penjumlahan.
  - Integrasi untuk SLWKTBTW:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau$$

Representasi Diagram Blok (2)

- **Perkalian Skalar:**

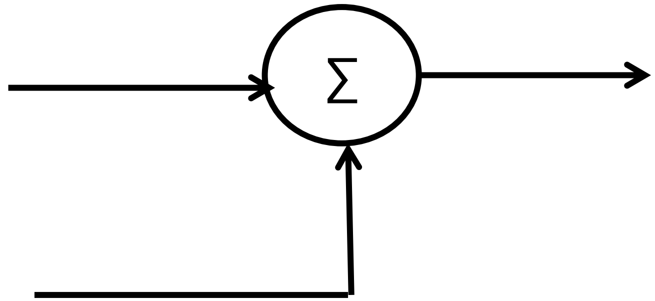
$x(t)$



$y(t) = cx(t)$

- **Penjumlahan:**

$x(t)$

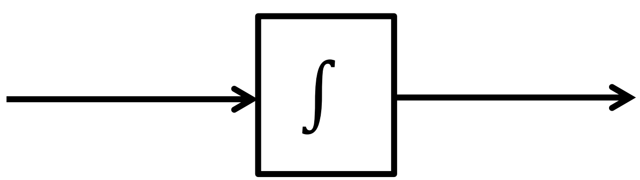


$y(t) = x(t) + w(t)$

$w(t)$

- **Integrasi:**

$x(t)$



$$y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau$$

Diagram Blok Sistem Waktu Kontinyu

- Persamaan differensial:

$$\sum_{k=0}^{N} a_k \frac{d^k}{dt^k} y(t) = \sum_{k=0}^{M} b_k \frac{d^k}{dt^k} x(t)$$

dimana a_k dan b_k adalah koefisien konstan didalam sistem.

- Lebih mudah diimplementasikan dengan memakai integrator.
- Bila $N \geq M$ dan kita melakukan integral persamaan differensial N kali, diperoleh persamaan integral yang menjelaskan sistem:

$$\sum_{k=0}^{N} a_k y^{(N-k)}(t) = \sum_{k=0}^{M} b_k x^{(N-k)}(t)$$

Diagram Blok Sistem Waktu Kontinyu Orde 1

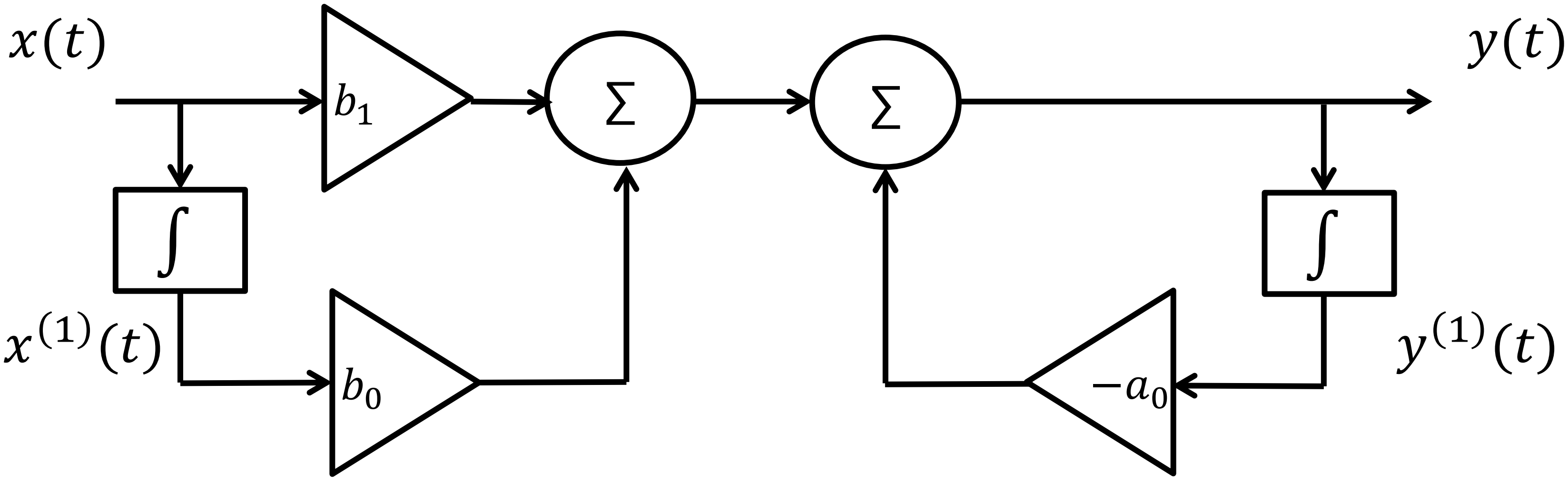
- $a_0 y(t) + a_1 \frac{d}{dt} y(t) = b_0 x(t) + b_1 \frac{d}{dt} x(t)$
- atau $a_0 y^{(1)}(t) + a_1 y(t) = b_0 x^{(1)}(t) + b_1 x(t)$
- dengan $a_1 = 1$: $y(t) = -a_0 y^{(1)}(t) + b_0 x^{(1)}(t) + b_1 x(t)$
- 

Diagram Blok Sistem Waktu Kontinyu Orde 2 (1)

- Persamaan:

$$a_0 y(t) + a_1 \frac{d}{dt} y(t) + a_2 \frac{d^2}{dt^2} y(t) = b_0 x(t) + b_1 \frac{d}{dt} x(t) + b_2 \frac{d^2}{dt^2} x(t)$$

- atau:

$$a_0 y^{(2)}(t) + a_1 y^{(1)}(t) + a_2 y(t) = b_0 x^{(2)}(t) + b_1 x^{(1)}(t) + b_2 x(t)$$

- dengan $a_2 = 1$:

$$y(t) = -a_0 y^{(2)}(t) - a_1 y^{(1)}(t) + b_0 x^{(2)}(t) + b_1 x^{(1)}(t) + b_2 x(t)$$

Diagram Blok Sistem Waktu Kontinyu Orde 2 (2)

- $y(t) = -a_0 y^{(2)}(t) - a_1 y^{(1)}(t) + b_0 x^{(2)}(t) + b_1 x^{(1)}(t) + b_2 x(t)$

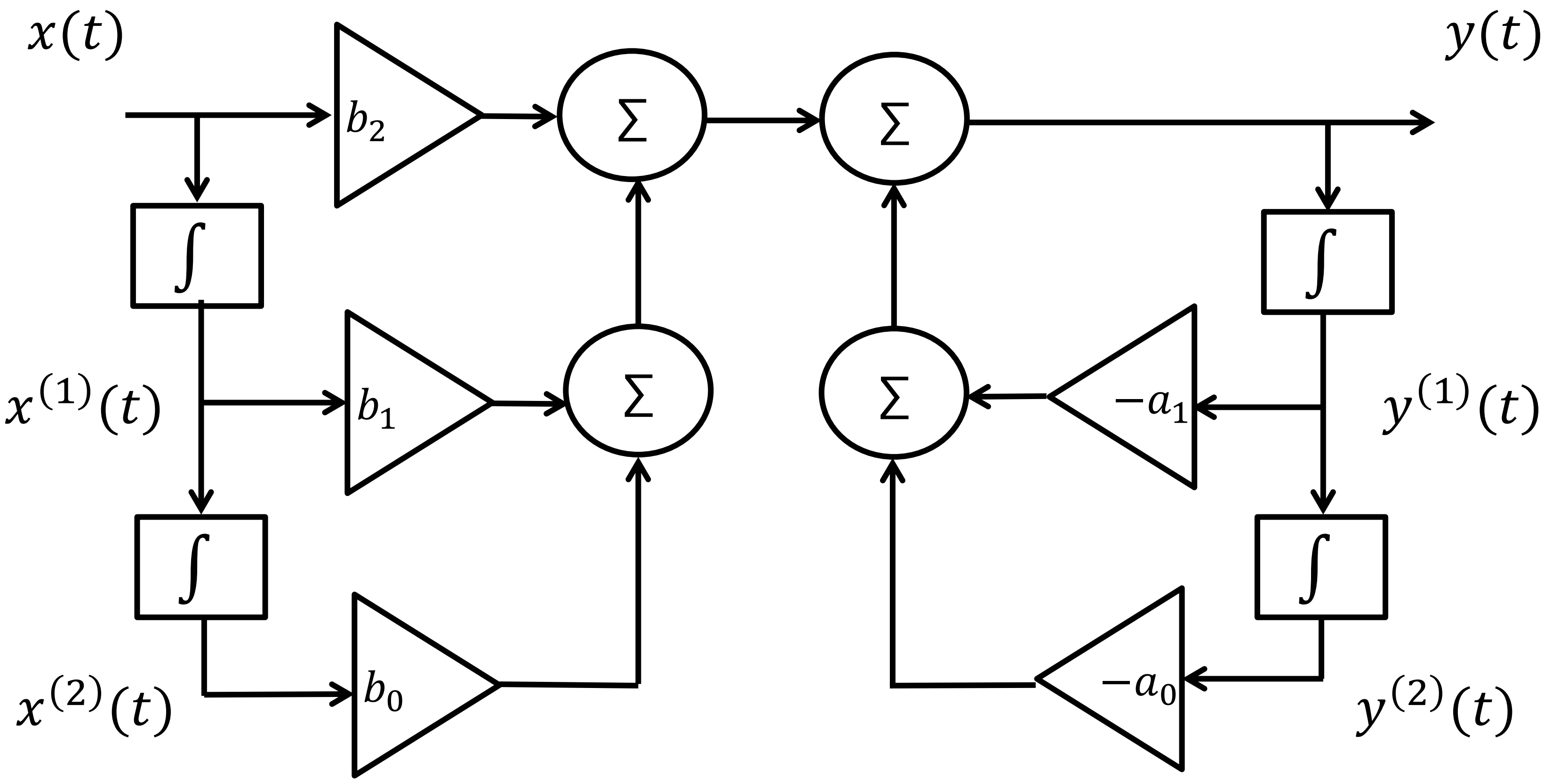
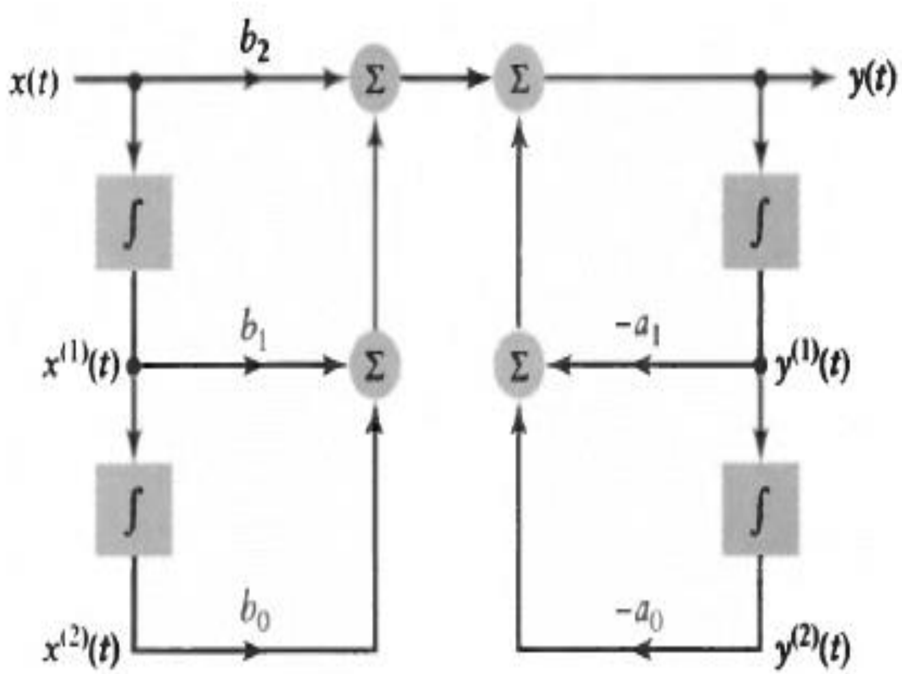
- 

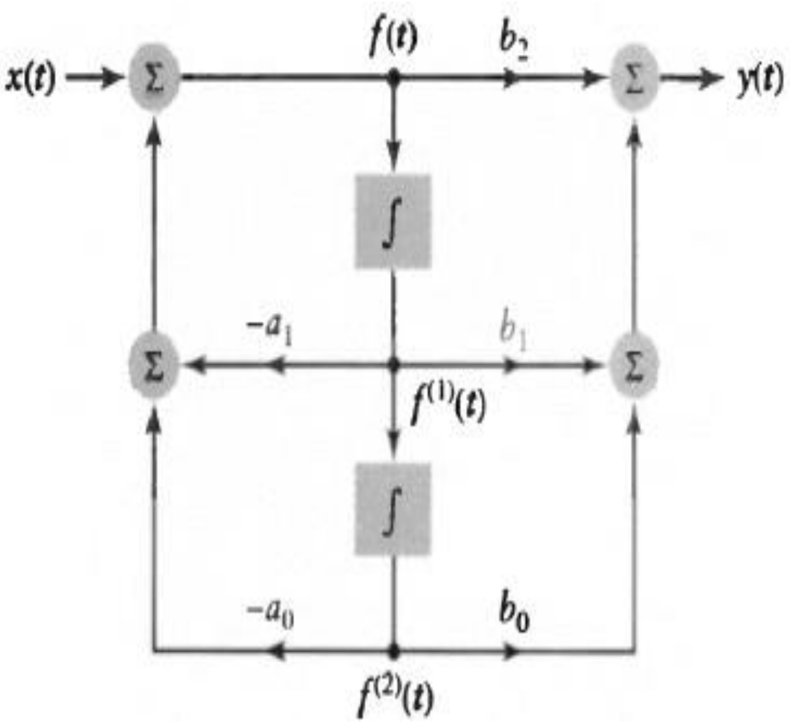
Diagram Blok Sistem Waktu Kontinyu Orde 2 (3)

- $y(t) = -a_0 y^{(2)}(t) - a_1 y^{(1)}(t) + b_0 x^{(2)}(t) + b_1 x^{(1)}(t) + b_2 x(t)$

- **Bentuk langsung I**

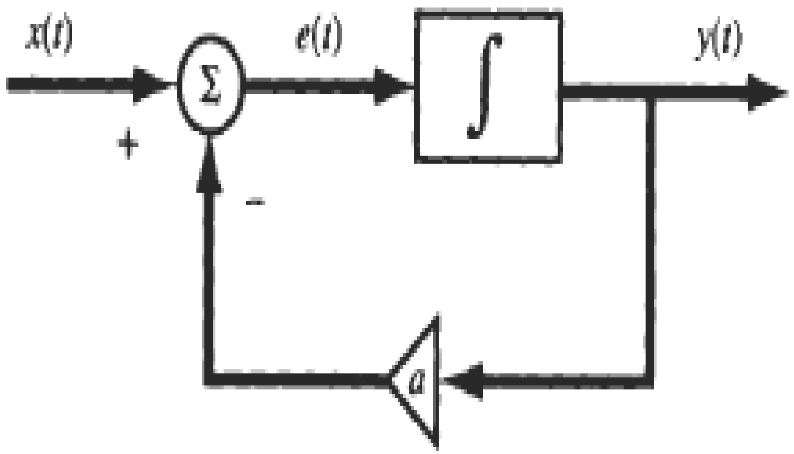


Bentuk langsung II



Contoh (1)

- **Sistem waktu kontinyu:**



$$y(t) = \int_{-\infty}^{t} e(\tau)d\tau$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = e(t)$$

$$e(t) = x(t) - ay(t)$$

- **Persamaan differensial:**

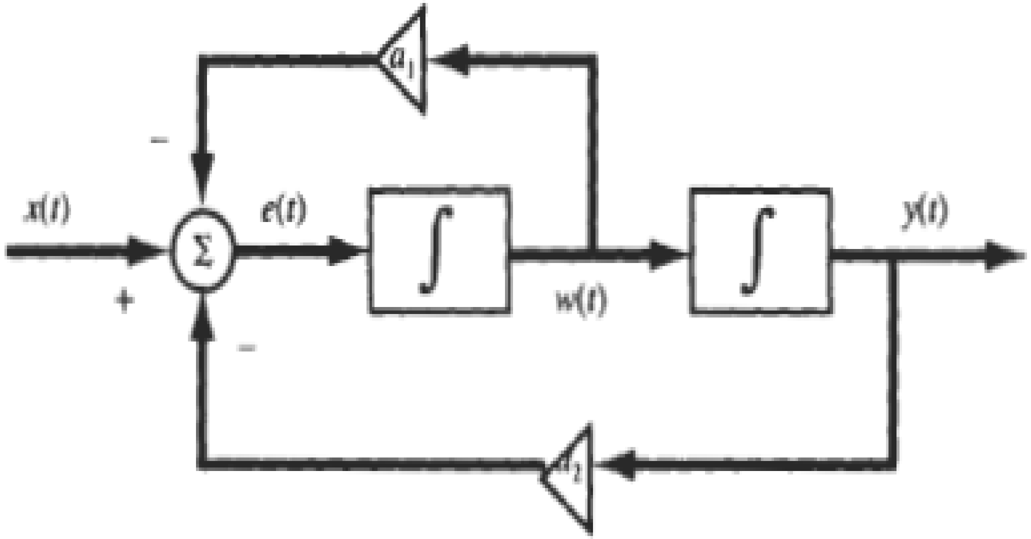
$$\frac{dy(t)}{dt} = x(t) - ay(t)$$

$$\frac{dy(t)}{dt} + ay(t) = x(t)$$

Adalah persamaan differensial orde 1.

Contoh (2)

- **Sistem waktu kontinyu:**



- **Persamaan:**

$$e(t) = \frac{dw(t)}{dt} = -a_1 w(t) - a_2 y(t) + x(t)$$

$$w(t) = \frac{dy(t)}{dt}$$

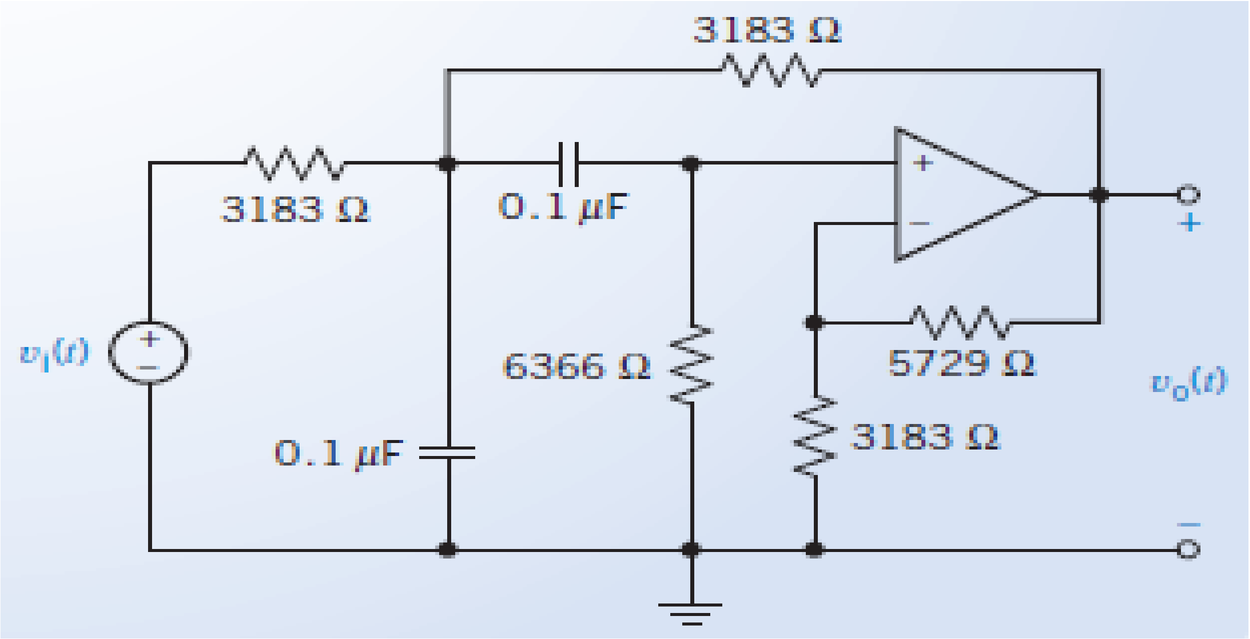
$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} = -a_1 \frac{dy(t)}{dt} - a_2 y(t) + x(t)$$

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_2 y(t) = x(t)$$

- Adalah persamaan differensial orde 2.

Pengolahan Sinyal Analog
Pengolahan Sinyal Waktu Kontinyu

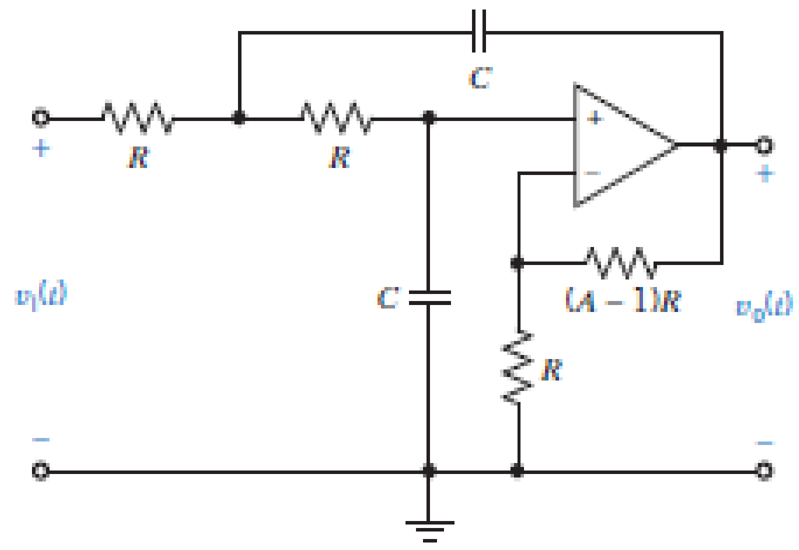
- Memakai elemem-elemen rangkaian analog: resistors, capacitors, inductors, transistor amplifiers, and diodes.



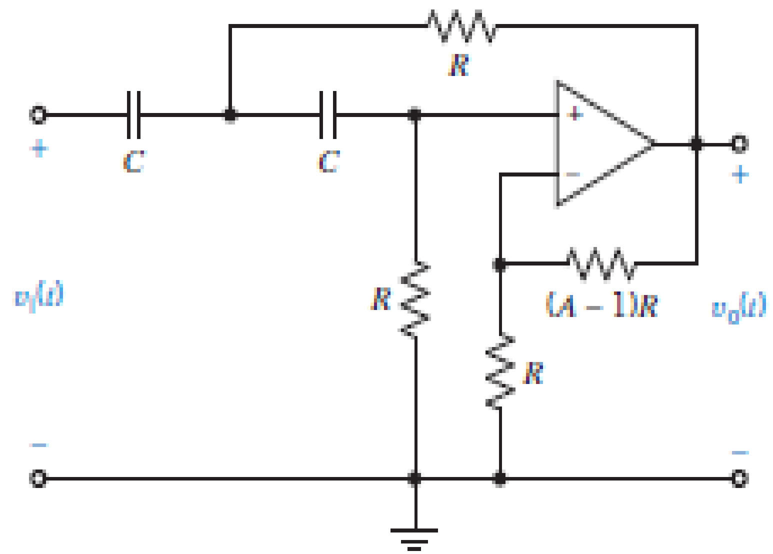
- Bandpass Filter “Sallen-Key”

Filter Analog (1)

- Low Pass Filter

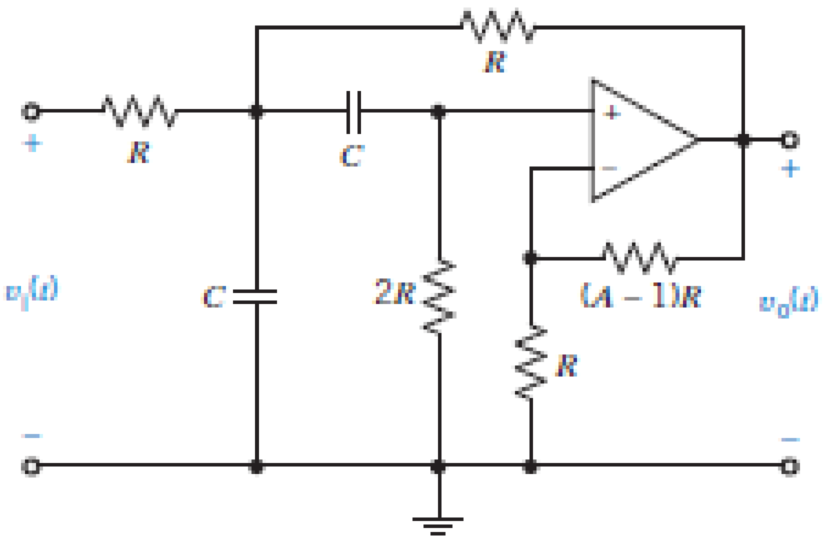


- High Pass Filter

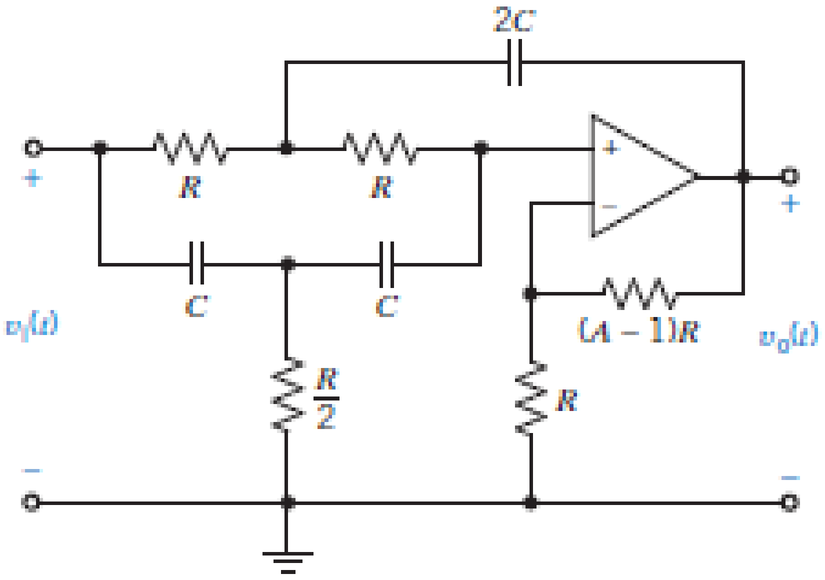


Filter Analog (2)

- Band Pass Filter



- Band Stop Filter



Harap Membaca

1. Signals and Systems; Simon Haykin, Barry Van Veen; 2nd edition, John Wiley & Sons, Inc. 2004. Bab 1 dan Bab 2.
2. Signals and Systems; Alan V. Oppenheim, Alan S. Willsky, S. Hamid Nawab; 2nd edition, Prentice-Hall, 1997.
3. Signals and Systems; Hwei P. Hsu; McGraw-Hill, 1995.

- **Bab 2. Sistem Waktu Kontinyu.**
- **Selesai.**