

#### FEH2G3 Elektromagnetika I

# Persamaan Maxwell Bentuk Integral

Program Studi S1 Teknik Telekomunikasi Fakultas Teknik Elektro Universitas Telkom 2014

### Tujuan pembelajaran

- Mahasiswa memahami arti fisis dari setiap hukum yang terdapat dalam persamaan Maxwell
- Mahasiswa mampu menghitung medan listrik dan medan magnet yang ditimbulkan oleh distribusi muatan dan distribusi arus sederhana menggunakan persamaan Maxwell bentuk Integral



## **Organisasi Materi**

- Hukum Gauss Untuk Medan Listrik
- Hukum Gauss Untuk Medan Magnet
- Hukum Faraday
- Hukum Ampere
- Arus Pergeseran



#### **Hukum Gauss untuk Medan Listrik**

Hukum Gauss menyatakan bahwa: "jumlah garis medan listrik yang menembus suatu permukaan tertutup sebanding dengan jumlah muatan yang dilingkupi permukaan tertutup tersebut."

$$\oint_{S} \vec{D} \cdot d\vec{s} = \oint_{S} \mathcal{E}_{0} \vec{E} \cdot d\vec{s} = Q$$

$$\Phi_{F} = Q$$

dengan s adalah suatu permukaan tertutup dan Q adalah muatan yang dilingkupi s.



#### **Hukum Gauss untuk Medan Listrik**

### Langkah penerapan Hk Gauss:

- Buat suatu permukaan tertutup S
  - Jika Q muatan titik ataupun muatan bola maka S dipilih permukaan bola
  - Jika Q muatan garis maka S dipilih permukaan silinder
  - Jika Q muatan pelat maka S dipilih permukaan kubus
- Hitung besarnya muatan Q yang dilingkupi permukaan tertutup S

$$Q = \int dq$$



### **Hukum Gauss untuk Medan Magnet**

Fluks magnet yang menembus suatu permukaan tertutup adalah nol, artinya semua garis medan magnet yang memasuki permukaan tertutup sama dengan garis medan magnet yang keluar dari permukaan tertutup tersebut.

$$\oint_{s} \vec{B} \bullet d\vec{s} = 0$$

dengan S adalah permukaan tertutup. Jadi "tidak ada muatan magnetik (monopol magnet)"



### **Hukum Faraday**

Faraday berhipotesis bahwa medan magnet dapat menghasilkan medan listrik. Hipotesis ini terbukti secara eksperimen dengan hasil:

$$ggl = \oint_c \vec{E} \bullet d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_s \vec{B} \bullet d\vec{s}$$

dengan ggl adalah "gaya gerak listrik imbas" atau potensial listrik imbas, dengan satuan dalam Volt.



### **Hukum Ampere**

Penemuan Oersted bahwa arus listrik dapat menghasilkan medan magnet dilengkapi secara matematis melalui hukum Ampere.

$$\int_{C} \vec{B} \bullet d\vec{l} = \mu_0 I$$

dengan C adalah lintasan tertutup dan I adalah arus listrik yang dilingkupi C.

$$I = \int_{S} \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

J adalah kerapatan arus [A/m²], dan S adalah luas permukaan yang dikelilingi oleh lintasan tertutup C



#### **Arus Pergeseran**

Tinjau hukum Ampere : 
$$\int_c \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

Hukum Ampere di atas hanya berlaku untuk kasus fluks listrik yang tidak berubah terhadap waktu.

Untuk fluks listrik yang bergantung waktu hukum Ampere di atas tidak berlaku.



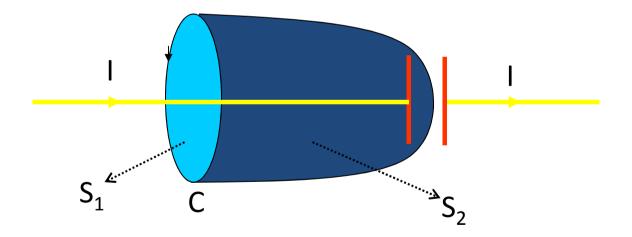
Maxwell melakukan revisi atas hukum Ampere sehingga berlaku untuk medan yang bergantung waktu.



### **Arus Pergeseran**

#### **Contoh Kendala**

Andaikan pada kawat lurus sangat panjang terdapat kapasitor pelat sejajar yang luas pelat jauh lebih besar dari jarak antar pelat.





#### **Arus Pergeseran**

Jika kita terapkan hukum Ampere untuk lintasan C melalui permukaan S₁ diperoleh

$$\oint_{c(s_1)} \vec{B} \bullet d\vec{l} = \mu_0 I$$

Tetapi jika kita terapkan hukum Ampere untuk lintasan C melalui permukaan S<sub>2</sub> diperoleh

$$\oint_{c(s_2)} \vec{B} \bullet d\vec{l} = 0$$

Kedua jawaban "seharusnya sama" karena menggunakan lintasan tertutup C yang sama.

Hukum Ampere tidak konsisten! Why?



### **Arus Pergeseran**

- Maxwell datang dengan memperkenalkan konsep "arus pergeseran (I<sub>D</sub>)".
- Antara dua pelat sejajar terdapat medan listrik yang berubah terhadap waktu sehingga terdapat fluks listrik yang menembus S<sub>2</sub>
- Maxwell menamakan perubahan fluks listrik terhadap waktu ini sebanding dengan arus pergeseran.

$$I_D = \frac{d\Phi_E}{dt}$$



### **Hukum Ampere Revisi Maxwell**

Maxwell menambahkan satu suku pada hukum Ampere yang berasal dari perubahan fluks listrik terhadap waktu.

$$\frac{1}{\mu_0} \oint_c \vec{B} \bullet d\vec{l} = I + \frac{d\Phi_E}{dt}$$

dengan  $\Phi_{\rm E}$  adalah fluks listrik. Suku kedua pada ruas selanjutnya disebut sebagai "arus pergeseran (displacement current)".



- Persamaan Maxwell adalah persamaan yang mendasari semua peristiwa listrik-magnet.
- Persamaan Maxwell ini merupakan hubungan matematis antara medan listrik dan medan magnet, didasari pada 4 (empat) eksperimen, yaitu :
  - 1. Hukum Gauss untuk medan listrik
  - 2. Hukum Gauss untuk medan magnet
  - 3. Hukum Faraday
  - 4. Hukum Ampere



Hukum Gauss medan listrik: 
$$\oint_{S} \varepsilon \vec{E} \cdot d\vec{s} = Q$$

Hukum Gauss medan magnet: 
$$\oint_s \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

Hukum Faraday: 
$$\oint_{c} \vec{E} \bullet d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_{s} \vec{B} \bullet d\vec{s}$$

Hukum Ampere revisi Maxwell: 
$$\frac{1}{\mu} \oint_{c} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{s} \vec{J}_{c} \cdot d\vec{s} + \frac{d}{dt} \int_{s} \varepsilon \vec{E} \cdot d\vec{s}$$



#### **Kasus Medan Statis**

Untuk kasus statis persoalan listrik dan magnet dapat dibahas secara terpisah.

Hukum Gauss medan listrik: 
$$\oint_{s} \mathcal{E}\vec{E} \cdot d\vec{s} = Q$$

Hukum Gauss medan magnet: 
$$\oint_s \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

Hukum Faraday: 
$$\oint_{c} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

Hukum Ampere revisi Maxwell: 
$$\frac{1}{\mu} \oint_{c} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{s} \vec{J}_{c} \cdot d\vec{s}$$

