

SOAL PRA UAS

1. Jelaskan mengenai syarat suatu himpunan vektor dapat dikatakan sebagai ruang vektor umum.
2. Jelaskan mengenai syarat suatu himpunan bagian ruang vektor dapat dikatakan sebagai subruang.
3. Jelaskan mengenai syarat suatu hasil kali dapat dikatakan sebagai hasil kali dalam.
4. Jelaskan mengenai syarat suatu transformasi dapat dikatakan sebagai transformasi linier, dan jelaskan perbedaan dari transformasi linier dan operator linier.
5. Diketahui $S = \{1, 2 - x^2, (2 - x)^2\}$. Buktikan bahwa
 - a. S bebas linier
 - b. S membangun Polinom orde 2
 - c. S basis bati Polinom orde 2
6. Diketahui hasil kali dalam di R^3 adalah $\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = u_1 v_1 + u_2 v_2 + 2u_3 v_3$ dimana $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$ dan $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$.
 - a. Hitung $\langle (1,1,-1), (2,2,1) \rangle$.
 - b. Gunakan proses Gramm Scmith untuk merubah himpunan $S = \{\vec{w}_1 = (1,0,1), \vec{w}_2 = (0,1,1)\}$ menjadi himpunan ortonormal.
7. Diketahui transformasi linear $T : R^3 \rightarrow R^2$. Diketahui $\vec{v}_1 = (1,0,-1)$, $\vec{v}_2 = (1,1,1)$, dan $\vec{v}_3 = (1,-1,0)$ adalah basis R^3 . Kemudian didefinisikan $T(\vec{v}_1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$, $T(\vec{v}_2) = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, dan $T(\vec{v}_3) = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$.
 - a. Tentukan rumus $T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.
 - b. Tentukan basis dan dimensi dari $\text{Ker}(T)$ dan $\text{R}(T)$.
8. Diketahui transformasi linear $T : R^3 \rightarrow R^2$ dengan $T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + y - z \\ y - z \end{pmatrix}$
 - a. Hitung $T \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
 - b. Tentukan basis $\text{Ker}(T)$ dan $\text{nulitas } T$
 - c. Tentukan $\text{Rank}(T)$
9. Diketahui $A = \begin{pmatrix} 5 & -3 & 2 \\ 15 & -9 & 6 \\ 10 & -6 & 4 \end{pmatrix}$
 - a. Tentukan nilai eigen dari matriks A
 - b. Tentukan basis ruang eigen berkaitan dengan nilai eigen dari matriks A

- c. Apakah A dapat didiagonalkan? Jika ya tentukan matriks yang mendiagonalkan A dan tentukan matriks diagonalnya.

10. Diketahui system persamaan diferensial orde 1 : $\begin{matrix} y_1' = 2y_1 - 2y_2 \\ y_2' = -y_1 + 2y_2 \end{matrix}$.

- a. Tuliskan system persamaan diferensial orde 1 tersebut dalam bentuk matriks $\mathbf{Y}' = \mathbf{A} \mathbf{Y}$ dimana $\mathbf{Y}' = \begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix}$ dan $\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$.
- b. Tentukan nilai eigen dan basis ruang eigen dari matriks \mathbf{A}
- c. Tentukan solusi system persamaan diferensial di atas.