FEH2G3 Elektromagnetika I

Diferensial Vektor

Program Studi S1 Teknik Telekomunikasi
Fakultas Teknik Elektro
Universitas Telkom
2014

Tujuan Pembelajaran

1. Mahasiswa memahami makna fisis divergensi dan curl
2. Mahasiswa mampu menghitung divergensi dan curl

Organisasi Materi

- Divergensi Medan Vektor
- Curl Medan Vektor

Diferensial Vektor

Divergensi Medan Vektor

- Fluks masuk = fluks keluar

$$\oint_s \vec{F} \bullet d\vec{s} = 0$$

Tidak ada sumber atau pun sink

- Fluks keluar > fluks masuk

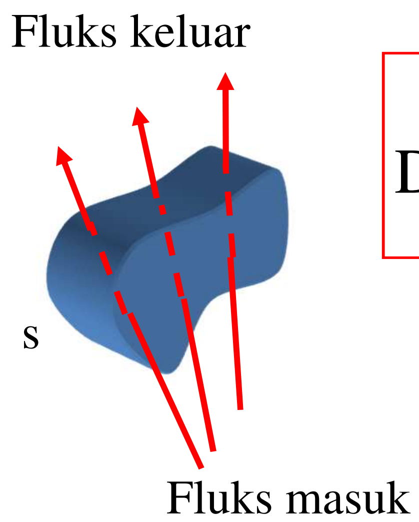
$$\oint_s \vec{F} \bullet d\vec{s} > 0$$

sumber

- Fluks keluar < fluks masuk

$$\oint_s \vec{F} \bullet d\vec{s} < 0$$

sink



- Divergensi dari sebuah vektor adalah ukuran aliran fluks dari sebuah permukaan tertutup yang sangat kecil per satuan volume jika volume tersebut mendekati nol.

$$\boxed{\text{Div } \vec{F} = \lim_{\Delta v \to 0} \frac{\oint_s \vec{F} \bullet d\vec{s}}{\Delta v}}$$

Diferensial Vektor

Divergensi Medan Vektor

- Divergensi suatu vektor $\vec{F}$ jika diuraikan dalam berbagai koordinat, sbb:

$$\text{Div } \vec{F} = \nabla \bullet \vec{F} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3}\left(\frac{\partial(F_1 h_2 h_3)}{\partial u_1} + \frac{\partial(F_2 h_1 h_3)}{\partial u_2} + \frac{\partial(F_3 h_1 h_2)}{\partial u_3}\right)$$

Koordinat	u_1, u_2, u_3	h_1, h_2, h_3
Kartesian	x, y, z	1, 1, 1
Silinder	ρ, ϕ, z	1, ρ, 1
Bola	r, θ, ϕ	1, r, r sin θ

- Teorema Divergensi
  Menghubungkan integrasi permukaan tertutup dengan integrasi volume permukaan tertutup tersebut.

$$\oint_s \vec{F} \bullet d\vec{s} = \int_v \left(\vec{\nabla} \bullet \vec{F}\right) dv$$

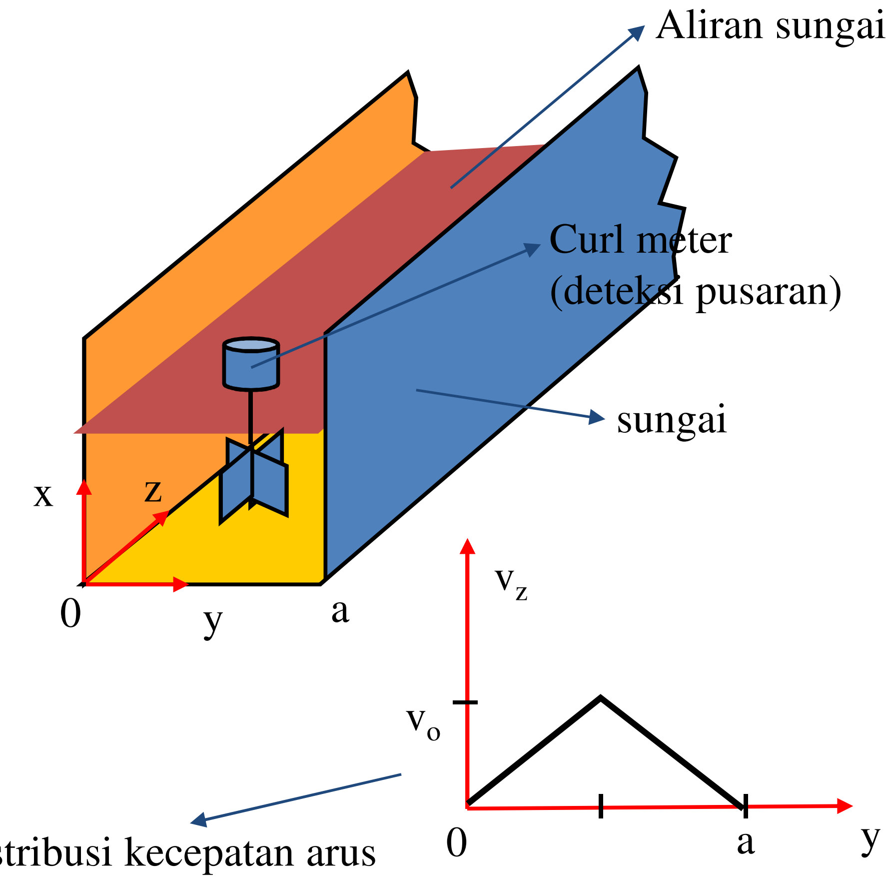
Diferensial Vektor

Curl Medan Vektor

$$\oint_c \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

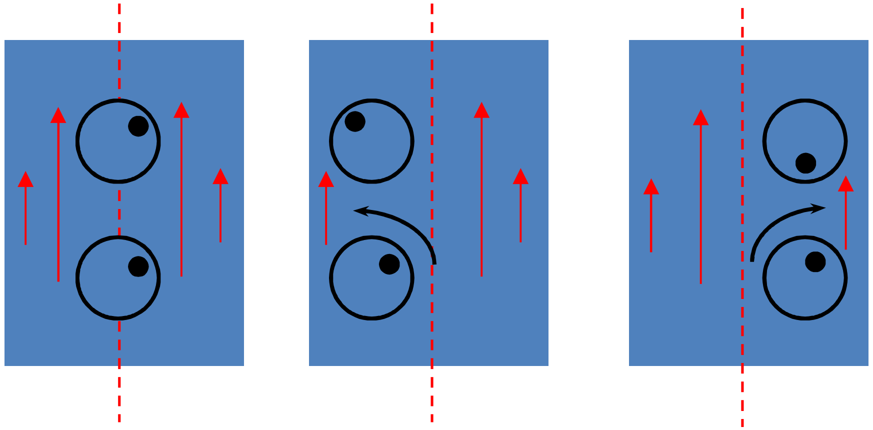
- Bentuk integral garis ini mengintegrasikan komponen tangensial $\vec{F}$ sepanjang kontur c.
  - Jika $\vec{F}$ mewakili sebuah medan gaya → integral garis secara fisis merupakan usaha yang dilakukan oleh vektor $\vec{F}$.
  - $\oint_c \vec{F} \cdot d\vec{l} = 0$ → $\vec{F}$disebut konservatif atau tidak berotasi.
  - $\oint_c \vec{F} \cdot d\vec{l} \neq 0$ → $\vec{F}$ disebut memiliki sifat rotasi

- Penjelasan rotasi



Diferensial Vektor

Curl Medan Vektor



- Rotasi curl meter menunjukkan adanya ketidakseragaman kecepatan arus aliran air dekat permukaan sungai

- Dari analogi curl meter didapat kesimpulan:
  - Rotasi terjadi jika adanya ketidakseragaman medan vektor
  - Jumlah rotasinya bergantung secara proporsional pada derajat ketidakseragaman medan vektor
  - Rotasi tidak dapat digambarkan hanya dengan jumlah rotasi tapi juga dengan arah rotasinya.
- Jadi pusaran vektor $\vec{F}$ didefinisikan sbb:

$$\text{curl}\ \vec{F} = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\oint_c \vec{F} \cdot d\vec{l}}{\Delta s} \vec{a}_F$$

Diferensial Vektor

Curl Medan Vektor

- Pusaran suatu vektor $\vec{F}$ jika diuraikan dalam berbagai koordinat, sbb:

$$\text{Curl } \vec{F} = \nabla \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \dfrac{\vec{a}_1}{h_2 h_3} & \dfrac{\vec{a}_2}{h_1 h_3} & \dfrac{\vec{a}_3}{h_1 h_2} \\ \dfrac{\partial}{\partial u_1} & \dfrac{\partial}{\partial u_2} & \dfrac{\partial}{\partial u_3} \\ h_1 F_1 & h_2 F_2 & h_3 F_3 \end{vmatrix}$$

Koordinat	u_1, u_2, u_3	h_1, h_2, h_3
Kartesian	x, y, z	1, 1, 1
Silinder	ρ, ϕ, z	$1, \rho, 1$
Bola	r, θ, ϕ	$1, r, r \sin\theta$

- Teorema Stoke

Menghubungkan integral garis pada kontur tertutup dengan integral permukaan yang dibentuk oleh kontur tertutup tersebut.

$$\oint_c \vec{F} \bullet d\vec{l} = \int_s \left(\nabla \times \vec{F}\right) \bullet d\vec{s}$$