



FEG2C3 Elektromagnetika I

Gelombang Datar dalam Material

Program Studi S1 Teknik Telekomunikasi
Fakultas Teknik Elektro
Universitas Telkom
2014

Tujuan Pembelajaran

1. Mahasiswa memahami penurunan persamaan gelombang datar dalam material,
2. Mahasiswa mengetahui berbagai parameter yang menjelaskan karakteristik propagasi gelombang datar dalam material,
3. Mahasiswa mampu membedakan berbagai karakteristik propagasi gelombang datar yang merambat dalam berbagai jenis material.

Organisasi Materi

- Review Gel Datar Serbasama di udara
- Gelombang Datar Serbasama di dielektrik
- Gelombang Datar Serbasama di konduktor
- Vektor Poynting dan Tinjauan Daya

Gelombang Datar dalam Material

- Medium Propagasi
 - Medium propagasi gelombang EM sangat beragam : udara, air tawar, air laut, tanah pasir, tanah basah, kayu, beton, tembok, tubuh manusia, dll
 - Karakteristik medium propagasi sebagai reaksi adanya gelombang EM ditentukan oleh :
 - μ (permeabilitas) \rightarrow reaksi bahan thd medan magnetik
 - ϵ (permitivitas) \rightarrow reaksi bahan thd medan listrik
 - σ (konduktivitas) \rightarrow reaksi bahan yang bersifat konduktif

Gelombang Datar dalam Material

- Jenis medium
 - Free space
 - Dielektrik Sempurna
 - Dielektrik
 - Konduktor yang baik
 - Konduktor sempurna
 - Bahan magnetis

ϵ	μ	σ
ϵ_0	μ_0	0
$\epsilon_r \epsilon_0$	$\mu_r \mu_0$	0
$\epsilon_r \epsilon_0$	$\mu_r \mu_0$	$\sigma <$
$\epsilon_r \epsilon_0$	$\mu_r \mu_0$	$\sigma >>$
$\epsilon_r \epsilon_0$	$\mu_r \mu_0$	∞
$\epsilon_r \epsilon_0$	$\mu_r \mu_0 >>$	σ

- Jenis medium juga sangat dipengaruhi oleh frekuensi. yang membedakan suatu bahan termasuk konduktor atau dielektrik adalah : perbandingan antara arus konduksi dan arus pergeseran

Gelombang Datar dalam Material

- Syarat dielektrik

$$\frac{\sigma}{\omega\epsilon} = \frac{\sigma}{2\pi f\epsilon_r\epsilon_0} \approx 1$$

- Syarat konduktor yang baik

$$\frac{\sigma}{\omega\epsilon} = \frac{\sigma}{2\pi f\epsilon_r\epsilon_0} \gg 1$$

- Contoh :

- Air laut mempunyai karakteristik $\mu_r=1$, $\epsilon_r=79$, $\sigma=3$ S/m. Air laut ini termasuk jenis konduktor atau dielektrik untuk frekuensi
 - 20 KHz ?
 - 20 GHz ?

Gelombang Datar dalam Material

- Contoh berbagai karakteristik medium

Material	ϵ_r
Udara	1.0006
Alkohol	25
Tanah kering	7
Tanah lembab	15
Tanah basah	30
Kaca	4 – 10
Es	4.2
Mika	5.4
Nylon	4
Kertas	2 - 4

Material	ϵ_r
Polystirene	2.56
Porcelain	6
Pyrex	5
Karet	2.5 – 3
Salju	3.3
Styrofoam	1.03
Teflon	2.1
Air murni	81
Air laut	70
Silica	3.8

Penurunan Persamaan Gelombang

Persamaan gelombang dapat diturunkan dari persamaan Maxwell, dengan parameter yang berpengaruh terhadap persamaan gelombang adalah karakteristik medium perambatan. Pada penurunan persamaan gelombang, terlebih dahulu kita menurunkan persamaan gelombang untuk kasus yang paling umum, yaitu untuk medium perambatan berupa dielektrik merugi. Selanjutnya pada medium perambatan yang lain, yaitu : udara vakum, dielektrik tak merugi dan konduktor dipandang sebagai kasus khusus dengan memasukkan nilai-nilai karakteristik medium yang bersangkutan

Pada Dielektrik Merugi...

Sehingga persamaan Maxwell (bentuk fasor) yang berlaku untuk dielektrik merugi :

$$\sigma \neq 0$$

$$\rho_V = 0$$

$$\mu_r > 1$$

$$\epsilon_r > 1$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}_s = -j\omega\mu \vec{H}_s$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}_s = (\sigma + j\omega\epsilon) \vec{E}_s$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}_s = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H}_s = 0$$

Perubahan E dan H sinusoidal, dengan pertimbangan bahwa perubahan periodik lain spt segitiga, persegi dsb dapat didekati dengan pendekatan Fourier

Penurunan Persamaan Gelombang

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}_s = -j\omega\mu \vec{H}_s$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}_s = (\sigma + j\omega\varepsilon) \vec{E}_s$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}_s = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H}_s = 0$$

Keempat persamaan di atas kemudian menjadi dasar bagi penurunan fungsi waktu real yang menjelaskan perambatan gelombang datar dalam medium dielektrik merugi.

Dari identitas vektor

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E}_s = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}_s) - \vec{\nabla}^2 \vec{E}_s$$



$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}_s = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E}_s = -\vec{\nabla}^2 \vec{E}_s$$

Dari pers. Maxwell I

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E}_s = -j\omega\mu \vec{\nabla} \times \vec{H}_s$$



$$\vec{\nabla} \times \vec{H}_s = (\sigma + j\omega\varepsilon) \vec{E}_s$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E}_s = -j\omega\mu (\sigma + j\omega\varepsilon) \vec{E}_s$$

Didapatkan Persamaan
Diferensial Vektor Gelombang
Helmholtz, sbb :

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E}_s = j\omega\mu (\sigma + j\omega\varepsilon) \vec{E}_s$$

Penurunan Persamaan Gelombang

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E}_s = j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon)\vec{E}_s$$

Atau dapat
dituliskan sbb :

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E}_s = \gamma^2 \vec{E}_s$$

dimana $\gamma^2 = j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon)$

γ disebut sebagai
konstanta propagasi

Kemudian, dengan uraian bahwa :

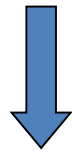
$$\vec{\nabla}^2 \vec{E}_s = \underbrace{\left[\frac{\partial^2 E_{xs}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_{xs}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_{xs}}{\partial z^2} \right]}_{\text{Komponen x}} \hat{a}_x + \underbrace{\left[\frac{\partial^2 E_{ys}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_{ys}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_{ys}}{\partial z^2} \right]}_{\text{Komponen y}} \hat{a}_y + \underbrace{\left[\frac{\partial^2 E_{zs}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_{zs}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_{zs}}{\partial z^2} \right]}_{\text{Komponen z}} \hat{a}_z$$

Persamaan di atas merupakan persamaan diferensial yang rumit, sehingga akan diambil sub kasus pemisalan :

$$E_y = E_z = 0 \Rightarrow E_{ys} = E_{zs} = 0$$

Penurunan Persamaan Gelombang

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E}_s = j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon)\vec{E}_s$$



$$E_y = E_z = 0 \Rightarrow E_{ys} = E_{zs} = 0$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E}_s = \frac{\partial^2 E_{xs}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_{xs}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_{xs}}{\partial z^2} = j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon)\vec{E}_s$$



Masih cukup rumit. Kemudian dengan menganggap bahwa E tidak berubah terhadap x dan y, didapatkan persamaan diferensial biasa sbb :

$$\frac{\partial^2 E_{xs}}{\partial z^2} = j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon)E_{xs}$$

atau

$$\frac{\partial^2 E_{xs}}{\partial z^2} = \gamma^2 \vec{E}_{xs}$$

Penurunan Persamaan Gelombang

Solusi persamaan diferensial $\frac{\partial^2 E_{xs}}{\partial z^2} = \gamma^2 E_{xs}$ dapat dituliskan :

$$E_{xs} = E_{x0} e^{-\gamma z} \quad \text{dimana,} \quad \begin{aligned} \gamma^2 &= j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon) \\ \gamma &= \alpha + j\beta = \text{Konstanta propagasi} \end{aligned}$$

Persamaan bentuk waktu untuk medan listrik, dapat dituliskan :

$$\vec{E}(t) = \text{Re} \left[E_{x0} e^{-(\alpha + j\beta)z} e^{j\omega t} \right] \hat{a}_x \quad \text{Ingat kembali perubahan dari bentuk fasor ke bentuk waktu !!}$$

$$\vec{E}(t) = E_{x0} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z) \hat{a}_x$$

$$\gamma = \text{konstanta propagasi} = \alpha + j\beta$$

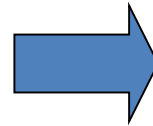
$$= \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon)} = j\omega\sqrt{\mu\varepsilon} \sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}}$$

Penurunan Persamaan Gelombang

Jika medan listrik diketahui, maka medan magnet dapat dicari dengan hubungan :

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}_s = -j\omega\mu \vec{H}_s$$

$$\begin{vmatrix} \hat{a}_x & \hat{a}_y & \hat{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_{xs} & 0 & 0 \end{vmatrix} = \frac{\partial E_{xs}}{\partial z} \hat{a}_y = -j\omega\mu_0 \vec{H}_{ys}$$



$$\vec{H}_{ys} = -\frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial E_{xs}}{\partial z} \hat{a}_y$$

$$\begin{aligned} \bar{\eta} &= \text{impedansi intrinsik} = |\eta| \angle \theta_\eta \\ &= \frac{E_x}{H_y} = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\epsilon}} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{1}{\sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\omega\epsilon}}} \end{aligned}$$

$$\vec{H} = \frac{E_{x0}}{\bar{\eta}} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z) \hat{a}_y$$

Penurunan Persamaan Gelombang

Loss Tangent

Didefinisikan suatu besaran yang menyatakan besar kecilnya kerugian dan akan dipakai untuk mengambil nilai-nilai pendekatan engineering , yaitu *Loss tangent*

$$\tan \theta = \frac{\sigma}{\omega \epsilon}$$

Loss tangent adalah perbandingan antara rapat arus konduksi terhadap rapat arus pergeseran

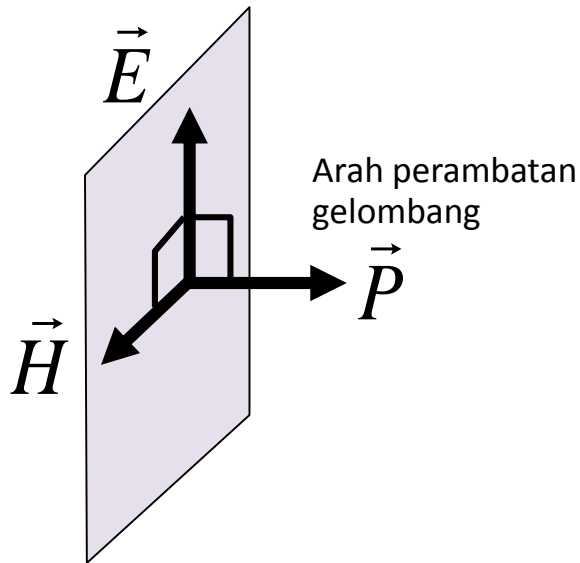
Nilai-Nilai Pendekatan

Untuk

$$\frac{\sigma}{\omega \epsilon} < 0,1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha \approx \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \\ \beta \approx \omega \sqrt{\mu \epsilon} \\ \eta \approx \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \left(1 + j \frac{\sigma}{\omega \epsilon} \right) \end{array} \right.$$

Penurunan Persamaan Gelombang

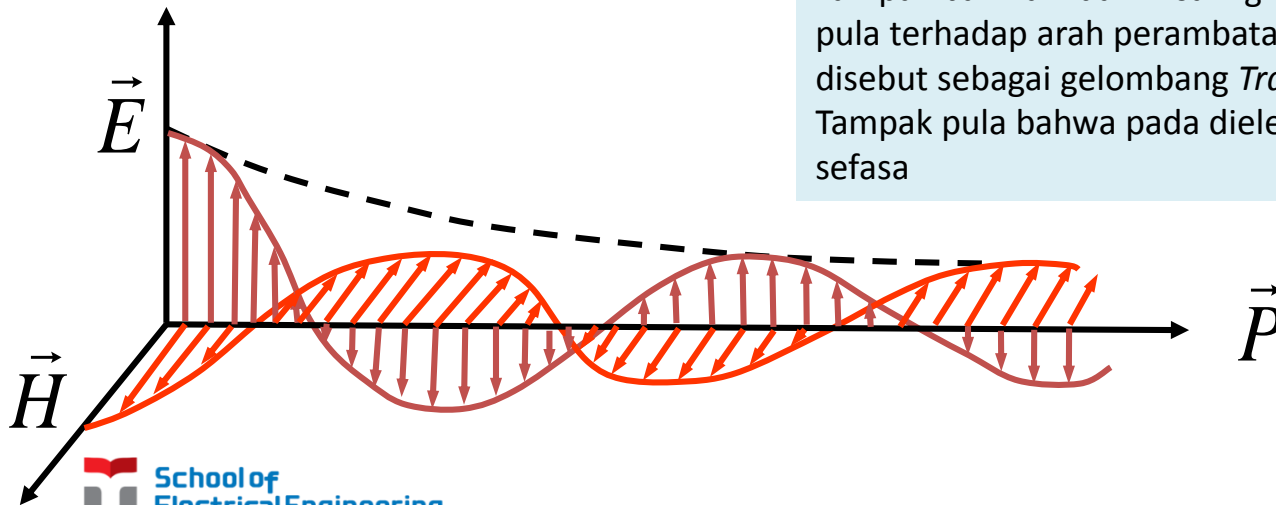


Perhatikan kembali persamaan-persamaan yang sudah kita dapatkan,

$$\vec{E}(z, t) = E_{x0} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z) \hat{a}_x$$

$$\vec{H}(z, t) = \frac{E_{x0}}{|\bar{\eta}|} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z - \theta_{\eta}) \hat{a}_y$$

Tampak bahwa E dan H saling tegak lurus dan keduanya tegak lurus pula terhadap arah perambatan gelombang. Gelombang seperti ini disebut sebagai gelombang *Transverse Electro Magnetic (TEM)*. Tampak pula bahwa pada dielektrik merugi, antara E dan H tidak sefasa



Persamaan Gelombang

Persamaan umum gelombang berjalan

$\gamma = \alpha + j\beta = \text{Konstanta Propagasi}$
 $\alpha = \text{konstanta redaman (neper/meter)}$
 $\beta = \text{konstanta fasa (radian/meter)}$

Amplituda medan

$$\vec{E} = E_{x0} e^{+\alpha z} \cos(\omega t - \beta z) \hat{a}_x \left(\frac{\text{Volt}}{\text{meter}} \right)$$

Tanda (-) berarti gelombang merambat ke arah sumbu z positif.
Tanda (+) berarti gelombang merambat ke arah sumbu z negatif

Gelombang bergetar searah sumbu x

Persamaan Gelombang

Soal : Tuliskan persamaan gelombang intensitas medan magnet yang berjalan ke arah sumbu x negatif, dan bergetar searah sumbu z. Diketahui amplitudo gelombang adalah 100 ($\mu\text{A/m}$), konstanta propagasi = $2 + j0,5$ dan frekuensi 1 MHz

Jawab :

Frekuensi = 1 MHz = 10^6 Hertz

Konstanta fasa = 2 (radian/m), merambat ke sumbu-x negatif

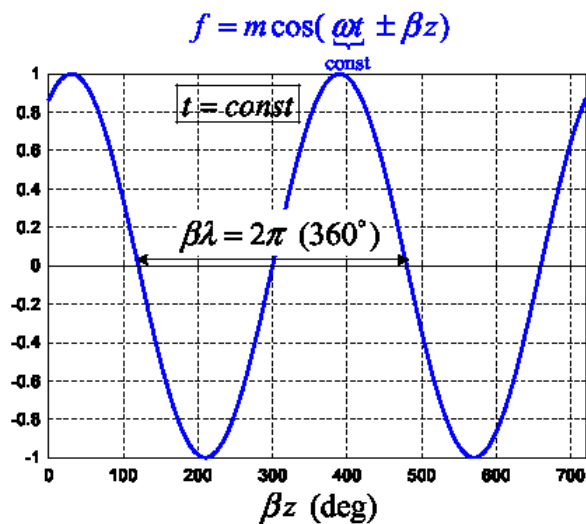
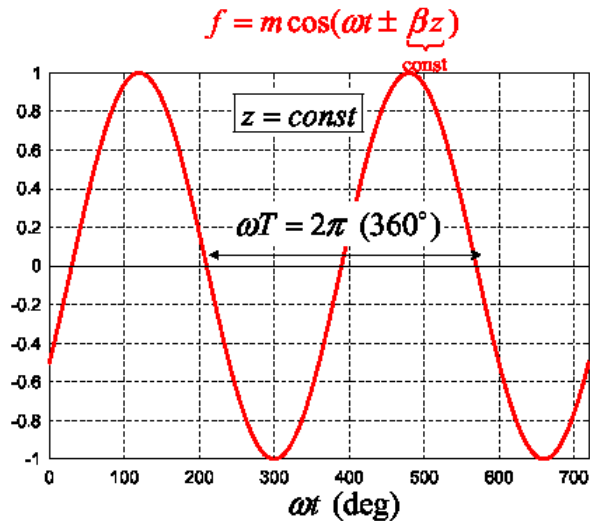
Bergetar searah sumbu z

$$\vec{H} = 100 e^{+2x} \cos(2\pi 10^6 t + 0,5x) \hat{a}_z \left[\frac{\mu\text{A}}{\text{m}} \right]$$

Konstanta redaman = 2 (Np/m), merambat ke sumbu x negatif

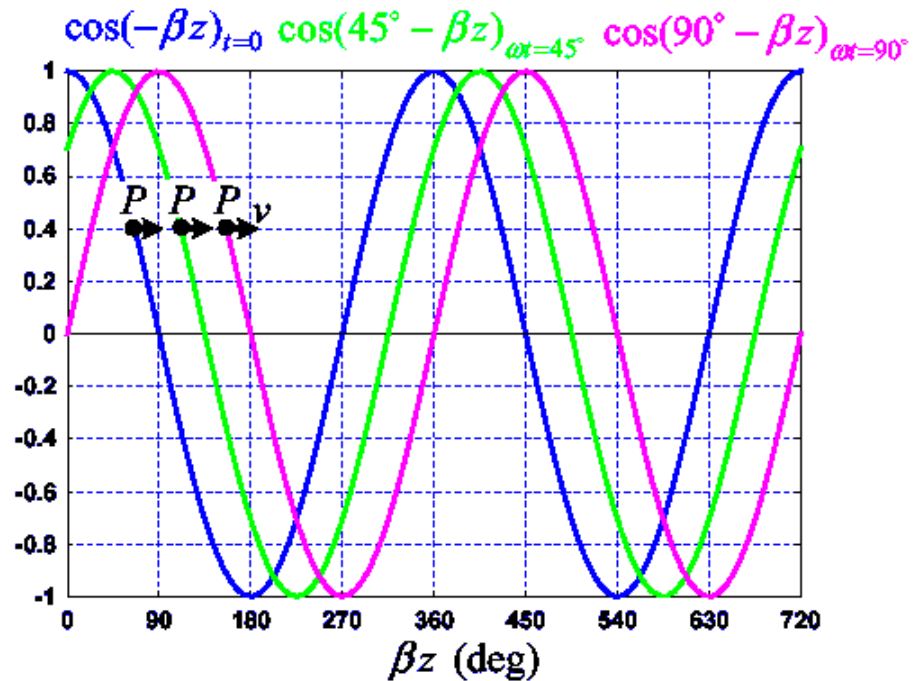
Amplitudo = 100 ($\mu\text{A/m}$)

Persamaan Gelombang

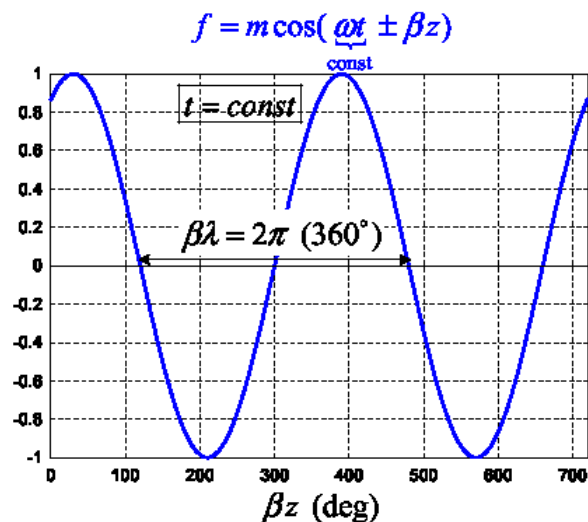
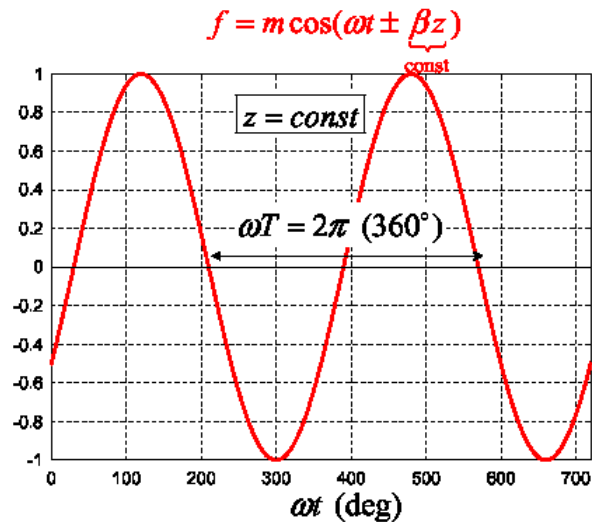


Persamaan gelombang berjalan merupakan fungsi waktu dan posisi. Hal ini terlihat pada gambar di samping.

Sebab kenapa disebut sebagai gelombang berjalan dapat dilihat pada gambar di bawah. Untuk nilai t yang berubah, maka suatu titik dengan amplitudo tertentu akan berubah posisi

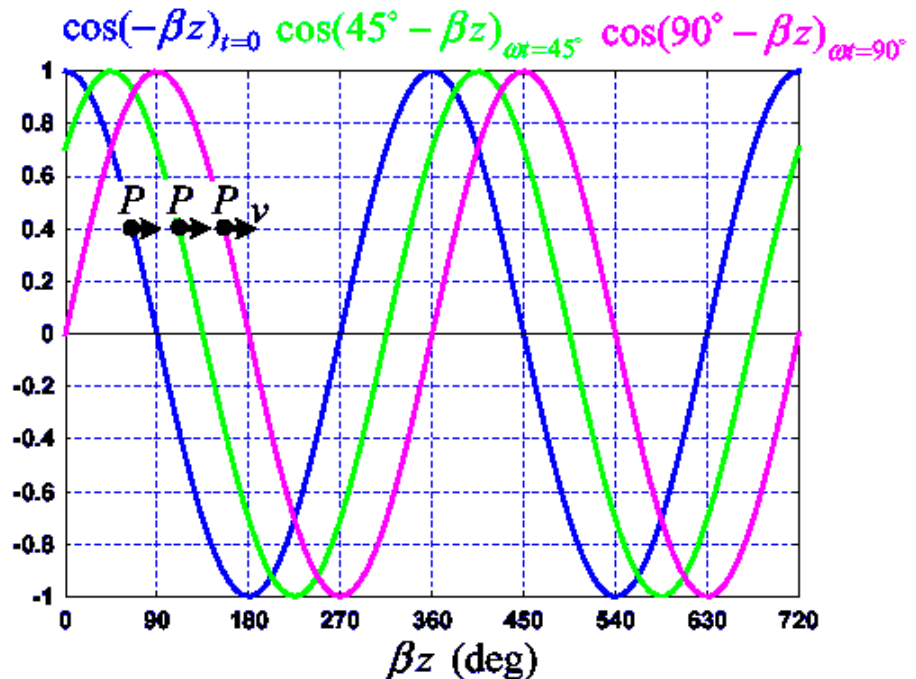


Persamaan Gelombang



Persamaan gelombang berjalan merupakan fungsi waktu dan posisi. Hal ini terlihat pada gambar di samping.

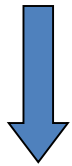
Sebab kenapa disebut sebagai gelombang berjalan dapat dilihat pada gambar di bawah. Untuk nilai t yang berubah, maka suatu titik dengan amplitudo tertentu akan berubah posisi



Vektor Poynting dan Tinjauan Daya

Teorema daya untuk gelombang elektromagnetik mula-mula dikembangkan dari postulat (hipotesa terhadap persamaan Maxwell) oleh John H Poynting tahun 1884.

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$



Kedua ruas dikalikan dengan E

$$\vec{E} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{H}) = \vec{J} \cdot \vec{E} + \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$



Dengan Identitas vektor

$$-\nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{H}) + \vec{H} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{J} \cdot \vec{E} + \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Dengan substitusi,

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$



$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad \vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

$$-\nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{H}) = \vec{J} \cdot \vec{E} + \epsilon \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu \vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$



$$\epsilon \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\epsilon E^2}{2} \right) \quad \mu \vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\mu H^2}{2} \right)$$

$$-\nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{H}) = \vec{J} \cdot \vec{E} + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\epsilon E^2}{2} + \frac{\mu H^2}{2} \right)$$

Vektor Poynting dan Tinjauan Daya

$$-\nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{H}) = \vec{J} \cdot \vec{E} + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\epsilon E^2}{2} + \frac{\mu H^2}{2} \right)$$



Kedua ruas diintegrasikan terhadap seluruh volume

$$-\oint_v \nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{H}) dv = \oint_v \vec{J} \cdot \vec{E} dv + \oint_v \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\epsilon E^2}{2} + \frac{\mu H^2}{2} \right) dv$$



Dengan Teorema Divergensi, didapatkan :

$$-\oint_s (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot d\vec{s} = \oint_v \vec{J} \cdot \vec{E} dv + \frac{\partial}{\partial t} \oint_v \left(\frac{\epsilon E^2}{2} + \frac{\mu H^2}{2} \right) dv$$

Ruas kiri : Tanda (-) menunjukkan penyerapan/disipasi daya total pada volume tersebut. Jika ada sumber yang mengeluarkan daya pada volume tersebut, digunakan tanda (+)

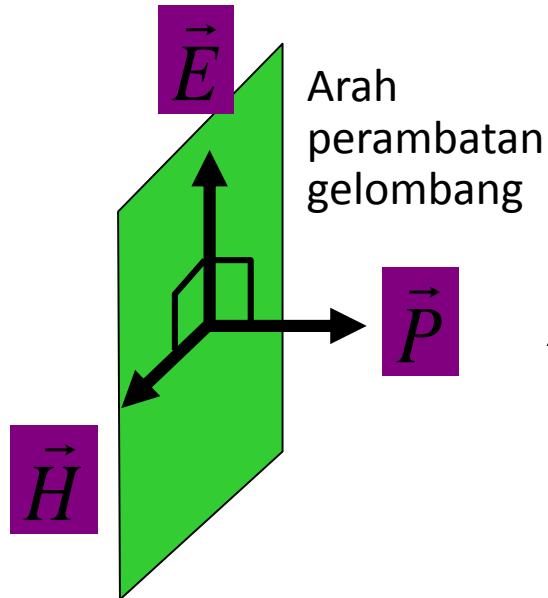
Ruas kanan :

Integrasi suku pertama menunjukkan disipasi ohmik. Integrasi suku kedua adalah energi total yang disebabkan/ tersimpan dalam medan listrik dan medan magnetik pada volume tersebut, kemudian turunan parsial terhadap waktu menyatakan daya sesaatnya.

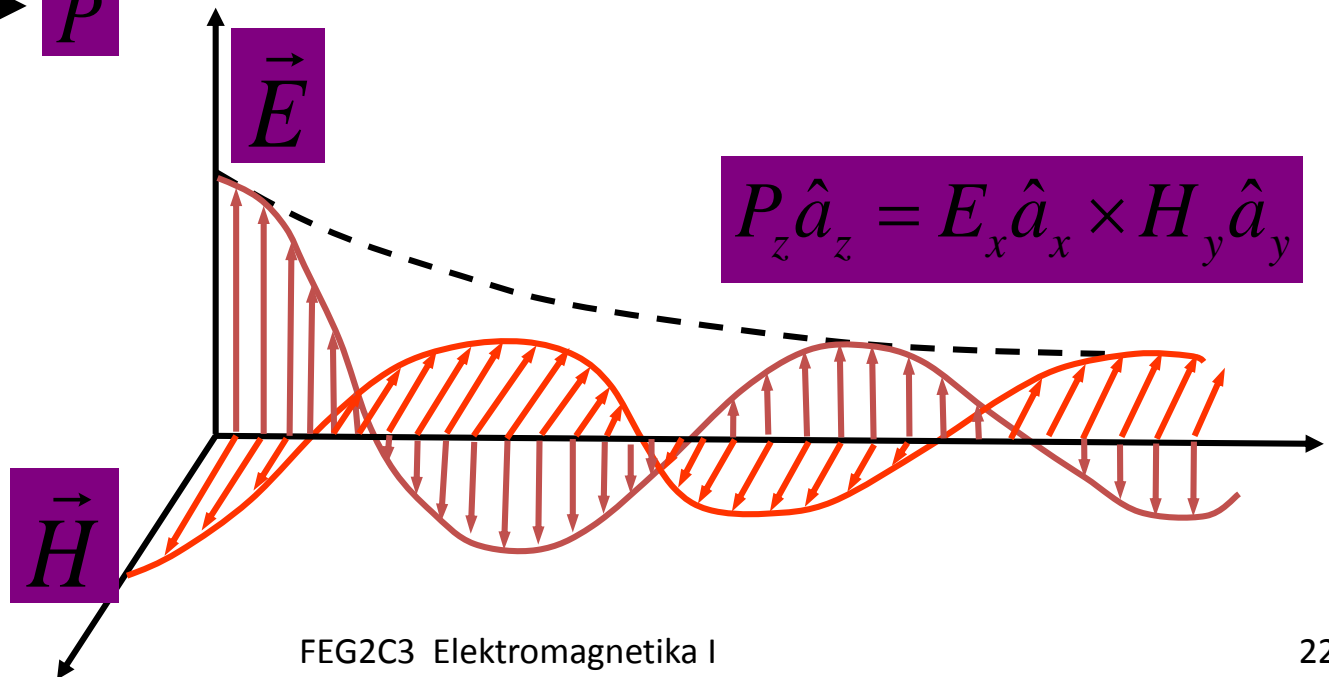
Vektor Poynting dan Tinjauan Daya

Didefinisikan Vektor Poynting =

$$\vec{P}$$



$$\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H}$$



Vektor Poynting dan Tinjauan Daya

Peninjauan Daya ...

Misalkan :

$$\vec{E}(t) = E_{x0} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z) \hat{a}_x$$

$$\vec{H}(t) = \frac{E_{x0}}{|\bar{\eta}|} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z - \theta_\eta) \hat{a}_y$$

Maka,

$$\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H}$$

$$= \frac{E_{x0}^2}{|\bar{\eta}|} e^{-2\alpha z} \cos(\omega t - \beta z) \cos(\omega t - \beta z - \theta_\eta) \hat{a}_z$$

$$= \frac{E_{x0}^2}{2|\bar{\eta}|} e^{-2\alpha z} [\cos \theta_\eta + \cos(2\omega t - 2\beta z - \theta_\eta)] \hat{a}_z \left(\frac{\text{Watt}}{m^2} \right)$$

Vektor Poynting dan Tinjauan Daya

Vektor Poynting Rata-Rata

$$P_{z,av} = \frac{1}{T} \int_0^T P_z dt = \frac{E_{x0}^2}{2|\bar{\eta}|} e^{-2\alpha z} \cos \theta_\eta$$

- Terjadi redaman kerapatan daya seharga $e^{-2\alpha z}$
- Impedansi intrinsik menimbulkan faktor $\cos \theta_\eta$ yang juga menentukan kerapatan daya

Propagasi Gelombang Datar dalam Ruang Hampa

Untuk ruang hampa :

$$\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} (H / m) \quad \sigma = 0$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9} (F / m) \quad \rho = 0$$

- Bentuk umum pada dielektrik merugi,

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}_s = -j\omega\mu \vec{H}_s$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}_s = (\sigma + j\omega\varepsilon) \vec{E}_s$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}_s = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H}_s = 0$$

- Persamaan gelombang Helmholtz

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E}_s = j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon) \vec{E}_s$$

Pada ruang hampa :

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}_s = -j\omega\mu_0 \vec{H}_s$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}_s = j\omega\varepsilon_0 \vec{E}_s$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}_s = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H}_s = 0$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E}_s = -\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \vec{E}_s$$

Propagasi Gelombang Datar dalam Ruang Hampa

- Konstanta propagasi

$$\gamma = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)} = j\omega\sqrt{\mu\epsilon}\sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\omega\epsilon}}$$

Pada ruang hampa,

$$\gamma = 0 + j\omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$$

- Impedansi intrinsik

$$\bar{\eta} = |\eta| \angle \theta_\eta = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\epsilon}} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{1}{\sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\omega\epsilon}}}$$

$$\bar{\eta} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 377 \angle 0^\circ$$

- Persamaan medan listrik

$$\vec{E}(t) = E_{x0} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z) \hat{a}_x$$

$$\vec{E}(t) = E_{x0} \cos(\omega t - \beta z) \hat{a}_x$$

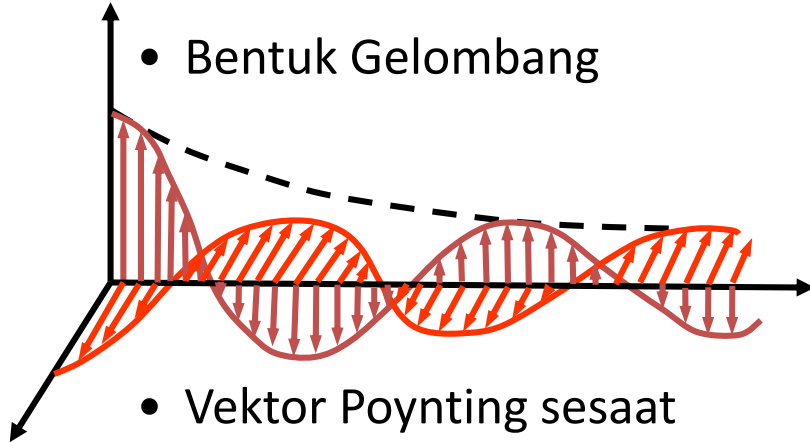
- Persamaan medan magnet

$$\vec{H}(t) = \frac{E_{x0}}{|\bar{\eta}|} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z - \theta_\eta) \hat{a}_y$$

$$\vec{H}(t) = \frac{E_{x0}}{377} \cos(\omega t - \beta z) \hat{a}_y$$

Propagasi Gelombang Datar dalam Ruang Hampa

- Bentuk Gelombang



- Vektor Poynting sesaat

$$\vec{P} = \frac{E_{x0}^2}{2|\vec{\eta}|} e^{-2\alpha z} [\cos \theta_\eta + \cos(2\omega t - 2\beta z - \theta_\eta)] \hat{a}_z$$

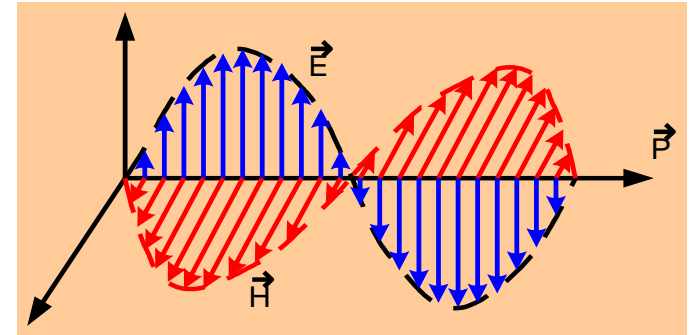
- Vektor Poynting rata-rata

$$P_{z,av} = \frac{1}{T} \int_0^T P_z dt = \frac{E_{x0}^2}{2|\vec{\eta}|} e^{-2\alpha z} \cos \theta_\eta$$

- Kecepatan gelombang

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}}$$

Pada ruang hampa,



$$\vec{P}_{z,av} = \frac{E_{x0}^2}{377} \cos^2(\omega t - \beta z) \hat{a}_z$$

$$P_{z,av} = \frac{E_{x0}^2}{377}$$

$$v = 3 \times 10^8$$

Propagasi Gelombang Datar dalam Dielektrik Sempurna

Untuk dielektrik sempurna :

$$\mu_r > 1 \quad \sigma = 0$$

$$\varepsilon_r > 1 \quad \rho = 0$$

- Bentuk umum pada dielektrik

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}_s = -j\omega\mu \vec{H}_s$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}_s = (\sigma + j\omega\varepsilon) \vec{E}_s$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}_s = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H}_s = 0$$

- Persamaan gelombang Helmholtz

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E}_s = j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon) \vec{E}_s$$

Dielektrik sempurna memiliki sifat dan karakteristik yang hampir sama dengan udara vakum

Pada dielektrik sempurna

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}_s = -j\omega\mu \vec{H}_s$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}_s = j\omega\varepsilon \vec{E}_s$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}_s = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H}_s = 0$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E}_s = -\omega^2 \mu \varepsilon \vec{E}_s$$

Propagasi Gelombang Datar dalam Dielektrik Sempurna

- Konstanta propagasi

$$\gamma = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)} = j\omega\sqrt{\mu\epsilon}\sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\omega\epsilon}}$$

- Impedansi intrinsik

$$\bar{\eta} = |\eta| \angle \theta_{\eta} = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\epsilon}} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{1}{\sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\omega\epsilon}}}$$

- Persamaan medan listrik

$$\vec{E}(t) = E_{x0} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z) \hat{a}_x$$

- Persamaan medan magnet

$$\vec{H}(t) = \frac{E_{x0}}{|\bar{\eta}|} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z - \theta_{\eta}) \hat{a}_y$$

Pada dielektrik sempurna

$$\gamma = 0 + j\omega\sqrt{\mu\epsilon}$$

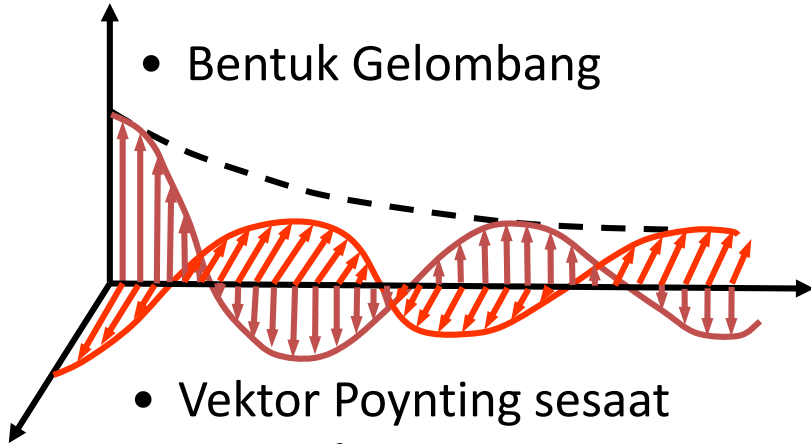
$$\bar{\eta} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = 377 \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}}$$

$$\vec{E}(t) = E_{x0} \cos(\omega t - \beta z) \hat{a}_x$$

$$\vec{H}(t) = \frac{E_{x0}}{377} \sqrt{\frac{\epsilon_r}{\mu_r}} \cos(\omega t - \beta z) \hat{a}_y$$

Propagasi Gelombang Datar dalam Dielektrik Sempurna

- Bentuk Gelombang



- Vektor Poynting sesaat

$$\vec{P} = \frac{E_{x0}^2}{2|\vec{\eta}|} e^{-2\alpha z} [\cos \theta_\eta + \cos(2\omega t - 2\beta z - \theta_\eta)] \hat{a}_z$$

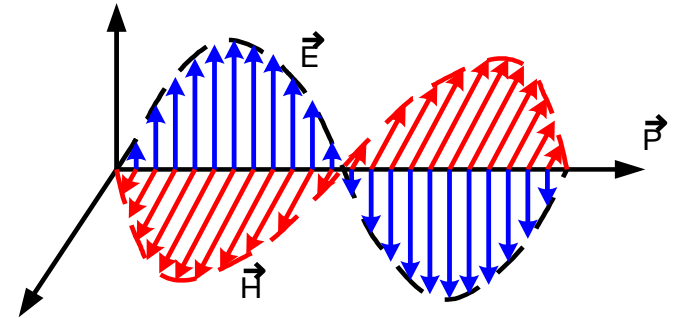
- Vektor Poynting rata-rata

$$P_{z,av} = \frac{1}{T} \int_0^T P_z dt = \frac{E_{x0}^2}{2|\vec{\eta}|} e^{-2\alpha z} \cos \theta_\eta$$

- Kecepatan gelombang

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}}$$

Pada dielektrik sempurna



$$\vec{P} = \frac{E_{x0}^2}{377} \sqrt{\frac{\epsilon_r}{\mu_r}} \cos^2(\omega t - \beta z) \hat{a}_z$$

$$P_{z,av} = \frac{1}{2} \frac{E_{x0}^2}{377} \sqrt{\frac{\epsilon_r}{\mu_r}}$$

$$v = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}}$$

Propagasi Gelombang Datar dalam Konduktor yang Baik

Pada konduktor yang baik

$$\begin{array}{lll} \mu_r > 1 & \sigma \gg & \frac{\sigma}{\omega\epsilon} \gg 1 \\ \epsilon_r > 1 & \rho \neq 0 & \end{array}$$

- Konstanta propagasi

$$\gamma = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)} = j\omega\sqrt{\mu\epsilon} \sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\omega\epsilon}}$$

- Impedansi intrinsik

$$\bar{\eta} = |\eta| \angle \theta_\eta = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\epsilon}} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{1}{\sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\omega\epsilon}}}$$

Didefinisikan
"Skin Depth"

Pada konduktor yang baik

- Konstanta propagasi

$$\gamma \approx \sqrt{\pi f \mu \sigma} + j \sqrt{\pi f \mu \sigma}$$

- Impedansi intrinsik

$$\bar{\eta} = \frac{1}{\sigma\delta} + j \frac{1}{\sigma\delta} = \frac{\sqrt{2}}{\sigma\delta} \angle 45^\circ$$

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}} = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\beta}$$

Propagasi Gelombang Datar dalam Konduktor yang Baik

- Persamaan medan listrik

$$\vec{E}(t) = E_{x0} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z) \hat{a}_x$$

- Persamaan medan magnet

$$\vec{H}(t) = \frac{E_{x0}}{|\bar{\eta}|} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z - \theta_\eta) \hat{a}_y$$

Pada konduktor yang baik

$$\vec{E}(t) = E_{x0} e^{-z/\delta} \cos(\omega t - z/\delta) \hat{a}_x$$

$$\vec{H}(t) = \frac{\sigma \delta}{\sqrt{2}} E_{x0} e^{-z/\delta} \cos(\omega t - z/\delta - \pi/4) \hat{a}_y$$

Pada konduktor yang baik, intensitas medan magnet tertinggal (lagging) sebesar 45° ($1/8$ siklus) terhadap intensitas medan listrik

Pada umumnya, propagasi gelombang pada konduktor yang baik digunakan untuk analisis karakteristik suatu saluran transmisi / kabel. Pada konduktor yang baik, kerapatan arus perpindahan dapat diabaikan terhadap kerapatan arus konduksi, sehingga kerapatan arus total dapat dikaitkan dengan medan listrik sbb :

$$J_x(t) = \sigma E(t) = \sigma E_{x0} e^{-z/\delta} \cos(\omega t - z/\delta)$$

Propagasi Gelombang Datar dalam Konduktor yang Baik

Pada konduktor yang baik

- Vektor Poynting

$$\vec{P} = \frac{E_{x0}^2}{2|\vec{\eta}|} e^{-2\alpha z} \left[\cos \theta_{\eta} + \cos \left(2\omega t - 2\beta z - \theta_{\eta} \right) \right] \hat{a}_z$$

$$\vec{P} = \frac{\sigma \delta}{\sqrt{2}} E_{x0}^2 e^{-\frac{2z}{\delta}} \left[\cos \frac{\pi}{4} + \cos \left(2\omega t - \frac{2z}{\delta} \right) \right] \hat{a}_z$$

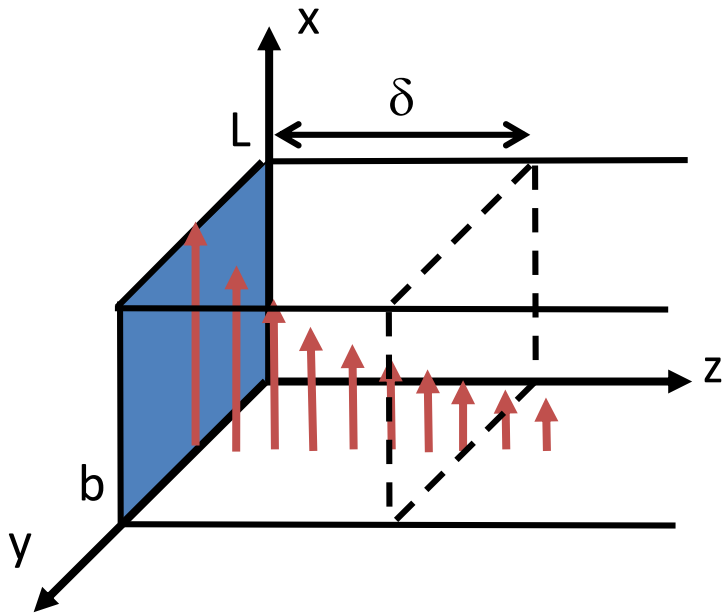
- Rapat daya rata-rata

$$P_{z,av} = \frac{1}{T} \int_0^T P_z dt = \frac{E_{x0}^2}{2|\vec{\eta}|} e^{-2\alpha z} \cos \theta_{\eta}$$

$$P_{z,av} = \frac{1}{4} \sigma \delta E_{x0}^2 e^{-\frac{2z}{\delta}}$$

Rumusan diatas menunjukkan bahwa rapat daya pada bidang $z = \delta$ adalah sebesar e^{-2} , atau sebesar 0,135 kali dari rapat daya pada permukaan konduktor ($z = 0$).

Propagasi Gelombang Datar dalam Konduktor yang Baik



Jika misalkan ditanyakan daya yang menembus permukaan $z = 0$, yang memiliki lebar $0 \leq y \leq b$, dan panjang $0 \leq x \leq L$ (ke arah arus), maka dapat dihitung :

$$P_{bL,av} = \int_s \vec{P} \cdot d\vec{S} = \int_0^b \int_0^L \frac{1}{4} \sigma \delta E_{x0}^2 e^{-2\frac{z}{\delta}} dx dy \Big|_{z=0}$$

$$P_{bL,av} = \frac{1}{4} \sigma \delta b L E_{x0}^2$$

Rapat arus pada permukaan konduktor akan menurun dengan cepat dengan faktor $e^{-z/\delta}$ jika masuk kedalam konduktor. Energi elektromagnet tidak diteruskan ke dalam konduktor, akan tetapi merambat di sekeliling konduktor, sehingga konduktor hanya membimbing gelombang. Arus yang mengalir dalam konduktor akan mengalami redaman tahanan konduktor dan merupakan kerugian bagi konduktor sebagai pembimbing gelombang.

Adanya efek kulit (*skin depth*) menyebabkan konduktor sangat buruk dipakai sebagai medium penyaluran daya. Konduktor cukup baik untuk pembimbing / penghantar arus dan cukup dalam bentuk pipa berhubung adanya efek kulit tadi.