

Rangkuman Integral Tak Ujara.

3 Tipe integral tak ujar :

1. integral yg batas bawah $-\infty$, batas atas ∞
2. integral batas bawah $-\infty$, batas atas ∞
3. integral yg kedua batasnya berhingga, namun interval integrasinya memuat titik singular.

Contoh:

① $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{x^2+1} dx \rightarrow$ integral tak ujar karena batas bawahnya $-\infty$

② $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{x^2+1} dx \rightarrow$ integral tak ujar karena batas atasnya ∞ .

③ $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{x^2+1} dx \rightarrow$ integral tak ujar karena kedua batasnya ∞

④ $\int_0^5 \frac{x}{x-1} dx \rightarrow$ integral tak ujar karena titik singular $x=1$ masuk dlm integrasi $[0,5]$

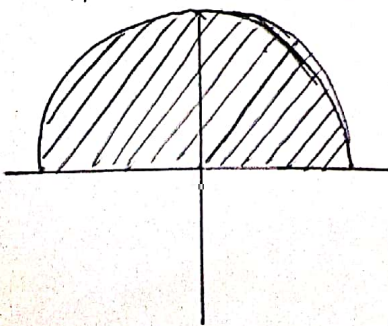
⑤ $\int_2^5 \frac{x}{x-1} dx \rightarrow$ bkn integral tak ujar karena titik singular $x=1$ tdk masuk dlm integrasi $[2,5]$

Syarat integral tak ujar diselesaikan dg residu.

1. $\int_{-\infty}^{\infty}$
2. $f(x) \rightarrow$ rasional; pangkat tertinggi penyebut ≥ 2 atau lebih banyak dr pangkat tertinggi pembilang
3. titik singular $f(z)$ terletak pd sumbu x .

Jika terpenuhi maka dpt dirubah ke dlm integral kompleks.

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \lim_{R \rightarrow \infty} \int_{-R}^R f(x) dx = \oint_C f(z) dz.$$



$$\oint_C f(z) dz.$$

$$2\pi i (\text{Res}_{z=z_1} f(z) + \text{Res}_{z=z_2} f(z) + \dots + \text{Res}_{z=z_n} f(z)).$$

Dengan z_1, z_2, \dots, z_n adlh pole-pole yg berada di bagian atas bidang kompleks.

Coba hitung:

1. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2+1} dx.$

\rightarrow syarat I, II, III terpenuhi

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2+1} dx = \oint_C \frac{1}{z^2+1} dz \text{ dg lintasan } C$$

mengitari bagian atas bidang kompleks.

pole $z=i$ berada pd lintasan.

$$f(z) = \frac{1}{(z+i)(z-i)} \text{ fungsi sisa di } z=i \text{ adlh } q(i) = \frac{1}{z+i}$$

$$\text{Residu } z=i \text{ adlh } q(i) = \frac{1}{i+i} = \frac{1}{2i}$$

$$\text{maka } \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2+1} dx = \oint_C \frac{1}{z^2+1} dz = 2\pi i \left(\frac{1}{2i} \right) = \pi.$$

2. $\int_0^{\infty} \frac{1}{x^2+1} dx \rightarrow$ fungsi genap.

$$= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2+1} dx.$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2+1} dx = \pi.$$

$$\text{maka } \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2+1} dx = \frac{1}{2} \pi.$$