

TTI3A3 Sistem Komunikasi 1

Pokok Bahasan:

Transmisi Digital Baseband

Dosen: Dr. Suhartono Tjondronegoro

2021

Rencana Pembelajaran Semester

	Materi Pembelajaran	Capaian Pembelajaran
Minggu ke 10 dan 11. PLO 5. CLO 3. Sub-CLO 11.	<ol style="list-style-type: none">1. Sinyal baseband digital: pengertian, unipolar, bipolar, RZ, NRZ, AMI, HDB3.2. Pengenalan modulasi digital: ASK, FSK, PSK, QAM.3. Modulasi M-level, bit-rate, simbol rate, bandwidth.	<ol style="list-style-type: none">1. Memahami modulasi digital baseband dan passband serta perbedaannya.2. Mengenal beberapa contoh modulasi baseband.3. Mengetahui jenis-jenis modulasi passband dan sifat-sifatnya.4. Memahami arti level modulasi dan pengaruhnya terhadap bandwidth.

Transmisi Digital Baseband

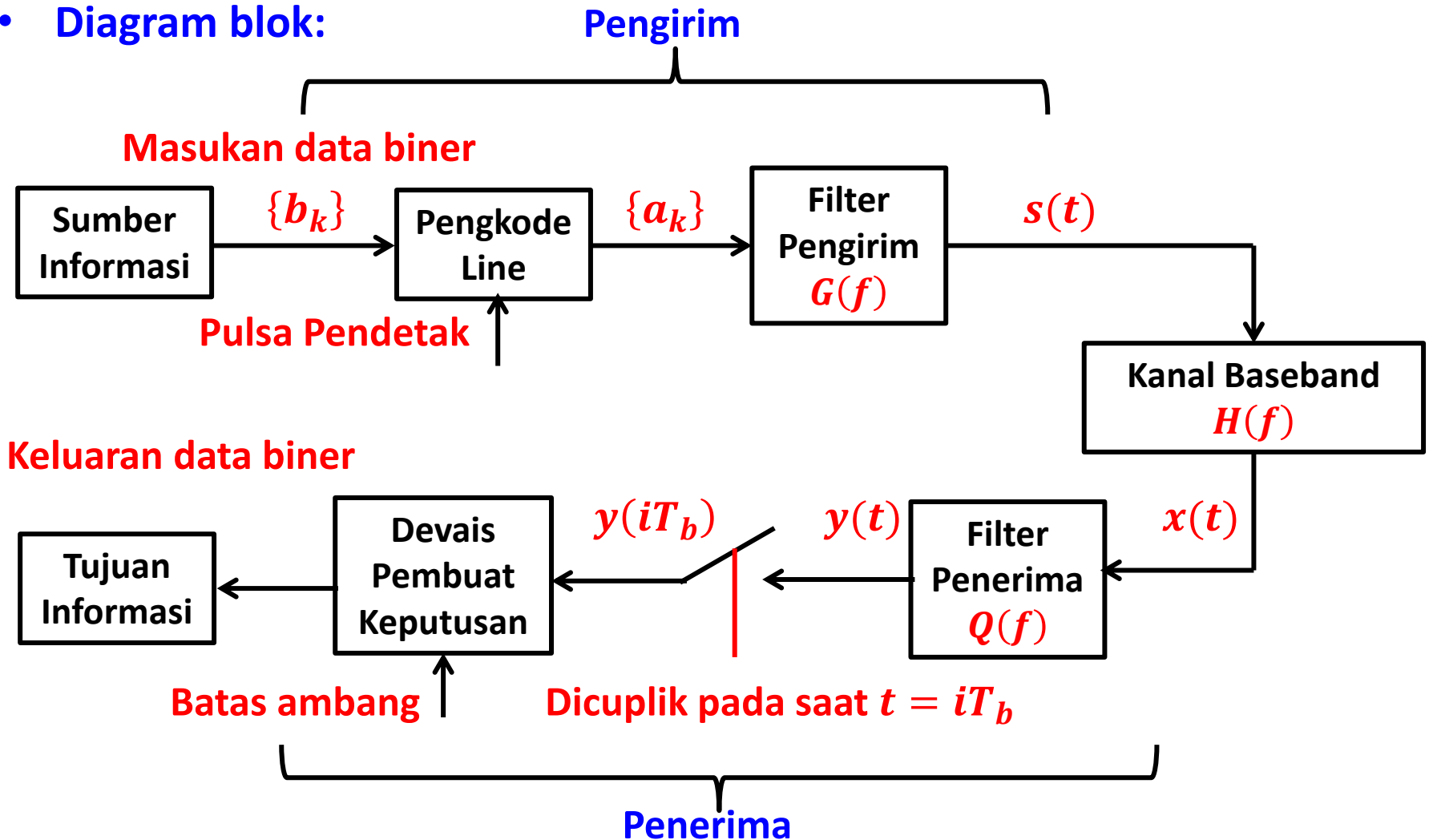
1. Pendahuluan
2. Level-encoded keluaran line coding
3. Interferensi antar simbol
4. Kanal Nyquist
5. Spektrum pulsa “Raised-Cosine”
6. Bandwidth Transmisi
7. Bit Error Rate (BER)
8. SNR referensi untuk sistem digital
9. Deteksi pulsa dilingkungan derau
10. Kinerja BER

1. Pendahuluan (1)

- Terminologi “**baseband**” dipakai menyebutkan band frekuensi yang merespresentasikan sinyal original dari sumber informasi.
- Contoh sumber informasi:
 - Sebuah komputer yang mengeluarkan aliran data biner, terdiri dari simbol 0 dan 1.
- Tugas sistem komunikasi digital adalah membawa aliran data dari sumber ke tujuan melalui sebuah kanal dengan andal.
- Untuk transmisi baseband, sistem komunikasi menggunakan “**discrete pulse-amplitude modulation**”, merupakan sebuah bentuk “**pulse-amplitude modulation**” dengan amplituda dikuantisasi kedalam sebuah himpunan level-level diskrit.

1. Pendahuluan (2)

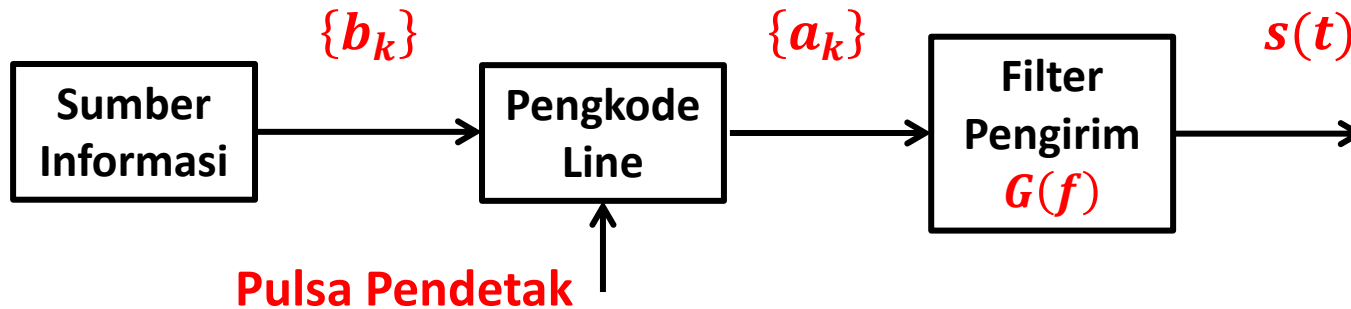
- Diagram blok:



1. Pendahuluan (3)

- Diagram blok pengirim:

Masukan data biner



- Elemen b_k merepresentasikan simbol biner 1 atau 0, dikeluarkan oleh sumber informasi.
- Keluaran pengkode line, adalah sinyal level-encoded a_k , dapat ditulis secara spesifik:

$$a_k = \begin{cases} +1 \text{ Volt,} & \text{bila masukan } b_k \text{ adalah simbol 1} \\ -1 \text{ Volt,} & \text{bila masukan } b_k \text{ adalah simbol 0} \end{cases}$$

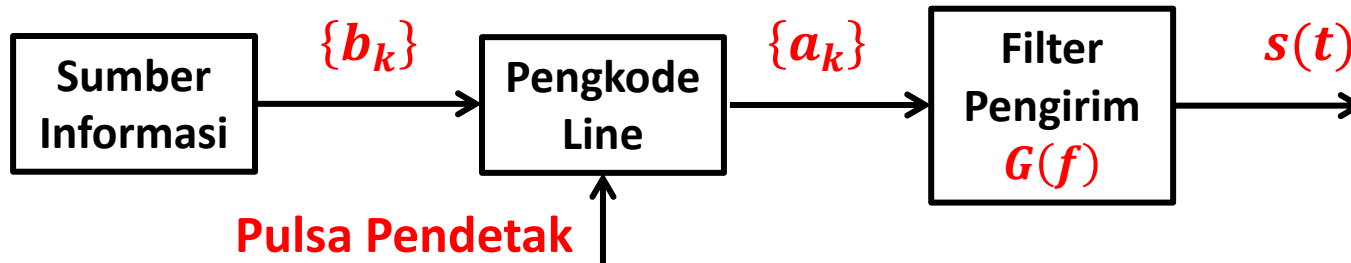
- Sinyal a_k masuk ke filter pengirim, untuk menghasilkan deretan pulsa-pulsa $s(t)$, dimana bentuknya ditentukan oleh respons impuls $g(t)$ dan respons frekuensi $G(f)$, hubungan antara $g(t)$ dengan $G(f)$:

$$g(t) \overset{TF}{\Leftrightarrow} G(f)$$

1. Pendahuluan (4)

- Diagram blok pengirim:

Masukan data biner



- Keluaran filter pengirim adalah sinyal PAM diskrit, dengan persamaan:

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k g(t - kT_b)$$

- Sinyal $s(t)$ masuk ke kanal, apabila derau yang ada di kanal diabaikan, maka persamaan masukan dipenerima:

$$x(t) = s(t) * h(t)$$

- Dan dipenerima:

$$y(t) = x(t) * q(t)$$

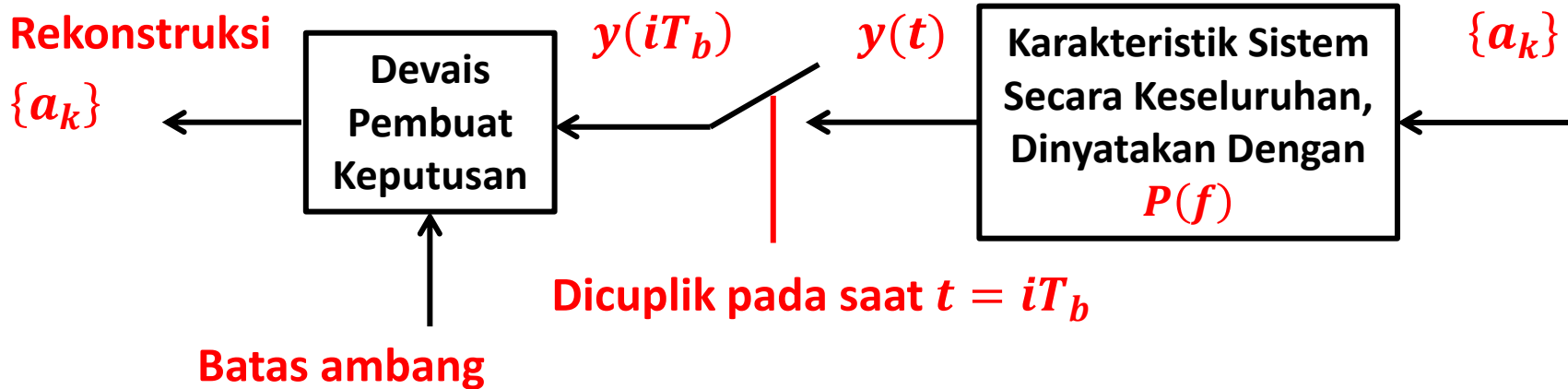
1. Pendahuluan (5)

- **Diagram blok sederhana:**

- Merepresentasikan pemancar, kanal dan penerima sebelum devais pembuat keputusan.

Versi

Rekonstruksi



- Keluaran filter $y(t)$ akan dicuplik secara sinkron dengan generator pulsa-pulsa pendetak di pengirim.
- Dengan memakai devais pembuat keputusan, maka keluaran penerima adalah versi rekonstruksi deretan level-encoded $\{a_k\}$

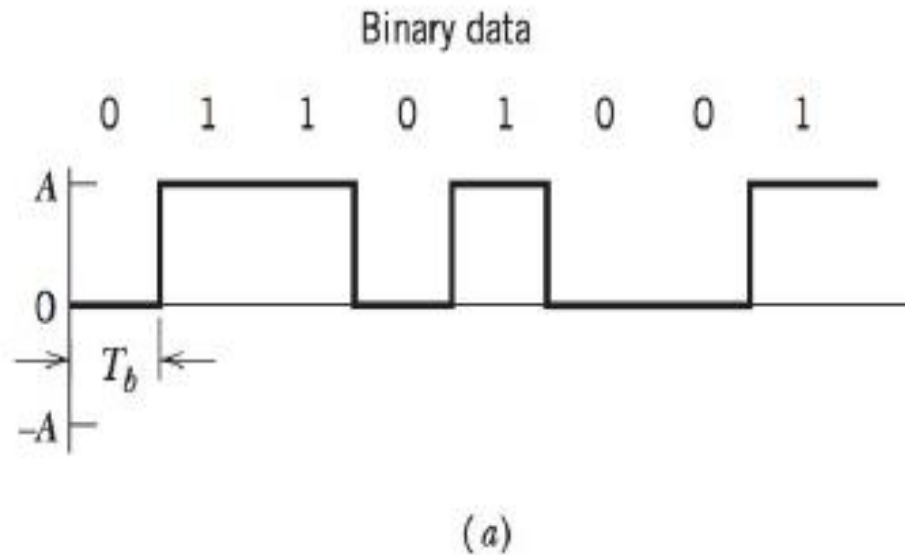
2. Level-encoded keluaran line coding (1)

- Line codes suatu cara secara listrik merepresentasikan sebuah aliran bit didalam sistem komunikasi digital baseband.
- Pemilihan bentuk line coding berdasarkan pertimbangan antara lain sebagai berikut:
 1. DC component.
 2. Self-Clocking.
 3. Error detection capability.
 4. Bandwidth compression.
 5. Differential encoding.
 6. Noise immunity.

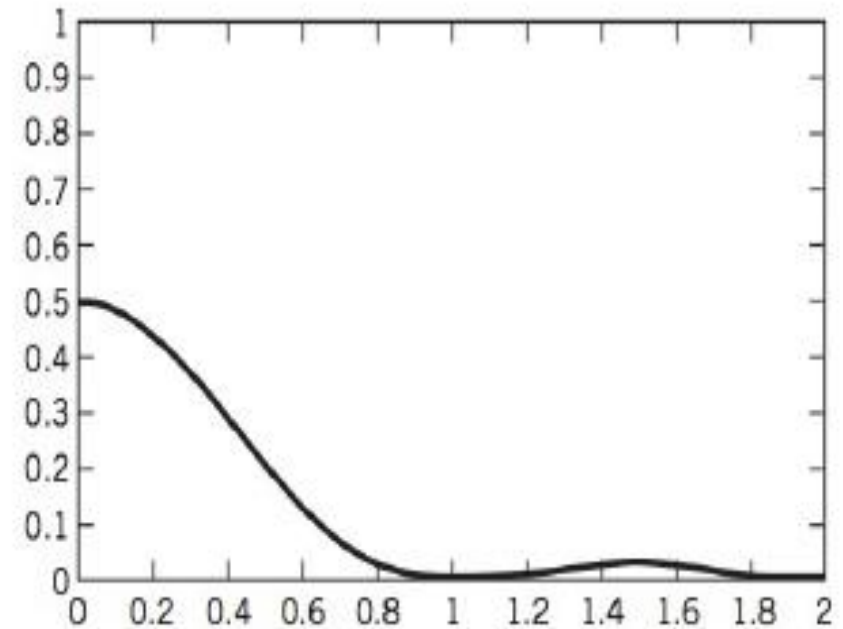
Ref 1, halaman 88.

2. Level-encoded keluaran line coding (2)

- Unipolar NRZ



Spektrum Amplituda

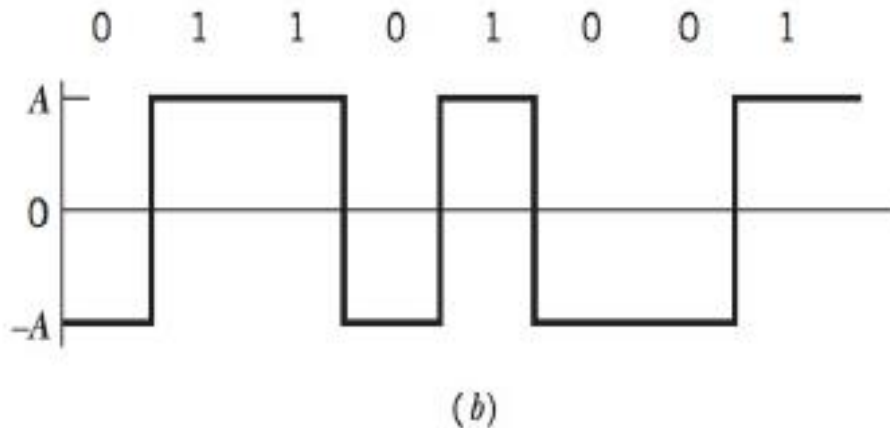


- Densitas spektral daya:

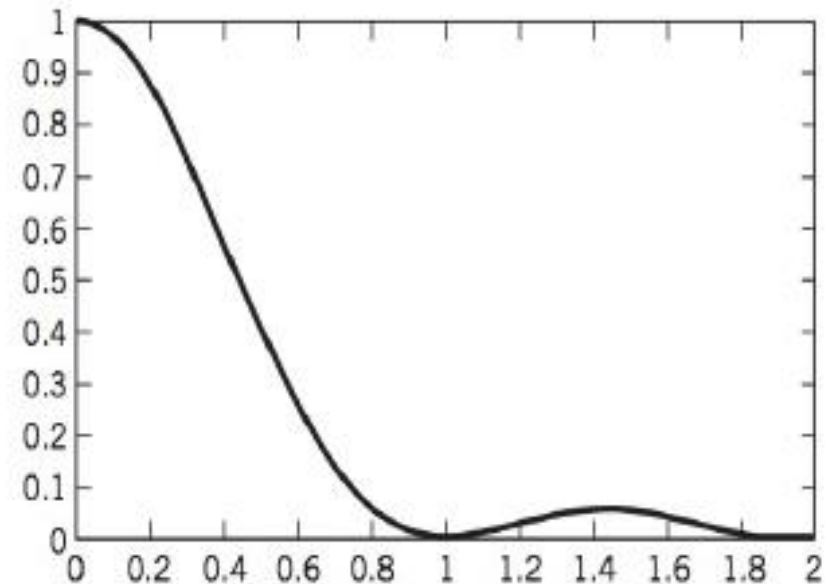
$$G_x(f) = \frac{A^2 T_b}{4} \text{sinc}^2(f T_b) \left(1 + \frac{1}{T_b} \delta(f) \right)$$

2. Level-encoded keluaran line coding (3)

- Polar NRZ



Spektrum Amplituda



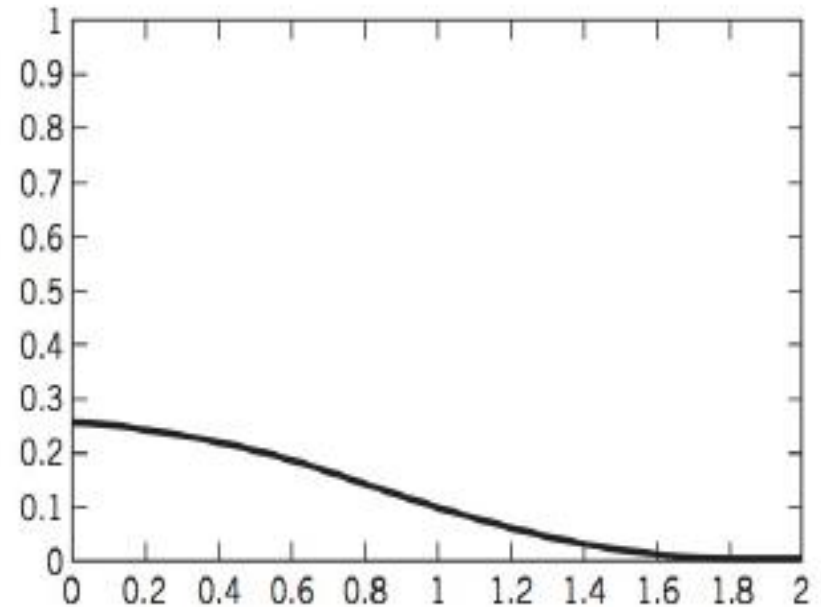
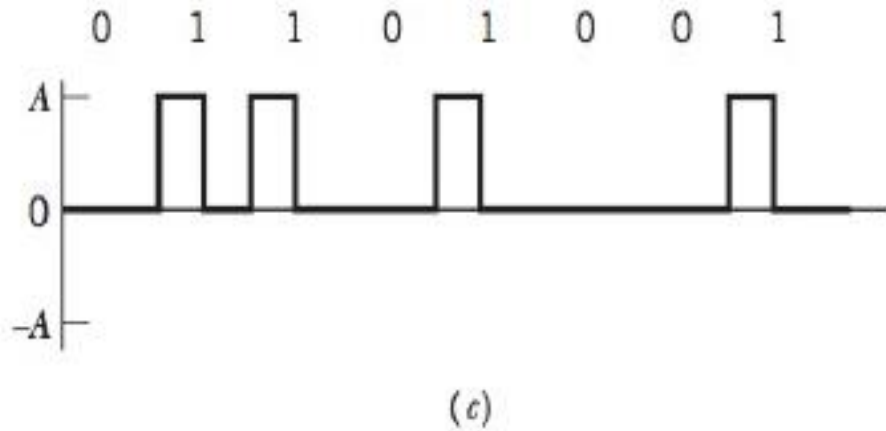
- Densitas spektral daya:

$$G_x(f) = A^2 T_b \text{sinc}^2(f T_b)$$

2. Level-encoded keluaran line coding (4)

- Unipolar RZ

Spektrum Amplituda



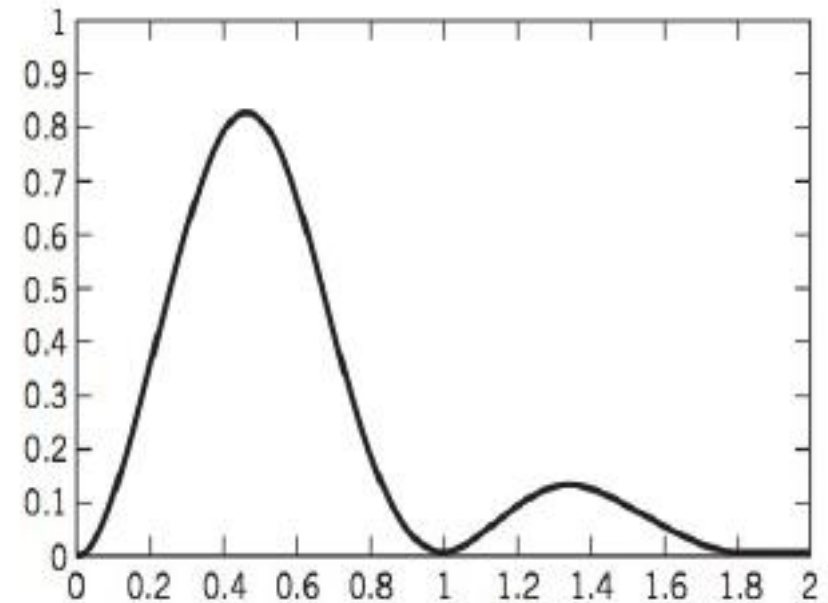
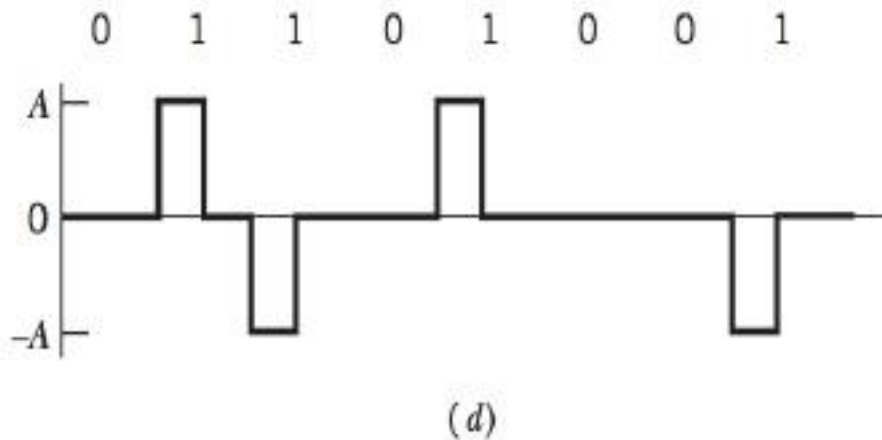
- Densitas spektral daya:

$$G_x(f) = \frac{A^2 T_b}{16} \text{sinc}^2 \left(\frac{f T_b}{1} \right) \left[1 + \frac{1}{T_b} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta \left(f - \frac{n}{T_b} \right) \right]$$

2. Level-encoded keluaran line coding (5)

- Bipolar RZ

Spektrum Amplituda



- Densitas spektral daya:

$$G_x(f) = \frac{A^2 T_b}{4} \text{sinc}^2 \left(\frac{f T_b}{2} \right) \sin^2(\pi f T_b)$$

3. Interferensi antar simbol (1)

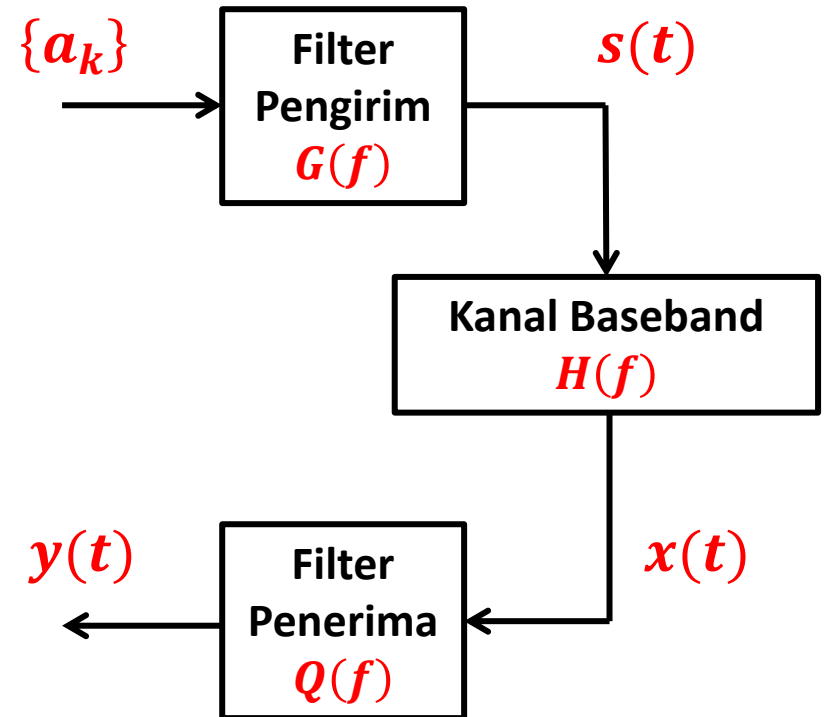
- Efek derau additif di kanal, diabaikan, perhatian kita ditujukan kepada pengaruh respons frekuensi kanal (adanya dispersi bentuk pulsa akibat kanal) terhadap transmisi data melalui kanal.

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k g(t - kT_b)$$

- Keluaran filter penerima:

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k p(t - kT_b)$$

- Diagram blok:



- Respons impuls
 $p(t) = g(t) * h(t) * q(t)$

3. Interferensi antar simbol (2)

- Dikawasan frekuensi: $P(f) = G(f)H(f)Q(f)$
- Keluaran filter penerima $y(t)$ dicuplik secara sinkron dengan pengirim, bila:

$$y(iT_b) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k p[(i - k)T_b], \quad i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

- Menyatakan cuplikan $y(t)$, dihasilkan pada saat $t = iT_b$. Untuk menyederhanakan penulisan, ditulis:

$$y_i = y(iT_b), \text{ dan } p_i = p(iT_b)$$

- Maka hasil cuplikan $y(t)$ pada saat $t = iT_b$, dapat ditulis sebagai penjumlahan konvolusi diskrit:

$$y_i = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k p_{i-k}, \quad i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

- Kita lihat bahwa $y_i = y(iT_b)$ adalah masukan ke devais pembuat keputusan.

3. Interferensi antar simbol (3)

- Definisikan:

$$p_0 = p(0) = \sqrt{E}$$

- Dimana E adalah energi sinyal yang ditransmisikan per bit (atau per simbol).
- Dari persamaan:

$$y_i = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k p_{i-k}, \quad i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

- Bila suku yang menyatakan $k = i$, dipisahkan, maka diperoleh:

$$y_i = \sqrt{E} a_i + \sum_{k=-\infty, k \neq i}^{\infty} a_k p_{i-k}, \quad i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

- Besaran $\sqrt{E} a_i$ merepresentasikan simbol biner yang ditransmisikan

$\sum_{k=-\infty, k \neq i}^{\infty} a_k p_{i-k}$ merepresentasikan **interferensi antar simbol**

3. Interferensi antar simbol (4)

- **Interferensi antar simbol**: simbol-simbol yang ditransmisikan, setelah melalui kanal, saling tumpang tindih.

- Bila tidak ada interferensi antar simbol

$$y_i = \sqrt{E}a_i, \quad \text{untuk semua } i$$

- Kondisi ini merepresentasikan kondisi dekoding yang sempurna.
- Pada **kondisi derau kanal** diabaikan, masalah “**pulse-shaping problem**” didalam perencanaan sistem PAM dapat dinyatakan sebagai berikut:
- Dengan adanya respons frekuensi kanal $H(f)$, perancang sistem komunikasi menentukan spektrum pulsa yang ditransmisikan $G(f)$ dan respons frekuensi filter penerima $Q(f)$ agar memenuhi 2 syarat dasar:
 - a. Interferensi antar simbol diperkecil sampai nol.
 - b. Bandwidth transmisi dibuat hemat.

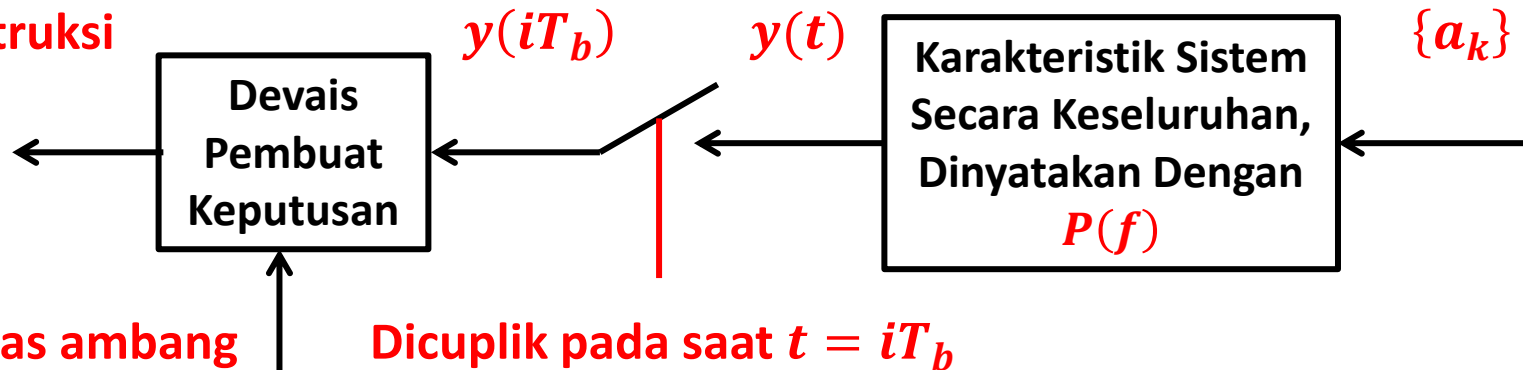
4. Kanal Nyquist (1)

- Diagram blok sederhana:

Versi

Rekonstruksi

$\{a_k\}$



- Solusi optimum masalah “**pulse-shaping problem**”: kondisi interferensi antar simbol = nol harus memenuhi kemungkinan **bandwidth transmisi minimum**.
- Dengan $y_i = a_i$ untuk semua i mendefinisikan kondisi interferensi antar simbol = nol, artinya dari persamaan:

$$y_i = \sqrt{E} a_i + \sum_{k=-\infty, k \neq i}^{\infty} a_k p_{i-k}, \quad i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

4. Kanal Nyquist (2)

- Transformasi Fourier invers terhadap $P(f)$ harus memenuhi kondisi:

$$p_i = p(iT_b) = \begin{cases} \sqrt{E}, & i = 0 \\ 0, & \forall i \neq 0 \end{cases}$$

- Pencuplikan $p(t)$ dengan rate uniform = rate bit $1/T_b$.
- Diandaikan bahwa $p(t)$ adalah band frekuensi terbatas dalam selang $-B_0 < f < B_0$, dimana B_0 akan didefinisikan.
- Dengan memakai rumus interpolasi:

$$g(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g\left(\frac{n}{2W}\right) \text{sinc}(2Wt - n)$$

- Kita peroleh:

$$p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} p\left(\frac{i}{2B_0}\right) \text{sinc}(2B_0t - i)$$

- Diandaikan bandwidth B_0 terhubung dengan rate bit $1/T_b$ dengan persamaan $B_0 = 1/2T_b$.

4. Kanal Nyquist (3)

- Dari persamaan:

$$p_i = p(iT_b) = \begin{cases} \sqrt{E}, & i = 0 \\ 0, & \forall i \neq 0 \end{cases}, \text{ dan } B_0 = 1/2T_b$$

- Dimasukkan kepersamaan:

$$p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} p\left(\frac{i}{2B_0}\right) \text{sinc}(2B_0t - i)$$

- Diperoleh bentuk pulsa optimum:

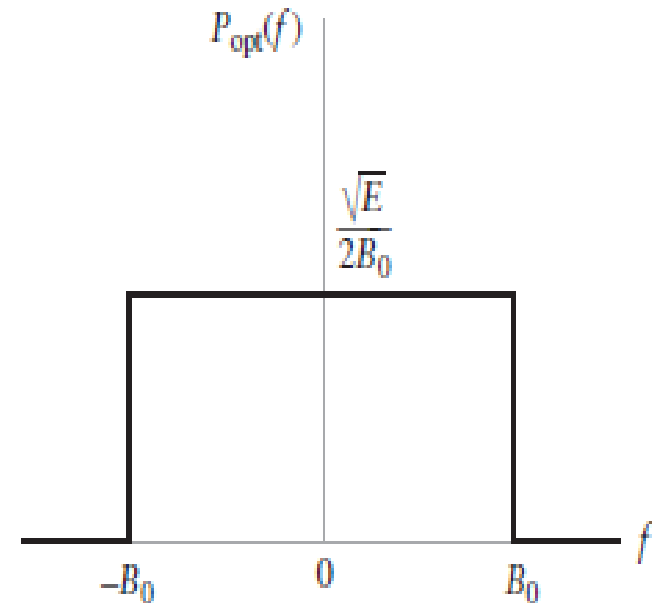
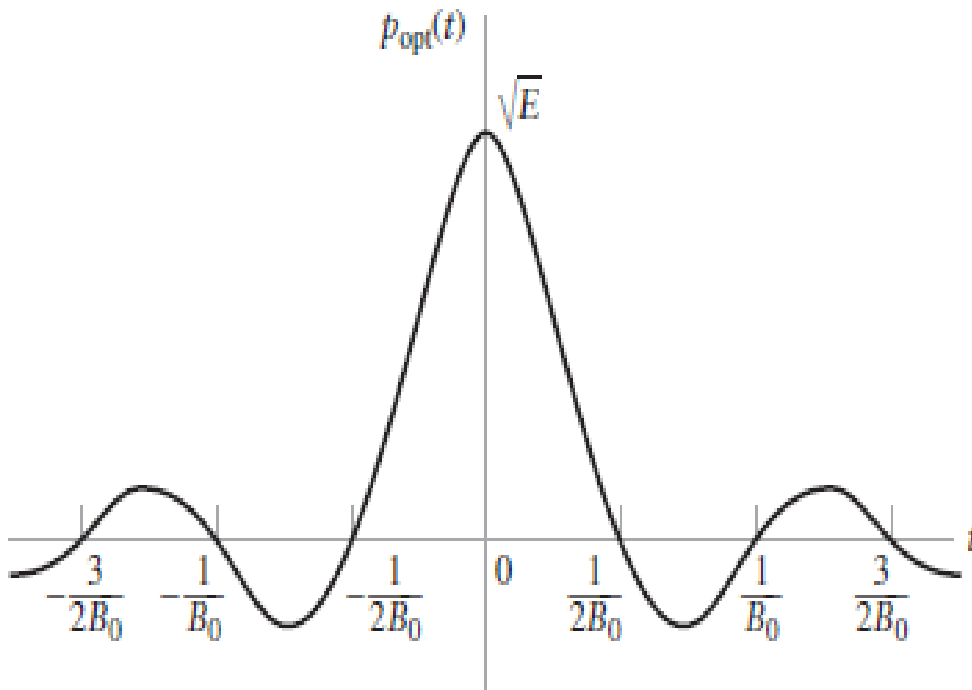
$$p_{opt}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} p(iT_b) \text{sinc}(2B_0t - i) \Big|_{i=0} = \sqrt{E} \text{sinc}(2B_0t)$$

$$p_{opt}(t) = \sqrt{E} \frac{\sin(2\pi B_0t)}{(2\pi B_0t)}$$

4. Kanal Nyquist (4)

- Spektrum pulsa $P(f)$ keseluruhan adalah fungsi “**optimum brick-wall function**”

$$P_{opt}(f) = \begin{cases} \frac{\sqrt{E}}{2B_0}, & \text{untuk } -B_0 < f < B_0 \\ 0, & \text{nilai lain} \end{cases}$$



4. Kanal Nyquist (5)

- Ada beberapa hal penting yang perlu diperhatikan:
 - Spektrum brick-wall $P_{opt}(f)$ mendefinisikan B_0 adalah bandwidth transmisi minimum untuk interferensi antar simbol = nol.
 - Parameter B_0 :
$$B_0 = \frac{1}{2T_b} = \frac{r_b}{2}, \quad \text{disebut } \textit{bandwidth Nyquist}$$
 - Sistem PAM dengan spektrum pulsa optimum $P_{opt}(f)$ disebut **kanal Nyquist**.
 - Bentuk pulsa optimum $p_{opt}(t)$ mempunyai nilai maksimum di $t = 0$, bernilai nol di $t = kT_b$, artinya pulsa-pulsa yang didefinisikan oleh $p_{opt}(t - kT_b)$ dan ada dipersamaan:

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k p(t - kT_b), k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

tidak saling interferensi

4. Kanal Nyquist (6)

- Solusi optimum untuk interferensi antar simbol = 0 dan bandwidth transmisi minimum, dalam kondisi tanpa derau kanal.
- Ada 2 kesulitan yang menyebabkan solusi optimum di sistem PAM menjadi tidak praktis:
 1. Respons pulsa $p_{opt}(t)$ tidak kausal, artinya $P_{opt}(f)$ tidak dapat direalisasikan.
 2. Secara praktis tidak ada margin error untuk waktu pencuplikan diterima.

5. Spektrum Pulsa “Raised-Cosine”(1)

- Untuk menjamin bahwa spektrum pulsa $P(f)$ dapat direalisasikan secara fisik, dibutuhkan sebuah solusi yang berbeda dari kanal Nyquist dalam satu hal yang penting: $P(f)$ yang sudah dimodifikasi mengecil menuju nol secara kontinu daripada mengecil dengan tiba-tiba.
- $P(f)$ yang diusulkan terdiri dari 2 (dua) bagian:
 1. Bagian flat (rata), yang memakai band frekuensi $0 \leq |f| \leq f_1$, dimana parameter f_1 akan didefinisikan.
 2. Bagian roll-off (menurun), yang memakai band frekuensi $f_1 < |f| < 2B_0 - f_1$
- Parameter f_1 dapat diatur dibawah kendali perancang $P(f)$.

5. Spektrum Pulsa “Raised-Cosine”(2)

- Persamaan $P(f)$:

$$P(f) = \begin{cases} \frac{\sqrt{E}}{2B_0}, & 0 \leq |f| < f_1 \\ \frac{\sqrt{E}}{4B_0} \left\{ 1 + \cos \left[\frac{\pi(|f| - f_1)}{2(B_0 - f_1)} \right] \right\}, & f_1 \leq |f| < 2B_0 - f_1 \\ 0, & 2B_0 - f_1 \leq |f| \end{cases}$$

- Frekuensi f_1 dan bandwidth Nyquist B_0 dihubungkan oleh parameter:

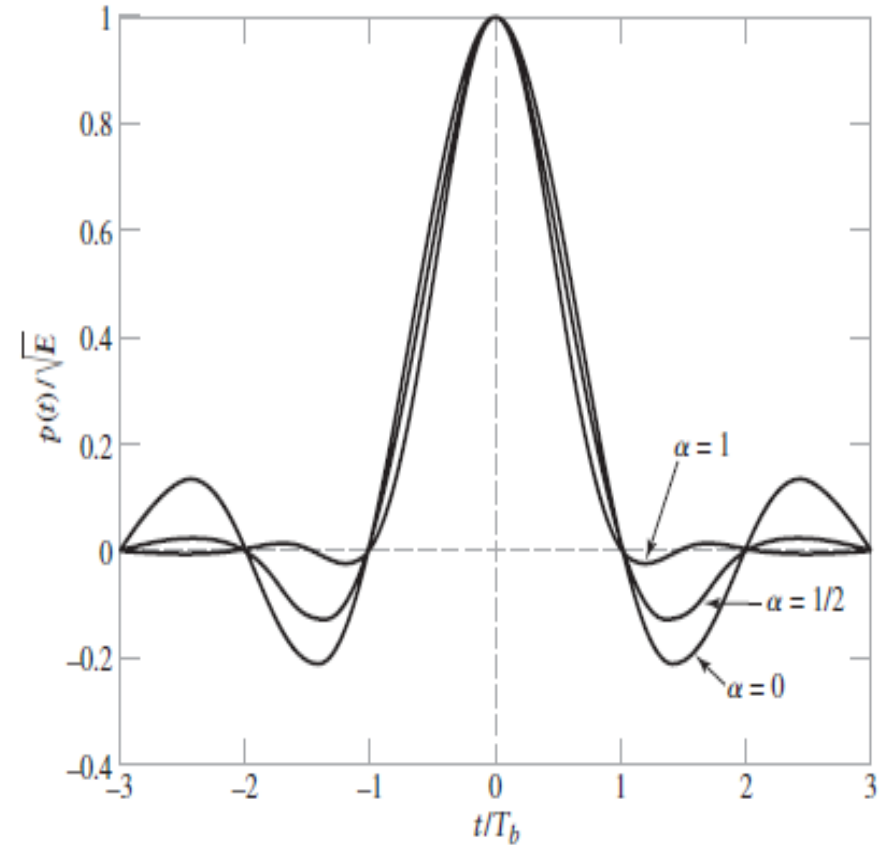
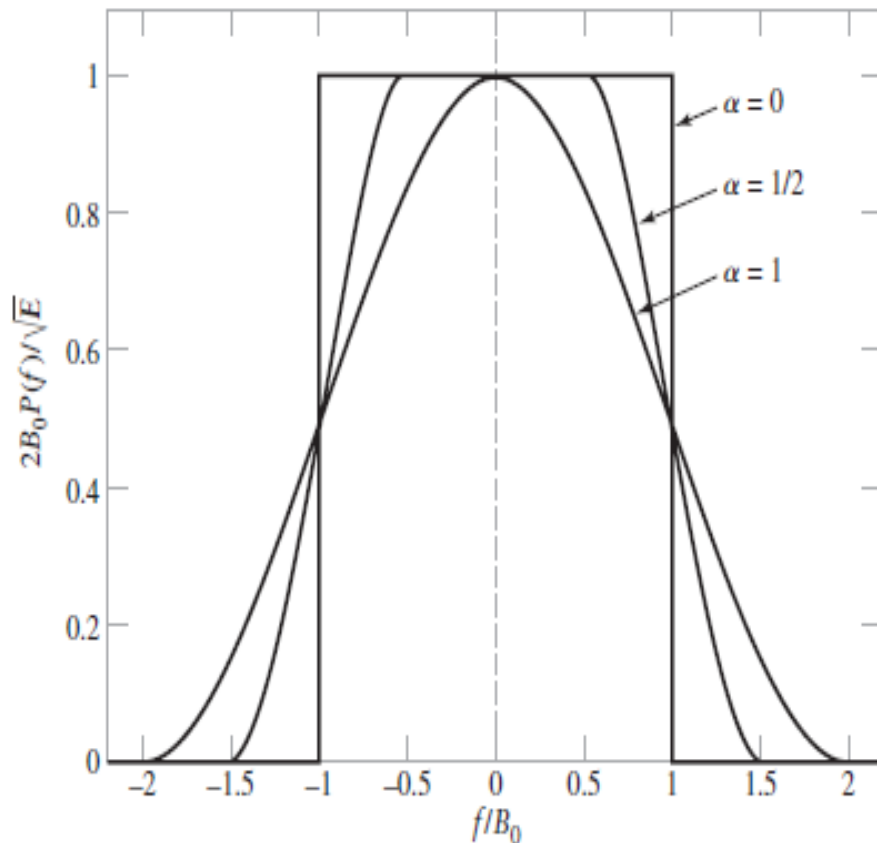
$$\alpha = 1 - \frac{f_1}{B_0} \text{ disebut } \textbf{faktor roll-off}$$

- Respons pulsa:

$$p(t) = \sqrt{E} \text{sinc}(2B_0 t) \left(\frac{\cos(2\pi\alpha B_0 t)}{1 - 16\alpha^2 B_0^2 t^2} \right)$$

5. Spektrum Pulsa “Raised-Cosine”(3)

- Spektrum pulsa “Raised-Cosine”
- Respons pulsa $p(t)$



6. Bandwidth Transmisi

- Bandwidth transmisi memakai Spektrum pulsa “Raised-Cosine”:

$$B_T = 2B_0 - f_1 = B_0(1 + \alpha)$$

$$B_0 = \frac{1}{2T_b} = \frac{r_b}{2}, \quad \text{bandwidth Nyquist}$$

$$f_v = \alpha B_0 \text{ disebut excess bandwidth}$$

Kode Line	Bandwidth Absolut	Effisiensi Spektral
Unipolar NRZ	$B_0(1 + \alpha)$	$2/(1 + \alpha)$
Polar NRZ	$B_0(1 + \alpha)$	$2/(1 + \alpha)$
Unipolar RZ	$2B_0(1 + \alpha)$	$1/(1 + \alpha)$
Bipolar RZ (AMI)	$B_0(1 + \alpha)$	$2/(1 + \alpha)$
Manchester	$2B_0(1 + \alpha)$	$1/(1 + \alpha)$
M-ary PAM	$B_0(1 + \alpha)/k$	$2k/(1 + \alpha)$

7. Bit Error Rate (BER)

- Kualitas sistem komunikasi digital diukur dengan besaran bit error rate (BER) rata-rata.
- Sebuar error bit terjadi bila bit yang diterima tidak sama dengan bit yang ditransmisikan, hali ini adalah kejadian acak.
- Bila n adalah jumlah eror-eror bit yang diamati selama deretan bit-bit dengan panjang N , maka definisi frekuensi relatif BER adalah:

$$BER = \lim_{N \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{N} \right)$$

- Nilai BER yang dibutuhkan tergantung aplikasi:

Aplikasi	Nilai BER
Vocoded speech	$10^{-2} - 10^{-3}$
Transmisi data lewat kanal nirkabel	$10^{-5} - 10^{-6}$
Transmisi video	$10^{-7} - 10^{-12}$
Data finansial	$< 10^{-11}$

8. SNR referensi untuk sistem digital

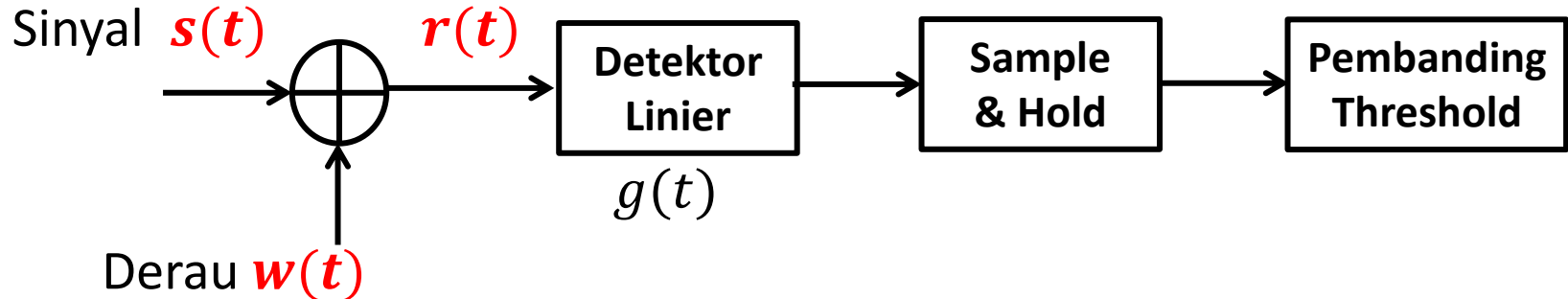
- SNR referensi adalah rasio antara “**modulated energy per information bit**” terhadap “**the onside noise spectral density**”

$$SNR_{ref}^{digital} = \frac{\text{Modulated energy per bit}}{\text{Noise spectral density}} = \frac{E_b}{N_0}$$

- Untuk membandingkan sistem modulasi-demodulasi digital, dipakai kinerja BER sebagai fungsi SNR_{ref} yang dinyatakan dengan E_b/N_0

9. Deteksi pulsa dilingkungan derau (1)

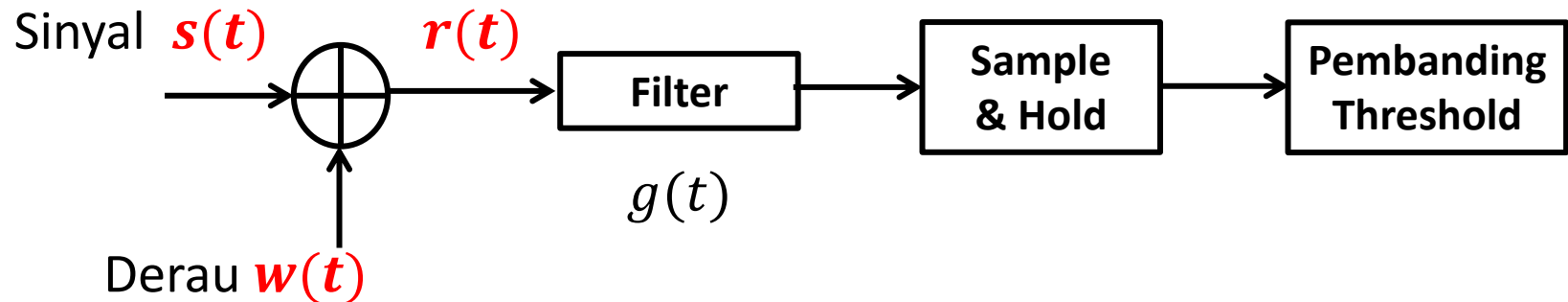
- Pemrosesan sebuah pulsa di baseband:



- Pembanding threshold dipakai untuk menentukan situasi dibawah ini, mana yang sudah terjadi:
 - Sinyal yang diterima $r(t)$ hanya terdiri dari derau putih Gaussian $w(t)$.
 - Sinyal yang diterima $r(t)$ terdiri dari $w(t)$ ditambah sinyal $s(t)$ yang bentuknya diketahui.
- Derau diasumsikan mempunyai mean = nol dan densitas spektral daya $N_0/2$.

9. Deteksi pulsa dilingkungan derau (2)

- Binary pulse amplitude modulation memakai peng sinyal on-off:



$$s(t) = \begin{cases} \text{Ada pulsa,} & \text{merepresentasikan simbol 1} \\ \text{Tidak ada pulsa.} & \text{merepresentasikan simbol 0} \end{cases}$$

- Sinyal yang diterima:

$$r(t) = \begin{cases} s(t) + w(t), & \text{Ada pulsa} \\ w(t), & \text{Tidak ada pulsa} \end{cases}$$

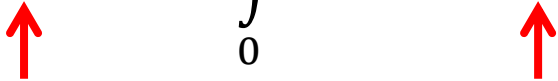
- $s(t)$ adalah sebuah pulsa baseband, $\neq 0$, di interval $0 \leq t \leq T$.
- Filter memproses $r(t)$, keluarannya akan dicuplik (sample) pada saat T , respons impuls filter adalah $g(t)$, linier dan tidak berubah terhadap waktu.

9. Deteksi pulsa dilingkungan derau (3)

- Peubah acak untuk menentukan apakah pulsa ada, didefinisikan dengan persamaan:

$$Y = \int_0^T g(T-t)r(t)dt$$

- Filter yang diinginkan adalah filter yang memaksimalkan **rasio sinyal terhadap derau** dikeluarkan Y .
- Dalam kondisi $r(t) = s(t) + w(t)$, maka:

$$Y = \int_0^T g(T-t)s(t)dt + \int_0^T g(T-t)w(t)dt$$


- Tergantung ada/tidaknya pulsa. Tergantung derau, selalu ada
- Kontribusi derau adalah peubah acak N :

$$N = \int_0^T g(T-t)w(t)dt, \quad \text{filter merubah } w(t) \text{ menjadi } N$$

9. Deteksi pulsa dilingkungan derau (4)

- Nilai statistik peubah acak N , terdistribusi Gaussian:

$$E[N] = \int_0^T g(T-t)E[w(t)]dt = 0, \quad \text{nilai rata-rata derau} = 0$$

$$E[N^2] = \frac{N_0 T}{2}, \quad \text{adalah variansi derau}$$

- Kontribusi sinyal adalah S :

$$S = \int_0^T g(T-\tau)s(\tau)d\tau \quad (*)$$

- Untuk memaksimalkan **rasio sinyal terhadap derau**, akan dipilih $g(t)$ yang memaksimalkan persamaan $(*)$, dengan batasan:

$$\int_0^T |g(t)|^2 dt = T$$

9. Deteksi pulsa dilingkungan derau (5)

- Memaksimalkan:

$$S = \int_0^T g(T - \tau) s(\tau) d\tau \quad (*)$$

- Dipakai ketidaksamaan Schwarz:

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} g(T - t) s(t) dt \right|^2 \leq \int_{-\infty}^{\infty} |g(T - t)|^2 dt \int_{-\infty}^{\infty} |s(t)|^2 dt$$

- Akan sama bila:

$$g(T - t) = cs(t) \quad (**) \text{ dengan nilai } c \text{ skalar}$$

- Implikasinya filter adalah matched dengan bentuk pulsa yang ditransmisikan, ini adalah prinsip **“matched filter detection”**.
- $g(T - t) = cs(t)$, masuk kepersamaan:

$$Y = \int_0^T g(T - t) r(t) dt \rightarrow Y(\tau) = c \int_0^T s(t) r(t - \tau) dt$$

9. Deteksi pulsa dilingkungan derau (6)

- Persamaan:

$$Y(\tau) = c \int_0^T s(t)r(t - \tau)dt$$

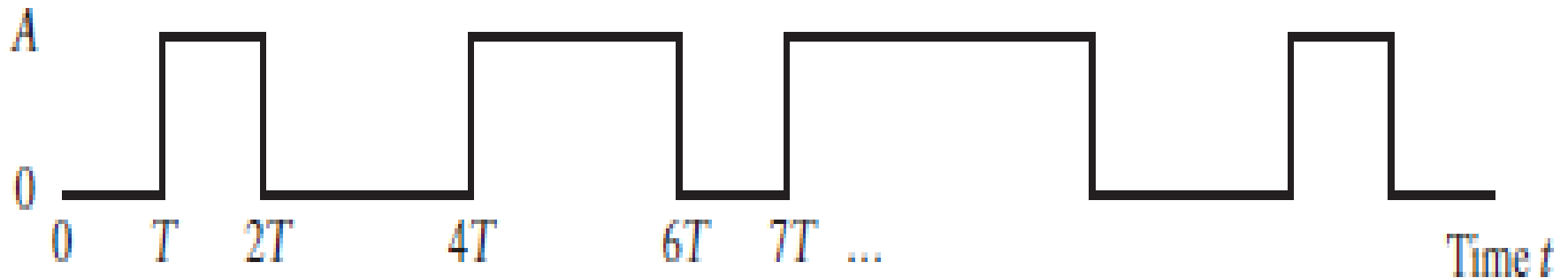
- Ekivalen dengankorelasi silang antara sinyal-sinyal ergodik $s(t)$ dan $r(t)$.
- Struktur penerima dengan persamaan:

$$Y = \int_0^T g(T - t)r(t)dt \text{ dengan } g(T - t) = cs(t)$$

- Disebut sebagai **“correlation receiver”**, dengan $r(t) = s(t) + w(t)$, komponen sinyal dipenerima korelasi dimaksimalkan di $\tau = 0$.

9. Deteksi pulsa dilingkungan derau (7)

- Binary pulse amplitude modulation memakai pengsinyalan on-off:



$$s(t) = A \sum_{k=0}^{\infty} b_k h(t - kT), \quad b_k = \begin{cases} 0, & \text{bila bit ke } k \text{ adalah } 0 \\ 1, & \text{bila bit ke } k \text{ adalah } 1 \end{cases}$$

- $h(t)$ adalah pulsa rectangular dengan durasi T , dengan titik tengah $t = T/2$

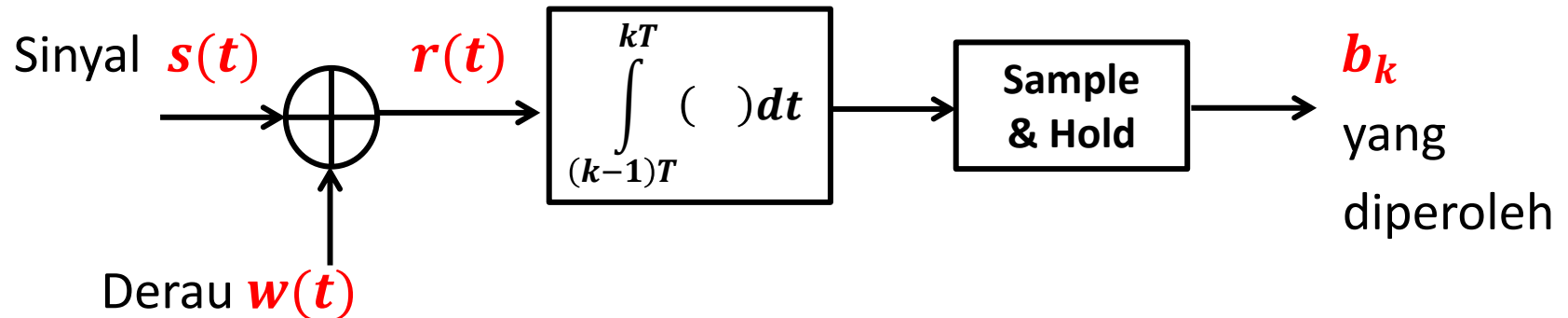
$$h(t) = \text{rect}[(t - T/2)/T]$$

- Maka filter matched:

$$g(T - t) = h(t)$$

10. Kinerja BER (1)

- Detektor “integrate-and-dump”



- Transmisi on-off, penerima harus membuat keputusan diantara 2 hipotesa:

$$H_0: b_k = 0 \text{ telah ditransmisikan}$$

$$H_1: b_k = 1 \text{ telah ditransmisikan}$$

- Berdasarkan sinyal yang diterima Y_k selama interval simbol ke k .
- Dengan bentuk pulsa rectangular, deteksi bebas dari satu simbol ke simbol berikutnya, maka notasi Y_k dapat ditulis sebagai Y .
- Kriteria untuk memilih antara 2 hipotesa adalah **memilih hipotesa yang paling mungkin berdasarkan observasi**.

10. Kinerja BER (2)

- Kita bandingkan 2 peluang bersyarat:
 - $P(H_0|y)$ adalah peluang bahwa sebuah 0 telah dikirimkan bila y diterima.
 - $P(H_1|y)$ adalah peluang bahwa sebuah 1 telah dikirimkan bila y diterima.
- y adalah nilai peubah acak Y .
- Nilai terbesar diantara ke 2 peluang memberikan keputusan tentang bit yang dikirimkan.
- Bila sebuah 1 telah dikirimkan, peluang sebuah error type I adalah:
$$P[0 \text{ diputuskan} | H_1] = P[Y < \gamma | H_1]$$
- Y adalah peubah acak terkait dengan observasi y .
- γ adalah nilai ambang (nilai threshold).
- Peubah acak dikeluarkan filter matched:

$$Y = S + N$$

10. Kinerja BER (3)

- Dari persamaan:

$$s(t) = A \sum_{k=0}^{\infty} b_k h(t - kT)$$

- Dimasukkan kepersamaan:

$$S = \int_0^T g(T - \tau) s(\tau) d\tau$$

- Dengan nilai $k = 0$, diperoleh:

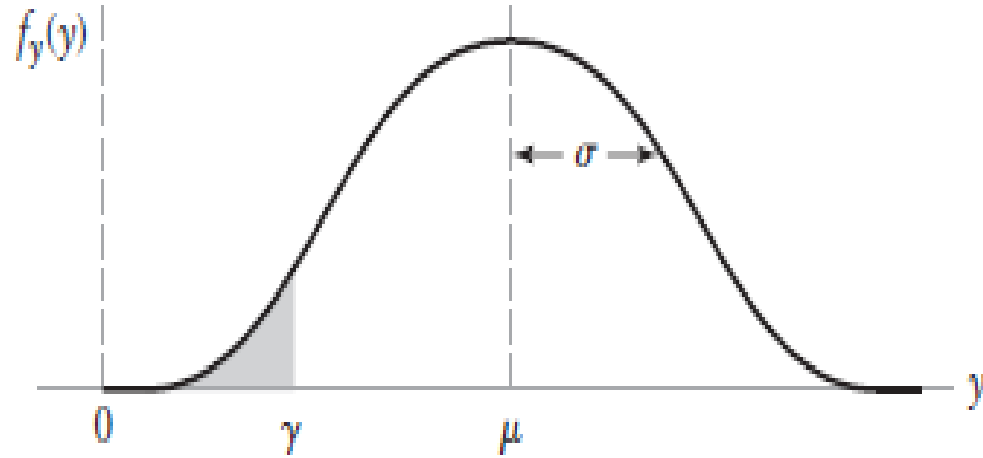
$$S = Ab \int_0^T h(t) h(t) dt = ATb$$

- Nilai rata-rata S : $\mu = AT$ bila $b = 1$ yang dikirimkan.
- Y adalah peubah acak terdistribusi Gaussian dengan nilai rata-rata $\mu = AT$

10. Kinerja BER (4)

- Y mempunyai fungsi densitas Gaussian untuk deteksi 1, pensinyalan on-off:

$$f_Y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{\{-(y-\mu)/2\sigma^2\}}$$



- **Peluang sebuah error type I**, yang dituliskan dengan persamaan:

$$P[0 \text{ diputuskan} | H_1] = P[Y < \gamma | H_1]$$

Adalah peluang bahwa keluaran Y masuk didaerah yang diarsir, dibawah nilai γ .

- Peluang tersebut adalah integral didaerah yang diarsir:

$$P[Y < \gamma | H_1] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{\gamma} e^{\{-(y-\mu)/2\sigma^2\}} dy = Q\left(\frac{\mu - \gamma}{\sigma}\right)$$

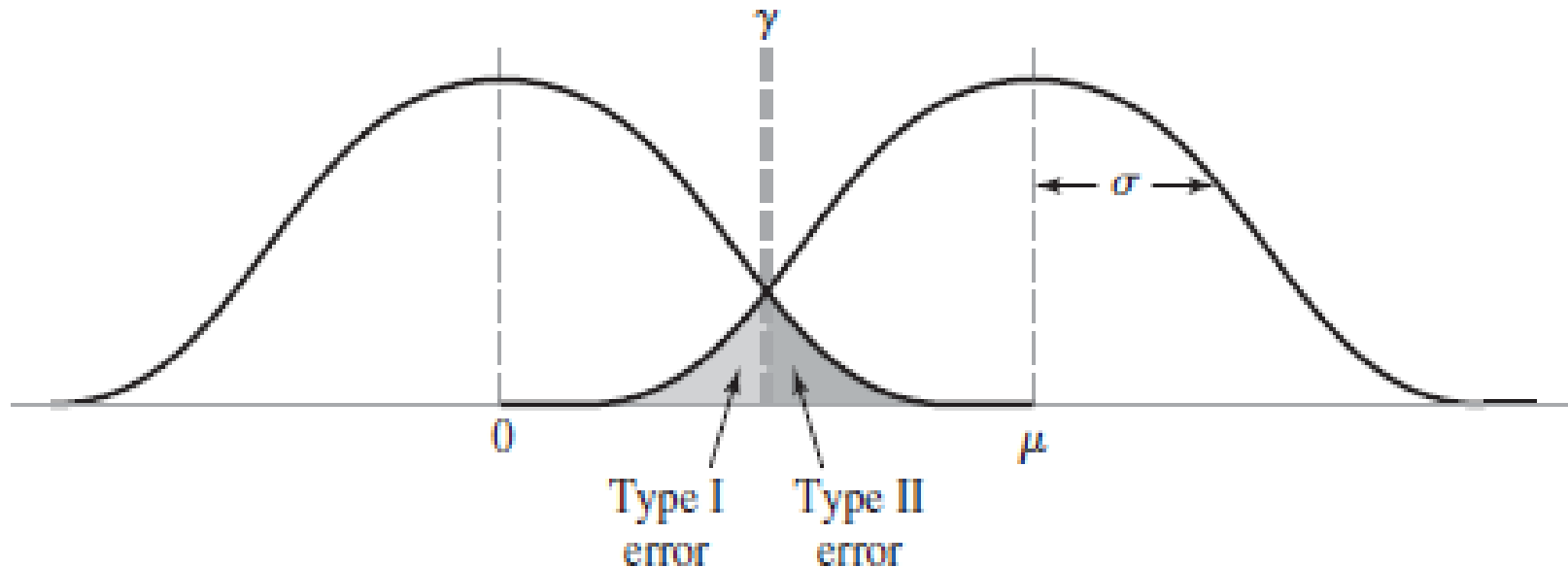
10. Kinerja BER (5)

- Bila sebuah 0 telah dikirimkan, **peluang sebuah error type II** adalah:

$$P[1 \text{ diputuskan} | H_0] = P[Y > \gamma | H_0]$$

$$P[Y > \gamma | H_0] = Q\left(\frac{\gamma}{\sigma}\right)$$

- Daerah peluang terkait dengan error type I dan type II:



10. Kinerja BER (6)

- Peluang error gabungan:

$$P_e = P[Y < \gamma | H_1] \cdot P[H_1] + P[Y > \gamma | H_0] \cdot P[H_0]$$

- Dimana $P[H_i]$ adalah probabilitas “a priori” bahwa 0 atau 1 ditransmisikan.
- Apabila bit-bit yang ditransmisikan “equiprobable”, artinya

$$P[H_1] = P[H_0] = 0,5$$

- Sehingga probabilitas error rata-rata:

$$P_e = \frac{1}{2} Q\left(\frac{\mu - \gamma}{\sigma}\right) + \frac{1}{2} Q\left(\frac{\gamma}{\sigma}\right)$$

- Bila $P[\text{error type I}] = P[\text{error type II}]$, maka dipilih $\gamma = 0,5\mu$, sehingga probabilitas error rata-rata:

$$P_e = Q\left(\frac{\mu}{2\sigma}\right)$$

10. Kinerja BER (7)

- Dari paragraph 9:

$$E[N^2] = \sigma^2 = \frac{N_0 T}{2}$$

- Persamaan transmisi binary PAM, transmisi on-off:

$$s(t) = A \sum_{k=0}^{\infty} b_k h(t - kT),$$

- Dengan asumsi bahwa bit 0 dan bit 1 adalah “equally likely”, maka energi per bit rata-rata:

$$E_b = E \left[\int_0^T |s(t)|^2 dt \right] = A^2 E[b^2] \int_0^T |h(t)|^2 dt$$

$$E_b = A^2 \left\{ \frac{1}{2} 0 + \frac{1}{2} 1 \right\} T = \frac{A^2 T}{2} \rightarrow \rightarrow A = \sqrt{\frac{2E_b}{T}}$$

10. Kinerja BER (8)

- Dengan nilai:

$$\sigma = \sqrt{\frac{N_0 T}{2}} \text{ dan } \mu = AT = \sqrt{\frac{2E_b}{T}} T = \sqrt{2E_b T}$$

- Untuk transmisi on-off (unipolar NRZ), probabilitas error:

$$P_e^{on-off} = Q\left(\frac{\mu}{2\sigma}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b T}{2N_0 T}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$$

- Untuk transmisi polar NRZ (bipolar), dengan tegangan $A/2$ dan $-A/2$, dan threshold $\gamma = 0$, energi per bit rata-rata $E_b = A^2 T / 4$, maka probabilitas error:

$$P_e^{bipolar} = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$$

Alphabet Greek

A	α	Alpha		I	ι	Iota		P	ρ	Rho
B	β	Beta		K	κ	Kappa		Σ	σ	Sigma
Γ	γ	Gamma		Λ	λ	Lambda		T	τ	Tau
Δ	δ	Delta		M	μ	Mu		Y	υ	Upsilon
E	ε	Epsilon		N	ν	Nu		Φ	ϕ	Phi
Z	ζ	Zeta		Ξ	ξ	Xi		X	χ	Chi
H	η	Eta		O	\omicron	Omicron		Ψ	ψ	Psi
H	θ	Theta		Π	π	Pi		Ω	ω	omega

Referensi:

1. Bernard Sklar, Digital Communications Fundamentals and Applications, 2nd Edition, Pearson, 2014. Chapter 2.
2. Simon Haykin, Michael Moher, Introduction to Analog & Digital Communications, 2nd Edition, Wiley, 2007. Chapter 6.
3. Simon Haykin, Michael Moher, Communication Systems, 5th Edition, Wiley, 2009. Chapter 8.

- **Transmisi Digital Baseband**
- **Selesai**