Integral tak wajar

Integral riil $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cos ax \, dx$ atau $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \sin ax \, dx$, dapat diselesaikan dengan metode residu dengan syarat:

1. Batas integral dari $-\infty$ dan ∞
2. Selisih pangkat tertinggi penyebut dengan pangkat tertinggi pembilang sekurang-kurangnya adalah 1.
3. Fungsi $f(x)$ tidak mengandung titik singular pada sumbu riil.

Jika ketiga syarat terpenuhi dilanjutkan dengan menghitung

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{iax} f(x) \, dx$$

Setelah $\int_{-\infty}^{\infty} e^{iax} f(x) \, dx$ dihitung, maka:

1. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cos ax \, dx$ adalah bagian riil dari $\int_{-\infty}^{\infty} e^{iax} f(x) \, dx$
2. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \sin ax \, dx$ adalah bagian imajiner dari $\int_{-\infty}^{\infty} e^{iax} f(x) \, dx$

Integra tentu

Bentuk integral tentu yang dapat dihitung dengan metode residu adalah bentuk:

$$\int_{-\pi+h}^{\pi+h} f(\cos\theta, \sin\theta) \, d\theta$$

Dengan $f(\cos\theta, \sin\theta)$ analitik pada θ dari $-\pi$ sampai π

Dengan substitusi:

$$\cos\theta = \frac{z + \frac{1}{z}}{2} \qquad \sin = \frac{z - \frac{1}{z}}{2i} \qquad d\theta = \frac{1}{iz} dz$$

$$\int_{-\pi+h}^{\pi+h} f(\cos\theta, \sin\theta) \, d\theta = \oint_C f\left(\frac{z+\frac{1}{z}}{2}, \frac{z-\frac{1}{z}}{2i}\right) \frac{1}{iz} \, dz$$

Dengan C lintasan tertutup $|z| = 1$ arah berlawanan jarum jam.