TE-01-01 TE-01-02

Kode Mata Kuliah TEA3113

# REKAYASA TRAFIK

## Distribusi Engset dan Binomial

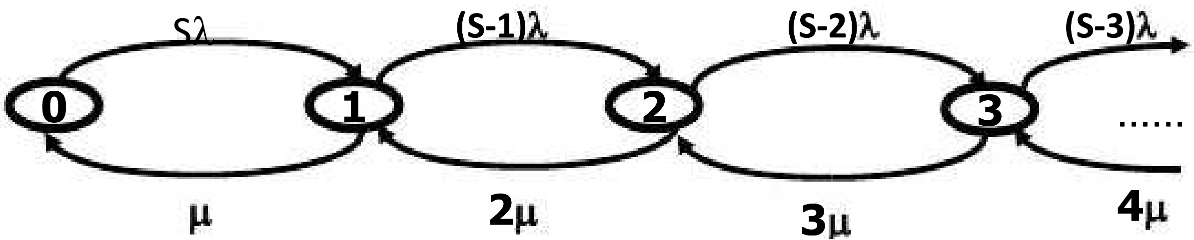
Risdilah Mimma Untsa, S.ST, M.T

082134018586

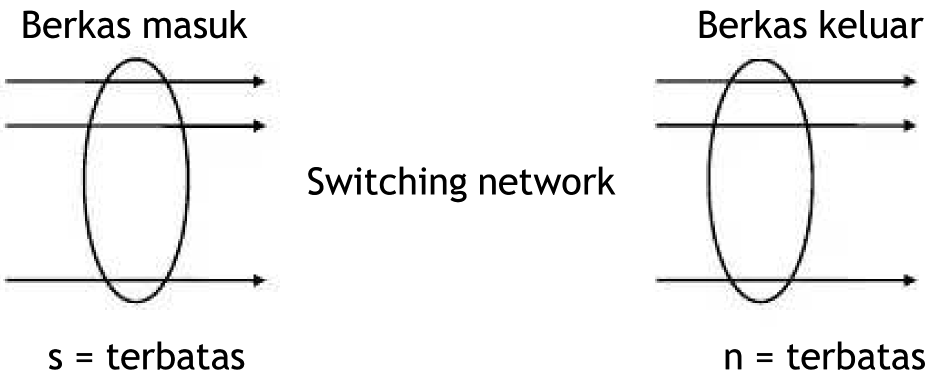
Risdilah.untsa@ittelkom-sby.ac.id

# DISTRIBUSI ENGSET & BINOMIAL (BERNOULLI)

- Untuk sumber panggilan yang ***tak terhingga*** (besar) dan berkas saluran yang menampung juga ***tak terhingga*** (besar) akan didapat distribusi Poisson
- Untuk sumber panggilan yang terbatas dan berkas saluran yang menampung ***terbatas*** akan didapat distribusi Engset atau Binomial (Bernoulli), tergantung atas berkas saluran yang menampung tersebut lebih kecil atau minimum sama dengan berkas saluran sumber panggilan
- Bila S dan N terbatas, maka
  - Bila $S > N$, didapat distribusi Engset
  - Bila $S \leq N$, didapat distribusi Binomial (Bernoulli)
- Diagram transisi kondisinya



# Model Engset



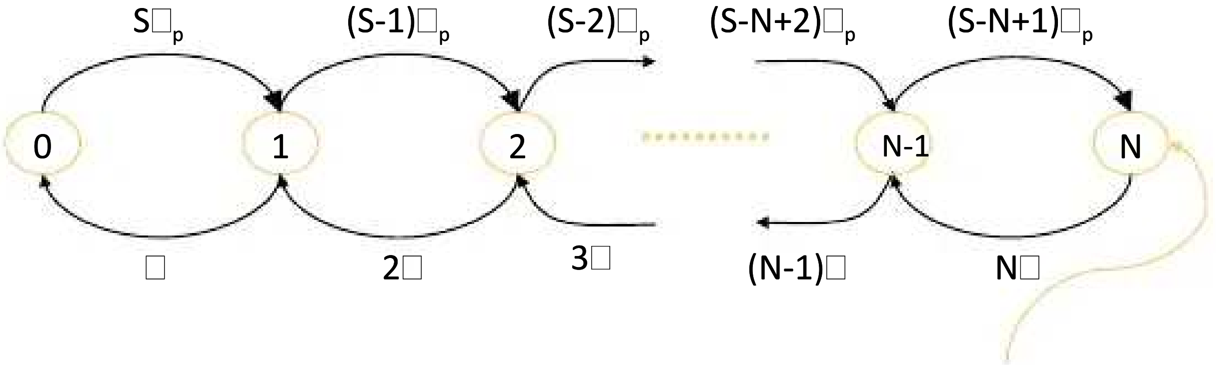

Persamaan Engset mirip dengan formula Erlang B, tetapi terdapat satu perbedaan yaitu jumlah pemanggil (panggilan) yang terbatas, jadi persamaan engset digunakan ketika jumlah populasi kecil (kurang dari 200). Untuk populasi yang besar, persamaan engset dan erlang B memberikan hasil yang sama ( buktikan !)

# Asumsi Model Engset

- Model Engset berdasarkan pada asumsi berikut :
  - Jumlah sumber yang terbatas
  - Pola kedatangan trafik yang terbatas
  - Panggilan yang ditolak dihilangkan (block calls cleared)
  - Waktu antara datangnya panggilan untuk setiap *satu sumber panggilan yang bebas* mempunyai distribusi eksponensial negatif dengan harga rata-rata=1/$\square_p$
  - Laju datanganya panggilan dari satu sumber panggilan yang bebas= $\square_p$
  - Holding time terdistribusi eksponensial

# Distribusi Engset dan Binomial

- Diagram transisi kondisi




Berakhir pada kondisi N
atau S bila S < N

# Distribusi Engset dan Binomial

- Persamaan kesetimbangan
  - (S-n)$\square_p$.P(n)=(n+1).$\square$.P(n+1), untuk n=0,1,2,…,(N-1) atau S-1)
  - Untuk n=0 : S$\square_p$.P(0)=$\square$.P(1)
    - P(1)=S.($\square^p$/$\square$).P(0)
  - Untuk n=1 : (S-1)$\square_p$.P(1)=2.$\square$.P(2)
    - P(2)=S(S-1)($\square_p$/$\square$)$^2$.(1/2).P(0)
  - Untuk n=2 : (S-2)$\square_p$.P(2)=3.$\square$.P(3)
    - P(3)=S(S-1)(S-2)($\square_p$/$\square$)$^3$.(1/3.2.1).P(0)
  - Akhirnya diperoleh :

P(n)={(S!/n!(S-n)!).($\square_p$/$\square$)n.P(0)}

Rumus ini berlaku untuk Engset maupun Binomial

# PERSAMAAN KESETIMBANGAN

- $(S-n)\lambda.P(n) = (n+1)\mu.P(n+1)$
  - n = 0, 1, …, (N-1 atau S-1)
- Didapat $P(n) = \frac{S!}{n!(S-n)!}.\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n .P(0)$
- Untuk Engset (S > N): $P(n) = \binom{S}{n}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P(0)$
- Aturan probabilitas: $P(0) = \frac{1}{\sum_{j=0}^{N}\binom{S}{j}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^j}$
- Sehingga: $P(n) = \frac{\binom{S}{n}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n}{\sum_{j=0}^{N}\binom{S}{j}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^j}$

# Atau Formula Engset dpt dituliskan :

$$P(i) = \frac{\frac{A^N}{N!} \cdot \frac{s!}{(s-N)!}}{\sum_{i=0}^{N} \frac{A^i}{i!} \cdot \frac{s!}{(s-i)!}}$$

- where
- *A* = offered traffic intensity in erlangs, from all sources
- *S* = number of sources of traffic
- *N* = number of circuits in group
- *P*(*b*) = probability of blocking or congestion

# Distribusi Engset dan Binomial

- Bila n=N , maka P(N) merupakan probabilitas semua saluran sibuk (Kongesti waktu) = Probabilitas kondisi N

- Kongesti panggilan : jumlah panggilan yang ditolak dibagi dengan jumlah seluruh panggilan yang datang

- Jumlah panggilan yang ditolak (dlm. 1 jam) :

  $(S-N)\square^{p}.P(N)$

- Jumlah seluruh panggilan yang datang (dalam 1 jam) :

  $$\sum_{j=0}^{N} (S-j)\square^{p}.P(j)$$

# PERSAMAAN KESETIMBANGAN

- P(N) adalah probabilitas semua saluran sibuk (time congestion) = probabilitas kondisi N

- Call congestion:

$$R(N) = \frac{(S-N)\dfrac{S!}{(S-N)!\,N!}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^N}{\sum_{j=0}^{N}(S-j)\dfrac{S!}{(S-j)!\,j!}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^j} = \frac{\dbinom{S-1}{N}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^N}{\sum_{i=0}^{N}\dbinom{S-1}{i}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^i}$$

- Bila jumlah sumber tak berhingga, P(N) = R(N)

# Distribusi Engset dan Binomial

- Modifikasi rumus Engset R(N) agar mengandung parameter trafik yang ditawarkan (A) dan B (=kongesti panggilan=R(N))

- Mencari A:
  - Asumsi : trafik merata pada semua sumber panggilan S, maka bila
    - a=trafik yang ditawarkan per sumber panggilan
    - A=trafik total dari sumber panggilan yang berjumlah S. Jadi A = aS

    - p=trafik yang dimuat di berkas keluar yang berasal dari satu sumber panggilan (bagian waktu dimana sumber panggilan termaksud sibuk atau menduduki saluran)
    - (1-p) = bagian waktu dimana suatu sumber panggilan bebas (dan yang hanya dalam waktu ini saja sumber panggilan termaksud dapat memberikan kecepatan kedatangan panggilan sebesar $\lambda_p$)

Yayasan Pendidikan Telkom
Telkom Indonesia
#ArekITTelkom Bangga

# SOAL

- Cari harga trafik yang ditawarkan yang berasal dari populasi sebesar S dalam sistem Engset
- Misalkan a = trafik yang ditawarkan per sumber panggilan dan B = call congestion, A=aS
  - Maka p =y= a(1-B)

$$\frac{\lambda}{\mu} = \frac{a}{1-p} = \frac{a}{1-a(1-B)} = \frac{\frac{A}{S}}{1-\frac{A}{S}(1-B)}$$

$$\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)S = A\left(1+(1-B)\frac{\lambda}{\mu}\right) \Rightarrow A = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)S}{1+(1-B)\frac{\lambda}{\mu}}$$

ITTelkom Surabaya
Solution for The Nation

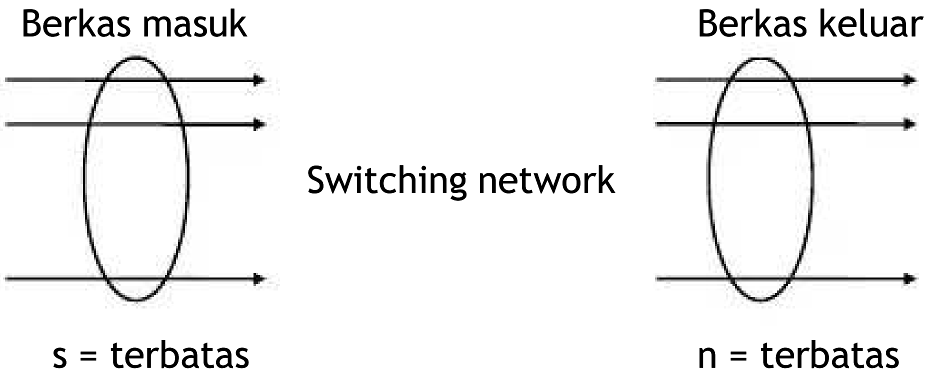
# Distribusi Engset dan Binomial

- Sekarang dapat ditulis

$$B = \frac{\binom{S-1}{N}\left(\dfrac{A/S}{1-\frac{A}{S}(1-B)}\right)^{N}}{\sum_{i=0}^{N}\binom{S-1}{i}\left(\dfrac{A/S}{1-\frac{A}{S}(1-B)}\right)^{i}}$$

- Kita lihat di suku kiri ada R(N) dan di suku kanan ada B, padahal R(N)=B, maka perhitungan harus dilakukan secara iterasi
- Ada 4 besaran : A,S,N, dan B (=R(N))
  - Bila A,S,N diketahui, B dapat dihitung (iterasi)
  - Bila A,S,B diketahui, N dapat dihitung (iterasi)
- Sudah ditabelkan

# Model binomial



# BINOMIAL (BERNOULLI)

- Untuk Binomial (S ≤ N)
- Dalam hal ini tidak ada kehilangan trafik
- $$P(n) = \binom{S}{n}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{n} .P(0)$$
- Persamaan normal: $$P(0) = \frac{1}{\sum_{j=0}^{S}\binom{S}{j}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{j}}$$
  - Call congestion

# Distribusi Engset dan Binomial

$$P(n)= \binom{S}{n} \square^{n}(1-\square)^{S-n}$$

- Dimana $\square = (\square_p/\square)/(1+(\square_p/\square))$
- Rumus P(n) di atas dapat dianggap sebagai rumus umum
  - Dapat menjadi Erlang,Engset ataupun Binomial, tergantung besarnya S
- Pada rumus binomial di atas tidak ada trafik yang ditolak, tetapi ada yang menggunakan rumus binomial untuk kasus S > N sehingga akan ada trafik yang ditolak
  - Bisa dilakukan bila S tidak begitu besar dibandingkan N

# SOAL

- Bandingkan beberapa distribusi
  - Poisson
  - Erlang
  - Binomial
  - Engset
- Dalam hal
  - Jumlah sumber panggilan
  - Jumlah saluran
  - Koefisien kelahiran dan kematian
  - Diagram transisi dan kondisi
  - Probabilitas n saluran sibuk
  - Probabilitas blocking