#### Antena dan Propagasi (TTH3G3)



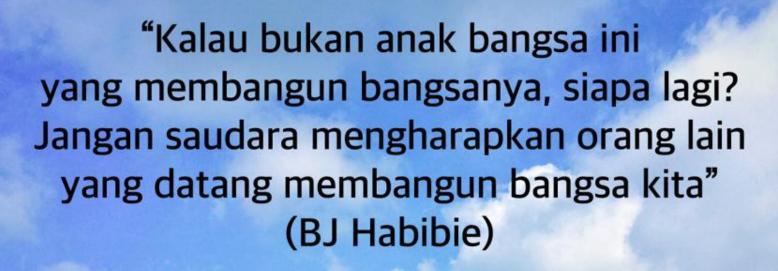
Dosen:

Yussi Perdana Saputera, ST., MT.

Modul ke 3

#### **IMPEDANSI ANTENA**

Prodi S1 Teknik Telekomunikasi Fakultas Teknik Elektro Universitas Telkom 2020







# Modul 3 Impedansi Antena

- A. Pendahuluan
- B. Impedansi Antena Linear Tipis
- C. Impedansi Gandeng Antar 2 Antena
- D. Pengaruh Tanah
- E. Impedansi Susunan n-Elemen Identik
- F. Transformasi Impedansi
- Lampiran Tabel

# Impedansi Antena



Jika sebuah antena memiliki impedansi yang berbeda jauh dengan saluran transmisi dan atau dengan pemancarnya, maka antena tersebut tidak akan bekerja dengan maksimal. Berikut contoh kabel saluran transmisi.

Nilai impedansi antena harus dibuat sama dengan nilai impedansi saluran transmisi. Ketika nilai impedansi masukan sama dengan impedansi karakteristik, maka kondisi matching akan terpenuhi. Suatu keadaan disebut matching apabila gelombang yang ditransmisikan dari saluran transmisi ke antena dapat diteruskan seluruhnya dan tidak ada gelombang yang dipantulkan kembali. Saluran transmisi biasanya memiliki nilai hambatan 50  $\Omega$  atau 75  $\Omega$ .

# Impedansi Antena



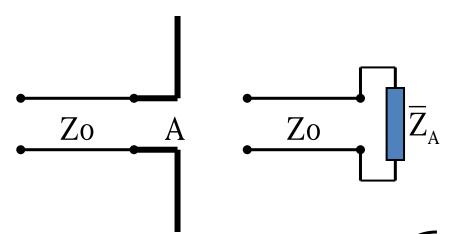
Impedansi memang bersifat menghamat, akan tetapi ini membuat amplifier/receiver harus bekerja ekstra untuk menghasilkan tegangan yang diinginkan. Sebaiknya, impedansi pada perangkat lebih baik berukuran kecil sehingga akan makin banyak daya yang dialirkan sehingga suara yang dihasilkan juga semakin bagus.

Akan tetapi, jika impedansi terlalu kecil, maka tegangan yang dihasilkan akan semakin besar (sesuai hokum Kirchoff) dan hal ini akan dapat membuat perangkat audio mejadi rusak

Impedansi pada dasarnya adalah gabungan dari segala jenis hambatan pada sinyal langsung dari sebuah aliran listrk, seperti resistansi, reaktansi, capasitansi dan seluruh factor mekanikal yang menimbulkan hambatan dari transfer energy dalam sebuah system Impedansi adalah hambatan pada arus AC dan resistansi merupakan hambatan untuk arus DC. Lambang impedansi adalah Z sedangkan resistansi dilambangkan oleh R. Akan tetapi, satuan keduanya adalah OHM.

#### A. Pendahuluan





 Dari sisi saluran transmisi, antena dipandang sebagai jaringan 2 terminal yang disebut sebagai impedansi terminal / titik catu

#### Impedansi antena

Impedansi sendiri +Impedansi gandeng

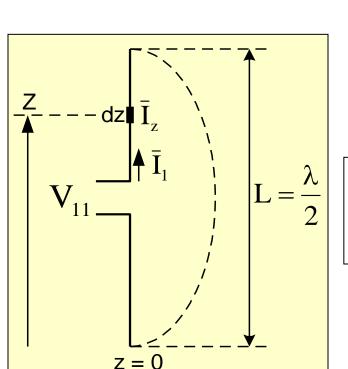
- Impedansi Sendiri
  Jika antena terisolasi dari
  keadaan sekelilingnya
- Impedansi Gandeng
   Jika terdapat 'benda-benda'
   lain di sekitar antena dan
   mempengaruhi antena

#### A. Pendahuluan

#### Metoda EMF Induksi



Distribusi arus sinusoidal



$$\bar{I}_z = \bar{I}_1 \sin \beta z$$



•  $V_{11}$  dipasang pada terminal menyebabkan arus  $I_z$  pada dz

$$Z_{1z} = \frac{V_{11}}{I_z}$$

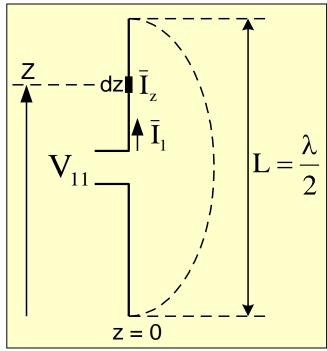
- Arus  $I_z$  menghasilkan  $E_z$  dan  $E_z$  menginduksikan  $E_{zi}$  kembali pada konduktor tersebut. Dari sinilah konsep **impedansi sendiri** bermula.
- Dipenuhi syarat batas bagi konduktor sempurna, dan medan total pada konduktor sempurna :

$$E_{zt} = E_z + E_{zi} = 0$$

Sehingga,

$$E_{zi} = -E_{z}$$





Tegangan yang diinduksikan pada dz,

$$dV_z = E_{zi}dz = -E_zdz$$

dV<sub>z</sub> akan menyebabkan arus dI<sub>1</sub> pada terminal jika antena dihubung singkat, sehingga impedansi transfer :

$$Z_{z1} = \frac{dV_z}{dI_1}$$

• Berlaku juga **Hukum Resiprositas Carson**, sehingga kita dapat menuliskan :

$$\bar{I}_z = \bar{I}_1 \sin \beta z$$



Hal ini berarti bahwa,

Impedansi yang dilihat dari sisi tegangan V<sub>11</sub> <u>sama dengan</u> Impedansi yang dilihat dari sisi tegangan induksi

$$Z_{z1} = Z_{1z} \Rightarrow \frac{V_{11}}{I_z} = \frac{dV_z}{dI_1} = -\frac{E_z dz}{dI_1}$$

sehingga,

$$V_{11}dI_1 = -I_zE_zdz$$

...... Pers. (1)



 $\begin{array}{c|c}
\hline Z & --- dz & \bar{I}_z \\
\hline V_{11} & & \\
\hline z & 0
\end{array}$   $\begin{array}{c|c}
\hline L & = \frac{\lambda}{2} \\
\hline L & = \frac{\lambda}{2} \\
\hline
\end{array}$ 

Mari sekarang kita definisikan yang dimaksud dengan *Impedansi Sendiri*.

• Lihat gambar di samping!, dan karena sifatnya yang konstan dan tidak tergantung pada besarnya I<sub>1</sub>, maka impedansi sendiri dapat dinyatakan sbb:

$$Z_{11} = \frac{V_{11}}{I_1} = \frac{dV_{11}}{dI_1}$$

• Sehingga dapat dituliskan,

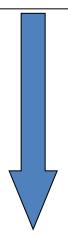
Pers. (1) 
$$V_{11}dI_{1} = -I_{z}E_{z}dz$$

$$V_{11}dI_{1} = I_{1}dV_{11}$$
..... Pers. (2)
$$dV_{11} = -\frac{I_{z}E_{z}}{I_{1}}dz \qquad V_{11} = -\frac{1}{I_{1}}\int_{0}^{L}I_{z}E_{z}dz$$

$$Z_{11} = \frac{V_{11}}{I_1} = -\frac{1}{I_1^2} \int_0^L I_z E_z dz$$

#### Impedansi sendiri,

$$Z_{11} = \frac{V_{11}}{I_1} = -\frac{1}{I_1^2} \int_0^L I_z E_z dz$$



- E<sub>z</sub> adalah komponen medan listrik diarah z yang dihasilkan oleh arus antena sendiri ( **medan sendiri** ) selanjutnya dapat dinotasikan sebagai  $E_{11}$  (  $E_z = E_{11}$ )
- Arus I<sub>z</sub> dapat dinotasikan,  $I_z = I_1 \sin \beta z$

$$Z_{11} = -\frac{1}{I_1} \int_0^L E_{11}.\sin\beta z.dz \qquad \begin{array}{l} E_{11} \text{ dapat dihitung dengan Hukum} \\ \text{Maxwell,} \\ \vec{E} = -\vec{\nabla}V - j\omega\vec{A} \end{array}$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V - j\omega\vec{A}$$

Jika E<sub>11</sub> diketahui, maka Z<sub>11</sub> dapat dihitung !!

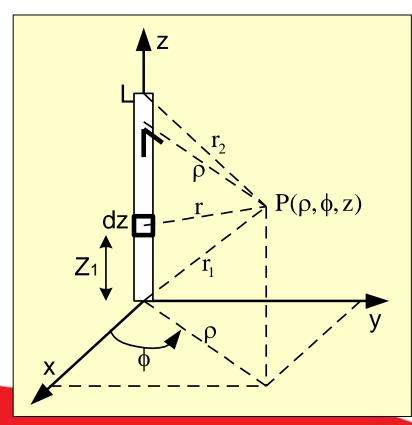
#### Telkom University

#### Menghitung Medan Sendiri

**Asumsi**: • Medan listrik memiliki komponen kearah - z,

• L kelipatan dari 
$$\frac{\lambda}{2} \Rightarrow L = n \frac{\lambda}{2} \Big|_{\text{n integ}}$$

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} - j\omega A_z$$



Terlebih dahulu dicari V dan A untuk menghitung  $E_z$ 

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \frac{\rho_v}{r} dv$$



$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint \frac{J}{r} dv$$



$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{\rho_L}{r} dz_1$$

$$A_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^L \frac{I_{z1}}{r} dz_1$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{\rho_L}{r} dz_1 \left[ A_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^L \frac{I_{z1}}{r} dz_1 \right]$$

$$A_{z} = \frac{\mu_{0}}{4\pi} \int_{0}^{L} \frac{I_{z1}}{r} dz_{1}$$

Hukum kontinuitas, • Arus dan rapat arus,

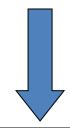
$$\rho_{\rm L} = - \! \int \! \frac{\partial I_{z1}}{\partial z1} \! dt$$

$$I_{z1} = I_1 \sin \beta z_1 e^{j\omega \left(t - \frac{r}{c}\right)}$$

$$\rho_{L} = -\int \frac{\partial I_{z1}}{\partial z1} dt \qquad \qquad \boxed{I_{z1} = I_{1} \sin \beta z_{1}.e^{j\omega \left(t - \frac{r}{c}\right)}} \\ \rho_{L} = \frac{j\beta I_{1}}{\omega} \cos \beta z_{1}.e^{j\omega \left(t - \frac{r}{c}\right)} \\ \log n \frac{\beta}{\omega} = \frac{1}{c}$$

$$V = j \frac{I_1 e^{j\omega t}}{4\pi\epsilon_0 c} \int_0^L \frac{\cos\beta z_1 e^{-j\beta r}}{r} dz_1$$

$$V = j \frac{I_1 e^{j\omega t}}{4\pi\epsilon_0 c} \int\limits_0^L \frac{\cos\beta z_1.e^{-j\beta r}}{r} dz_1 \left[ -A_z = \frac{\mu_0 I_1 e^{j\omega t}}{4\pi} \int\limits_0^L \frac{\sin\beta z_1.e^{-j\beta r}}{r} dz_1 \right]$$



**Identitas Euler,** 

$$\cos \beta z_{1} = \frac{1}{2} \left( e^{j\beta z_{1}} + e^{-j\beta z_{1}} \right) \quad \mathbf{dan} \quad \sin \beta z_{1} = \frac{1}{2j} \left( e^{j\beta z_{1}} - e^{-j\beta z_{1}} \right)$$

$$\sin \beta z_1 = \frac{1}{2j} \left( e^{j\beta z_1} - e^{-j\beta z_1} \right)$$

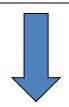
$$V = j \frac{I_1 e^{j\omega t}}{8\pi\epsilon_0 c} \int_0^L \frac{e^{-j\beta(z_1+r)} + e^{j\beta(z_1-r)}}{r} dz_1$$

$$V = j \frac{I_1 e^{j\omega t}}{8\pi\epsilon_0 c} \int_0^L \frac{e^{-j\beta(z_1 + r)} + e^{j\beta(z_1 - r)}}{r} dz_1 \qquad A_z = j \frac{\mu_0 I_1 e^{j\omega t}}{8\pi} \int_0^L \frac{e^{-j\beta(z_1 + r)} - e^{j\beta(z_1 + r)}}{r} dz_1$$



$$V = j \frac{I_1 e^{j\omega t}}{8\pi\epsilon_0 c} \int\limits_0^L \frac{e^{-j\beta(z_1 + r)} + e^{j\beta(z_1 - r)}}{r} dz_1 \\ A_z = j \frac{\mu_0 I_1 e^{j\omega t}}{8\pi} \int\limits_0^L \frac{e^{-j\beta(z_1 + r)} - e^{j\beta(z_1 + r)}}{r} dz_1 \\ A_z = j \frac{\mu_0 I_1 e^{j\omega t}}{8\pi} \int\limits_0^L \frac{e^{-j\beta(z_1 + r)} - e^{j\beta(z_1 + r)}}{r} dz_1 \\ A_z = j \frac{\mu_0 I_1 e^{j\omega t}}{8\pi} \int\limits_0^L \frac{e^{-j\beta(z_1 + r)} - e^{j\beta(z_1 + r)}}{r} dz_1 \\ A_z = j \frac{\mu_0 I_1 e^{j\omega t}}{8\pi} \int\limits_0^L \frac{e^{-j\beta(z_1 + r)} - e^{j\beta(z_1 + r)}}{r} dz_1 \\ A_z = j \frac{\mu_0 I_1 e^{j\omega t}}{8\pi} \int\limits_0^L \frac{e^{-j\beta(z_1 + r)} - e^{j\beta(z_1 + r)}}{r} dz_1 \\ A_z = j \frac{\mu_0 I_1 e^{j\omega t}}{8\pi} \int\limits_0^L \frac{e^{-j\beta(z_1 + r)} - e^{j\beta(z_1 + r)}}{r} dz_1 \\ A_z = j \frac{\mu_0 I_1 e^{j\omega t}}{8\pi} \int\limits_0^L \frac{e^{-j\beta(z_1 + r)} - e^{j\beta(z_1 + r)}}{r} dz_1 \\ A_z = j \frac{\mu_0 I_1 e^{j\omega t}}{8\pi} \int\limits_0^L \frac{e^{-j\beta(z_1 + r)} - e^{j\beta(z_1 + r)}}{r} dz_1 \\ A_z = j \frac{\mu_0 I_1 e^{j\omega t}}{8\pi} \int\limits_0^L \frac{e^{-j\beta(z_1 + r)} - e^{j\beta(z_1 + r)}}{r} dz_1 \\ A_z = j \frac{\mu_0 I_1 e^{j\omega t}}{8\pi} \int\limits_0^L \frac{e^{-j\beta(z_1 + r)} - e^{j\beta(z_1 + r)}}{r} dz_1 \\ A_z = j \frac{\mu_0 I_1 e^{j\omega t}}{8\pi} \int\limits_0^L \frac{e^{-j\beta(z_1 + r)} - e^{j\beta(z_1 + r)}}{r} dz_1 \\ A_z = j \frac{\mu_0 I_1 e^{j\omega t}}{8\pi} \int\limits_0^L \frac{e^{-j\beta(z_1 + r)} - e^{j\beta(z_1 + r)}}{r} dz_1 \\ A_z = j \frac{\mu_0 I_1 e^{j\omega t}}{8\pi} \int\limits_0^L \frac{e^{-j\beta(z_1 + r)} - e^{j\beta(z_1 + r)}}{r} dz_1 \\ A_z = j \frac{\mu_0 I_1 e^{j\omega t}}{8\pi} \int\limits_0^L \frac{e^{-j\beta(z_1 + r)} - e^{j\beta(z_1 + r)}}{r} dz_1 \\ A_z = j \frac{\mu_0 I_1 e^{j\omega t}}{8\pi} \int\limits_0^L \frac{e^{-j\beta(z_1 + r)} - e^{j\beta(z_1 + r)}}{r} dz_2 \\ A_z = j \frac{\mu_0 I_1 e^{j\omega t}}{8\pi} \int\limits_0^L \frac{e^{-j\beta(z_1 + r)}}{r} dz_2 \\ A_z = j \frac{\mu_0 I_1 e^{j\omega t}}{8\pi} \int\limits_0^L \frac{e^{-j\beta(z_1 + r)}}{r} dz_2 \\ A_z = j \frac{\mu_0 I_1 e^{j\omega t}}{8\pi} \int\limits_0^L \frac{e^{-j\beta(z_1 + r)}}{r} dz_2 \\ A_z = j \frac{\mu_0 I_1 e^{j\omega t}}{8\pi} \int\limits_0^L \frac{e^{-j\beta(z_1 + r)}}{r} dz_2 \\ A_z = j \frac{\mu_0 I_1 e^{j\omega t}}{8\pi} \int\limits_0^L \frac{e^{-j\beta(z_1 + r)}}{r} dz_2 \\ A_z = j \frac{\mu_0 I_1 e^{j\omega t}}{8\pi} \int\limits_0^L \frac{e^{-j\beta(z_1 + r)}}{r} dz_2$$

$$A_{z} = j \frac{\mu_{0} I_{1} e^{j\omega t}}{8\pi} \int_{0}^{L} \frac{e^{-j\beta(z_{1}+r)} - e^{j\beta(z_{1}+r)}}{r} dz$$



• Medan listrik dapat dihitung dari persamaan:

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} - j\omega A_z$$

$$E_{z} = -j \frac{I_{1} e^{j\omega t}}{4\pi\epsilon_{0} c} \left[ \frac{e^{-j\beta r_{1}}}{r_{1}} + \frac{e^{-j\beta r_{2}}}{r_{2}} \right]$$
 Buktikan !!



• Dengan,

$$r = \sqrt{\rho^{2} + (z - z_{1})^{2}} \; ; \; r_{1} = \sqrt{\rho^{2} + z^{2}} \; ; \; r_{2} = \sqrt{\rho^{2} + (L - z)^{2}}$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_{0}c} \approx \frac{120\pi}{4\pi} = 30 \quad \text{dan} \quad \left| e^{j\omega t} \right| = 1$$

$$\mathbf{E}_{z} = -\mathbf{j}30.\mathbf{I}_{1} \begin{bmatrix} e^{-\mathbf{j}\beta r_{1}} + e^{-\mathbf{j}\beta r_{2}} \\ r_{1} & r_{2} \end{bmatrix}$$



$$E_{z} = -j30.I_{1} \left[ \frac{e^{-j\beta r_{1}}}{r_{1}} + \frac{e^{-j\beta r_{2}}}{r_{2}} \right]$$



• Pada konduktor antena, jarak antena dengan titik observasi dibuat NOL:  $\mathbf{r_1} = \mathbf{z}$  dan  $\mathbf{r_2} = \mathbf{L} - \mathbf{z}$ 

$$E_{11} = E_z = -j30.I_1 \left[ \frac{e^{-j\beta z}}{z} + \frac{e^{-j\beta(L-z)}}{(L-z)} \right] \qquad \begin{array}{c} \text{Medan sendiri telah} \\ \text{didapatkan } !! \end{array}$$

• Selanjutnya kembali pada persamaan yang telah kita turunkan sebelumnya, untuk dapat menghitung Impedansi Sendiri!!

$$Z_{11} = -\frac{1}{I_1} \int_{0}^{L} E_{11} \cdot \sin \beta z dz$$

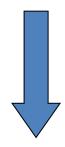
$$Z_{11} = j30 \int_{0}^{L} \left[ \frac{e^{-j\beta z}}{z} + \frac{e^{-j\beta(L-z)}}{L-z} \right] \sin \beta z dz$$





• Identitas Euler,  $\sin \beta z = \frac{1}{2i} \left( e^{j\beta z} - e^{-j\beta z} \right)$ 

$$Z_{11} = -15 \int_{0}^{L} \left[ \frac{\left( e^{-j2\beta z} - 1 \right)}{z} - \frac{e^{-j\beta L} \left( e^{j2\beta z} - 1 \right)}{L - z} \right] dz$$



$$Z_{11} = -15 \int_{0}^{L} \left[ \frac{\left( e^{-j2\beta z} - 1 \right)}{z} - \frac{\left( e^{j2\beta z} - 1 \right)}{L - z} \right] dz$$

$$Z_{11} = 15 \int_{0}^{L} \left[ \frac{\left( 1 - e^{-j2\beta z} \right)}{z} \right] dz + 15 \int_{0}^{L} \left[ \frac{\left( 1 - e^{j2\beta z} \right)}{L - z} \right] dz$$



$$Z_{11} = 15 \int_{0}^{L} \left[ \frac{\left(1 - e^{-j2\beta z}\right)}{z} \right] dz + 15 \int_{0}^{L} \left[ \frac{\left(1 - e^{j2\beta z}\right)}{L - z} \right] dz$$

$$\mathbf{suku} \ 1$$

$$\mathbf{suku} \ 2$$

#### Penyelesaian suku 1

Misalkan,

$$u = 2\beta z$$

$$u = 2\beta z$$
  $\Rightarrow du = 2\beta dz$ 

Batas 
$$z = L$$
  $\mathbf{a} = 2\beta L = 2\pi n$ 

Batas 
$$z = 0$$
  $\mathbf{a} = 0$ 

suku 1 = 
$$15 \int_{0}^{2\pi n} \left[ \frac{\left(1 - e^{-ju}\right)}{u} \right] du$$

#### Penyelesaian suku 2

Misalkan,

$$v = 2\beta(L - z)$$
  $\Rightarrow$   $dv = -2\beta dz$ 

Batas 
$$z = L$$
  $\Rightarrow$   $v = 0$ 

Batas 
$$z = 0$$
  $\Rightarrow$   $v = 2\beta L = 2\pi n$ 

suku 2 = 
$$-15 \int_{0}^{2\pi n} \left[ \frac{\left(1 - e^{-j(2\pi n - v)}\right)}{v} \right] dv$$

$$=15\int_{0}^{2\pi n} \left[\frac{\left(1-e^{-jv}\right)}{v}\right] dv$$



• Bentuk dan batas integral yang sama untuk penyelesaian kedua suku, sehingga impedansi sendiri dapat dituliskan sbb :

$$Z_{11} = 30 \int_{0}^{2\pi n} \frac{\left(1 - e^{-ju}\right)}{u} du$$



• Misal,

$$\omega = ju \Rightarrow d\omega = jdu \Rightarrow du = -jd\omega$$

$$Z_{11} = 30 \int_{0}^{2\pi n} \frac{(1 - e^{-\omega})}{\omega} d\omega = 30.\text{Ein}(j2\pi n)$$



- **Ein (jy)** adalah integral eksponensial
- Ein (jy) = Cin (y) + j Si (y)

Lihat definisi integral eksponensial pada Krauss hal 419!!



$$Z_{11} = R_{11} + jX_{11} = 30 \operatorname{Ein}(2\pi n)$$

$$= 30 \left[ \operatorname{Cin}(2\pi n) + j\operatorname{Si}(2\pi n) \right]$$

$$= 30 \left[ 0,577 + \ln(2\pi n) - \operatorname{Ci}(2\pi n) + j\operatorname{Si}(2\pi n) \right]$$



Impedansi Sendiri = (Resistansi Sendiri) + j (Reaktansi Sendiri) dimana,

Resistansi Sendiri =  $R_{11}$  = 30 Cin (2 $\pi$ n)

dan,

Reaktansi Sendiri =  $X_{11} = 30 \text{ Si } (2\pi n)$ 

Catatan:

Nilai-nilai Cin(x), Si(x) dapat dilihat pada **tabel** ataupun dilihat pada **grafik**!

#### Ingat asumsi semula....

- Arus sinusoidal L kelipatan ½λ



#### **Contoh:**

• Untuk **dipole**  $\frac{1}{2}\lambda$   $\Psi$  n=1

$$R_{11} = 30 \text{ Cin } (2\pi) = 73 \text{ ohm}$$
  
 $X_{11} = 30 \text{ Si } (2\pi) = 42,5 \text{ ohm}$ 

$$Z_{11} = (73 + j 42,5) \text{ ohm}$$

Terlihat bahwa dipole  $1/2\lambda$  memiliki sifat tidak resonan ( reaktansi  $\neq 0$  ), sehingga untuk membuatnya resonan harus dipotong (1-5)%. Tindakan ini akan membuatnya resonan, tetapi resistansi sendiri dengan sendirinya juga akan berkurang dari 73 ohm

• Untuk **dipole 3/2**  $\lambda$   $\Psi$  n = 3

$$R_{11} = 30 \text{ Cin } (6\pi) = 105,5 \text{ ohm}$$
  
 $X_{11} = 30 \text{ Si } (6\pi) = 45,5 \text{ ohm}$ 

$$Z_{11} = (105,5 + j 45,5) \text{ ohm}$$

Catatan:

- Reaktansi (  $n_{ganjil} \times 1/2\lambda$  ) selalu positif
- Untuk n >>, maka Si(2 $\pi$ n) menuju harga  $\pi/2$  , sedangkan R<sub>11</sub> akan naik



#### Impedansi Sendiri Dipole Dengan Panjang Sembarang

(dari Proc. IRE no. 32 April 1934)

$$R_{11} = 30 \left[ \frac{1 - \cot^2 \frac{\beta L}{2}}{Cin2\beta L} + 4\cot^2 \frac{\beta L}{2}Cin\beta L \right] + 2\cot \frac{\beta L}{2}(Si2\beta L - 2Si\beta L)$$

Untuk panjang  $L \ll (kecil \ sekali)$ , dari persamaan diatas direduksi menjadi:

$$R_{11} = 5(\beta L)^2$$





Jika antena ditempatkan di atas groundplane, dengan konduktivitas  $\sigma \rightarrow \infty$ , maka:

$$Z_{A} = \frac{1}{2} Z_{A(\text{dgn panjang2} \times \text{antenna tsb})}$$

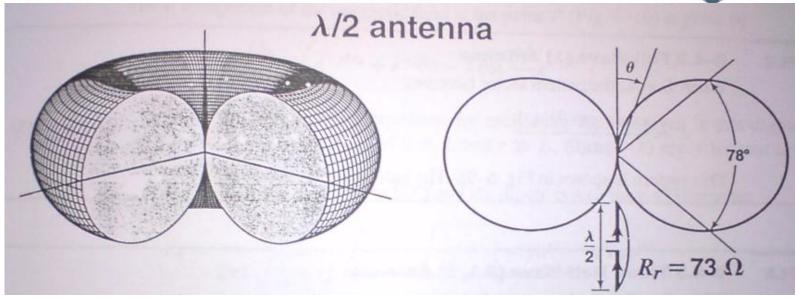
Struktur di atas disebut sebagai MONOPOLE!

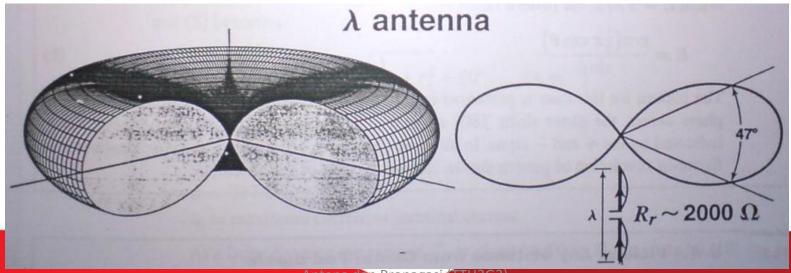
#### **Contoh:**

$$Z_{[\lambda/4]} = \frac{1}{2} \times Z_{[\lambda/2]} = (36,5 + j22,8)$$
 ohm

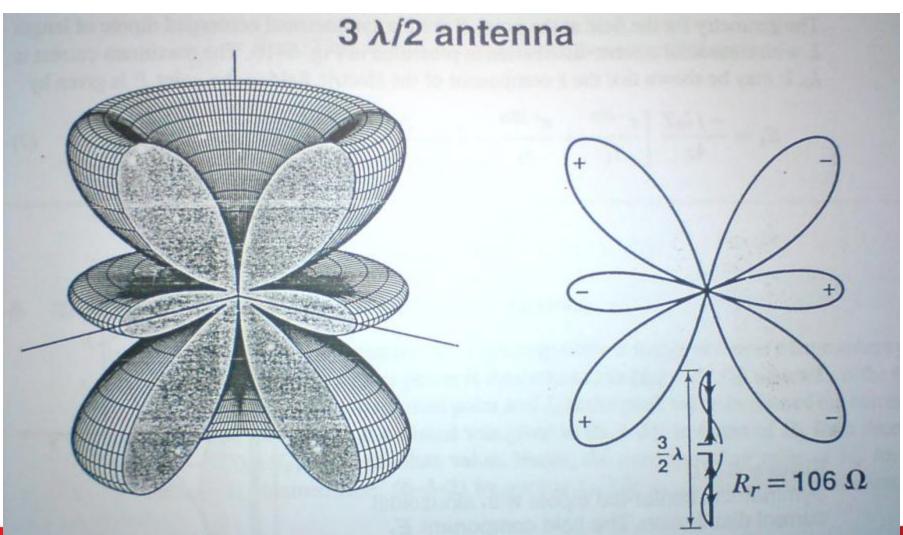
monopole  $\lambda/4$  di atas groundplane









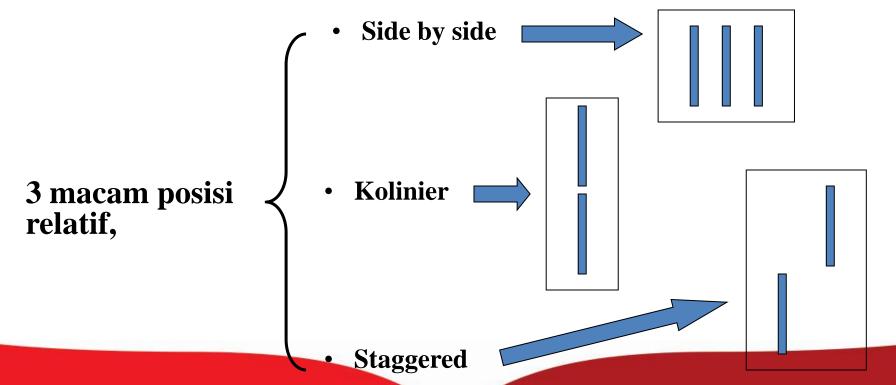




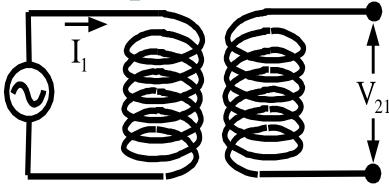
Impedansi gandeng / mutual terjadi jika terdapat 'benda-benda' (terutama konduktor) lain disekitar antena catu.

#### Tergantung kepada,

• Posisi relatif antara benda tersebut dengan antena tercatu



Konsep Dasar...

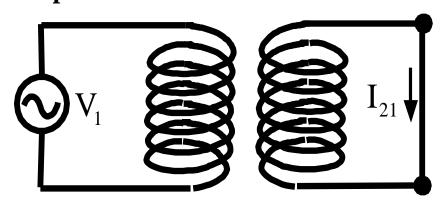


**Impedansi gandeng** suatu pasangan rangkaian di atas didefinisikan sebagai,

Negatif perbandingan emf induksi pada rangkaian sekunder terhadap arus primer, jika sekunder open circuit,

$$Z_{21} = -\frac{V_{21}}{I_1}$$

**Bedakan...** dengan konsep **impedansi transfer** di bawah ini...



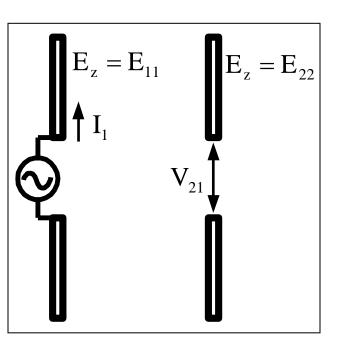
Pada impedansi transfer,

$$Z_{T21} = -\frac{V_1}{I_{21}}$$

dimana,

$$Z_{T21} \neq Z_{21}$$





Impedansi gandeng 2 antena identik paralel,

Negatif perbandingan tegangan induktif pada antena ekunder yang dibuka ( $Z_T = \infty$ ) terhadap arus primer yang menyebabkannya

Pada gambar di samping, arus primer  $I_1$  menginduksikan  $V_{21}$  pada antena-2 yang tidak dibebani

Impedansi gandeng dari pasangan antena di atas,

$$Z_{21} = -\frac{V_{21}}{I_1}$$

Hk. Resiprositas

$$Z_{21} = -\frac{V_{21}}{I_1} = -\frac{V_{12}}{I_2} = Z_{12}$$



#### Ingat konsep tegangan sendiri,

$$V_{11} = -\frac{1}{I_1} \int_{0}^{L} I_z E_z dz$$

V<sub>11</sub> adalah tegangan  $V_{11} = -\frac{1}{I_1} \int_{z}^{L} I_z E_z dz \begin{vmatrix} v_{11} & \text{default} & \text{tegangan} \\ \text{yang diinduksikan oleh} \\ \text{medan sendiri (medan} \end{vmatrix}$ yang dihasilkan oleh arus-nya sendiri)

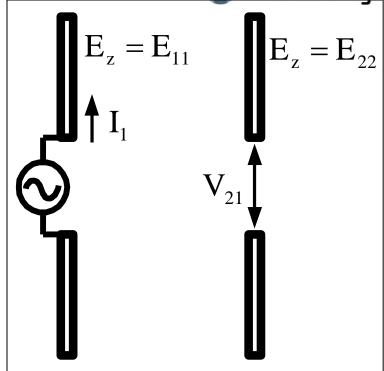
#### Pertanyaan,

**Bagaimana dengan V**<sub>21</sub> (tegangan pada antena-2 yang disebabkan arus pada antena-1)?

#### **Set kondisi:**

$$E_z = E_{21}$$
,  $V_{11} = -V21$ , dan  $I_1 = I_2$ 

$$V_{21} = \frac{1}{I_2} \int_{0}^{L} I_z E_{21} dz$$





$$V_{21} = \frac{1}{I_2} \int_{0}^{L} I_z E_{21} dz$$



$$I_z = I_2 \sin \beta z dz$$

$$I_z = I_2 \sin \beta z dz$$

$$V_{21} = \int_0^L E_{21} \sin \beta z dz$$

$$Z_{21} = -\frac{V_{21}}{I_1} = -\frac{1}{I_1} \int_{0}^{L} E_{21} \sin \beta z \, dz$$

Ini adalah rumus umum impedansi gandeng antara 2 antena linear tipis dengan distribusi arus sinusoidal!!



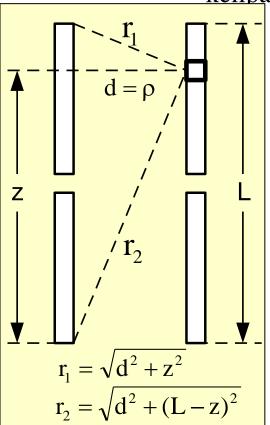
# Sudah Pusing?..., kalau belum, Mari kita lanjutkan....



#### C. Impedansi Gandeng Antar 2 Antena Side by Side...



• Panjang antena-1 sama dengan panjang antena-2, dan merupakan kelipatan ganjil  $\frac{1}{2}\lambda$  ( L = n  $\frac{1}{2}\lambda$ ; n ganjil )



 $E_{21}$  pada antena-2 yang dihasilkan oleh arus  $I_1$ pada antena-1 adalah:

$$E_{21} = -jI_{1} \left[ \frac{e^{-j\beta r_{1}}}{r_{1}} + \frac{e^{+j\beta r_{2}}}{r_{2}} \right]$$

masukkan pada persamaan,

$$Z_{21} = -\frac{V_{21}}{I_1} = -\frac{1}{I_1} \int_{0}^{L} E_{21} \sin \beta z \, dz$$

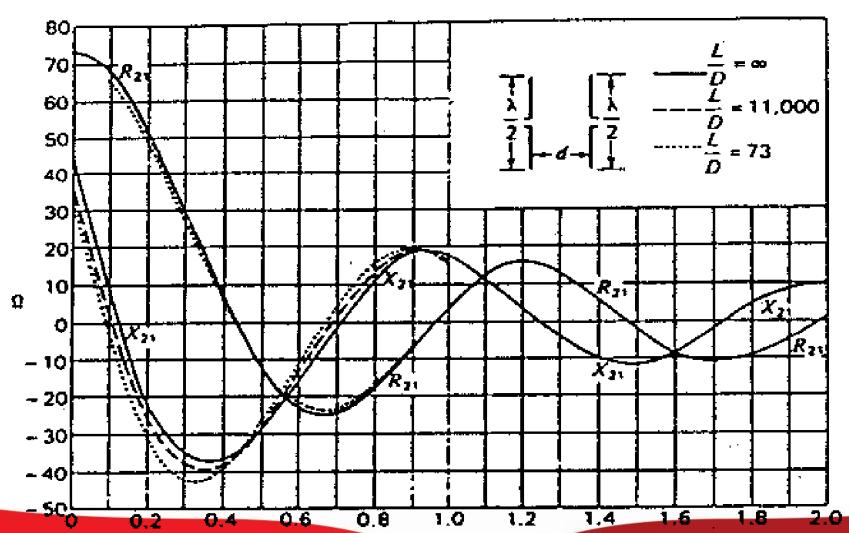
Lihat di Krauss untuk penurunan lengkapnya...

$$R_{21} = 30 \left\{ 2Ci(\beta d) - Ci(\beta \sqrt{d^2 + L^2} + L) - Ci(\beta \sqrt{d^2 + L^2} - L) \right\}$$

$$X_{21} = -30 \left\{ 2Si(\beta d) - Si(\beta \sqrt{d^2 + L^2} + L) - Si(\beta \sqrt{d^2 + L^2} - L) \right\}$$



Grafik resistansi dan reaktansi gandeng elemen dipole  $\lambda/2$  yang disusun side by side



Tabel resistansi gandeng elemen dipole  $\lambda/2$  yang disusun side by side

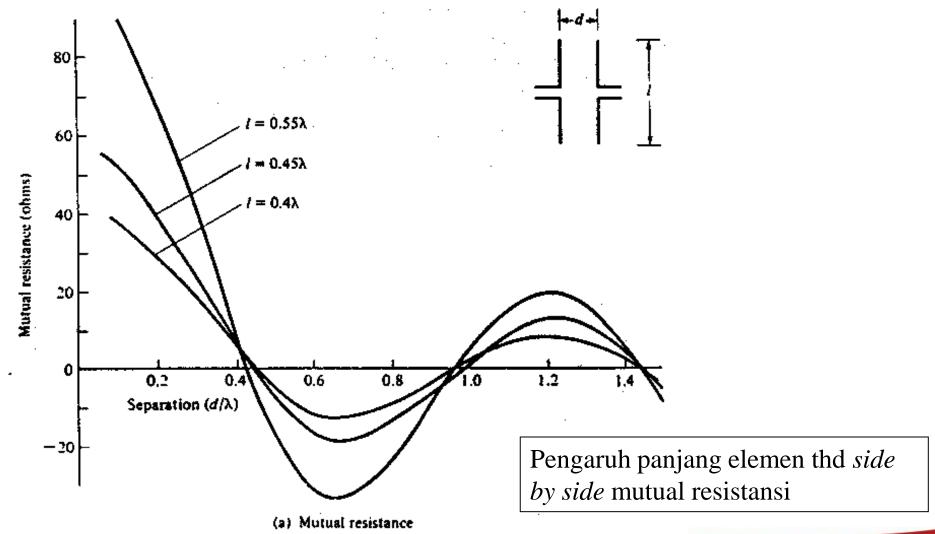
Table 13-1 Mutual resistance versus spacing C. Impedansi Gandeng Ant for thin center-fed side-by-side  $\lambda/2$  antennas ( $\beta L = 180^{\circ}$ ), with sinusoidal current distribution

Spacing $d$ , $\lambda$	Mu*ual resistance R <sub>21</sub> , Ω	Self minus mutual resistance $(R_{11} - R_{21}), \Omega$
0.00	73.13	0.00
0.01	73.07	0.06
0.05	71.65	1.48
0.10	67.5	5.€3
0.125	64.4	87
0.15	60.6	12.5
9.20	51.6	21.5
0.25	40.9	32.2
0.3	29.4	43.7
0.4	+6.3	66.8
0.5	-12.7	85.8
0.6	-23.4	96.5
0.7	-248	97.9
0.8	-18.6	91.7
0.9	-7.2	80.3
1.0	+3.8	69.3
1.1	+12.1	61.0
1.2	+15.8	57.3
1.3	+12.4	60.7
1.4	+5.8	67.3
1.5	-2.4	75.5
1.6	-8.3	81.4
1.7	-10.7	83.8
1,8	-9.4	62.5
1.9	-4.8	77.9
20	444	72.0

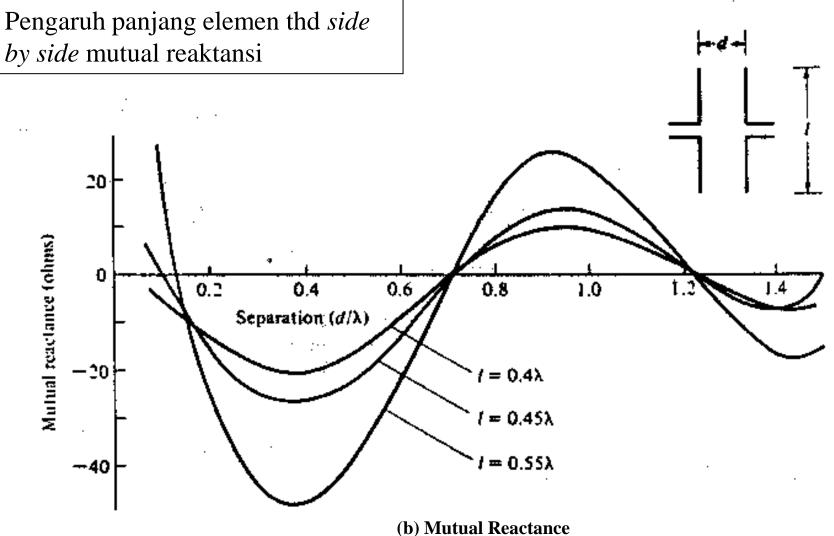
72.0

Antena dan F











#### Colinear...

**Dengan cara yang sama**, dapat diturunkan impedansi gandeng antara 2 antena yang disusun kolinier dan hasilnya adalah sbb:

$$R_{21} = -15\cos\beta h \left[ 2Ci \ 2\beta h + Ci \ 2\beta (h-L) + Ci \ 2\beta (h+L) - \ln\left(\frac{h^2 - L^2}{h^2}\right) \right]$$

$$+15\sin\beta h \left[ 2Si \ 2\beta h - Si \ 2\beta (h-L) - Si \ 2\beta (h+L) \right]$$

$$X_{21} = -15\cos\beta h \Big[ 2Si \ 2\beta h - Si \ 2\beta (h-L) - Si \ 2\beta (h+L) \Big]$$

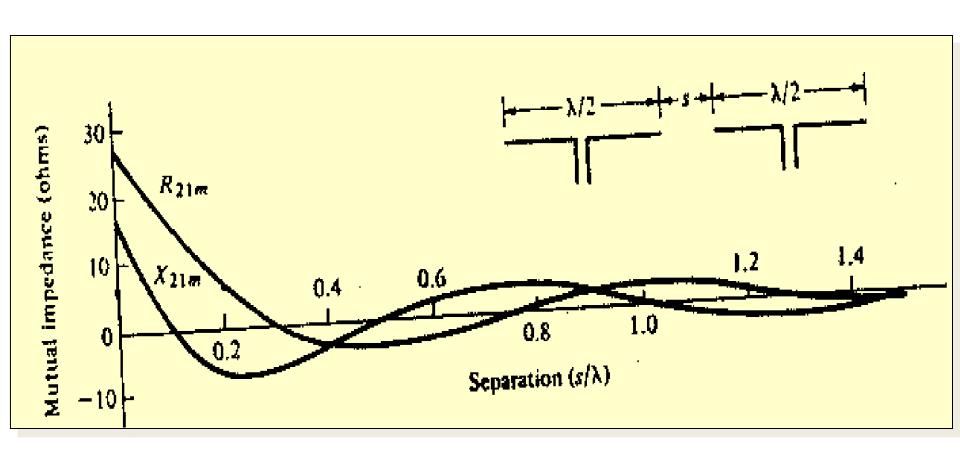
$$+15\sin\beta h \Big[ 2Ci \ 2\beta h - Ci \ 2\beta (h-L) - Ci \ 2\beta (h+L) - \ln\left(\frac{h^2 - L^2}{h^2}\right) \Big]$$

$$s = h - L \rightarrow h = s + L$$

Hasil grafik untuk elemen dipole λ/2 dapat dilihat pada halaman berikut !!



#### Colinear...



### C. Impedansi Gandeng Antar 2 Antena Staggered / Echelon...



$$R_{21} = -15\cos\beta h(-2\operatorname{Ci} A - 2\operatorname{Ci} A' + \operatorname{Ci} B + \operatorname{Ci} B' + \operatorname{Ci} C + \operatorname{Ci} C')$$

$$+15\sin\beta h(2\operatorname{Si} A - 2\operatorname{Si} A' - \operatorname{Si} B + \operatorname{Si} B' - \operatorname{Si} C + \operatorname{Si} C')$$

$$X_{2i} = -15\cos\beta h(2\,\mathrm{Si}\,A + 2\,\mathrm{Si}\,A' - \mathrm{Si}\,B - \mathrm{Si}\,B' - \mathrm{Si}\,C - \mathrm{Si}\,C')$$

$$+ 15\sin\beta h(2\,\mathrm{Ci}\,A - 2\,\mathrm{Ci}\,A' - \mathrm{Ci}\,B + \mathrm{Ci}\,B' - \mathrm{Ci}\,C + \mathrm{Ci}\,C')$$

$$A = \beta (\sqrt{d^2 + h^2} + h)$$

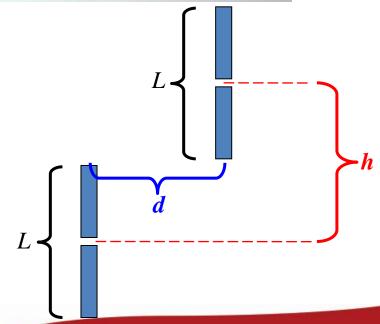
$$A' = \beta (\sqrt{d'^2 + h^2} - h)$$

$$B = \beta [\sqrt{d^2 + (h - L)^2} + (h - L)]$$

$$B' = \beta [\sqrt{d^2 + (h - L)^2} - (h - L)]$$

$$C = \beta [\sqrt{d^2 + (h + L)^2} + (h + L)]$$

$$C' = \beta [\sqrt{d^2 + (h + L)^2} - (h + L)]$$



### C. Impedansi Gandeng Antar 2 Antena



Staggered / Echelon...

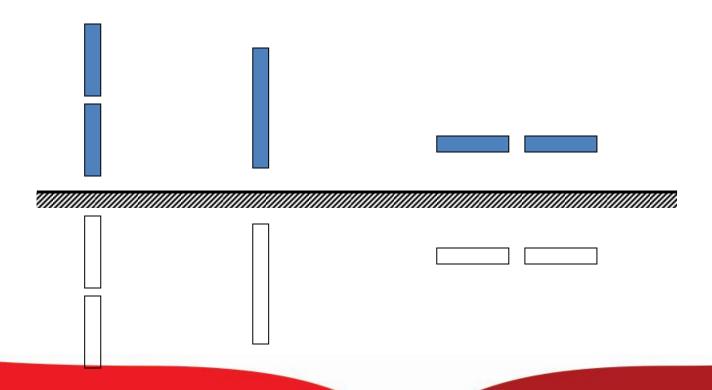
Table 10-2 Mutual resistance as a function of d and h (Fig. 10-15) for this  $\lambda/2$  antennas in echelon

	Spacing h										
Spacing d	\$0.0	0.52	1.02	1.5%	2.02	2.5%	3.02				
0.0 <i>i</i>	+ 73.1	+ 26.4	-4.1	+ 1.8	1.0	+0.6	-0.4				
0.52	-127	-11.8	-0.8	+0.8	-1.0	+0.5	-0.3				
1.04	+ 3.8	+ 8.8	+ 3.6	2.9	<b>+</b> ₹.1	-0.4	+0.1				
1.52	- 2.4	- 5.8	6.3	<b>→ 2.0</b>	+ 0.6	1.0	+0.9				
2.0à	+ 1.1	<b>← 3.8</b>	+6.1	+0.2	- 2.6	+1.6	-0.5				
2.52	<b>-0.8</b>	- 2.8	5.7	2.4	+ 2.7	0.3	0.1				
3.0ã	+0.4	+ 1.9	+4.5	+32	<b>— 2.1</b>	- 1.6	+1.7				
3.52	-0.3	- 1.5	3.9	3.8	+0.7	<b>+ 2.7</b>	1.0				
4.02	+0.2	+ 1.1	+ 3.1	+3.7	+0.5	کـ2 –	— Ö. !				
4.5ä	-0.2	-0.9	<b>- 2.5</b>	3.4	-1.3	+ 2.0	+ 1.1				
5.04	+0.2	+ 0.7	+ 2.1	+ 3.1	+ 1.8	-1.4	1.5				
5.5%	-0.1	-0.6	1.8	2.9	-2.2	+0.5	+ 1.8				
6.02	+ 0.1	+0.5	+ 1.6	+2.6	+ 2.3	-0.1	2.0				
6.5%	-0.1	-0.5	-1.2	-2.3	- 2.3	<b>-0.5</b>	+1.3				
7.02	+ 0.1	+0.4	+ 1.1	+ 2.1	+ 2.3	+0.9	<b>– 1.</b> .				
7.52	0.0	-0.3	1.0	1.9	- 2.1	- 1.0	+0.7				

### D. Pengaruh Tanah



Umumnya tanah akan dianggap sebagai konduktor sempurna  $(\sigma \approx \infty)$  dengan luas juga  $\infty$ , sehingga antena diatas tanah dapat dianggap sebagai susunan 2 antena, yaitu yang sesungguhnya dengan bayangannya



#### E. Impedansi Susunan n-Elemen Identik



• Hubungan-hubungan yang mendasari:

$$\begin{split} V_1 &= I_1 Z_{11} + I_2 Z_{12} + I_3 Z_{13} + \dots + I_n Z_{1n} \\ V_2 &= I_1 Z_{21} + I_2 Z_{22} + I_3 Z_{23} + \dots + I_n Z_{2n} \\ V_3 &= I_1 Z_{31} + I_2 Z_{32} + I_3 Z_{33} + \dots + I_n Z_{3n} \end{split}$$

$$V_n = I_1 Z_{n1} + I_2 Z_{n2} + I_3 Z_{n3} + \dots + I_n Z_{nn}$$

dengan:  $V_n = \text{tegangan terminasi elemen ke-n}$ 

 $I_n$  = arus terminasi elemen ke-n

 $Z_{nn}$  = self-impedance elemen ke-n

Z<sub>ij</sub> = impedansi gandeng antara elemen ke-i dan ke-j

• Dapat dinyatakan dalam bentuk matriks:

$$[V_n] = [Z_{nn}][I_n]$$

### E. Impedansi Susunan n-Elemen Identik



 Impedansi terminasi/titik catu/driving point masingmasing elemen :

$$Z_1 = \frac{V_1}{I_1} = Z_{11} + \frac{I_2}{I_1} Z_{12} + \frac{I_3}{I_1} Z_{13} + \dots + \frac{I_n}{I_1} Z_{1n}$$

$$Z_2 = \frac{V_2}{I_2} = Z_{22} + \frac{I_1}{I_2} Z_{21} + \frac{I_3}{I_2} Z_{23} + \dots + \frac{I_n}{I_2} Z_{2n}$$
dst

Jika arus-arus pada semua elemen, self impedances diketahui, maka impedansi pada terminasi akan dapat dihitung!

### F. Transformasi Impedansi



**Umumnya,** impedansi antena berbeda dengan impedansi karakteristik saluran. Hal ini karena sulit mengkompromikan antara impedansi antena dengan diagram pancar yang dibutuhkan. Impedansi karakteristik saluran transmisi umumnya:

300Ω atau 600Ω balans (two wire cable), atau  $50\Omega$  ( RG8/U, RG58/U )  $60\Omega$  ( RG11/U, RG59/U ) unbalans (kabel koax)  $75\Omega$  ( GR-874 )

Dasar-dasar transformasi sudah diberikan pada matakuliah Saluran Transmisi.

#### Penyesuaian Inmpedansi bertujuan:

Agar terjadi transfer daya maksimum dari saluran transmisi ke antena atau mencegah kerusakan pemancar karena daya pantulan dari antena.

### F. Transformasi Impedansi



**Pada antena**, jarang dipakai rangkaian terpadu (lumped circuit) melainkan adalah berupa <u>potongan saltran (stub)</u> sehingga secara mekanis dapat diandalkan di udara terbuka dan bisa untuk frekuensi yang cukup tinggi > 10 MHz.

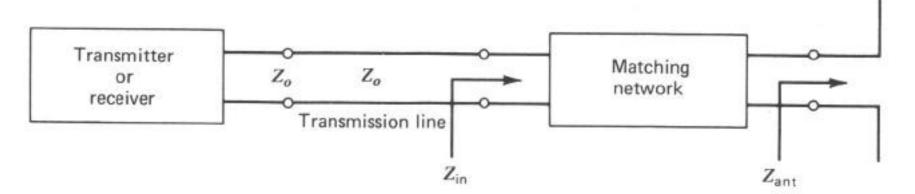
Untuk frekuensi di bawah HF, sering dipakai <u>transformator dengan inti ferrite dan kondensator</u> untuk tuning-nya. Biasanya ditempatkan pada antena dan di-cor supaya tahan terhadap cuaca.

**Dalam matching impedansi**, impedansi antena dibawa sedekat mungkin ke impedansi karakteristik saluran. Sedemikian, SWR pada saluran di bawah harga tertentu, misalkan: 1.5, 2, 1.35, 1.1, dll (tergantung dari spesifikasi transmitter)

Lihat kembali prinsip matching impedansi dari kuliah Saluran Transmisi dan Elektromagnetika Telekomunikasi !!

# F. Transformasi Impedansi (Matching Impedan)





Two primary feeding considerations:

- Matching between transmission line and antenna
- Excitation of the current distribution on the antenna

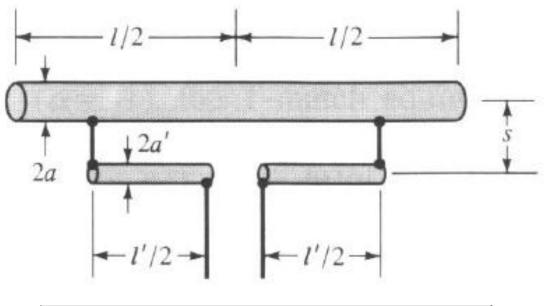
#### Ways of matching:

- Discrete matching network (Inductor & Capasitor)
- λ/4-line transformer
- Tuning devices like stubs etc.

# F. Transformasi Impedansi (Matching Impedan)

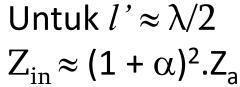
 $Z_{in}$ 





 $(1 + \alpha) : 1$ 





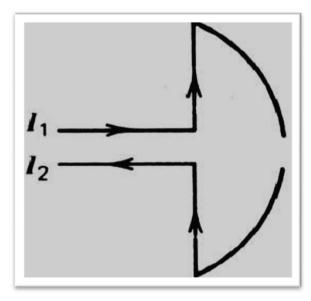
 $\alpha = \text{current division factor}$  between the wires for equal radii conductors  $Z_{\text{in}} \approx 4.Z_{\text{a}}$ 

### F. Transformasi Impedansi Balun ...

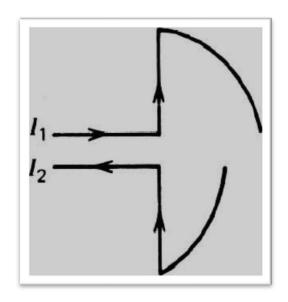


Selain transformasi impedansi, sering juga diperlukan transformasi dari balans ke tidak-balans, atau sebaliknya.

Alat transformator seperti ini disebut **BALUN** ( *Balancing-Unbalancing Unit* )



Arus balanced  $I_1 = I_2$ 

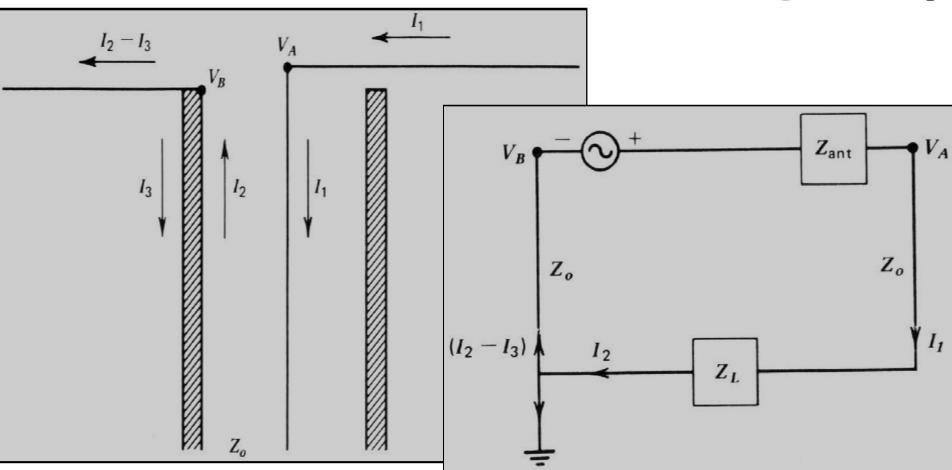


Arus unbalanced  $I_1 > I_2$ 

Source: W.L. Stutzman, G.A. Thiele: Antenna Theory and Design, Wiley, New York, 1981

### F. Transformasi Impedansi



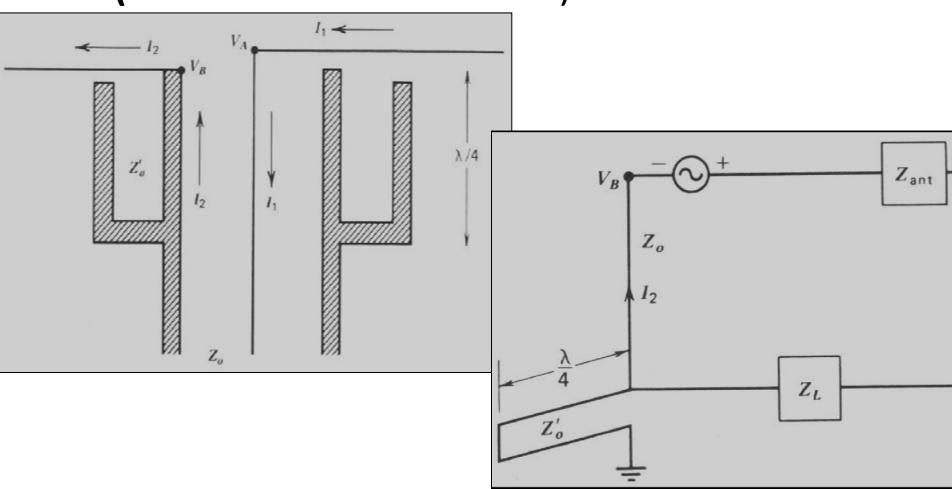


Example:

Cross section of a coaxial transmission line feeding a dipole at its centre

### F. Transformasi Impedansi Balun (BALanced to Unbalanced)



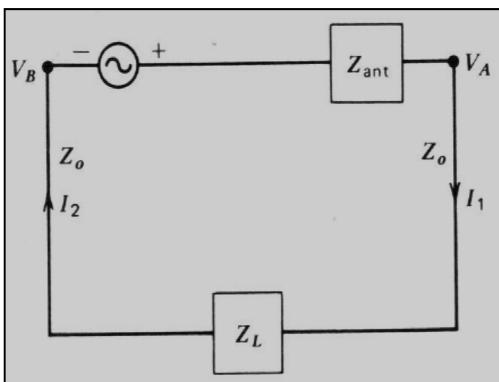


Cross section of a sleeve balun

# **F. Transformasi Impedansi Balun (**BALanced to Unbalanced) Split coax Balun



 $V_B V_A$ 



Equivalent circuit

#### Lampiran Tabel

_											Lampiran 1				II IUD
£	$S_{\Gamma}(x)$	$C_1(\mathbf{r})$	$C_{\mathrm{in}}(\mathbf{r})$	£	$S_{\ell}(x)$	$C_i(x)$	$C_{\rm in}(\mathbf{r})$	x	$S_l(x)$	$C_{\ell}(\mathbf{r})$	$C_{in}(x)$	1	$S_{\Gamma}(\mathbf{r})$	$C_I(\mathbf{r})$	$C_{ln}(\mathbf{r})$
0.0	0.0	-00	0.00000	4.9	1.56956	-0.19478	2.36123	9.8	1.66757	-0.02752	2.88712	14.6	1.59702	0.06278	3.19546
0.1	0.09994	-1.72787	0.00250	5.0	1.54993	-0.19003	2.37668	9.9	1.66338	-0.03676	2.90651	14.7	1.60296	0.05943	2.20562
0.2	0.19956	-1.04221	0.00998	5.1	1.53125	-0.18348	2.38993	10.0	1.65835	-0.04546	2.92526	14.8	1.60851	0.05554	3.21631 t
0.3	0.29850	-0.64917	0.02242	5.2	1.51367	-0.17525	2.40113	10.1	1.65253	-0.05352	2.94327	14.9	1.61360	0.05113	3.22744
0.4	0.39646	-0.37881	0.03973	5.3	1.49732	-0.16551	2.41043	10.2	1.64600	-0.06089	2.96050	15.0	1.61819	0.04628	3.23899
0.5	0.49311	-0.17778	0.06185	5.4	1.48230	-0.15439	2.41800	10.3	1.63883	-0.06751	2.97687	15.1	1.62226	0.04102	3.25089
0.6	0.58813	-0.02227	0.08866	5.5	1.46872	-0.14205	2.42402	10.4	1.63112	-0.07332	2.99234	15.2	1.62575	0.03543	3.26308
0.7	0.68122	0.10051	0.12003	5.6	1.45667	-0.12867	2.42865	10.5	1.62294	-0.07828	3.00687	15.3	1.62865	0.02955	3.27552
0.8	0.77210	0.19828	0.15579	5.7	1.44620	-0.11441	2.43209	10.6	1.61439	-0.08237	3.02044	15.4	1.63093	0.02345	3.28813
0.9	0.86047	0.27607	0.19579	5.8	1.43736	-0.09944	2.43451	10.7	1.60556	-0.08555	3.03301	15.5	1.63258	0.01719	3.30086
1.0	0.94608	0.33740	0.23981	5.9	1.43018	-0.08393	2.43610	10.8	1.59654	-0.08781	3.04457	15.6	1.63359	0.01084	3.31364
1.1	1.02869	0.38487	0.28765	6.0	1.42469	-0.06806	2.43703	10.9	1.58743	-0.08915	3.05513	15.7	1.63396	0.00447	3.32641
1.2	1.10805	0.42046	0.33908	6.1	1.42087	-0.05198	2.43749	11.0	1.57831	-0.08956	3.06467	15.8	1.63370	-0.00187	3.33910
1.3	1.18396	0.44574	0.39384	6.2	1.41871	-0.03587	2.43764	11.1	1.56927	-0.08907	3.07323	15.9	1.63280	-0.00812	3.35165
1.4	1.25623	0.46201	0.45168	6.3	1.41817	-0.01989	2.43765	11.2	1.56042	-0.08769	3.08082	16.0	1.63130	-0.01420	3.36400
1.5	1.32468	0.47036	0.51232	6.4	1.41922	-0.00418	2.43770	11.3	1.55182	-0.08546	3.08748	16.1	1.62921	-0.02007	3.37610
1.6	1.38918	0.47173	0.57549	6.5	1.42179	0.01110	2.43792	11.4	1.54356	-0.08240	3.09323	16.2	1.62657	-0.02566	3.38789
1.7	1.44959	0.46697	0.64088	6.6	1.42582	0.02582	2.43846	11.5	1.53571	-0.07857	3.09813	16.3	1.62339	-0.03093	3.39931
1.8	1.50582	0.45681	0.70819	6.7	1.43121	0.03986	2.43947	11.6	1.52835	-0.07401	3.10224	16.4	1.61973	-0.03583	3.41033
1.9	1.55778	0.44194	0.77713	6.8	1.43787	0.05308	2.44106	11.7	1.52155	-0.06879	3.10560	16.5	1.61563	-0.04031	3.42088
2.0	1.60541	0.42298	0.84738	6.9	1.44570	0.06539	2.44334	11.8	1.51535	-0.06297	3.10828	16.6	1.61112	-0.04433	3.43095
2.1	1.64870	0.40051	0.91864	7.0	1.45460	0.07670	2.44643	11.9	1.50981	-0.05661	3.11036	16.7	1.60627	-0.04786	3.44049
2.2	1.68762	0.37507	0.99060	7.1	1.46443	0.08691	2.45040	12.0	1.50497	-0.04978	3.11190	16.8	1.60111	-0.05087	3.44947
2.3	1.72221	0.34718	1.06295	7.2	1.47509	0.09596	2.45534	12.1	1.50088	-0.04257	3.11299	16.9	1.59572	-0.05334	3.45787
2.4	1.75249	0.31729	1.13539	7.3	1.48644	0.10379	2.46130	12.2	1.49755	-0.03504	3.11369	17.0	1.59014	-0.05524	3.46567
2.5	1.77852	0.28587	1.20764	7.4	1.49834	0.11036	2.46834	12.3	1.49501	-0.02729	3.11410	17.1	1.58443	-0.05657	3.47287
2.6	1.80039	0.25334	1.27939	7.5	1.51068	0.11563	2.47649	12.4	1.49327	-0.01938	3.11429	17.2	1.57865	-0.05732	3.47945
2.7	1.81821	0.22008	1.35038	7.6	1.52331	0.11960	2.48577	12.5	1.49234	-0.01141	3.11435	17.3	1.57285	-0.05749	3.48541
2.8	1.83210	0.18649	1.42035	7.7	1.53611	0.12225	2.49619	12.6	1.49221	-0.00344	3.11436	17.4	1.56711	-0.05708	3.49076
2.9	1.84219	0.15290	1.48903	7.8	1.54894	0.12359	2.50775	12.7	1.49287	0.00443	3.11439	17.5	1.56146	-0.05610	3.49552
3.0	1.84865	0.11963	1.55620	7.9	1.56167	0.12364	2.52044	12.8	1.49430	0.01214	3.11452	17.6	1.55598	-0.05458	3.49969
3.1	1.85166	0.08699	1.62163	8.0	1.57419	0.12243	2.53422	12.9	1.49647	0.01961	3.11484	17.7	1.55070	-0.05252	3.50330
3.2	1.85140	0.05526	1.68511	8.1	1.58637	0.12002	2.54906	13.0	1.49936	0.02676	3.11540	17.8	1.54568	-0.04997	3.50638
3.3	1.84808	0.02468	1.74646	8.2	1.59810	0.11644	2.56491	13.1	1.50292	0.03355	3.11628	17.9	1.54097	-0.04694	3.50895
3.4	1.84191	-0.00452	1.80551	8.3	1.60928	0.11177	2.58170	13.2	1.50711	0.03989	3.11754	18.0	1.53661	-0.04348	3.51106
3.5	1.83313	-0.03213	1.86211	8.4	1.61981	0.10607	2.59938	13.3	1.51188	0.04574	3.11924	18.1	1.53264	-0.03962	3.51274
3.6	1.82195	-0.05797	1.91612	8.5	1.62960	0.09943	2.61785	13.4	1.51716	0.05104	3.12143	18.2	1.52909	-0.03540	3.51404
3.7	1.80862	-0.08190	1.96745	8.6	1.63857	0.09194	2.63704	13.5	1.52291	0.05576	3.12415	18.3	1.52600	-0.03088	3.51500
3.8	1.79339	-0.10378	2.01599	8.7	1.64665	0.08368	2.65686	13.6	1.52905	0.05984	3.12744	18.4	1.52339	-0.02610	3.51566
3.9	1.77650	-0.12350	2.06169	8.8	1.65379	0.07476	2.67721	13.7	1.53552	0.05327	3.13134	18.5	1.52128	-0.02111	3.51609
4.0	1.75820	-0.14098	2.10449	8.9	1.65993	0.06528	2.69799	13.8	1.54225	0.06602	3.13587	18.6	1.51969	-0.01596	3.51634
4.1	1.73874	-0.15617	2.14437	9.0	1.66504	0.05535	2.71909	13.9	1.54917	0.06806	3.14104	18.7	1.51863	-0.01071	3.51644
4.2	1.71837	-0.16901	2.18131	9.1	1.66908	0.04507	2.74042	14.0 14.1	1.55621 1.56330	0.06940	3.14688 3.15337	18.8 18.9	1.51810 1.51810	-0.00540 -0.00010	3.51647 3.51648
4.3	1.69732	-0.17951	2.21534	9.2	1.67205	0.03455	2.76186								
4.4	1.67583	-0.18766	2.24648	9.3	1.67393	0.02391	2.78332	14.2 14.3	1.57036 1.57733	0.06993	3.16053	19.0 19.1	1.51863 1.51967	0.00515	3.51650 3.51661
4.5	1.65414	-0.19349	2.27478	9.4	1.67473	0.01325	2.80467	14.4	1.58414	0.06767	3.16834 3.17678	19.2	1.52122	0.01528	3.51685
4.6	1.63246	-0.19705	2.30032	9.5	1.67446	0.00268	2.82583	14.5	1.59072	0.06554	3.18583	19.3	1.52324	0.02006	3.51726
4.7	1.61101	-0.19839	2.32317	9.6	1.67316	-0.00771	2.84669	199.2	1.39012	0.00334	3.16363	19.5	1.32329		
4.8	1.58998	-0.19760	2.34344	9.7	1.67084	-0.01780	2.86715							(continue	d overlead) M

ntinued overleaf)

1	$S_i(\mathbf{r})$	$C_i(\mathbf{r})$	$C_{ln}(\mathbf{r})$	ı	$S_l(x)$	$C_l(x)$	$C_{\rm in}(\mathbf{r})$
19.4	1.52572	0.02459	3.51790	19.8	1.53954	0.03943	3.52347
19.5	1.52863	0.02883	3.51880	19.9	1.54378	0.04215	3.52579
19.6	1.53192	0.03274	3.52000	20.0	1.54824	0.04442	3.52853
19.7	1.53557	0.03629	3.52155				



#### Lampiran Tabel

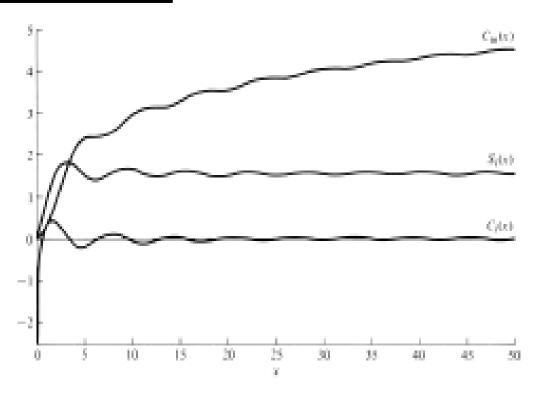


Figure III.1 Plots of sine and cosine integrals.



### Sudah Pusing?..., kalau belum, Mari kita lanjutkan....



### Questions?







