

RANGKAIAN LISTRIK

(REVISI)

Disusun Oleh :
MOHAMAD RAMDHANI, ST.



LABORATORIA SISTEM ELEKTRONIKA
JURUSAN TEKNIK ELEKTRO
SEKOLAH TINGGI TEKNOLOGI TELKOM
BANDUNG
2005

LEMBAR PENGESAHAN
DIKTAT KULIAH / MODUL / BUKU AJAR

1. a. Judul : Rangkaian Listrik (Revisi)
b. Jenis : Diktat
c. Pada : Program Sarjana Teknik Elektro
d. Waktu : Pebruari 2005
2. Indentitas Penulis
 - e. Nama Lengkap dan Gelar : Mohamad Ramdhani, ST.
 - f. Golongam/Pangkat dan NIP : 8 / 200173237
 - g. Jabatan Akademik : Asisten Ahli
 - h. Jurusan : Teknik Elektro
 - i. Perguruan Tinggi : Sekolah Tinggi Teknologi Telkom
3. Jumlah Penulis : 1 Orang

Disahkan Oleh :

Ketua Jurusan TE

Kepala Laboratoria
Sistem Elektronika

Heroe Wijanto, Ir. MT.
NIP. 9268054

Sony Sumaryo, Ir. MT.
NIP. 9367070

Kepala Unit Perpustakaan

Yani Nuraeni, Dra
NIP. 9167035

KATA PENGANTAR

Puji syukur penyusun panjatkan ke hadirat Allah SWT, atas terselesaikannya diktat kuliah Rangkaian Listrik Revisi ini.

Sama halnya dengan diktat Rangkaian Listrik sebelumnya dimaksudkan untuk membantu mahasiswa dalam memahami mata kuliah dasar Rangkaian Listrik, pada edisi revisi ini ada beberapa materi yang ditambahkan dan penyusun lebih cenderung menambahkan latihan-latihan soal untuk sebanyak mungkin menjadi bahan latihan mahasiswa.

Buku revisi ini juga telah mengacu pada kurikulum 2004 yang berlaku di Sekolah Tinggi Teknologi Telkom sehingga telah memenuhi standar bagi buku perkuliahan yang digunakan di kampus tercinta ini.

Akhirnya penyusun mengucapkan terimakasih kepada pihak-pihak yang telah membantu terselesaikannya diktat ini.

Saran dan kritik penyusun harapkan untuk penyempurnaan dimasa mendatang.

Bandung, Pebruari 2005

Penyusun

DAFTAR ISI

Kata Pengantar	i
Daftar Isi	ii
BAB I KONSEP RANGKAIAN LISTRIK	
Definisi – definisi	1
Arus listrik	1
Tegangan.....	3
Energi.....	4
Daya.....	5
Analisis rangkaian	5
Prefix dalam SI	5
BAB II ELEMEN RANGKAIAN LISTRIK	
Elemen aktif.....	14
Elemen pasif	15
BAB III HUKUM – HUKUM RANGKAIAN	
Hukum Ohm	21
Hukum Kirchoff I	21
Hukum Kirchoff II.....	21
Hubungan seri dan paralel	24
Resistor	24
Kapasitor.....	28
Induktor.....	31
BAB IV METODA ANALISIS RANGKAIAN	
Analisis node	60
Analisis mesh atau arus lopp	68
Analisis arus cabang	74
BAB V TEOREMA RANGKAIAN	
Teorema superposisi	92
Teorema substitusi	97
Teorema Thevenin	99
Teorema Norton.....	110
Teorema Millman	119
Teorema transfer daya maksimum.....	123
Transformasi resistansi star – delta.....	124
BAB VI DASAR – DASAR AC	
Bentuk gelombang	143
Konsep phasor	144
Bilangan kompleks	144
Arus dan tegangan sinusoidal	145
Impedansi kompleks	147
Diagram phasor.....	149
Rangkaian seri dan paralel.....	149
Admitansi bilangan kompleks	150
Harga rata-rata	151
Harga efektif	151

BAB VII ANALISIS RANGKAIAN AC	
Hukum Ohm	157
Hukum Kirchoff I	157
Hukum Kirchoff II	157
Analisis node	158
Analisis mesh atau arus loop	161
Analisis arus cabang	163
Teorema superposisi	163
Teorema Thevenin	166
Teorema Norton	169
Teorema Millman	171
Transfer daya maksimum	172
BAB VIII DAYA PADA RANGKAIAN RLC	
Daya sesaat	180
Daya rata-rata	180
Daya kompleks	184
Faktor daya	185
Segitiga daya	185
Perbaikan faktor daya/ <i>correction power factor</i>	190
BAB IX FREKUENSI KOMPLEKS DAN FUNGSI TRANSFER	
Sinyal sinusoidal teredam	202
Phasor frekuensi kompleks	204
Impedansi dan admitansi frekuensi kompleks	204
Fungsi transfer frekuensi kompleks	205
Pole dan zero	207
Diagram Bode plot	207
BAB X RESPON FREKUENSI DAN RESONANSI	
Rangkaian RL	217
Rangkaian RC	220
Rangkaian RLC	223
Resonansi	226
Faktor kualitas	236
Bandwidth 3 dB	240
Konversi faktor kualitas rangkaian seri - paralel	242
BAB XI RANGKAIAN KOPLING MAGNETIK	
Induktansi sendiri	247
Induktansi bersama	247
Aturan tanda dot (titik)	250
Tanda dot (titik)	250
Koefisien kopling (K)	253
Analisis rangkaian kopling magnetik	253
Transformator ideal	258
BAB XII RANGKAIAN TRANSIEN	
Rangkaian transien orde – 1	267
Respon fungsi paksa orde – 1	271
Rangkaian transien orde – 2	277

BAB XIII KUTUB EMPAT

Parameter Z.....	284
Parameter Y	287
Parameter hibrid.....	289
Parameter transmisi (parameter ABCD).....	290
Konversi parameter Y ke parameter Z.....	293
Interkoneksi kutub empat	295
Daftar Pustaka	302

BAB I

KONSEP RANGKAIAN LISTRIK

Definisi - Definisi

Rangkaian listrik adalah suatu kumpulan elemen atau komponen listrik yang saling dihubungkan dengan cara-cara tertentu dan paling sedikit mempunyai satu lintasan tertutup.

Elemen atau komponen yang akan dibahas pada mata kuliah Rangkaian Listrik terbatas pada elemen atau komponen yang memiliki dua buah terminal atau kutub pada kedua ujungnya. Untuk elemen atau komponen yang lebih dari dua terminal dibahas pada mata kuliah Elektronika.

Pembatasan elemen atau komponen listrik pada Rangkaian Listrik dapat dikelompokkan kedalam elemen atau komponen aktif dan pasif. Elemen aktif adalah elemen yang menghasilkan energi dalam hal ini adalah sumber tegangan dan sumber arus, mengenai sumber ini akan dijelaskan pada bab berikutnya. Elemen lain adalah elemen pasif dimana elemen ini tidak dapat menghasilkan energi, dapat dikelompokkan menjadi elemen yang hanya dapat menyerap energi dalam hal ini hanya terdapat pada komponen resistor atau banyak juga yang menyebutkan tahanan atau hambatan dengan simbol R , dan komponen pasif yang dapat menyimpan energi juga diklasifikasikan menjadi dua yaitu komponen atau lemen yang menyerap energi dalam bentuk medan magnet dalam hal ini induktor atau sering juga disebut sebagai lilitan, belitan atau kumparan dengan simbol L , dan kompone pasif yang menyerap energi dalam bentuk medan magnet dalam hal ini adalah kapasitor atau sering juga dikatakan dengan kondensator dengan simbol C , pembahasan mengenai ketiga komponen pasif tersebut nantinya akan dijelaskan pada bab berikutnya.

Elemen atau kompoen listrik yang dibicarakan disini adalah :

1. Elemen listrik dua terminal
 - a. Sumber tegangan
 - b. Sumber arus
 - c. Resistor (R)
 - d. Induktor (L)
 - e. Kapasitor (C)
2. Elemen listrik lebih dari dua terminal
 - a. Transistor
 - b. Op-amp

Berbicara mengenai Rangkaian Listrik, tentu tidak dapat dilepaskan dari pengertian dari rangkaian itu sendiri, dimana rangkaian adalah interkoneksi dari sekumpulan elemen atau komponen penyusunnya ditambah dengan rangkaian penghubungnya dimana disusun dengan cara-cara tertentu dan minimal memiliki satu lintasan tertutup. Dengan kata lain hanya dengan satu lintasan tertutup saja kita dapat menganalisis suatu rangkaian.

Yang dimaksud dengan satu lintasan tertutup adalah satu lintasan saat kita mulai dari titik yang dimaksud akan kembali lagi ketitik tersebut tanpa terputus dan tidak memandang seberapa jauh atau dekat lintasan yang kita tempuh.

Rangkaian listrik merupakan dasar dari teori rangkaian pada teknik elektro yang menjadi dasar atay fundamental bagi ilmu-ilmu lainnya seperti elektronika, sistem daya, sistem computer, putaran mesin, dan teori control.

Arus Listrik

Pada pembahasan tentang rangkaian listrik, perlu kiranya kita mengetahui terlebih dahulu beberapa hal mengenai apa itu yang dimaksud dengan listrik. Untuk memahami tentang listrik, perlu kita ketahui terlebih dahulu pengertian dari arus.

Arus merupakan perubahan kecepatan muatan terhadap waktu atau muatan yang mengalir dalam satuan waktu dengan simbol i (dari kata Perancis : *intensite*), dengan kata lain arus adalah muatan yang bergerak. Selama muatan tersebut bergerak maka akan muncul arus tetapi ketika muatan tersebut diam maka arus pun akan hilang. Muatan akan bergerak jika ada energi luar yang mempengaruhinya. Muatan adalah satuan terkecil dari atom atau sub bagian dari atom. Dimana dalam teori atom modern menyatakan atom terdiri dari partikel inti (proton bermuatan + dan neutron bersifat netral) yang dikelilingi oleh muatan elektron (-), normalnya atom bermuatan netral.

Muatan terdiri dari dua jenis yaitu muatan positif dan muatan negatif

Arah arus searah dengan arah muatan positif (arah arus listrik) atau berlawanan dengan arah aliran elektron. Suatu partikel dapat menjadi muatan positif apabila kehilangan elektron dan menjadi muatan negatif apabila menerima elektron dari partikel lain.

Coulomb adalah unit dasar dari *International System of Units* (SI) yang digunakan untuk mengukur muatan listrik.

Simbol : Q = muatan konstan

q = muatan tergantung satuan waktu

muatan 1 elektron = $-1,6021 \times 10^{-19}$ coulomb

1 coulomb = $-6,24 \times 10^{18}$ elektron

Secara matematis arus didefinisikan : $i = \frac{dq}{dt}$

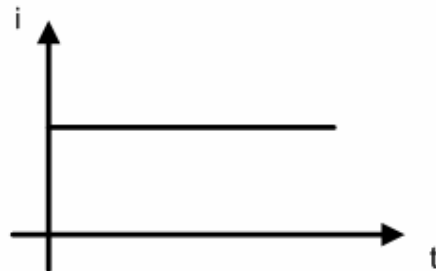
Satuannya : Ampere (A)

Dalam teori rangkaian arus merupakan pergerakan muatan positif. Ketika terjadi beda potensial disuatu elemen atau komponen maka akan muncul arus dimana arah arus positif mengalir dari potensial tinggi ke potensial rendah dan arah arus negatif mengalir sebaliknya.

Macam-macam arus :

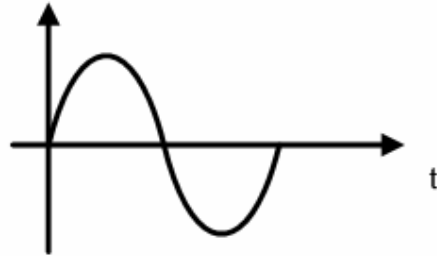
1. Arus searah (Direct Current/DC)

Arus DC adalah arus yang mempunyai nilai tetap atau konstan terhadap satuan waktu, artinya dimana pun kita meninjau arus tersebut pada waktu berbeda akan mendapatkan nilai yang sama



2. Arus bolak-balik (Alternating Current/AC)

Arus AC adalah arus yang mempunyai nilai yang berubah terhadap satuan waktu dengan karakteristik akan selalu berulang untuk perioda waktu tertentu (mempunyai perioda waktu : T).



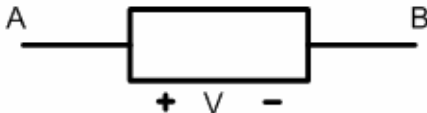
Tegangan

Tegangan atau seringkali orang menyebut dengan beda potensial dalam bahasa Inggris *voltage* adalah kerja yang dilakukan untuk menggerakkan satu muatan (sebesar satu coulomb) pada elemen atau komponen dari satu terminal/kutub ke terminal/kutub lainnya, atau pada kedua terminal/kutub akan mempunyai beda potensial jika kita menggerakkan/memindahkan muatan sebesar satu coulomb dari satu terminal ke terminal lainnya.

Keterkaitan antara kerja yang dilakukan sebenarnya adalah energi yang dikeluarkan, sehingga pengertian diatas dapat dipersingkat bahwa tegangan adalah energi per satuan muatan.

Secara matematis : $v = \frac{dw}{dq}$

Satuannya : Volt (V)



Pada gambar diatas, jika terminal/kutub A mempunyai potensial lebih tinggi daripada potensial di terminal/kutub B. Maka ada dua istilah yang seringkali dipakai pada Rangkaian Listrik, yaitu :

1. Tegangan turun/ *voltage drop*

Jika dipandang dari potensial lebih tinggi ke potensial lebih rendah dalam hal ini dari terminal A ke terminal B.

2. Tegangan naik/ *voltage rise*

Jika dipandang dari potensial lebih rendah ke potensial lebih tinggi dalam hal ini dari terminal B ke terminal A.

Pada buku ini istilah yang akan dipakai adalah pengertian pada item nomor 1 yaitu tegangan turun. Maka jika beda potensial antara kedua titik tersebut adalah sebesar 5 Volt, maka $V_{AB} = 5$ Volt dan $V_{BA} = -5$ Volt

Energi

Kerja yang dilakukan oleh gaya sebesar satu Newton sejauh satu meter. Jadi energi adalah sesuatu kerja dimana kita memindahkan sesuatu dengan mengeluarkan gaya sebesar satu Newton dengan jarak tempuh atau sesuatu tersebut berpindah dengan selisih jarak satu meter.

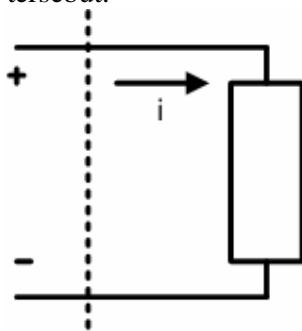
Pada alam akan berlaku hukum Kekekalan Energi dimana energi sebetulnya tidak dapat dihasilkan dan tidak dapat dihilangkan, energi hanya berpindah dari satu bentuk ke bentuk yang lainnya. Contohnya pada pembangkit listrik, energi dari air yang bergerak akan berpindah menjadi energi yang menghasilkan energi listrik, energi listrik akan berpindah menjadi energi cahaya jika energi listrik tersebut melewati suatu lampu, energi cahaya akan berpindah menjadi energi panas jika bola lampu tersebut pemakaiannya lama, demikian seterusnya.

Untuk menyatakan apakah energi dikirim atau diserap tidak hanya polaritas tegangan tetapi arah arus juga berpengaruh.

Elemen/komponen listrik digolongkan menjadi :

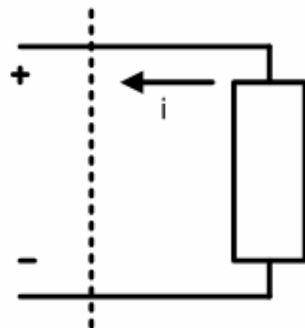
1. Menyerap energi

Jika arus positif meninggalkan terminal positif menuju terminal elemen/komponen, atau arus positif menuju terminal positif elemen/komponen tersebut.



2. Mengirim energi

Jika arus positif masuk terminal positif dari terminal elemen/komponen, atau arus positif meninggalkan terminal positif elemen/komponen.



Energi yang diserap/dikirim pada suatu elemen yang bertegangan v dan muatan yang melewatinya Δq adalah $\Delta w = v\Delta q$

Satuannya : Joule (J)

Daya

Rata-rata kerja yang dilakukan

$$\text{Daya secara matematis : } P = \frac{dw}{dq} = \frac{dw}{dq} \frac{dq}{dt} = vi$$

Satuannya : Watt (W)

Analisis Rangkaian

Mencari hubungan antara masukan dan keluaran pada rangkaian yang telah diketahui, misalkan mencari keluaran tegangan/ arus ataupun menentukan energi/ daya yang dikirim.

Ada 2 cabang utama dari teori rangkaian (input, rangkaian, output) :

1. Analisa rangkaian (rangkaiannya dan input untuk mencari output)
2. Sintesa rangkaian/ desain (input dan output untuk mencari rangkaian)

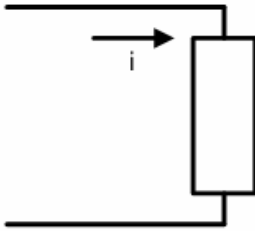
Prefix dalam SI (Sistem satuan Internasional)

Dalam SI untuk menyatakan bilangan yang lebih besar atau lebih kecil dari satu satuan dasar, dipergunakan notasi desimal (“*standard decimal prefixes*”) yang menyatakan pangkat dari sepuluh.

Notasi lengkap	Singkatan	Artinya (terhadap satuan)
atto	a	10^{-18}
femto	f	10^{-15}
pico	p	10^{-12}
nano	n	10^{-9}
mikro	μ	10^{-6}
milli	m	10^{-3}
centi	c	10^{-2}
deci	d	10^{-1}
deka	da	10^1
hekto	h	10^2
kilo	k	10^3
mega	M	10^6
giga	G	10^9
tera	T	10^{12}

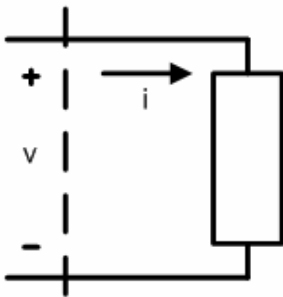
Contoh latihan :

1. Jika arus 6 A, tentukan v jika elemen menyerap daya 18 W ?



Jawaban :

Menyerap daya jika arus positif meninggalkan terminal positif



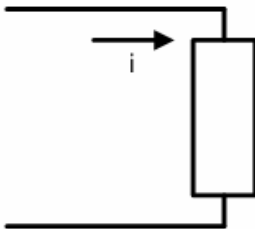
Arus positif karena dari potensial tinggi ke potensial rendah

$$i = 6 \text{ A}$$

$$P = 18 \text{ W}$$

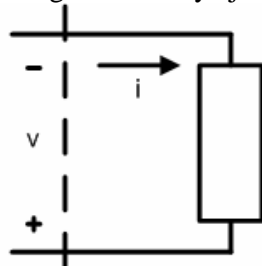
$$v = \frac{P}{i} = \frac{18}{6} = 3 \text{ Volt}$$

2. Jika arus 6 A, tentukan v jika elemen mengirimkan daya 18 W ?



Jawaban :

Mengirimkan daya jika arus positif masuk terminal positif



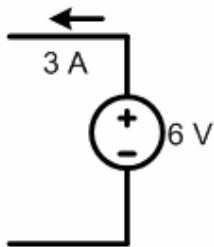
Arus negatif karena dari potensial rendah ke potensial tinggi

$$i = -6 \text{ A}$$

$$P = 18 \text{ W}$$

$$v = \frac{P}{i} = \frac{18}{-6} = -3 \text{ Volt}$$

3. Tentukan daya pada rangkaian tersebut, apakah sumber tegangan mengirimkan atau menyerap daya !



Jawaban :

Arus positif karena dari potensial tinggi ke potensial rendah

$$i = 3 \text{ A}$$

$$v = 6 \text{ V}$$

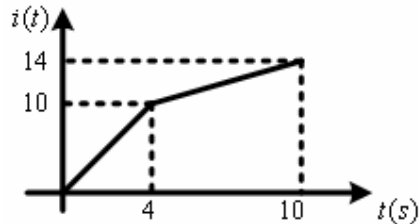
$$p = vi = 3 \cdot 6 = 18 \text{ W}$$

Arus positif meninggalkan terminal positif sumber, sehingga sumber mengirimkan daya.

Soal – soal :

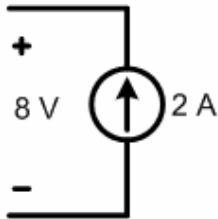
1. Jika tegangan pada elemen adalah 8 V dan arus yang melewati terminal positifnya seperti diperlihatkan pada grafik disamping. Tentukan daya yang diserap elemen pada saat :

- a. $t = 4 \text{ s}$
- b. $t = 7 \text{ s}$

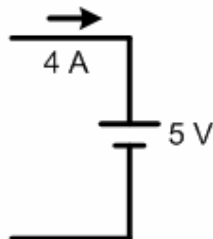


2. Tentukan muatan total pada soal nomor 1 diatas !

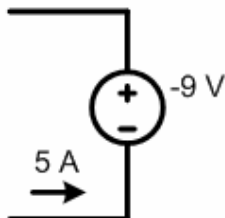
3. Tentukan daya pada rangkaian tersebut, apakah sumber tegangan mengirimkan atau menyerap daya !



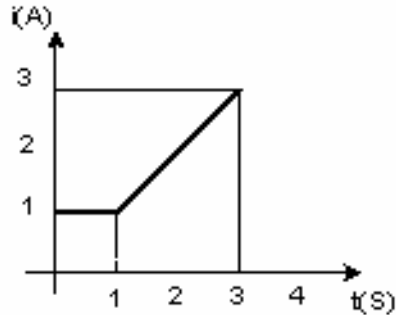
4. Tentukan daya pada rangkaian tersebut, apakah sumber tegangan mengirimkan atau menyerap daya !



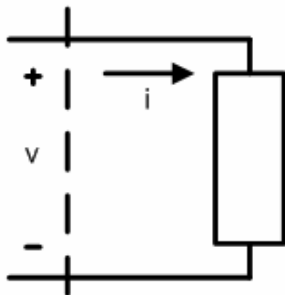
5. Tentukan daya pada rangkaian tersebut, apakah sumber tegangan mengirimkan atau menyerap daya !



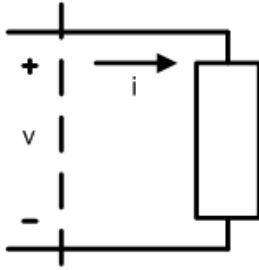
6. Jika diketahui muatan $q = 12t$ Coulomb, tentukan i !
7. Diketahui kurva arus terhadap waktu, tentukan muatan total yang masuk pada elemen !



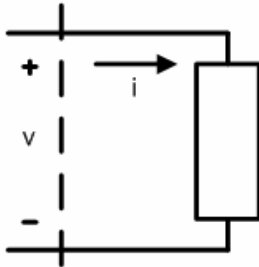
8. Tentukan muatan dalam satuan waktu jika arus $i = 8t^2 - 4t$ Ampere, $t \geq 0$ saat $q(0) = 0$.
9. Arus sebesar $5 \mu\text{A}$ melalui suatu kawat
- Berapa banyak muatan yang melalui kawat dalam 10 detik
 - Berapa banyak muatan yang melalui kawat dalam satu tahun
10. Muatan 5 kC melewati suatu elemen dan energi yang diberikan 20 MJ. Tentukan tegangan yang melintasi elemen tersebut.
11. Arus yang mengalir 2 A pada suatu elemen . Energi untuk memindahkan arus selama 1 s adalah 10 J. Tentukan tegangan yang melintasi elemen tersebut.
12. Sebuah arus 10 A dikirimkan ke elemen selama 5 s. Tentukan energi yang diperlukan untuk menghasilkan 10 V.
13. Sebuah lampu dihubungkan batere 12 V menghasilkan arus sebesar 0,5 A. Tentukan energi selama 2 s.
14. Jika $V = 4$ Volt dan $i = 10$ A. Tentukan
- Daya yang diserap atau dikirimkan
 - Energi diserap atau dikirimkan selama 10 s



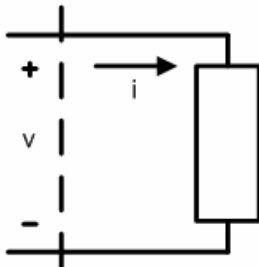
15. Jika $V = -4$ Volt dan $i = 10$ A. Tentukan daya diserap atau dikirimkan.



16. Jika $V = 4$ Volt dan $i = -10$ A. Tentukan daya diserap atau dikirimkan.



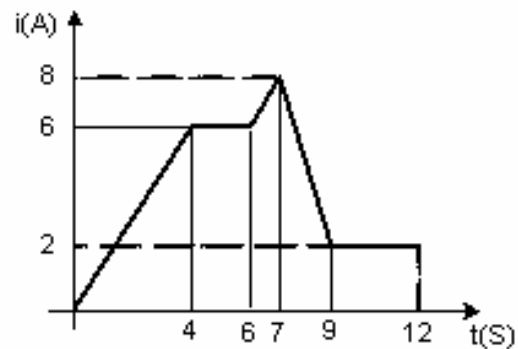
17. Jika $V = -4$ Volt dan $I = -10$ A. Tentukan daya diserap atau dikirimkan.



18. Sebuah kawat dilalui arus 10 mA. Berapa banyak muatan pada kawat tersebut selama 20 s.

19. Tentukan

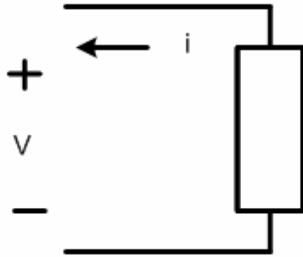
- Muatan total antara 4 - 9 s
- Muatan saat $t = 8$ s
- Arus saat $t = 1$ s, 5 s, dan 8 s



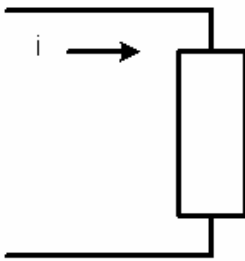
20. Berapa arus dihasilkan batere mobil, jika energi yang disuplai 2×10^6 J selama 10 jam (standar batere mobil 12 V)

21. Tentukan

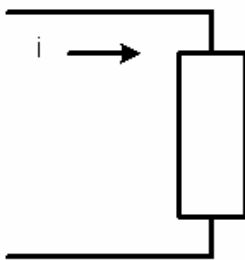
- Daya diserap atau dikirim
- Nilai daya jika $V = 10$ Volt dan $i = 12$ mA



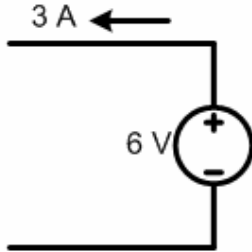
22. Arus 6 A, tentukan V jika elemen menyerap daya $P = 18$ W



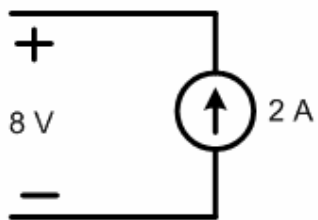
23. Jika arus 6 A, tentukan V jika elemen mengirimkan daya $P = 18$ W



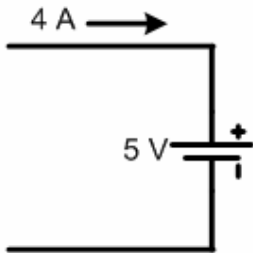
24. Tentukan daya pada rangkaian berikut



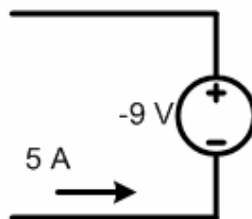
25. Tentukan daya pada rangkaian berikut



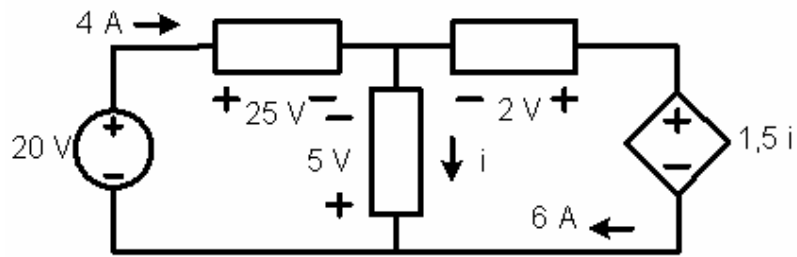
26. Tentukan daya pada rangkaian berikut



27. Tentukan daya pada rangkaian berikut



28. Tentukan daya yang diserap oleh tiap elemen pada rangkaian berikut



BAB II ELEMEN RANGKAIAN LISTRIK

Seperti dijelaskan pada bab sebelumnya, bahwa pada Rangkaian Listrik tidak dapat dipisahkan dari penyusunnya sendiri, yaitu berupa elemen atau komponen. Pada bab ini akan dibahas elemen atau komponen listrik aktif dan pasif.

Elemen Aktif

Elemen aktif adalah elemen yang menghasilkan energi, pada mata kuliah Rangkaian Listrik yang akan dibahas pada elemen aktif adalah sumber tegangan dan sumber arus. Pada pembahasan selanjutnya kita akan membicarakan semua yang berkaitan dengan elemen atau komponen ideal. Yang dimaksud dengan kondisi ideal disini adalah bahwa sesuatunya berdasarkan dari sifat karakteristik dari elemen atau komponen tersebut dan tidak terpengaruh oleh lingkungan luar. Jadi untuk elemen listrik seperti sumber tegangan, sumber arus, kompone R, L, dan C pada mata kuliah ini diasumsikan semuanya dalam kondisi ideal.

1. Sumber Tegangan (*Voltage Source*)

Sumber tegangan ideal adalah suatu sumber yang menghasilkan tegangan yang tetap, tidak tergantung pada arus yang mengalir pada sumber tersebut, meskipun tegangan tersebut merupakan fungsi dari t.

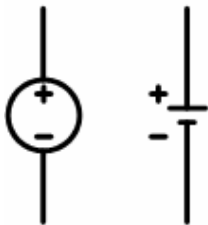
Sifat lain :

Mempunyai nilai resistansi dalam $R_d = 0$ (sumber tegangan ideal)

a. Sumber Tegangan Bebas/ *Independent Voltage Source*

Sumber yang menghasilkan tegangan tetap tetapi mempunyai sifat khusus yaitu harga tegangannya tidak bergantung pada harga tegangan atau arus lainnya, artinya nilai tersebut berasal dari sumbet tegangan dia sendiri.

Simbol :



b. Sumber Tegangan Tidak Bebas/ *Dependent Voltage Source*

Mempunyai sifat khusus yaitu harga tegangan bergantung pada harga tegangan atau arus lainnya.

Simbol :



2. Sumber Arus (*Current Source*)

Sumber arus ideal adalah sumber yang menghasilkan arus yang tetap, tidak bergantung pada tegangan dari sumber arus tersebut.

Sifat lain :

Mempunyai nilai resistansi dalam $R_d = \infty$ (sumber arus ideal)

a. Sumber Arus Bebas/ *Independent Current Source*

Mempunyai sifat khusus yaitu harga arus tidak bergantung pada harga tegangan atau arus lainnya.

Simbol :



b. Sumber Arus Tidak Bebas/ *Dependent Current Source*

Mempunyai sifat khusus yaitu harga arus bergantung pada harga tegangan atau arus lainnya.

Simbol :



Elemen Pasif

1. Resistor (R)

Sering juga disebut dengan tahanan, hambatan, penghantar, atau resistansi dimana resistor mempunyai fungsi sebagai penghambat arus, pembagi arus, dan pembagi tegangan.

Nilai resistor tergantung dari hambatan jenis bahan resistor itu sendiri (tergantung dari bahan pembuatnya), panjang dari resistor itu sendiri dan luas penampang dari resistor itu sendiri.

Secara matematis :

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

dimana : ρ = hambatan jenis

l = panjang dari resistor

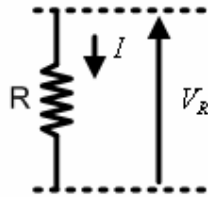
A = luas penampang

Satuan dari resistor : Ohm (Ω)

Jika suatu resistor dilewati oleh sebuah arus maka pada kedua ujung dari resistor tersebut akan menimbulkan beda potensial atau tegangan. Hukum yang didapat dari percobaan ini adalah: Hukum Ohm.

Mengenai pembahasan dari Hukum Ohm akan dibahas pada bab selanjutnya.

$$V_R = IR$$



2. Kapasitor (C)

Sering juga disebut dengan kondensator atau kapasitansi. Mempunyai fungsi untuk membatasi arus DC yang mengalir pada kapasitor tersebut, dan dapat menyimpan energi dalam bentuk medan listrik.

Nilai suatu kapasitor tergantung dari nilai permitivitas bahan pembuat kapasitor, luas penampang dari kapasitor tersebut dan jarak antara dua keping penyusun dari kapasitor tersebut.

Secara matematis :

$$C = \varepsilon \frac{A}{d}$$

dimana : ε = permitivitas bahan

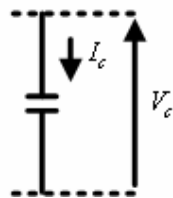
A = luas penampang bahan

d = jarak dua keping

Satuan dari kapasitor : Farad (F)

Jika sebuah kapasitor dilewati oleh sebuah arus maka pada kedua ujung kapasitor tersebut akan muncul beda potensial atau tegangan, dimana secara matematis dinyatakan :

$$i_c = C \frac{dv_c}{dt}$$



Penurunan rumus :

$$Q = CV$$

$$dq = Cdv$$

dimana :

$$i = \frac{dq}{dt}$$

$$dq = i \cdot dt$$

sehingga :

$$i \cdot dt = C dv$$

$$i = C \frac{dv}{dt}$$

Dari karakteristik $v - i$, dapat diturunkan sifat penyimpanan energi pada kapasitor.

$$p = \frac{dw}{dt}$$

$$dw = p \cdot dt$$

$$\int dw = \int p \cdot dt$$

$$w = \int p \cdot dt = \int v i \cdot dt = \int v C \frac{dv}{dt} dt = \int C v dv$$

Misalkan : pada saat $t = 0$ maka $v = 0$

pada saat $t = t$ maka $v = V$

Sehingga : $w = \int_0^V C v dv = \frac{1}{2} CV^2$ yang merupakan energi yang disimpan pada

kapasitor dalam bentuk medan listrik.

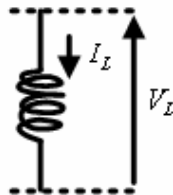
Jika kapasitor dipasang tegangan konstan/DC, maka arus sama dengan nol.

Sehingga kapasitor bertindak sebagai rangkaian terbuka/ *open circuit* untuk tegangan DC.

3. Induktor/ Induktansi/ Lilitan/ Kumparan (L)

Seringkali disebut sebagai induktansi, lilitan, kumparan, atau belitan. Pada induktor mempunyai sifat dapat menyimpan energi dalam bentuk medan magnet.

Satuan dari induktor : Henry (H)



Arus yang mengalir pada induktor akan menghasilkan fluksi magnetik (ϕ) yang membentuk loop yang melingkupi kumparan. Jika ada N lilitan, maka total fluksi adalah :

$$\lambda = LI$$

$$L = \frac{\lambda}{I}$$

$$v = \frac{d\lambda}{dt} = L \frac{di}{dt}$$

Dari karakteristik v-i, dapat diturunkan sifat penyimpanan energi pada induktor.

$$p = \frac{dw}{dt}$$

$$dw = p \cdot dt$$

$$\int dw = \int p \cdot dt$$

$$w = \int p \cdot dt = \int v \cdot i \cdot dt = \int L \frac{di}{dt} i \cdot dt = \int Li \cdot di$$

Misalkan : pada saat $t = 0$ maka $i = 0$
pada saat $t = t$ maka $i = I$

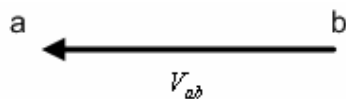
sehingga ; $w = \int_0^I Li \cdot di = \frac{1}{2} LI^2$ merupakan energi yang disimpan pada induktor L

dalam bentuk medan magnet.

Jika induktor dipasang arus konstan/DC, maka tegangan sama dengan nol.
Sehingga induktor bertindak sebagai rangkaian hubung singkat/ *short circuit*.

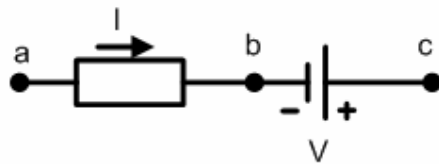
Hal-Hal Yang Perlu Diperhatikan :

1. Tegangan antara 2 titik, a dan b digambarkan dengan satu anak panah seperti pada gambar dibawah ini :



V_{ab} menunjukkan besar potensial relatif titik a terhadap titik b.

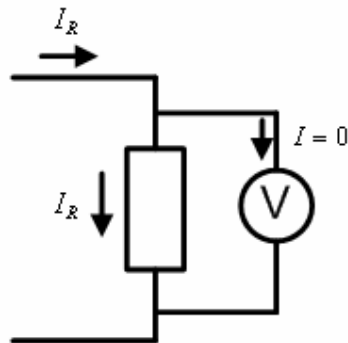
2. Tegangan yang dipakai pada buku ini adalah tegangan *drop*/ jatuh dimana akan bernilai positif, bila kita berjalan dari potensial tinggi ke potensial rendah.
Contoh :



$$\text{Voltage drop} : V_{ac} = V_{ab} + V_{bc} = IR - V$$

3. Setiap arus yang melewati komponen pasif maka terminal dari komponen tersebut pertamakali dialiri arus akan menjadi potensial lebih tinggi dibandingkan potensial terminal lainnya.
4. Bedakan antara sumber tegangan dan pengukur tegangan/ Voltmeter.
Sumber tegangan ($R_d = 0$)
Voltmeter ($R_d = \infty$)

Voltmeter dipasang paralel pada komponen yang akan diukur supaya tidak ada arus yang melalui Voltmeter.

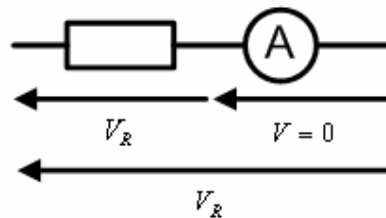


5. Bedakan antara sumber arus dan pengukur arus/ Amperemeter

Sumber arus ($R_d = \infty$)

Amperemeter ($R_d = 0$)

Amperemeter dipasang seri pada komponen yang akan diukur supaya tegangan pada Amperemeter samadengan nol.



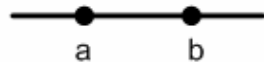
Perlu diingat bahwa rangkaian paralel adalah pembagi arus dan rangkaian seri adalah pembagi tegangan. Pembahasan rangkain seri dan paralel akan dibahas pada bab selanjutnya.

6. Rangkaian Hubung Singkat (*Short Circuit*)

Sifat : V_{ab} selalu samadengan 0, tidak tergantung pada arus I yang mengalir padanya.

$V_{ab} = 0$

$R_d = 0$



7. Rangkaian Terbuka (*Open Circuit*)

Sifat : arus selalu samadengan 0, tidak tergantung pada tegangan a-b.

$$I = 0$$

$$R_d = \infty$$



BAB III HUKUM – HUKUM RANGKAIAN

Hukum Ohm

Jika sebuah penghantar atau resistansi atau hantaran dilewati oleh sebuah arus maka pada kedua ujung penghantar tersebut akan muncul beda potensial, atau Hukum Ohm menyatakan bahwa tegangan melintasi berbagai jenis bahan pengantar adalah berbanding lurus dengan arus yang mengalir melalui bahan tersebut.

Secara matematis :

$$V = I.R$$

Hukum Kirchoff I / Kirchoff's Current Law (KCL)

Jumlah arus yang memasuki suatu percabangan atau node atau simpul samadengan arus yang meninggalkan percabangan atau node atau simpul, dengan kata lain jumlah aljabar semua arus yang memasuki sebuah percabangan atau node atau simpul samadengan nol.

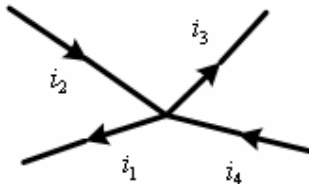
Secara matematis :

$$\Sigma \text{ Arus pada satu titik percabangan} = 0$$

$$\Sigma \text{ Arus yang masuk percabangan} = \Sigma \text{ Arus yang keluar percabangan}$$

Dapat diilustrasikan bahwa arus yang mengalir samadengan aliran sungai, dimana pada saat menemui percabangan maka aliran sungai tersebut akan terbagi sesuai proporsinya pada percabangan tersebut. Artinya bahwa aliran sungai akan terbagi sesuai dengan jumlah percabangan yang ada, dimana tentunya jumlah debit air yang masuk akan samadengan jumlah debit air yang keluar dari percabangan tersebut.

Contoh :



$$\sum i = 0$$

$$i_2 + i_4 - i_1 - i_3 = 0$$

$$\sum \text{ arus} \cdot \text{masuk} = \sum \text{ arus} \cdot \text{keluar}$$

$$i_2 + i_4 = i_1 + i_3$$

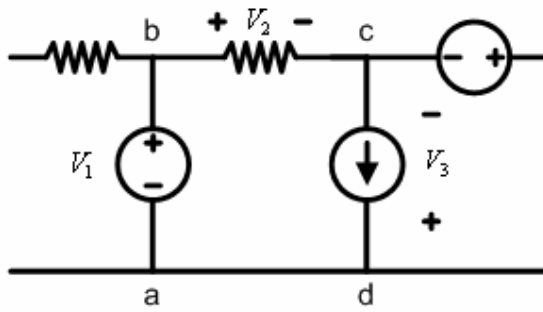
Hukum Kirchoff II / Kirchoff's Voltage Law (KVL)

Jumlah tegangan pada suatu lintasan tertutup samadengan nol, atau penjumlahan tegangan pada masing-masing komponen penyusunnya yang membentuk satu lintasan tertutup akan bernilai samadengan nol.

Secara matematis :

$$\sum V = 0$$

Contoh :



Lintasan a-b-c-d-a :

$$V_{ab} + V_{bc} + V_{cd} + V_{da} = 0$$

$$-V_1 + V_2 - V_3 + 0 = 0$$

$$V_2 - V_1 - V_3 = 0$$

Lintasan a-d-c-b-a :

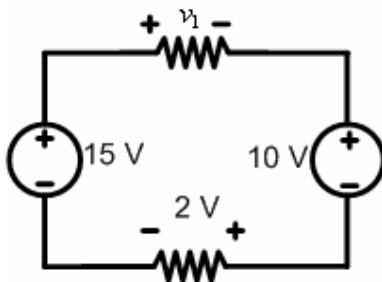
$$V_{ad} + V_{dc} + V_{cb} + V_{ba} = 0$$

$$V_3 - V_2 + V_1 + 0 = 0$$

$$V_3 - V_2 + V_1 = 0$$

Contoh Latihan :

1. Tentukan v_1 pada rangkaian tersebut !



Jawaban :

Hukum KVL :

$$\Sigma v = 0$$

□ searah jarum jam

$$+v_1 + 10 + 2 - 15 = 0$$

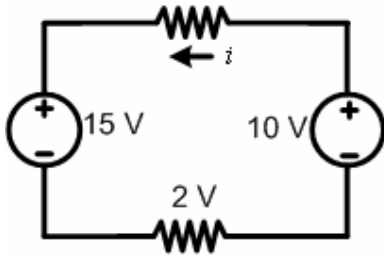
$$v_1 = 3V$$

□ berlawanan arah jarum jam

$$-v_1 - 10 - 2 + 15 = 0$$

$$v_1 = 3V$$

2. Tentukan v_1 pada rangkaian tersebut !



Jawaban :

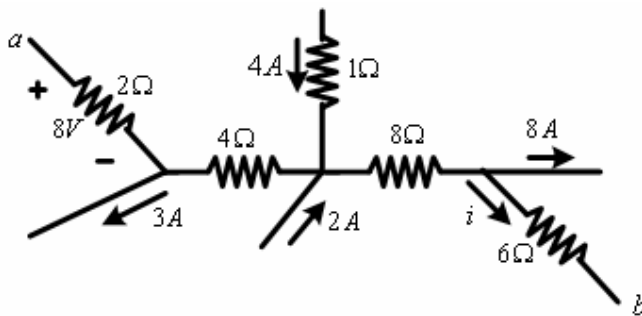
Hukum KVL :

$$\sum v = 0$$

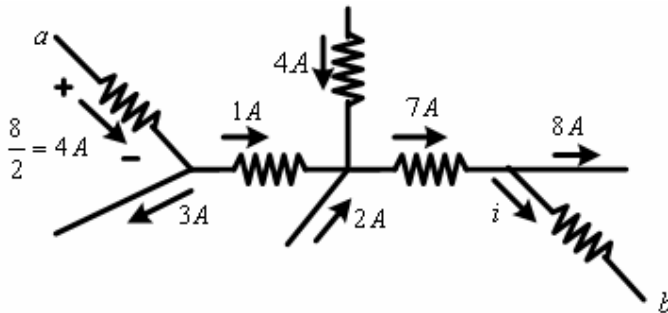
$$+v_1 - 10 + 2 + 15 = 0$$

$$v_1 = -7V$$

3. Tentukan nilai i dan v_{ab} !



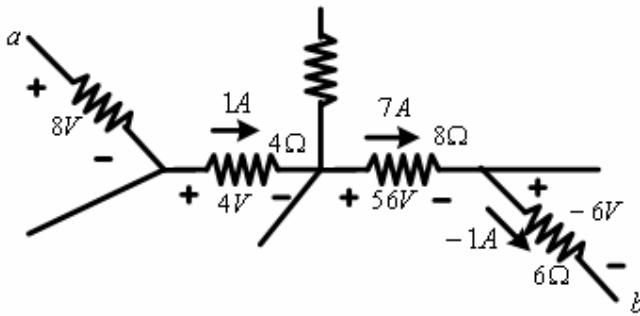
Jawaban :



Hukum KCL :

$$\sum i = 0$$

$$i = -8 + 7 = -1A$$



Hukum KVL :

$$\sum v = 0$$

$$v_{ab} = +8 + 4 + 56 - 6 = 62V$$

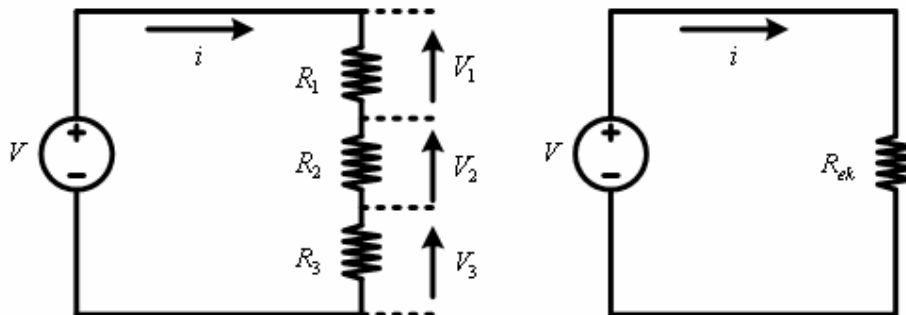
Hubungan Seri dan Paralel

Secara umum digolongkan menjadi 2 :

1. Hubungan seri
Jika salah satu terminal dari dua elemen tersambung, akibatnya arus yang lewat akan sama besar.
2. Hubungan paralel
Jika semua terminal terhubung dengan elemen lain dan akibatnya tegangan diantaranya akan sama.

Resistor (R)

Hubungan seri :



$$KVL : \sum V = 0$$

$$V_1 + V_2 + V_3 - V = 0$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = iR_1 + iR_2 + iR_3$$

$$V = i(R_1 + R_2 + R_3)$$

$$\frac{V}{i} = R_1 + R_2 + R_3$$

$$R_{ek} = R_1 + R_2 + R_3$$

Pembagi tegangan :

$$V_1 = iR_1$$

$$V_2 = iR_2$$

$$V_3 = iR_3$$

dimana :

$$i = \frac{V}{R_1 + R_2 + R_3}$$

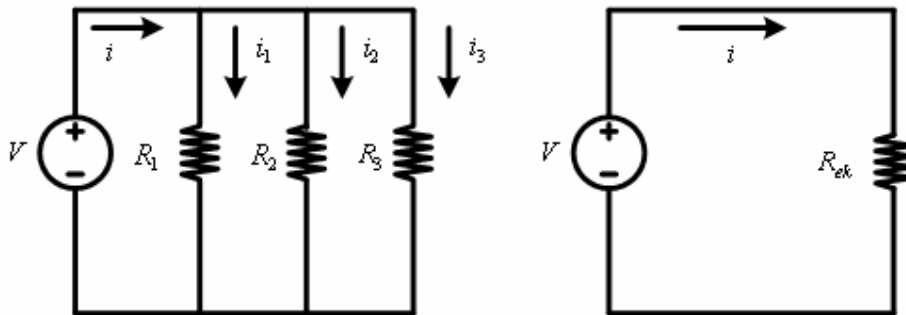
sehingga :

$$V_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} V$$

$$V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3} V$$

$$V_3 = \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} V$$

Hubungan paralel :



KCL :

$$\sum i = 0$$

$$i - i_1 - i_2 - i_3 = 0$$

$$i = i_1 + i_2 + i_3$$

$$\frac{V}{R_{ek}} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3}$$

$$\frac{1}{R_{ek}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Pembagi arus :

$$i_1 = \frac{V}{R_1}$$

$$i_2 = \frac{V}{R_2}$$

$$i_3 = \frac{V}{R_3}$$

dimana :

$$V = iR_{ek}$$

sehingga :

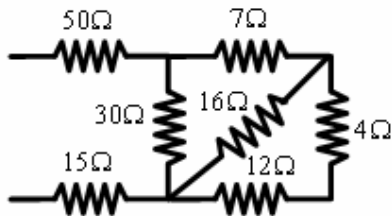
$$i_1 = \frac{R_{ek}}{R_1} i$$

$$i_2 = \frac{R_{ek}}{R_2} i$$

$$i_3 = \frac{R_{ek}}{R_3} i$$

Contoh latihan :

1. Tentukan nilai R_{ek} pada rangkain tersebut!



Jawaban :

$$R_{s1} = 12 + 4 = 16\Omega$$

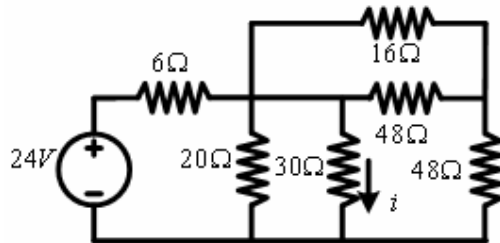
$$R_{s1} // 16\Omega \rightarrow R_{p1} = \frac{16 \times 16}{16 + 16} = 8\Omega$$

$$R_{s2} = R_{p1} + 7\Omega = 8 + 7 = 15\Omega$$

$$R_{s2} // 30\Omega \rightarrow R_{p2} = \frac{15 \times 30}{15 + 30} = 10\Omega$$

$$R_{ek} = R_{p2} + 50\Omega + 15\Omega = 10 + 50 + 15 = 75\Omega$$

2. Tentukan nilai arus i !



Jawaban :

$$R_{p1} = \frac{16 \times 48}{16 + 48} = 12\Omega$$

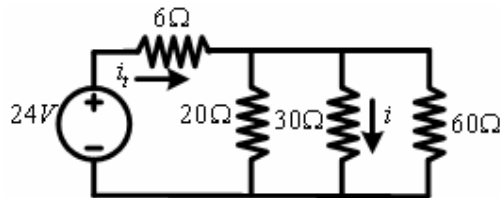
$$R_{s1} = R_{p1} + 48\Omega = 12 + 48 = 60\Omega$$

$$R_{s1} // 30\Omega // 20\Omega \rightarrow R_{p2} = \frac{R_{s1} \cdot 30 \cdot 20}{R_{s1} \cdot 30 + R_{s1} \cdot 20 + 30 \cdot 20}$$

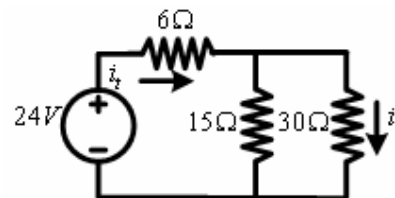
$$R_{p2} = 10\Omega$$

$$R_{ek} = R_{p2} + 6\Omega = 10 + 6 = 16\Omega$$

$$i_t = \frac{24}{16} = \frac{3}{2} A$$

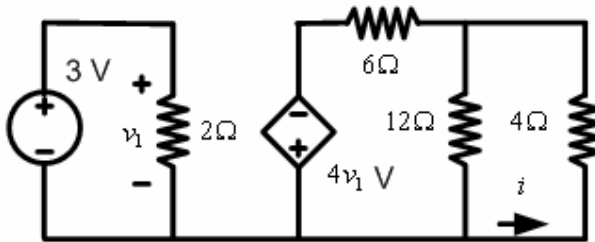


$$20\Omega // 60\Omega \rightarrow R_p = \frac{20 \cdot 60}{20 + 60} = 15\Omega$$



$$i = \frac{15}{15 + 30} i_t = \frac{15}{45} \cdot \frac{3}{2} = \frac{1}{2} A$$

3. Tentukan nilai arus i !



Jawaban :

$$v_1 = 3V$$

$$12\Omega // 4\Omega \rightarrow R_p = \frac{12 \times 4}{12 + 4} = 3\Omega$$

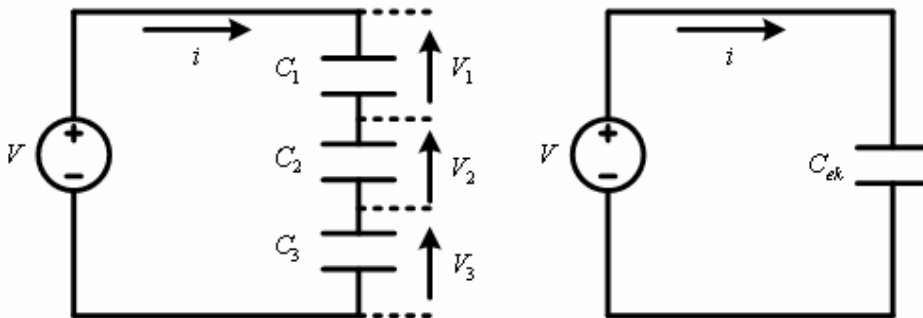
$$v_{R_p} = \frac{R_p}{R_p + 6\Omega} \times 4v_1 = \frac{3}{9} \times 12 = 4V$$

sehingga :

$$i = \frac{v_{R_p}}{4\Omega} = \frac{4}{4} = 1A$$

Kapasitor (C)

Hubungan seri



$$KVL : \sum V = 0$$

$$V_1 + V_2 + V_3 - V = 0$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$V = \frac{1}{C_1} \int i dt + \frac{1}{C_2} \int i dt + \frac{1}{C_3} \int i dt$$

$$\frac{1}{C_{ek}} \int i dt = \frac{1}{C_1} \int i dt + \frac{1}{C_2} \int i dt + \frac{1}{C_3} \int i dt$$

$$\frac{1}{C_{ek}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

Pembagi tegangan :

$$V_1 = \frac{1}{C_1} \int i dt$$

$$V_2 = \frac{1}{C_2} \int i dt$$

$$V_3 = \frac{1}{C_3} \int i dt$$

$$\text{dim ana} \rightarrow V = \frac{1}{C_{ek}} \int i dt$$

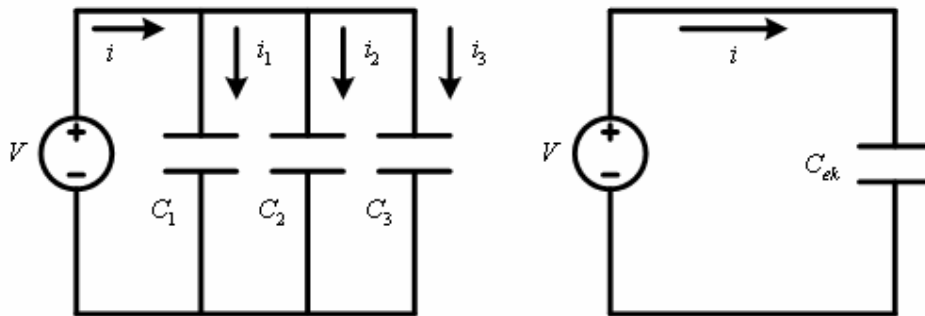
sehingga :

$$V_1 = \frac{C_{ek}}{C_1} V$$

$$V_2 = \frac{C_{ek}}{C_2} V$$

$$V_3 = \frac{C_{ek}}{C_3} V$$

Hubungan paralel :



KCL :

$$\sum i = 0$$

$$i - i_1 - i_2 - i_3 = 0$$

$$i = i_1 + i_2 + i_3$$

$$C_{ek} \frac{dV}{dt} = C_1 \frac{dV}{dt} + C_2 \frac{dV}{dt} + C_3 \frac{dV}{dt}$$

$$C_{ek} = C_1 + C_2 + C_3$$

Pembagi arus :

$$i_1 = C_1 \frac{dV}{dt}$$

$$i_2 = C_2 \frac{dV}{dt}$$

$$i_3 = C_3 \frac{dV}{dt}$$

$$\text{dim ana} \rightarrow i = C_{ek} \frac{dV}{dt} \rightarrow \frac{dV}{dt} = \frac{i}{C_{ek}}$$

sehingga :

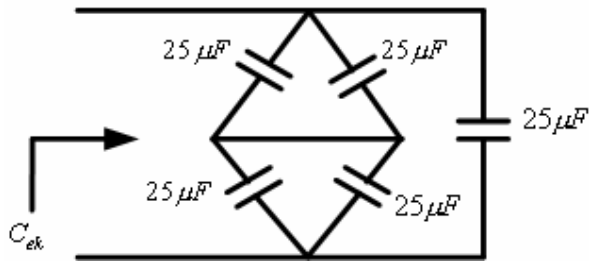
$$i_1 = \frac{C_1}{C_{ek}} i$$

$$i_2 = \frac{C_2}{C_{ek}} i$$

$$i_3 = \frac{C_3}{C_{ek}} i$$

Contoh latihan :

1. Tentukan C_{ek} pada rangkaian tersebut!



Jawaban :

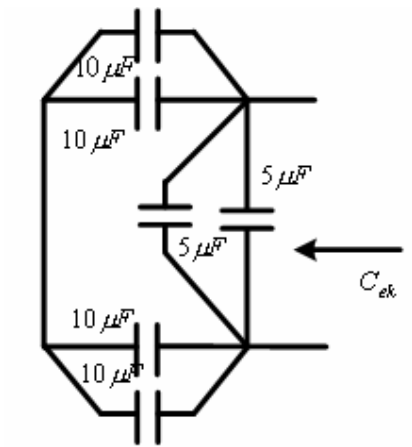
$$C_{p1} = 25 \mu F + 25 \mu F = 50 \mu F$$

$$C_{p2} = 25 \mu F + 25 \mu F = 50 \mu F$$

$$C_s = \frac{50 \times 50}{50 + 50} = 25 \mu F$$

$$C_{ek} = C_s + 25 \mu F = 25 + 25 = 50 \mu F$$

2. Tentukan C_{ek} !



Jawaban :

$$C_{p1} = 10\mu F + 10\mu F = 20\mu F$$

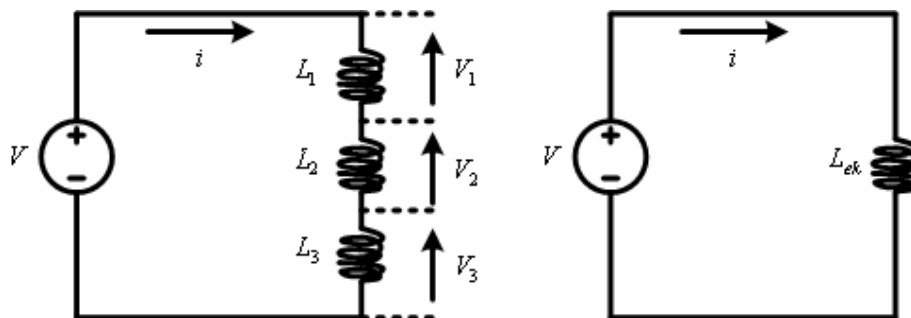
$$C_{p1} = 10\mu F + 10\mu F = 20\mu F$$

$$C_s = \frac{20 \times 20}{20 + 20} = 10\mu F$$

$$C_s // 5\mu F // 5\mu F \rightarrow C_{ek} = C_s + 5\mu F + 5\mu F = 20\mu F$$

Induktor (L)

Hubungan seri :



$$KVL : \sum V = 0$$

$$V_1 + V_2 + V_3 - V = 0$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$V = L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} + L_3 \frac{di}{dt}$$

$$L_{ek} \frac{di}{dt} = L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} + L_3 \frac{di}{dt}$$

$$L_{ek} = L_1 + L_2 + L_3$$

Pembagi tegangan :

$$V_1 = L_1 \frac{di}{dt}$$

$$V_2 = L_2 \frac{di}{dt}$$

$$V_3 = L_3 \frac{di}{dt}$$

$$\text{dimana } \rightarrow V = L_{ek} \frac{di}{dt} \rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{V}{L_{ek}}$$

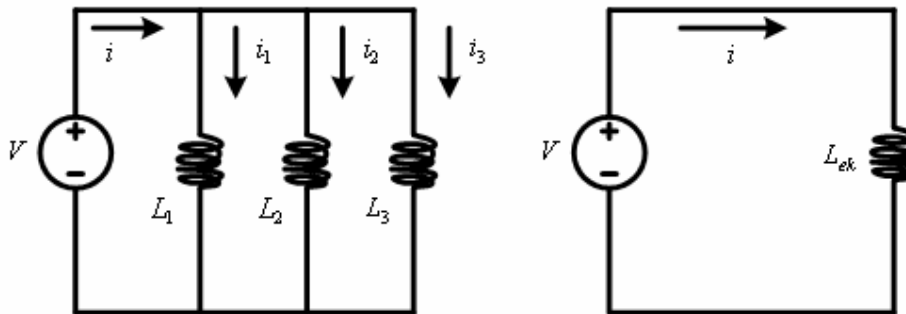
sehingga :

$$V_1 = \frac{L_1}{L_{ek}} V$$

$$V_2 = \frac{L_2}{L_{ek}} V$$

$$V_3 = \frac{L_3}{L_{ek}} V$$

Hubungan paralel :



KCL :

$$\sum i = 0$$

$$i - i_1 - i_2 - i_3 = 0$$

$$i = i_1 + i_2 + i_3$$

$$\frac{1}{L_{ek}} \int V dt = \frac{1}{L_1} \int V dt + \frac{1}{L_2} \int V dt + \frac{1}{L_3} \int V dt$$

$$\frac{1}{L_{ek}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3}$$

Pembagi arus ;

$$i_1 = \frac{1}{L_1} \int V dt$$

$$i_2 = \frac{1}{L_2} \int V dt$$

$$i_3 = \frac{1}{L_3} \int V dt$$

$$\text{dimana} \rightarrow i = \frac{1}{L_{ek}} \int V dt \rightarrow \int V dt = L_{ek} i$$

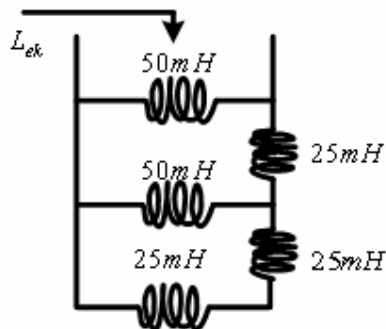
$$i_1 = \frac{L_{ek}}{L_1} i$$

$$i_2 = \frac{L_{ek}}{L_2} i$$

$$i_3 = \frac{L_{ek}}{L_3} i$$

Contoh latihan :

1. Tentukan nilai L_{ek} !



Jawaban :

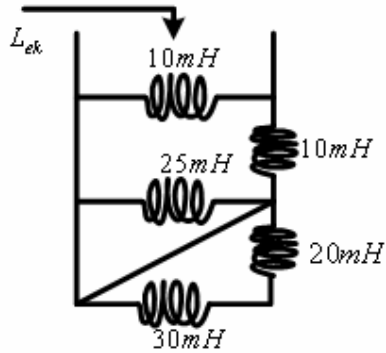
$$L_{s1} = 25mH + 25mH = 50mH$$

$$L_{s1} // 50mH \rightarrow L_{p1} = \frac{50 \times 50}{50 + 50} = 25mH$$

$$L_{s2} = L_{p1} + 25mH = 25 + 25 = 50mH$$

$$L_{s2} // 50mH \rightarrow L_{ek} = \frac{50 \times 50}{50 + 50} = 25mH$$

2. Tentukan nilai L_{ek} !



Jawaban :

$$L_{s1} = 30mH + 20mH = 50mH$$

$$L_{s1} // 0 // 25mH \rightarrow L_{p1} = 0mH$$

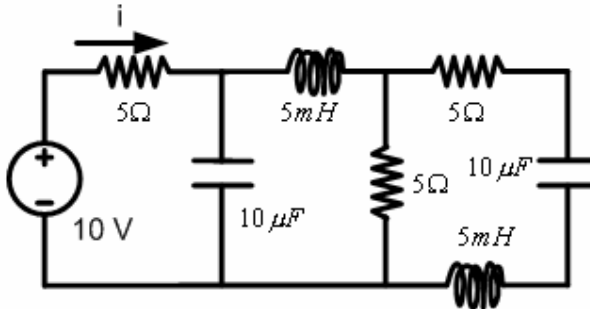
$$L_{s2} = L_{p1} + 10mH = 0 + 10 = 10mH$$

$$L_{s2} // 10mH \rightarrow L_{ek} = \frac{L_{s2} \times 10}{L_{s2} + 10}$$

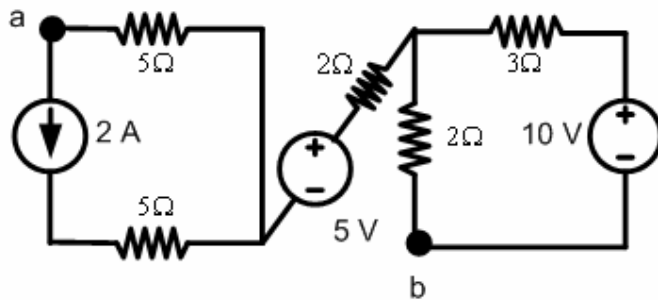
$$L_{ek} = \frac{10 \times 10}{10 + 10} = 5mH$$

Soal – soal :

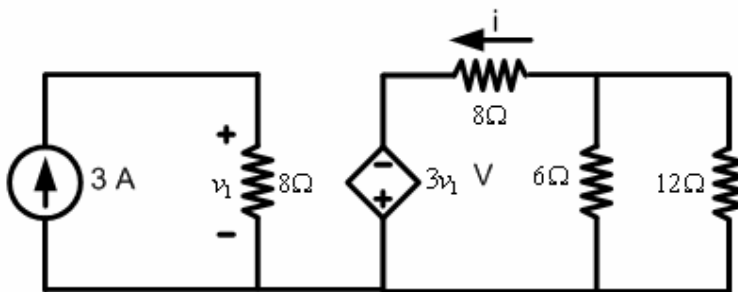
1. Tentukan nilai arus i jika diberikan sumber tegangan DC 10 V !



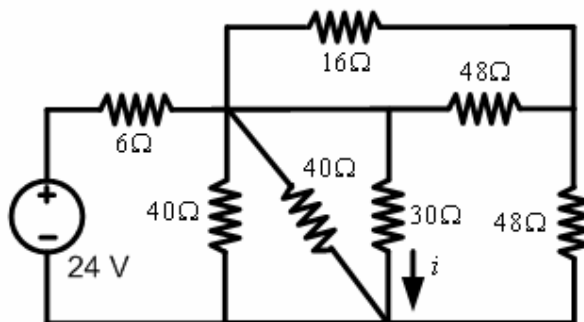
2. Tentukan nilai tegangan V_{ab} !



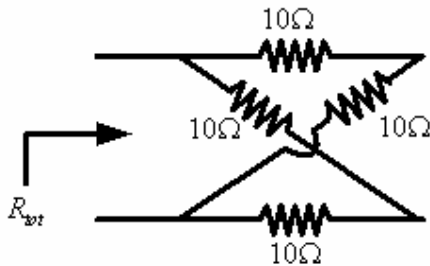
3. Tentukan nilai i !



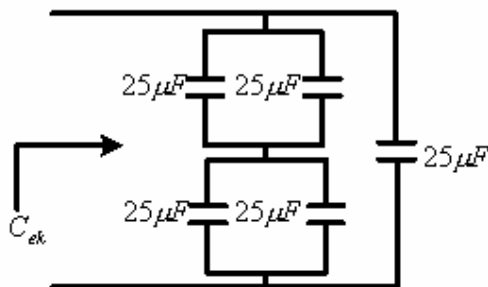
4. Tentukan nilai arus i !



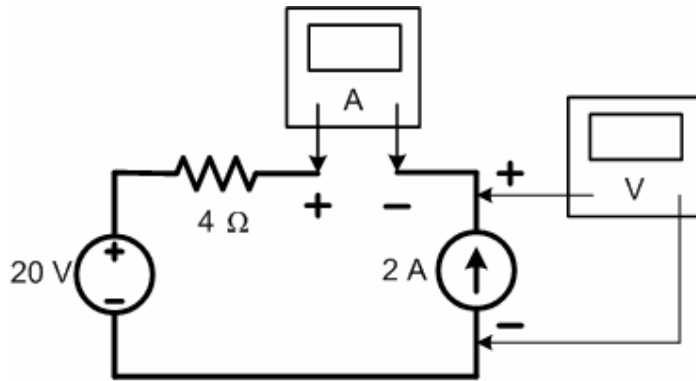
5. Jika pada suatu rangkaian diberikan tegangan 10 V maka timbul arus sebesar 2 A, maka berapa arus yang muncul jika tegangan yang diberikan pada rangkaian tersebut sebesar 15 V
6. Pada suatu rangkaian yang tidak diketahui nilai resistansinya, daya pada rangkaian tersebut yang terukur dengan wattmeter sebesar 250 W dengan tegangan terpasang 50 V, tentukan nilai resistansinya.
7. Nilai suatu rangkaian seri $R_1 = 6\Omega$ dan $R_2 = 12\Omega$ jika diberikan sumber tegangan 8 V akan menghasilkan arus sebesar 2 A, tentukan nilai arus rangkaian paralel dengan daya yang sama saat rangkaian dihubungkan seri.
8. Jika suatu nilai kapasitor yang terdiri dari 10pF, $12 \times 10^{-6} \mu\text{F}$, dan 0,008nF, jika dihubungkan paralel maka berapa nilai kapasitor totalnya.
9. Jika diberikan sumber tegangan sebesar 10 V dan nilai resistor masing-masing 5Ω seri dengan 10Ω kemudian paralel dengan 15Ω lalu diseriakan lagi dengan paralel antara 5Ω dan 5Ω , maka tentukan arus yang dihasilkan.
10. Tentukan tahanan totalnya



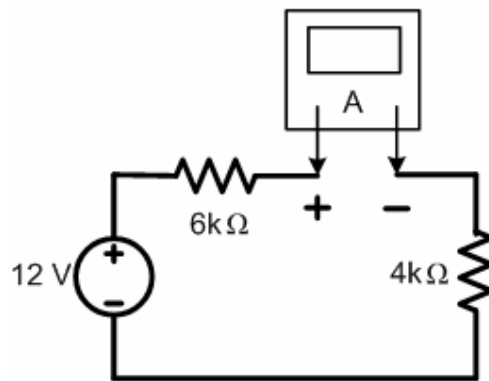
11. Tentukan C_{ek} !



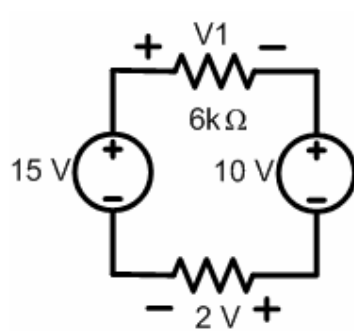
12. Tentukan nilai pada alat ukur masing-masing :



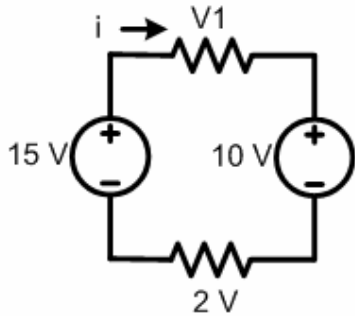
13. Tentukan arus pada Amperemeter :



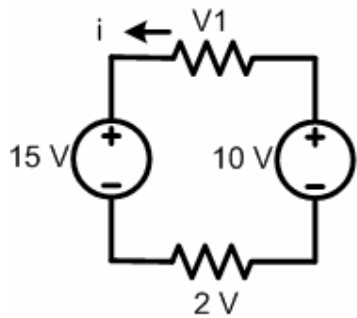
26. Tentukan V_1 pada rangkaian berikut :



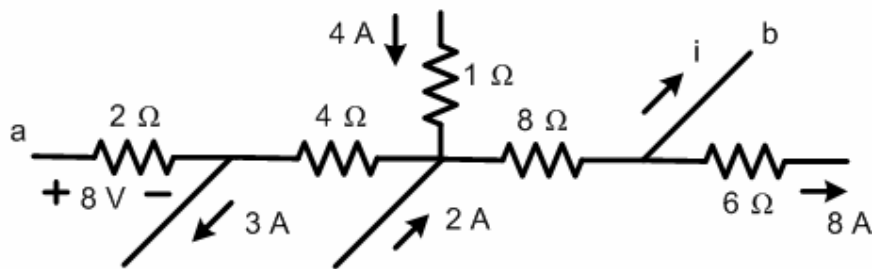
27. Tentukan V_1 pada rangkaian berikut :



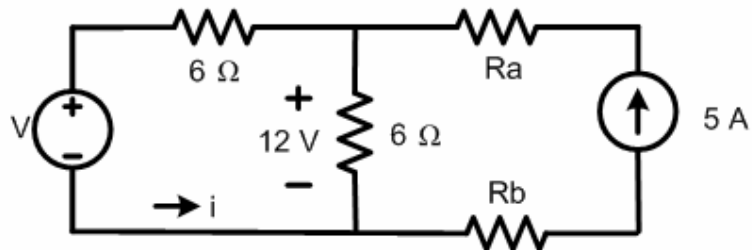
28. Tentukan V_1 pada rangkaian berikut :



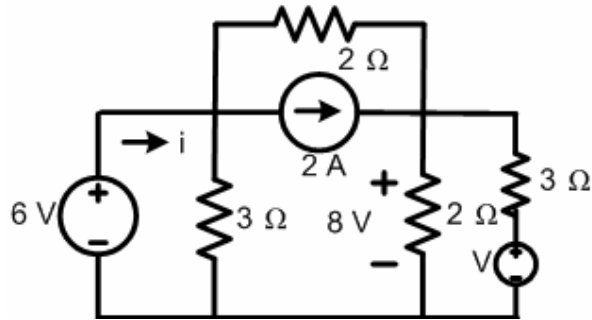
29. Tentukan arus i dan V_{ab} pada rangkaian berikut :



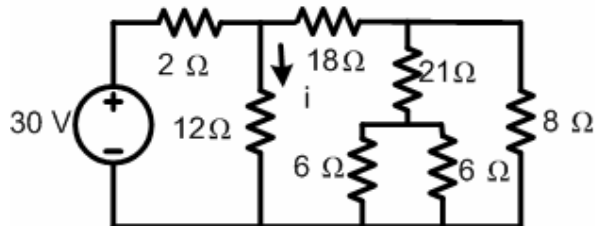
30. Tentukan arus i dan V pada rangkaian berikut :



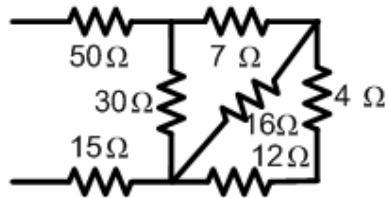
31. Tentukan arus i dan V pada rangkaian berikut :



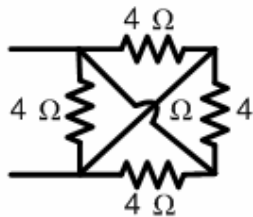
32. Tentukan R_{ek} dan i pada rangkaian berikut :



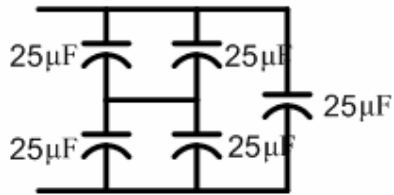
33. Tentukan R_{tot} pada rangkaian berikut :



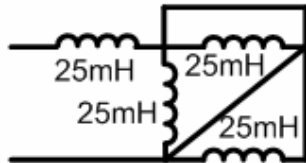
34. Tentukan R_{ek} pada rangkaian berikut :



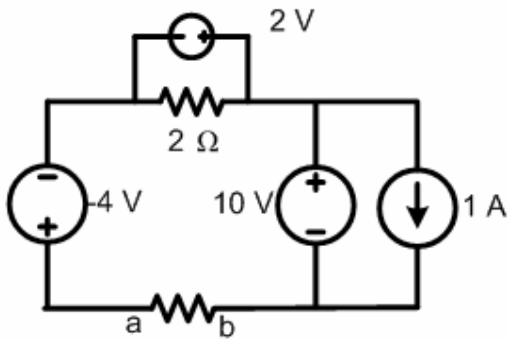
35. Tentukan Cek pada rangkaian berikut :



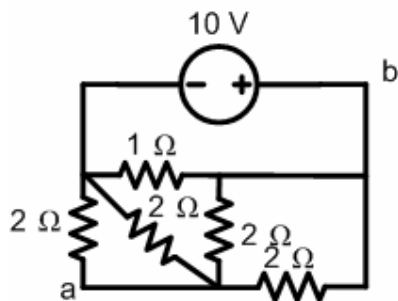
36. Tentukan Lek pada rangkaian berikut :



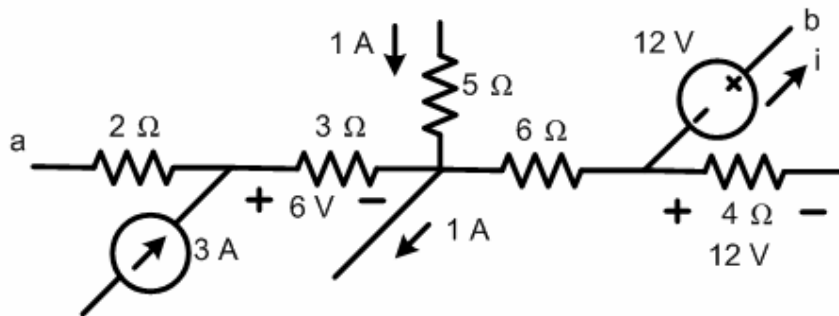
37. Tentukan tegangan dititik a-b pada rangkaian berikut :



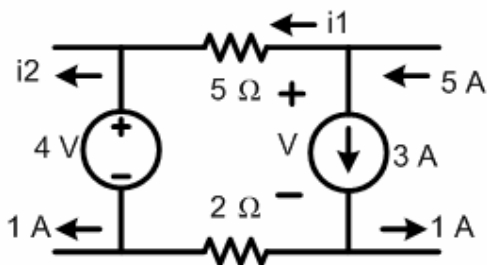
38. Tentukan tegangan dititik a-b pada rangkaian berikut :



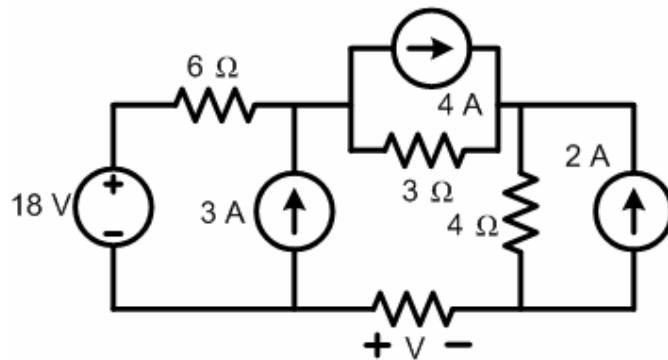
39. Tentukan tegangan V_{ab} pada rangkaian berikut :



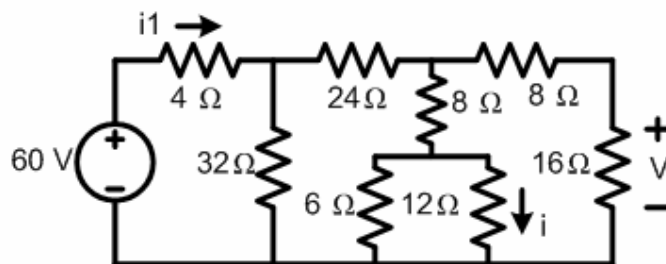
40. Tentukan i_1 , i_2 , dan V pada rangkaian berikut :



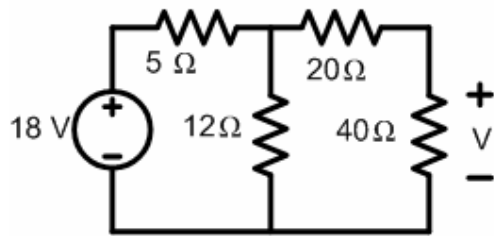
41. Tentukan tegangan V pada rangkaian berikut :



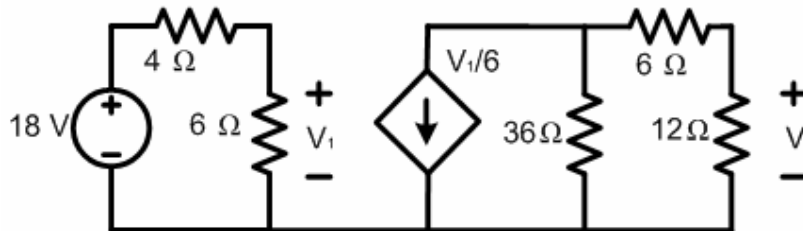
42. Tentukan arus i , i_1 dan V :



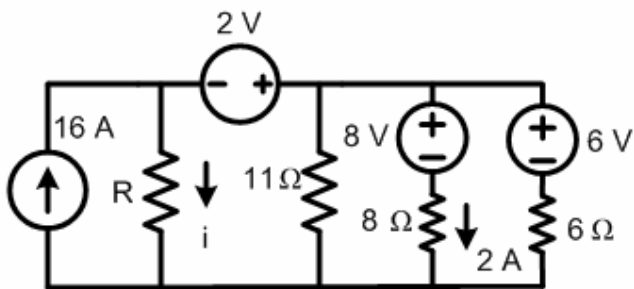
43. Tentukan tegangan V pada rangkaian berikut :



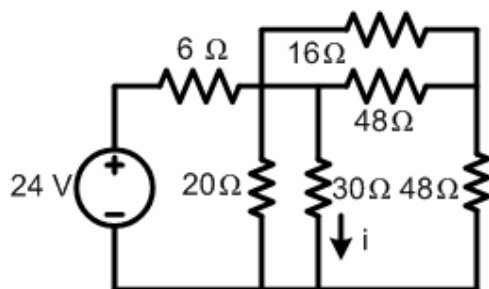
44. Tentukan nilai tegangan V pada rangkaian berikut :



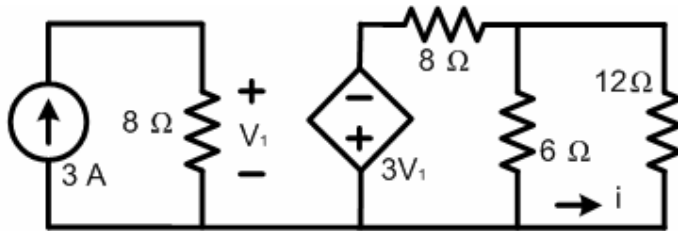
45. Tentukan nilai arus i dan hambatan R rangkaian berikut :



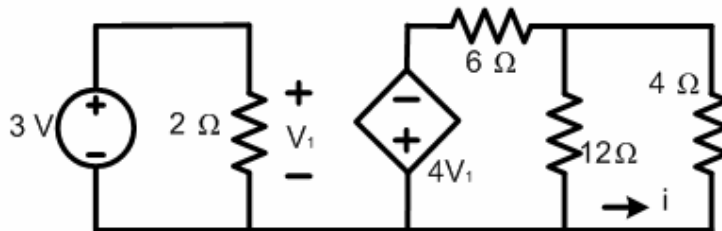
46. Tentukan arus i pada rangkaian berikut :



47. Tentukan nilai arus i pada rangkaian berikut :



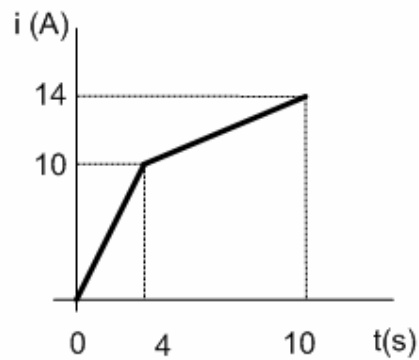
48. Tentukan nilai i pada rangkaian berikut :



49. Jika tegangan pada elemen adalah 8 V dan arus yang melewati terminal positifnya seperti diperlihatkan pada gambar. Tentukan daya yang diserap elemen pada saat :

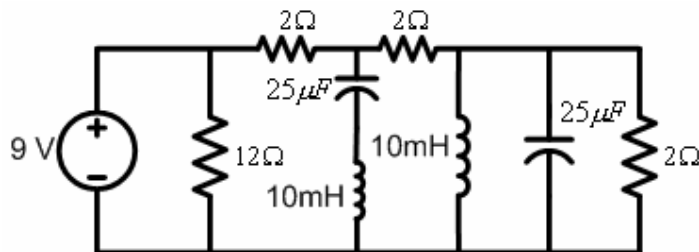
a. $t = 4$ s

b. $t = 7$ s

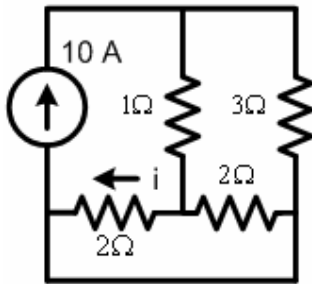


50. Tentukan muatan total pada soal no. 49 :

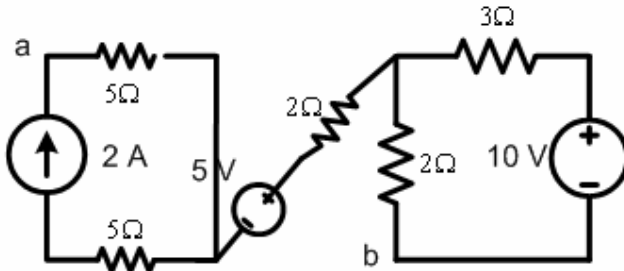
51. Tentukan Zek rangkaian berikut :



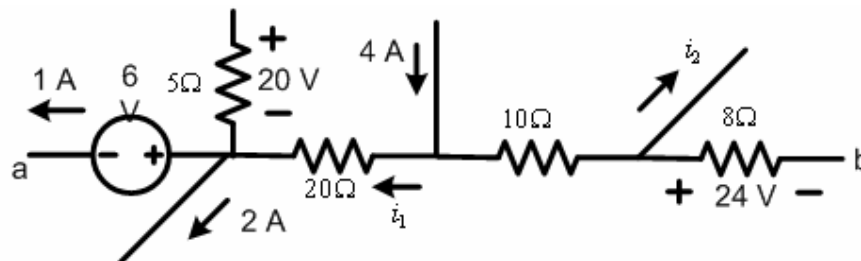
52. Tentukan nilai arus i pada rangkaian berikut :



53. Tentukan tegangan dititik a-b rangkaian berikut :



54. Tentukan i_1 , i_2 dan V_{ab} :



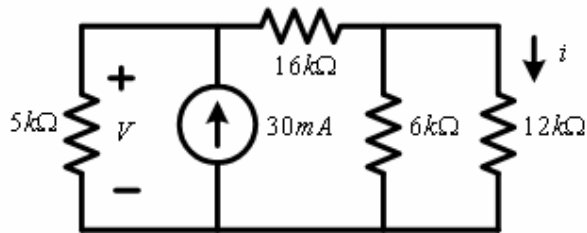
55. Sebuah resistor $1\text{k}\Omega$ dihubungkan baterai dan 6 mA mengalir. Berapa arus jika baterai dihubungkan resistor 30Ω ? Berapa tegangan baterai?

56. Sebuah toaster resistor akan menjadi panas ketika arus melewatinya. Jika toaster mendisipasikan daya 960 W pada tegangan 120 V. Tentukan arus dan resistansinya.

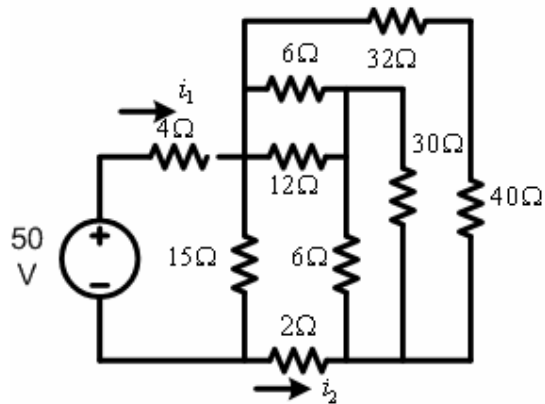
57. Sebuah sumber 10 V diserikan dengan beberapa resistor dengan arus 50 mA. Berapa nilai tahanan yang harus diserikan dengan sumber dan resistor dengan arus terbatas 20 mA?

58. Resistor 20Ω , 30Ω dan R dihubung paralel membentuk resistansi ekivalen 4Ω . Tentukan R dan arus melewatinya. Jika sumber arus 6A dipasang pada kombinasi tersebut.

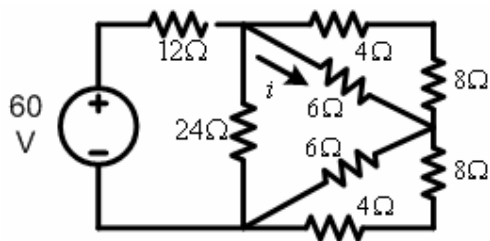
59. Tentukan tegangan V dan arus i :



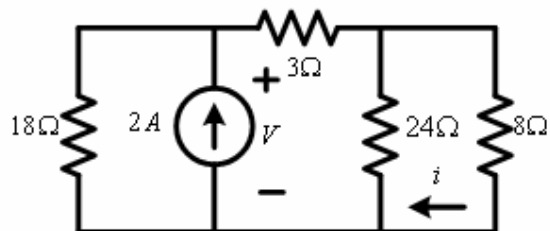
60. Tentukan i_1 dan i_2 :



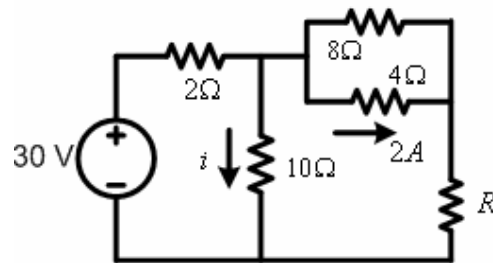
61. Tentukan arus i :



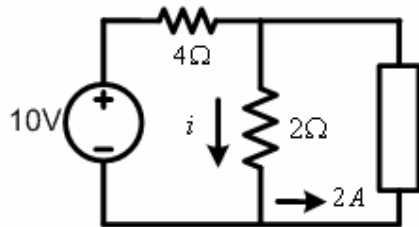
62. Tentukan arus i dan tegangan V :



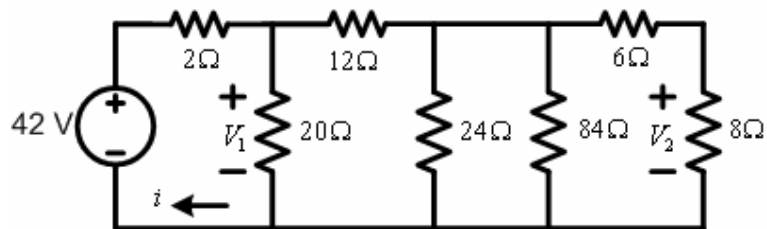
63. Tentukan i dan nilai R :



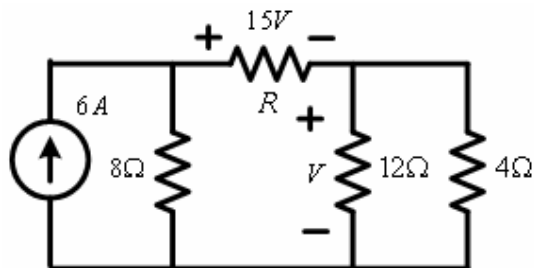
64. Tentukan i :



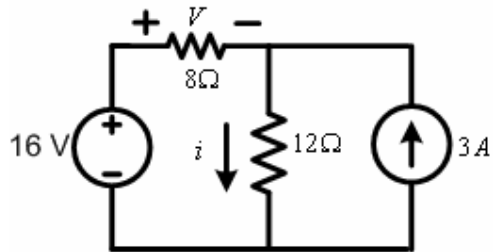
65. Tentukan i , V_1 , V_2 :



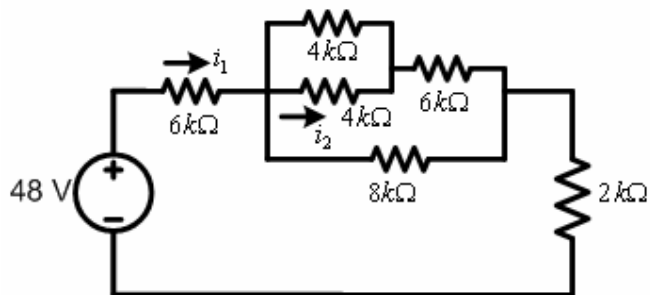
66. Tentukan tegangan V dan R :



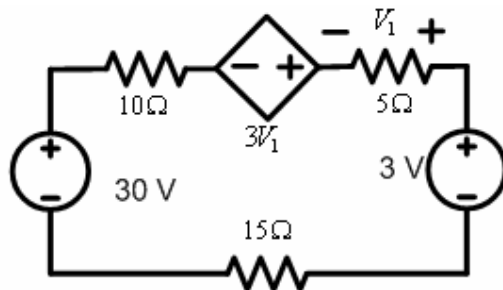
67. Tentukan arus i dan tegangan V :



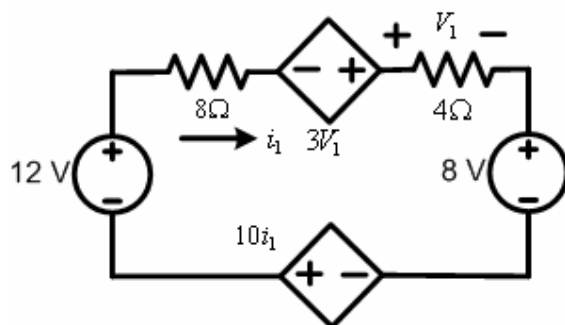
68. Tentukan i_1 , dan i_2 :



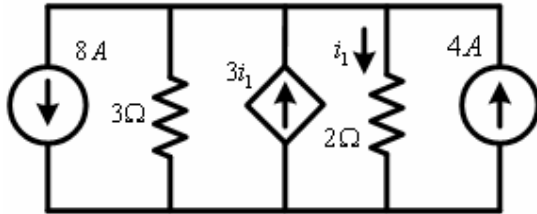
69. Tentukan tegangan V_1 dan daya di $R = 10\Omega$:



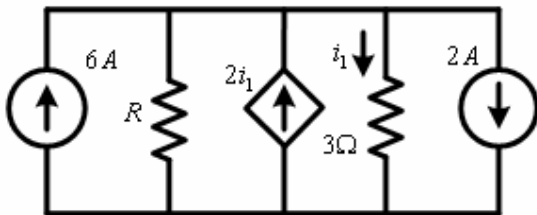
70. Tentukan V_1 dan i_1 :



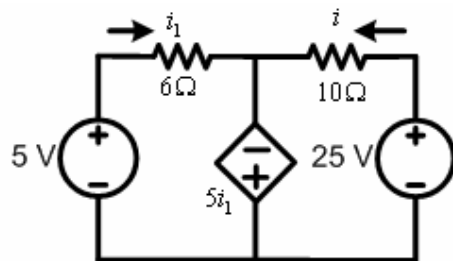
71. Tentukan i_1 :



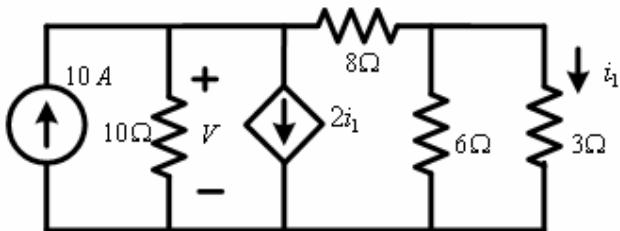
72. Jika $R = 9\Omega$ tentukan nilai i_1 :



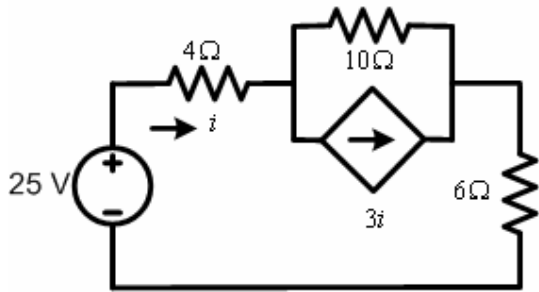
73. Tentukan nilai i :



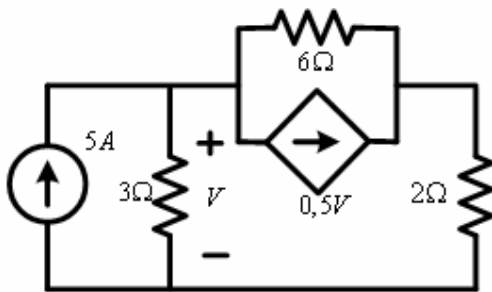
74. Tentukan nilai i_1 dan tegangan V :



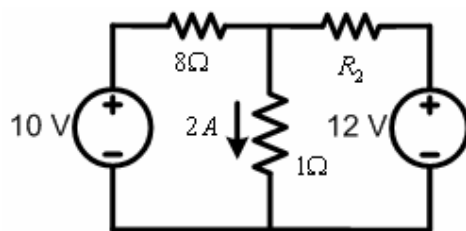
75. Tentukan i :



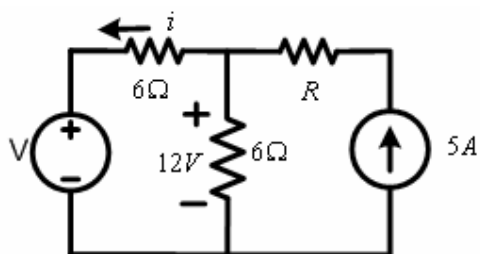
76. Tentukan nilai tegangan V :



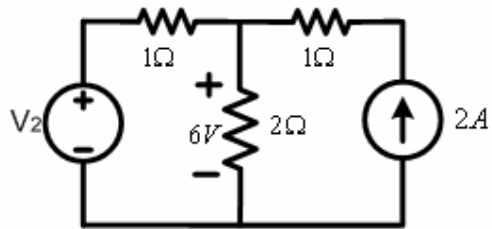
77. Tentukan nilai R_2 :



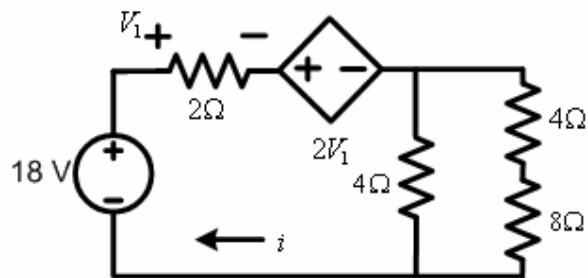
78. Tentukan i dan V :



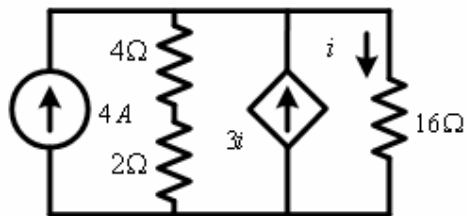
79. Tentukan V_2 :



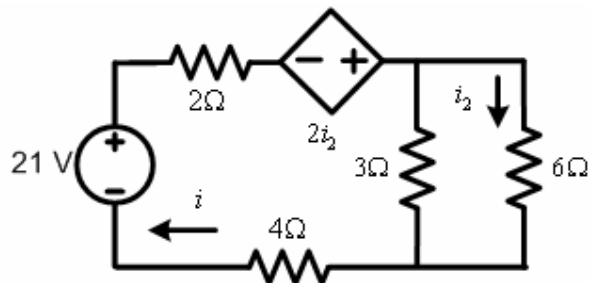
80. Tentukan i :



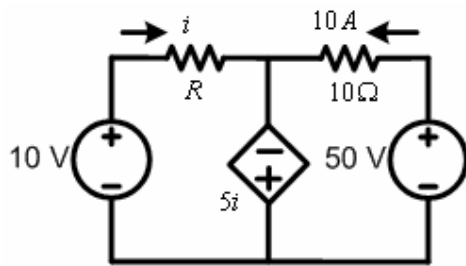
81. Tentukan i :



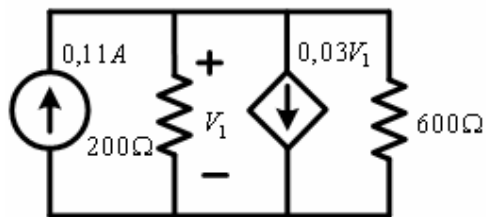
82. Tentukan i :



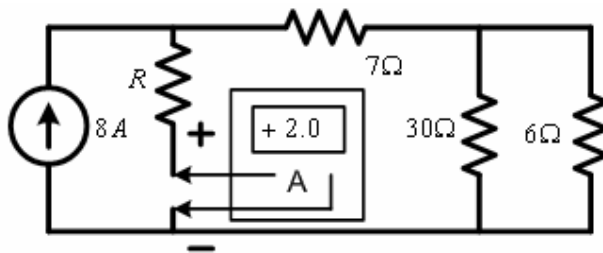
83. Tentukan nilai R :



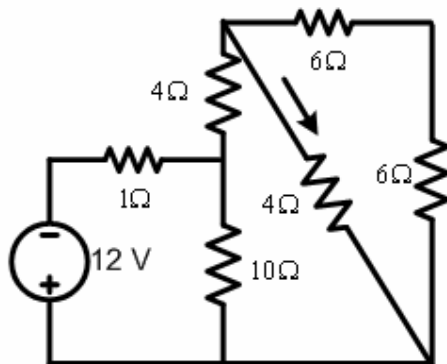
84. Tentukan daya pada $R = 600\Omega$:



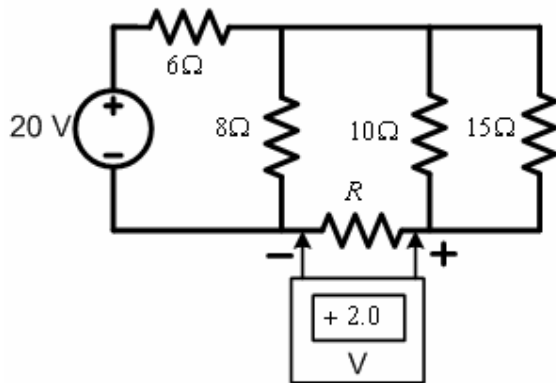
85. Tentukan R :



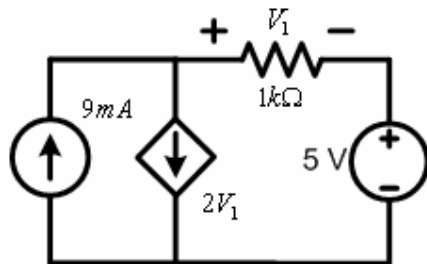
86. Tentukan i :



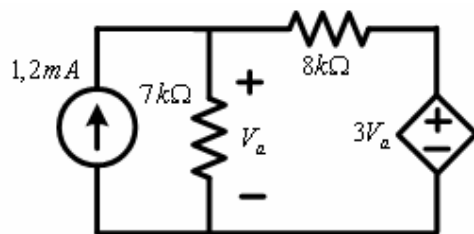
87. Tentukan R :



88. Tentukan V_1 :



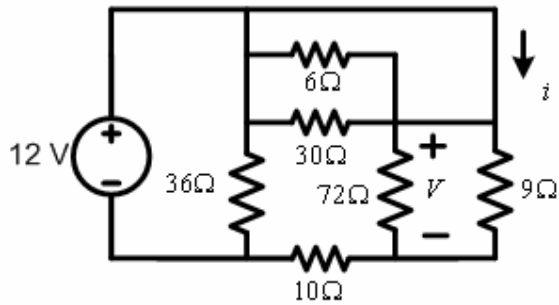
89. Tentukan V_a :



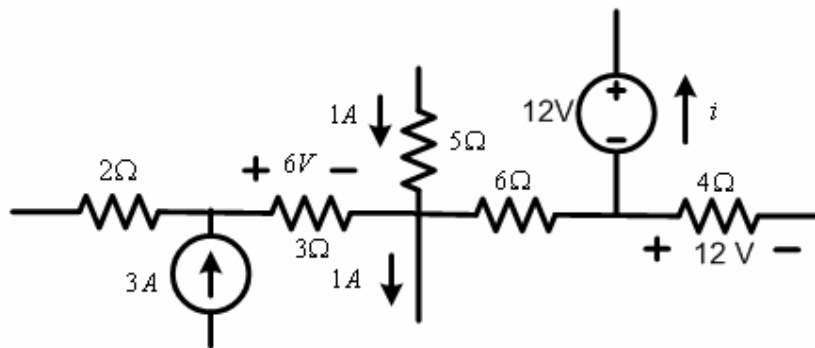
90. Tentukan V_o :



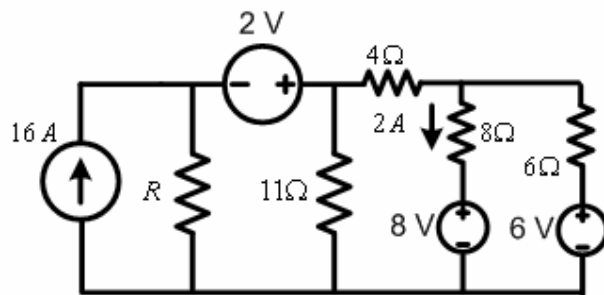
91. Tentukan i dan V :



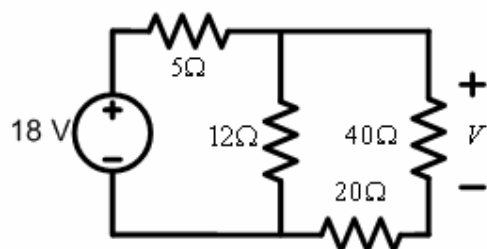
92. Tentukan i :



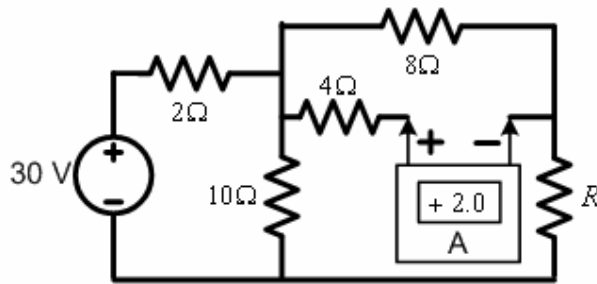
93. Tentukan R :



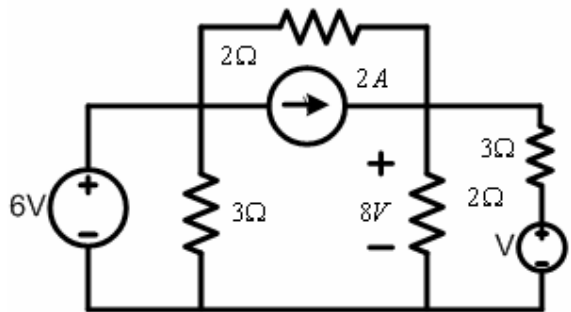
94. Tentukan V :



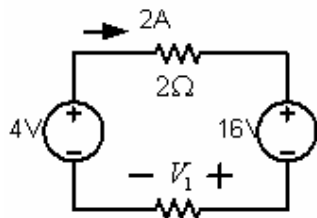
95. Tentukan R :



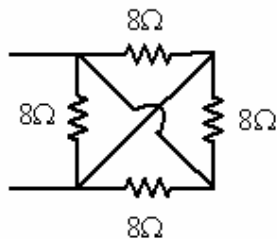
96. Tentukan V :



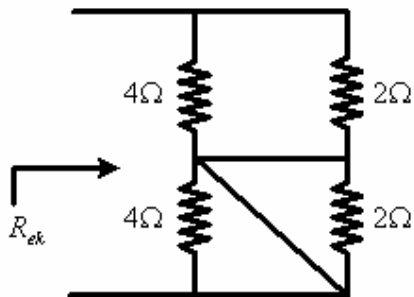
97. Tentukan nilai tegangan V_1 :



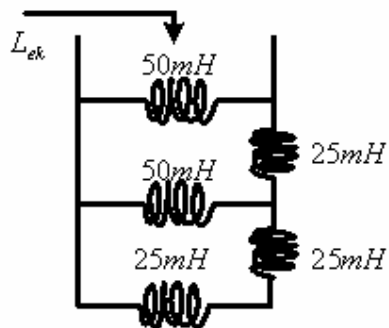
98. Berapa nilai R jika diukur pada kedua ujung terbuka :



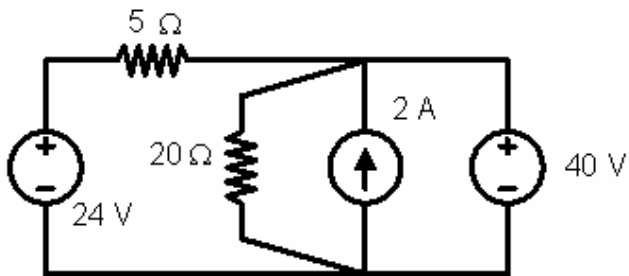
99. Tentukan R_{ek} :



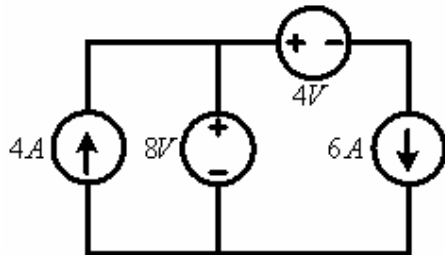
100. Tentukan L_{ek} pada rangkaian berikut :



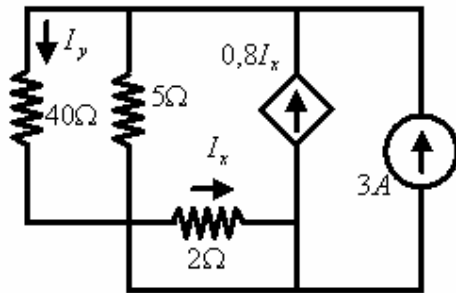
101. Tentukan nilai arus pada tahanan $20\ \Omega$:



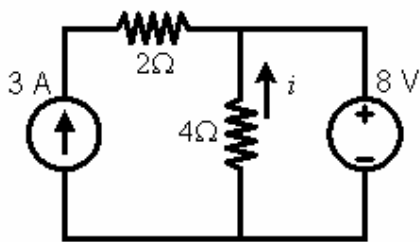
102. Tentukan daya pada sumber tegangan 8 V !



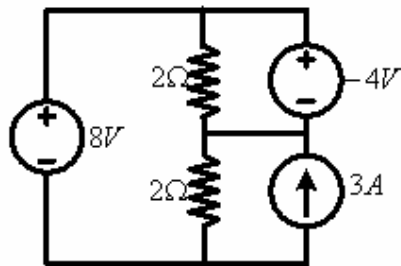
103. Tentukan arus I_y !



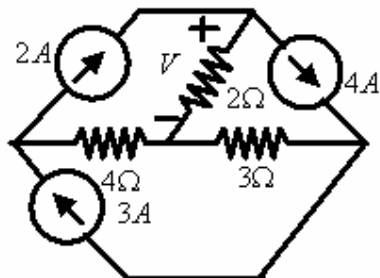
104. Tentukan nilai nilai arus pada resistor 4Ω :



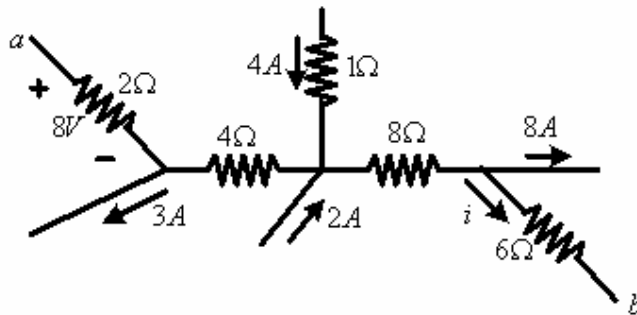
105. Tentukan arus pada sumber tegangan -4 V :



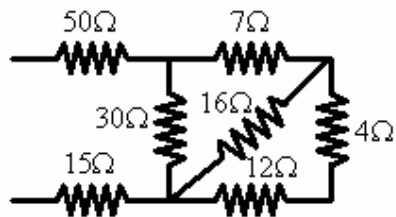
106. Tentukan nilai V !



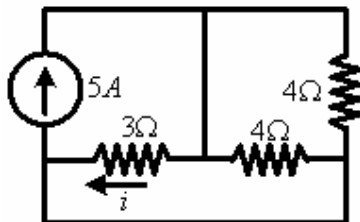
107. Tentukan nilai i !



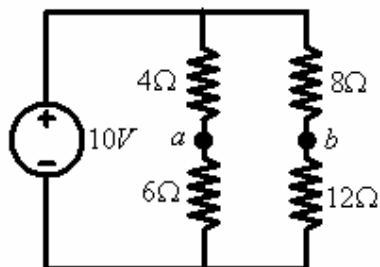
108. Berapa nilai resistansi ekivalennya !



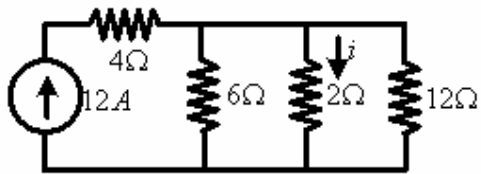
109. Tentukan nilai arus i :



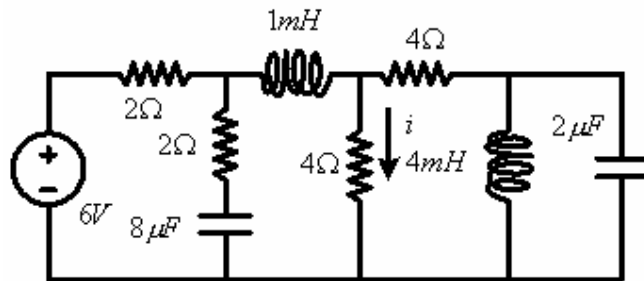
110. Tentukan tegangan V_{ab} !



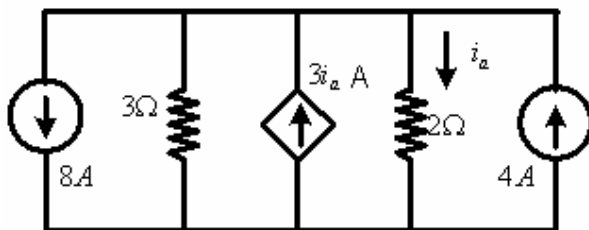
111. Tentukan nilai arus i :



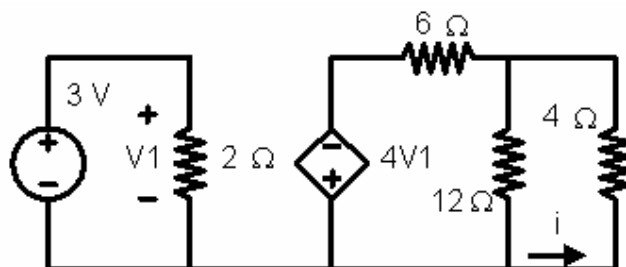
112. Tentukan arus i !



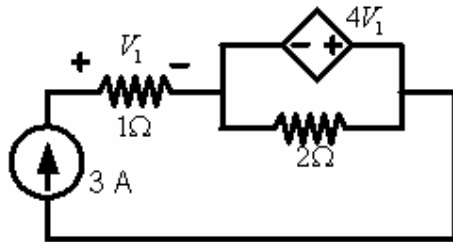
113. Cari nilai i_a :



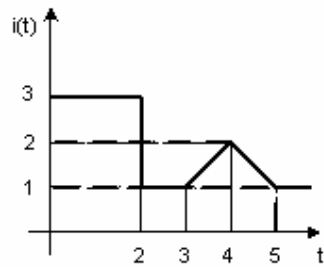
114. Berapa nilai i :



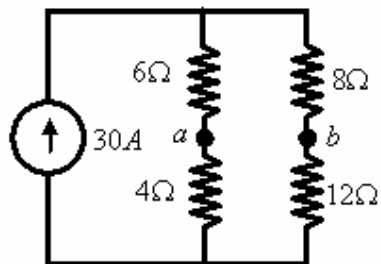
115. Tentukan nilai V_1 !



116. Jika kurva arus terhadap waktu diperlihatkan seperti pada gambar dibawah ini, tentukan nilai muatan totalnya dari 0 – 3 s



117. Berapa nilai tegangan V_{ab} :



BAB IV METODA ANALISIS RANGKAIAN

Metoda analisis rangkaian sebenarnya merupakan salah satu alat bantu untuk menyelesaikan suatu permasalahan yang muncul dalam menganalisis suatu rangkaian, bilamana konsep dasar atau hukum-hukum dasar seperti Hukum Ohm dan Hukum Kirchhoff tidak dapat menyelesaikan permasalahan pada rangkaian tersebut.

Pada bab ini akan dibahas tiga metoda analisis rangkaian yang akan dipakai, yaitu : analisis node, analisis mesh dan analisis arus cabang.

Analisis Node

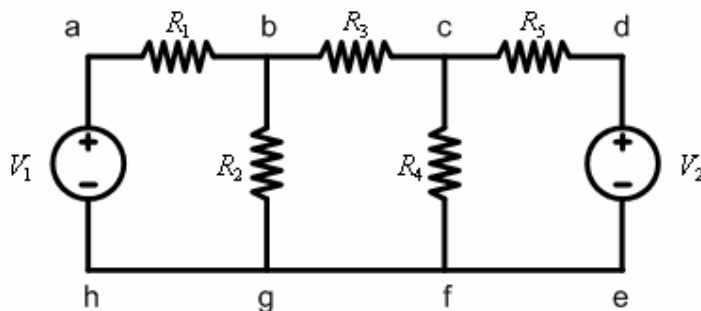
Sebelum membahas metoda ini ada beberapa hal yang perlu diperhatikan yaitu pengertian mengenai tentang node.

Node atau titik simpul adalah titik pertemuan dari dua atau lebih elemen rangkaian.

Junction atau titik simpul utama atau titik percabangan adalah titik pertemuan dari tiga atau lebih elemen rangkaian.

Untuk lebih jelasnya mengenai dua pengertian dasar diatas, dapat dimodelkan dengan contoh gambar berikut.

Contoh :



Jumlah node = 5, yaitu : a, b, c, d, e=f=g=h

Jumlah junction = 3, yaitu : b, c, e=f=g=h

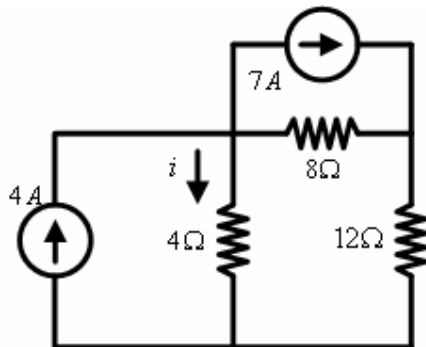
Analisis node berprinsip pada Hukum Kirchhoff I/ KCL dimana jumlah arus yang masuk dan keluar dari titik percabangan akan samadengan nol, dimana tegangan merupakan parameter yang tidak diketahui. Atau analisis node lebih mudah jika pencatunya semuanya adalah sumber arus. Analisis ini dapat diterapkan pada sumber searah/ DC maupun sumber bolak-balik/ AC.

Beberapa hal yang perlu diperhatikan pada analisis node, yaitu :

- ❑ Tentukan node referensi sebagai *ground*/ potensial nol.
- ❑ Tentukan *node voltage*, yaitu tegangan antara node non referensi dan ground.
- ❑ Asumsikan tegangan node yang sedang diperhitungkan lebih tinggi daripada tegangan node manapun, sehingga arah arus keluar dari node tersebut positif.
- ❑ Jika terdapat N node, maka jumlah *node voltage* adalah (N-1). Jumlah *node voltage* ini akan menentukan banyaknya persamaan yang dihasilkan.

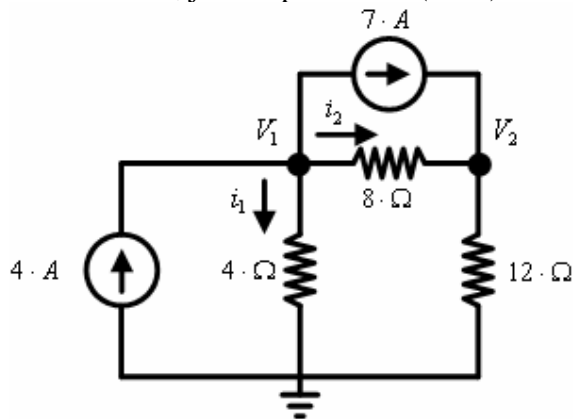
Contoh latihan :

1. Tentukan nilai i dengan analisis node !



Jawaban :

- Tentukan node referensinya/ground
- Tentukan node voltage
- Jumlah $N=3$, jumlah persamaan $(N - 1) = 2$



Tinjau node voltage V_1 :

KCL :

$$\sum i = 0 \rightarrow 4 - 7 - i_1 - i_2 = 0$$

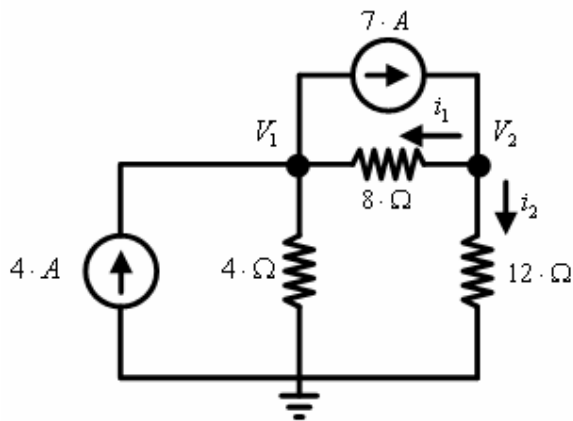
$$i_1 + i_2 = -3$$

$$\frac{V_1 - V_g}{4} + \frac{V_1 - V_2}{8} = -3 \rightarrow V_g = 0$$

$$\frac{V_1 - 0}{4} + \frac{V_1 - V_2}{8} = -3$$

$$2V_1 + V_1 - V_2 = -24$$

$$3V_1 - V_2 = -24 \dots\dots (1)$$



Tinjau node voltage V_2 :

KCL :

$$\sum i = 0 \rightarrow 7 - i_1 - i_2 = 0$$

$$i_1 + i_2 = 7$$

$$\frac{V_2 - V_1}{8} + \frac{V_2 - V_g}{12} = 7 \rightarrow V_g = 0$$

$$\frac{V_2 - V_1}{8} + \frac{V_2 - 0}{12} = 7$$

$$3(V_2 - V_1) + 2V_2 = 168$$

$$5V_2 - 3V_1 = 168 \dots (2)$$

Dari kedua persamaan diatas, dapat diselesaikan dengan 2 cara, yaitu :

1. Cara substitusi

$$3V_1 - V_2 = -24$$

$$-3V_1 + 5V_2 = 168$$

$$4V_2 = 144 \rightarrow V_2 = 36 \cdot \text{volt}$$

V_2 dapat dimasukkan kedalam satu persamaan, misalkan persamaan (1) :

$$3V_1 - V_2 = -24$$

$$3V_1 - 36 = -24$$

$$3V_1 = 36 - 24 = 12 \rightarrow V_1 = 4 \cdot \text{volt}$$

$$i = \frac{V_1 - V_g}{4} = \frac{4 - 0}{4} = 1 \cdot A$$

2. Cara Metoda Cramer

Menggunakan matrik :

$$3V_1 - V_2 = -24$$

$$-3V_1 + 5V_2 = 168$$

Matrik :

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -24 \\ 168 \end{pmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -3 & 5 \end{vmatrix} = 3 \cdot 5 - (-1) \cdot (-3) = 12$$

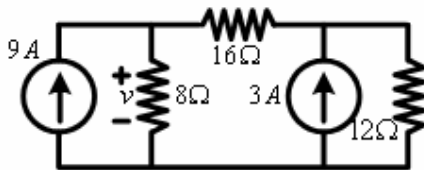
sehingga ;

$$V_1 = \frac{\begin{vmatrix} -24 & -1 \\ 168 & 5 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{-24 \cdot 5 - (-1) \cdot 168}{12} = 4 \cdot \text{volt}$$

$$V_2 = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -24 \\ -3 & 168 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{3 \cdot 168 - (-24) \cdot (-3)}{12} = 36 \cdot \text{volt}$$

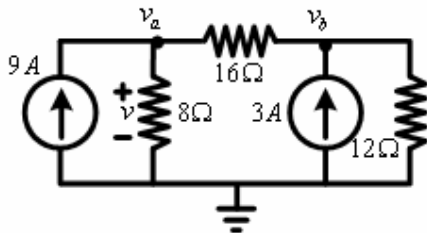
$$i = \frac{V_1 - V_g}{4} = 1 \cdot \text{A}$$

2. Tentukan nilai tegangan v dengan analisis node !



Jawaban :

- Tentukan node referensinya/ground
- Tentukan node voltage



Tinjau node voltage v_a :

$$\sum i = 0$$

$$\frac{v_a - v_b}{16} + \frac{v_a - 0}{8} - 9 = 0$$

$$\frac{v_a - v_b}{16} + \frac{v_a}{8} = 9$$

$$3v_a - v_b = 144 \dots \dots (1)$$

Tinjau node voltage v_b :

$$\sum i = 0$$

$$\frac{v_b - v_a}{16} + \frac{v_b - 0}{12} - 3 = 0$$

$$\frac{v_b - v_a}{16} + \frac{v_b}{12} = 3$$

$$-3v_a + 7v_b = 144 \dots\dots\dots (2)$$

Substitusikan pers. (1) dan (2) :

$$3v_a - v_b = 144$$

$$-3v_a + 7v_b = 144 +$$

$$6v_b = 288 \rightarrow v_b = \frac{288}{6} = 48V$$

Masukan nilai v_b ke persamaan (1) :

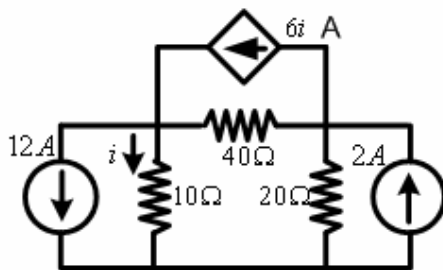
$$3v_a - v_b = 144$$

$$3v_a - 48 = 144$$

$$3v_a = 144 + 48 = 192$$

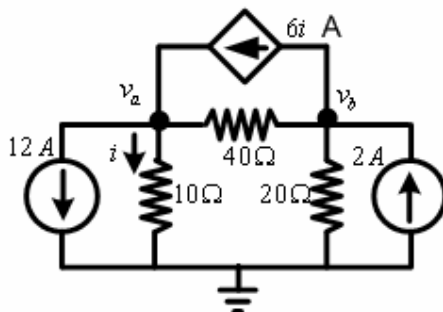
$$v_a = \frac{192}{3} = 64V$$

3. Tentukan nilai arus i dengan analisis node!



Jawaban :

- Tentukan node referensinya/ground
- Tentukan node voltage



Tinjau node voltage v_a :

$$\frac{v_a - v_b}{40} + \frac{v_a}{10} + 12 - 6i = 0$$

$$\text{dimana : } i = \frac{v_a}{10}$$

$$\frac{v_a - v_b}{40} + \frac{v_a}{10} + 12 - \frac{6v_a}{10} = 0$$

$$19v_a + v_b = 480 \dots (1)$$

Tinjau node voltage v_b :

$$\frac{v_b - v_a}{40} + \frac{v_b}{20} + 6i - 2 = 0$$

$$\frac{v_b - v_a}{40} + \frac{v_b}{20} + \frac{6v_a}{10} - 2 = 0$$

$$23v_a + 3v_b = 80 \dots (2)$$

Metoda Cramer :

$$\begin{pmatrix} 19 & 1 \\ 23 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_a \\ v_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 480 \\ 80 \end{pmatrix}$$

$$v_a = \frac{\begin{vmatrix} 480 & 1 \\ 80 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 19 & 1 \\ 23 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{480 \cdot 3 - 80 \cdot 1}{19 \cdot 3 - 23 \cdot 1} = 40V$$

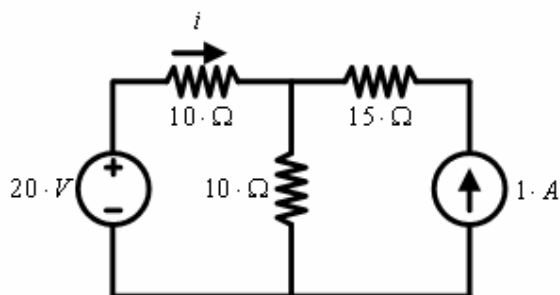
sehingga :

$$i = \frac{v_a}{10} = \frac{40}{10} = 4A$$

- Analisis node mudah dilakukan bila pencatunya berupa sumber arus. Apabila pada rangkaian tersebut terdapat sumber tegangan, maka sumber tegangan tersebut diperlakukan sebagai **supernode**, yaitu menganggap sumber tegangan tersebut dianggap sebagai satu node.

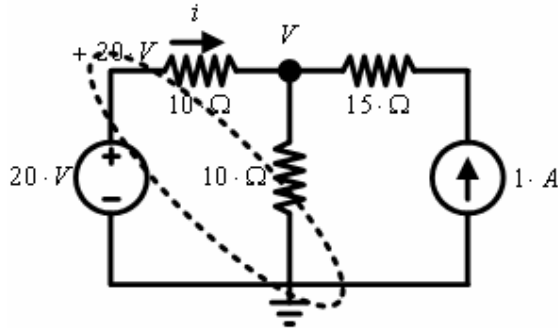
Contoh latihan :

1. Tentukan nilai i dengan analisis node !



Jawaban :

- Tentukan node referensinya/ground
 - Tentukan node voltage
 - Teg. Sumber sebagai supernode
 - Jumlah $N=3$, jumlah persamaan $(N-1)=2$
- Tinjau node voltage di V :



KCL :

$$\sum i = 0$$

$$\frac{V-20}{10} + \frac{V-V_g}{10} - 1 = 0 \rightarrow V_g = 0$$

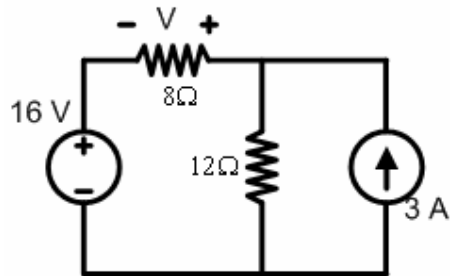
$$\frac{V-20}{10} + \frac{V}{10} = 1$$

$$2V - 20 = 10 \rightarrow V = 15 \text{ volt} \dots\dots (1)$$

$$i = \frac{20-V}{10} \dots\dots (2)$$

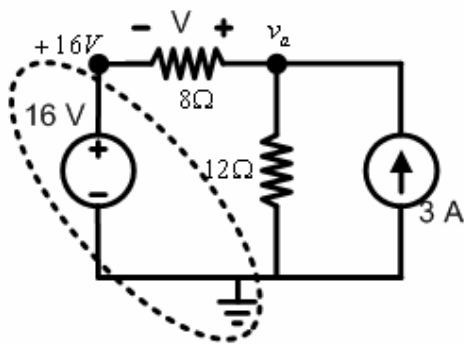
$$i = \frac{20-15}{10} = 0,5 \text{ A}$$

2. Tentukan nilai tegangan v dengan analisis node !



Jawaban :

- Tentukan node referensinya/ground
- Tentukan node voltage
- Teg. Sumber sebagai supernode



Tinjau node voltage v_a :

$$\frac{v_a - 16}{8} + \frac{v_a}{12} - 3 = 0$$

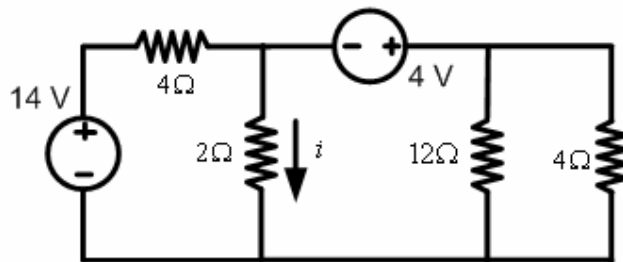
$$3v_a - 48 + 2v_a - 72 = 0$$

$$5v_a - 120 = 0$$

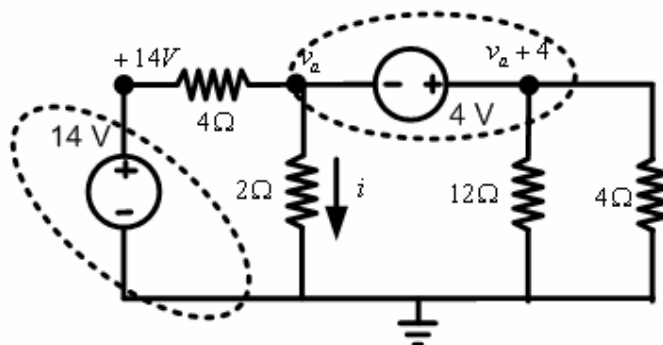
$$v_a = \frac{120}{5} = 24V$$

$$v = v_a - 16 = 24 - 16 = 8V$$

3. Tentukan nilai arus i dengan analisis node!



Jawaban :



Tinjau node voltage v_a :

$$\frac{v_a - 14}{4} + \frac{v_a}{2} + \frac{v_a + 4}{12} + \frac{v_a + 4}{4} = 0$$

$$3v_a - 42 + 6v_a + v_a + 4 + 3v_a + 12 = 0$$

$$13v_a - 26 = 0$$

$$v_a = \frac{26}{13} = 2V$$

$$\text{sehingga : } i = \frac{v_a}{2} = \frac{2}{2} = 1A$$

Analisis Mesh atau Arus Loop

Arus loop adalah arus yang dimisalkan mengalir dalam suatu loop (lintasan tertutup). Arus loop sebenarnya tidak dapat diukur (arus permissalan).

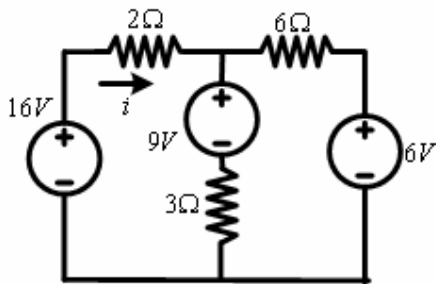
Berbeda dengan analisis node, pada analisis ini berprinsip pada Hukum Kirchoff II/ KVL dimana jumlah tegangan pada satu lintasan tertutup samadengan nol atau arus merupakan parameter yang tidak diketahui. Analisis ini dapat diterapkan pada rangkaian sumber searah/ DC maupun sumber bolak-balik/ AC.

Hal-hal yang perlu diperhatikan :

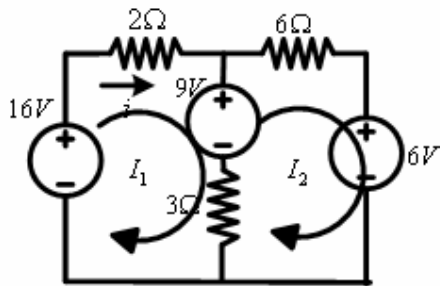
- ❑ Buatlah pada setiap loop arus asumsi yang melingkari loop. Pengambilan arus loop terserah kita yang terpenting masih dalam satu lintasan tertutup. Arah arus dapat searah satu sama lain ataupun berlawanan baik searah jarum jam maupun berlawanan dengan arah jarum jam.
- ❑ Biasanya jumlah arus loop menunjukkan jumlah persamaan arus yang terjadi.
- ❑ Metoda ini mudah jika sumber pencatunya adalah sumber tegangan.
- ❑ Jumlah persamaan = Jumlah cabang – Jumlah junction + 1

Contoh latihan :

1. Tentukan nilai arus i dengan analisis mesh!



Jawaban :



Tinjau loop I_1 :

$$\Sigma v = 0$$

$$-16 + 2I_1 + 9 + 3(I_1 - I_2) = 0$$

$$5I_1 - 3I_2 = 7 \dots\dots\dots (1)$$

Tinjau loop I_2 :

$$\Sigma v = 0$$

$$-9 + 6 + 6I_2 + 3(I_2 - I_1) = 0$$

$$-3I_1 + 9I_2 = 3 \dots\dots\dots (2)$$

Substitusikan persamaan (1) dan (2) :

$$5I_1 - 3I_2 = 7 \dots\dots\dots \times 3$$

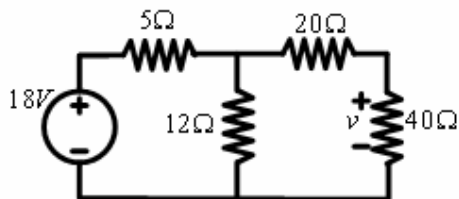
$$-3I_1 + 9I_2 = 3 \dots\dots\dots \times 1 +$$

$$12I_1 = 24$$

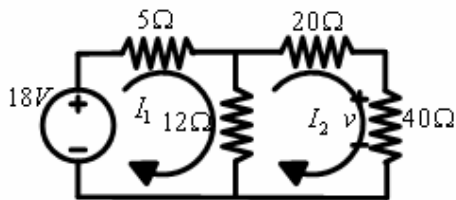
$$I_1 = \frac{24}{12} = 2A$$

$$\text{sehingga : } i = I_1 = 2A$$

2. Tentukan nilai tegangan v dengan analisis mesh!



Jawaban :



Tinjau loop I_1 :

$$-18 + 5I_1 + 12(I_1 - I_2) = 0$$

$$17I_1 - 12I_2 = 18 \dots\dots\dots (1)$$

Tinjau loop I_2 :

$$20I_2 + 40I_2 + 12(I_2 - I_1) = 0$$

$$-12I_1 + 72I_2 = 0 \dots\dots\dots (2)$$

substitusikan persamaan (1) dan (2) :

$$-12I_1 + 72I_2 = 0 \rightarrow I_1 = \frac{72}{12} I_2$$

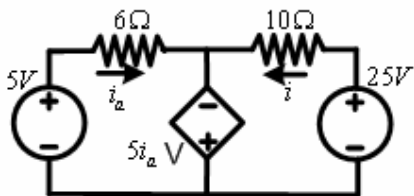
$$17I_1 - 12I_2 = 18$$

$$102I_2 - 12I_2 = 18 \rightarrow 90I_2 = 18$$

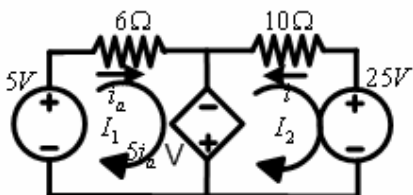
$$I_2 = \frac{18}{90} = \frac{2}{10} A$$

$$\text{sehingga : } v = I_2 \times 40\Omega = \frac{2}{10} \times 40 = 8V$$

3. Tentukan nilai i dengan analisis mesh!



Jawaban :



Tinjau loop I_1 :

$$\Sigma v = 0$$

$$-5 + 6I_1 - 5i_a = 0$$

$$\text{dimana : } I_1 = i_a$$

$$-5 + 6i_a - 5i_a = 0 \rightarrow i_a = 5A$$

Tinjau loop I_2 :

$$\Sigma v = 0$$

$$+5i_a + 10I_2 + 25 = 0$$

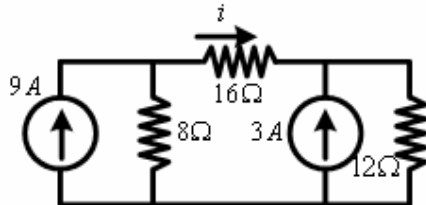
$$25 + 10I_2 + 25 = 0 \rightarrow I_2 = \frac{-50}{10} = -5A$$

$$i = -I_2 = -(-5) = 5A$$

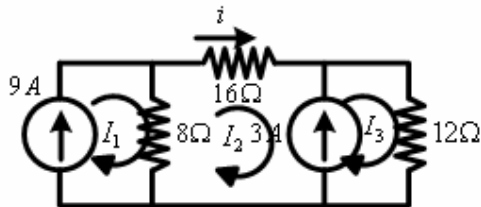
- Apabila ada sumber arus, maka diperlakukan sebagai **supermesh**. Pada supermesh, pemilihan lintasan menghindari sumber arus karena pada sumber arus tidak diketahui besar tegangan terminalnya.

Contoh latihan :

1. Tentukan nilai i dengan analisis mesh !



Jawaban :



Tinjau loop I_1 :

$$I_1 = 9A$$

Tinjau loop I_2 dan I_3 :

$$I_3 - I_2 = 3A$$

$$I_3 = 3 + I_2 \dots \dots \dots (1)$$

Tinjau lintasan supermesh :

$$\sum v = 0$$

$$8(I_2 - I_1) + 16I_2 + 12I_3 = 0 \dots \dots \dots (2)$$

substitusikan persamaan (1) dan (2) :

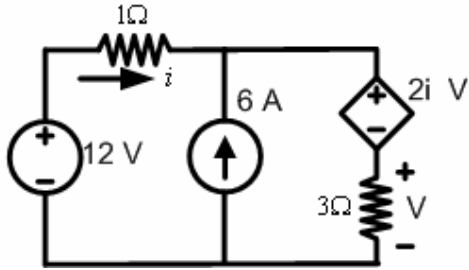
$$8(I_2 - 9) + 16I_2 + 12(3 + I_2) = 0$$

$$8I_2 - 72 + 16I_2 + 36 + 12I_2 = 0$$

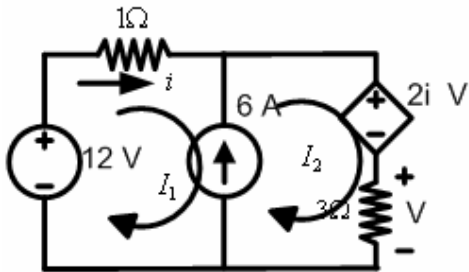
$$36I_2 = 36 \rightarrow I_2 = \frac{36}{36} = 1A$$

$$\text{sehingga : } i = I_2 = 1A$$

2. Tentukan nilai V dengan analisis mesh !



Jawaban :



Tinjau loop I_1 dan I_2 :

$$I_2 - I_1 = 6A$$

$$I_1 = I_2 - 6 \dots \dots \dots (1)$$

dimana : $i = I_1$

Tinjau lintasan supermesh :

$$\sum v = 0$$

$$-12 + 1 \cdot I_1 + 2i + 3I_2 = 0$$

$$-12 + I_1 + 2I_1 + 3I_2 = 0$$

$$3I_1 + 3I_2 = 12 \dots \dots \dots (2)$$

Substitusikan persamaan (1) dan (2) :

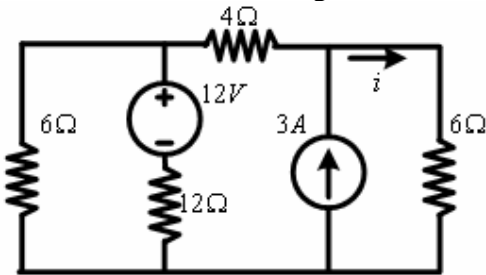
$$3(I_2 - 6) + 3I_2 = 12$$

$$3I_2 - 18 + 3I_2 = 12$$

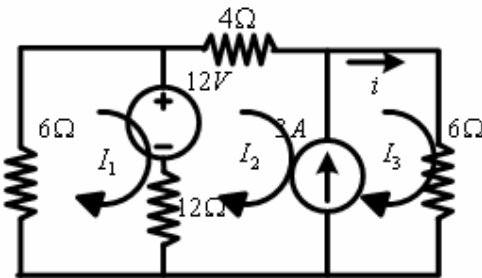
$$6I_2 = 30 \rightarrow I_2 = \frac{30}{6} = 5A$$

$$\text{sehingga : } V = 3I_2 = 3 \times 5 = 15V$$

3. Tentukan nilai arus i dengan analisis mesh !



Jawaban :



Tinjau loop I_1 :

$$6I_1 + 12 + 12(I_1 - I_2) = 0$$

$$18I_1 - 12I_2 = -12 \dots \dots \dots (1)$$

Tinjau loop I_2 dan I_3 :

$$I_3 - I_2 = 3 \dots \dots \dots (2)$$

Tinjau lintasan supermesh :

$$\Sigma v = 0$$

$$4I_2 + 6I_3 + 12(I_2 - I_1) - 12 = 0$$

$$16I_2 - 12I_1 + 6I_3 = 12 \dots \dots \dots (3)$$

Metoda Cramer :

$$\begin{pmatrix} 18 & -12 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ -12 & 16 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ 3 \\ 12 \end{pmatrix}$$

$$I_3 = \frac{\begin{vmatrix} 18 & -12 & -12 \\ 0 & -1 & 3 \\ -12 & 16 & 12 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 18 & -12 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ -12 & 16 & 6 \end{vmatrix}} = \frac{18 \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 16 & 12 \end{vmatrix} + 12 \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ -12 & 12 \end{vmatrix} - 12 \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -12 & 16 \end{vmatrix}}{18 \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 16 & 6 \end{vmatrix} + 12 \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -12 & 6 \end{vmatrix}} = 2A$$

$$\text{sehingga : } i = I_3 - 2A$$

Analisis Arus Cabang

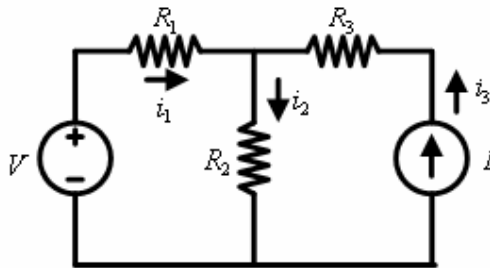
Arus cabang adalah arus yang benar-benar ada (dapat diukur) yang mengalir pada suatu cabang. Artinya arus cabang adalah arus yang sebenarnya mengalir pada percabangan tersebut.

Arti cabang :

- ❑ Mempunyai satu elemen rangkaian
- ❑ Bagian rangkaian dengan dua terminal dengan arus yang sama
- ❑ Jumlah persamaan = Jumlah arus cabang yang ada

Contoh latihan :

1. Tentukan semua persamaan yang ada !



Jawaban :

Σ persamaan = Σ arus cabang = 3

Tinjau arus cabang i_1 dan i_2 :

$\Sigma V = 0$

$$i_1 R_1 + i_2 R_2 - V = 0 \dots (1)$$

Tinjau arus cabang i_3 :

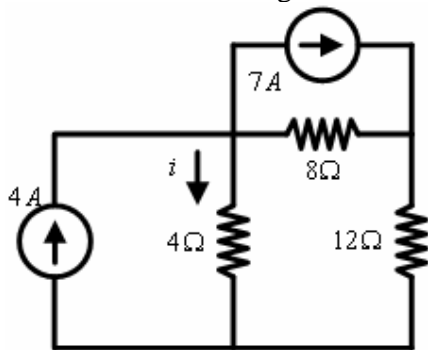
$$i_3 = I \dots (2)$$

Tinjau arus cabang i_2 :

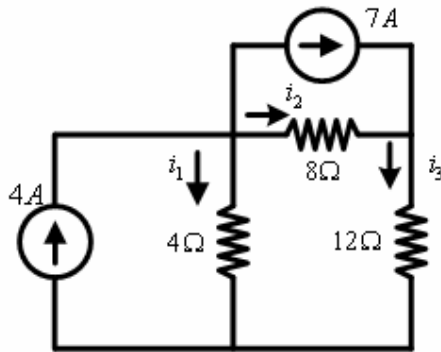
$\Sigma i = 0$

$$i_1 + i_3 = i_2 \dots (3)$$

2. Tentukan nilai i dengan analisis arus cabang !



Jawaban :



Tinjau arus cabang i_1 dan i_2 :

$$i_1 + i_2 + 7 = 4$$

$$i_1 + i_2 = -3 \dots \dots \dots (1)$$

Tinjau arus cabang i_2 dan i_3 :

$$i_2 + 7 = i_3$$

$$i_2 - i_3 = -7 \dots \dots \dots (2)$$

Tinjau lintasan tertutup semua arus cabang

$$\sum v = 0$$

$$8i_2 + 12i_3 - 4i_1 = 0 \dots \dots \dots (3)$$

Metoda Cramer :

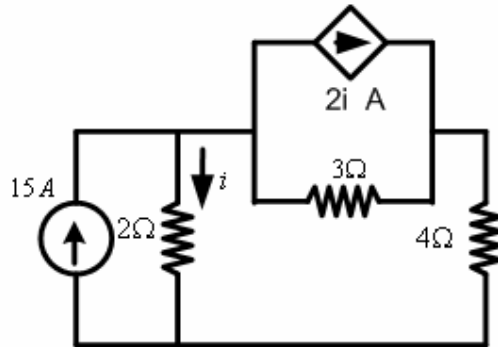
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -4 & 8 & 12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -7 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$i_1 = \frac{\begin{vmatrix} -3 & 1 & 0 \\ -7 & 1 & -1 \\ 0 & 8 & 12 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -4 & 8 & 12 \end{vmatrix}} = \frac{-3 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 8 & 12 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} -7 & -1 \\ 0 & 12 \end{vmatrix} + 0 \begin{vmatrix} -7 & 1 \\ 0 & 8 \end{vmatrix}}{1 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 8 & 12 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -4 & 12 \end{vmatrix} + 0 \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -4 & 8 \end{vmatrix}} = \frac{24}{24} = 1A$$

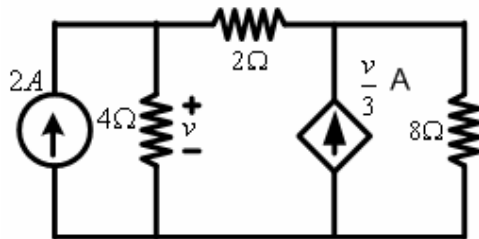
sehingga : $i = i_1 = 1A$

Soal – soal :

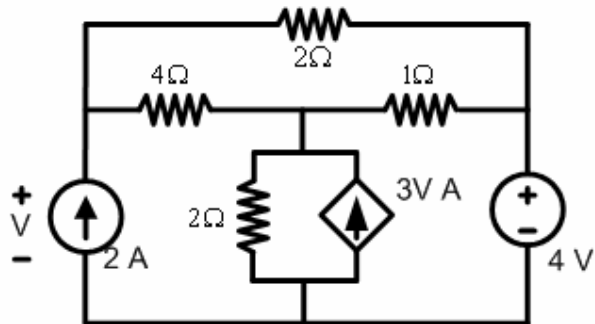
1. Tentukan arus i dengan analisis node !



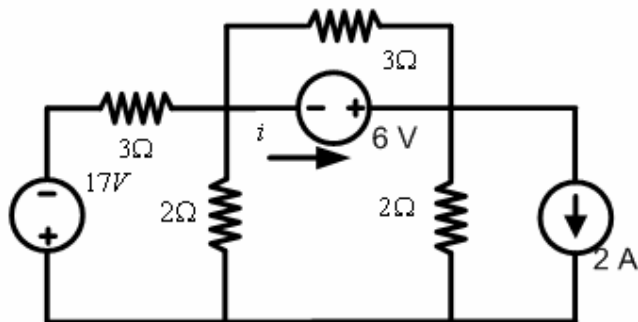
2. Tentukan tegangan v dengan analisis node !



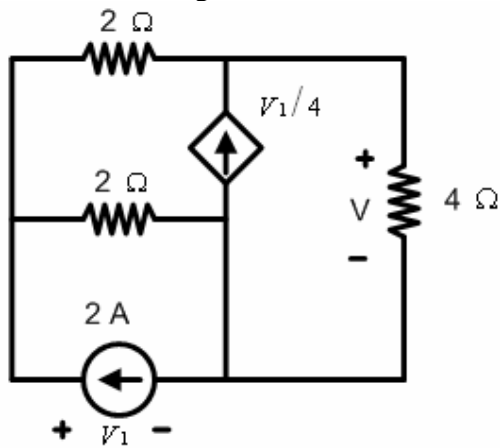
3. Tentukan tegangan v dengan analisis node !



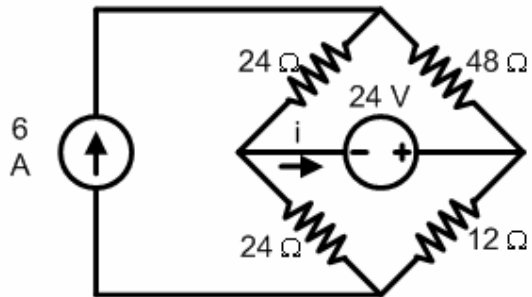
4. Tentukan i dengan analisis mesh !



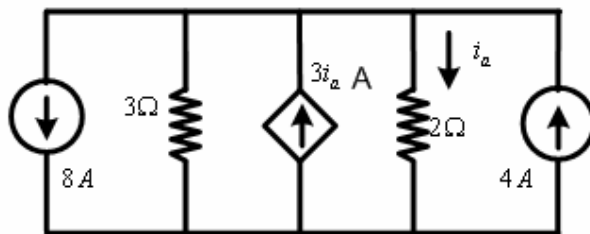
5. Tentukan i dengan analisis mesh !



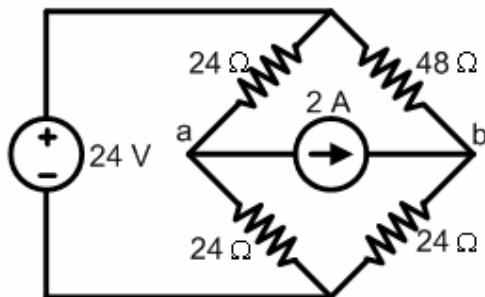
6. Tentukan i dengan analisis node !



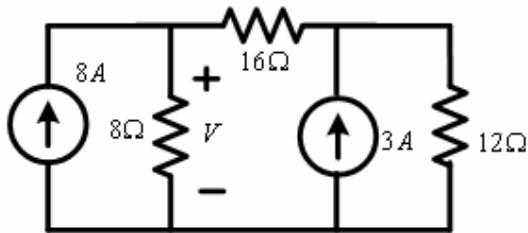
7. Tentukan nilai i_a dengan analisis node !



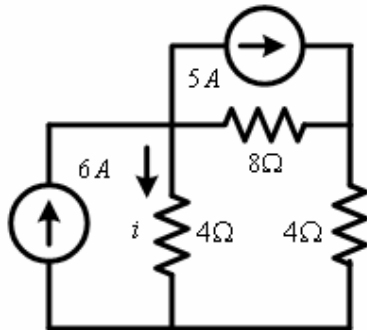
8. Tentukan V_{ab} dengan analisis mesh !



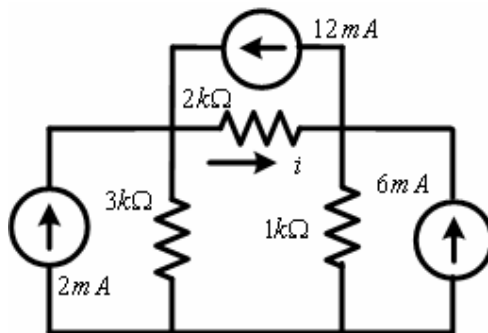
9. Tentukan tegangan V dengan metoda node :



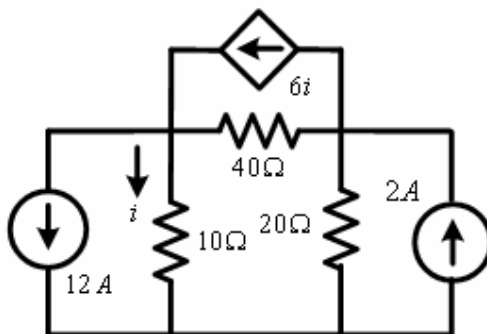
10. Tentukan arus i dengan metoda node :



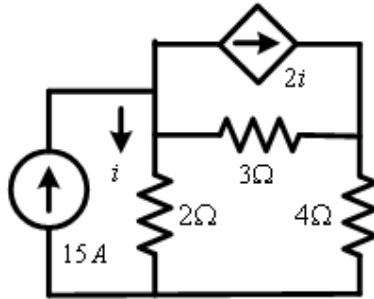
11. Tentukan arus i pada rangkaian berikut dengan metoda node :



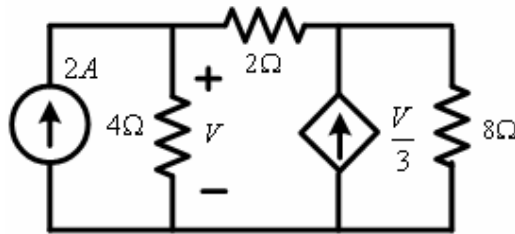
12. Tentukan arus i dengan metoda node pada rangkaian berikut :



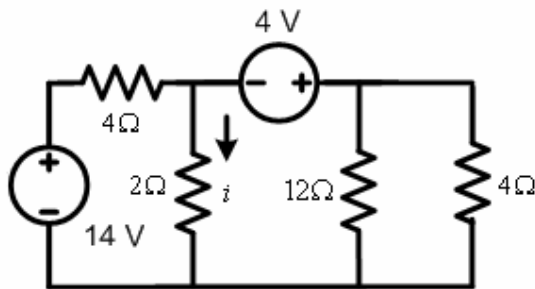
13. Tentukan arus i dengan metoda node pada rangkaian berikut :



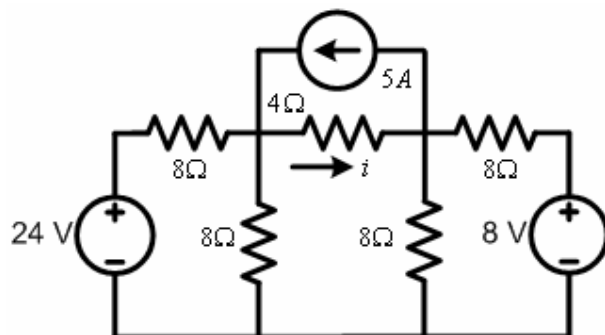
14. Tentukan tegangan V dengan metoda node pada rangkaian berikut :



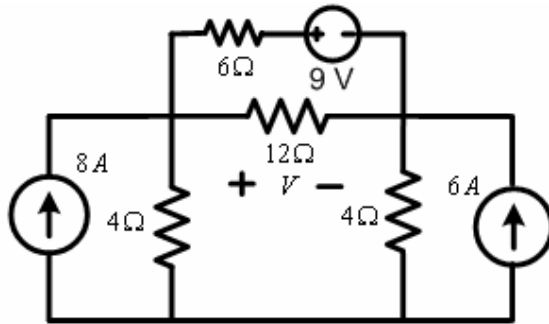
15. Tentukan arus i dengan metoda node (supernode) pada rangkaian berikut :



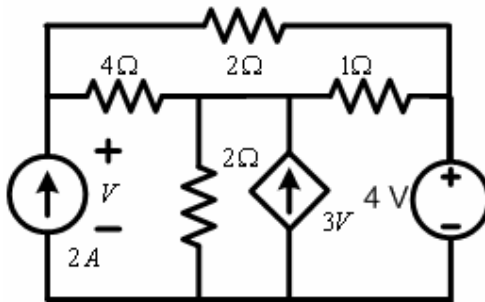
16. Tentukan arus i dengan metoda node (supernode) pada rangkaian berikut :



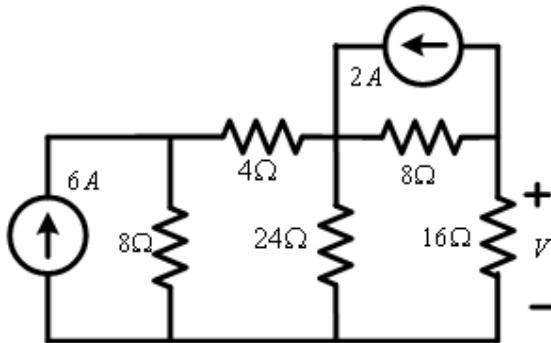
17. Tentukan tegangan V dengan metoda node (supernode) pada rangkaian berikut :



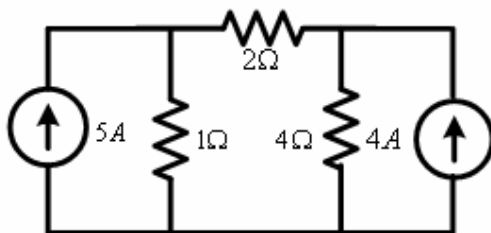
18. Tentukan tegangan V dengan metoda node (supernode) pada rangkaian berikut :



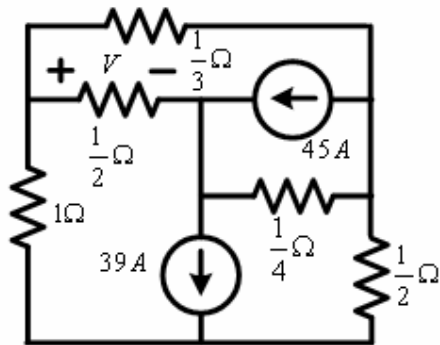
19. Tentukan tegangan V dengan metoda node (supernode) pada rangkaian berikut :



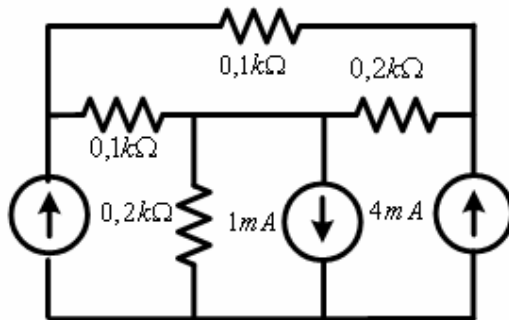
20. Tentukan arus pada $R = 2\Omega$:



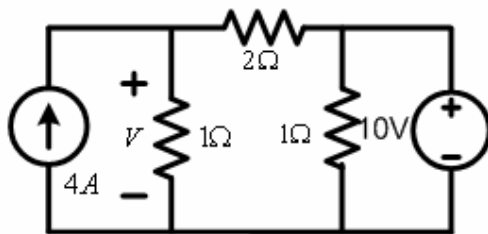
21. Tentukan V :



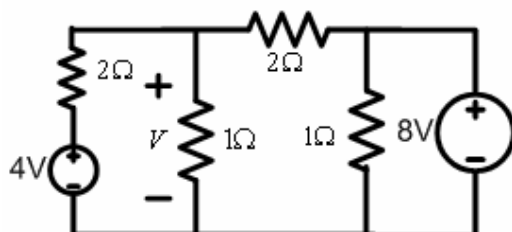
22. Tentukan daya yang diserap oleh sumber arus 1 mA :



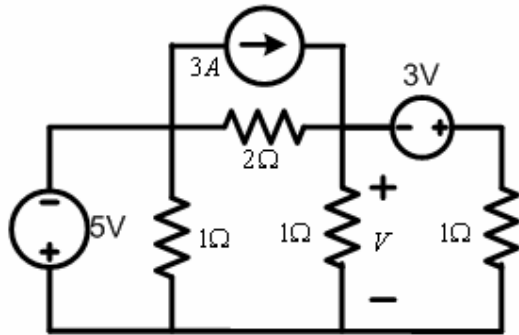
23. Tentukan nilai tegangan V :



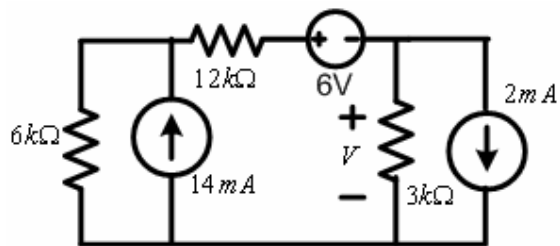
24. Tentukan V :



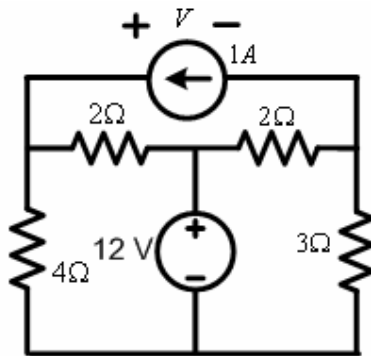
25. Tentukan V :



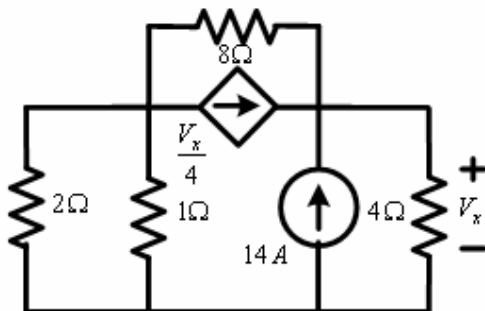
26. Tentukan V :



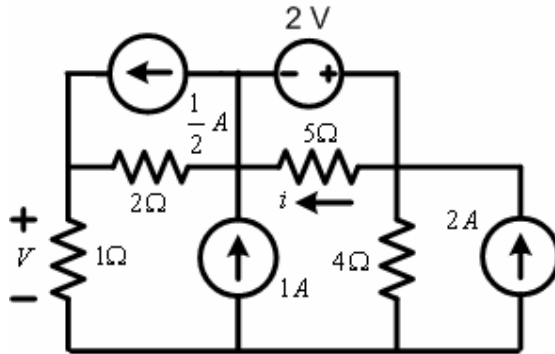
27. Tentukan V :



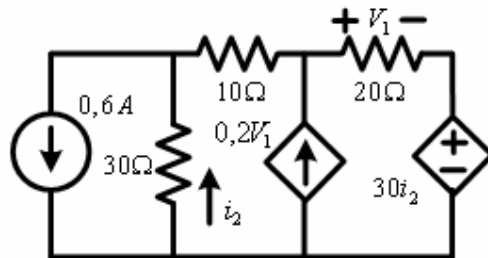
28. Tentukan V_x :



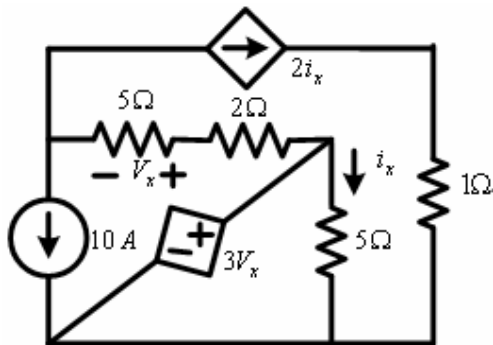
29. Tentukan V dan i :



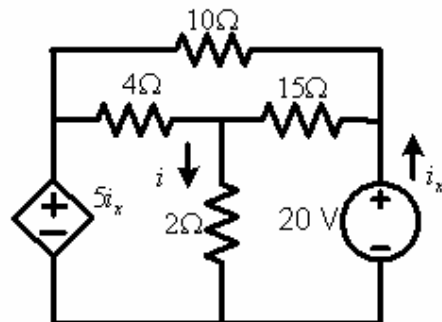
30. Tentukan V_1 dan i_2 :



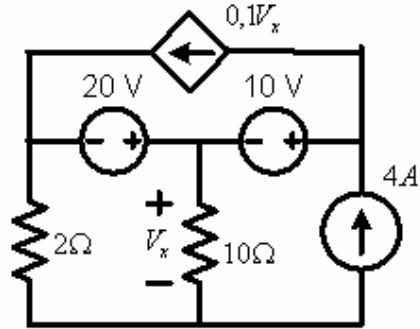
31. Tentukan i_x dan V_x :



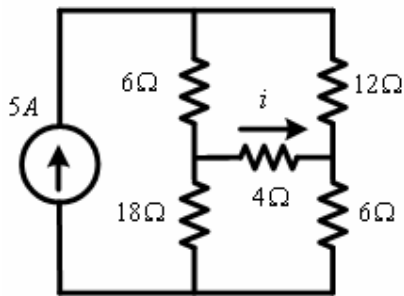
32. Tentukan i :



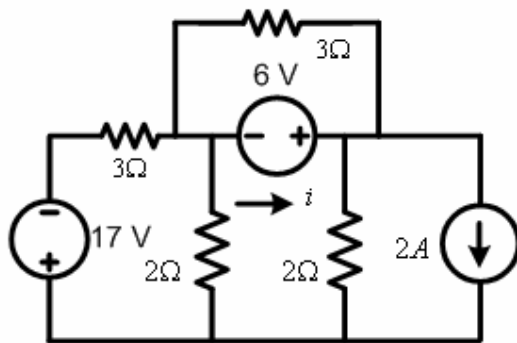
33. Tentukan V_x :



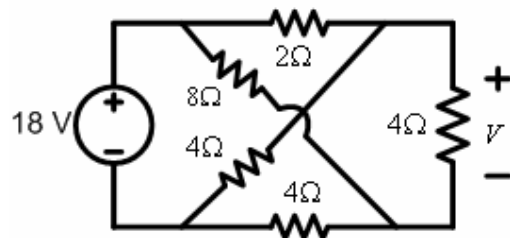
34. Tentukan i dengan node :



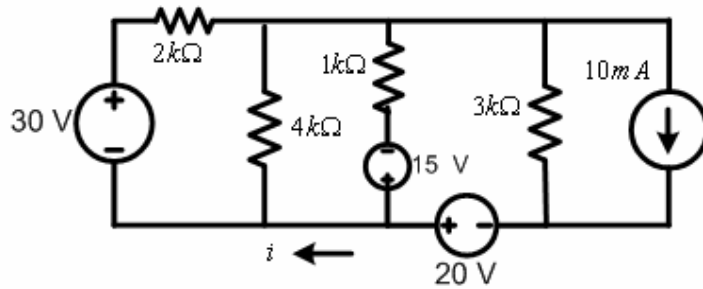
35. Tentukan i dengan node :



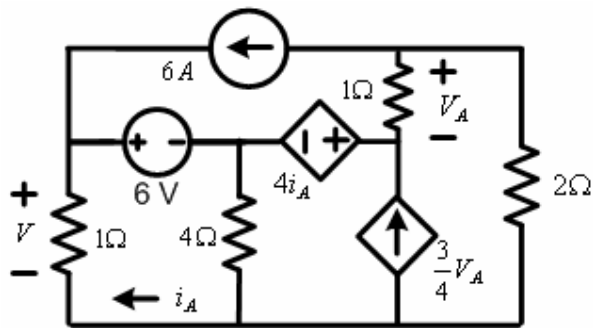
36. Tentukan tegangan V dengan node :



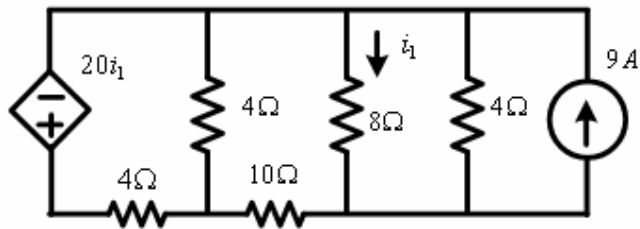
37. Tentukan i dengan node :



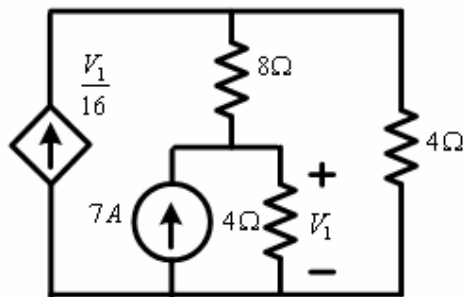
38. Tentukan tegangan V_A dan V :



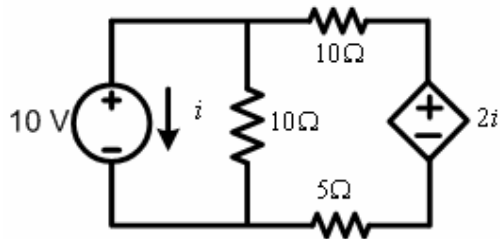
39. Tentukan arus i_1 dengan node :



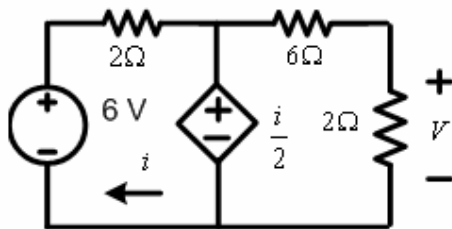
40. Tentukan tegangan V_1 :



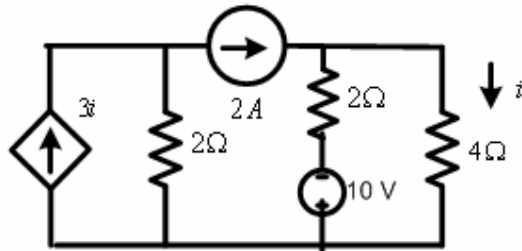
41. Tentukan i dengan node :



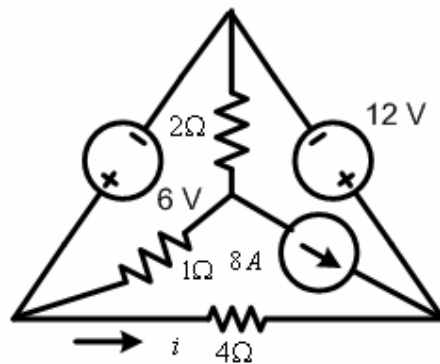
42. Tentukan tegangan V dengan node :



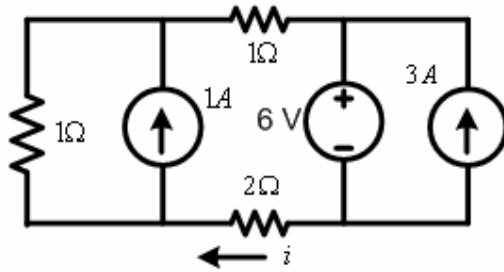
43. Tentukan arus i dengan node :



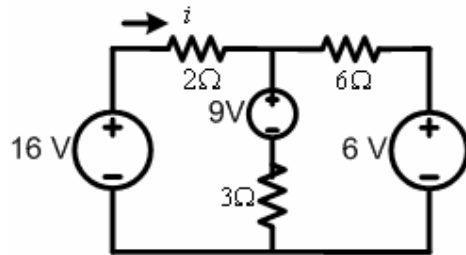
44. Tentukan arus i dengan node :



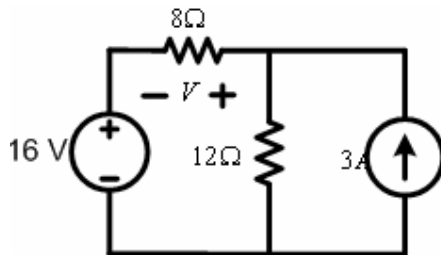
45. Tentukan arus i dengan node :



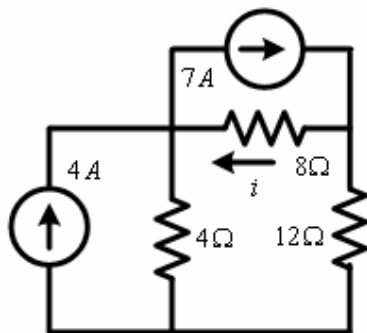
46. Tentukan nilai arus i dengan analisis mesh pada rangkaian berikut :



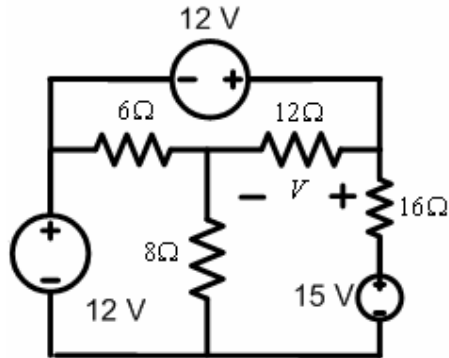
47. Tentukan tegangan V dengan mesh pada rangkaian berikut :



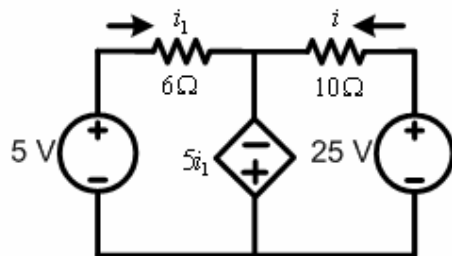
48. Tentukan arus i dengan analisis mesh pada rangkaian berikut :



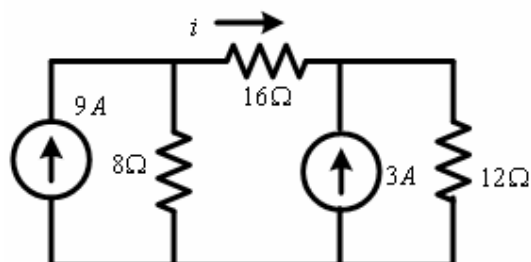
49. Tentukan tegangan V dengan analisis mesh pada rangkaian berikut :



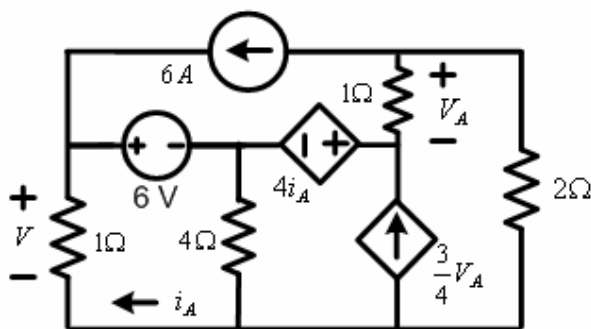
50. Tentukan arus i dengan analisis mesh pada rangkaian berikut :



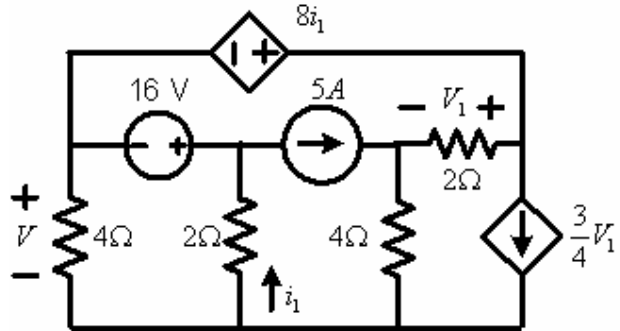
51. Tentukan arus i dengan analisis supermesh pada rangkaian berikut :



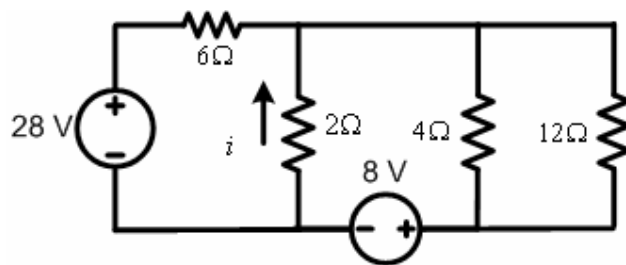
52. Tentukan tegangan V dengan analisis supermesh pada rangkaian berikut :



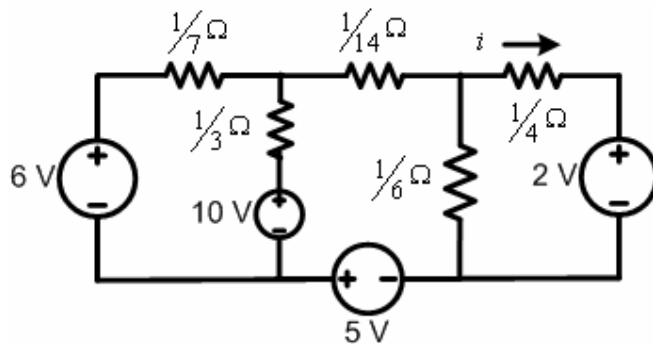
53. Tentukan tegangan V dengan analisis supermesh pada rangkaian berikut :



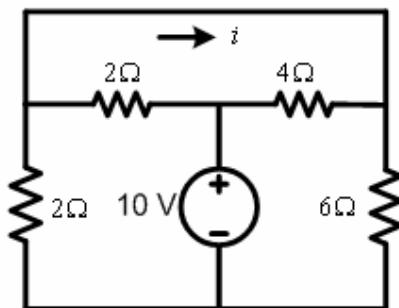
54. Tentukan arus i :



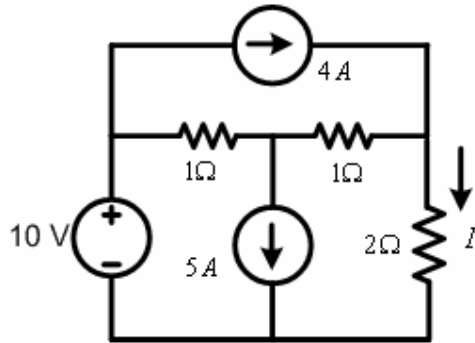
55. Tentukan i :



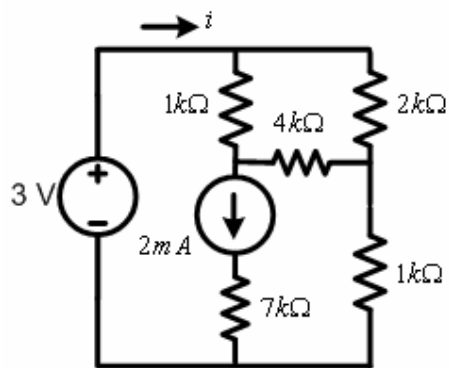
56. Tentukan i :



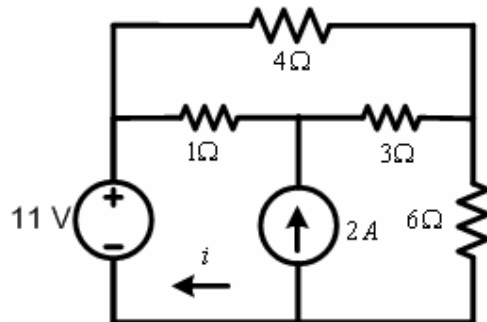
57. Tentukan i :



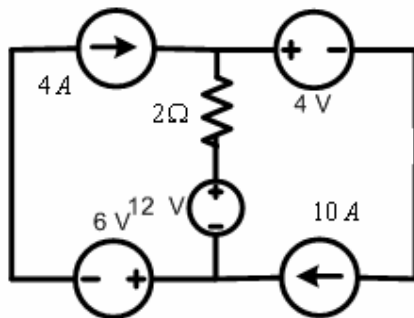
58. Tentukan i :



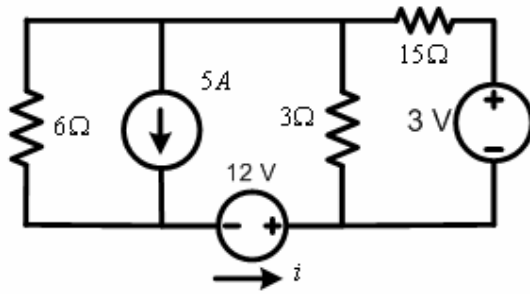
59. Tentukan i :



60. Tentukan daya pada $R = 2\Omega$:



61. Tentukan i :



BAB V TEOREMA RANGKAIAN

Pada bab ini akan dibahas penyelesaian persoalan yang muncul pada Rangkaian Listrik dengan menggunakan suatu teorema tertentu. Dengan pengertian bahwa suatu persoalan Rangkaian Listrik bukan tidak dapat dipecahkan dengan hukum-hukum dasar atau konsep dasar ataupun dengan bantuan suatu analisis tertentu yang dibahas pada bab sebelumnya, tetapi pada bab ini dibahas bahwa penggunaan teorema tertentu dalam menyelesaikan persoalan yang muncul pada Rangkaian Listrik dapat dilakukan dengan menggunakan suatu teorema tertentu. Bahwa nantinya pada implementasi penggunaan teorema tertentu akan diperlukan suatu bantuan konsep dasar ataupun analisis rangkaian.

Ada beberapa teorema yang dibahas pada bab ini, yaitu :

1. Teorema Superposisi
2. Teorema Substitusi
3. Teorema Thevenin
4. Teorema Norton
5. Teorema Millman
6. Teorema Transfer Daya Maksimum

Teorema Superposisi

Pada teorema ini hanya berlaku untuk rangkaian yang bersifat linier, dimana rangkaian linier adalah suatu rangkaian dimana persamaan yang muncul akan memenuhi jika $y = kx$, dimana k = konstanta dan x = variabel.

Dalam setiap rangkaian linier dengan beberapa buah sumber tegangan/ sumber arus dapat dihitung dengan cara :

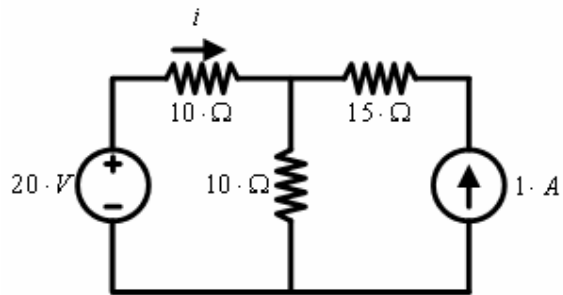
Menjumlah aljabarkan tegangan/ arus yang disebabkan tiap sumber independent/ bebas yang bekerja sendiri, dengan semua sumber tegangan/ arus independent/ bebas lainnya diganti dengan tahanan dalamnya.

Pengertian dari teorema diatas bahwa jika terdapat n buah sumber bebas maka dengan teorema superposisi samadengan n buah keadaan rangkaian yang dianalisis, dimana nantinya n buah keadaan tersebut akan dijumlahkan. Jika terdapat beberapa buah sumber tak bebas maka tetap saja teorema superposisi menghitung untuk n buah keadaan dari n buah sumber yang bebasnya.

Rangkaian linier tentu tidak terlepas dari gabungan rangkaian yang mempunyai sumber *independent* atau sumber bebas, sumber *dependent* / sumber tak bebas linier (sumber *dependent* arus/ tegangan sebanding dengan pangkat satu dari tegangan/ arus lain, atau sebanding dengan jumlah pangkat satu besaran-besaran tersebut) dan elemen resistor (R), induktor (L), dan kapasitor (C).

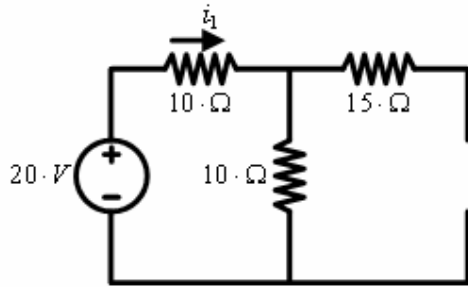
Contoh latihan :

1. Berapakah arus i dengan teorema superposisi ?



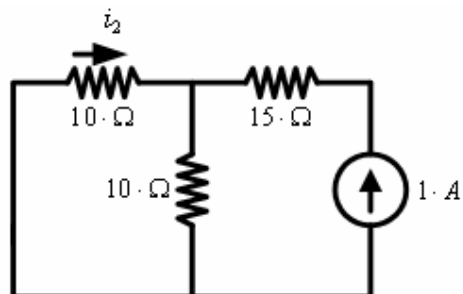
Jawaban :

Pada saat sumber tegangan aktif/bekerja maka sumber arus tidak aktif (diganti dengan tahanan dalamnya yaitu tak hingga atau rangkaian *open circuit*) :



$$\text{maka : } i_1 = \frac{20}{10+10} = 1 \cdot A$$

Pada saat sumber arus aktif/bekerja maka sumber tegangan tidak aktif (diganti dengan tahanan dalamnya yaitu nol atau rangkaian *short circuit*) :

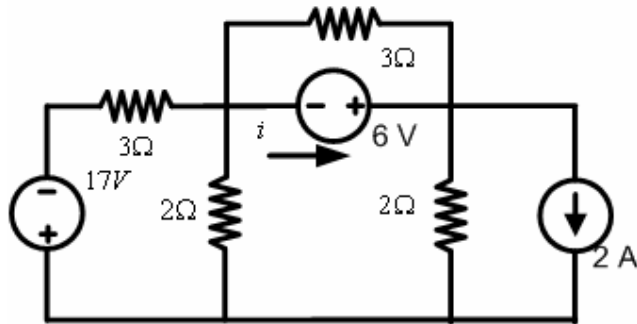


$$i_2 = -\frac{10}{10+10} \cdot 1 = -0,5 \cdot A$$

sehingga :

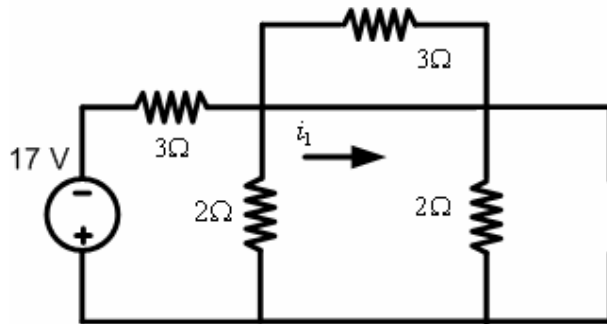
$$i = i_1 + i_2 = 1 - 0,5 = 0,5 A$$

2. Tentukan nilai i dengan superposisi !



Jawaban :

Pada saat sumber $V_s = 17V$ aktif/bekerja maka sumber tegangan 6 V diganti dengan tahanan dalamnya yaitu nol atau rangkaian *short circuit*, dan sumber arus 2 A diganti dengan tahanan dalamnya yaitu tak hingga atau rangkaian *open circuit* :



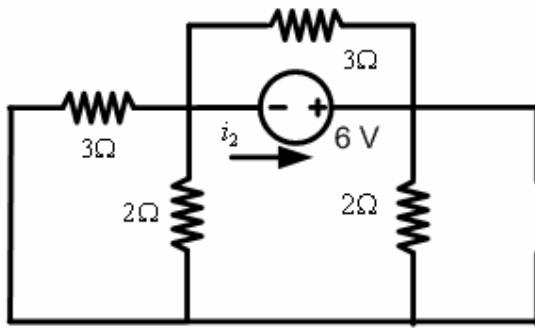
$$3\Omega // 0\Omega \rightarrow R_{p1} = 0\Omega$$

$$2\Omega // 2\Omega \rightarrow R_{p2} = \frac{2 \times 2}{2 + 2} = 1\Omega$$

$$V_{R_{p2}} = \frac{1}{1 + 3} \times 17 = \frac{17}{4} V$$

$$\text{sehingga : } i_1 = \frac{-V_{R_{p2}}}{2} = -\frac{17}{8} A$$

Pada saat sumber $V_s = 6V$ aktif/bekerja maka sumber tegangan 17 V diganti dengan tahanan dalamnya yaitu nol atau rangkaian *short circuit*, dan sumber arus 2 A diganti dengan tahanan dalamnya yaitu tak hingga atau rangkaian *open circuit* :



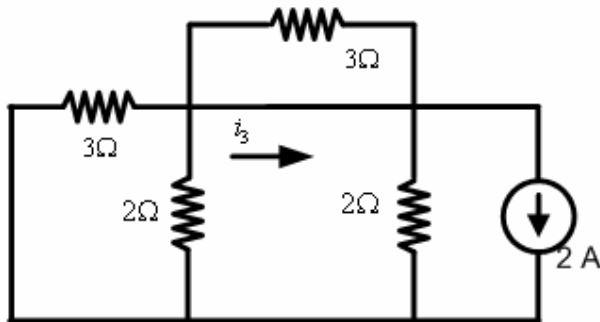
$$3\Omega // 2\Omega \rightarrow R_{p1} = \frac{3 \times 2}{3 + 2} = \frac{6}{5} \Omega$$

$$R_s = R_{p1} + 2\Omega = \frac{6}{5} + 2 = \frac{16}{5} \Omega$$

$$R_s // 3\Omega \rightarrow R_{p2} = \frac{\frac{16}{5} \times 3}{\frac{16}{5} + 3} = \frac{48}{31} \Omega$$

$$i_2 = \frac{6}{R_{p2}} = \frac{6}{\frac{48}{31}} = \frac{31}{8} A$$

Pada saat sumber $I_s = 2A$ aktif/bekerja maka sumber tegangan 17 V diganti dengan tahanan dalamnya yaitu nol atau rangkaian *short circuit*, dan sumber tegangan 6 V diganti dengan tahanan dalamnya yaitu nol atau rangkaian *short circuit* :



$$3\Omega // 2\Omega \rightarrow R_{p1} = \frac{3 \times 2}{3 + 2} = \frac{6}{5} \Omega$$

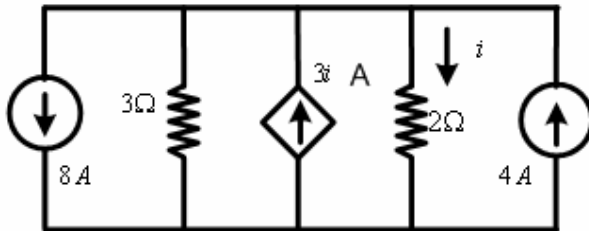
$$3\Omega // 0\Omega \rightarrow R_{p2} = 0\Omega$$

$$i_3 = \frac{2}{2 + \frac{6}{5}} \times 2 = \frac{5}{4} A$$

$$\text{sehingga : } i = i_1 + i_2 + i_3$$

$$i = \frac{-17}{8} + \frac{31}{8} + \frac{5}{4} = \frac{24}{8} = 3A$$

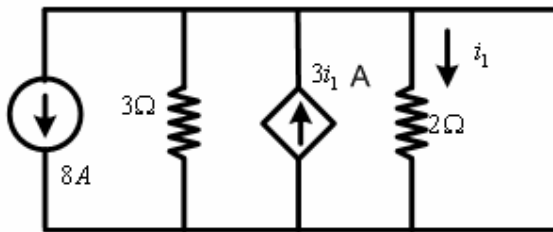
3. Tentukan nilai i dengan superposisi !



Jawaban :

Pada rangkaian ini terdapat sumber tak bebasnya, maka tetap dalam perhitungan dengan teorema superposisi membuat analisis untuk n buah keadaan sumber bebas, pada soal diatas terdapat dua buah sumber bebas, maka dengan superposisi terdapat dua buah keadaan yang harus dianalisis.

Pada saat sumber $I_s = 8A$ aktif/bekerja maka sumber arus $4A$ diganti dengan tahanan dalamnya yaitu tak hingga atau rangkaian *open circuit* :

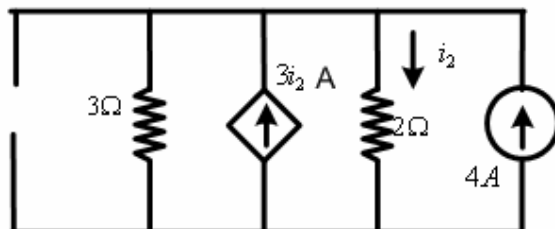


$$i_1 = \frac{3}{3+2} \times (3i_1 - 8)$$

$$i_1 = \frac{3}{5} \times (3i_1 - 8)$$

$$5i_1 = 9i_1 - 24 \rightarrow i_1 = \frac{24}{4} = 6A$$

Pada saat sumber $I_s = 4A$ aktif/bekerja maka sumber arus $8A$ diganti dengan tahanan dalamnya yaitu tak hingga atau rangkaian *open circuit* :



$$i_2 = \frac{3}{3+2} x(3i_2 + 4)$$

$$i_2 = \frac{3}{5} x(3i_2 + 4)$$

$$5i_2 = 9i_2 + 12 \rightarrow i_1 = \frac{-12}{4} = -3A$$

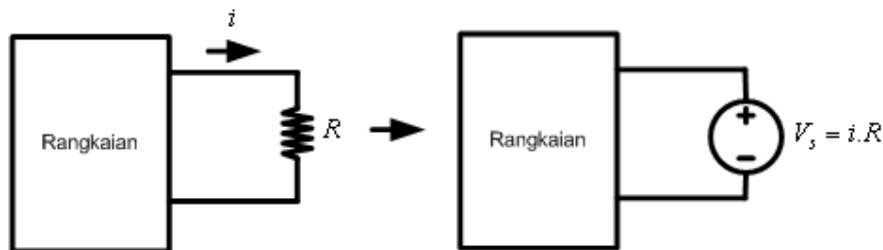
$$\text{sehingga : } i = i_1 + i_2 = 6 - 3 = 3A$$

Teorema Substitusi

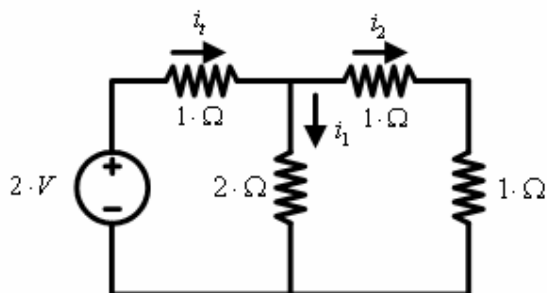
Pada teorema ini berlaku bahwa :

Suatu komponen atau elemen pasif yang dilalui oleh sebuah arus yang mengalir (sebesar i) maka pada komponen pasif tersebut dapat digantikan dengan sumber tegangan V_s yang mempunyai nilai yang sama saat arus tersebut melalui komponen pasif tersebut.

Jika pada komponen pasifnya adalah sebuah resistor sebesar R , maka sumber tegangan penggantinya bernilai $V_s = i \cdot R$ dengan tahanan dalam dari sumber tegangan tersebut samadengan nol.



Contoh latihan :



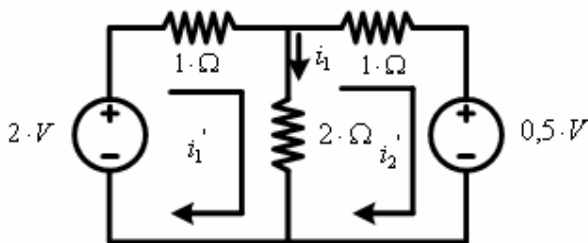
$$R_t = \frac{2 \cdot 2}{2 + 2} + 1 = 1 \cdot \Omega$$

$$i_t = \frac{2}{2} = 1 \cdot A$$

$$i_2 = \frac{2}{2 + 2} \cdot 1 = 0,5 \cdot A \rightarrow i_1 = 0,5 \cdot A$$

dengan teorema substitusi :

Resistor 1Ω yang dilalui arus i_2 sebesar $0,5 \text{ A}$, jika diganti dengan $V_s = 1 \cdot i_2 = 0,5 \text{ V}$, akan menghasilkan arus i_1 yang sama pada saat sebelum dan sesudah diganti dengan sumber tegangan.



Dengan analisis mesh :

Loop i_1 :

$$-2 + i_1' + 2(i_1' - i_2') = 0$$

$$3i_1' - 2i_2' = 2$$

loop i_2 :

$$0,5 + i_2' + 2(i_2' - i_1') = 0$$

$$-2i_1' + 3i_2' = -0,5$$

dengan metoda Cramer :

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1' \\ i_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -0,5 \end{pmatrix}$$

$$i_1' = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -2 \\ -0,5 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{6 - 1}{9 - 4} = 1 \cdot A$$

$$i_2' = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -0,5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{-1,5 + 4}{9 - 4} = 0,5 \cdot A$$

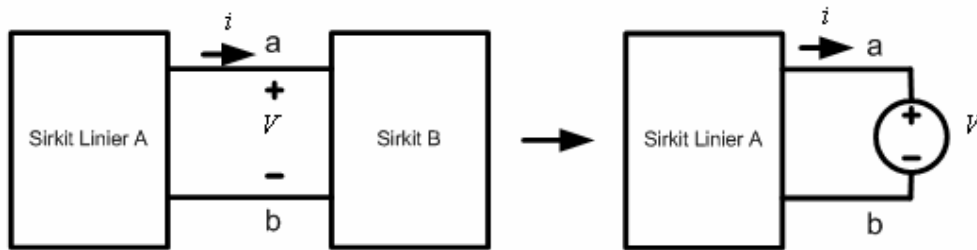
$$\text{sehingga : } i_1 = i_1' - i_2' = 1 - 0,5 = 0,5 \cdot A$$

Teorema Thevenin

Pada teorema ini berlaku bahwa :

Suatu rangkaian listrik dapat disederhanakan dengan hanya terdiri dari satu buah sumber tegangan yang dihubungkan dengan sebuah tahanan ekivalennya pada dua terminal yang diamati.

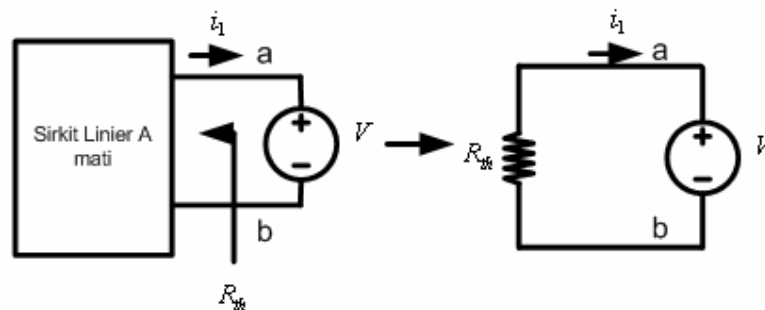
Tujuan sebenarnya dari teorema ini adalah untuk menyederhanakan analisis rangkaian, yaitu membuat rangkaian pengganti yang berupa sumber tegangan yang dihubungkan seri dengan suatu resistansi ekivalennya.



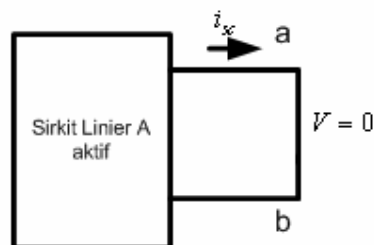
Pada gambar diatas, dengan terorema substitusi kita dapat melihat rangkaian sirkit B dapat diganti dengan sumber tegangan yang bernilai sama saat arus melewati sirkit B pada dua terminal yang kita amati yaitu terminal a-b.

Setelah kita dapatkan rangkaian substitusinya, maka dengan menggunakan teorema superposisi didapatkan bahwa :

1. Ketika sumber tegangan V aktif/bekerja maka rangkaian pada sirkit linier A tidak aktif (semua sumber bebasnya mati diganti tahanan dalamnya), sehingga didapatkan nilai resistansi ekivelnnya.



2. Ketika sirkit linier A aktif/bekerja maka pada sumber tegangan bebas diganti dengan tahanan dalamnya yaitu nol atau rangkaian *short circuit*.

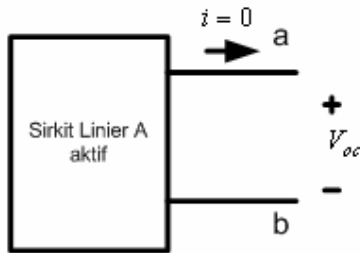


Dengan menggabungkan kedua keadaan tadi (teorema superposisi) maka didapatkan :

$$i = i_1 + i_{sc}$$

$$i = -\frac{V}{R_{th}} + i_{sc} \dots\dots(1)$$

Pada saat terminal a-b di open circuit (OC), maka i yang mengalir samadengan nol ($i = 0$), sehingga :



$$i = -\frac{V}{R_{th}} + i_{sc}$$

$$0 = -\frac{V_{oc}}{R_{th}} + i_{sc}$$

$$V_{oc} = i_{sc} \cdot R_{th} \dots\dots(2)$$

Dari persamaan (1) dan (2) , didapatkan :

$$i = -\frac{V}{R_{th}} + i_{sc} = -\frac{V}{R_{th}} + i_{sc} \frac{R_{th}}{R_{th}} = \frac{1}{R_{th}} (-V + i_{sc} \cdot R_{th})$$

$$i \cdot R_{th} = -V + V_{oc}$$

$$V = V_{oc} - i \cdot R_{th}$$

Cara memperoleh resistansi penggantinya (R_{th}) adalah dengan mematikan atau menonaktifkan semua sumber bebas pada rangkaian linier A (untuk sumber tegangan tahanan dalamnya = 0 atau rangkaian short circuit dan untuk sumber arus tahanan dalamnya = ∞ atau rangkaian open circuit).

Jika pada rangkaian tersebut terdapat sumber *dependent* atau sumber tak bebasnya, maka untuk memperoleh resistansi penggantinya, terlebih dahulu kita mencari arus hubung singkat (i_{sc}), sehingga nilai resistansi penggantinya (R_{th}) didapatkan dari nilai tegangan pada kedua terminal tersebut yang di-*open circuit* dibagi dengan arus pada kedua terminal tersebut yang di- *short circuit* .

Langkah-langkah penyelesaian dengan teorema Thevenin :

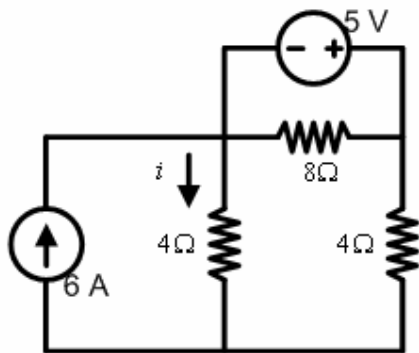
1. Cari dan tentukan titik terminal a-b dimana parameter yang ditanyakan.
2. Lepaskan komponen pada titik a-b tersebut, *open circuit* kan pada terminal a-b kemudian hitung nilai tegangan dititik a-b tersebut ($V_{ab} = V_{th}$).
3. Jika semua sumbernya adalah sumber bebas, maka tentukan nilai tahanan diukur pada titik a-b tersebut saat semua sumber di non aktifkan dengan cara diganti

dengan tahanan dalamnya (untuk sumber tegangan bebas diganti rangkaian *short circuit* dan untuk sumber arus bebas diganti dengan rangkaian *open circuit*) ($R_{ab} = R_{th}$).

4. Jika terdapat sumber tak bebas, maka untuk mencari nilai tahanan pengganti Theveninnya didapatkan dengan cara $R_{th} = \frac{V_{th}}{I_{sc}}$.
5. Untuk mencari I_{sc} pada terminal titik a-b tersebut dihubungsingkatkan dan dicari arus yang mengalir pada titik tersebut ($I_{ab} = I_{sc}$).
6. Gambarkan kembali rangkaian pengganti Theveninnya, kemudian pasang kembali komponen yang tadi dilepas dan hitung parameter yang ditanyakan.

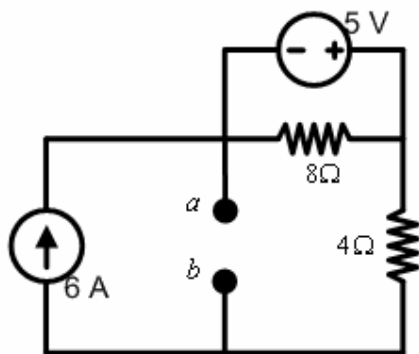
Contoh latihan :
untuk sumber bebas/ *independent*

1. Tentukan nilai arus i dengan teorema Thevenin !



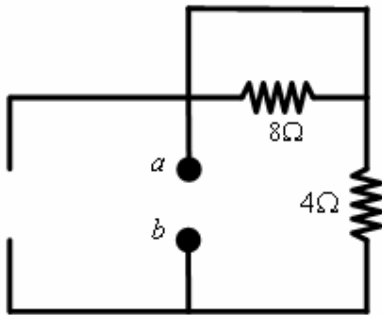
Jawaban :

Tentukan titik a-b pada R dimana parameter i yang ditanyakan, hitung tegangan dititik a-b pada saat terbuka :



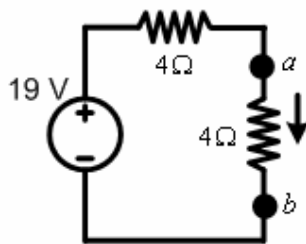
$$V_{ab} = V_{oc} = -5 + 4.6 = -5 + 24 = 19V$$

Mencari R_{th} ketika semua sumber bebasnya tidak aktif (diganti dengan tahanan dalamnya) dilihat dari titik a-b :



$$R_{th} = 4\Omega$$

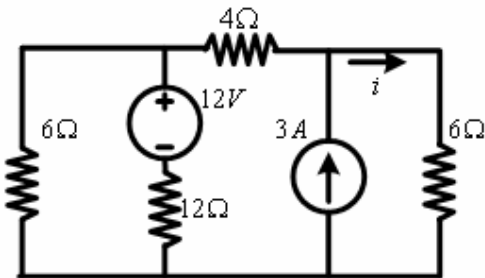
Rangkaian pengganti Thevenin :



sehingga :

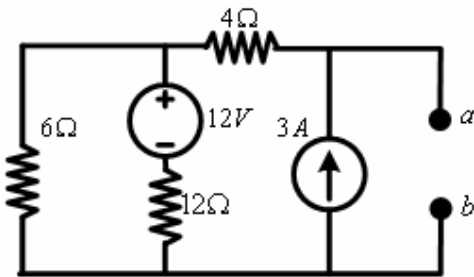
$$i = \frac{19}{8} A$$

2. Tentukan nilai arus i dengan teorema Thevenin !

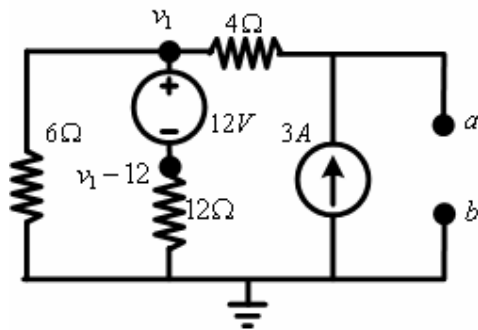


Jawaban :

Tentukan titik a-b pada R dimana parameter i yang ditanyakan, hitung tegangan dititik a-b pada saat terbuka :



dengan analisis node :



Tinjau node voltage v_1 :

$$\frac{v_1}{6} + \frac{v_1 - 12}{12} - 3 = 0$$

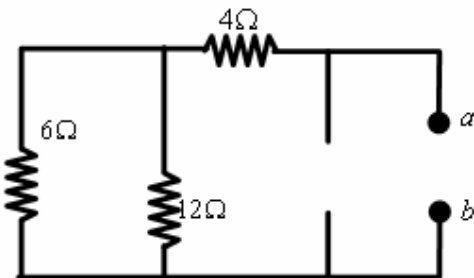
$$2v_1 + v_1 - 12 - 36 = 0$$

$$3v_1 = 48 \rightarrow v_1 = \frac{48}{3} = 16V$$

sehingga :

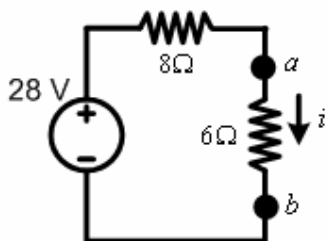
$$V_{ab} = V_{oc} = 4.3 + v_1 = 12 + 16 = 28V$$

Mencari R_{th} ketika semua sumber bebasnya tidak aktif (diganti dengan tahanan dalamnya) dilihat dari titik a-b :



$$R_{th} = \frac{6 \times 12}{6 + 12} + 4 = 4 + 4 = 8\Omega$$

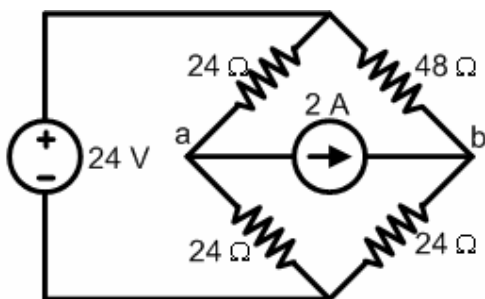
Rangkaian pengganti Thevenin :



sehingga :

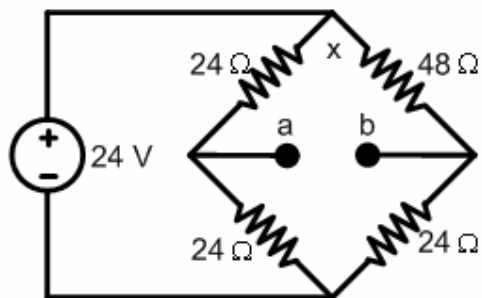
$$i = \frac{28}{8+6} = \frac{28}{14} = 2A$$

3. Tentukan besarnya tegangan dititik a-b dengan teorema Thevenin !



Jawaban :

Cari V_{ab} pada saat titik a-b terbuka :



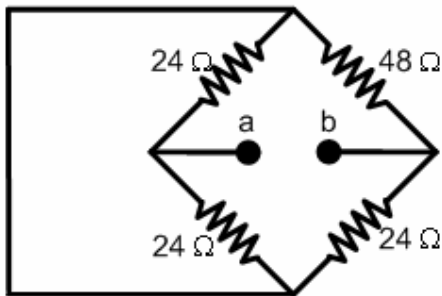
$$V_{ab} = V_{oc} = V_{ax} + V_{xb}$$

$$V_{xa} = \frac{24}{24+24} \times 24 = 12V$$

$$V_{xb} = \frac{48}{48+24} \times 24 = 16V$$

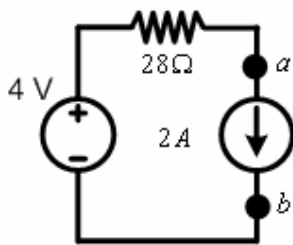
$$\text{sehingga : } V_{ab} = V_{oc} = -12 + 16 = 4V$$

Mencari R_{th} ketika semua sumber bebasnya tidak aktif (diganti dengan tahanan dalamnya) dilihat dari titik a-b :



$$R_{th} = \frac{24 \times 24}{24 + 24} + \frac{48 \times 24}{48 + 24} = 12 + 16 = 28 \Omega$$

Rangkaian pengganti Thevenin :

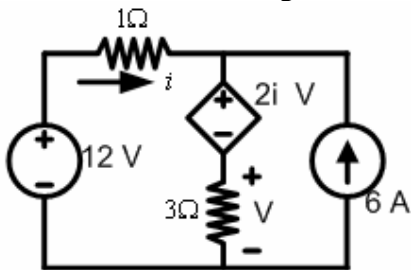


sehingga :

$$V_{ab} = -4 + 28 \cdot 2 = -4 + 56 = 52V$$

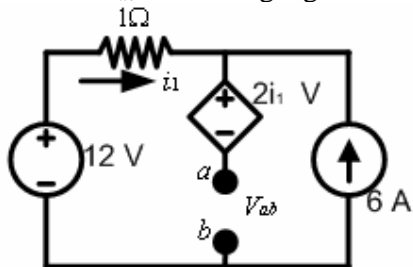
Contoh latihan :
untuk sumber tak bebas/ dependent

1. Tentukan nilai V dengan teorema Thevenin !



Jawaban :

Mencari V_{ab} dimana tegangan di $R=3\Omega$, dimana rangkaian tersebut terbuka :

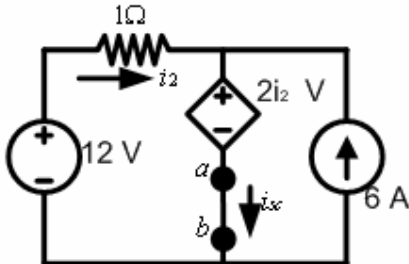


$$V_{ab} = V_{oc} = -2i_1 - 1i_1 + 12 = -3i_1 + 12$$

$$\text{dimana : } i = -6A$$

$$V_{oc} = (-3x - 6) + 12 = 18 + 12 = 30V$$

Karena terdapat sumber tak bebas, maka untuk mencari R_{th} tidak bisa langsung dengan mematikan semua sumbernya, sehingga harus dicari nilai I_{sc} :



$$i_{sc} = i_2 + 6$$

$$\Sigma v = 0$$

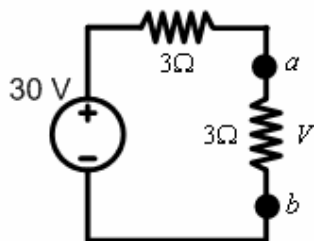
$$-12 + 1i_2 + 2i_2 = 0$$

$$3i_2 = 12 \rightarrow i_2 = \frac{12}{3} = 4A$$

$$\text{sehingga : } i_{sc} = i_2 + 6 = 4 + 6 = 10A$$

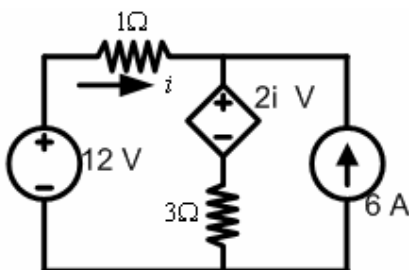
$$\text{maka : } R_{th} = \frac{V_{oc}}{i_{sc}} = \frac{30}{10} = 3\Omega$$

Rangkaian pengganti Thevenin :



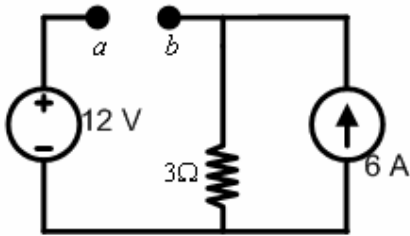
$$V = \frac{3}{3+3} \times 30 = 15V$$

2. Tentukan nilai i dengan teorema Thevenin !



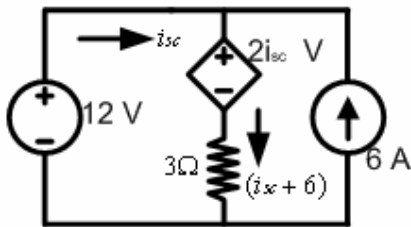
Jawaban :

Cari V_{ab} saat titik a-b terbuka :



$$V_{ab} = V_{oc} = +12 - 3 \cdot 6 = 12 - 18 = -6V$$

Karena terdapat sumber tak bebas, maka untuk mencari R_{th} tidak bisa langsung dengan mematikan semua sumbernya, sehingga harus dicari nilai I_{sc} :



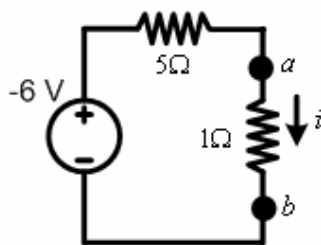
$$\sum v = 0$$

$$2i_{sc} + 3(i_{sc} + 6) - 12 = 0$$

$$5i_{sc} + 6 = 0 \rightarrow i_{sc} = -\frac{6}{5} A$$

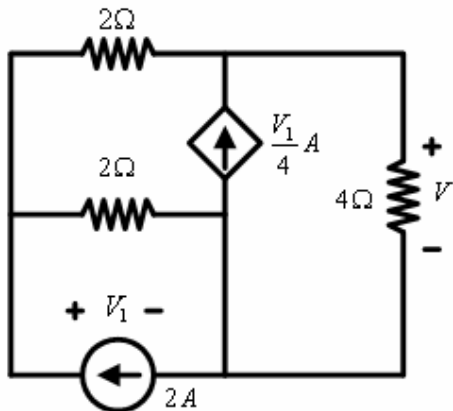
$$\text{sehingga : } R_{th} = \frac{V_{oc}}{i_{sc}} = \frac{-6}{-6/5} = 5\Omega$$

Rangkaian pengganti Thevenin :



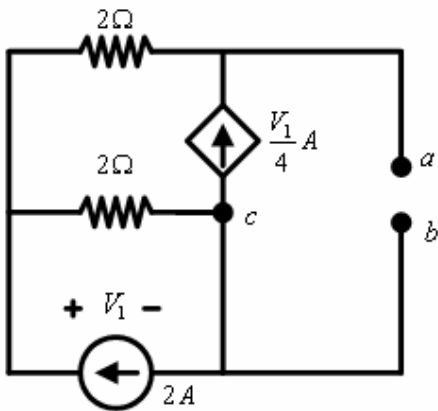
$$i = \frac{-6}{6} = -1A$$

3. Tentukan nilai V dengan teorema Thevenin !



Jawaban :

Mencari V_{ab} :



$$V_{ab} = V_{oc} = 2 \frac{V_1}{4} + V_1 = \frac{3V_1}{2}$$

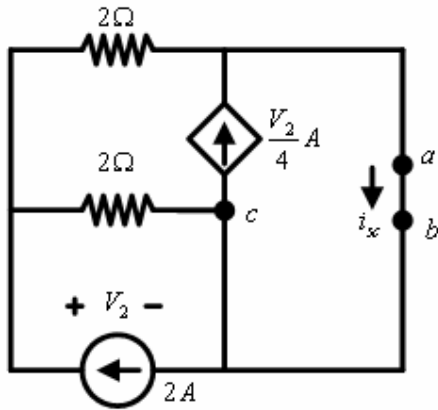
perhatikan..node..c :

$$\frac{V_1}{2} = \frac{V_1}{4} + 2$$

$$\frac{V_1}{4} = 2 \rightarrow V_1 = 8V$$

$$\text{sehingga : } V_{oc} = \frac{3V_1}{2} = \frac{3 \cdot 8}{2} = 12V$$

Karena terdapat sumber tak bebas, maka untuk mencari R_{th} tidak bisa langsung dengan mematikan semua sumbernya, sehingga harus dicari nilai I_{sc} :



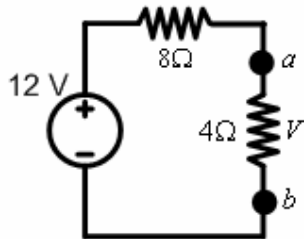
Substitusikan persamaan (1) dan (2) :

$$i_{sc} = 2 - \frac{V_2}{4} = 2 - \frac{4i_{sc}}{3.4} = 2 - \frac{i_{sc}}{3}$$

$$\frac{4i_{sc}}{3} = 2 \rightarrow i_{sc} = \frac{6}{4} A$$

$$sehingga : R_{th} = \frac{V_{oc}}{i_{sc}} = \frac{12}{6/4} = 8\Omega$$

Rangkaian pengganti Thevenin :



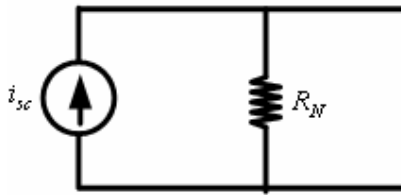
$$V = \frac{4}{4+8} \times 12 = 4V$$

Teorema Norton

Pada teorema ini berlaku bahwa :

Suatu rangkaian listrik dapat disederhanakan dengan hanya terdiri dari satu buah sumber arus yang dihubungkan paralel dengan sebuah tahanan ekivalennya pada dua terminal yang diamati.

Tujuan untuk menyederhanakan analisis rangkaian, yaitu dengan membuat rangkaian pengganti yang berupa sumber arus yang diparalel dengan suatu tahanan ekivalennya.



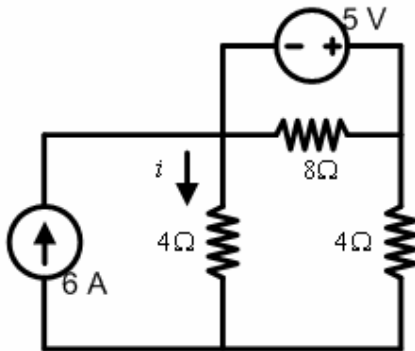
$$i = -\frac{V}{R_N} + i_{sc}$$

Langkah-langkah penyelesaian dengan teorema Norton :

1. Cari dan tentukan titik terminal a-b dimana parameter yang ditanyakan.
2. Lepaskan komponen pada titik a-b tersebut, *short circuit* kan pada terminal a-b kemudian hitung nilai arus dititik a-b tersebut ($I_{ab} = I_{sc} = I_N$).
3. Jika semua sumbernya adalah sumber bebas, maka tentukan nilai tahanan diukur pada titik a-b tersebut saat semua sumber di non aktifkan dengan cara diganti dengan tahanan dalamnya (untuk sumber tegangan bebas diganti rangkaian *short circuit* dan untuk sumber arus bebas diganti dengan rangkaian *open circuit*) ($R_{ab} = R_N = R_{th}$).
4. Jika terdapat sumber tak bebas, maka untuk mencari nilai tahanan pengganti Nortonnya didapatkan dengan cara $R_N = \frac{V_{oc}}{I_N}$.
5. Untuk mencari V_{oc} pada terminal titik a-b tersebut dibuka dan dicari tegangan pada titik tersebut ($V_{ab} = V_{oc}$).
6. Gambarkan kembali rangkaian pengganti Nortonnya, kemudian pasang kembali komponen yang tadi dilepas dan hitung parameter yang ditanyakan.

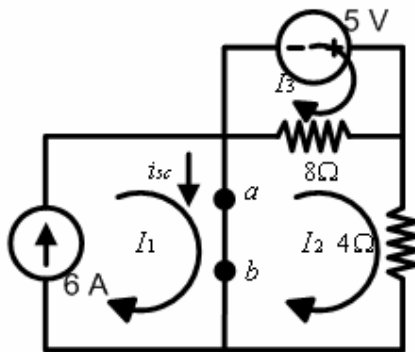
Contoh latihan :
untuk sumber bebas/ independent

1. Tentukan nilai arus i dengan teorema Norton !



Jawaban :

Tentukan titik a-b pada R dimana parameter i yang ditanyakan, hitung $i_{sc} = i_N$ saat $R = 4\Omega$ dilepas :



Analisis mesh :

- Tinjau loop I_1 :

$$I_1 = 6A \dots \dots \dots (1)$$

- Tinjau loop I_3 :

$$\Sigma v = 0$$

$$-5 + 8(I_3 - I_2) = 0$$

$$8(I_3 - I_2) = 5$$

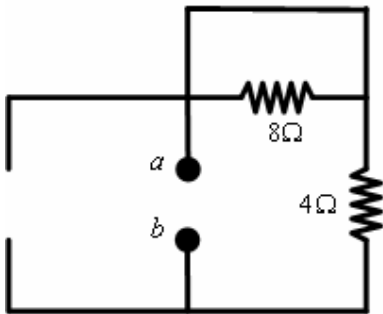
substitusikan..pers.(2) :

$$8\left(\frac{3I_2}{2} - I_2\right) = 5$$

$$4I_2 = 5 \rightarrow I_2 = \frac{5}{4} A$$

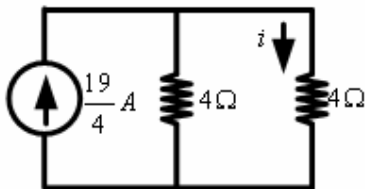
$$\text{sehingga : } i_{sc} = i_N = I_1 - I_2 = 6 - \frac{5}{4} = \frac{19}{4} A$$

Mencari R_{th} ketika semua sumber bebasnya tidak aktif (diganti dengan tahanan dalamnya) dilihat dari titik a-b :



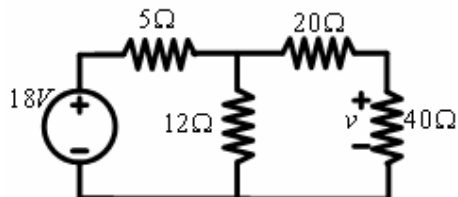
$$R_N = 4\Omega$$

Rangkaian pengganti Norton :



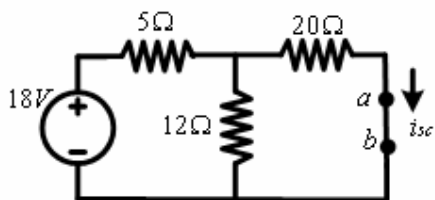
$$i = \frac{4}{4+4} i_N = \frac{4}{8} \cdot \frac{19}{4} = \frac{19}{8} A$$

2. Tentukan nilai v dengan teorema Norton !



Jawaban :

Mencari i_{sc} :

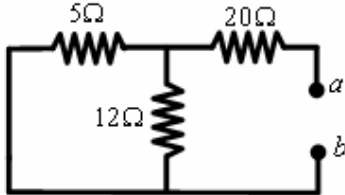


$$20\Omega // 12\Omega \rightarrow R_p = \frac{20 \cdot 12}{20 + 12} = \frac{15}{2} \Omega$$

$$V_1 = \frac{R_p}{R_p + 5} \times 18 = \frac{\frac{15}{2}}{\frac{15}{2} + 5} \times 18 = \frac{54}{5} V$$

$$i_{sc} = i_N = \frac{V_1}{20} = \frac{27}{50} A$$

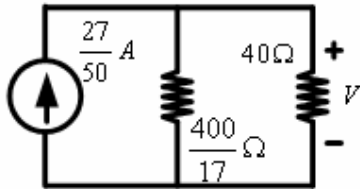
Mencari R_N dititik a-b :



$$5\Omega // 12\Omega \rightarrow R_p = \frac{5 \cdot 12}{5 + 12} = \frac{60}{17} \Omega$$

$$R_N = R_p + 20\Omega = \frac{60}{17} + 20 = \frac{400}{17} \Omega$$

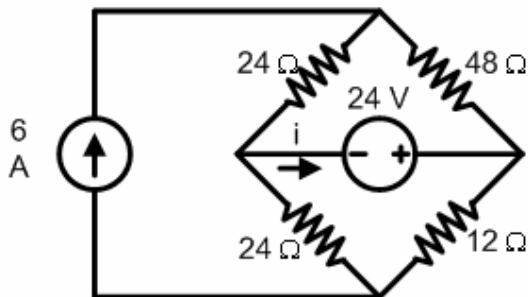
Rangkaian pengganti Norton :



$$R_N // 40\Omega \rightarrow R_p = \frac{\frac{400}{17} \times 40}{\frac{400}{17} + 40} = \frac{400}{27} \Omega$$

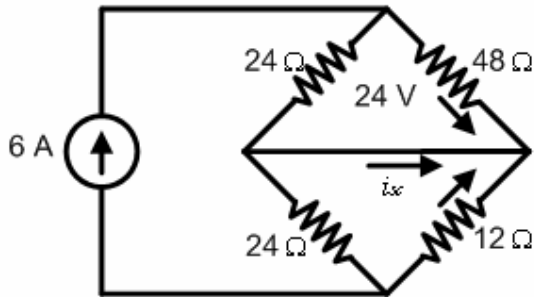
$$\text{sehingga : } v = i_N \times R_p = \frac{27}{50} \times \frac{400}{27} = 8V$$

3. Tentukan nilai i dengan teorema Norton !



Jawaban :

Mencari i_{sc} :

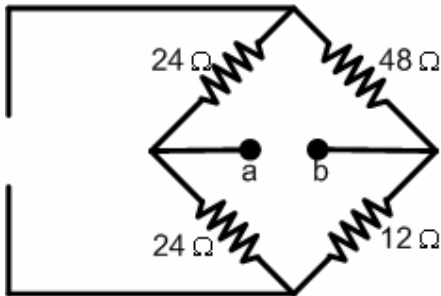


$$I_{48\Omega} = \frac{24}{48 + 24} \times 6 = 2A$$

$$I_{12\Omega} = \frac{24}{24 + 12} \times 6 = 4A$$

sehingga : $i_{sc} = i_N = I_{12\Omega} - I_{48\Omega} = 4 - 2 = 2A$

Mencari R_N :

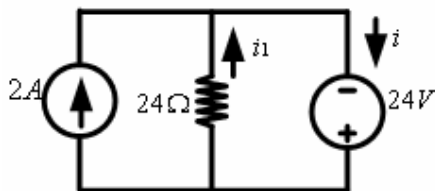


$$R_{s1} = 24\Omega + 48\Omega = 72\Omega$$

$$R_{s2} = 24\Omega + 12\Omega = 36\Omega$$

$$R_N = \frac{R_{s1} \cdot R_{s2}}{R_{s1} + R_{s2}} = \frac{72 \cdot 36}{72 + 36} = 24\Omega$$

Rangkaian pengganti Norton :

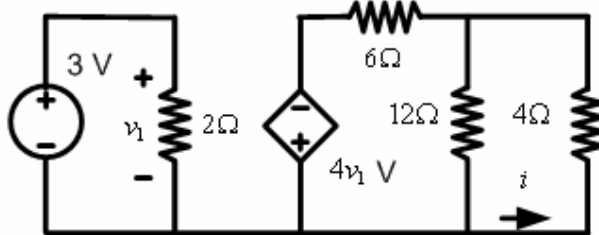


$$i_1 = \frac{24}{24} = 1A$$

sehingga : $i = i_N + i_1 = 2 + 1 = 3A$

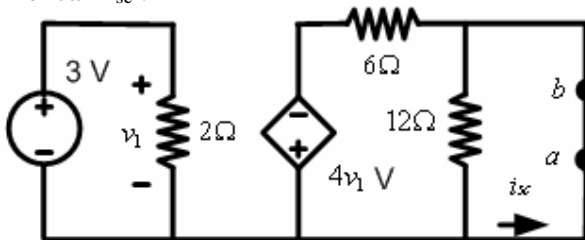
Contoh latihan :
untuk sumber tak bebas/ dependent

1. Tentukan nilai i dengan teorema Norton !



Jawaban :

Mencari i_{sc} :



$$v_1 = 3V$$

$$\sum V = 0$$

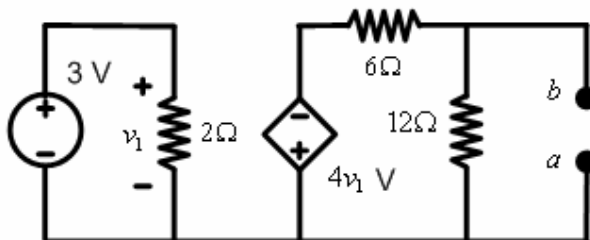
$$-4v_1 + 6i_{sc} = 0$$

$$-4.3 + 6i_{sc} = 0$$

$$i_{sc} = \frac{12}{6} = 2A$$

$$\text{sehingga : } i_{sc} = 2A$$

Mencari R_N , harus mencari V_{oc} :

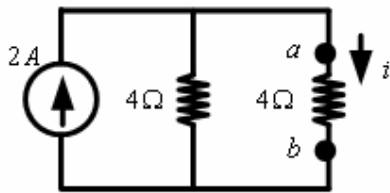


$$v_1 = 3V$$

$$V_{ab} = V_{oc} = \frac{12}{12+6} \times 4v_1 = \frac{12}{18} \times 12 = 8V$$

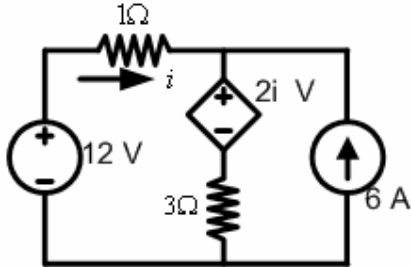
$$\text{sehingga : } R_N = \frac{V_{oc}}{i_{sc}} = \frac{8}{2} = 4\Omega$$

Rangkaian pengganti Norton :



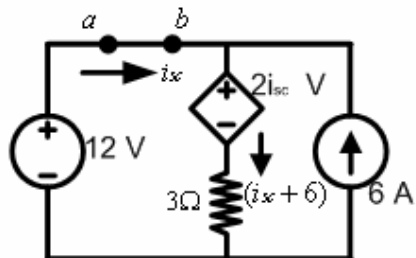
$$i = \frac{4}{4+4} \times 2A = 1A$$

2. Tentukan nilai i dengan teorema Norton !



Jawaban :

Mencari i_{sc} :

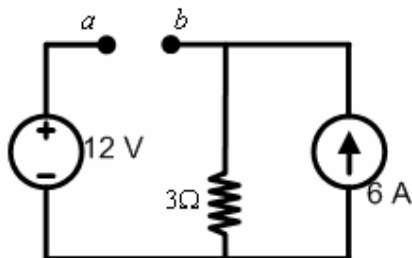


$$\sum V = 0$$

$$2i_{sc} + 3(i_{sc} + 6) - 12 = 0$$

$$5i_{sc} + 6 = 0 \rightarrow i_{sc} = -\frac{6}{5}A$$

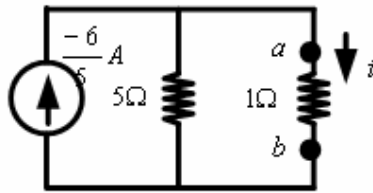
Cari R_N dengan mencari V_{ab} saat titik a-b terbuka :



$$V_{ab} = V_{oc} = +12 - 3.6 = 12 - 18 = -6V$$

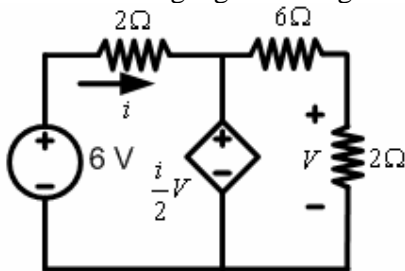
$$\text{sehingga : } R_N = \frac{V_{oc}}{i_{sc}} = \frac{-6}{-6/5} = 5\Omega$$

Rangkaian pengganti Norton :



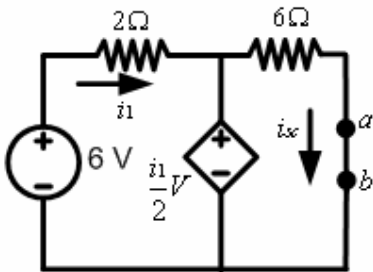
$$i = \frac{5}{5+1} \times \frac{-6}{5} = -1A$$

3. Tentukan tegangan V dengan teorema Norton !



Jawaban :

Mencari i_{sc} :



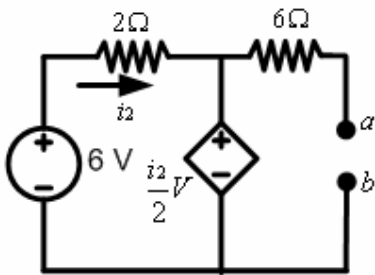
$$\sum v = 0$$

$$-6 + 2i_1 + \frac{i_1}{2} = 0$$

$$\frac{5i_1}{2} = 6 \rightarrow i_1 = \frac{12}{5} A$$

$$\text{sehingga : } i_{sc} = \frac{i_1/2}{6} = \frac{12/10}{6} = \frac{1}{5} A$$

Mencari V_{ab} :



$$V_{ab} = V_{oc} = \frac{i_2}{2}$$

$$\Sigma v = 0$$

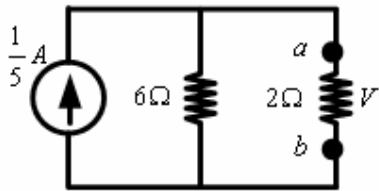
$$-6 + 2i_2 + \frac{i_2}{2} = 0$$

$$\frac{5i_2}{2} = 6 \rightarrow i_2 = \frac{12}{5} A$$

$$\text{sehingga : } V_{oc} = \frac{i_2}{2} = \frac{6}{5} V$$

$$\text{maka : } R_N = \frac{V_{oc}}{i_{sc}} = \frac{6/5}{1/5} = 6\Omega$$

Rangkaian pengganti Norton :



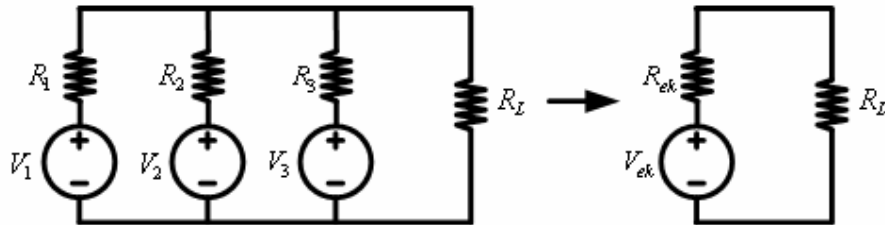
$$2\Omega // 6\Omega \rightarrow R_p = \frac{2 \cdot 6}{2 + 6} = \frac{3}{2} \Omega$$

$$\text{sehingga : } V = R_p \times \frac{1}{5} A = \frac{3}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{10} V$$

Teorema Millman

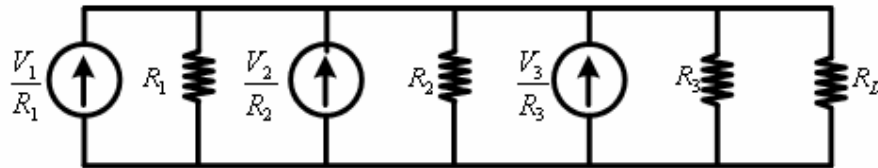
Teorema ini seringkali disebut juga sebagai teorema transformasi sumber, baik dari sumber tegangan yang dihubungkan dengan resistansi ke sumber arus yang dihubungkan dengan resistansi yang sama atau sebaliknya.

Teorema ini berguna untuk menyederhanakan rangkaian dengan multi sumber tegangan atau multi sumber arus menjadi satu sumber pengganti.

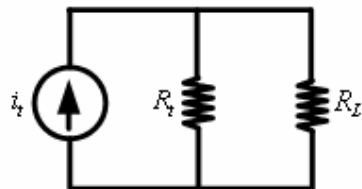


Langkah-langkah :

- Ubah semua sumber tegangan ke sumber arus



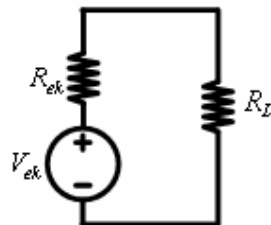
- Jumlahkan semua sumber arus paralel dan tahanan paralel



$$i_t = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}$$

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

- Konversikan hasil akhir sumber arus ke sumber tegangan

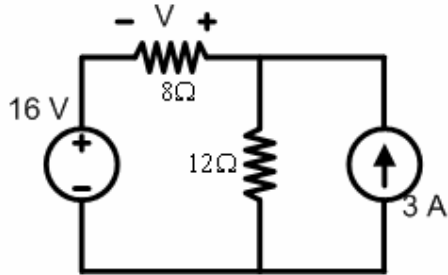


$$V_{ek} = i_t \cdot R_t$$

$$R_{ek} = R_t$$

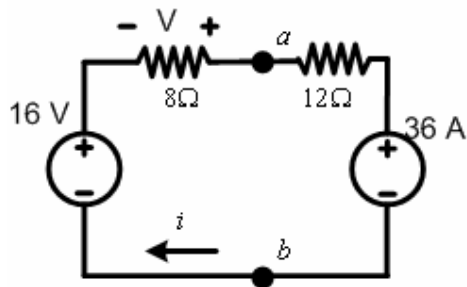
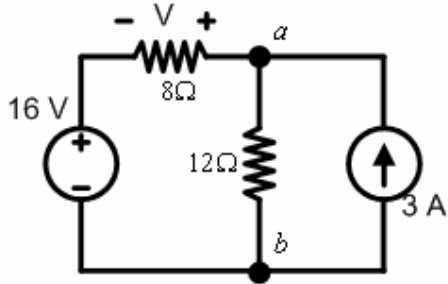
Contoh latihan :

1. Tentukan nilai V dengan transformasi sumber !



Jawaban :

Tinjau transformasi sumber di titik a-b :



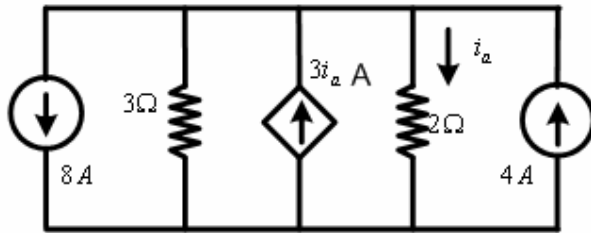
$$\Sigma v = 0$$

$$-16 + 8i + 12i + 36 = 0$$

$$20i + 20 = 0 \rightarrow i = \frac{-20}{20} = -1A$$

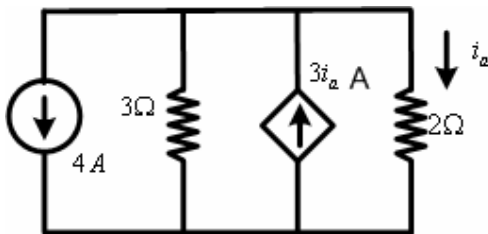
$$\text{sehingga : } V = -i \times 8\Omega = -(-1) \times 8 = 8V$$

2. Tentukan i_a dengan transformasi sumber !

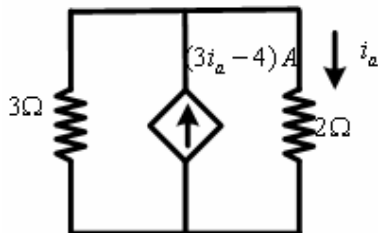


Jawaban :

Tinjau sumber arus 8A dan 4A ,sehingga dihasilkan sumber arus $(8-4)=4$ A :



Tinjau sumber arus 4A dan $3i_a$ A ,sehingga dihasilkan sumber arus $(3i_a - 4)$ A :



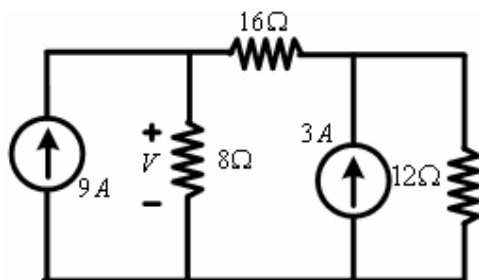
$$i_a = \frac{3}{3+2} \times (3i_a - 4) = \frac{3}{5} \times (3i_a - 4)$$

$$5i_a = 9i_a - 12$$

$$5i_a - 9i_a = -12$$

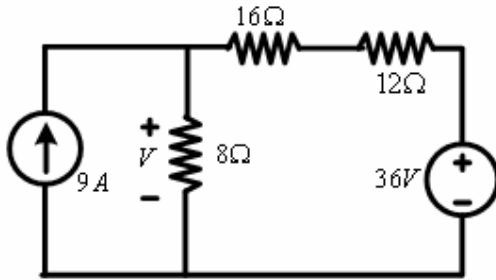
$$-4i_a = -12 \rightarrow i_a = \frac{-12}{-4} = 3A$$

3. Tentukan tegangan V dengan transformasi sumber !

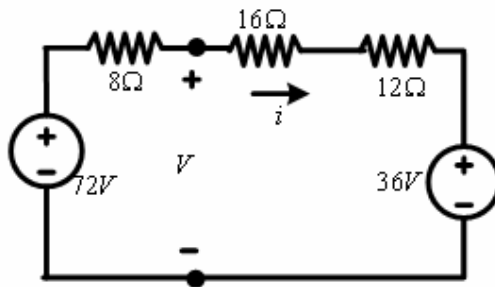


Jawaban :

Tinjau sumber arus 3A :



Tinjau sumber arus 9A :



$$\Sigma v = 0$$

$$-72 + 8i + 16i + 12i + 36 = 0$$

$$-36 + 36i = 0 \rightarrow i = \frac{36}{36} = 1A$$

sehingga :

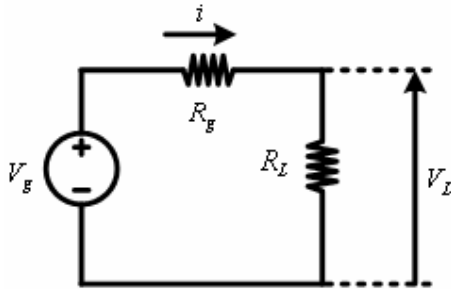
$$V = +72 - 8i = 72 - 8 \cdot 1 = 64V$$

Teorema Transfer Daya Maksimum

Teorema ini menyatakan bahwa :

Transfer daya maksimum terjadi jika nilai resistansi beban samadengan nilai resistansi sumber, baik dipasang seri dengan sumber tegangan ataupun dipasang paralel dengan sumber arus.

Hal ini dapat dibuktikan dengan penurunan rumus sebagai berikut :



$$P_L = V_L \cdot i = i \cdot R_L \cdot i = i^2 \cdot R_L$$

dimana :

$$i = \frac{V_g}{R_g + R_L}$$

sehingga :

$$P_L = \left(\frac{V_g}{R_g + R_L} \right)^2 \cdot R_L$$

dengan asumsi V_g dan R_g tetap, dan P_L merupakan fungsi R_L , maka untuk mencari nilai maksimum P_L adalah :

$$P_L = \left(\frac{V_g}{R_g + R_L} \right)^2 \cdot R_L = \frac{V_g^2}{(R_g + R_L)^2} \cdot R_L = V_g^2 (R_g + R_L)^{-2} R_L$$

$$\frac{dP_L}{dR_L} = V_g^2 \left[(R_g + R_L)^{-2} - 2(R_g + R_L)^{-3} R_L \right]$$

$$0 = V_g^2 \left[\frac{1}{(R_g + R_L)^2} - \frac{2R_L}{(R_g + R_L)^3} \right]$$

$$0 = V_g^2 \left[\frac{R_g - R_L}{(R_g + R_L)^3} \right]$$

sehingga :

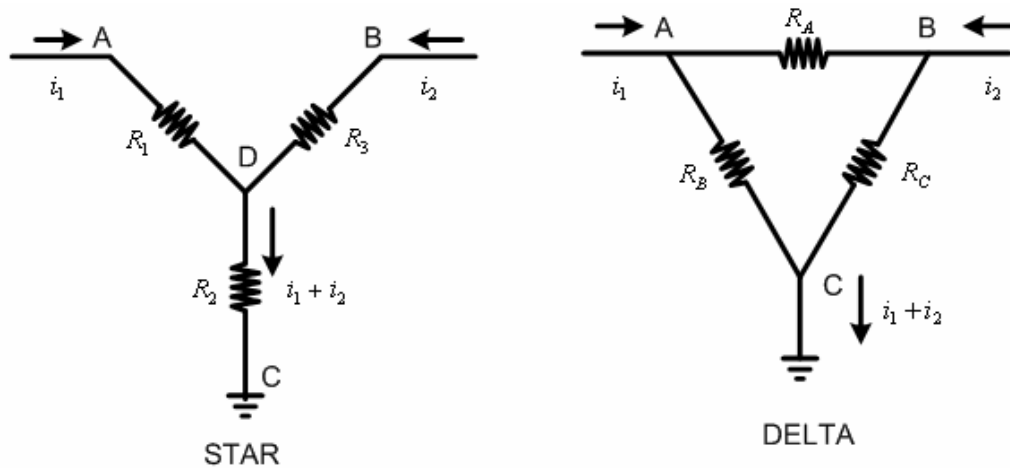
$$R_L = R_g$$

Teorema transfer daya maksimum adalah daya maksimum yang dikirimkan ketika beban R_L samadengan beban intern sumber R_g .

$$\text{Maka didapatkan daya maksimumnya : } P_{L_{\max}} = \frac{V_g^2}{4R_g}$$

Transformasi Resistansi Star – Delta (Y–Δ)

Jika sekumpulan resistansi yang membentuk hubungan tertentu saat dianalisis ternyata bukan merupakan hubungan seri ataupun hubungan paralel yang telah kita pelajari sebelumnya, maka jika rangkaian resistansi tersebut membentuk hubungan star atau bintang atau rangkaian tipe T, ataupun membentuk hubungan delta atau segitiga atau rangkaian tipe Π , maka diperlukan transformasi baik dari star ke delta ataupun sebaliknya.



Tinjau rangkaian Star (Y) :

Tinjau node D dengan analisis node dimana node C sebagai ground.

$$\frac{V_D - V_A}{R_1} + \frac{V_D - V_B}{R_3} + \frac{V_D}{R_2} = 0$$

$$V_D \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{V_A}{R_1} + \frac{V_B}{R_3}$$

$$V_D \left(\frac{R_2 R_3 + R_1 R_2 + R_1 R_3}{R_1 R_2 R_3} \right) = \frac{V_A}{R_1} + \frac{V_B}{R_3}$$

$$V_D = \frac{R_2 R_3}{R_2 R_3 + R_1 R_2 + R_1 R_3} V_A + \frac{R_1 R_2}{R_2 R_3 + R_1 R_2 + R_1 R_3} V_B$$

$$\Rightarrow i_1 = \frac{V_A - V_D}{R_1} = \frac{V_A}{R_1} - \frac{V_D}{R_1} = \frac{V_A}{R_1} - \frac{1}{R_1} \left(\frac{R_2 R_3}{R_2 R_3 + R_1 R_2 + R_1 R_3} V_A + \frac{R_1 R_2}{R_2 R_3 + R_1 R_2 + R_1 R_3} V_B \right)$$

$$i_1 = \frac{R_2 + R_3}{R_2 R_3 + R_1 R_2 + R_1 R_3} V_A - \frac{R_2}{R_2 R_3 + R_1 R_2 + R_1 R_3} V_B \dots\dots\dots(1)$$

$$\Rightarrow i_2 = \frac{V_B - V_D}{R_3} = \frac{V_B}{R_3} - \frac{V_D}{R_3} = \frac{V_B}{R_3} - \frac{1}{R_3} \left(\frac{R_2 R_3}{R_2 R_3 + R_1 R_2 + R_1 R_3} V_A + \frac{R_1 R_2}{R_2 R_3 + R_1 R_2 + R_1 R_3} V_B \right)$$

$$i_2 = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3}{R_3 (R_2 R_3 + R_1 R_2 + R_1 R_3)} V_A - \frac{R_1 R_2}{R_3 (R_2 R_3 + R_1 R_2 + R_1 R_3)} V_B \dots\dots\dots(2)$$

Tinjau rangkaian Delta (Δ)

Tinjau node A dengan analisis node dimana node C sebagai ground :

$$\frac{V_A - V_B}{R_A} + \frac{V_A}{R_B} = i_1$$

$$\left(\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B}\right)V_A - \frac{1}{R_A}V_B = i_1$$

Bandungkan dengan persamaan (1) pada rangkaian Star (Y) :

$$\frac{R_2 + R_3}{R_2R_3 + R_1R_2 + R_1R_3}V_A - \frac{R_2}{R_2R_3 + R_1R_2 + R_1R_3}V_B = i_1$$

$$\left(\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B}\right)V_A - \frac{1}{R_A}V_B = i_1$$

sehingga :

$$\Rightarrow \frac{1}{R_A} = \frac{R_2}{R_2R_3 + R_1R_2 + R_1R_3}$$

$$R_A = \frac{R_2R_3 + R_1R_2 + R_1R_3}{R_2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} = \frac{R_2 + R_3}{R_2R_3 + R_1R_2 + R_1R_3}$$

$$\frac{1}{R_B} = \frac{R_2 + R_3}{R_2R_3 + R_1R_2 + R_1R_3} - \frac{1}{R_A}$$

$$\frac{1}{R_B} = \frac{R_2 + R_3}{R_2R_3 + R_1R_2 + R_1R_3} - \frac{R_2}{R_2R_3 + R_1R_2 + R_1R_3}$$

$$\frac{1}{R_B} = \frac{R_3}{R_2R_3 + R_1R_2 + R_1R_3}$$

$$R_B = \frac{R_2R_3 + R_1R_2 + R_1R_3}{R_3}$$

Tinjau node B :

$$\frac{V_B - V_A}{R_A} + \frac{V_B}{R_C} = i_2$$

$$-\frac{1}{R_A}V_A + \left(\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_C}\right)V_B = i_2$$

Bandingkan dengan persamaan (2) pada rangkaian Star (Y) :

$$\frac{R_1 R_2 + R_1 R_3}{R_3(R_2 R_3 + R_1 R_2 + R_1 R_3)} V_A - \frac{R_1 R_2}{R_3(R_2 R_3 + R_1 R_2 + R_1 R_3)} V_B = i_2$$

$$-\frac{1}{R_A} V_A + \left(\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_C}\right) V_B = i_2$$

sehingga :

$$\Rightarrow \frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_C} = -\frac{R_1 R_2}{R_3(R_2 R_3 + R_1 R_2 + R_1 R_3)}$$

$$\frac{1}{R_C} = -\frac{R_1 R_2}{R_3(R_2 R_3 + R_1 R_2 + R_1 R_3)} - \frac{1}{R_A}$$

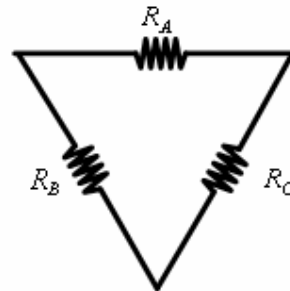
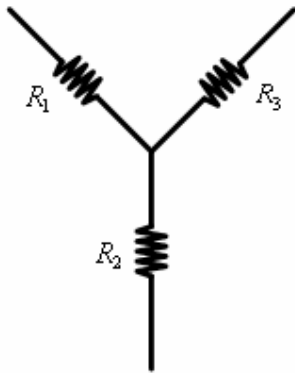
$$\frac{1}{R_C} = -\frac{R_1 R_2}{R_3(R_2 R_3 + R_1 R_2 + R_1 R_3)} + \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3}{R_3(R_2 R_3 + R_1 R_2 + R_1 R_3)}$$

$$\frac{1}{R_C} = \frac{R_1}{(R_2 R_3 + R_1 R_2 + R_1 R_3)}$$

$$R_C = \frac{R_2 R_3 + R_1 R_2 + R_1 R_3}{R_1}$$

Perumusannya :

Transformasi Star (Y) ke Delta (Δ) :

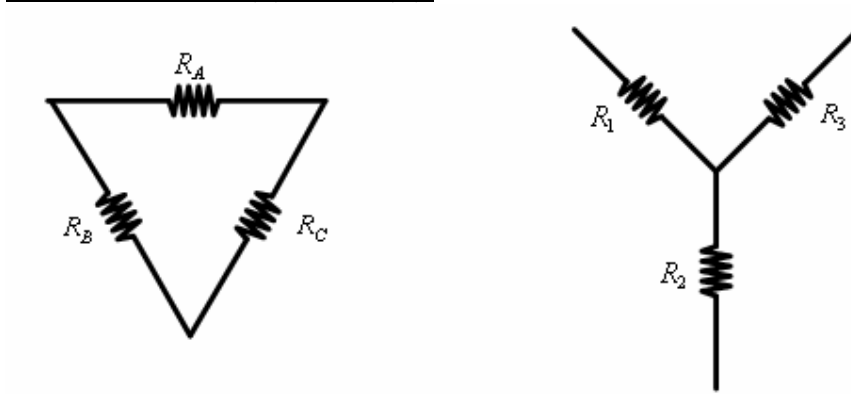


$$R_A = \frac{R_2 R_3 + R_1 R_2 + R_1 R_3}{R_2}$$

$$R_B = \frac{R_2 R_3 + R_1 R_2 + R_1 R_3}{R_3}$$

$$R_C = \frac{R_2 R_3 + R_1 R_2 + R_1 R_3}{R_1}$$

Transformasi Delta (Δ) ke Star (Y):



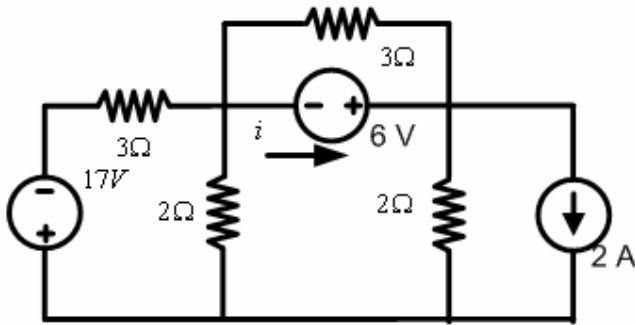
$$R_1 = \frac{R_A R_B}{R_A + R_B + R_C}$$

$$R_2 = \frac{R_B R_C}{R_A + R_B + R_C}$$

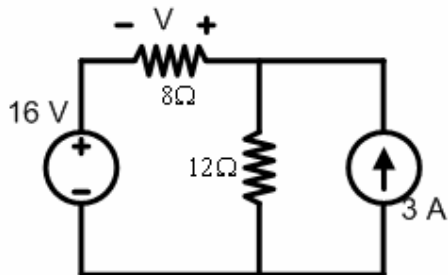
$$R_3 = \frac{R_A R_C}{R_A + R_B + R_C}$$

Soal – soal :

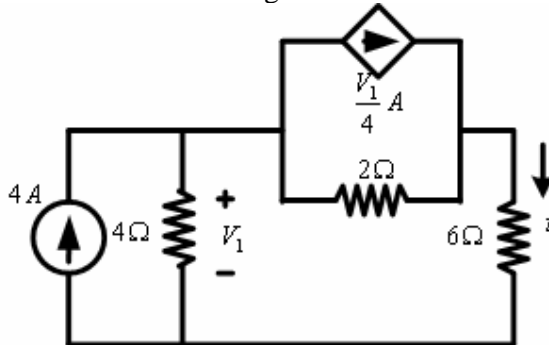
1. Tentukan nilai i dengan teorema Thevenin !



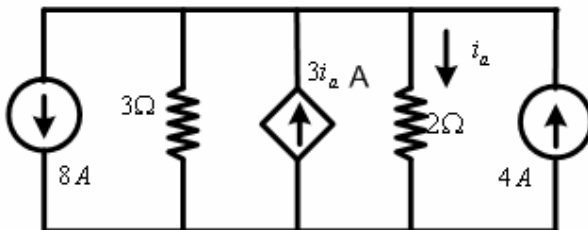
2. Tentukan nilai V dengan teorema Norton !



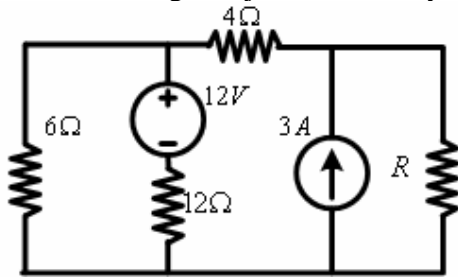
3. Tentukan nilai i dengan teorema Thevenin !



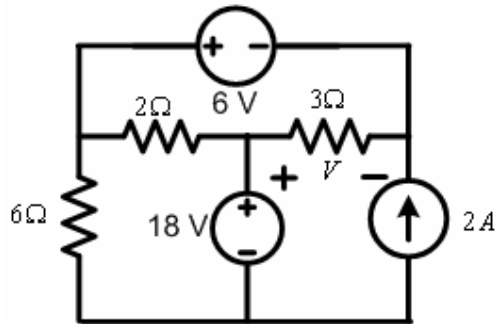
4. Tentukan nilai i_a dengan Norton !



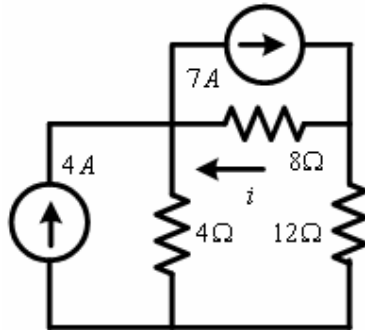
5. Tentukan R agar terjadi transfer daya maksimum !



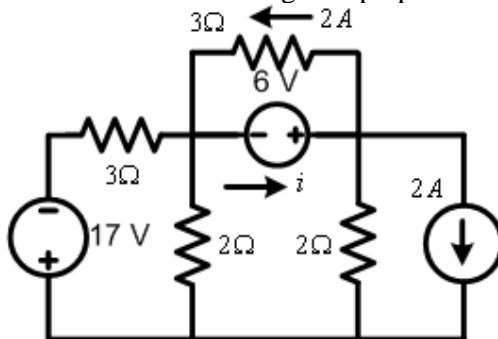
6. Tentukan tegangan V dengan superposisi :



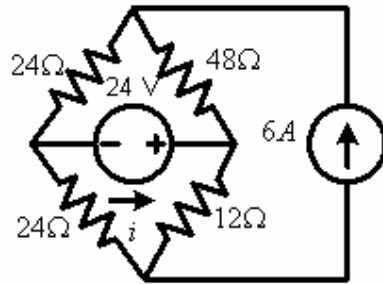
7. Tentukan arus i dengan superposisi :



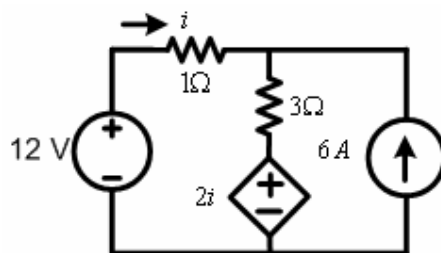
8. Tentukan arus i dengan superposisi :



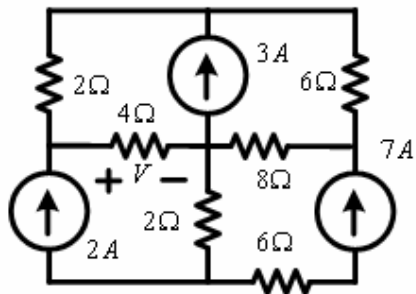
9. Tentukan arus i dengan superposisi :



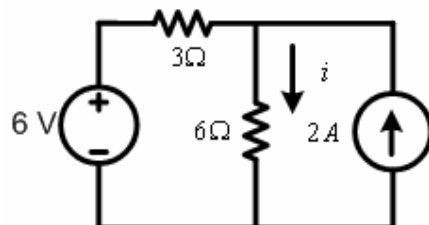
10. Tentukan arus i dengan superposisi



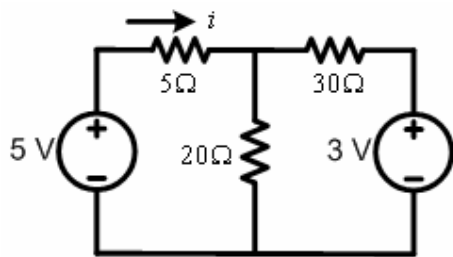
11. Tentukan tegangan V dengan superposisi :



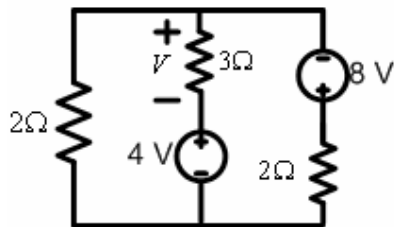
12. Tentukan arus i dengan superposisi :



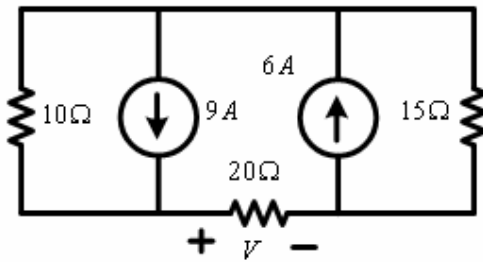
13. Tentukan arus i dengan superposisi :



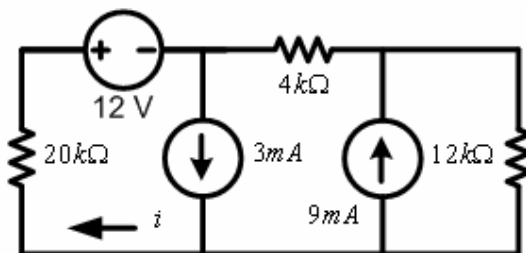
14. Tentukan tegangan V dengan superposisi :



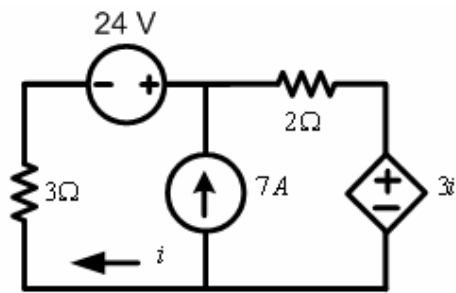
15. Tentukan tegangan V dengan superposisi :



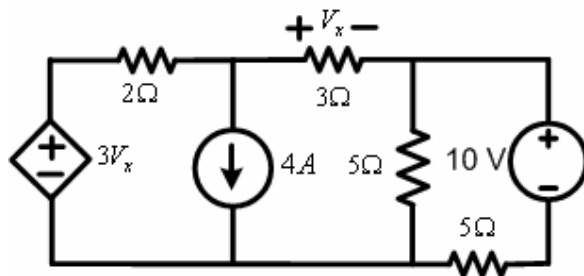
16. Tentukan i dengan superposisi :



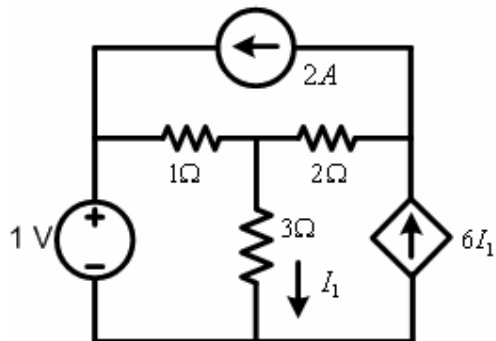
17. Tentukan i dengan superposisi :



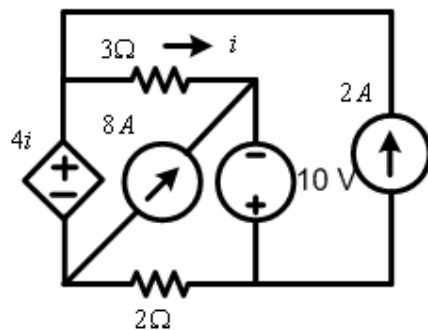
18. Tentukan V_x dengan superposisi :



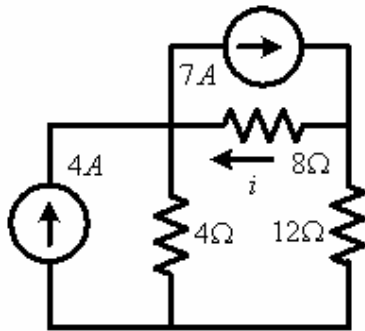
19. Tentukan I_1 dengan superposisi :



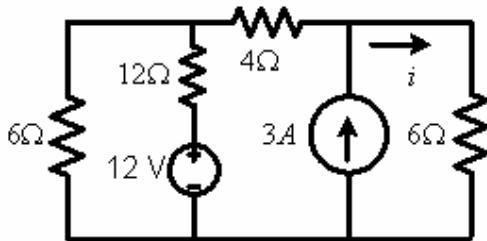
20. Tentukan V dengan superposisi :



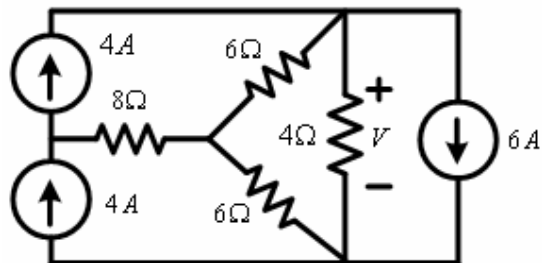
21. Tentukan arus i dengan Thevenin :



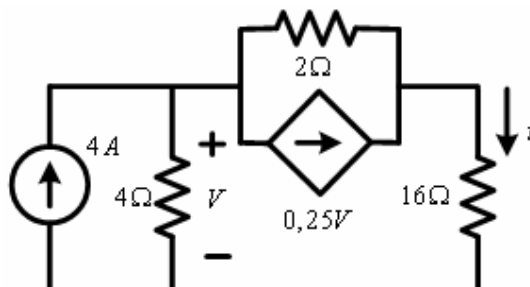
22. Tentukan arus i dengan Thevenin :



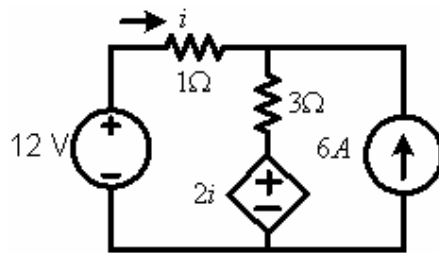
23. Tentukan tegangan V dengan Thevenin :



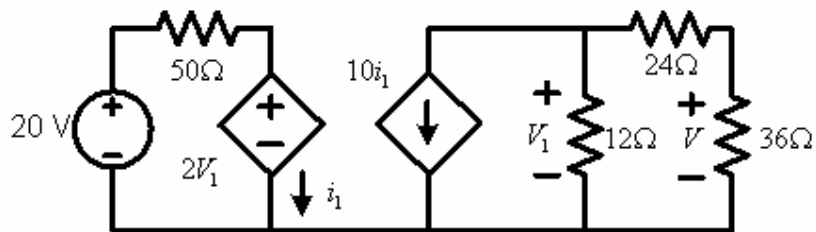
24. Tentukan tegangan V dengan Thevenin pada rangkaian berikut :



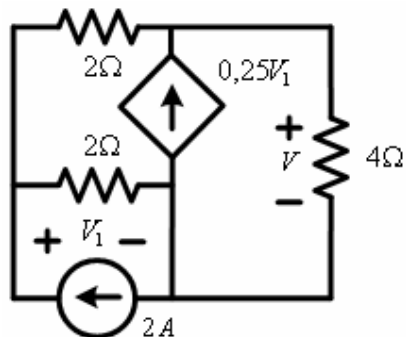
25. Tentukan arus i dengan Thevenin pada rangkaian berikut :



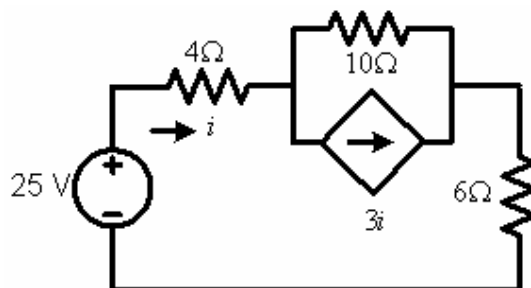
26. Tentukan tegangan V dengan Thevenin :



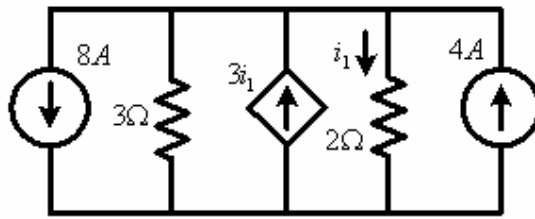
27. Tentukan tegangan V dengan Thevenin pada rangkaian berikut :



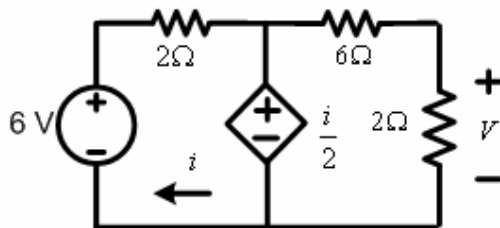
28. Tentukan i dengan Thevenin :



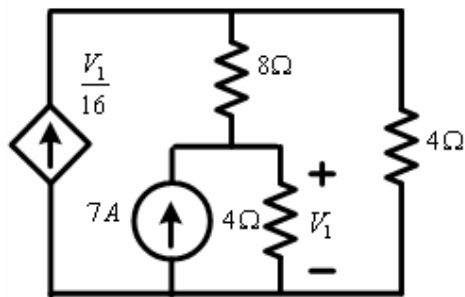
29. Tentukan i dengan Thevenin :



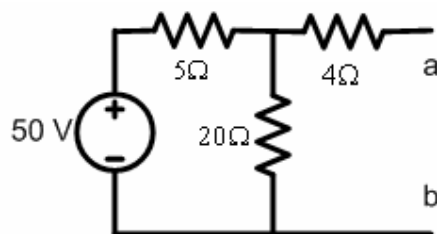
30. Tentukan V dengan Thevenin :



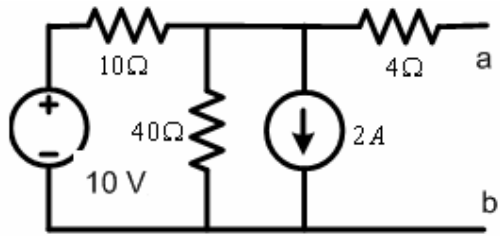
31. Tentukan V_1 dengan Thevenin :



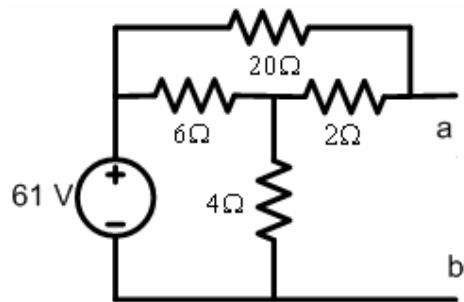
32. Tentukan rangkaian pengganti Thevenin dititik a-b :



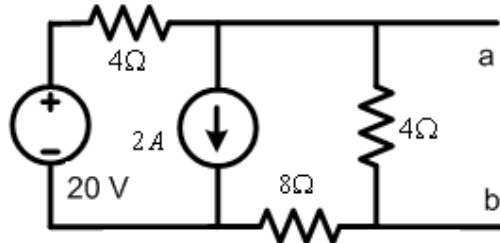
33. Tentukan rangkaian pengganti Thevenin :



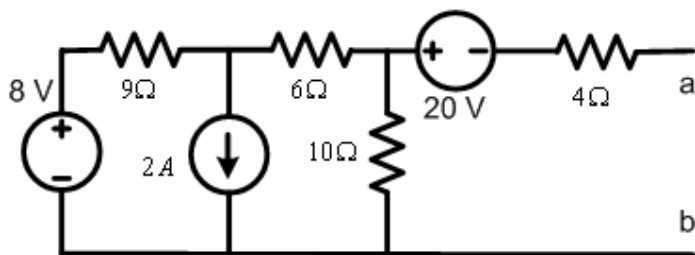
34. Tentukan rangkaian pengganti Thevenin :



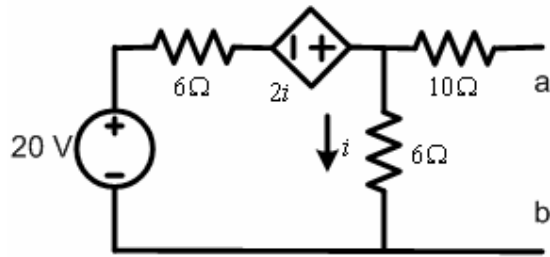
35. Tentukan rangkaian pengganti Thevenin :



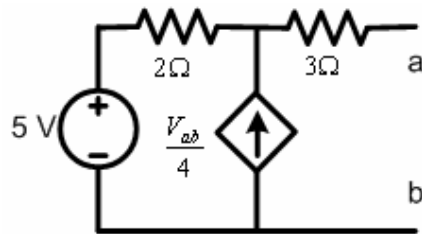
36. Tentukan rangkaian pengganti Thevenin :



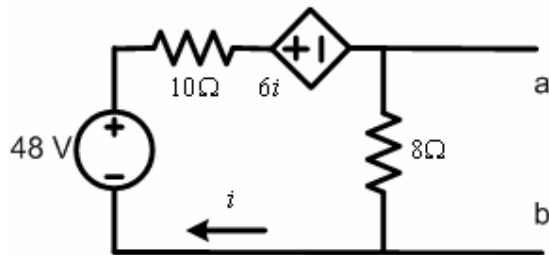
37. Tentukan rangkaian pengganti Thevenin :



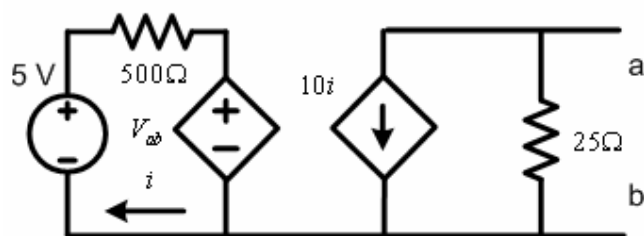
38. Tentukan rangkaian pengganti Thevenin :



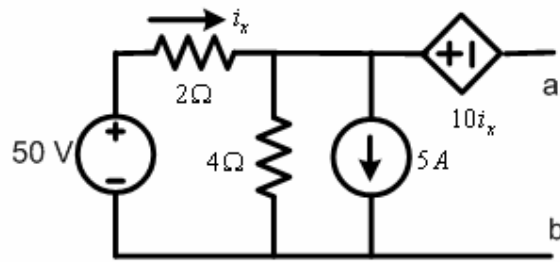
39. Tentukan rangkaian pengganti Thevenin :



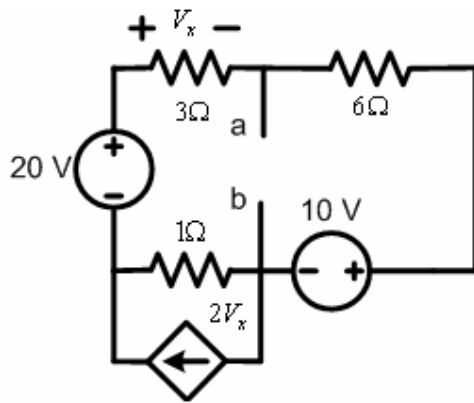
40. Tentukan rangkaian pengganti Thevenin :



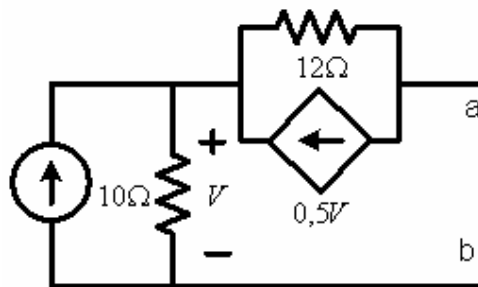
41. Tentukan rangkaian pengganti Thevenin :



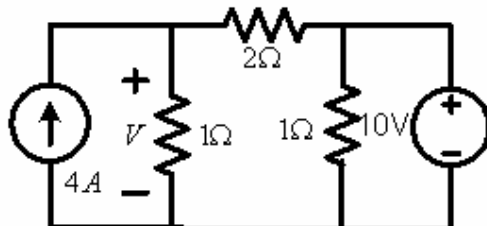
42. Tentukan rangkaian pengganti Thevenin :



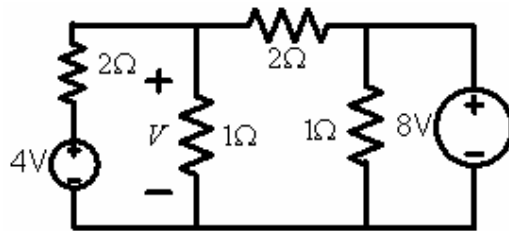
43. Tentukan rangkaian pengganti Thevenin :



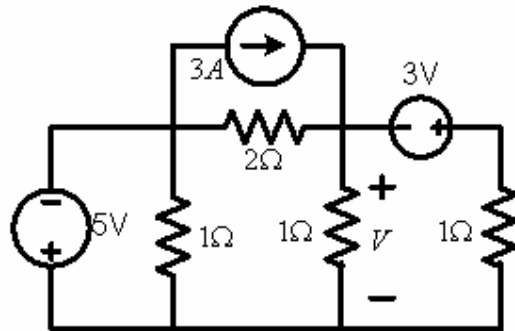
44. Tentukan V dengan Thevenin :



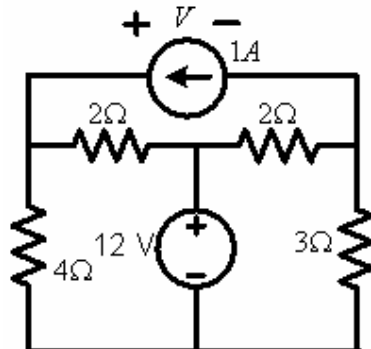
45. Tentukan V dengan Thevenin :



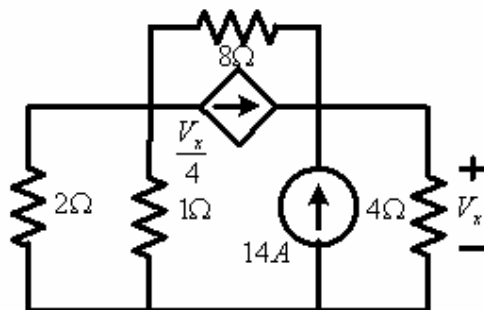
46. Tentukan V dengan Thevenin :



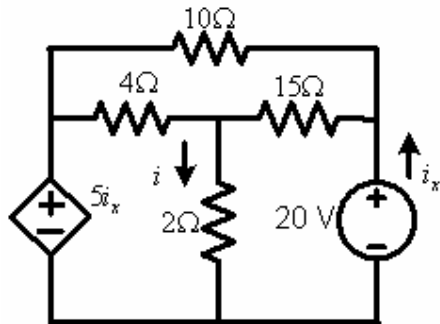
47. Tentukan V dengan Thevenin :



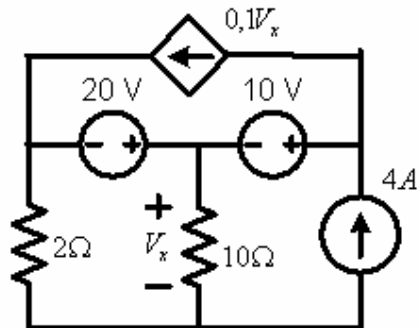
48. Tentukan V_x dengan Thevenin :



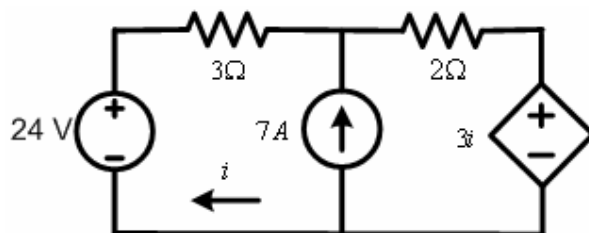
49. Tentukan i dengan Thevenin :



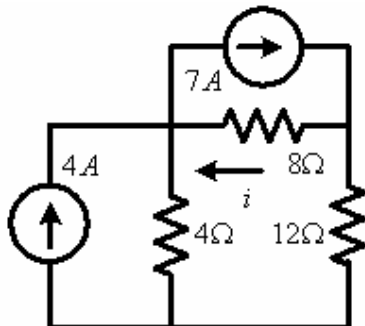
50. Tentukan V_x dengan Thevenin :



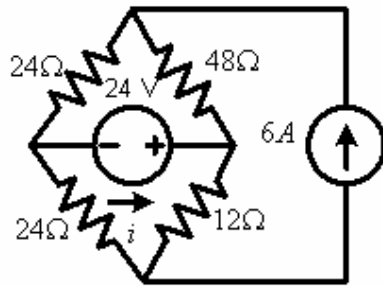
51. Tentukan i dengan Thevenin :



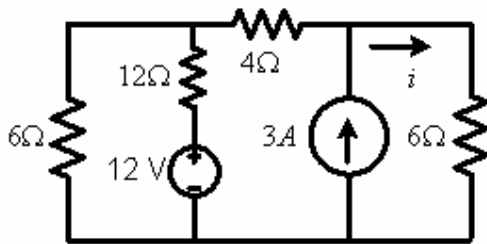
52. Tentukan nilai i dengan Norton :



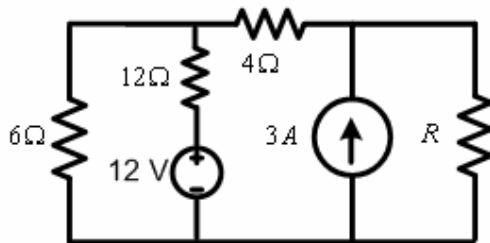
53. Tentukan i dengan Norton :



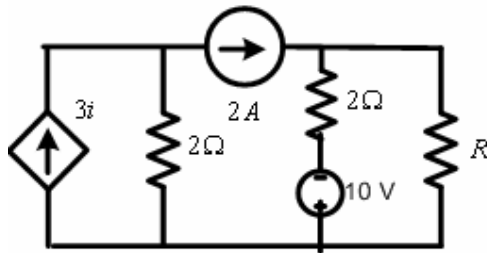
54. Tentukan i dengan Norton :



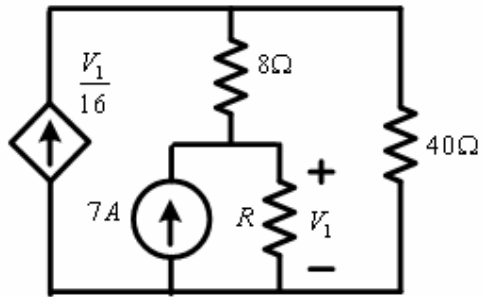
55. Tentukan nilai R pada rangkaian berikut agar terjadi transfer daya maksimum :



56. Tentukan R agar terjadi transfer daya maksimum di R :



57. Tentukan nilai R agar terjadi transfer daya maksimum :



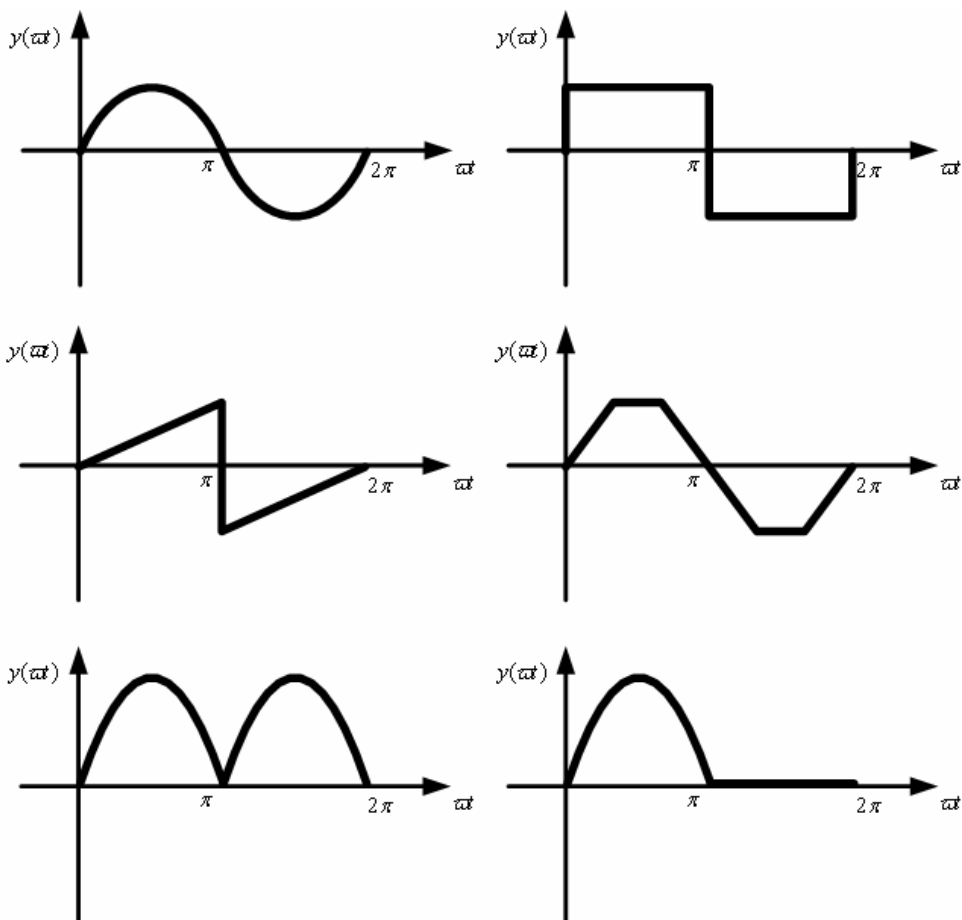
BAB VI DASAR – DASAR AC

Bentuk Gelombang

Pada bab sebelumnya kita telah membahas rangkaian listrik dengan sumbernya adalah sumber searah, dimana untuk selang waktu dari nol sampai tak hingga nilainya akan selalu tetap atau konstan, sedangkan pada bab ini akan dibahas rangkaian listrik dengan sumbernya adalah bolak-balik, dimana untuk waktu tertentu akan didapatkan nilai yang berbeda-beda. Tentunya dengan sumber bolak-balik atau lebih singkatnya dengan sumber AC (*Alternating Current*) akan mempengaruhi komponen pasif yang digunakan, saat sumber DC maka komponen pasif seperti L dan C akan menjadi rangkaian hubung singkat dan terbuka. Tetapi dengan sumber AC komponen pada L dan C akan berbeda halnya saat diberikan sumber DC.

Sebelum membahas masalah AC secara mendalam alangkah baiknya kita memperhatikan terlebih dahulu karakteristik dari sumber AC atau gelombang AC ini. Salah satu sifat khusus dari gelombang AC adalah dia mempunyai sifat periodik atau berulang dengan selang waktu tertentu atau lebih sering disebut dengan perioda, dimana nilai dari periodik ini memenuhi persamaan :

$f(t) = f(t + nT)$ dimana n : integer 0,1,2,... dengan T = perioda, seperti terlihat pada gambar dibawah ini :



Konsep Phasor

Phasor adalah bilangan kompleks yang merepresentasikan besaran atau magnitude dan fasa gelombang sinusoidal.

Phasor biasanya dinyatakan dengan sebuah notasi pada domain frekuensi yang hanya terdiri dari besaran dan fasa.

Formula Euler :

$$e^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t = \operatorname{Re}[e^{j\omega t}] + j \operatorname{Im}[e^{j\omega t}]$$

$$e^{-j\omega t} = \cos \omega t - j \sin \omega t = \operatorname{Re}[e^{-j\omega t}] - j \operatorname{Im}[e^{-j\omega t}]$$

Sebagai contoh :

$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta)$ Volt dalam domain waktu

Formula Euler : $v = \operatorname{Re}[V_m e^{j\theta} e^{j\omega t}] = V_m e^{j\theta}$ Volt

Notasi phasor : $V(\omega) = V_m \angle \theta$ Volt dalam domain frekuensi

Bilangan Kompleks

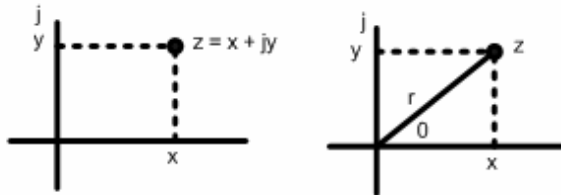
Bilangan yang terdiri dari harga real (nyata) dan harga imajiner (khayal)

Contoh :

$$z = x + jy$$

dimana $j = \sqrt{-1}$ atau $j^2 = -1$

Grafik bilangan kompleks :



Bentuk-bentuk bilangan kompleks :

1. *Bentuk Kartesian / Rectanguler*

$$z = x + jy$$

2. *Bentuk Polar*

$$z = r \angle \theta$$

$$\text{dimana : } x = r \cos \theta \rightarrow r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$y = r \sin \theta \rightarrow \theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

3. *Bentuk Eksponensial*

$$z = re^{j\theta}$$

$$\text{dimana : } x + jy = r \cos \theta + jr \sin \theta = r(\cos \theta + j \sin \theta) = re^{j\theta}$$

4. *Bentuk Trigonometri*

$$z = r(\cos \theta + j \sin \theta)$$

Konjugate bilangan kompleks

$$z \rightarrow z^*$$

$$z = x + jy \rightarrow z^* = x - jy$$

$$z = r \angle \theta \rightarrow z^* = r \angle -\theta$$

$$z = re^{j\theta} \rightarrow z^* = re^{-j\theta}$$

$$z = r(\cos \theta + j \sin \theta) \rightarrow z^* = r(\cos \theta - j \sin \theta)$$

Jumlah dan selisih bilangan kompleks

$$z_1 = x_1 + jy_1$$

$$z_2 = x_2 + jy_2$$

$$z_1 + z_2 = x_1 + jy_1 + x_2 + jy_2 = (x_1 + x_2) + j(y_1 + y_2)$$

$$z_1 - z_2 = x_1 + jy_1 - (x_2 + jy_2) = (x_1 - x_2) + j(y_1 - y_2)$$

Perkalian dan pembagian bilangan kompleks

$$z_1 = r_1 e^{j\theta_1}$$

$$z_2 = r_2 e^{j\theta_2}$$

$$z_1 z_2 = r_1 e^{j\theta_1} r_2 e^{j\theta_2} = r_1 r_2 e^{j(\theta_1 + \theta_2)}$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1 e^{j\theta_1}}{r_2 e^{j\theta_2}} = \frac{r_1}{r_2} e^{j(\theta_1 - \theta_2)}$$

Arus dan Tegangan Sinusoidal

Arus sinusoidal :

Tegangan yang melewati elemen pasif jika arusnya sinusoidal

elemen	i	$i = I_m \sin \omega t$	$i = I_m \cos \omega t$
R	$V_R = R.i$	$V_R = R.I_m \sin \omega t$	$V_R = R.I_m \cos \omega t$
L	$V_L = L \frac{di}{dt}$	$V_L = \omega.L.I_m \cos \omega t$	$V_L = \omega.L.I_m (-\sin \omega t)$
C	$V_C = \frac{1}{C} \int i dt$	$V_C = \frac{I_m}{\omega C} (-\cos \omega t)$	$V_C = \frac{I_m}{\omega C} \sin \omega t$

Tegangan sinusoidal :

Arus pada elemen pasif jika tegangannya sinusoidal

elemen	v	$V = V_m \sin \omega t$	$V = V_m \cos \omega t$
R	$i_R = \frac{V}{R}$	$i_R = \frac{V_m}{R} \sin \omega t$	$i_R = \frac{V_m}{R} \cos \omega t$
L	$i_L = \frac{1}{L} \int v dt$	$i_L = \frac{V_m}{\omega L} (-\cos \omega t)$	$i_L = \frac{V_m}{\omega L} \sin \omega t$
C	$i_C = C \frac{dV}{dt}$	$i_C = \omega C V_m \cos \omega t$	$i_C = \omega C V_m (-\sin \omega t)$

Sudut Phasa

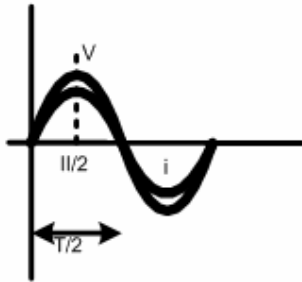
Pengaruh gelombang AC pada elemen R :

$$i = I_m \sin \omega t \Rightarrow I = I_m \angle 0^\circ$$

$$V_R = RI_m \sin \omega t \Rightarrow V_R = RI_m \angle 0^\circ$$

phasanya..sama

$$\text{Magnitude impedansi..}|Z| = R$$



Pengaruh gelombang AC pada elemen L :

$$i = I_m \sin \omega t \Rightarrow I = I_m \angle 0^\circ$$

$$V_L = \omega LI_m \cos \omega t = \omega LI_m \sin(\omega t + 90^\circ)$$

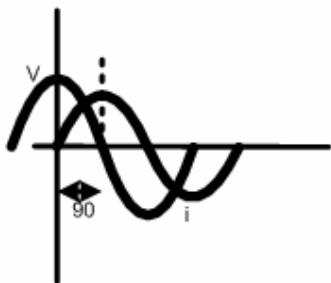
$$\Rightarrow V_L = \omega LI_m \angle 90^\circ$$

Arus tertinggal dibanding tegangan sebesar 90°

→ arus lagging

$$Z = \frac{V_L}{I} = \frac{\omega LI_m \angle 90^\circ}{I_m \angle 0^\circ}$$

$$Z = \omega L \angle 90^\circ = j\omega L$$



Pengaruh gelombang AC pada elemen C :

$$i = I_m \sin \omega t \Rightarrow I = I_m \angle 0^\circ$$

$$V_C = \frac{I_m}{\omega C} (-\cos \omega t) = \frac{I_m}{\omega C} \sin(\omega t - 90^\circ)$$

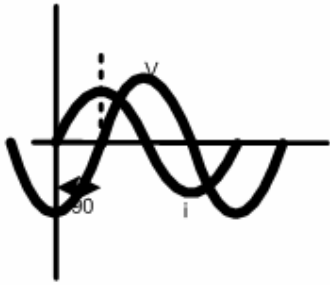
$$\Rightarrow V_C = \frac{I_m}{\omega C} \angle -90^\circ$$

Arus mendahului dibanding tegangan sebesar 90°

→ arus leading

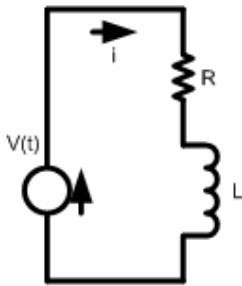
$$Z = \frac{V_C}{I} = \frac{\frac{I_m}{\omega C} \angle -90^\circ}{I_m \omega \angle 0^\circ}$$

$$Z = \frac{1}{\omega C} \angle -90^\circ = -\frac{j}{\omega C} = \frac{1}{j\omega C}$$



Impedansi Kompleks

Jika rangkaian seri RL dihubungkan dengan gelombang AC maka :



$$V(t) = V_m e^{j\omega t}$$

$$KVL: R i(t) + L \frac{di(t)}{dt} = V(t) = V_m e^{j\omega t}$$

Misalkan:

$$I(t) = K e^{j\omega t}$$

$$R K e^{j\omega t} + j\omega L K e^{j\omega t} = V_m e^{j\omega t}$$

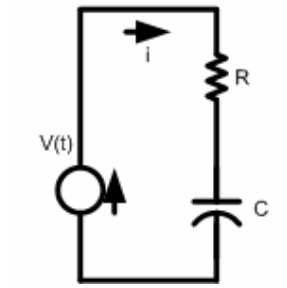
$$k = \frac{V_m}{R + j\omega L}$$

$$I(t) = \frac{V_m}{R + j\omega L} e^{j\omega t}$$

Sehingga impedansi menjadi

$$Z = \frac{V(t)}{I(t)} = \frac{V_m e^{j\omega t}}{\frac{V_m}{R + j\omega L} e^{j\omega t}} = R + j\omega L$$

Jika rangkaian seri RC dihubungkan dengan gelombang Ac maka :



$$V(t) = V_m e^{j\omega t}$$

$$KVL : R_1(t) + \frac{1}{C} \int I(t) dt = V_m e^{j\omega t}$$

Misalkan :

$$I(t) = K e^{j\omega t}$$

$$R K e^{j\omega t} + \frac{1}{j\omega C} K e^{j\omega t} = V_m e^{j\omega t}$$

$$K = \frac{V_m}{R + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$I(t) = \frac{V_m}{R - \frac{1}{\omega C}}$$

sehingga impedansi

$$Z = \frac{V(t)}{I(t)} = \frac{V_m e^{j\omega t}}{\frac{V_m}{R + j\omega L} e^{j\omega t}} = R + \frac{1}{j\omega C} = R - \frac{j}{\omega C}$$

Diagram Impedansi :

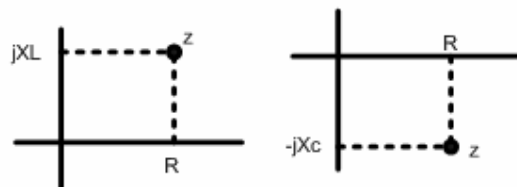
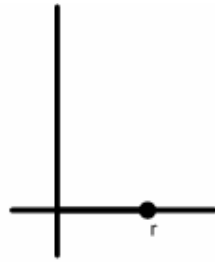


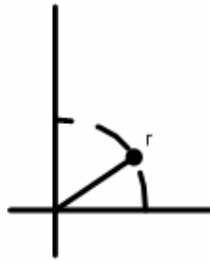
Diagram Phasor

$$f(t) = re^{j\omega t} = r \angle \omega t$$



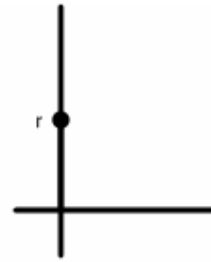
$$t = 0$$

$$\omega t = 0$$



$$t = \frac{\pi}{4\omega}$$

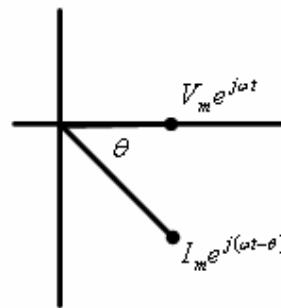
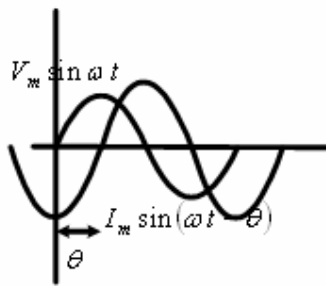
$$\omega t = \frac{\pi}{4}$$



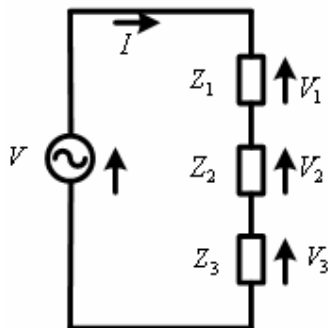
$$t = \frac{\pi}{2\omega}$$

$$\omega t = \frac{\pi}{2}$$

Jika beda fasa antara tegangan dan arus sebesar θ , maka diagram fasornya sebagai berikut :



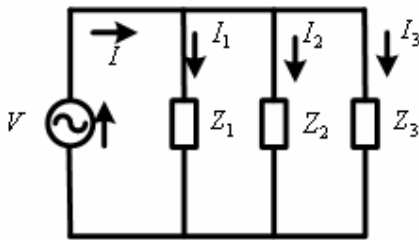
Rangkaian Seri dan Paralel



$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$= IZ_1 + IZ_2 + IZ_3$$

$$Z_{eq} = Z_1 + Z_2 + Z_3$$



$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 + I_3 \\ &= \frac{V}{Z_1} + \frac{V}{Z_2} + \frac{V}{Z_3} \\ \frac{1}{Z_{eq}} &= \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} \end{aligned}$$

Admitansi Bilangan Kompleks

$$Y = \frac{1}{Z}$$

$$Z = R \pm jX$$

$$Y = G \pm jB$$

dimana :

Z = Impedansi

R = Resistansi

X = Reaktansi

Y = Admitansi

G = Konduktansi

B = Suseptansi

Contoh latihan :

1. Tentukan arus i_4 yang keluar dari percabangan saat arus i_1 , i_2 , dan i_3 masuk percabangan jika :

$$i_1 = 6 \cos 3t$$

$$i_2 = 4 \cos(3t - 30^\circ)$$

$$i_3 = -4\sqrt{3} \cos(3t + 60^\circ)$$

Jawaban :

$$i_4 = i_1 + i_2 + i_3 = 6 \cos 3t + 4 \cos(3t - 30^\circ) - 4\sqrt{3} \cos(3t + 60^\circ)$$

Dalam notasi phasor :

$$I_4 = I_1 + I_2 + I_3 = 6 \angle 0^\circ + 4 \angle -30^\circ - 4\sqrt{3} \angle 60^\circ = 6 + 3,46 - j2 - 3,46 - j6$$

$$I_4 = 6 - j8 = 10 \angle -53,1^\circ$$

sehingga : $i_4 = 10 \cos(3t - 53,1^\circ)$

2. Tentukan arus i_4 yang keluar dari percabangan saat arus i_1 , i_2 , dan i_3 masuk percabangan jika :

$$i_1 = 5 \cos(3t + 30^\circ)$$

$$i_2 = 5 \sin 3t$$

$$i_3 = 5 \cos(3t + 150^\circ)$$

Jawaban :

$$i_4 = i_1 + i_2 + i_3 = 5 \cos(3t + 30^\circ) + 5 \sin 3t + 5 \cos(3t + 150^\circ)$$

$$i_4 = 5 \cos(3t + 30^\circ) + 5 \cos(3t - 90^\circ) + 5 \cos(3t + 150^\circ)$$

Dalam notasi phasor :

$$I_4 = I_1 + I_2 + I_3 = 5 \angle 30^\circ + 5 \angle -90^\circ + 5 \angle 150^\circ = 4,3 + j2,5 - j5 - 4,3 + j2,5$$

$$I_4 = 0$$

sehingga : $i_4 = 0$

Harga Rata-Rata

Harga rata-rata fungsi periodik didefinisikan sebagai integral fungsi waktu atas keseleuruhan perioda dibagi dengan selang waktu periodanya.

Fungsi umum $y(t)$ dengan perioda T , maka harga rata – rata :

$$Y_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T y(t) dt$$

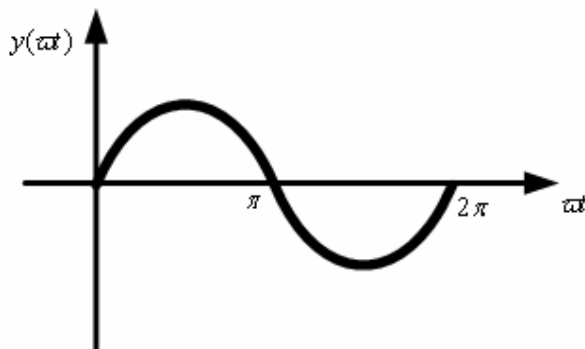
Harga Efektif/ RMS (Root Mean Square)

Fungsi umum $y(t)$ dengan perioda T , maka harga efektif :

$$Y_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T y(t)^2 dt}$$

Contoh latihan :

1. Tentukan harga rata-rata dan efektif fungsi $y(t) = A \sin \omega t$!



Jawaban :

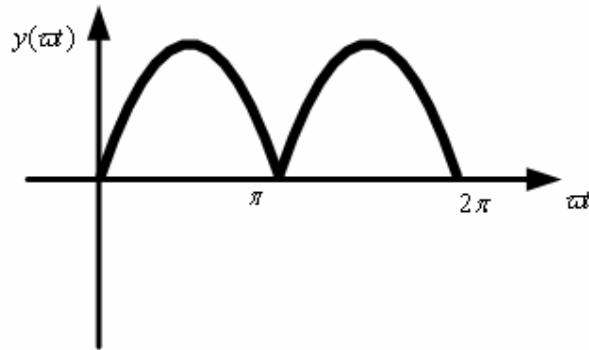
- Harga rata-rata :

$$\begin{aligned}
 Y_{av} &= \frac{1}{T} \int_0^T y(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} A \sin \omega t d(\omega t) = \frac{A}{2\pi} [-\cos \omega t]_0^{2\pi} \\
 &= \frac{A}{2\pi} [-\cos 2\pi - (-\cos 0)] = \frac{A}{2\pi} [-1 + 1] = 0
 \end{aligned}$$

- Harga efektif :

$$\begin{aligned}
 Y_{rms} &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T y^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} A^2 \sin^2 \omega t d(\omega t)} = \sqrt{\frac{A^2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{1 - \cos 2\omega t}{2} \right) d(\omega t)} \\
 &= \sqrt{\frac{A^2}{2\pi} \left[\frac{1}{2} \omega t \Big|_0^{2\pi} - \frac{\cos 2\omega t}{4} \Big|_0^{2\pi} \right]} = \sqrt{\frac{A^2}{2\pi} \left[\frac{1}{2} (2\pi - 0) - \left(\frac{\cos 2 \cdot 2\pi}{4} - \frac{\cos 2 \cdot 0}{4} \right) \right]} \\
 &= \sqrt{\frac{A^2}{2\pi} [\pi - (1 - 1)]} = \sqrt{\frac{A^2}{2\pi} \pi} = \frac{A}{\sqrt{2}}
 \end{aligned}$$

2. Tentukan harga rata-rata dan efektif fungsi $y(t) = A \sin \omega t$!



Jawaban :

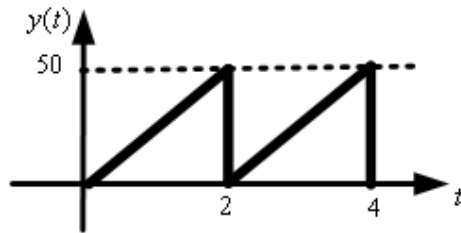
- Harga rata-rata :

$$\begin{aligned}
 Y_{av} &= \frac{1}{T} \int_0^T y(t) dt = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} A \sin \omega t d(\omega t) = \frac{A}{\pi} [-\cos \omega t]_0^{\pi} \\
 &= \frac{A}{\pi} [-\cos \pi - (-\cos 0)] = \frac{A}{\pi} [-1 + 1] = \frac{2A}{\pi}
 \end{aligned}$$

- Harga efektif :

$$\begin{aligned}
 Y_{rms} &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T y^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^\pi A^2 \sin^2 \omega t d(\omega t)} = \sqrt{\frac{A^2}{\pi} \int_0^\pi \left(\frac{1 - \cos 2\omega t}{2} \right) d(\omega t)} \\
 &= \sqrt{\frac{A^2}{\pi} \left[\frac{1}{2} \omega t \Big|_0^\pi - \frac{\cos 2\omega t}{4} \Big|_0^\pi \right]} = \sqrt{\frac{A^2}{\pi} \left[\frac{1}{2} (\pi - 0) - \left(\frac{\cos 2\pi}{4} - \frac{\cos 2 \cdot 0}{4} \right) \right]} \\
 &= \sqrt{\frac{A^2}{\pi} \left[\frac{\pi}{2} - (1 - 1) \right]} = \sqrt{\frac{A^2}{2}} = \frac{A}{\sqrt{2}}
 \end{aligned}$$

3. Tentukan harga rata-rata dan efektif fungsi $y(t) = 25t$!



Jawaban :

- Harga rata-rata :

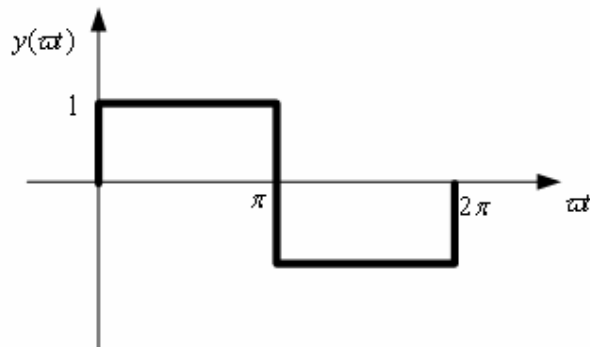
$$\begin{aligned}
 Y_{av} &= \frac{1}{T} \int_0^T y(t) dt = \frac{1}{2} \int_0^2 25t dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{25t^2}{2} \Big|_0^2 \\
 &= \frac{25}{4} (2^2 - 0) = 25
 \end{aligned}$$

- Harga efektif :

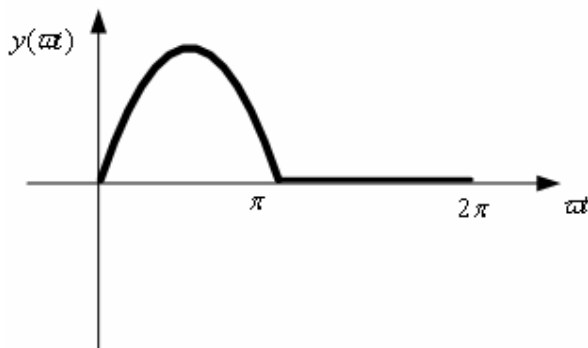
$$\begin{aligned}
 Y_{rms} &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T y^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{2} \int_0^2 25^2 t^2 dt} = \sqrt{\frac{625}{2} \cdot \frac{t^3}{3} \Big|_0^2} = \sqrt{\frac{625}{6} [2^3 - 0]} = \frac{50}{\sqrt{3}}
 \end{aligned}$$

Soal- soal :

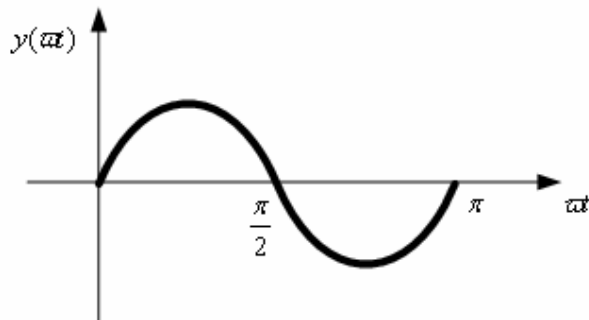
1. Jika $x = 3 + j4$ dan $y = 6 + j9$. Tentukan :
 - a. x dan y dalam bentuk polar
 - b. x dan y dalam bentuk trigonometri
2. Jika $A = 4 - j3$ dan $B = -2 + j5$. Tentukan :
 - a. $A+B$
 - b. $A.B$
 - c. $\frac{A}{B}$
3. Jika $Z_1 = 8\angle 45^\circ$ dan $Z_2 = 5\angle 30^\circ$. Tentukan :
 - a. $Z_1 + Z_2$
 - b. $Z_1.Z_2$
 - c. $Z_1 - Z_2$
4. Tentukan harga rata-rata dan efektif-nya !



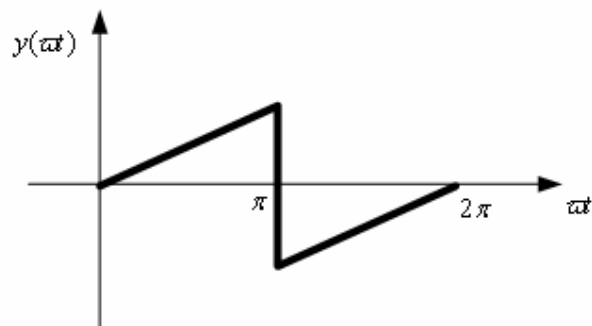
5. Tentukan harga rata-rata dan efektif-nya !



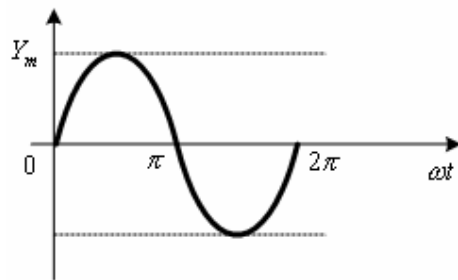
6. Tentukan harga rata-rata dan efektif-nya !



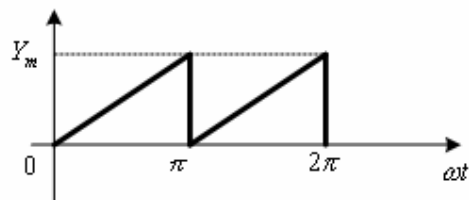
7. Tentukan harga rata-rata dan efektif-nya !



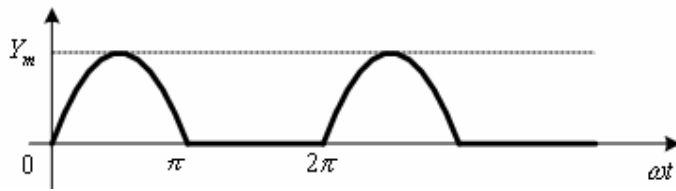
8. Tentukan nilai rata-rata dan efektif fungsi $y(t) = Y_m \sin \omega t$:



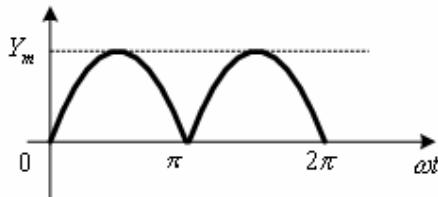
9. Tentukan nilai rata-rata dan efektif gelombang gigi gergaji berikut :



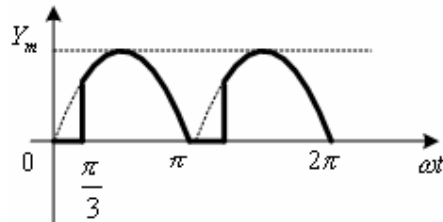
10. Tentukan nilai rata-rata dan efektif fungsi berikut :



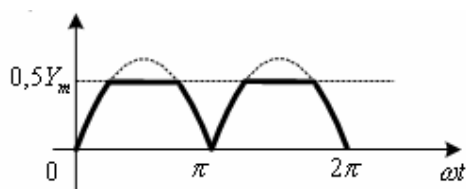
11. Tentukan nilai rata-rata dan efektif fungsi berikut :



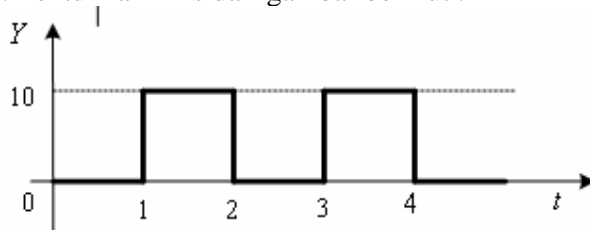
12. Tentukan nilai rata-rata dan efektif fungsi berikut :



13. Tentukan nilai rata-rata dan efektif fungsi berikut :



14. Tentukan Y_{rms} dari gambar berikut :



BAB VII ANALISIS RANGKAIAN AC

Hukum Ohm

Jika sebuah impedansi dilewati oleh sebuah arus maka pada kedua ujung impedansi tersebut akan muncul beda potensial, atau Hukum Ohm menyatakan bahwa tegangan melintasi berbagai jenis bahan pengantar adalah berbanding lurus dengan arus yang mengalir melalui bahan tersebut.

Secara matematis :

$$V = I.Z$$

Hukum Kirchhoff I / Kirchhoff's Current Law (KCL)

Jumlah arus yang memasuki suatu percabangan atau node atau simpul samadengan arus yang meninggalkan percabangan atau node atau simpul, dengan kata lain jumlah aljabar semua arus yang memasuki sebuah percabangan atau node atau simpul samadengan nol.

Secara matematis :

$$\Sigma \text{ Arus pada satu titik percabangan} = 0$$

$$\Sigma \text{ Arus yang masuk percabangan} = \Sigma \text{ Arus yang keluar percabangan}$$

Hukum Kirchhoff II / Kirchhoff's Voltage Law (KVL)

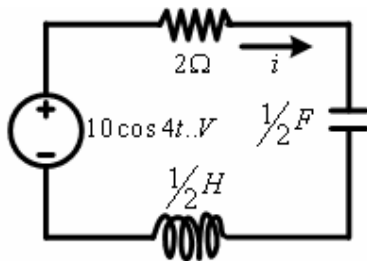
Jumlah tegangan pada suatu lintasan tertutup samadengan nol, atau penjumlahan tegangan pada masing-masing komponen penyusunnya yang membentuk satu lintasan tertutup akan bernilai samadengan nol.

Secara matematis :

$$\Sigma V = 0$$

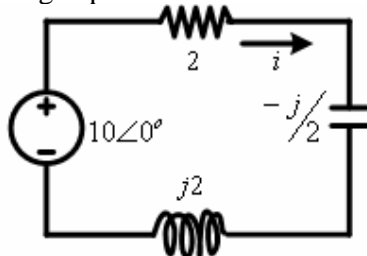
Contoh latihan :

1. Tentukan nilai i !



Jawaban :

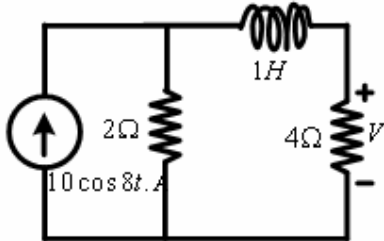
Dengan phasor :



$$I = \frac{10\angle 0^\circ}{2 + j2 - \frac{j}{2}} = \frac{10\angle 0^\circ}{2 + \frac{j3}{2}} = \frac{10\angle 0^\circ}{25\angle 36,9^\circ} = 4\angle -36,9^\circ$$

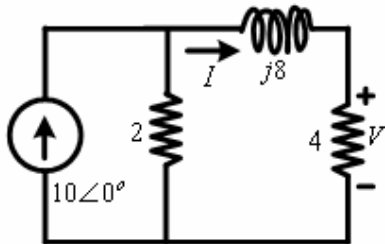
maka : $i = 4\cos(4t - 36,9^\circ)A$

2. Tentukan nilai V !



Jawaban :

Dengan phasor :



$$I = \frac{2}{2 + 4 + j8} 10\angle 0^\circ = \frac{20\angle 0^\circ}{6 + j8} = \frac{20\angle 0^\circ}{10\angle 53^\circ} = 2\angle -53^\circ$$

sehingga : $V = 4I = 8\angle -53^\circ$,

maka : $V = 8\cos(8t - 53^\circ)V$

Analisis Node

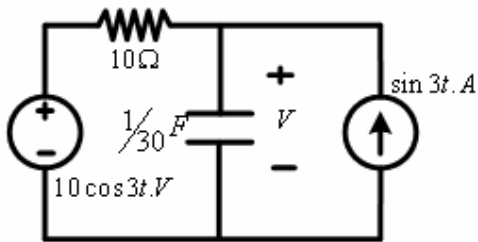
Analisis node berprinsip pada Hukum Kirchoff I/ KCL dimana jumlah arus yang masuk dan keluar dari titik percabangan akan samadengan nol, dimana tegangan merupakan parameter yang tidak diketahui. Atau analisis node lebih mudah jika pencatunya semuanya adalah sumber arus. Analisis ini dapat diterapkan pada sumber searah/ DC maupun sumber bolak-balik/ AC.

Beberapa hal yang perlu diperhatikan pada analisis node, yaitu :

- ❑ Tentukan node referensi sebagai *ground*/ potensial nol.
- ❑ Tentukan *node voltage*, yaitu tegangan antara node non referensi dan ground.
- ❑ Asumsikan tegangan node yang sedang diperhitungkan lebih tinggi daripada tegangan node manapun, sehingga arah arus keluar dari node tersebut positif.
- ❑ Jika terdapat N node, maka jumlah *node voltage* adalah (N-1). Jumlah *node voltage* ini akan menentukan banyaknya persamaan yang dihasilkan.
- ❑ Analisis node mudah dilakukan bila pencatunya berupa sumber arus. Apabila pada rangkaian tersebut terdapat sumber tegangan, maka sumber tegangan tersebut diperlakukan sebagai *supernode*, yaitu menganggap sumber tegangan tersebut dianggap sebagai satu node.

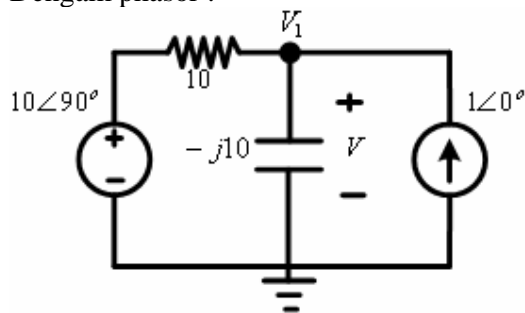
Contoh latihan :

1. Tentukan nilai V dengan analisis node !



Jawaban :

Dengan phasor :



Tinjau node voltage V_1 :

$$\frac{V_1}{-j10} + \frac{V_1 - 10\angle 90^\circ}{10} - 1\angle 0^\circ = 0$$

$$V_1\angle 90^\circ + V_1 - 10\angle 90^\circ = 10\angle 0^\circ$$

$$V_1 + jV_1 = 10\angle 0^\circ + 10\angle 90^\circ = 10 + j10$$

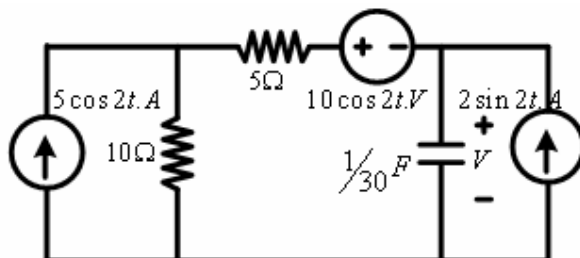
$$V_1(1 + j) = 10(1 + j)$$

$$V_1 = 10$$

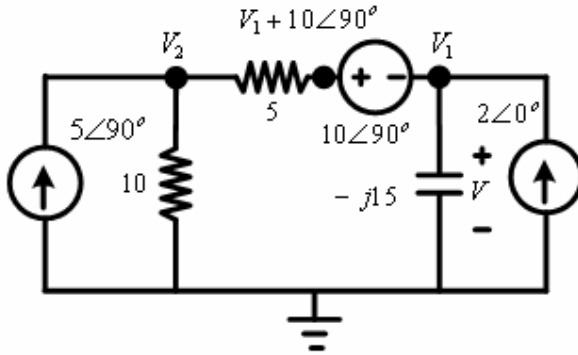
$$\text{sehingga : } V = V_1 = 10$$

$$\text{maka : } V = 10 \sin 3t \text{ V}$$

2. Tentukan nilai V dengan analisis node !



Jawaban :



Tinjau node voltage V_1 :

$$\frac{V_1}{-j15} - 2\angle 0^\circ + \frac{V_1 + 10\angle 90^\circ - V_2}{5} = 0$$

$$V_1\angle 90^\circ + 3(V_1 + 10\angle 90^\circ - V_2) = 30\angle 0^\circ$$

$$jV_1 + 3V_1 + j30 - 3V_2 = 30$$

$$(3 + j)V_1 - 3V_2 = 30 - j30 \dots \dots \dots (1)$$

Tinjau node voltage V_2

$$\frac{V_2}{10} - 5\angle 90^\circ + \frac{V_2 - (V_1 + 10\angle 90^\circ)}{5} = 0$$

$$V_2 + 2V_2 - 2(V_1 + 10\angle 90^\circ) = 50\angle 90^\circ$$

$$3V_2 - 2V_1 - j20 = j50$$

$$-2V_1 + 3V_2 = j70 \dots \dots \dots (2)$$

Substitusikan persamaan (1) & (2) :

$$-2V_1 + 3V_2 = j70$$

$$(3 + j)V_1 - 3V_2 = 30 - j30$$

$$(1 + j)V_1 = 30 + j40$$

$$V_1 = \frac{30 + j40}{(1 + j)} = \frac{50\angle 53^\circ}{\sqrt{2}\angle 45^\circ} = 25\sqrt{2}\angle 8^\circ$$

$$\text{maka : } v = 25\sqrt{2} \sin(2t + 8^\circ) V$$

Analisis Mesh atau Arus Loop

Arus loop adalah arus yang dimisalkan mengalir dalam suatu loop (lintasan tertutup). Arus loop sebenarnya tidak dapat diukur (arus permisalan).

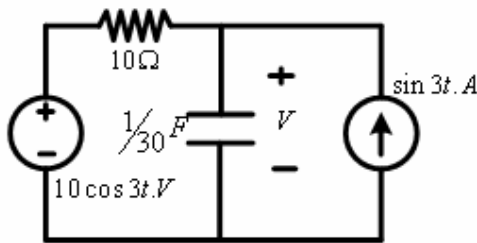
Berbeda dengan analisis node, pada analisis ini berprinsip pada Hukum Kirchoff II/ KVL dimana jumlah tegangan pada satu lintasan tertutup samadengan nol atau arus merupakan parameter yang tidak diketahui. Analisis ini dapat diterapkan pada rangkaian sumber searah/ DC maupun sumber bolak-balik/ AC.

Hal-hal yang perlu diperhatikan :

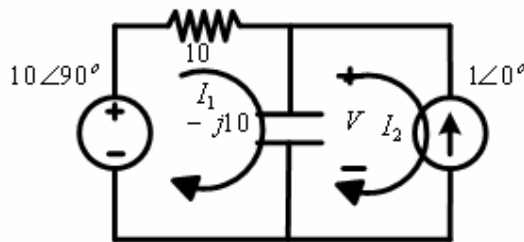
- ❑ Buatlah pada setiap loop arus asumsi yang melingkari loop. Pengambilan arus loop terserah kita yang terpenting masih dalam satu lintasan tertutup. Arah arus dapat searah satu sama lain ataupun berlawanan baik searah jarum jam maupun berlawanan dengan arah jarum jam.
- ❑ Biasanya jumlah arus loop menunjukkan jumlah persamaan arus yang terjadi.
- ❑ Metoda ini mudah jika sumber pencatunya adalah sumber tegangan.
- ❑ Jumlah persamaan = Jumlah cabang – Jumlah junction + 1
- ❑ Apabila ada sumber arus, maka diperlakukan sebagai supermesh. Pada supermesh, pemilihan lintasan menghindari sumber arus karena pada sumber arus tidak diketahui besar tegangan terminalnya.

Contoh latihan :

1. Tentukan nilai V dengan analisis mesh !



Jawaban :



Tinjau loop I_1 :

$$-10\angle 90^\circ + 10I_1 - j10(I_1 - I_2) = 0$$

$$(10 - j10)I_1 + j10I_2 = 10\angle 90^\circ \dots\dots\dots(1)$$

Tinjau loop I_2 :

$$I_2 = -1\angle 0^\circ \dots\dots\dots(2)$$

substitusikan persamaan (1) & (2) :

$$(10 - j10)I_1 + j10(-1\angle 0^\circ) = 10\angle 90^\circ$$

$$(10 - j10)I_1 = j10 + j10 = j20$$

$$I_1 = \frac{j20}{10 - j10} = \frac{20\angle 90^\circ}{10\sqrt{2}\angle -45^\circ} = \sqrt{2}\angle 135^\circ$$

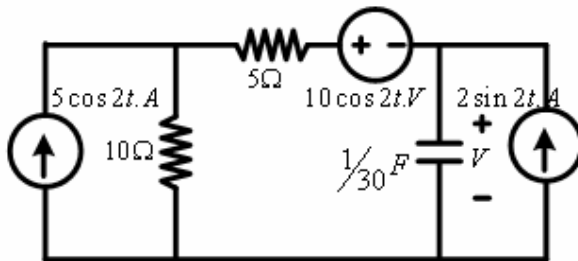
sehingga :

$$V = -j10(I_1 - I_2) = -j10(\sqrt{2}\angle 135^\circ + 1\angle 0^\circ)$$

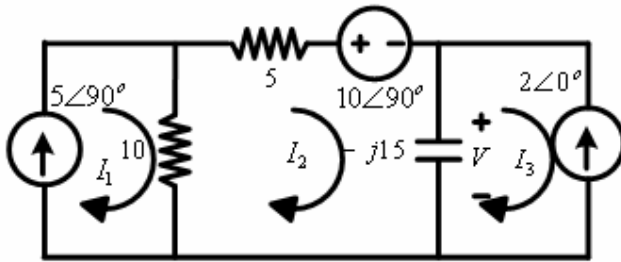
$$V = -j10(-1 + j + 1) = -j^2 10 = 10$$

$$\text{maka : } V = 10 \sin 3t \text{ V}$$

2. Tentukan nilai V dengan analisis mesh !



Jawaban :



Tinjau loop I_1 :

$$I_1 = 5\angle 90^\circ \dots\dots\dots(1)$$

Tinjau loop I_2 :

$$10(I_2 - I_1) + 5I_2 + 10\angle 90^\circ - j15(I_2 - I_3) = 0$$

$$-10I_1 + (15 - j15)I_2 + j15I_3 = -10\angle 90^\circ \dots\dots(2)$$

Tinjau loop I_3 :

$$I_3 = -2\angle 0^\circ \dots\dots\dots(3)$$

substitusikan persamaan (1), (2), & (3) :

$$-10I_1 + (15 - j15)I_2 + j15I_3 = -10\angle 90^\circ$$

$$-10(5\angle 90^\circ) + (15 - j15)I_2 + j15(-2\angle 0^\circ) = -10\angle 90^\circ$$

$$(15 - j15)I_2 = -10\angle 90^\circ + 10(5\angle 90^\circ) - j15(-2\angle 0^\circ) = -j10 + j50 + j30 = j70$$

$$I_2 = \frac{j70}{15 - j15} = \frac{70\angle 90^\circ}{15\sqrt{2}\angle -45^\circ} = \frac{7\sqrt{2}}{3}\angle 135^\circ$$

$$\text{sehingga : } V = -j15(I_2 - I_3) = -j15\left(\frac{7\sqrt{2}}{3}\angle 135^\circ + 2\angle 0^\circ\right) = -j15(-2,33 + j2,33 + 2)$$

$$V = -j15(-0,33 + j2,33) = 15\angle -90^\circ(2,35\angle 98^\circ) = 35,25\angle 8^\circ$$

$$\text{maka : } V = 35,25\sin(2t + 8^\circ)V$$

Analisis Arus Cabang

Arus cabang adalah arus yang benar-benar ada (dapat diukur) yang mengalir pada suatu cabang. Artinya arus cabang adalah arus yang sebenarnya mengalir pada percabangan tersebut.

Arti cabang :

- ❑ Mempunyai satu elemen rangkaian
- ❑ Bagian rangkaian dengan dua terminal dengan arus yang sama
- ❑ Jumlah persamaan = Jumlah arus cabang yang ada

Teorema Superposisi

Pada teorema ini hanya berlaku untuk rangkaian yang bersifat linier, dimana rangkaian linier adalah suatu rangkaian dimana persamaan yang muncul akan memenuhi jika $y = kx$, dimana k = konstanta dan x = variabel.

Dalam setiap rangkaian linier dengan beberapa buah sumber tegangan/ sumber arus dapat dihitung dengan cara :

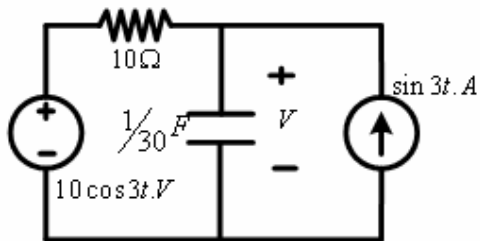
Menjumlah aljabarkan tegangan/ arus yang disebabkan tiap sumber independent/ bebas yang bekerja sendiri, dengan semua sumber tegangan/ arus independent/ bebas lainnya diganti dengan tahanan dalamnya.

Pengertian dari teorema diatas bahwa jika terdapat n buah sumber bebas maka dengan teorema superposisi samadengan n buah keadaan rangkaian yang dianalisis, dimana nantinya n buah keadaan tersebut akan dijumlahkan. Jika terdapat beberapa buah sumber tak bebas maka tetap saja teorema superposisi menghitung untuk n buah keadaan dari n buah sumber yang bebasnya.

Rangkaian linier tentu tidak terlepas dari gabungan rangkaian yang mempunyai sumber *independent* atau sumber bebas, sumber *dependent* / sumber tak bebas linier (sumber *dependent* arus/ tegangan sebanding dengan pangkat satu dari tegangan/ arus lain, atau sebanding dengan jumlah pangkat satu besaran-besaran tersebut) dan elemen resistor (R), induktor (L), dan kapasitor (C).

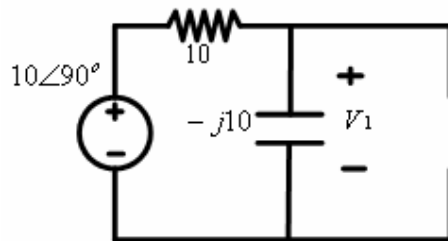
Contoh latihan :

1. Tentukan nilai V dengan superposisi !



Jawaban :

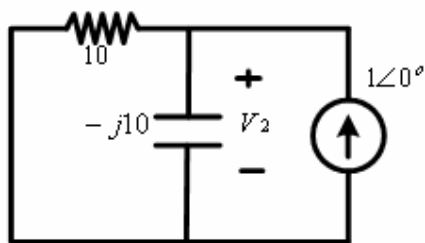
- Pada saat $V_s = 10 \cos 3t V$ aktif :



$$V_1 = \frac{-j10}{-j10 + 10} 10 \angle 90^\circ = \frac{100 \angle 0^\circ}{10\sqrt{2} \angle -45^\circ}$$

$$V_1 = 5\sqrt{2} \angle 45^\circ$$

- Pada saat $I_s = \sin 3t A$ aktif :



$$Z_p = \frac{-j10 \cdot 10}{-j10 + 10} = \frac{-j100}{10\sqrt{2} \angle -45^\circ}$$

$$Z_p = \frac{100 \angle -90^\circ}{10\sqrt{2} \angle -45^\circ} = 5\sqrt{2} \angle -45^\circ$$

sehingga :

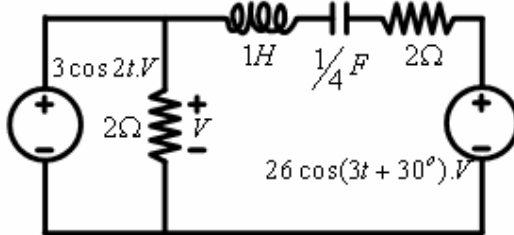
$$V_2 = Z_p \cdot 1 \angle 0^\circ = 5\sqrt{2} \angle -45^\circ$$

Maka tegangan V :

$$V = V_1 + V_2 = 5\sqrt{2} \angle 45^\circ + 5\sqrt{2} \angle -45^\circ = 5 + j5 + 5 - j5 = 10$$

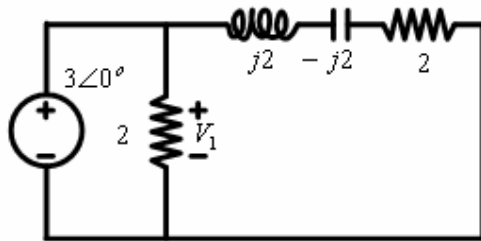
sehingga : $V = 10 \sin 3t V$

2. Tentukan nilai V dengan superposisi !



Jawaban :

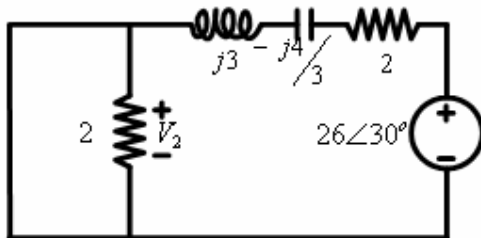
- Pada saat $V_s = 3 \cos 2t V$ aktif :



$$V_1 = 3 \angle 0^\circ$$

$$\text{sehingga : } V_1 = 3 \cos 2t V$$

- Pada saat $V_s = 26 \cos(3t + 30^\circ) V$ aktif :



$$V_2 = 0 V$$

sehingga :

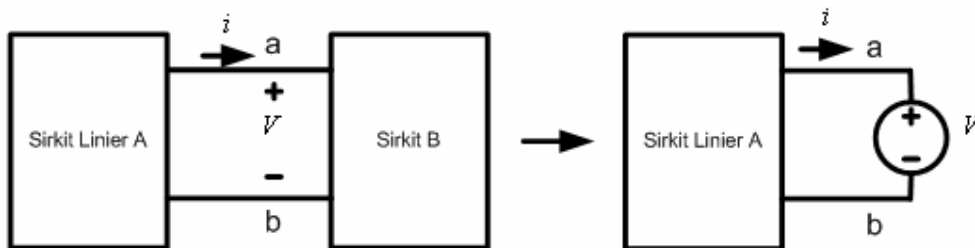
$$V = V_1 + V_2 = 3 \cos 2t V$$

Teorema Thevenin

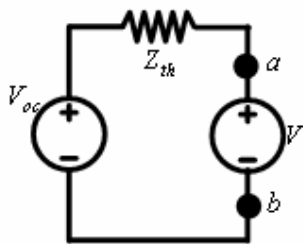
Pada teorema ini berlaku bahwa :

Suatu rangkaian listrik dapat disederhanakan dengan hanya terdiri dari satu buah sumber tegangan yang dihubungkan dengan sebuah impedansi ekivalennya pada dua terminal yang diamati.

Tujuan sebenarnya dari teorema ini adalah untuk menyederhanakan analisis rangkaian, yaitu membuat rangkaian pengganti yang berupa sumber tegangan yang dihubungkan seri dengan suatu impedansi ekivalennya.



Rangkaian pengganti Thevenin :



Cara memperoleh impedansi penggantinya (Z_{th}) adalah dengan mematikan atau menonaktifkan semua sumber bebas pada rangkaian linier A (untuk sumber tegangan tahanan dalamnya = 0 atau rangkaian short circuit dan untuk sumber arus tahanan dalamnya = ∞ atau rangkaian open circuit).

Jika pada rangkaian tersebut terdapat sumber *dependent* atau sumber tak bebasnya, maka untuk memperoleh impedansi penggantinya, terlebih dahulu kita mencari arus hubung singkat (i_{sc}), sehingga nilai resistansi penggantinya (Z_{th}) didapatkan dari nilai tegangan pada kedua terminal tersebut yang di-*open circuit* dibagi dengan arus pada kedua terminal tersebut yang di-*short circuit*.

Langkah-langkah penyelesaian dengan teorema Thevenin :

1. Cari dan tentukan titik terminal a-b dimana parameter yang ditanyakan.
2. Lepaskan komponen pada titik a-b tersebut, *open circuit* kan pada terminal a-b kemudian hitung nilai tegangan di titik a-b tersebut ($V_{ab} = V_{th}$).
3. Jika semua sumbernya adalah sumber bebas, maka tentukan nilai impedansi diukur pada titik a-b tersebut saat semua sumber di non aktifkan dengan cara diganti dengan tahanan dalamnya (untuk sumber tegangan bebas diganti

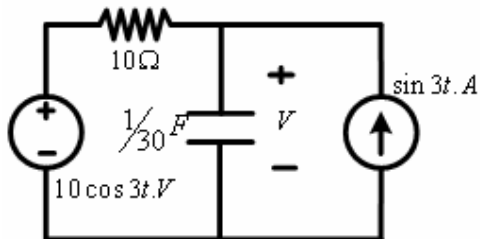
rangkaian *short circuit* dan untuk sumber arus bebas diganti dengan rangkaian *open circuit*)

($Z_{ab} = Z_{th}$).

4. Jika terdapat sumber tak bebas, maka untuk mencari nilai impedanso pengganti Theveninnya didapatkan dengan cara $Z_{th} = \frac{V_{th}}{I_{sc}}$.
5. Untuk mencari I_{sc} pada terminal titik a-b tersebut dihubungsingkatkan dan dicari arus yang mengalir pada titik tersebut ($I_{ab} = I_{sc}$).
6. Gambarkan kembali rangkaian pengganti Theveninnya, kemudian pasang kembali komponen yang tadi dilepas dan hitung parameter yang ditanyakan.

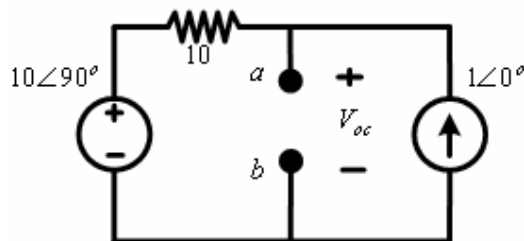
Contoh latihan :

1. Tentukan nilai V dengan teorema Thevenin !



Jawaban :

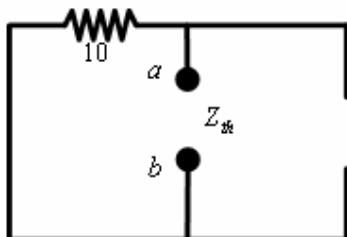
Mencari V_{oc} :



$$V_{ab} = V_{oc} = 10 \angle 0^\circ + 10 \angle 90^\circ$$

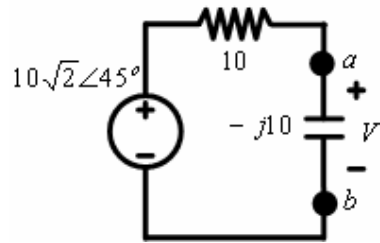
$$V_{oc} = 10 + j10 = 10\sqrt{2} \angle 45^\circ$$

Mencari Z_{th} :



$$Z_{th} = 10\Omega$$

Rangkaian pengganti Thevenin :



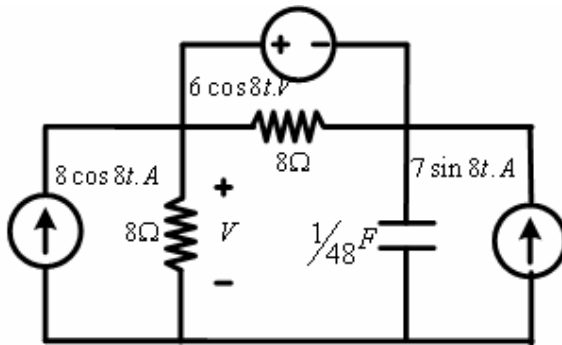
$$V = \frac{-j10}{-j10 + 10} 10\sqrt{2}\angle 45^\circ$$

$$V = \frac{10\angle -90^\circ}{10\sqrt{2}\angle -45^\circ} 10\sqrt{2}\angle 45^\circ = 10$$

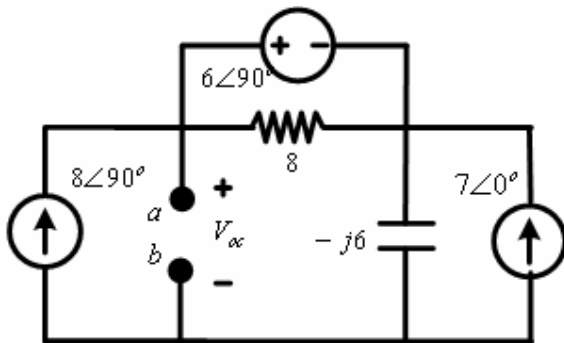
sehingga :

$$V = 10 \sin 3t \text{ V}$$

2. Tentukan nilai V dengan teorema Thevenin !



Jawaban :

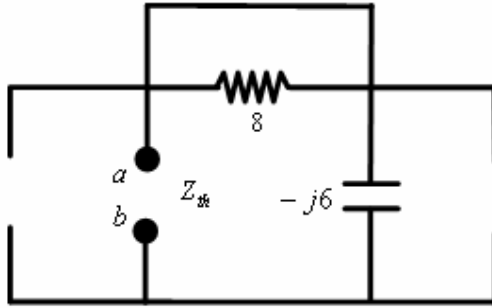


$$V_{ab} = V_{oc} = 6\angle 90^\circ - j6(8\angle 90^\circ + 7\angle 0^\circ)$$

$$V_{oc} = j6 - j6(j8 + 7) = j6 + 48 - j42$$

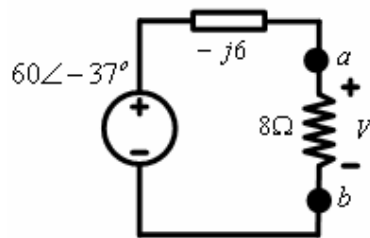
$$V_{oc} = 48 - j36 = 60\angle -37^\circ$$

Mencari Z_{th} :



$$Z_{th} = -j6\Omega$$

Rangkaian pengganti Thevenin :



sehingga :

$$V = \frac{8}{8 - j6} 60\angle -37^\circ = \frac{480\angle -37^\circ}{10\angle -37^\circ}$$

$$V = 48$$

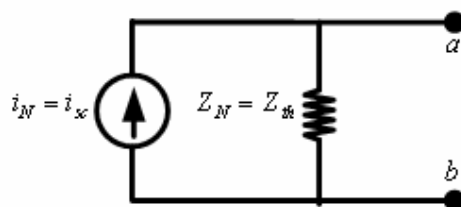
$$\text{maka : } V = 48 \sin 8tV$$

Teorema Norton

Pada teorema ini berlaku bahwa :

Suatu rangkaian listrik dapat disederhanakan dengan hanya terdiri dari satu buah sumber arus yang dihubungkan paralel dengan sebuah impedansi ekivalennya pada dua terminal yang diamati.

Tujuan untuk menyederhanakan analisis rangkaian, yaitu dengan membuat rangkaian pengganti yang berupa sumber arus yang diparalel dengan suatu impedansi ekivalennya.

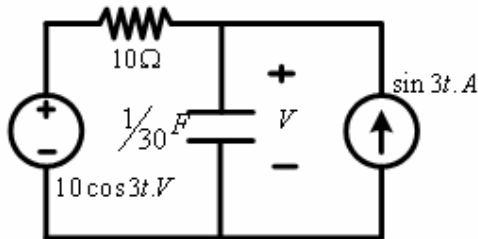


Langkah-langkah penyelesaian dengan teorema Norton :

1. Cari dan tentukan titik terminal a-b dimana parameter yang ditanyakan.
2. Lepaskan komponen pada titik a-b tersebut, *short circuit* kan pada terminal a-b kemudian hitung nilai arus dititik a-b tersebut ($I_{ab} = I_{sc} = I_N$).
3. Jika semua sumbernya adalah sumber bebas, maka tentukan nilai impedansi diukur pada titik a-b tersebut saat semua sumber di non aktifkan dengan cara diganti dengan tahanan dalamnya (untuk sumber tegangan bebas diganti rangkaian *short circuit* dan untuk sumber arus bebas diganti dengan rangkaian *open circuit*) ($Z_{ab} = Z_N = Z_{th}$).
4. Jika terdapat sumber tak bebas, maka untuk mencari nilai tahanan pengganti Nortonnya didapatkan dengan cara $Z_N = \frac{V_{oc}}{I_N}$.
5. Untuk mencari Voc pada terminal titik a-b tersebut dibuka dan dicari tegangan pada titik tersebut ($V_{ab} = V_{oc}$).
6. Gambarkan kembali rangkaian pengganti Nortonnya, kemudian pasang kembali komponen yang tadi dilepas dan hitung parameter yang ditanyakan.

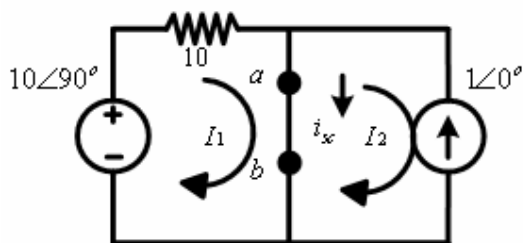
Contoh latihan :

Tentukan nilai V dengan teorema Norton !



Jawaban :

Mencari $i_{sc} = i_N$:



Tinjau loop I_1 :

$$\Sigma v = 0$$

$$-10\angle 90^\circ + 10I_1 = 0$$

$$10I_1 = 10\angle 90^\circ \rightarrow I_1 = 1\angle 90^\circ$$

Tinjau loop I_2 :

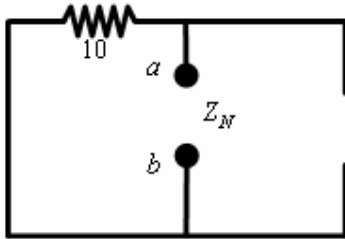
$$I_2 = -1\angle 0^\circ$$

sehingga :

$$i_{sc} = I_1 - I_2 = 1\angle 90^\circ + 1\angle 0^\circ = 1 + j$$

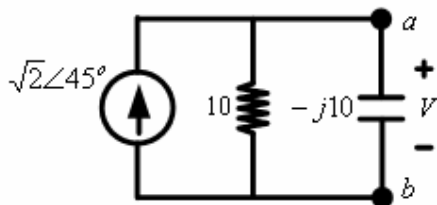
$$i_{sc} = \sqrt{2}\angle 45^\circ$$

Mencari Z_N :



$$Z_N = 10\Omega$$

Rangkaian pengganti Norton :



$$Z_p = \frac{-j10 \cdot 10}{-j10 + 10} = \frac{100\angle -90^\circ}{10\sqrt{2}\angle -45^\circ} = 5\sqrt{2}\angle -45^\circ$$

sehingga :

$$V = Z_p \times \sqrt{2}\angle 45^\circ = 5\sqrt{2}\angle -45^\circ \cdot \sqrt{2}\angle 45^\circ$$

$$V = 10\angle 0^\circ$$

maka :

$$V = 10 \sin 3tV$$

Teorema Millman

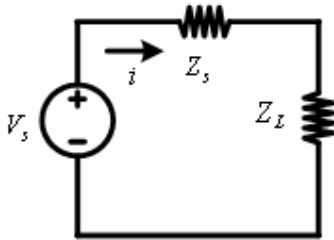
Teorema ini seringkali disebut juga sebagai teorema transformasi sumber, baik dari sumber tegangan yang dihubungkan dengan impedansi ke sumber arus yang dihubungkan dengan impedansi yang sama atau sebaliknya.

Teorema ini berguna untuk menyederhanakan rangkaian dengan multi sumber tegangan atau multi sumber arus menjadi satu sumber pengganti.

Transfer Daya Maksimum

Teorema ini menyatakan bahwa :

Transfer daya maksimum terjadi jika nilai impedansi beban samadengan nilai impedansi konjugate sumber, baik dipasang seri dengan sumber tegangan ataupun dipasang paralel dengan sumber arus.



Teorema transfer daya maksimum adalah daya maksimum yang dikirimkan ketika beban Z_L samadengan konjugate beban intern sumber Z_s^* .

Maka didapatkan daya maksimumnya :

$$P_{L_{\max}} = \frac{V_s^2}{4 \operatorname{Re}[Z_s^*]}$$

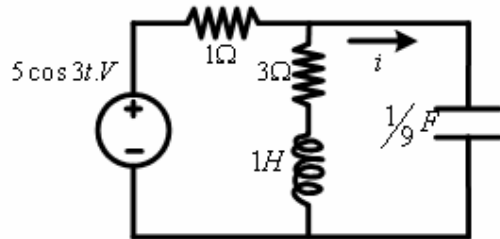
Catatan :

Secara garis besar analisis rangkaian AC dapat diklasifikasikan menjadi :

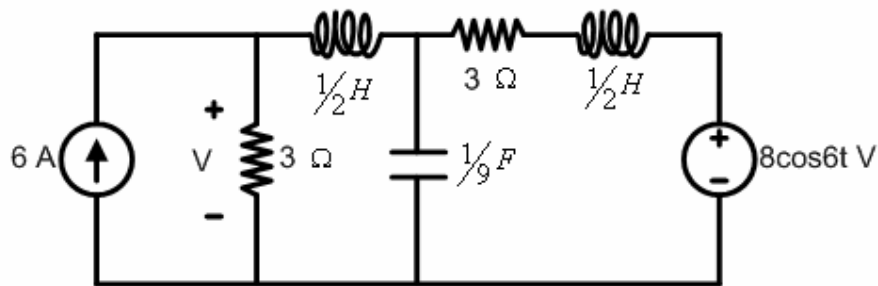
1. *Sumber mempunyai fungsi persamaan dan frekuensi yang sama*
Penyelesaian persoalan analisis rangkaian AC ini dapat menggunakan konsep dasar, hukum dasar, analisis rangkaian, dan teorema rangkaian dengan menggunakan notasi phasor untuk mempermudah.
2. *Sumber mempunyai fungsi persamaan berbeda dengan frekuensi yang sama*
Penyelesaian persoalan ini terlebih dahulu semua fungsi persamaan dikonversikan kedalam fungsi persamaan yang sama, baru kemudian pengerjaan sama dengan item nomor 1.
3. *Sumber mempunyai fungsi persamaan sama tetapi frekuensi berbeda*
Penyelesaian persoalan analisis rangkaian AC ini hanya dapat dilakukan dengan menggunakan teorema superposisi.
4. *Sumber mempunyai fungsi persamaan dan frekuensi yang berbeda*
Penyelesaian persoalan analisis rangkaian AC ini hanya dapat dilakukan dengan menggunakan teorema superposisi.
5. *Sumber gabungan DC dan AC*
Penyelesaian persoalan analisis rangkaian AC dan DC ini hanya dapat dilakukan dengan menggunakan teorema superposisi.

Soal – soal :

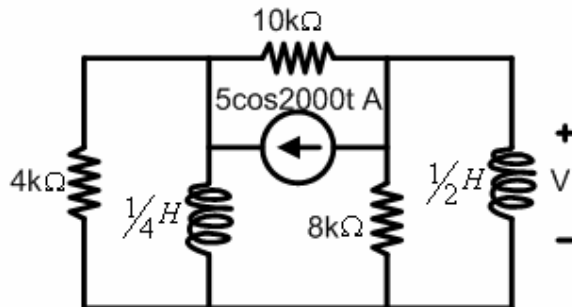
1. Tentukan nilai i !



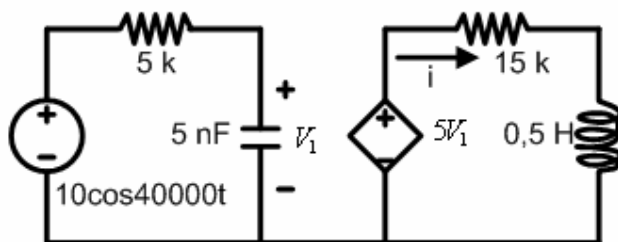
2. Tentukan nilai V !



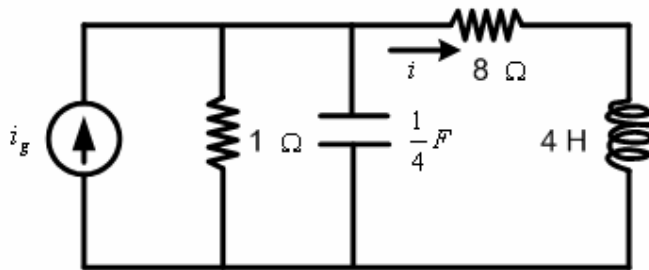
3. Tentukan nilai V dengan teorema Thevenin !



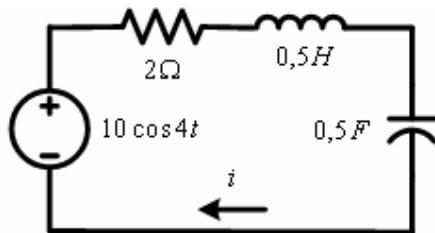
4. Tentukan nilai i !



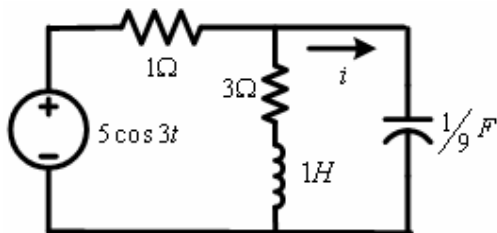
5. Jika $i_g = 9 - 2 \cos t - 39 \cos 2t + 18 \cos 3t$..A
Tentukan nilai i !



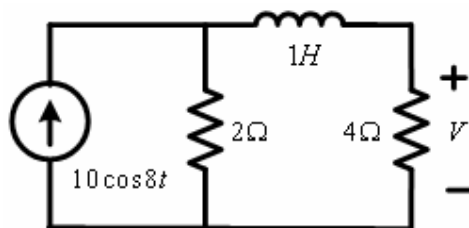
6. Tentukan nilai i :



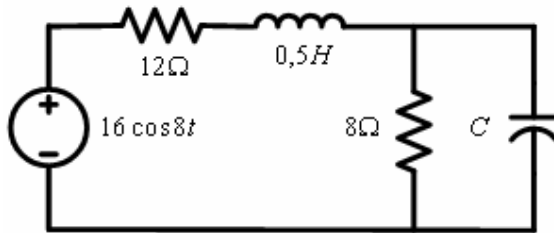
7. Tentukan nilai i :



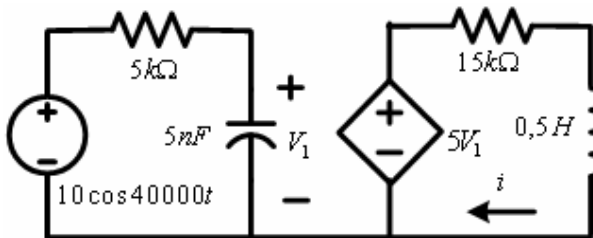
8. Tentukan V :



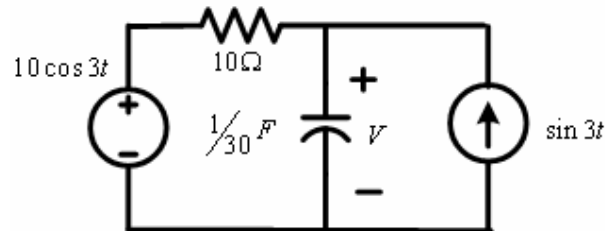
9. Tentukan nilai C agar impedansi dilihat dari sumber real semua :



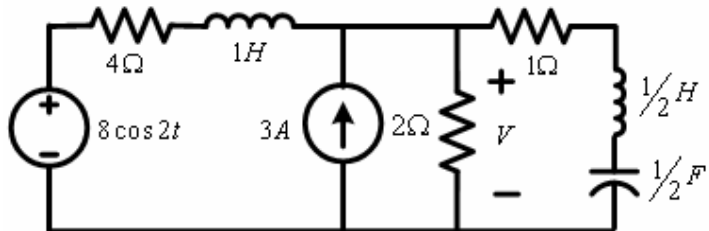
10. Tentukan nilai i :



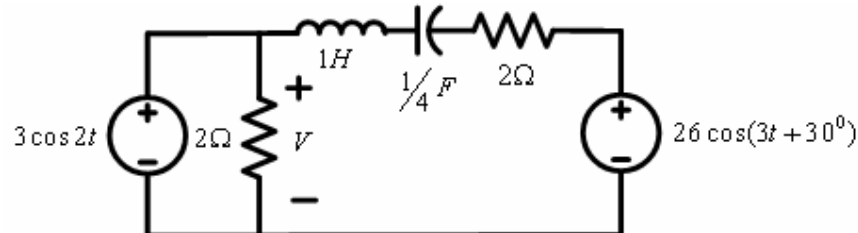
11. Tentukan nilai tegangan V :



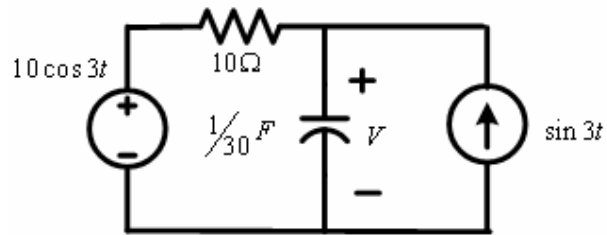
12. Tentukan nilai V :



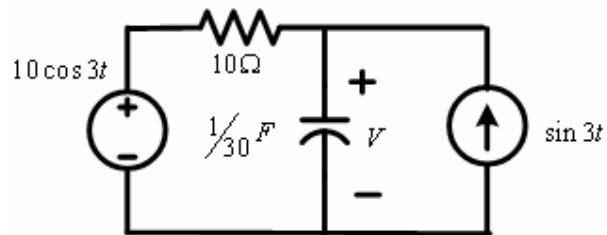
13. Tentukan nilai V :



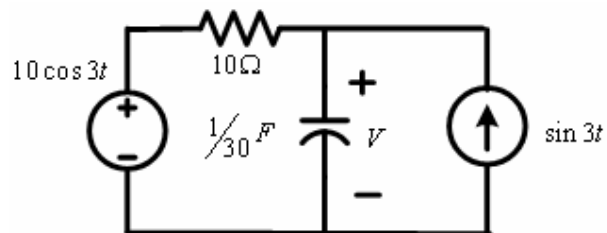
14. Tentukan nilai V dengan analisis node :



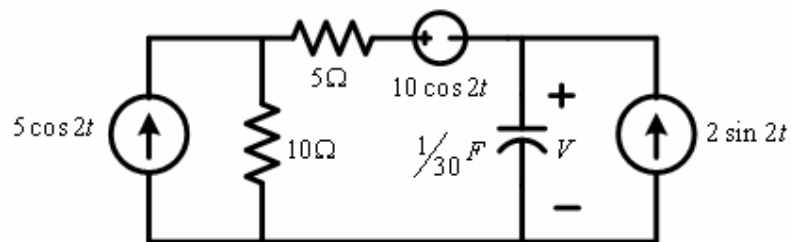
15. Tentukan V dengan analisis mesh :



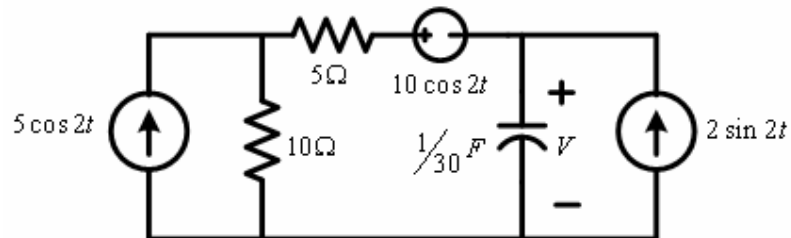
16. Tentukan nilai V dengan teorema Thevenin :



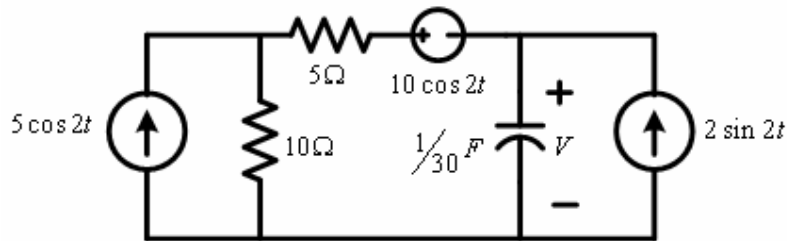
17. Tentukan V dengan analisis node :



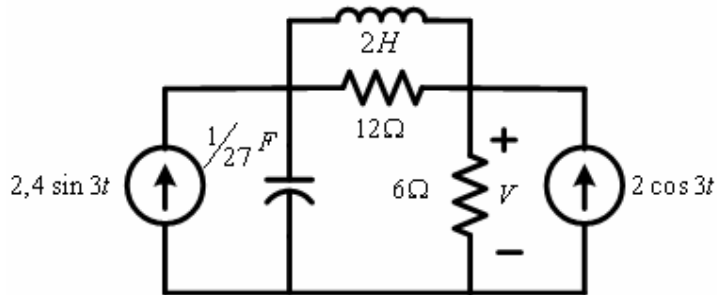
18. Tentukan V dengan analisis mesh :



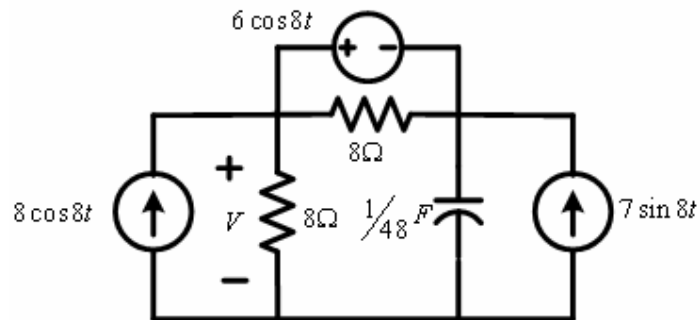
19. Tentukan nilai V dengan teorema Thevenin :



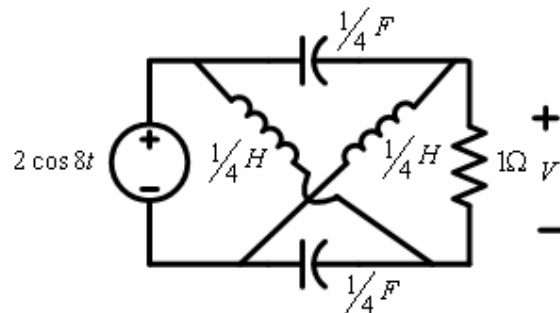
20. Tentukan nilai V dengan analisis node :



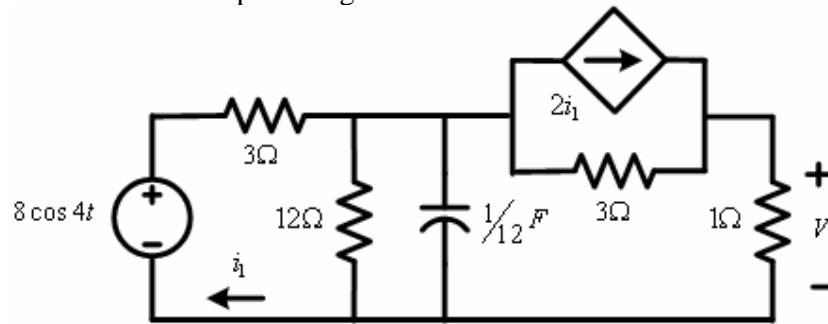
21. Tentukan nilai V dengan teorema Thevenin :



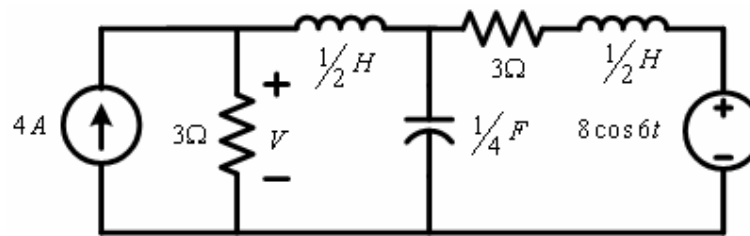
22. Tentukan V :



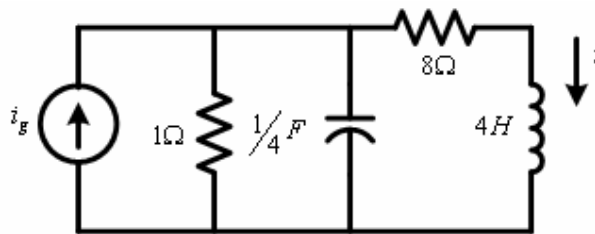
23. Tentukan nilai V pada rangkaian berikut :



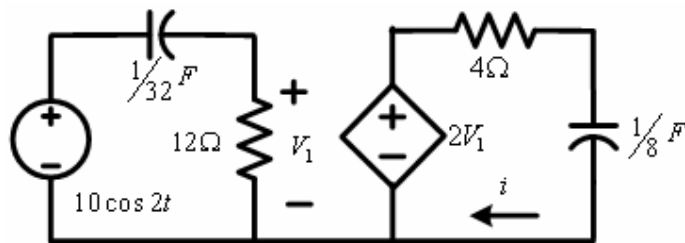
24. Tentukan nilai tegangan V :



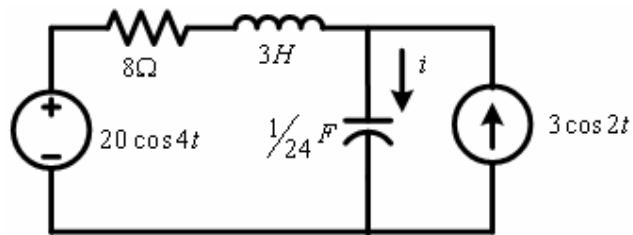
25. Tentukan nilai i , jika $i_g = 9 - 20 \cos t - 39 \cos 2t + 18 \cos 3t$:



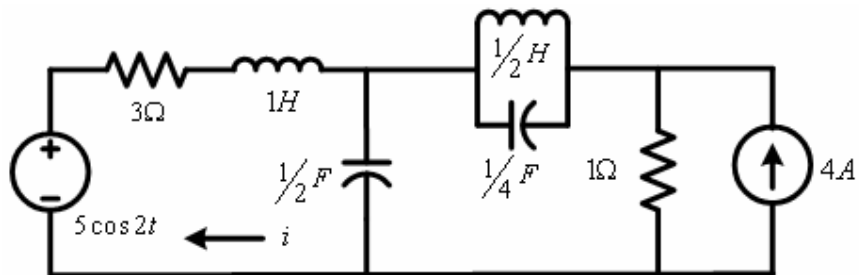
26. Tentukan nilai i :



27. Tentukan arus i :



28. Tentukan arus i :



BAB VIII DAYA PADA RANGKAIAN RLC

Pengertian daya : perkalian antara tegangan yang diberikan dengan hasil arus yang mengalir.

Secara matematis : $P = VI \rightarrow$ sumber searah atau DC

- Daya dikatakan **positif**, ketika arus yang mengalir bernilai positif artinya arus mengalir dari sumber tegangan menuju rangkaian (transfer energi dari sumber ke rangkaian)
- Daya dikatakan **negatif**, ketika arus yang mengalir bernilai negatif artinya arus mengalir dari rangkaian menuju sumber tegangan (transfer energi dari rangkaian ke sumber)

Daya Sesaat

Daya sesaat adalah daya yang terjadi pada saat hanya waktu tertentu ketika sebuah komponen mempunyai nilai tegangan dan arus yang mengalir padanya hanya saat waktu tersebut.

Contoh latihan :

Jika sebuah komponen dilewati arus sebesar $i(t) = 10 \sin 30t$ A dan tegangannya $v(t) = 50 \sin(30t + 30^\circ)$, maka berapa daya yang muncul saat $t = 1$ detik !

Jawaban :

$$P(t) = v(t) \cdot i(t) = 10 \sin 30t \times 50 \sin(30t + 30^\circ)$$

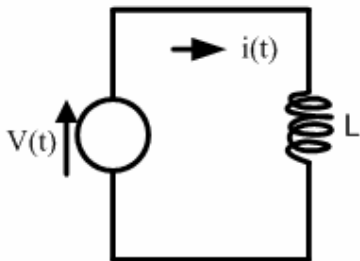
$$P(1) = 10 \sin 30 \times 50 \sin(30 + 30) = 10 \sin 30 \times 50 \sin 60 = \frac{500}{4} \sqrt{3}$$

Daya Rata – Rata

Daya rata-rata adalah daya yang dihasilkan sebagai integral dari fungsi periodik waktu terhadap keseluruhan range waktu tertentu dibagi oleh periodanya sendiri.

Untuk melihat hasil daya rata-rata pada setiap komponen pasif yang dilaluinya menggunakan rumus yang telah kita pelajari pada bab sebelumnya tentang harga rata-rata.

Daya rata-rata pada komponen L :



$$V(t) = V_m \sin \omega t$$

Arus pada komponen induktor adalah :

$$i(t) = \frac{1}{L} \int V(t) dt = \frac{1}{L} \int V_m \sin \omega t dt$$

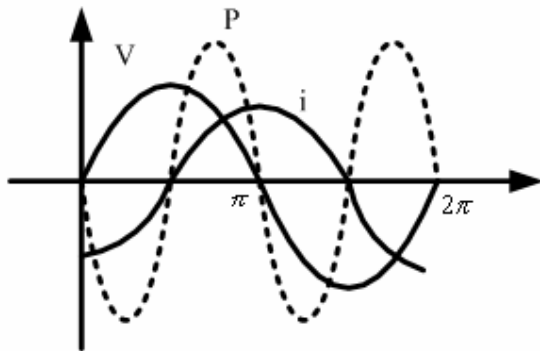
$$i(t) = -\frac{V_m}{\omega L} \cos \omega t = \frac{V_m}{\omega L} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

dimana nilai $\frac{V_m}{\omega L} = I_m$, maka: $i(t) = I_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$

sehingga :

$$P(t) = V(t) \cdot i(t) = V_m I_m \sin \omega t \cdot \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = -V_m I_m \sin \omega t \cdot \cos(\omega t) = -\frac{1}{2} V_m I_m \sin 2\omega t$$

Grafik :



Dari grafik tersebut dapat diambil kesimpulan :

Ketika tegangan dan arus positif maka dayanya positif berarti energi mengalir dari sumber ke induktor, demikian juga ketika tegangan dan arus negatif.

Tetapi pada saat tegangan dan arusnya bertanda berlawanan maka dayanya negatif berarti energi mengalir dari induktor kesumber tegangan.

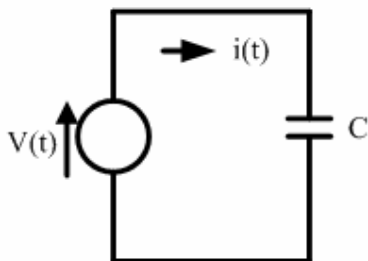
Daya rata – rata :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} -\frac{1}{2} V_m I_m \sin 2\omega t dt = -\frac{1}{4\pi} V_m I_m \int_0^{2\pi} \sin 2\omega t dt$$

$$P = -\frac{1}{4\pi} V_m I_m \int_0^{2\pi} \sin 2 \frac{2\pi}{T} t dt = -\frac{1}{4\pi} V_m I_m \int_0^{2\pi} \sin 2t dt = \frac{1}{4\pi} V_m I_m \frac{1}{2} \cos 2t \Big|_0^{2\pi} = 0$$

maka daya rata-rata pada komponen L samadengan nol.

Daya rata-rata pada komponen C :



$$V(t) = V_m \sin \omega t$$

Arus pada komponen kapasitor adalah :

$$i(t) = C \frac{dV}{dt} = CV_m \frac{d}{dt} (\sin \omega t) = CV_m \omega \cos \omega t$$

$$i(t) = CV_m \omega \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

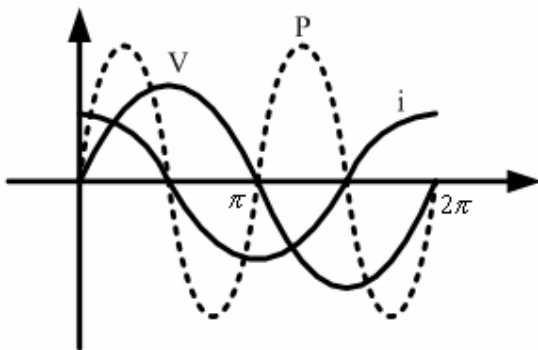
dimana nilai $CV_m \omega = I_m$, maka :

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

sehingga :

$$P(t) = V(t) \cdot I(t) = V_m I_m \sin \omega t \cdot \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = V_m I_m \sin \omega t \cdot \cos \omega t = \frac{1}{2} V_m I_m \sin 2\omega t$$

Grafik :



Daya rata-rata :

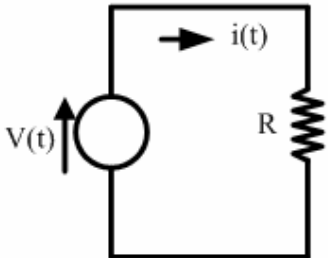
$$P = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} V_m I_m \sin 2\omega t dt$$

$$P = \frac{1}{4\pi} V_m I_m \int_0^{2\pi} \sin 2t dt$$

$$P = -\frac{1}{4\pi} V_m I_m \frac{1}{2} \cos 2t \Big|_0^{2\pi} = 0$$

maka daya rata-rata pada komponen C samadengan nol.

Daya rata-rata pada komponen R :



$$V(t) = V_m \sin \omega t$$

Arus pada komponen resistor adalah :

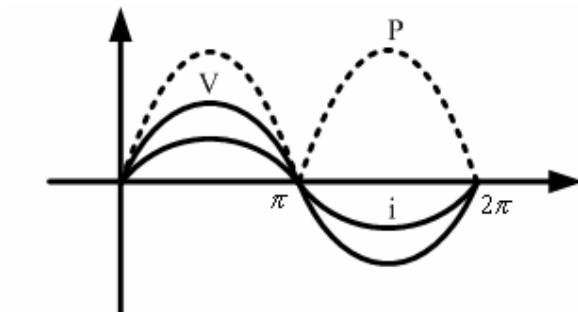
$$i(t) = \frac{V(t)}{R} = \frac{V_m}{R} \sin \omega t$$

dimana nilai $\frac{V_m}{R} = I_m$, maka : $i(t) = I_m \sin \omega t$

sehingga :

$$P(t) = V(t) \cdot i(t) = V_m I_m \sin^2 \omega t = \frac{1}{2} V_m I_m (1 - \cos 2\omega t)$$

Grafik :



Daya rata-rata :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} V_m I_m (1 - \cos 2\omega t) dt$$

$$P = \frac{1}{4\pi} V_m I_m \int_0^{2\pi} (1 - \cos 2\omega t) dt$$

$$P = \frac{1}{4\pi} V_m I_m \left(t - \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_0^{2\pi}$$

$$P = \frac{1}{4\pi} V_m I_m \cdot 2\pi = \frac{1}{2} V_m I_m$$

Daya rata-rata :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} V_m I_m (1 - \cos 2\omega t) dt = \frac{1}{4\pi} V_m I_m \int_0^{2\pi} (1 - \cos 2\omega t) dt$$

$$P = \frac{1}{4\pi} V_m I_m \left(t - \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_0^{2\pi} = \frac{1}{4\pi} V_m I_m \cdot 2\pi = \frac{1}{2} V_m I_m$$

maka daya rata-rata pada kompone R sebesar $\frac{1}{2} V_m I_m = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \frac{I_m}{\sqrt{2}} = V_{eff} I_{eff}$

Untuk komponen L dan C dapat diambil rumus umum, dimana :

$$V(t) = V_m \sin \omega t$$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \theta)$$

nilai θ tergantung dari komponen induktor atau kapasitor (kapasitor bertanda “ + “ , dan induktor bertanda “ - “)

sehingga :

$$P(t) = V(t) \cdot I(t) = V_m I_m \sin \omega t \cdot \sin(\omega t + \theta) = \frac{1}{2} V_m I_m [\cos(\omega t - (\omega t + \theta)) - \cos(\omega t - (\omega t + \theta))]$$

$$P(t) = \frac{1}{2} V_m I_m [\cos \theta - \cos(2\omega t + \theta)]$$

Daya rata – rata :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} V_m I_m [\cos \theta - \cos(2\omega t + \theta)] dt$$

$$P = \frac{1}{4\pi} V_m I_m \left[\int_0^{2\pi} \cos \theta dt - \int_0^{2\pi} \cos(2t + \theta) dt \right] = \frac{1}{2} V_m I_m \cos \theta = V_{eff} I_{eff} \cos \theta$$

dimana nilai efektif (rms) : $V_{eff} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$ dan $I_{eff} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$

Daya Kompleks

Daya Rata – Rata (P)

Daya ini sebenarnya adalah daya yang dipakai oleh komponen pasif resistor yang merupakan daya yang terpakai atau terserap. Kalau kita perhatikan supply dari PLN ke rumah-rumah maka daya yang tercatat pada alat kWh meter adalah daya rata-rata atau sering disebut juga sebagai daya nyata yang akan dibayarkan oleh pelanggan.

Simbol : P

Satuan : Watt (W)

Secara matematis daya rata-rata atau daya nyata merupakan perkalian antara tegangan efektif, arus efektif, dan koefisien faktor dayanya.

$$P = V_{eff} I_{eff} \cos \theta$$

Daya Reaktif (Q)

Daya ini adalah daya yang muncul diakibatkan oleh komponen pasif diluar resistor yang merupakan daya rugi-rugi atau daya yang tidak diinginkan. Daya ini seminimal mungkin dihindari walaupun bisa diperkecil, walaupun tidak akan hilang sama sekali dengan cara memperkecil faktor dayanya.

Simbol : Q

Satuan : Volt Ampere Reaktif (VAR)

Secara matematis daya reaktif merupakan perkalian antara tegangan efektif, arus efektif, dan nilai $\sin \theta$.

$$Q = V_{eff} I_{eff} \sin \theta$$

Daya Tampak (S)

Daya yang sebenarnya disupply oleh PLN, merupakan resultan daya antara daya rata-rata dan daya reaktif.

Simbol : S

Satuan : Volt Ampere (VA)

Secara matematis daya tampak merupakan perkalian antara tegangan dan arus efektifnya

$$S = V_{eff} I_{eff}$$

Daya kompleks

Merupakan gabungan antara daya rata-rata dan daya reaktifnya.

$$S = P + jQ = V_{eff} I_{eff} \cos \theta + jV_{eff} I_{eff} \sin \theta = V_{eff} I_{eff}^*$$

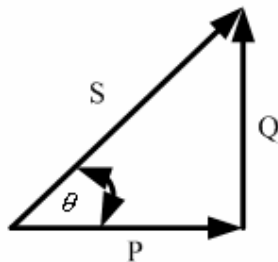
Faktor Daya

Faktor daya atau *power factor (pf)* merupakan perbandingan daya rata-rata terhadap daya tampak.

$$pf = \frac{P}{S} = \frac{V_{eff} I_{eff} \cos \theta}{V_{eff} I_{eff}} = \cos \theta$$

Segitiga Daya

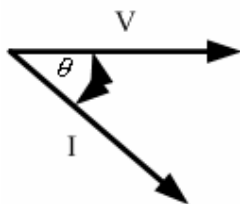
Untuk komponen L :



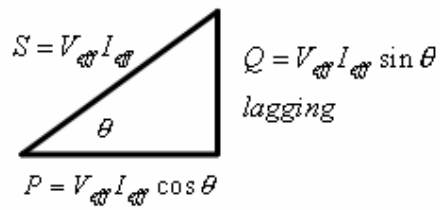
$$P = V_{eff} I_{eff} \cos \theta$$

$$S = V_{eff} I_{eff}$$

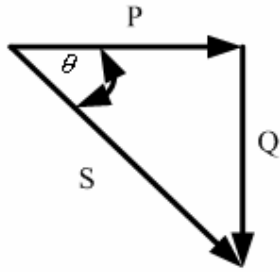
$$Q = V_{eff} I_{eff} \sin \theta$$



I *lagging* terhadap V dimana nilai arus tertinggal sebesar fasa θ dibandingkan dengan nilai tegangan.



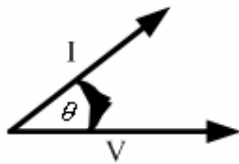
Untuk komponen C :



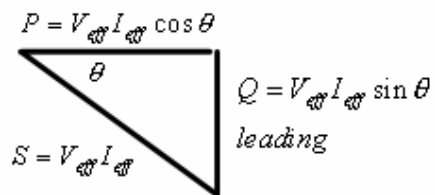
$$P = V_{eff} I_{eff} \cos \theta$$

$$S = V_{eff} I_{eff}$$

$$Q = V_{eff} I_{eff} \sin \theta$$



I *leading* terhadap V dimana nilai arus mendahului sebesar fasa θ dibandingkan dengan nilai tegangan



Rumus umum :

$$P = V_{eff} I_{eff} \cos \theta = I_{eff}^2 R = \frac{V_{eff}^2 R}{R}$$

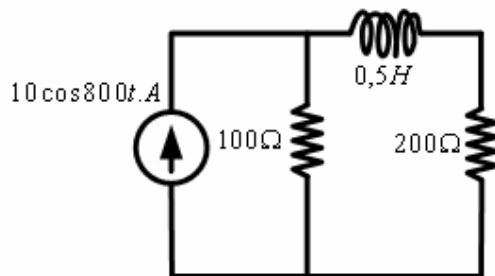
$$Q = V_{eff} I_{eff} \sin \theta = I_{eff}^2 X = \frac{V_{eff}^2 X}{X}$$

$$S = V_{eff} I_{eff} = I_{eff}^2 Z = \frac{V_{eff}^2 Z}{Z}$$

$$pf = \cos \theta = \frac{R}{Z} = \frac{P}{S}$$

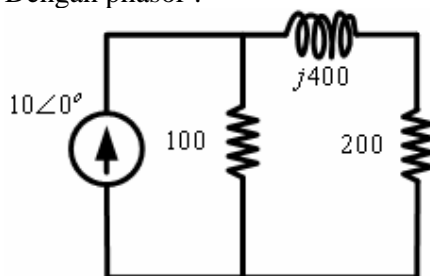
Contoh latihan :

1. Tentukan daya rata-ratanya !



Jawaban :

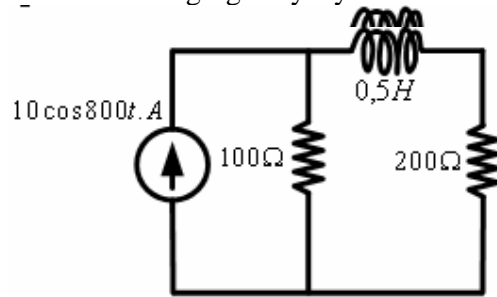
Dengan phasor :



$$Z_p = \frac{(200 + j400) \cdot 100}{(200 + j400) + 100} = \frac{447,2 \angle 63,4^\circ \cdot 100}{500 \angle 53,1^\circ} = 89,44 \angle 10,3^\circ = 87,9 + j15,9$$

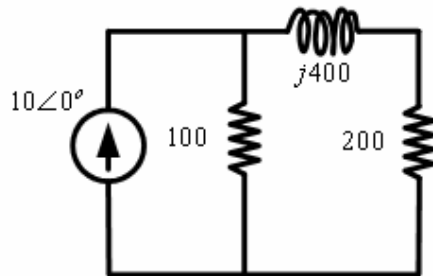
$$\text{sehingga : } P = I_{eff}^2 \cdot R = \left(\frac{10}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot 87,9 = 4395W$$

2. Tentukan segitiga dayanya !



Jawaban :

Dengan phasor :



$$Z_p = \frac{(200 + j400) \cdot 100}{(200 + j400) + 100} = \frac{447,2 \angle 63,4^\circ \cdot 100}{500 \angle 53,1^\circ} = 89,44 \angle 10,3^\circ = 87,9 + j15,9$$

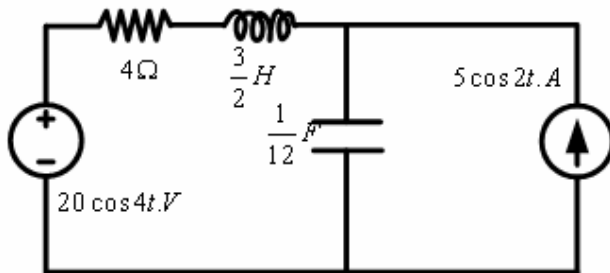
sehingga :

$$P = I_{eff_R}^2 \cdot R = \left(\frac{10}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot 87,9 = 4395W$$

$$Q = I_{eff_X}^2 \cdot X = \left(\frac{10}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot 15,9 = 795W$$

$$S = I_{eff_Z}^2 \cdot Z = \left(\frac{10}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot 89,44 = 4472W$$

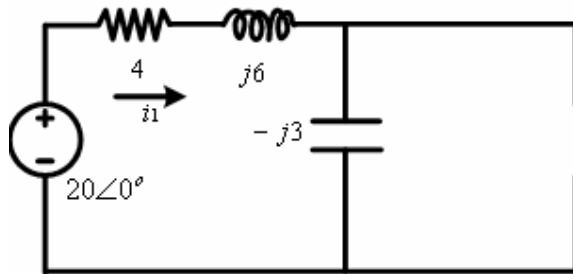
3. Tentukan daya rata-rata pada $R = 4\Omega$!



Jawaban :

Dengan superposisi :

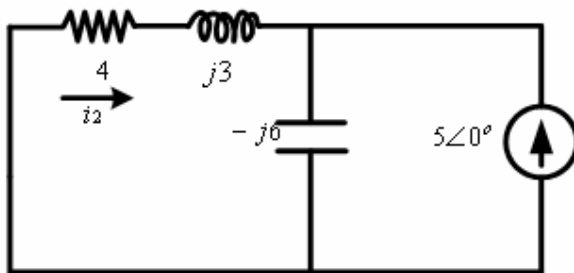
- Pada saat $V_s = 20\cos 4t$ V, aktif :



$$i_1 = \frac{20\angle 0^\circ}{4 + j6 - j3} = \frac{20\angle 0^\circ}{5\angle 37^\circ} = 4\angle -37^\circ$$

$$\text{sehingga : } P_1 = i_{1_{eff}}^2 \cdot R = \left(\frac{4}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 4 = 32W$$

- Pada saat $I_s = 5\cos 2t$ A, aktif :



$$i_2 = \frac{-j6}{-j6 + j3 + 4} \cdot (-5\angle 0^\circ)$$

$$i_2 = \frac{6\angle -90^\circ}{5\angle -37^\circ} \cdot -5 = \frac{-30\angle -90^\circ}{5\angle -37^\circ} = -6\angle -53^\circ$$

$$\text{sehingga : } P_2 = i_{2_{eff}}^2 \cdot R = \left(\frac{-6}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 4 = 72W$$

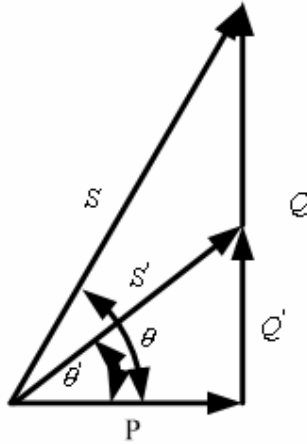
maka :

$$P = P_1 + P_2 = 32 + 72 = 104W$$

Perbaikan Faktor Daya/ *Correction Power Factor*

Faktor daya atau *power factor* (pf) akan membesar atau meningkat ketika nilai $\cos \theta$ mendekati nilai 1 atau sudut θ akan mendekati sudut 0.

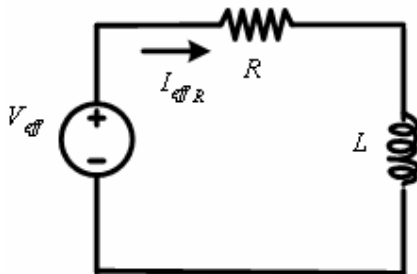
Misalkan kalau kita mempunyai segitiga daya untuk arus *lagging*, secara grafik :



Seperti dijelaskan diawal tadi bahwa Q atau daya reaktif sebenarnya adalah daya rugi-rugi dan sebisa mungkin kita minimalkan, artinya dengan nilai daya rata-rata yang tetap dan nilai daya reaktif yang kita perkecil akan memperkecil daya tampak secara keseluruhan.

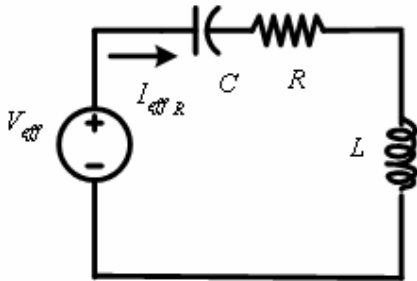
Nilai P tidak berubah yang diubah adalah nilai Q karena Q berkaitan dengan komponen L atau C, oleh karena itu untuk meningkatkan faktor daya maka kita harus memasang secara paralel komponen L atau C.

Kenapa kita harus memasang secara paralel ? karena tujuan diawal kita membuat nilai P yang tetap atau konstan, maka dengan ilustrasi seperti dibawah ini :



$$\text{akan didapatkan nilai } P = I_{eff_R}^2 R \Rightarrow I_{eff_R} = \frac{V_{eff}}{R + j\omega L}$$

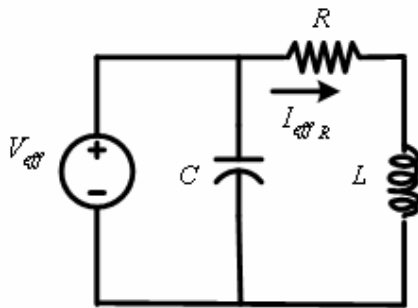
Jika komponen yang akan dipasang untuk memperkecil nilai Q, katakanlah komponen tersebut C maka jika dipasang seri :



akan didapatkan nilai $P = I_{eff_R}^2 R \Rightarrow I_{eff_R} = \frac{V_{eff}}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})}$

terlihat bahwa nilai P-nya telah berubah, padahal kita mempersyaratkan untuk perbaikan faktor daya nilai P-nya tetap.

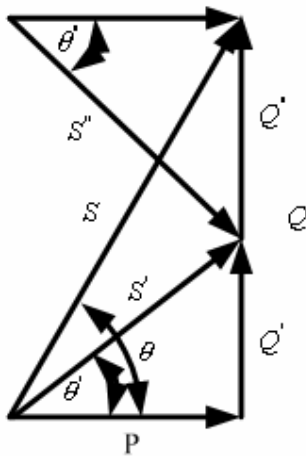
Tetapi jika komponen C tersebut dipasang paralel maka :



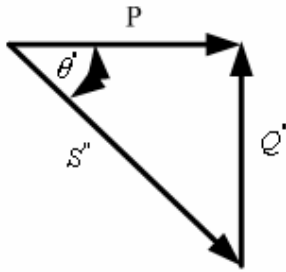
akan didapatkan nilai $P = I_{eff_R}^2 R \Rightarrow I_{eff_R} = \frac{V_{eff}}{R + j\omega L}$

ternyata nilai P-nya tetap dan dengan penambahan komponen C tentunya akan memperkecil daya reaktifnya.

Secara grafik segitiga daya :

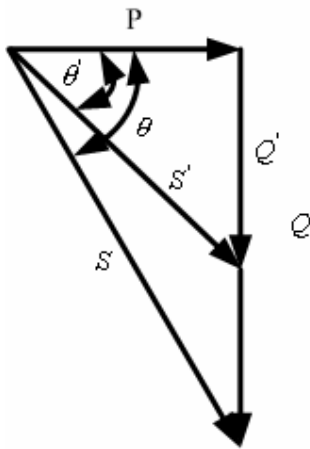


Merupakan komponen C

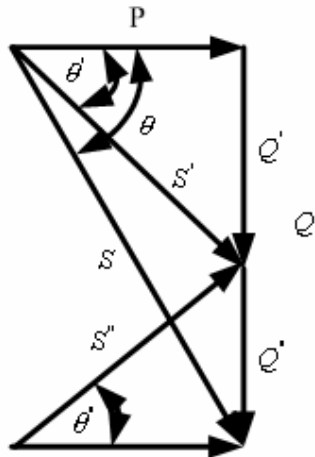


Sehingga untuk meningkatkan pf suatu rangkaian I *lagging* dilakukan dengan menambahkan atau mempararelkan komponen C

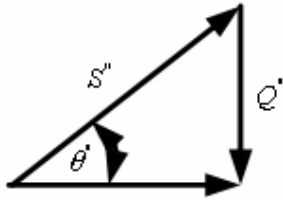
Misalkan kalau kita mempunyai segitiga daya arus *leading*, secara grafik :



Secara grafik segitiga daya :



Merupakan komponen L

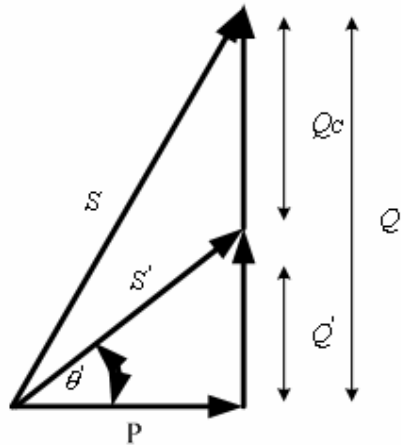


Sehingga untuk meningkatkan pf suatu rangkaian arus *leading* dilakukan dengan menambahkan atau mempararelkan komponen L

Contoh latihan :

1. Faktor daya suatu beban yang telah dikoreksi adalah 0,9 *lagging* dengan cara penambahan 20 kVAR kapasitor parallel. Jika daya akhir adalah 185 kVA. Tentukan segitiga daya sebelum diperbaiki atau dikoreksi !

Jawaban :



$$S' = 185 \text{ kVA}$$

$$\cos \theta' = 0,9 \text{ lagging} \rightarrow \theta' = 26^\circ$$

$$P = S' \cdot \cos \theta' = 185 \text{ k} \cdot \cos 26^\circ = 166,5 \text{ kW}$$

$$Q' = S' \cdot \sin \theta' = 185 \text{ k} \cdot \sin 26^\circ = 81 \text{ k var .lagging}$$

segitiga dayanya setelah dikoreksi :

$$P = 166,5 \text{ kW}$$

$$Q = Q' + Q_c = 81 + 20 = 101 \text{ kVAR lagging}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{166,5^2 \text{ k} + 101^2 \text{ k}} = 194,6 \text{ kVA}$$

2. Sebuah sumber 60 Hz dengan $V_{eff} = 240V$ disuplai oleh 4500 VA ke beban dengan faktor daya 0,75 *lagging*. Tentukan paralel kapasitor untuk meningkatkan faktor daya ke :

- a. 0,9 *lagging*
- b. 0,9 *leading*

Jawaban :

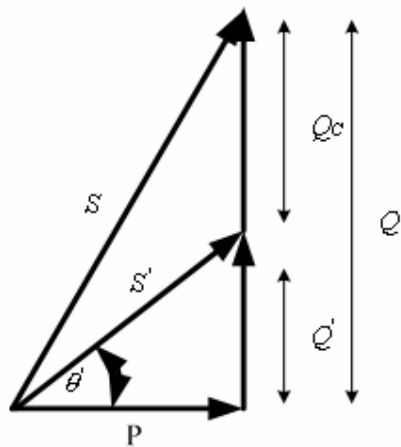
$$S = 4500 \text{ VA}$$

$$\text{pf} = \cos\theta = 0,75 \text{ lagging} \rightarrow \theta = 41,4^\circ$$

$$P = S \cos\theta = 4500 \cdot 0,75 = 3375 \text{ W}$$

$$Q = S \sin\theta = 4500 \cdot \sin 41,4^\circ = 2976 \text{ var lagging}$$

- a. 0,9 *lagging*



$$Q' = P \tan \theta' = 3375 \cdot \tan 26^\circ = 1646 \text{ var lagging}$$

$$Q_c = Q - Q' = 2976 - 1646 = 1330 \text{ var leading}$$

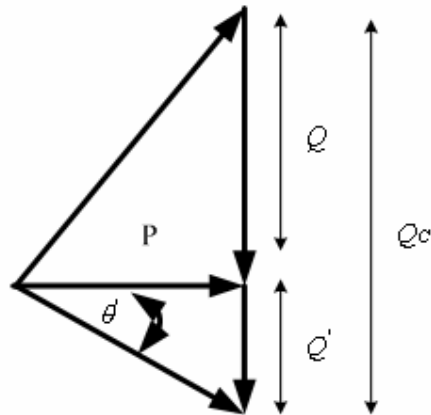
$$Q_c = \frac{V_{eff}^2}{X_c} \rightarrow X_c = \frac{V_{eff}^2}{Q_c} = \frac{240^2}{1330} = 43,3$$

$$X_c = \frac{1}{\omega C} \rightarrow C = \frac{1}{\omega X_c} = \frac{1}{2\pi f \cdot X_c} = \frac{1}{2\pi \cdot 60 \cdot 43,3} = 61,3 \mu F$$

sehingga :

$$C = 61,3 \mu F$$

b. 0,9 *leading*



$$Q' = P \tan \theta' = 3375 \cdot \tan 26^\circ = 1646 \text{ var } \textit{lagging}$$

$$Q_c = Q + Q' = 2976 + 1646 = 4622 \text{ var } \textit{leading}$$

$$Q_c = \frac{V_{eff}^2}{X_c} \rightarrow X_c = \frac{V_{eff}^2}{Q_c} = \frac{240^2}{4622} = 12,5$$

$$X_c = \frac{1}{\omega C} \rightarrow C = \frac{1}{\omega X_c} = \frac{1}{2\pi f \cdot X_c} = \frac{1}{2\pi \cdot 60 \cdot 12,5} = 212,2 \mu F$$

sehingga :

$$C = 212,2 \mu F$$

Perbaikan Faktor Daya dapat menggunakan rumus yang telah didapatkan jika bebannya induktif dan memerlukan penambahan komponen C yang dipasang paralel :

$$X_1 = \frac{R^2 + X^2}{R \tan[\cos^{-1} pfc] - X}$$

dimana :

X_1 = nilai reaktansi setelah perbaikan faktor daya (komponen C)

R = nilai resistansi sebelum perbaikan faktor daya

X = nilai reaktansi sebelum perbaikan faktor daya

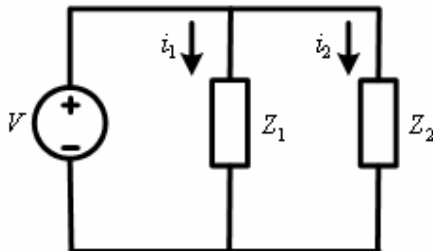
pfc = nilai dari perbaikan faktor dayanya (pf setelah diperbaiki)

dengan catatan :

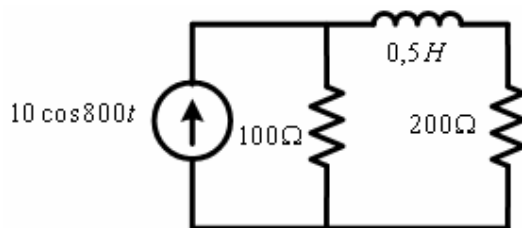
- Jika pfc *lagging* maka $\tan[\cos^{-1} pfc]$ bernilai positif
- Jika pfc *leading* maka $\tan[\cos^{-1} pfc]$ bernilai negatif

Soal – soal :

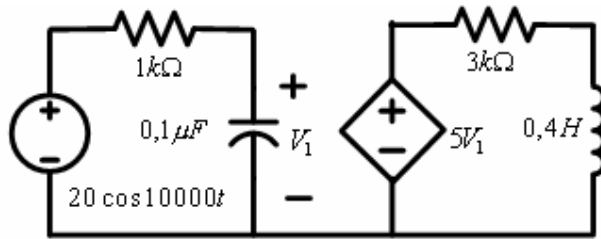
1. Dua buah beban dipasang secara paralel dan disuplai oleh tegangan efektif 220 V dengan pf 0,9 *lagging*. Salah satu beban diketahui mempunyai pf sebesar 0,8 *leading* dengan daya rata-rata 1200 W. Jika daya rata-rata total kedua beban adalah 2000 W. Berapa pf beban kedua ?
2. Diberikan suatu rangkaian dengan tegangan terpasang $V = 150 \sin(\omega t + 10^\circ) V$ dan arus yang dihasilkan $i = 5 \sin(\omega t - 50^\circ) A$. Tentukan segitiga dayanya !
3. Dua buah elemen seri mempunyai daya rata-rata 940 W dan pf 0,707 *leading*. Jika tegangan $V = 99 \sin(6000t + 30^\circ) V$. Tentukan kedua elemen tersebut !
4. Tentukan segitiga daya kombinasi paralel dari masing-masing beban dimana untuk beban 1 mempunyai 250 VA pf 0,5 *lagging*, beban 2 sebesar 180 W pf 0,8 *leading* dan beban 3 sebesar 300 VA, 100 var *lagging* !
5. Tentukan segitiga dayanya !
Jika $V_{eff} = 20 \angle 60^\circ$, $Z_1 = 4 \angle 30^\circ$, $Z_2 = 5 \angle 60^\circ$



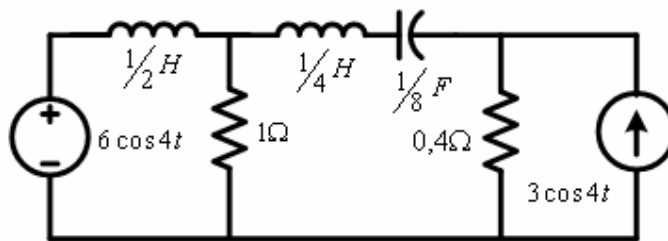
6. Tentukan daya rata-rata pada gambar berikut :



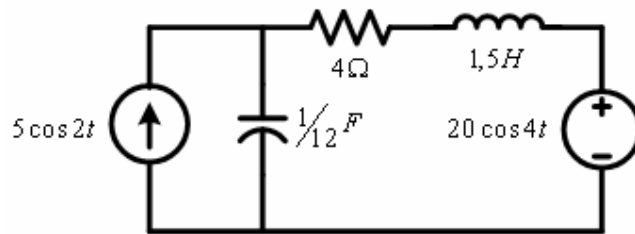
7. Tentukan daya rata-rata pada resistor $3k\Omega$:



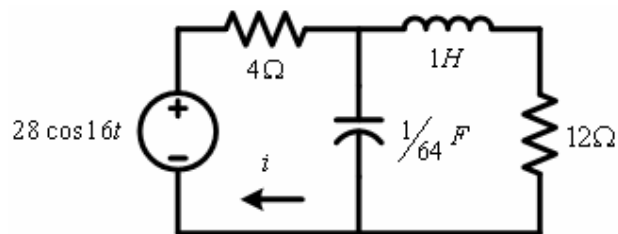
8. Tentukan daya rata-rata pada $0,4\Omega$:



9. Cari daya rata-rata pada resistor 4Ω :

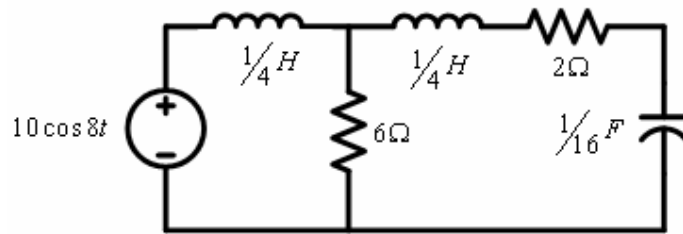


10. Tentukan i_{eff} dan power faktor dilihat dari sumber :

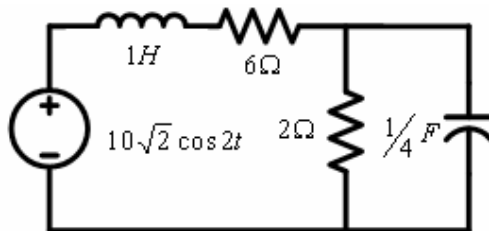


11. Komponen apa yang harus dipasang paralel pada saat soal diatas, jika koreksi power pactor menjadi $0,8 \text{ lagging}$.

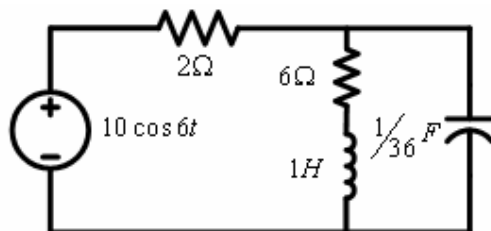
12. Tentukan pf dilihat dari terminal sumber dan berapa nilai komponen yang perlu dipasang secara paralel dengan sumber agar pf menjadi 1 :



13. Tentukan daya nyata, daya reaktif dan daya kompleks yang dikirim sumber pada gambat ini

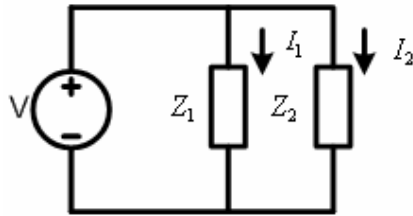


14. Tentukan P, Q, S oleh sumber dan elemen reaktif yang harus dipasang paralel dengan sumber agar pf dilihat dari sumber menjadi 0,9 *leading*



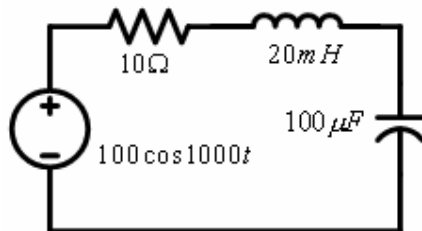
15. Dua buah beban dipasang secara paralel dan disuplai oleh tegangan efektif 220 V dengan pf 0,9 *lagging*. Salah satu beban diketahui mempunyai pf sebesar 0,8 *leading* dengan daya rata-rata 1200 W. Jika daya rata-rata total kedua beban adalah 2000 W. Berapa pf beban kedua ?
16. Faktor daya suatu beban yang telah dikoreksi adalah 0,9 *lagging* dengan cara penambahan 20 kVAR kapasitor paralel. Jika daya akhir adalah 185 kVA. Tentukan segitiga daya sebelum diperbaiki/dikoreksi.
17. Diberikan suatu rangkaian dengan tegangan terpasang $v = 150 \sin(\omega t + 10^\circ)$ dan arus yang dihasilkan $i = 5 \sin(\omega t - 50^\circ)$. Tentukan segitiga dayanya.

18. Dua buah elemen seri mempunyai daya rata-rata 940 W dan $\text{pf } 0,707 \text{ leading}$. Jika tegangan $v = 99 \sin(6000t + 30^\circ)$. Tentukan kedua elemen tersebut ?
19. Jika $v_{\text{eff}} = 20 \angle 60^\circ$, $Z_1 = 4 \angle 30^\circ$ dan $Z_2 = 5 \angle 60^\circ$. Tentukan segitiga dayanya.

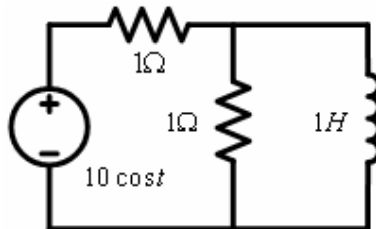


20. Tentukan segitiga daya kombinasi paralel dari masing-masing beban dimana untuk beban 1 mempunyai 250 VA $\text{pf } 0,5 \text{ lagging}$, beban 2 sebesar 180 W $\text{pf } 0,8 \text{ leading}$ dan beban 3 sebesar 300 VA, 100 VAR lagging .
21. Sebuah sumber 60 Hz dengan $V_{\text{eff}} = 240 \text{ V}$ disuplai oleh 44500 VA ke beban dengan $\text{pf } 0,75 \text{ lagging}$. Tentukan paralel kapasitor untuk meningkatkan pf ke :
- 0,9 lagging
 - 0,9 leading

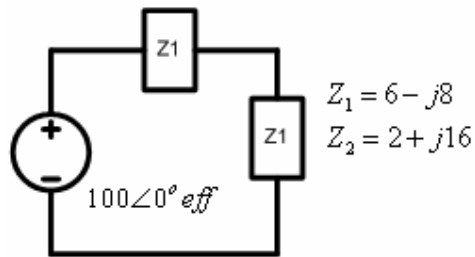
22. Tentukan daya rata-rata dan daya reaktif :



23. Tentukan daya rata-rata dan daya reaktif :



24. Tentukan segitiga daya :



25. Tentukan segitiga daya pada masing-masing beban pada soal diatas !

26. Sebuah beban $Z = 100 + j100$, tentukan kapasitansi paralel agar pf meningkat menjadi 0,95 *lagging* (Asumsi $\omega = 377 \text{ rad/s}$)

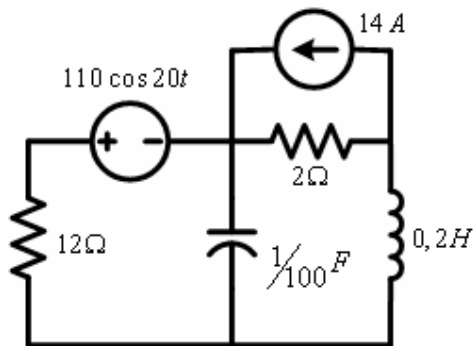
27. Dua buah beban dipasang paralel, dimana beban 1 dengan daya 50 kW resistif murni dan beban 2 dengan pf 0,86 *lagging* daya 100 kVA disuplai tegangan 10000 Vrms. Tentukan total arusnya. !

28. Sebuah beban $50 + j80$. Tentukan :

- pf sebelum dikoreksi
- Z_1 agar pf meningkat menjadi 1
- Dari nilai Z_1 tentukan komponen apa yang harus dipasang paralel, jika ($\omega = 377 \text{ rad/s}$)

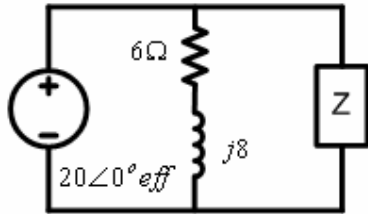
29. Suatu beban 110 Veff dengan 4 kW dan pf 0,82 *lagging*. Tentukan nilai C agar pf meningkat menjadi 0,95 *lagging* dengan $\omega = 377 \text{ rad/s}$!

30. Tentukan daya rata-rata pada $R = 2 \Omega$:

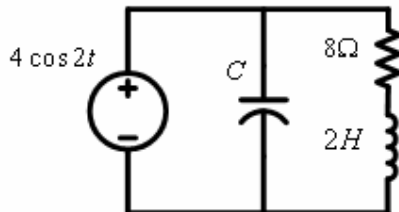


31. Dua buah beban dengan 440 Vrms 60 HZ dimana beban 1 12 kVA 0,7 *lagging* dan beban 2 10 kVA 0,8 *lagging*. Tentukan segitiga daya totalnya. !

32. Jika daya yang disuplai 50 kVA dengan pf 0,8 *lagging*. Tentukan Z !



33. Dua buah beban dengan $v_{eff} = 100\angle 160^\circ$ dimana $I_{tot} = 2\angle 190^\circ$ beban 1 $P_1 = 23,2$ W , $Q_1 = 50$ VAR *lagging*. Tentukan pf_2 !
34. Dua buah elemen seri $R = 10$ ohm dan $X_c = 5$ ohm mempunyai tegangan efektif 120 V. tentukan pf !
35. Dua buah elemen seri dengan arus sesaat $i = 4,24 \sin(5000t + 45^\circ)$ mempunyai daya 180 W dan pf 0,8 *lagging*. Tentukan kedua elemen tersebut !
36. Sebuah beban 300 kW dengan pf 0,65 *lagging* saat diparalel kapasitor pf menjadi 0,9 *lagging*. Tentukan nilai daya yang disuplai kapasitor !
37. Sebuah beban 1 dengan daya 200 VA pf 0,8 *lagging* dikombinasikan dengan beban 2. Jika total pf adalah 0,9 *lagging*, tentukan pf beban 2 jika $P_{tot} = 200$ W !
38. Tentukan nilai C agar pf naik menjadi 1,2 semula !



BAB IX FREKUENSI KOMPLEKS DAN FUNGSI TRANSFER

Sinyal Sinusoidal Teredam

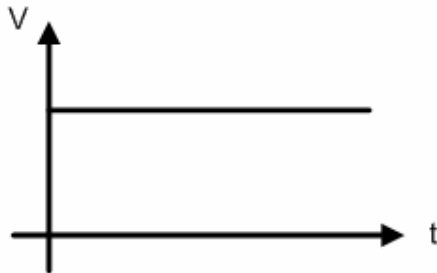
Pada bab sebelumnya kita telah melihat bahwa fungsi sinusoidal mempunyai persamaan sebagai berikut : $v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi)$ Volt.

Pada bab ini akan dibahas mengenai frekuensi kompleks yang sebetulnya muncul dari persamaan fungsi sinusoidal diatas hanya ditambahkan suatu nilai konstanta peredamnya, dimana dituliskan dalam persamaan : $v(t) = V_m e^{\sigma t} \cos(\omega t + \phi)$ Volt.

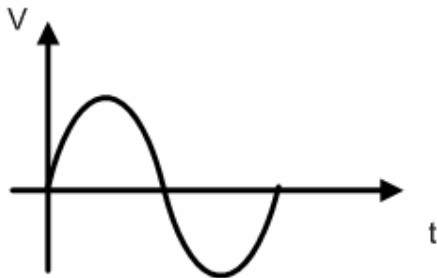
Pada persamaan tersebut muncul suatu konstanta peredam e^{σ} , dimana σ adalah bernilai negatif atau nol yang disebut dengan faktor peredam/frekuensi Neper dengan satuan Np/s.

Pada persamaan $v(t) = V_m e^{\sigma t} \cos(\omega t + \phi)$ Volt tersebut apabila kita analisis bahwa :

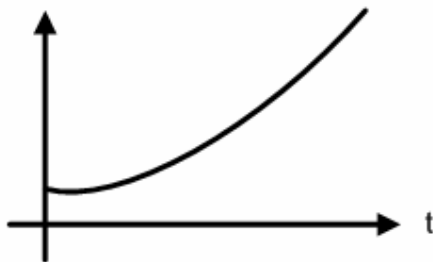
- Jika $\sigma = 0, \omega = 0 \Rightarrow v(t) = V_m$ merupakan sinyal searah atau DC.



- Jika $\sigma = 0 \Rightarrow v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta)$ merupakan sinyal sinusoidal murni.



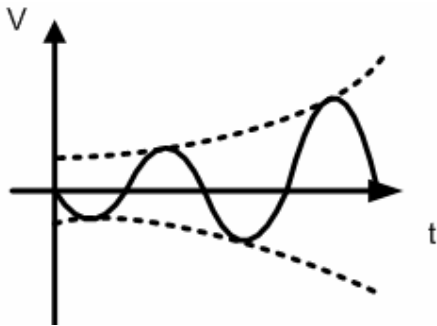
- Jika $\omega = 0, \sigma > 0 \Rightarrow v(t) = V_m e^{\sigma t}$ merupakan sinyal eksponensial positif.



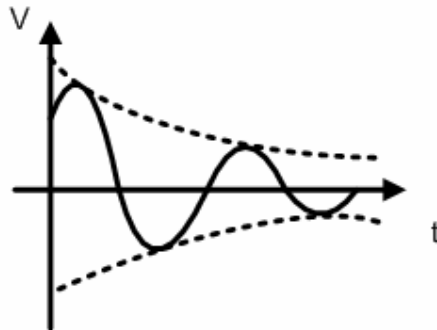
- Jika $\omega = 0, \sigma < 0 \Rightarrow v(t) = V_m e^{-\sigma t}$ merupakan sinyal eksponensial negatif.



- Jika $\sigma > 0 \Rightarrow v(t) = V_m e^{\sigma t} \cos(\omega t + \phi)$ merupakan sinyal sinusoidal teredam positif.



- Jika $\sigma < 0 \Rightarrow v(t) = V_m e^{-\sigma t} \cos(\omega t + \phi)$ merupakan sinyal sinusoidal teredam negatif.



Phasor Frekuensi Kompleks

Pada bab sebelumnya mengenai notasi phasor untuk sinyal AC murni adalah sebagai berikut :

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi)$$

Notasi phasor :

$$V = \operatorname{Re}[V_m e^{j(\omega t + \phi)}] = \operatorname{Re}[V_m e^{j\phi} e^{j\omega t}]$$

$$V(j\omega) = V_m e^{j\phi} = V_m \angle \phi$$

Jika konsep diatas diterapkan pada fungsi sinusoidal teredam maka :

$$v(t) = V_m e^{\sigma t} \cos(\omega t + \phi)$$

Notasi phasor :

$$V = \operatorname{Re}[V_m e^{\sigma t} e^{j(\omega t + \phi)}] = \operatorname{Re}[V_m e^{j\phi} e^{(\sigma + j\omega)t}] = \operatorname{Re}[V_m e^{j\phi} e^{st}]$$

$$V(s) = V_m e^{j\phi} = V_m \angle \phi$$

dimana : $s = \sigma + j\omega$

Impedansi dan Admitansi Frekuensi Kompleks

$$V(s) = Z(s)I(s)$$

dimana :

Impedansi kompleks:

$$Z_R(s) = R$$

$$Z_L(s) = sL$$

$$Z_C(s) = \frac{1}{sC}$$

Admitansi kompleks :

$$Y_R(s) = \frac{1}{R} = G$$

$$Y_L(s) = \frac{1}{sL}$$

$$Y_C(s) = sC$$

Contoh latihan :

1. Tentukan frekuensi kompleks dari sinyal dibawah ini :

a. $V = 25e^{-t} \cos 2t$

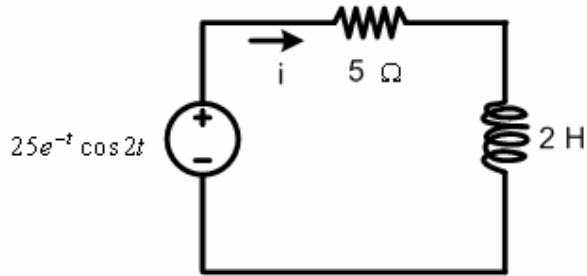
b. $V = 3e^{-4t}$

Jawaban :

a. $s = -1 + j2$

b. $s = -4$

2. Tentukan arus i yang mengalir dari rangkaian berikut :



Jawaban :

$$s = -1 + j2$$

$$Z_R(s) = 5$$

$$Z_L(s) = sL = 2s$$

$$Z_T(s) = 5 + 2s$$

$$V = 25e^{-t} \cos 2t = 25 \angle 0^\circ$$

$$i(s) = \frac{V(s)}{Z_T(s)} = \frac{25 \angle 0^\circ}{5 + 2s} = \frac{25 \angle 0^\circ}{5 + 2(-1 + j2)} = 5 \angle -53,1^\circ$$

$$i(t) = 5e^{-t} \cos(2t - 53,1^\circ) A$$

Fungsi Transfer Frekuensi Kompleks

Perbandingan antara output dengan input dalam frekuensi kompleks / $H(s)$.

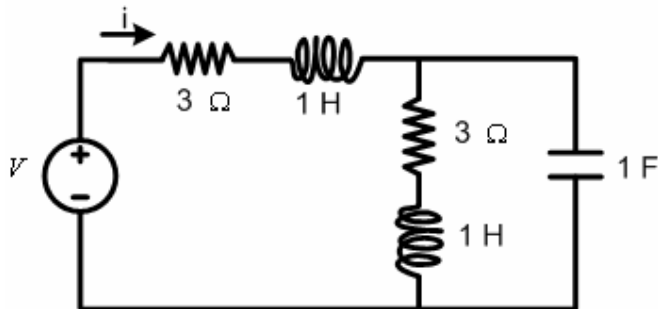
$H(s)$ bisa perbandingan tegangan terhadap arus, arus terhadap tegangan, tegangan terhadap tegangan, atau arus terhadap arus.

Misal :

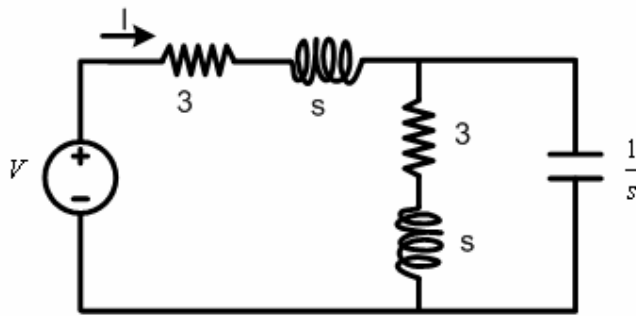
$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} \rightarrow V_o(s) = H(s) \cdot V_i(s)$$

Contoh latihan :

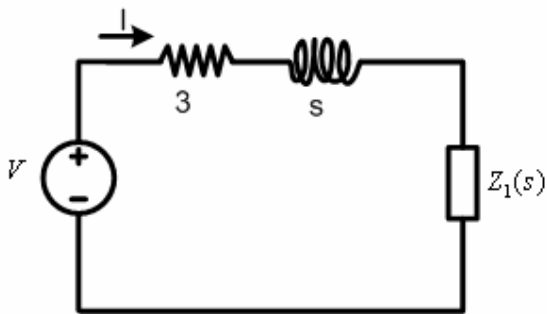
1. Tentukan fungsi transfer I terhadap V pada rangkaian berikut :



Jawaban :



$$Z_1(s) = \frac{3+s}{s^2+3s+1}$$



$$H(s) = \frac{I(s)}{V(s)} = \frac{1}{3+s+\frac{3+s}{s^2+3s+1}}$$

$$H(s) = \frac{s^2+3s+1}{s^3+6s^2+11s+6}$$

$$H(s) = \frac{s^2+3s+1}{(s+2)(s+3)(s+1)}$$

2. Tentukan output tegangan jika diberikan fungsi transfer :

$$H(s) = \frac{4(s+5)}{s^2+4s+5}$$

dimana input $V_i(s) = 2\angle 0^\circ$ dan $s = -2+j3$

Jawaban :

$$V_o(s) = H(s) \cdot V_i(s) = \frac{4(s+5)}{s^2+4s+5} \cdot 2\angle 0^\circ = \frac{4(-2+j3+5)}{(-2+j3)^2+4(-2+j3)+5} \cdot 2\angle 0^\circ = -3(1+j)$$

$$V_o(s) = 3\sqrt{2}\angle -135^\circ$$

$$V_o(t) = 3\sqrt{2}e^{-t} \cos(3t-135^\circ)$$

Pole dan Zero

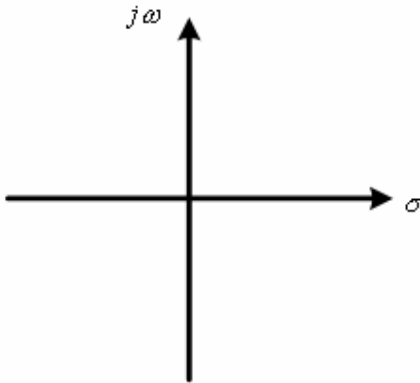
Jika fungsi transfer : $H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)}$ dinyatakan dengan persamaan :

$$H(s) = \frac{b_m(s - Z_1)(s - Z_2).....(s - Z_m)}{a_n(s - P_1)(s - P_2).....(s - P_n)} \Rightarrow \frac{\text{numerator}}{\text{denominator}}$$

Yang dikatakan dengan zero adalah pembuat nilai nol pada fungsi transfer tersebut, dimana zero pada fungsi transfer diatas terdiri dari Z_1, Z_2,Z_m.

Yang dikatakan dengan pole adalah pembuat nilai tak hingga pada fungsi transfer tersebut, dimana pole pada fungsi transfer diatas terdiri dari P_1, P_2,P_n.

Diagram s-plane :



Pada diagram s-plane tersebut dapat ditentukan kestabilan, dimana BIBO (*Bounded Input Bounded Output*) stability terletak atau berada disebelah kiri pole-polenya.

Macam-macam bentuk kestabilan :

- ❑ *Absolutely* stabil : berada disebelah kiri $j\omega$ axis.
- ❑ *Conditionally* stabil : tidak ada disebelah kanan pole tapi pada $j\omega$ axis untuk orde > 1 .
- ❑ *Unstable* stabil : berada disebelah kanan $j\omega$ axis.

Diagram Bode Plot

Grafik penguatan fungsi transfer dalam desibel (dB) dan fasa dalam derajat terhadap logaritmik frekuensi.

$$H(s) = \frac{b_m(s + Z_1)(s + Z_2).....(s + Z_m)}{a_n(s + P_1)(s + P_2).....(s + P_n)} = k_1 \frac{(s + Z_1)(s + Z_2).....(s + Z_m)}{(s + P_1)(s + P_2).....(s + P_n)}$$

$$H(s) = K \frac{(1 + s/Z_1)(1 + s/Z_2).....(1 + s/Z_m)}{(1 + s/P_1)(1 + s/P_2).....(1 + s/P_n)}$$

Jika : $s = j\omega$

$$H(j\omega) = K \frac{(1 + j\omega/Z_1)(1 + j\omega/Z_2).....(1 + j\omega/Z_m)}{(1 + j\omega/P_1)(1 + j\omega/P_2).....(1 + j\omega/P_n)}$$

dimana besaran magnitude dan phasanya terpisah, maka didapatkan :

$$|H(j\omega)| = |K| \frac{\left|1 + j\omega/Z_1\right| \left|1 + j\omega/Z_2\right| \dots \left|1 + j\omega/Z_m\right|}{\left|1 + j\omega/P_1\right| \left|1 + j\omega/P_2\right| \dots \left|1 + j\omega/P_n\right|}$$

$$\angle H(j\omega) = K \frac{\angle(1 + j\omega/Z_1) \angle(1 + j\omega/Z_2) \dots \angle(1 + j\omega/Z_m)}{\angle(1 + j\omega/P_1) \angle(1 + j\omega/P_2) \dots \angle(1 + j\omega/P_n)}$$

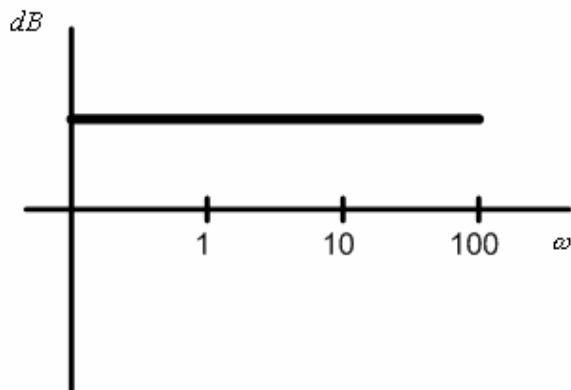
Ada 4 jenis faktor yang dapat muncul pada diagram bode plot fungsi transfer, yaitu :

1. Konstanta K
2. Pole atau zero pada titik asal
3. Pole atau zero orde satu $\rightarrow (1 + j\omega/\omega_1)$
4. Pole atau zero faktor kuadratik $\rightarrow 1 + j\left(2\xi/\omega_0\right) + \left(j\omega/\omega_0\right)^2$

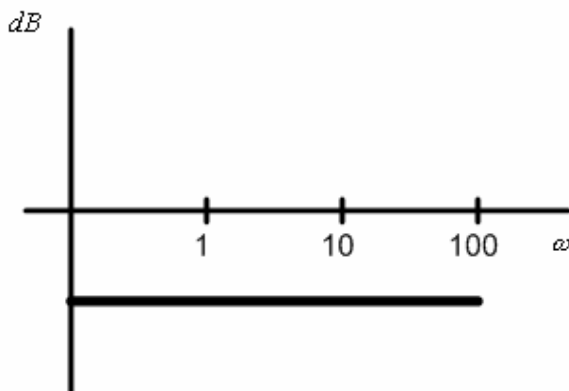
Maka diagram bode untuk masing-masing faktor tersebut :

1. Logaritmik K $\rightarrow 20 \log K$

Untuk nilai : $K \geq 1$

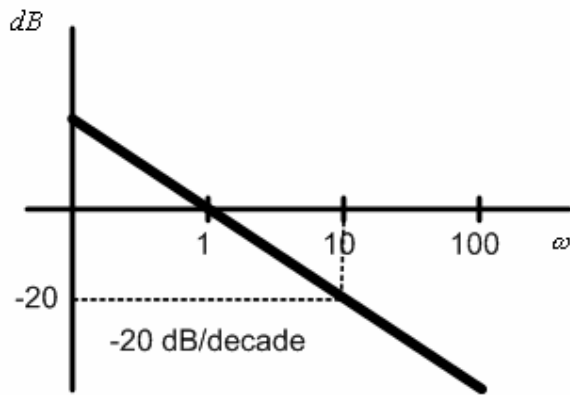


Untuk nilai : $0 < K < 1$

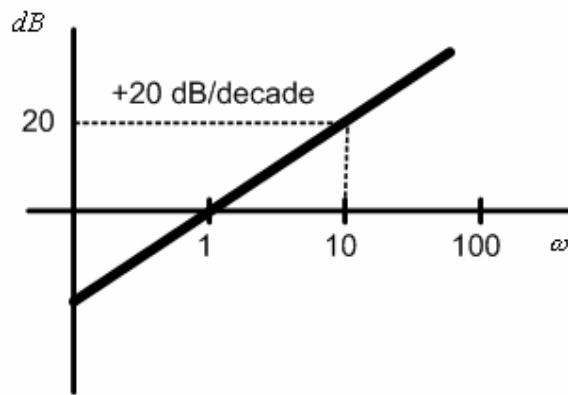


2. Pole atau zero pada titik asal

Untuk pole : $20\log\left|\frac{1}{j\omega}\right| = -20\log\omega$



Untuk zero : $20\log|j\omega| = 20\log\omega$



3. Pole atau zero orde satu.

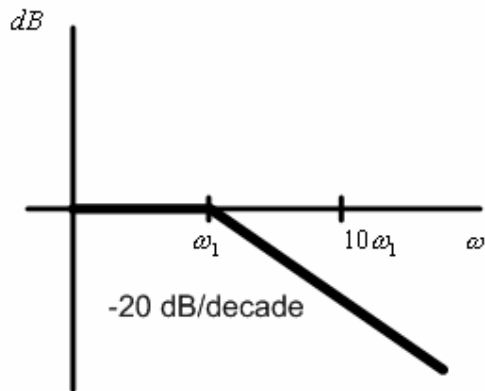
Untuk pole : $20\log\left|\frac{1}{1+j\omega/\omega_1}\right|$

Asimtot :

$\omega \ll \omega_1 \Rightarrow 20\log 1 = 0\text{dB}$

$\omega \gg \omega_1 \Rightarrow -20\log\frac{\omega}{\omega_1}$

Frekuensi cut off di $\omega = \omega_1$



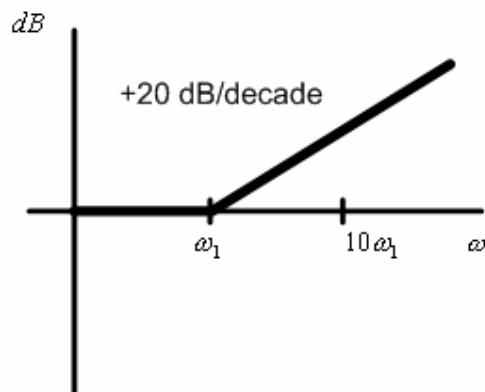
Untuk zero : $20 \log \left| 1 + j\omega / \omega_1 \right|$

Asimtot :

$$\omega \ll \omega_1 \Rightarrow 20 \log 1 = 0 \text{ dB}$$

$$\omega \gg \omega_1 \Rightarrow 20 \log \frac{\omega}{\omega_1}$$

Frekuensi cut off di $\omega = \omega_1$



4. Pole atau zero faktor kuadratik

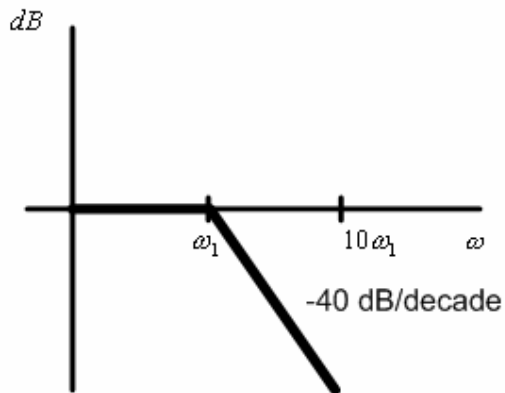
$$\text{Untuk pole : } 20 \log \left| \frac{1}{1 + j\left(\frac{2\xi}{\omega_0}\right) + \left(j\omega / \omega_0\right)^2} \right|$$

Asimtot :

$$\omega \ll \omega_0 \Rightarrow 20 \log 1 = 0 \text{ dB}$$

$$\omega \gg \omega_0 \Rightarrow -40 \log \frac{\omega}{\omega_0}$$

Frekuensi cut off di $\omega = \omega_0$



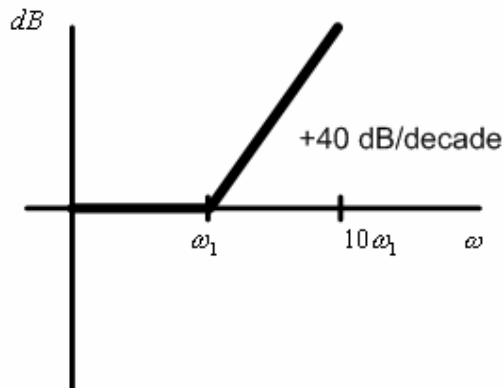
Untuk zero : $20 \log \left| 1 + j \left(\frac{2\xi}{\omega_0} \right) + \left(\frac{j\omega}{\omega_0} \right)^2 \right|$

Asimtot :

$$\omega \ll \omega_0 \Rightarrow 20 \log 1 = 0 \text{ dB}$$

$$\omega \gg \omega_0 \Rightarrow 40 \log \frac{\omega}{\omega_0}$$

Frekuensi cut off di $\omega = \omega_0$



Contoh latihan :

1. Jika fungsi transfer dinyatakan dengan persamaan : $H(s) = \frac{R}{R + sL}$

Tentukan diagram bode plotnya !

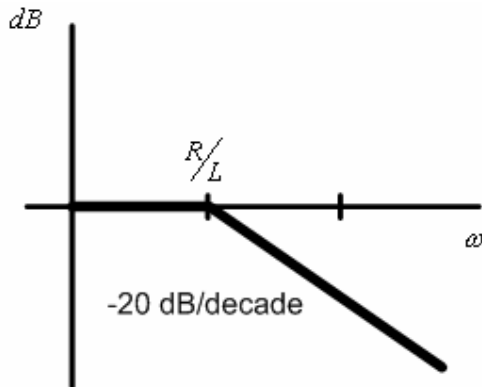
Jawaban :

$$H(s) = \frac{R}{R + sL} = \frac{1}{1 + sL/R}$$

Jika $s = j\omega$

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega L/R} = \frac{1}{1 + j\omega / (R/L)}$$

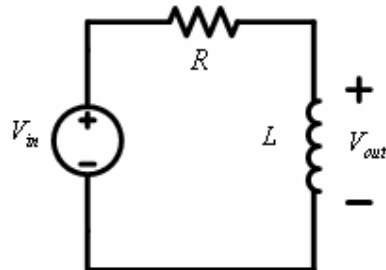
Gambar diagram bode plot :



2. Jika suatu rangkaian seri RL diberikan tegangan AC sebagai inputnya (V_{in}) dan output pada komponen L, maka tentukan :
- Fungsi transfer dalam domain s
 - Diagram bode plot

Jawaban :

- a. Jika output pada komponen L maka fungsi transfer :



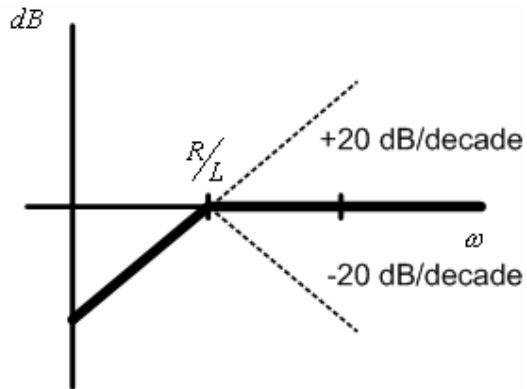
$$H(s) = \frac{sL}{sL + R}$$

- b. Diagram bode plot :

$$H(s) = \frac{sL}{sL + R} = \frac{sL/R}{sL/R + 1} = \frac{s/R/L}{1 + s/R/L}$$

Jika $s = j\omega$, maka :

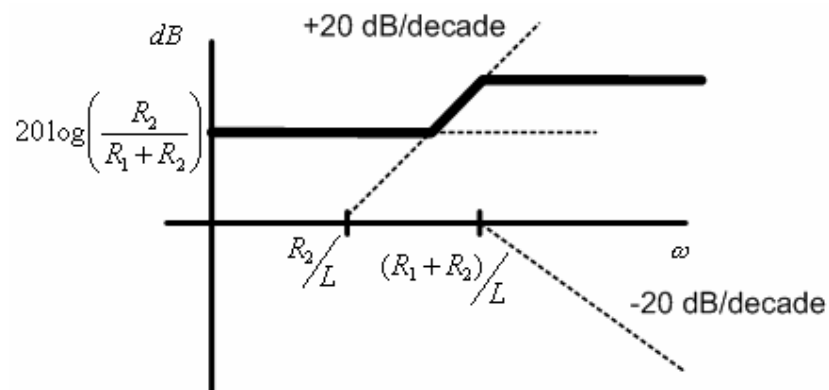
$$H(j\omega) = \frac{j\omega / (R/L)}{1 + j\omega / (R/L)}$$



3. $H(s) = \frac{R_2 + sL}{R_1 + R_2 + sL}$, tentukan diagram bode plot !

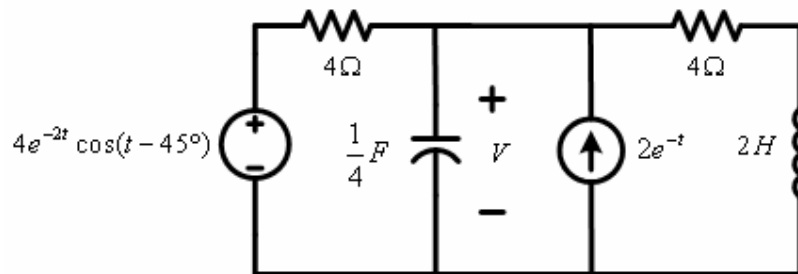
Jawaban :

$$H(s) = \frac{R_2 + sL}{R_1 + R_2 + sL} = \frac{R_2(1 + sL/R_2)}{(R_1 + R_2)(1 + sL/(R_1 + R_2))} = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) \frac{\left(1 + \frac{s}{R_2/L} \right)}{\left(1 + \frac{s}{(R_1 + R_2)/L} \right)}$$

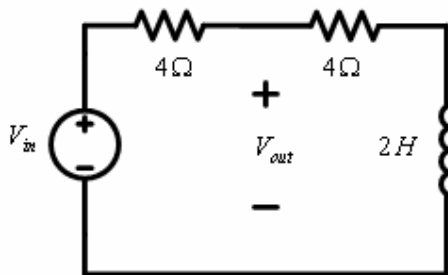


Soal – soal :

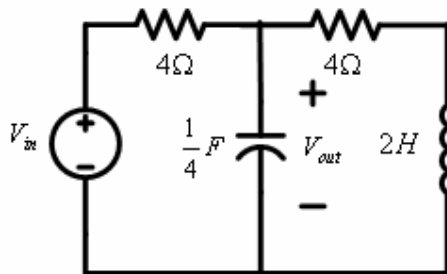
1. Tentukan nilai V !



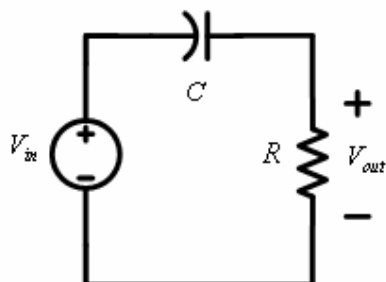
2. Tentukan fungsi transfer dari gambar berikut :



3. Gambarkan diagram bode pada soal nomor 2 diatas !
4. Tentukan fungsi transfer dari gambar berikut :

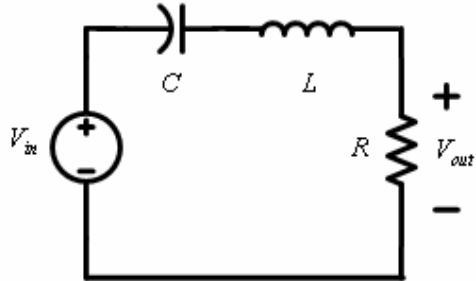


5. Gambarkan diagram bode pada soal nomor 4 diatas !
6. Tentukan fungsi transfer dari gambar berikut :



7. Gambarkan diagram bode pada soal nomor 6 diatas !

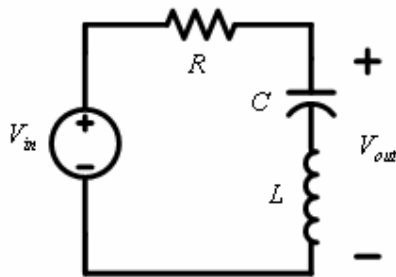
8. Tentukan fungsi transfer dari gambar berikut :



9. Gambarkan diagram bode pada soal nomor 8 diatas !

10. Gambarkan diagram bode jika $H(s) = \frac{32(s+1)}{s(s+8)}$

11. Tentukan fungsi transfer dari gambar berikut :



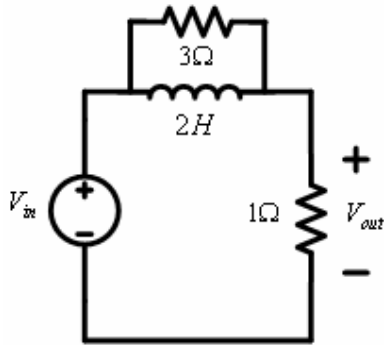
12. Gambarkan diagram bode jika $H(s) = \frac{3+2s}{3+8s}$

13. Gambarkan diagram bode jika $H(s) = \frac{5(1+0,1s)}{s(1+0,5s)(1+\frac{0,6s}{50}+(\frac{s}{50})^2)}$

14. Gambarkan diagram bode jika $H(s) = \frac{400(s+1)}{(s+4)(s+10)}$

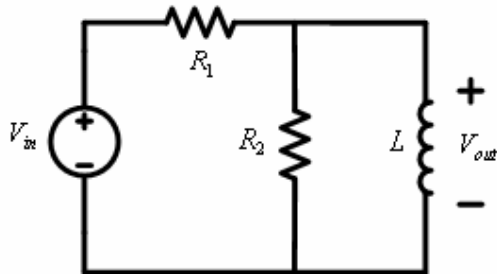
15. Gambarkan diagram bode jika $H(s) = \frac{16s}{s^2+4s+16}$

16. Tentukan fungsi transfer dari gambar berikut :



17. Gambarkan diagram bode untuk soal nomor 16 diatas !

18. Tentukan fungsi transfer dari gambar berikut :



19. Gambarkan diagram bode untuk soal nomor 18 diatas !

BAB X RESPON FREKUENSI DAN RESONANSI

Respon frekuensi merupakan hubungan atau relasi frekuensi tak bebas pada kedua besaran magnitude dan phasa diantara input sinusoidal *steady state* dan output sinusoidal *steady state*.

Direpresentasikan sebagai perbandingan output respon $Y(j\omega)$ terhadap input sinusoidal $X(j\omega)$ atau yang lebih dikenal dengan fungsi transfer dalam domain $j\omega$:

$$H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}$$

dimana :

$$|H(j\omega)| = \frac{|Y(j\omega)|}{|X(j\omega)|}$$

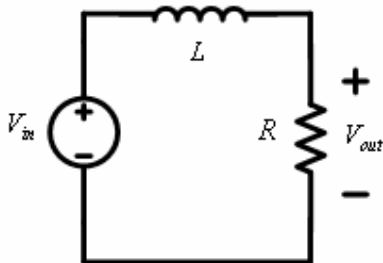
$$\angle H(j\omega) = \frac{\angle Y(j\omega)}{\angle X(j\omega)} = \angle Y(j\omega) - \angle X(j\omega)$$

Misalkan :

Input $v_{in}(t) = A \cos(\omega_0 t + \theta)$ maka output $v_{out}(t) = A |H(j\omega)| \cos(\omega_0 t + \theta + \angle H(j\omega))$

Rangkaian RL

Jika komponen R sebagai output tegangan :



Fungsi transfer dalam domain s :

$$H(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = \frac{R}{R + sL} = \frac{1}{1 + sL/R}$$

Jika $s = j\omega$, maka fungsi transfernya menjadi :

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega L/R}$$

sehingga respon frekuensi :

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega L}{R}\right)^2}}$$

$$\angle H(j\omega) = -\tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right)$$

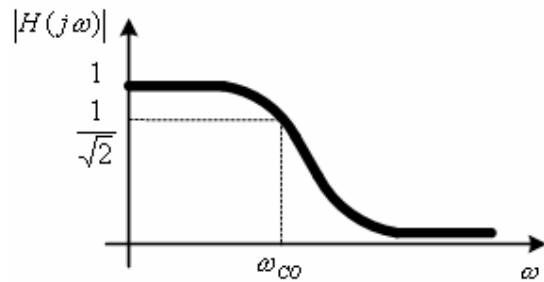
Gambar respon frekuensi magnitude :

saat :

$$\omega = 0 \Rightarrow |H(j\omega)| = 1$$

$$\omega = \infty \Rightarrow |H(j\omega)| = 0$$

$$\omega = \frac{R}{L} \Rightarrow |H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \text{frekuensi..cut..off}$$



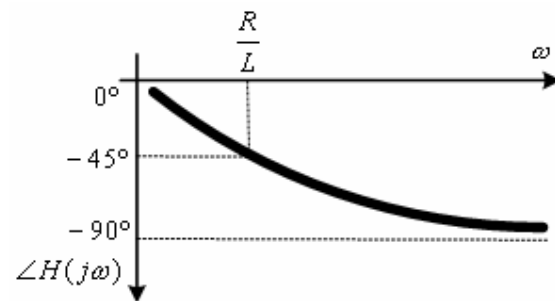
Gambar respon frekuensi fasa :

saat :

$$\omega = 0 \Rightarrow \angle H(j\omega) = 0^\circ$$

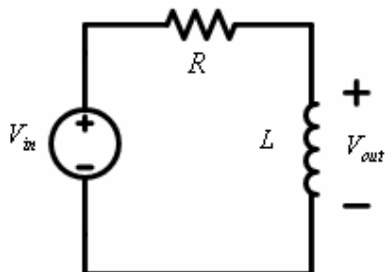
$$\omega = \infty \Rightarrow \angle H(j\omega) = -90^\circ$$

$$\omega = \frac{R}{L} \Rightarrow \angle H(j\omega) = -45^\circ \Rightarrow \text{frekuensi..cut..off}$$



Rangkaian RL diatas sebagai *Low Pass Filter (LPF)*.

Jika komponen *L* sebagai output :



Fungsi transfer dalam domain s :

$$H(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = \frac{sL}{sL + R} = \frac{1}{1 + R/sL}$$

Jika $s = j\omega$, maka fungsi transfernya menjadi :

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + R/j\omega L} = \frac{1}{1 - jR/\omega L}$$

sehingga respon frekuensi :

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (R/\omega L)^2}}$$

$$\angle H(j\omega) = -\tan^{-1}\left(-\frac{R}{\omega L}\right)$$

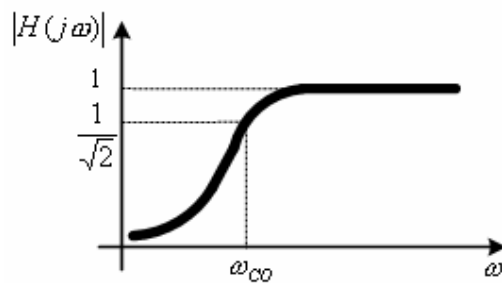
Gambar respon frekuensi magnitude :

saat :

$$\omega = 0 \Rightarrow |H(j\omega)| = 0$$

$$\omega = \infty \Rightarrow |H(j\omega)| = 1$$

$$\omega = \frac{R}{L} \Rightarrow |H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \text{frekuensi..cut..off}$$



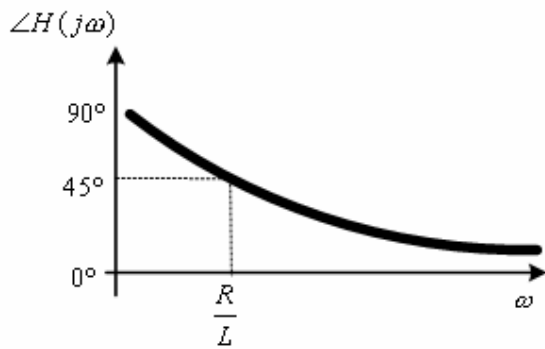
Gambar respon frekuensi phasa :

saat :

$$\omega = 0 \Rightarrow \angle H(j\omega) = 90^\circ$$

$$\omega = \infty \Rightarrow \angle H(j\omega) = 0^\circ$$

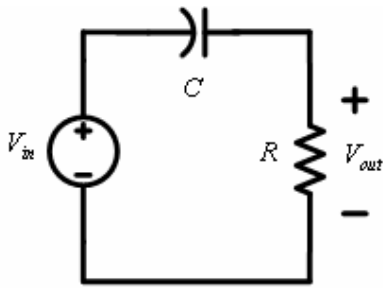
$$\omega = \frac{R}{L} \Rightarrow \angle H(j\omega) = 45^\circ \Rightarrow \text{frekuensi..cut..off}$$



Rangkaian RL diatas sebagai *High Pass Filter (HPF)*.

Rangkaian RC

Jika komponen R sebagai output tegangan :



Fungsi transfer dalam domain s :

$$H(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = \frac{R}{R + 1/sC} = \frac{1}{1 + 1/sCR}$$

Jika $s = j\omega$, maka fungsi transfernya menjadi :

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + 1/j\omega CR} = \frac{1}{1 - j/\omega CR}$$

sehingga respon frekuensi :

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(1/\omega CR\right)^2}}$$

$$\angle H(j\omega) = -\tan^{-1}\left(-\frac{1}{\omega CR}\right)$$

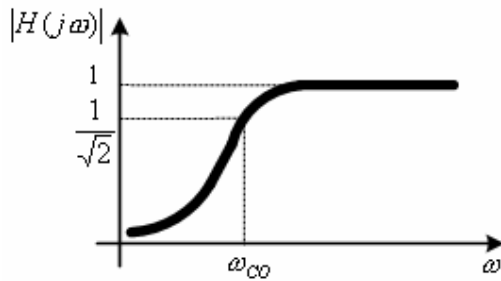
Gambar respon frekuensi magnitude :

saat :

$$\omega = 0 \Rightarrow |H(j\omega)| = 0$$

$$\omega = \infty \Rightarrow |H(j\omega)| = 1$$

$$\omega = \frac{1}{CR} \Rightarrow |H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \text{frekuensi..cut..off}$$



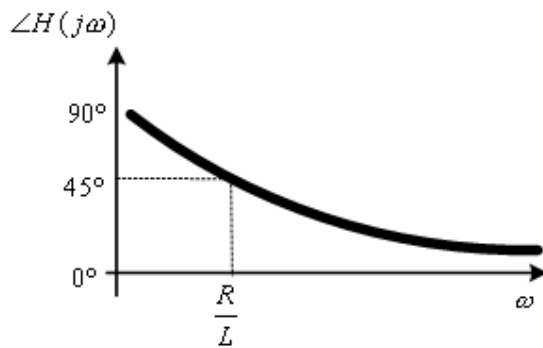
Gambar respon frekuensi fasa :

saat :

$$\omega = 0 \Rightarrow \angle H(j\omega) = 90^\circ$$

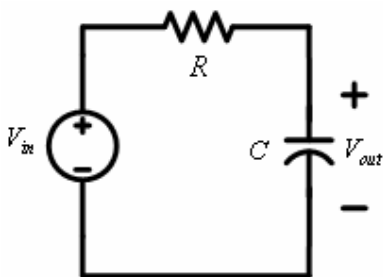
$$\omega = \infty \Rightarrow \angle H(j\omega) = 0^\circ$$

$$\omega = \frac{1}{CR} \Rightarrow \angle H(j\omega) = 45^\circ \Rightarrow \text{frekuensi.cut.off}$$



Rangkaian RC diatas sebagai *High Pass Filter (HPF)*.

Jika komponen *C* sebagai output :



Fungsi transfer dalam domain *s* :

$$H(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = \frac{1/sC}{1/sC + R} = \frac{1}{1 + sCR}$$

Jika $s = j\omega$, maka fungsi transfernya menjadi :

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega CR}$$

sehingga respon frekuensi :

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega CR)^2}}$$

$$\angle H(j\omega) = -\tan^{-1}(\omega CR)$$

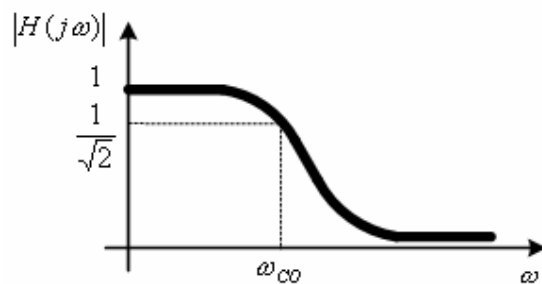
Gambar respon frekuensi magnitude :

saat :

$$\omega = 0 \Rightarrow |H(j\omega)| = 1$$

$$\omega = \infty \Rightarrow |H(j\omega)| = 0$$

$$\omega = \frac{1}{CR} \Rightarrow |H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \text{frekuensi..cut..off}$$



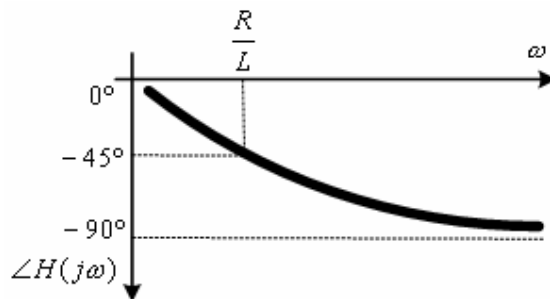
Gambar respon frekuensi phasa :

saat :

$$\omega = 0 \Rightarrow \angle H(j\omega) = 0^\circ$$

$$\omega = \infty \Rightarrow \angle H(j\omega) = -90^\circ$$

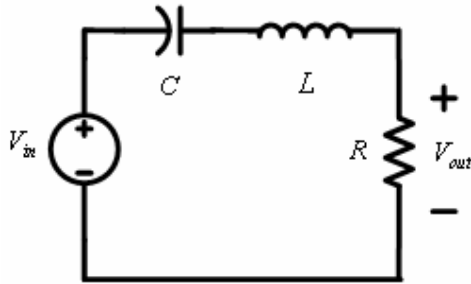
$$\omega = \frac{1}{CR} \Rightarrow \angle H(j\omega) = -45^\circ \Rightarrow \text{frekuensi..cut..off}$$



Rangkaian RC diatas sebagai *Low Pass Filter (LPF)*.

Rangkaian RLC

Jika komponen R sebagai output tegangan :



Fungsi transfer dalam domain s :

$$H(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = \frac{R}{R + sL + 1/sC} = \frac{1}{1 + sL/R + 1/sCR}$$

Jika $s = j\omega$, maka fungsi transfernya menjadi :

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + \frac{j(\omega L - 1/\omega C)}{R}}$$

sehingga respon frekuensi :

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega L - 1/\omega C}{R}\right)^2}}$$

$$\angle H(j\omega) = -\tan^{-1}\left(\frac{\omega L - 1/\omega C}{R}\right)$$

Gambar respon frekuensi magnitude :

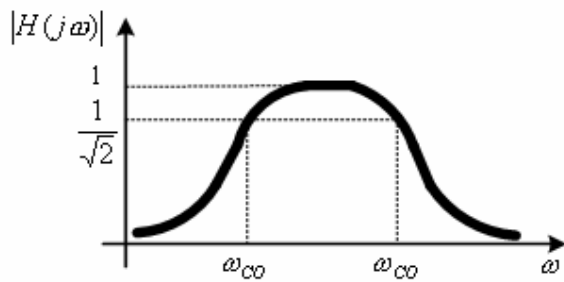
saat :

$$\omega = 0 \Rightarrow |H(j\omega)| = 0$$

$$\omega = \infty \Rightarrow |H(j\omega)| = 0$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow |H(j\omega)| = 1$$

$$\omega = \frac{R \pm \sqrt{R^2 + 4L/C}}{2L} \Rightarrow |H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \text{frekuensi..cut..off}$$



Gambar respon frekuensi phasa :

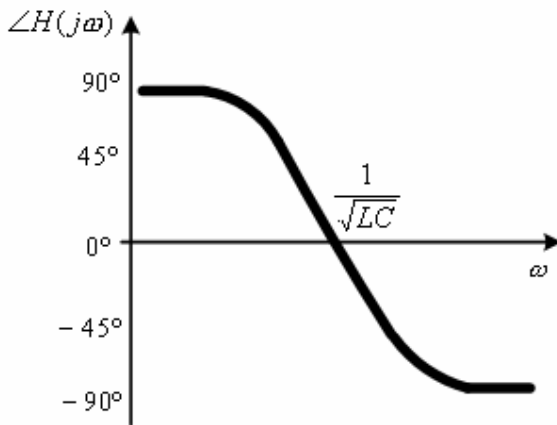
saat :

$$\omega = 0 \Rightarrow \angle H(j\omega) = 90^\circ$$

$$\omega = \infty \Rightarrow \angle H(j\omega) = -90^\circ$$

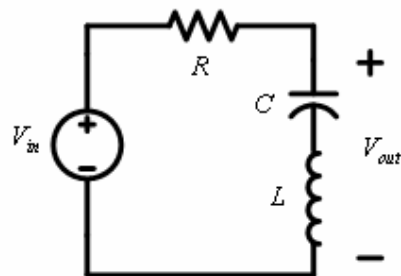
$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow \angle H(j\omega) = 0^\circ$$

$$\omega = \frac{R \pm \sqrt{R^2 + 4L/C}}{2L} \Rightarrow \angle H(j\omega) = \pm 45^\circ \Rightarrow \text{frekuensi..cut..off}$$



Rangkaian RLC diatas sebagai *Band Pass Filter (BPF)*.

Jika komponen LC sebagai output tegangan :



Fungsi transfer dalam domain s :

$$H(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = \frac{sL + 1/sC}{R + sL + 1/sC} = \frac{1}{1 + \frac{R}{sL + 1/sC}}$$

Jika $s = j\omega$, maka fungsi transfernya menjadi :

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + \frac{R}{j(\omega L - 1/\omega C)}} = \frac{1}{1 - \frac{jR}{(\omega L - 1/\omega C)}}$$

sehingga respon frekuensi :

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R}{\omega L - 1/\omega C} \right)^2}}$$

$$\angle H(j\omega) = -\tan^{-1} \left(-\frac{R}{\omega L - 1/\omega C} \right)$$

Gambar respon frekuensi magnitude :

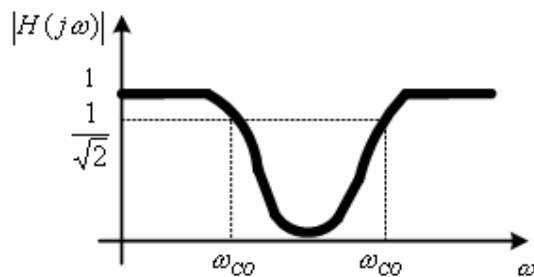
saat :

$$\omega = 0 \Rightarrow |H(j\omega)| = 1$$

$$\omega = \infty \Rightarrow |H(j\omega)| = 1$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow |H(j\omega)| = 0$$

$$\omega = \frac{R \pm \sqrt{R^2 + 4L/C}}{2L} \Rightarrow |H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \text{frekuensi..cut..off}$$



Gambar respon frekuensi fasa :

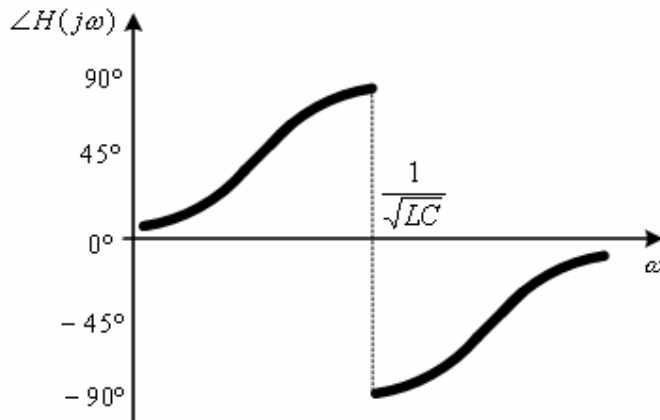
saat :

$$\omega = 0 \Rightarrow \angle H(j\omega) = 0^\circ$$

$$\omega = \infty \Rightarrow \angle H(j\omega) = 0^\circ$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow \angle H(j\omega) = 90^\circ$$

$$\omega = \frac{R \pm \sqrt{R^2 + 4L/C}}{2L} \Rightarrow \angle H(j\omega) = \pm 45^\circ \Rightarrow \text{frekuensi..cut..off}$$



Rangkaian RLC diatas sebagai *Band Stop Filter (BSF)*.

Resonansi

Suatu rangkaian dikatakan beresonansi ketika tegangan terpasang V dan arus yang dihasilkan I dalam kondisi satu fasa.

Misalkan :

$$V = A \angle \alpha^\circ$$

$$I = B \angle \beta^\circ$$

Dalam kondisi satu fasa : $\alpha^\circ = \beta^\circ$, sehingga :

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{A \angle \alpha^\circ}{B \angle \beta^\circ} = \frac{A}{B} \angle (\alpha^\circ - \beta^\circ) = \frac{A}{B} \angle 0^\circ = \frac{A}{B}$$

Terlihat bahwa ketika V dan I satu fasa, impedansi yang dihasilkan seluruhnya komponen riil atau impedansi kompleks hanya terdiri dari komponen resistor murni (R). Dengan kata lain konsep resonansi adalah menghilangkan komponen imajiner / reaktansi saling meniadakan.

Resonansi Seri



Impedansi total:

$$Z_{tot} = R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$$

saat resonansi :

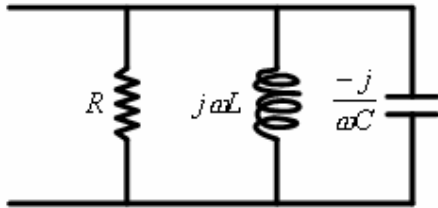
$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0 \rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C}$$

$$\omega^2 = \frac{1}{LC}$$

$$f_o = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Pada saat resonansi impedansi **Z** minimum, sehingga arusnya maksimum.

Resonansi Paralel



Admitansi total :

$$\frac{1}{Z_{tot}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + \frac{1}{-j/\omega C} = \frac{1}{R} - \frac{j}{\omega L} + j\omega C$$

$$\frac{1}{Z_{tot}} = \frac{1}{R} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$$

saat resonansi :

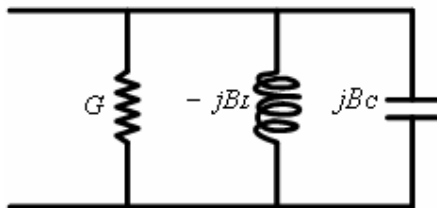
$$\omega C - \frac{1}{\omega L} = 0 \rightarrow \omega C = \frac{1}{\omega L}$$

$$\omega^2 = \frac{1}{LC}$$

$$f_o = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Pada saat resonansi impedansi **Z** maksimum, sehingga arusnya minimum.

Gambar tersebut dapat diganti notasinya :



Admitansi total :

$$Y = G + jB_C - jB_L$$

$$Y = G + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$$

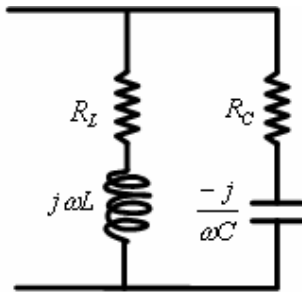
saat resonansi :

$$\omega C - \frac{1}{\omega L} = 0 \rightarrow \omega C = \frac{1}{\omega L}$$

$$\omega^2 = \frac{1}{LC}$$

$$f_o = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Resonansi Paralel 2 Cabang



$$\frac{1}{Z_{tot}} = \frac{1}{R_L + j\omega L} + \frac{1}{R_C - \frac{j}{\omega C}}$$

$$\frac{1}{Z_{tot}} = \frac{1}{R_L + j\omega L} \left(\frac{R_L - j\omega L}{R_L - j\omega L} \right) + \frac{1}{R_C - \frac{j}{\omega C}} \left(\frac{R_C + \frac{j}{\omega C}}{R_C + \frac{j}{\omega C}} \right)$$

$$\frac{1}{Z_{tot}} = \frac{R_L - j\omega L}{R_L^2 + (\omega L)^2} + \frac{R_C + \frac{j}{\omega C}}{R_C^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$\frac{1}{Z_{tot}} = \frac{R_L}{R_L^2 + (\omega L)^2} + \frac{R_C}{R_C^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} + j \left(\frac{\frac{1}{\omega C}}{R_C^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} - \frac{\omega L}{R_L^2 + (\omega L)^2} \right)$$

saat resonansi:

$$\frac{\frac{1}{\omega C}}{R_C^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} - \frac{\omega L}{R_L^2 + (\omega L)^2} = 0$$

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{\omega L}{R_L^2 + (\omega L)^2}$$

$$R_L^2 + (\omega L)^2 = \omega^2 LC \left(R_C^2 + \left(\frac{1}{\omega C} \right)^2 \right)$$

$$R_L^2 + \omega^2 L^2 = \omega^2 LCR_C^2 + \frac{L}{C}$$

$$\omega^2 LCR_C^2 - \omega^2 L^2 = R_L^2 - \frac{L}{C}$$

$$\omega^2 LC \left(R_C^2 - \frac{L}{C} \right) = R_L^2 - \frac{L}{C}$$

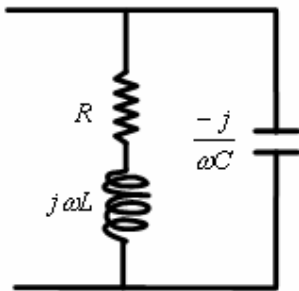
$$f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{R_L^2 - \frac{L}{C}}{R_C^2 - \frac{L}{C}}}$$

Perlu diingat bahwa : $\sqrt{\frac{R_L^2 - \frac{L}{C}}{R_C^2 - \frac{L}{C}}}$ harus positif real sehingga syarat :

$$R_L^2 > \frac{L}{C} \text{ dan } R_C^2 > \frac{L}{C} \text{ atau } R_L^2 < \frac{L}{C} \text{ dan } R_C^2 < \frac{L}{C}$$

Ketika nilai $R_L^2 = R_C^2 = \frac{L}{C}$, maka rangkaian beresonansi untuk semua frekuensi.

Resonansi Kombinasi 1



$$\mathbf{Z}_1 = R + j\omega L$$

$$\mathbf{Z}_2 = \frac{1}{j\omega C}$$

$$\frac{1}{\mathbf{Z}_{tot}} = \frac{1}{\mathbf{Z}_1} + \frac{1}{\mathbf{Z}_2} = \frac{1}{R + j\omega L} + \frac{1}{\frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{R + j\omega L} + j\omega C$$

$$\frac{1}{\mathbf{Z}_{tot}} = j\omega C + \frac{1}{R + j\omega L} \left(\frac{R - j\omega L}{R - j\omega L} \right)$$

$$\frac{1}{\mathbf{Z}_{tot}} = j\omega C + \frac{R - j\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

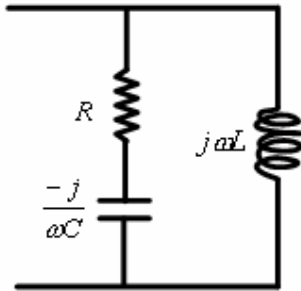
$$\frac{1}{\mathbf{Z}_{tot}} = \frac{R}{R^2 + \omega^2 L^2} + j \left(\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} \right)$$

saat resonansi : $\omega_c = \frac{\omega_L}{R^2 + \omega^2 L^2}$, sehingga :

$$R^2 + \omega^2 L^2 = \frac{L}{C} \rightarrow \omega^2 L^2 = \frac{L}{C} - R^2 \rightarrow \omega^2 = \frac{1}{L^2} \left(\frac{L}{C} - R^2 \right) = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2} = \frac{1}{LC} \left(1 - \frac{R^2 C}{L^2} \right)$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \sqrt{\left(1 - \frac{R^2 C}{L^2} \right)}$$

Resonansi Kombinasi 2



$$\mathbf{Z}_1 = R + \frac{1}{j\omega C} = R - \frac{j}{\omega C}$$

$$\mathbf{Z}_2 = j\omega L$$

$$\frac{1}{\mathbf{Z}_{tot}} = \frac{1}{\mathbf{Z}_1} + \frac{1}{\mathbf{Z}_2} = \frac{1}{R - \frac{j}{\omega C}} + \frac{1}{j\omega L} = \frac{1}{R - \frac{j}{\omega C}} - \frac{j}{\omega L}$$

$$\frac{1}{\mathbf{Z}_{tot}} = \frac{1}{R - \frac{j}{\omega C}} \left(\frac{R + \frac{j}{\omega C}}{R + \frac{j}{\omega C}} \right) - \frac{j}{\omega L} = \frac{R + \frac{j}{\omega C}}{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} - \frac{j}{\omega L}$$

$$\frac{1}{\mathbf{Z}_{tot}} = \frac{R}{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} + j \left(\frac{\frac{1}{\omega C}}{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} - \frac{1}{\omega L} \right)$$

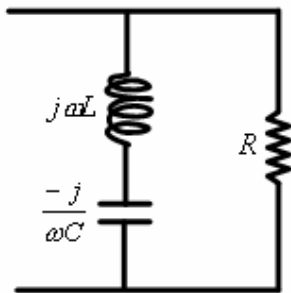
saat resonansi : $\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{\omega L}$, sehingga :

$$R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2} = \frac{L}{C} \rightarrow \frac{1}{\omega^2 C^2} = \frac{L}{C} - R^2 \rightarrow \omega^2 C^2 = \frac{1}{\frac{L}{C} - R^2} \rightarrow \omega^2 = \frac{1}{C^2 \left(\frac{L}{C} - R^2 \right)}$$

$$\omega^2 = \frac{1}{LC - C^2 R^2} = \frac{1}{LC \left(1 - \frac{CR^2}{L} \right)}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{1}{\left(1 - \frac{CR^2}{L} \right)}}$$

Resonansi Kombinasi 3



$$\mathbf{Z}_1 = j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$$

$$\mathbf{Z}_2 = R$$

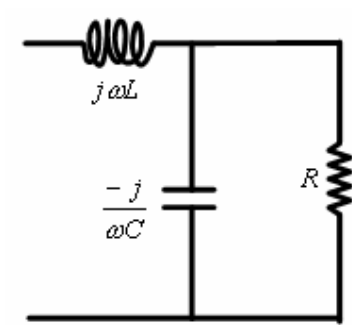
$$\frac{1}{\mathbf{Z}_{tot}} = \frac{1}{\mathbf{Z}_1} + \frac{1}{\mathbf{Z}_2} = \frac{1}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} + \frac{1}{R} = \frac{1}{R} - \frac{j\omega C}{1 - \omega^2 LC}$$

saat resonansi :

$$\frac{\omega C}{1 - \omega^2 LC} = 0$$

$$fo = 0$$

Resonansi Kombinasi 4



$$\frac{1}{\mathbf{Z}_1} = \frac{1}{R} + \frac{1}{\frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{R} + j\omega C \rightarrow \mathbf{Z}_1 = \frac{1}{\frac{1}{R} + j\omega C}$$

$$\mathbf{Z}_2 = j\omega L$$

$$\mathbf{Z}_{tot} = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 = \frac{1}{\frac{1}{R} + j\omega C} + j\omega L$$

$$\mathbf{Z}_{tot} = j\omega L + \frac{1}{\frac{1}{R} + j\omega C} \left(\frac{\frac{1}{R} - j\omega C}{\frac{1}{R} - j\omega C} \right) = j\omega L + \frac{\frac{1}{R} - j\omega C}{\frac{1}{R^2} + \omega^2 C^2}$$

$$\mathbf{Z}_{tot} = \frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{R^2} + \omega^2 C^2} + j \left(\omega L - \frac{\omega C}{\frac{1}{R^2} + \omega^2 C^2} \right)$$

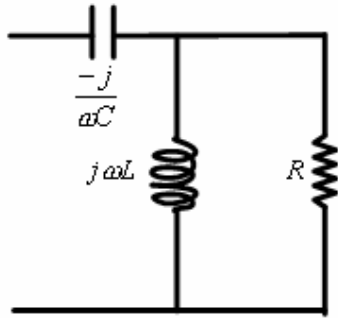
saat resonansi : $\omega L = \frac{\omega C}{\frac{1}{R^2} + \omega^2 C^2}$, sehingga :

$$\frac{1}{R^2} + \omega^2 C^2 = \frac{C}{L} \rightarrow \omega^2 C^2 = \frac{C}{L} - \frac{1}{R^2}$$

$$\omega^2 = \frac{1}{C^2} \left(\frac{C}{L} - \frac{1}{R^2} \right) = \frac{1}{LC} - \frac{1}{C^2 R^2} = \frac{1}{LC} \left(1 - \frac{L}{CR^2} \right)$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \sqrt{1 - \frac{L}{CR^2}}$$

Resonansi Kombinasi 5



$$\frac{1}{Z_1} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} = \frac{1}{R} - \frac{j}{\omega L} \rightarrow Z_1 = \frac{1}{\frac{1}{R} - \frac{j}{\omega L}}$$

$$Z_2 = \frac{1}{j\omega C} = -\frac{j}{\omega C}$$

$$Z_{tot} = Z_1 + Z_2 = \frac{1}{\frac{1}{R} - \frac{j}{\omega L}} - \frac{j}{\omega C} = \frac{1}{\frac{1}{R} - \frac{j}{\omega L}} \left(\frac{\frac{1}{R} + \frac{j}{\omega L}}{\frac{1}{R} + \frac{j}{\omega L}} \right) - \frac{j}{\omega C}$$

$$Z_{tot} = \frac{\frac{1}{R} + \frac{j}{\omega L}}{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{\omega^2 L^2}} - \frac{j}{\omega C} = \frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{\omega^2 L^2}} + j \left(\frac{\frac{1}{\omega L}}{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{\omega^2 L^2}} - \frac{1}{\omega C} \right)$$

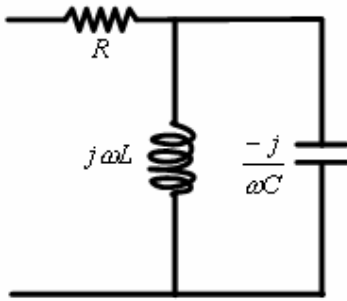
saat resonansi : $\frac{\frac{1}{\omega L}}{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{\omega^2 L^2}} = \frac{1}{\omega C}$, sehingga :

$$\frac{1}{R^2} + \frac{1}{\omega^2 L^2} = \frac{C}{L} \rightarrow \frac{1}{\omega^2 L^2} = \frac{C}{L} - \frac{1}{R^2} \rightarrow \omega^2 L^2 = \frac{1}{\frac{C}{L} - \frac{1}{R^2}}$$

$$\omega^2 = \frac{1}{L^2 \left(\frac{C}{L} - \frac{1}{R^2} \right)} = \frac{1}{LC \left(1 - \frac{L}{CR^2} \right)}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{L}{CR^2}}}$$

Resonansi Kombinasi 6



$$\frac{1}{\mathbf{Z}_1} = \frac{1}{j\omega L} + \frac{1}{\frac{-j}{\omega C}} = \frac{1}{j\omega L} + j\omega C \rightarrow \mathbf{Z}_1 = \frac{1}{\frac{1}{j\omega L} + j\omega C}$$

$$\mathbf{Z}_2 = R$$

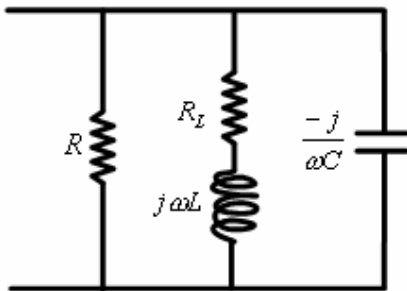
$$\mathbf{Z}_{tot} = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 = \frac{1}{\frac{1}{j\omega L} + j\omega C} + R = R + \frac{j\omega L}{1 - \omega^2 LC}$$

saat resonansi :

$$\frac{\omega L}{1 - \omega^2 LC} = 0$$

$$f_0 = 0$$

Resonansi Paralel 3 Cabang



$$\mathbf{Z}_1 = R_L + j\omega L$$

$$\mathbf{Z}_2 = R$$

$$\mathbf{Z}_3 = \frac{1}{j\omega C}$$

$$\frac{1}{\mathbf{Z}_{tot}} = \frac{1}{\mathbf{Z}_1} + \frac{1}{\mathbf{Z}_2} + \frac{1}{\mathbf{Z}_3} = \frac{1}{R_L + j\omega L} + \frac{1}{R} + \frac{1}{\frac{1}{j\omega C}}$$

$$\frac{1}{Z_{tot}} = \frac{1}{R} + j\omega C + \frac{1}{R_L + j\omega L} = \frac{1}{R} + j\omega C + \frac{1}{R_L + j\omega L} \left(\frac{R_L - j\omega L}{R_L - j\omega L} \right)$$

$$\frac{1}{Z_{tot}} = \frac{1}{R} + j\omega C + \frac{R_L - j\omega L}{R_L^2 + \omega^2 L^2} = \frac{1}{R} + \frac{R_L}{R_L^2 + \omega^2 L^2} + j \left(\omega C - \frac{\omega L}{R_L^2 + \omega^2 L^2} \right)$$

saat resonansi : $\omega C = \frac{\omega L}{R_L^2 - \omega^2 L^2}$, sehingga :

$$R_L^2 + \omega^2 L^2 = \frac{L}{C} \rightarrow \omega^2 L^2 = \frac{L}{C} - R_L^2$$

$$\omega^2 = \frac{1}{L^2} \left(\frac{L}{C} - R_L^2 \right) = \frac{1}{LC} - \frac{R_L^2}{L^2} = \frac{1}{LC} \left(1 - \frac{CR_L^2}{L} \right)$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \sqrt{1 - \frac{CR_L^2}{L}}$$

Contoh latihan :

1. Suatu rangkaian seri RLC dengan $R = 50\Omega, L = 0,05H, C = 20\mu F$ terpasang pada $V = 100\angle 0^\circ$ dengan frekuensi variabel. Pada frekuensi berapa tegangan induktor mencapai maksimum ? Berapakah tegangan induktor tersebut ?

Jawaban :

Tegangan induktor maksimum jika arus maksimum, arus maksimum jika Z minimum, Z minimum terjadi saat resonansi.

$$f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0,05 \cdot 20 \cdot 10^{-6}}} = 159,1 \text{ Hz}$$

$$Z_{resonansi} = R \rightarrow i_{maks} = \frac{V}{Z_{res}} = \frac{100\angle 0^\circ}{50} = 2\angle 0^\circ$$

$$V_L = i_{maks} \cdot X_L = i_{maks} \cdot j\omega L = 2\angle 0^\circ \cdot 2\pi \cdot 159,1 \cdot 0,05 \angle 90^\circ = 100\angle 90^\circ$$

2. Pada saat terjadi resonansi tegangan terpasang pada rangkaian seri RLC adalah $v = 70,7 \sin(500t + 30^\circ) V$ menghasilkan arus sebesar $i = 2,83 \sin(500t + 30^\circ) A$, jika $L = 0,5H$. Tentukan nilai R dan C !

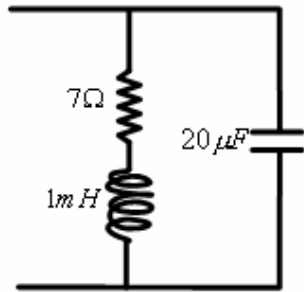
Jawaban :

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{70,7\angle 30^\circ}{2,83\angle 30^\circ} = 25 \rightarrow R = 25\Omega$$

$$f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \rightarrow \omega^2 = \frac{1}{LC}$$

$$C = \frac{1}{\omega^2 L} = \frac{1}{500^2 \cdot 0,5} = 8\mu F$$

3. Tentukan frekuensi resonansi pada gambat berikut :



Jawaban :

$$\frac{1}{\mathbf{Z}_{tot}} = j\omega C + \frac{1}{R + j\omega L} \left(\frac{R - j\omega L}{R - j\omega L} \right)$$

$$\frac{1}{\mathbf{Z}_{tot}} = j\omega C + \frac{R - j\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

$$\frac{1}{\mathbf{Z}_{tot}} = \frac{R}{R^2 + \omega^2 L^2} + j \left(\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} \right)$$

saat resonansi : $\omega_c = \frac{\omega_L}{R^2 + \omega^2 L^2}$, sehingga :

$$R^2 + \omega^2 L^2 = \frac{L}{C} \rightarrow \omega^2 L^2 = \frac{L}{C} - R^2 \rightarrow \omega^2 = \frac{1}{L^2} \left(\frac{L}{C} - R^2 \right) = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2} = \frac{1}{LC} \left(1 - \frac{R^2 C}{L^2} \right)$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \sqrt{\left(1 - \frac{R^2 C}{L^2} \right)} = \frac{1}{2\pi\sqrt{10^{-3} \cdot 20 \cdot 10^{-6}}} \sqrt{\left(1 - \frac{7^2 \cdot 20 \cdot 10^{-6}}{10^{-3}} \right)} = 159,2 \text{ Hz}$$

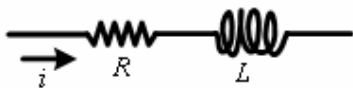
Faktor Kualitas (Q)

Definisi (dasar) dari Q :

$$Q = 2\pi \frac{\text{energi maksimum yang disimpan}}{\text{energi yang disipasikan tiap getaran/"percycle"}}$$

Faktor kualitas merupakan ukuran selektivitas rangkaian resonator dimana rangkaian resonator merupakan rangkaian filter BPF dengan lebar pita/*bandwidth* sempit. Semakin besar nilai Q maka semakin sempit lebar pita/*bandwidth*.

Pada Komponen RL



Misalkan : $i = I_m \sin \omega t$

Pada L :

$$\mathbf{V}_L(t) = L \frac{di}{dt} = I_m \omega L \cos \omega t$$

Energi :

$$W_L(t) = \int_0^t P_L(t) dt = \int_0^t V_L(t) i(t) dt$$

$$W_L(t) = \int_0^t I_m^2 \omega L \sin \omega t \cos \omega t dt = \int_0^t I_m^2 \omega L \frac{\sin 2\omega t}{2} dt = \frac{I_m^2 \omega L}{2} \int_0^t \sin 2\omega t dt = \frac{1}{2} I_m^2 L \sin^2 \omega t$$

$$\text{Maksimum energi yang disimpan : } W_L \text{ max} = \frac{1}{2} L I_m^2$$

Pada R :

Energi :

$$W_R(t) = \int_0^t P_R(t) dt = \int_0^t V_R(t) i(t) dt = \int_0^t R I_m^2 \sin^2 \omega t dt = \int_0^t R I_m^2 \frac{(1 - \cos 2\omega t)}{2} dt$$

$$W_R(t) = \frac{R I_m^2}{2} \int_0^t (1 - \cos 2\omega t) dt = \frac{R I_m^2}{2} \left(t - \frac{1}{2\omega} \sin 2\omega t \right) \rightarrow T = \frac{1}{f} = \left(t - \frac{1}{2\omega} \sin 2\omega t \right)$$

Energi yang didisipasikan per cycle : $\frac{1}{2} R I_m^2 \frac{1}{f}$, sehingga :

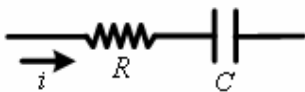
$$Q_L = 2\pi \frac{\text{energi maksimum yang disimpan}}{\text{energi yang disipasikan tiap getaran/"per cycle"}}$$

$$Q_L = 2\pi \frac{\frac{1}{2} L I_m^2}{\frac{1}{2} R I_m^2 \frac{1}{f}} = 2\pi f \frac{L}{R} = \frac{\omega L}{R}$$

Jadi faktor kualitas untuk rangkaian seri RL :

$$Q_L = \frac{\omega L}{R}$$

Pada Komponen RC



Misalkan : $V_C = V_m \sin \omega t$

Pada C :

$$i_c(t) = C \frac{dV_C}{dt} = C V_m \omega \cos \omega t$$

Energi :

$$W_C(t) = \int_0^t P_C(t) dt = \int_0^t V_C(t) i_C(t) dt$$

$$W_C(t) = \int_0^t V_m^2 \omega C \sin \omega t \cos \omega t dt = \int_0^t V_m^2 \omega C \frac{\sin 2\omega t}{2} dt = \frac{V_m^2 \omega C}{2} \int_0^t \sin 2\omega t dt = \frac{1}{2} V_m^2 C \sin^2 \omega t$$

$$\text{Maksimum energi yang disimpan : } W_C \text{ max} = \frac{1}{2} C V_m^2$$

Pada R :

Energi :

$$W_R(t) = \int_0^t P_R(t) dt = \int_0^t V_R(t) i_C(t) dt = \int_0^t R i_C^2(t) dt = \int_0^t R (C V_m \omega)^2 \cos^2 \omega t dt = R (C V_m \omega)^2 \int_0^t \cos^2 \omega t dt$$

$$W_R(t) = R (C V_m \omega)^2 \int_0^t \frac{\cos 2\omega t - 1}{2} dt = \frac{R (C V_m \omega)^2}{2} \left(\frac{1}{2\omega} \sin 2\omega t - t \right) \rightarrow T = \frac{1}{f} = \frac{1}{2\omega} \sin 2\omega t - t$$

Energi yang didisipasikan per cycle : $\frac{1}{2} R (C V_m \omega)^2 \frac{1}{f}$, sehingga :

$$Q_c = 2\pi \frac{\text{energi maksimum yang disimpan}}{\text{energi yang disipasikan tiap getaran/"per cycle"}}$$

$$Q_c = 2\pi \frac{\frac{1}{2} C V_m^2}{\frac{1}{2} R (C V_m \omega)^2 \frac{1}{f}} = 2\pi f \frac{1}{\omega^2 R C} = \frac{1}{\omega R C}$$

Jadi faktor kualitas untuk rangkaian seri RC :

$$Q_c = \frac{1}{\omega R C}$$

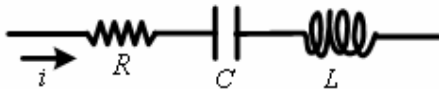
Dapat diambil kesimpulan bahwa faktor kualitas (Q) untuk rangkaian seri :

$$Q_s = \frac{X_s}{R_s}$$

$$\text{Untuk rangkain seri RL : } Q_s = \frac{\omega_o L}{R}$$

$$\text{Untuk rangkaian seri RC : } Q_s = \frac{1}{\omega_o C R}$$

Pada Komponen RLC



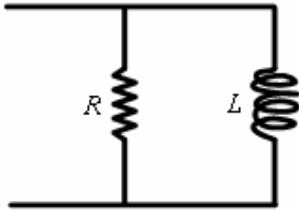
Pada saat terjadi resonansi :

$$\omega^2 = \frac{1}{LC} \rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C}$$

$$Q = \frac{\omega_o L}{R} = \frac{1}{\omega_o C R}$$

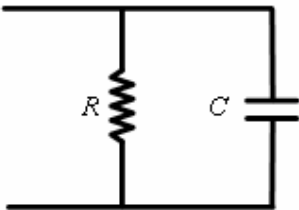
Faktor kualitas atau Q pada rangkaian paralel agak berbeda dengan Q pada rangkaian seri. Untuk harga RLC yang sama, $Q_p = \frac{1}{Q_s}$ atau $Q_p = \frac{R_p}{X_p}$

Pada Komponen RL



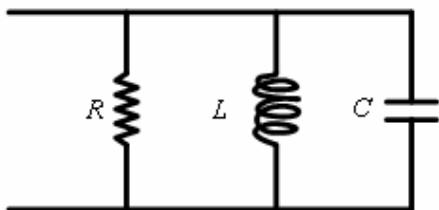
Untuk rangkaian paralel RL : $Q = \frac{R}{\omega_o L}$

Pada Komponen RC



Untuk rangkaian paralel RC : $Q = \omega_o RC$

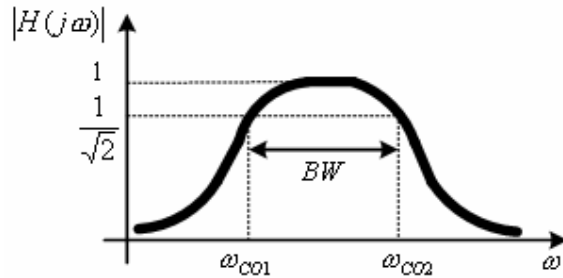
Pada Komponen RLC



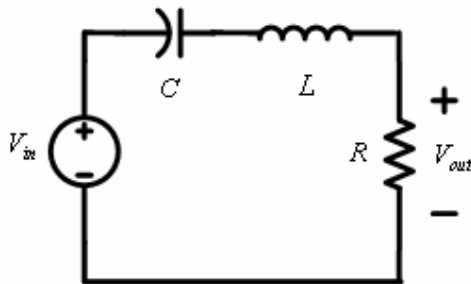
$$Q = \frac{R}{\omega_o L} = \omega_o RC$$

Bandwidth (BW) 3dB

Lebar pita pada saat terjadi level dayanya adalah $\frac{1}{2}$ dari daya maksimum



Perhatikan gambar rangkaian berikut :



Fungsi transfer rangkaian diatas adalah sebagai berikut :

$$\frac{V_{out}(j\omega)}{V_{in}(j\omega)} = \frac{R}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} = \frac{1}{1 + \frac{j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{R}} = \frac{1}{1 + j\left(\frac{\omega L}{R} - \frac{1}{\omega CR}\right)}$$

Jika rangkaian diatas mempunyai faktor kualitas rangkaian seri RLC dimana dinyatakan dengan :

$$Q = \frac{\omega_o L}{R} \Rightarrow \frac{L}{R} = \frac{Q}{\omega_o}$$

$$Q = \frac{1}{\omega_o CR} \Rightarrow \frac{1}{CR} = Q\omega_o$$

maka fungsi transfer diatas dapat dinyatakan dengan persamaan :

$$\frac{V_{out}(j\omega)}{V_{in}(j\omega)} = \frac{1}{1 + j\left(\frac{\omega L}{R} - \frac{1}{\omega CR}\right)} = \frac{1}{1 + j\left(\omega \frac{Q}{\omega_o} - \frac{1}{\omega} Q\omega_o\right)} = \frac{1}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega}\right)}$$

Respon frekuensi magnitudenya :

$$\left| \frac{V_{out}(j\omega)}{V_{in}(j\omega)} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega} \right)^2}}$$

saat level dayanya adalah setengah dari daya maksimum atau respon frekuensi magnitudenya sebesar $\frac{1}{\sqrt{2}}$, maka :

$$\left| \frac{V_{out}(j\omega)}{V_{in}(j\omega)} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega} \right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega} \right)^2 = 1$$

$$\frac{\omega}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega} = \frac{1}{Q}$$

sehingga :

$$\omega^2 - \frac{\omega_o}{Q} \omega - \omega_o^2 = 0$$

Rumus..ABC :

$$\omega_{1,2} = \frac{\frac{\omega_o}{Q} \pm \sqrt{\frac{\omega_o^2}{Q^2} + 4\omega_o^2}}{2} = \frac{\omega_o}{2Q} \pm \frac{\omega_o}{2} \sqrt{\frac{1}{Q^2} + 4} = \frac{\omega_o}{2Q} \pm \omega_o \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2Q} \right)^2}$$

$$\text{dim ana : } \omega_o \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2Q} \right)^2} > \frac{\omega_o}{2Q}, \text{ maka :}$$

$$\omega_1 = \omega_o \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2Q} \right)^2} - \frac{\omega_o}{2Q}$$

$$\omega_2 = \omega_o \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2Q} \right)^2} + \frac{\omega_o}{2Q}$$

Dari gambar respon frekuensi magnitude diatas didapat bahwa :

$$BW = \omega_{CO2} - \omega_{CO1} = \omega_2 - \omega_1$$

$$BW = \frac{\omega_o}{Q}$$

atau :

$$\omega_1 = \omega_o - \frac{BW}{2}$$

$$\omega_2 = \omega_o + \frac{BW}{2}$$

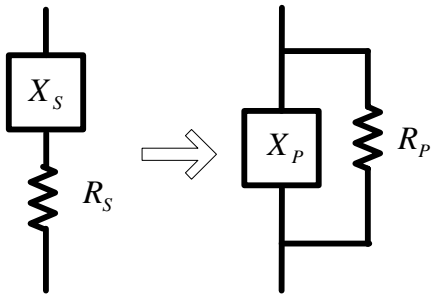
Faktor kualitas dapat dinyatakan sebagai perbandingan frekuensi resonansi terhadap bandwidth.

$$Q = \frac{f_0}{f_2 - f_1} = \frac{f_0}{BW}$$

frekuensi resonansi f_0 adalah rata-rata geometri f_1 dan f_2 :

$$f_0 = \sqrt{f_1 f_2}$$

Konversi Faktor Kualitas Rangkaian Seri - Paralel

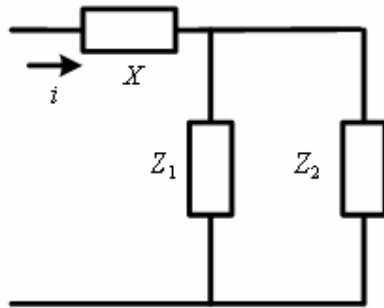


$$R_p = R_s(1 + Q^2)$$

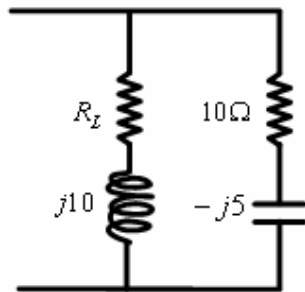
$$X_p = \frac{R_p}{Q} = \frac{R_s}{Q}(1 + Q^2)$$

Soal – soal :

1. Rangkaian seri RLC dengan $L = 0,5H$ mempunyai tegangan sesaat $v = 70,7 \sin(500t + 30^\circ)$ V dan arus sesaat $i = 1,5 \sin(500t)$ A. Tentukan nilai R dan C. Berapa frekuensi resonansinya ?
2. Suatu rangkaian seri $L = 25mH$ dan $C = 75\mu F$ mempunyai sudut fasa *lagging* 25° pada $\omega_o = 2000rad / s$. Berapa frekuensi sudut pada saat sudut fasa *leading* 25° ?
3. Rangkaian seri RLC dengan $R = 25\Omega$ dan $L = 0,6H$ akan menghasilkan arus *leading* sebesar 60° pada frekuensi 40 Hz. Tentukan frekuensi rangkaian serinya !
4. Jika $V = 480V$, $Z_1 = 25\angle 30^\circ$, $Z_2 = 12\angle -40^\circ$
 - a. Tentukan nilai komponen reaktif X pada saat resonansi $f_o = 60Hz$
 - b. Tentukan nilai i pada saat resonansi

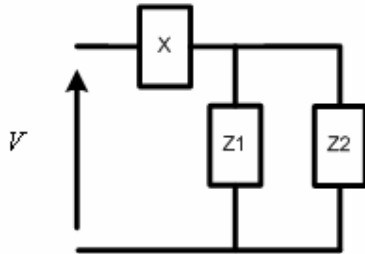


5. Tentukan komponen R_L agar terjadi resonansi !

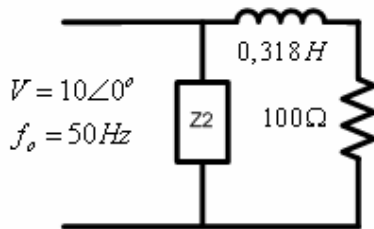


6. Suatu rangkaian seri RLC dengan $R = 50\Omega$, $L = 0,05H$, $C = 20\mu F$ terpasang pada $V = 100\angle 0^\circ$ Volt dengan frekuensi variabel. Pada frekuensi berapa tegangan induktor mencapai maksimum ? Berapakah tegangan induktor tersebut ?

7. Jika $V = 480V$, $Z_1 = 25\angle 30^\circ$, $Z_2 = 12\angle -40^\circ$
- Tentukan nilai komponen reaktif X saat resonansi $f_o = 60Hz$
 - Tentukan nilai I pada saat resonansi

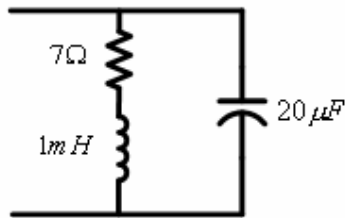


8. Tentukan nilai komponen reaktif X saat terjadi resonansi

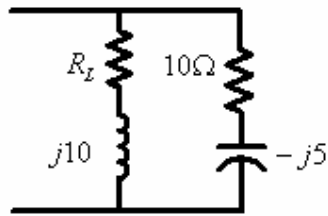


9. Pada rangkain seri RLC faktor kualitas rangkain tersebut adalah 2π dengan nilai induktor 1 mH dan resistor 1 k Ω . Tentukan frekuensi resonansi dan berapa BW ?
10. Pada saat terjadi resonansi tegangan terpasang pada rangkaian seri RLC adalah $v = 70,7 \sin(500t + 30^\circ)$ menghasilkan arus sebesar $i = 2,83 \sin(500t + 30^\circ)$. Jika $L=0,5H$, tentukan nilai R dan C
11. Rangkaian seri RLC dengan $R=25$ dan $L=0,6 H$ akan menghasilkan arus leaading sebesar 60 pada frekuensi 40 Hz. Tentukan frekuensi resonansai rangkauan seri tersebut.
12. Suatu rangkaian seri $L = 25mH$ dan $C = 75\mu F$ mempunyai sudut fasa lagging 25° pada $\omega_o = 2000rad / s$. Berapa frekuensi sudut pada saat sudut fasa leading 25°
13. Rangkaian seri RLC dengan $L = 0,5H$ mempunyai tegangan sesaat $v = 70,7 \sin(500t + 30^\circ)$ dan arus sesaat $i = 1,5 \sin 500t$. Tentukan nilai R dan C. Berapa frekuensi resonansinya

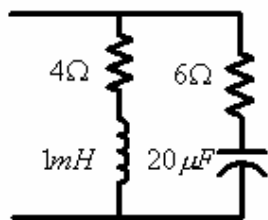
14. Tentukan frekuensi resonansi pada gambar dibawah ini



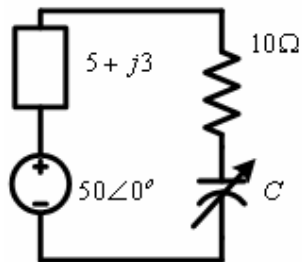
15. Tentukan komponen RL agar terjadi resonansi



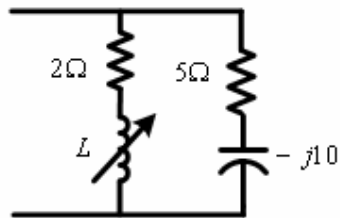
16. Rangkaian seri $R = 5\Omega$, $L = 20mH$ dan C variabel disuplai tegangan dengan frekuensi 1000 Hz. Tentukan C resonansi serinya
17. Rangkaian seri $R = 5\Omega$, $C = 20\mu F$ dan L variabel diberikan $v = 10\angle 0^\circ$ pada $\omega = 1000rad/s$. L diatur-ature sampai tegangan pada R maksimum. Tentukan tegangan pada masing-masing komponen
18. Rangkaian seri RLC $R = 100\Omega$, $L = 0,5H$, $C = 40\mu F$. Hitung frekuensi resonansi, frekuensi cut off bawah dan frekuensi cutt off atas
19. Tentukan frekuensi resonansi untuk rangkaian berikut



20. Tentukan nilai C agar daya pada 10 ohm maksimum pada frekuensi 2000 Hz



21. Tentukan daya pada resistor 10 ohm pada soal diatas
22. Rancang suatu folter LPF yang terdiri dari R dan L jika frekuensi resonansi 10 kHz dan nilai resistor $1k\Omega$
23. Suatu rangkaian seri RLC dengan $Q = 20$ dan $BW = 10$ kHz. Tentukan frekuensi resonansi, cut off bawah dan atas. Jika $L = 2mH$. Tentukan nilai R dan C
24. Hitung harga L bila rangkaian beresonansi pada $\omega = 5000rad/s$



25. Suatu rangkaian seri RLC dengan $R = 20$ ohm dan $L = 5mH$ $C = 5$ nF terpasang pada sumber tegangan V
 - a. Hitunglah frekuensi resonansinya
 - b. Saat resonansi tegangan di C = 2 V, berapakah tegangan sumber yang dipasang

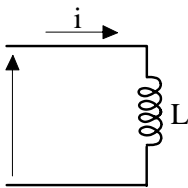
BAB XI RANGKAIAN KOPLING MAGNETIK

Ketika dua buah kumparan didekatkan atau digandengkan, maka akan timbul suatu induksi, dengan kata lain kalau dua buah kumparan tersebut terpasang dalam masing-masing loop, maka interaksi dua buah loop yang didalamnya terdapat kumparan yang digandengkan maka akan timbul medan magnet induksi atau kopling magnet.

Induktansi Sendiri

Tegangan yang melewati kumparan didefinisikan sebagai perubahan arus terhadap waktu yang melewati kumparan tersebut.

$$V_L = L \frac{di}{dt}$$



Atau dapat didefinisikan ketika terjadi perubahan arus, maka terjadi perubahan arus, maka terjadi perubahan fluks magnetik dikumparan tersebut yang menyebabkan terjadinya perubahan induksi *emf* (tegangan kumparan).

$$V_L = N \frac{d\phi}{dt} \rightarrow L_i = N\phi$$

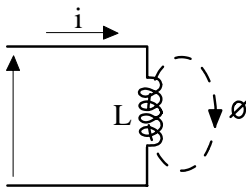
N = jumlah lilitan kumparan

ϕ = fluks magnet

sehingga :

$$L \frac{di}{dt} = N \frac{d\phi}{dt}$$

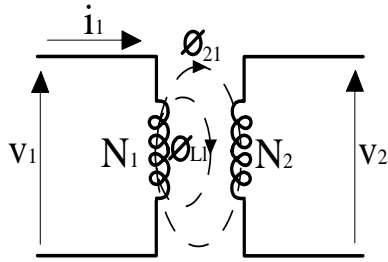
$$L = N \frac{d\phi}{di} \longrightarrow \text{Induktansi sendiri}$$



Induktansi Bersama

Ketika terjadi perubahan arus i_1 , maka fluks magnet di kumparan 1 berubah (ϕ_{11})

- ❑ Bagian fluks magnetik yang hanya melingkupi kumparan 1 disebut fluks bocor (ϕ_{L1})
- ❑ Sisa fluks magnetik yang melingkupi kumparan 1 dan kumparan 2 disebut fluks bersama (ϕ_{21})



Sehingga secara umum dikatakan bahwa fluks magnetik yang disebabkan oleh arus i_1 adalah : $\phi_1 = \phi_{L1} + \phi_{21}$

Tegangan induksi di kumparan 2 (Hukum Faraday) :

$$V_2 = N_2 \frac{d\phi_{21}}{dt} \rightarrow N_2 \phi_{21} = M_{21}$$

Sehingga :

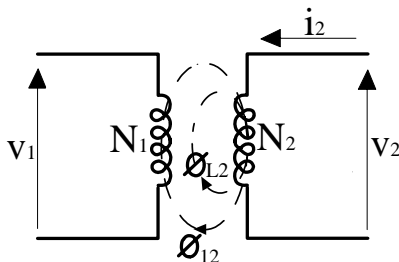
$$V_2 = M_{21} \frac{di_1}{dt}$$

$$N_2 \frac{d\phi_{21}}{dt} = M_{21} \frac{di_1}{dt}$$

$$M_{21} = N_{21} \frac{d\phi_{21}}{di_1} \rightarrow \text{Induktansi bersama}$$

Ketika terjadi perubahan arus i_2 , maka fluks magnetik di kumparan 2 berubah (ϕ_{22}).

- Bagian fluks magnetik yang hanya melingkupi kumparan 2 disebut fluks bocor (ϕ_{L2})
- Sisa fluks magnetik yang melingkupi kumparan 2 dan kumparan 1 disebut fluks bersama (ϕ_{12})



Sehingga secara umum dikatakan bahwa fluks magnetik yang disebabkan oleh arus i_2 adalah : $\phi_{22} = \phi_{L2} + \phi_{12}$

Tegangan induksi di kumparan 1 (Hukum Faraday) :

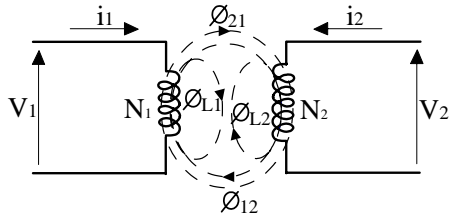
$$V_1 = N_1 \frac{d\phi_{12}}{dt} \rightarrow N_1 \phi_{12} = M_{12} i_2$$

Sehingga :

$$V_1 = M_{12} \frac{di_2}{dt}$$

$$N_1 \frac{d\phi_{12}}{dt} = M_{12} \frac{di_2}{dt}$$

$$M_{12} = N_1 \frac{d\phi_{12}}{dt_2} \rightarrow \text{Induktansi bersama}$$



Fluks magnetik yang diakibatkan oleh arus i_1 :

$$\phi_1 = \phi_{21} + \phi_{L1} + \phi_{12} = \phi_{11} + \phi_{12}$$

Tegangan dikumparan 1 :

$$V_1 = N_1 \frac{d\phi_1}{dt} = N_1 \frac{d\phi_{11}}{dt} + N_1 \frac{d\phi_{12}}{dt}$$

dimana :

$$N_1 \phi_{11} = L_1 i_1$$

$$N_1 \phi_{12} = M_{12} i_2$$

$$\text{sehingga : } V_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M_{12} \frac{di_2}{dt}$$

Fluks magnetik yang disebabkan oleh arus i_2 :

$$\phi_2 = \phi_{L2} + \phi_{12} + \phi_{21} = \phi_{22} + \phi_{21}$$

Tegangan di kumparan 2 :

$$V_2 = N_2 \frac{d\phi_2}{dt} = N_2 \frac{d\phi_{22}}{dt} + N_2 \frac{d\phi_{21}}{dt}$$

dimana :

$$N_2 \phi_{22} = L_2 i_2$$

$$N_2 \phi_{21} = M_{21} i_1$$

$$\text{sehingga : } V_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M_{21} \frac{di_1}{dt}$$

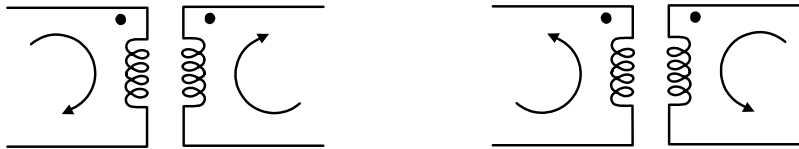
$$M_{21} = M_{12} = M$$

Aturan Tanda Dot (Titik)

1. Ketika kedua arus diasumsikan masuk atau keluar dari pasangan kumparan di terminal bertanda dot, maka tanda M akan sama dengan tanda L.



2. Jika salah satu arus masuk terminal dot dan arus yang lainnya keluar di terminal bertanda dot, maka tanda M akan berlawanan dengan tanda L.

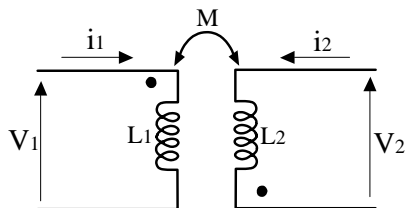


Tanda Dot (Titik)

Tanda dot dimaksudkan untuk memudahkan dalam penggambaran masing-masing kumparan. Tanda dot menentukan polaritas dari tegangan atau induksi bersamanya, sehingga dari pengertian ini muncul aturan tanda dot. Ketika arus masuk terminal dot di kumparan 1 dan arus lain masuk terminal dot lain di kumparan 2, maka induksi bersamanya akan saling menguatkan dengan kata lain tanda dari induksi sendiri akan sama dengan tanda induksi bersama.

Contoh latihan :

1. Tentukan nilai tegangan pada masing-masing sisi :

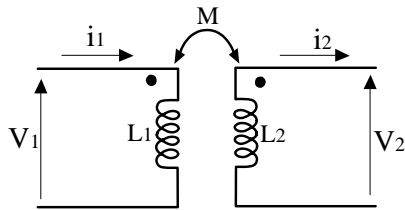


Jawaban :

$$V_1 = L \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

$$V_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$

2. Tentukan nilai tegangan pada masing-masing sisi :

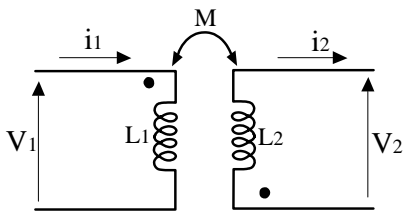


Jawaban :

$$V_1 = L \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

$$V_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

3. Tentukan nilai tegangan pada masing-masing sisi :

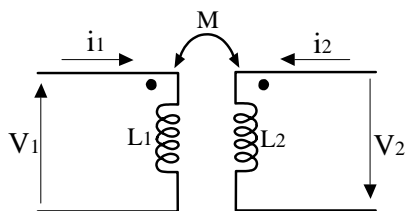


Jawaban :

$$V_1 = L \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

$$V_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$

4. Tentukan nilai tegangan pada masing-masing sisi :

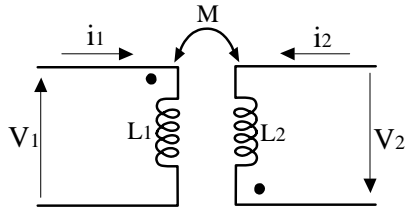


Jawaban :

$$V_1 = L \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

$$V_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

5. Tentukan nilai tegangan pada masing-masing sisi :

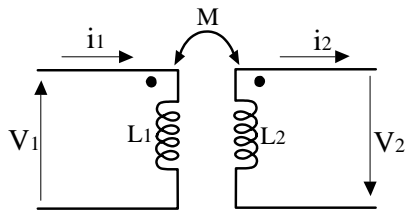


Jawaban :

$$V_1 = L \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

$$V_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

6. Tentukan nilai tegangan pada masing-masing sisi :

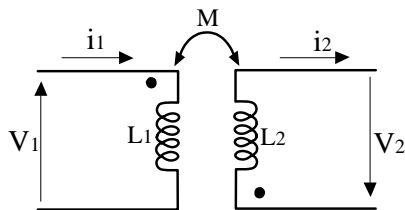


Jawaban :

$$V_1 = L \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

$$V_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$

7. Tentukan nilai tegangan pada masing-masing sisi :



Jawaban :

$$V_1 = L \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

$$V_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

Koefisien Kopling (K)

Koefisien kopling didefinisikan sebagai perbandingan antara fluks bersama dengan total fluks magnetik di satu kumparan.

$$K = \frac{\phi_{21}}{\phi_{11}} = \frac{\phi_{12}}{\phi_{22}}$$

Dari persamaan sebelumnya :

$$M_{21} = N_2 \frac{\phi_{21}}{i_1} \text{ dan } M_{12} = N_1 \frac{\phi_{12}}{i_2} \text{ dimana } M_{21} = M_{12} = M$$

$$\text{sehingga: } M = K \sqrt{L_1 L_2}$$

$$K = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

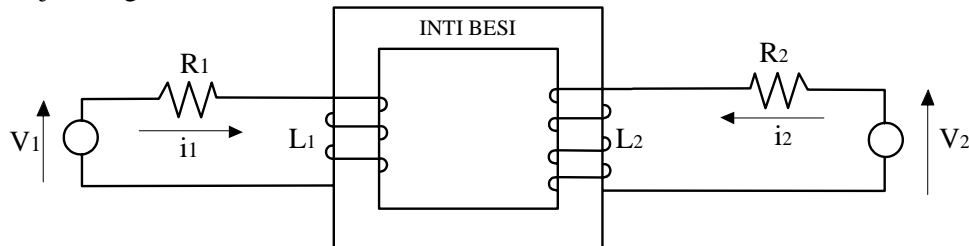
- Jika nilai $k = 0$, berarti nilai $M = 0$, artinya tidak ada kopling magnetik.
- Jika nilai $k = 1$, berarti $M = \sqrt{L_1 L_2}$, atau $\phi_{21} = \phi_{L1} + \phi_{21}$ yang berarti tidak ada fluks bocor atau semua fluks bersama melingkari kedua kumparan, *unity coupled transformer*.

Analisa Rangkaian Kopling Magnetik

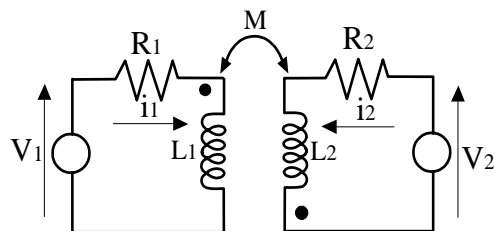
Suatu inti besi yang masing-masing bagiannya dililiti suatu kawat kumparan dikatakan sebagai suatu transformator atau disingkat trafo.

Trafo aplikasinya digunakan untuk mengubah amplitudo tegangan dengan menaikkannya untuk memperoleh transmisi yang lebih ekonomis, ataupun menurunkannya

Tinjau rangkaian trafo secara umum :



Dengan tanda dot, rangkaian ekivalennya :



sehingga dapat dituliskan persamaannya :

$$V_1 = i_1 R_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

$$V_2 = i_2 R_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$

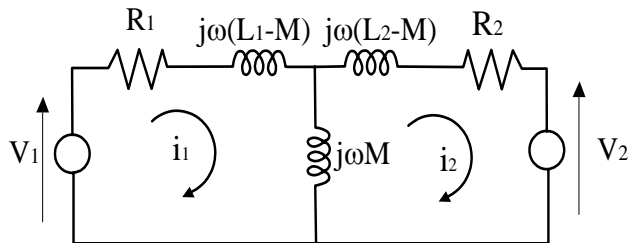
Asumsikan tegangan sumber adalah sinusoidal, maka keadaan mantap (*steady state*):

$$V_1 = (R_1 + j\omega L_1)i_1 - j\omega M i_2$$

$$V_2 = -j\omega M i_1 + (R_2 + j\omega L_2)i_2$$

$$\begin{bmatrix} R_1 + j\omega L_1 & -j\omega M \\ -j\omega M & R_2 + j\omega L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

sehingga rangkaian penggantianya :



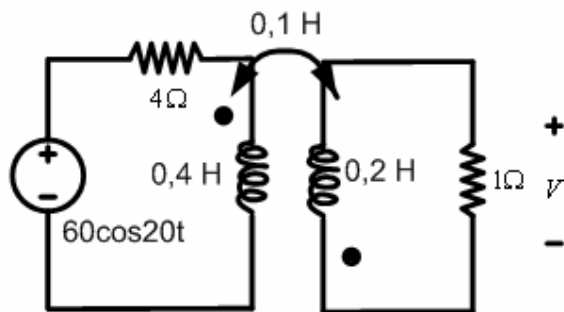
$$Z_{11} = R_1 + j\omega L_1$$

$$Z_{22} = R_2 + j\omega L_2$$

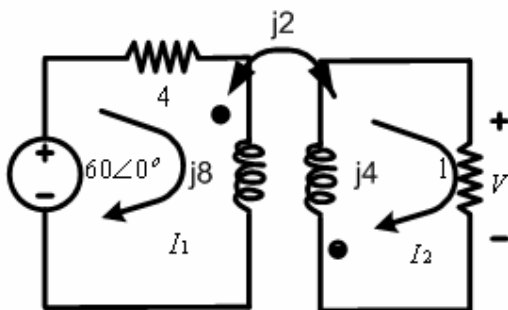
$$Z_{12} = Z_{21} = j\omega M$$

Contoh latihan :

1. Tentukan nilai tegangan V !



Jawaban :



Metoda arus loop :

Tinjau loop I_1 :

$$-60\angle 0^\circ + (4 + j8)I_1 + j2I_2 = 0$$

$$(4 + j8)I_1 + j2I_2 = 60\angle 0^\circ \dots\dots\dots(1)$$

Tinjau loop I_2 :

$$(1 + j4)I_2 + j2I_1 = 0$$

$$j2I_1 + (1 + j4)I_2 = 0 \dots\dots\dots(2)$$

substitusikan persamaan (1) & (2) :

$$(4 + j8)I_1 + j2I_2 = 60\angle 0^\circ$$

$$j2I_1 + (1 + j4)I_2 = 0 \dots\dots\dots \times (-j2 + 4)$$

$$(4 + j8)I_1 + j2I_2 = 60\angle 0^\circ$$

$$(4 + j8)I_1 + (12 + j14)I_2 = 0$$

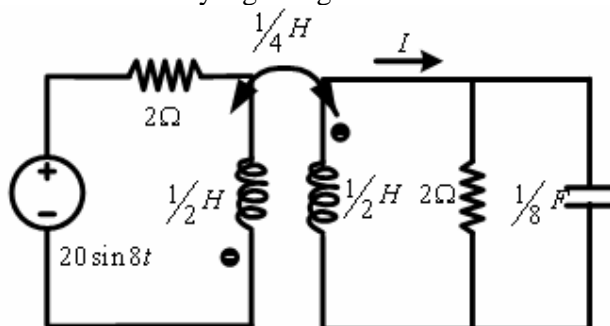
$$(-12 - j12)I_2 = 60\angle 0^\circ$$

$$I_2 = \frac{60\angle 0^\circ}{(-12 - j12)} = \frac{60\angle 0^\circ}{12\sqrt{2}\angle -135^\circ} = 3,54\angle 135^\circ$$

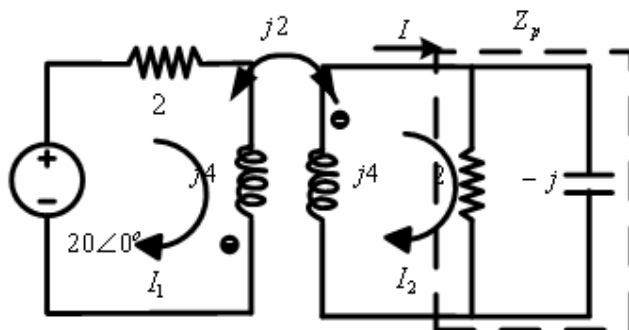
$$\text{sehingga : } V = I_2 \cdot R = 3,54\angle 135^\circ \cdot 1 = 3,54\angle 135^\circ$$

$$\text{maka : } V = 3,54 \cos(20t + 135^\circ) \text{ V}$$

2. Tentukan arus yang mengalir !



Jawaban :



$$Z_p = \frac{-j \cdot 2}{2 - j} = \frac{2 \angle -90^\circ}{2,24 \angle -27^\circ} = 0,89 \angle -63^\circ$$

Tinjau loop I_1 :

$$-20 \angle 0^\circ + (2 + j4)I_1 + j2I_2 = 0$$

Tinjau loop I_2 :

$$j2I_1 + (j4 + 0,89 \angle -63^\circ)I_2 = 0$$

Metoda Cramer :

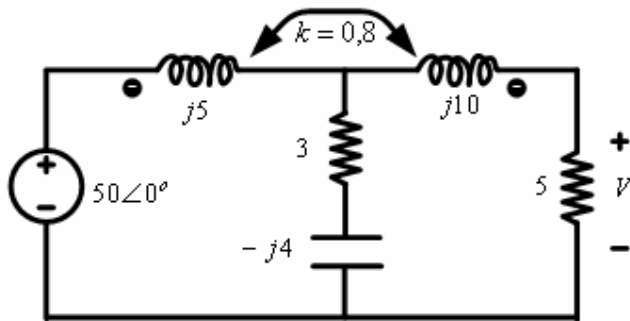
$$\begin{pmatrix} 2 + j4 & j2 \\ j2 & j4 + 0,89 \angle -63^\circ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \angle 0^\circ \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 2 + j4 & 20 \\ j2 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 + j4 & j2 \\ j2 & j4 + 0,89 \angle -63^\circ \end{vmatrix}} = \frac{-j40}{\begin{vmatrix} 2 + j4 & j2 \\ j2 & j4 + 0,89 \angle -63^\circ \end{vmatrix}} = 2,5\sqrt{2} \angle 135^\circ$$

maka :

$$I = i_2 = 2,5\sqrt{2} \sin(8t + 135^\circ) A$$

3. Tentukan tegangan V pada rangkaian berikut !

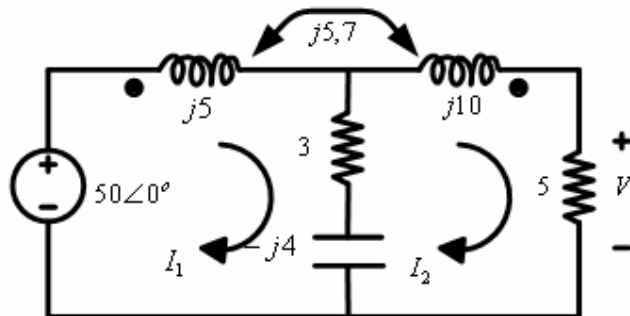


Jawaban :

$$M = k\sqrt{L_1 L_2}$$

$$j\omega M = j\omega k\sqrt{L_1 L_2} = k\sqrt{j\omega L_1 \cdot j\omega L_2}$$

$$j\omega M = 0,8\sqrt{j5 \cdot j10} = j5,7$$



Tinjau loop I_1 :

$$-50\angle 0^\circ + (3 + j5 - j4)I_1 - (3 - j4 + j5,7)I_2 = 0$$

$$(3 + j1)I_1 + (-3 - j1,7)I_2 = 50\angle 0^\circ \dots\dots\dots(1)$$

Tinjau loop I_2 :

$$(3 - j4 + j10 + 5)I_2 - (3 - j4 + j5,7)I_1 = 0$$

$$(-3 - j1,7)I_1 + (8 + j6)I_2 = 0 \dots\dots\dots(2)$$

Metoda Cramer :

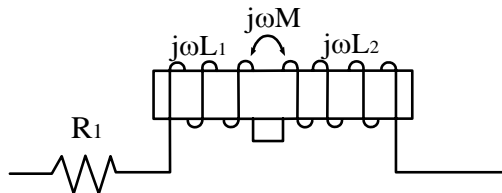
$$\begin{pmatrix} 3 + j & -3 - j1,7 \\ -3 - j1,7 & 8 + j6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 50 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 3 + j & 50 \\ -3 - j1,7 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 + j & -3 - j1,7 \\ -3 - j1,7 & 8 + j6 \end{vmatrix}} = 8,62\angle -25^\circ$$

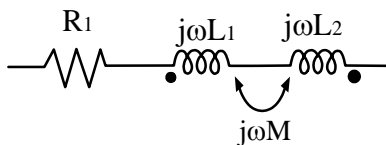
maka :

$$V = 5I_2 = 43,1\angle -25^\circ$$

4. Tentukan rangkaian penggantinya :



Jawaban :

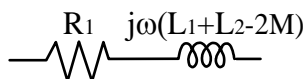


$$= R_1 + j\omega L_1 - j\omega M + j\omega L_2 - j\omega M$$

$$= R_1 + j\omega L_1 + j\omega L_2 - 2j\omega M$$

$$= R_1 + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)$$

Rangkaian Pengganti :



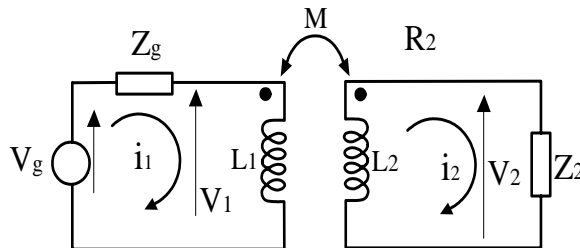
Transformator Ideal

Transformator ideal adalah tanpa terkopel dimana koefisien kopling adalah hampir satu dan kedua reaktansi induktif primer dan sekunder adalah luar biasa besarnya dibandingkan dengan impedansi yang diberikan pada terminal .

Atau trafo ideal adalah pasangan trafo yang tidak ada rugi-rugi dimana induktansi sendiri dari primer dan sekunder yang tidak terbatas tetapi perbandingan keduanya terbatas. Perbandingan antara lilitan sekunder dan lilitan primer adalah :

$$n = \frac{N_2}{N_1}$$

secara umum diberikan :



$$V_1 = j\omega L_1 i_1 - j\omega M i_2 \dots \dots \dots (1)$$

$$0 = -j\omega M i_1 + (Z_2 + j\omega L_2) i_2 \dots \dots \dots (2)$$

$$i_2 = \frac{j\omega M}{Z_2 + j\omega L_2} i_1$$

substitusi :

$$V_1 = j\omega L_1 i_1 - j\omega M \frac{j\omega M i_1}{Z_2 + j\omega L_2} = \left[j\omega L_1 + \frac{\omega^2 M^2}{Z_2 + j\omega L_2} \right] i_1$$

$$Z_1 = \frac{V_1}{i_1} = j\omega L_1 + \frac{\omega^2 M^2}{Z_2 + j\omega L_2}$$

Perbandingan tegangan V_2 dengan V_1 :

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{Z_2 i_2}{V_1} = Z_2 \left(\frac{i_2}{i_1} \right) \left(\frac{i_1}{V_1} \right)$$

$$\frac{V_2}{V_1} = Z_2 \frac{j\omega M}{Z_2 + j\omega L_2} \frac{1}{j\omega L_1 + \frac{\omega^2 M^2}{Z_2 + j\omega L_2}} = \frac{Z_2 j\omega M}{j\omega L_1 (Z_2 + j\omega L_2) + \omega^2 M^2}$$

Pada trafo ideal : $\phi_{11} = \alpha N_1 i_1$

$$\phi_{22} = \alpha N_2 i_2$$

Dimana α adalah konstanta yang tergantung dari sifat fisik transformator/ tidak ada fluks bocor untuk masing-masing identik.

$$L_1 i_1 = N_1 \phi_{11}$$

$$L_2 i_2 = N_2 \phi_{22}$$

$$\phi_{11} = \alpha N_1 i_1 \quad \phi_{22} = \alpha N_2 i_2$$

$$\frac{L_1 i_1}{N_1} = \alpha N_1 i_1 \quad \frac{L_2 i_2}{N_2} = \alpha N_2 i_2$$

$$L_1 = \alpha N_1^2 \quad L_2 = \alpha N_2^2$$

Sehingga perbandingan L_2 dengan L_1 :

$$\frac{L_2}{L_1} = \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2 = n^2$$

Trafo ideal, $k = 1$: $M = k\sqrt{L_1 L_2}$

$$M = \sqrt{L_1 L_2}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{Z_2 j\omega M}{j\omega L_1 (Z_2 + j\omega L_2) + \omega^2 M^2} = \frac{Z_2 j\omega \sqrt{L_1 L_2}}{j\omega L_1 (Z_2 + j\omega L_2) + \omega^2 L_1 L_2}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{Z_2 j\omega \sqrt{L_1 L_2}}{j\omega L_1 Z_2 - \omega^2 L_1 L_2 + \omega^2 L_1 L_2} = \frac{Z_2 j\omega \sqrt{L_1 L_2}}{Z_2 j\omega L_1} = \sqrt{\frac{L_1 L_2}{L_1^2}}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = n$$

untuk trafo ideal nilai L_1 atau L_2 tak hingga, sehingga :

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{j\omega M}{Z_2 + j\omega L_2} = \frac{j\omega \sqrt{L_1 L_2}}{Z_2 + j\omega L_2}$$

$$\lim_{L_1, 2 \rightarrow \infty} \frac{i_2}{i_1} = \lim_{L_1, 2 \rightarrow \infty} \frac{j\omega \sqrt{L_1 L_2}}{Z_2 + j\omega L_2} = \lim_{L_1, 2 \rightarrow \infty} \frac{j\omega \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}}{\frac{Z_2}{L_2} + j\omega} = \lim_{L_1, 2 \rightarrow \infty} \frac{j\omega \left(\frac{1}{n} \right)}{j\omega + \frac{Z_2}{L_2}} = \frac{1}{n}$$

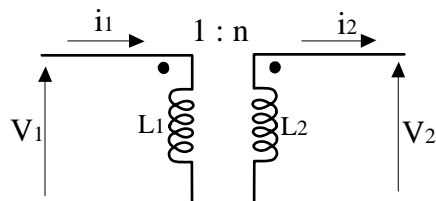
$$\frac{i_2}{i_1} = \frac{1}{n}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = n$$

$$\frac{i_2}{i_1} \frac{Z_2}{Z_1} = n$$

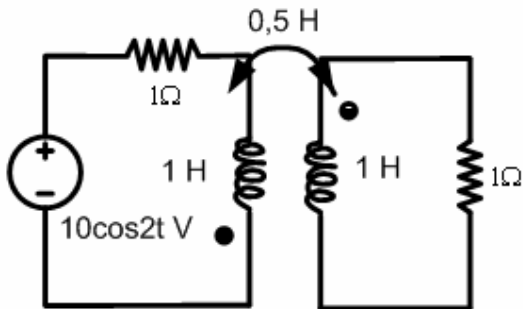
$$\frac{1}{n} \frac{Z_2}{Z_1} = n$$

$$\frac{Z_2}{Z_1} = n^2$$

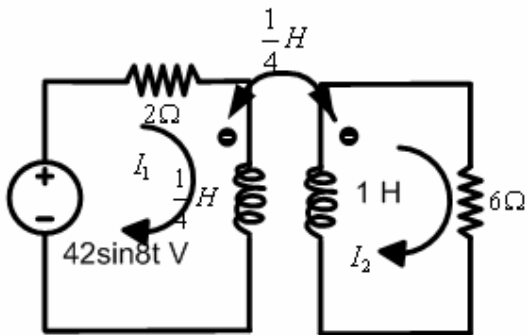


Soal – soal :

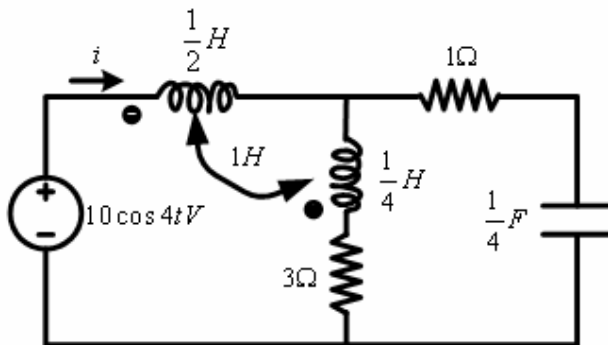
1. Tentukan daya yang didisipasikan pada resistor 1Ω !



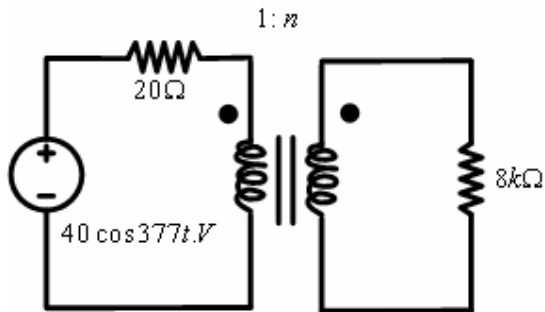
2. Tentukan arus I_1 dan I_2 !



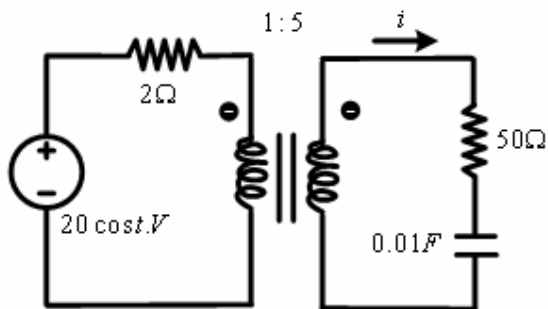
3. Tentukan arus i !



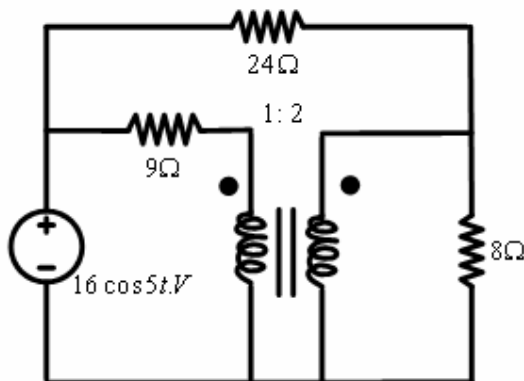
4. Tentukan n sehingga terjadi transfer daya maksimum pada resistor $8k\Omega$!



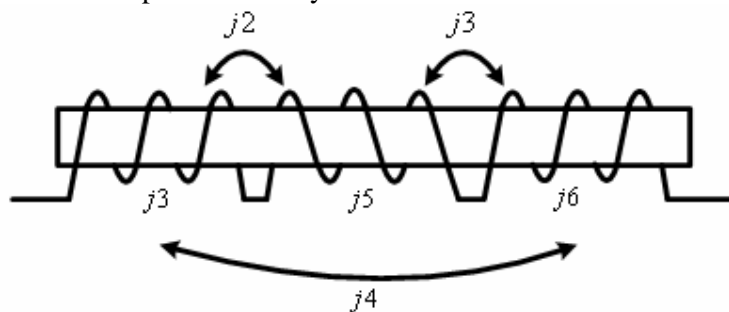
5. Tentukan arus i !



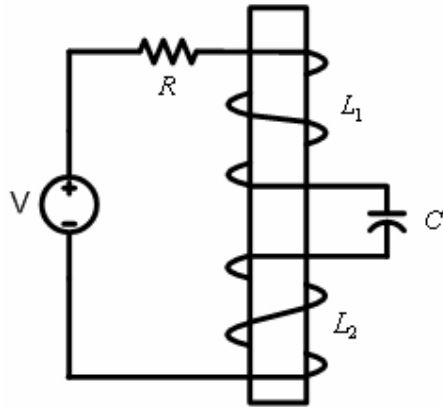
6. Tentukan daya rata-rata pada resistor 8Ω !



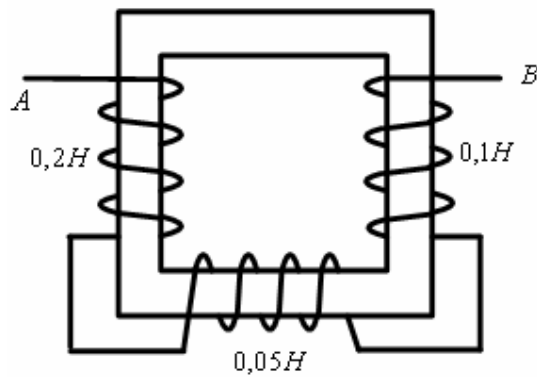
7. Tentukan impedansi totalnya :



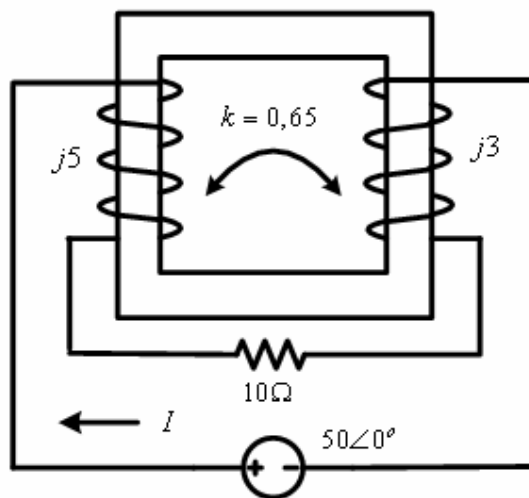
8. Tentukan impedansi totalnya :



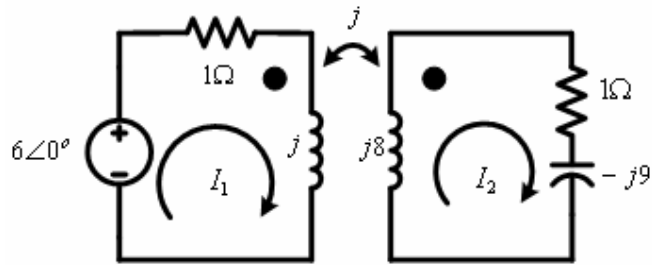
9. Tentukan nilai induktor totalnya, jika nilai konstanta untuk semua induktor adalah $k=0,5$!



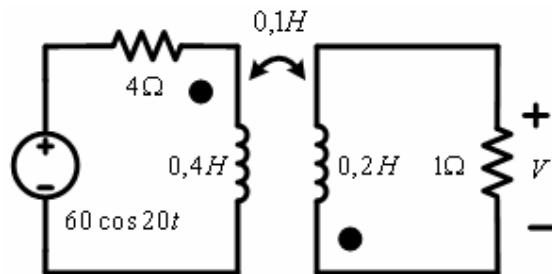
10. Tentukan arus yang mengalir !



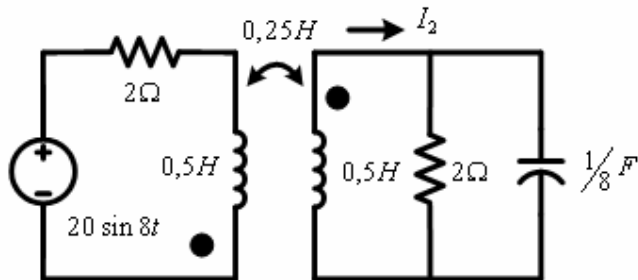
11. Tentukan arus i_1 dan i_2 pada rangkaian berikut :



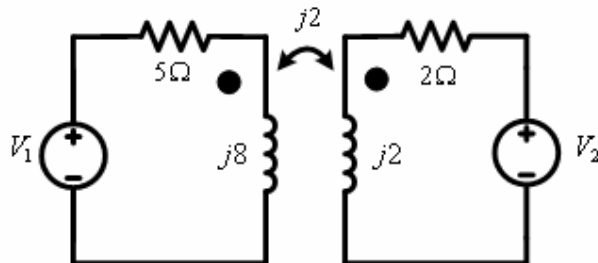
12. Tentukan nilai tegangan V :



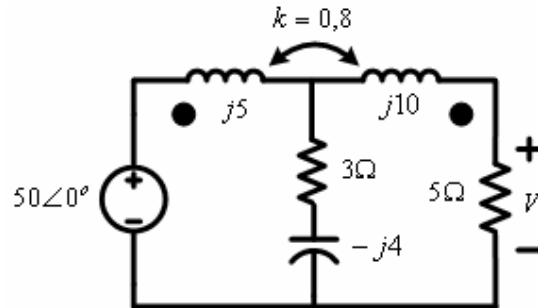
13. Tentukan arus i_2 yang mengalir :



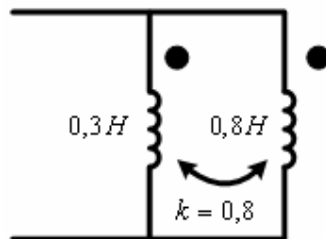
14. Tentukan perbandingan V_2 terhadap V_1 ketika $i_1=0$ pada rangkaian berikut :



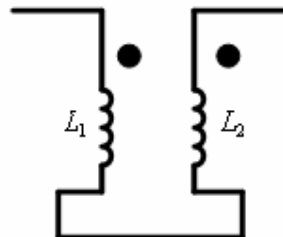
15. Tentukan tegangan V pada rangkaian berikut :



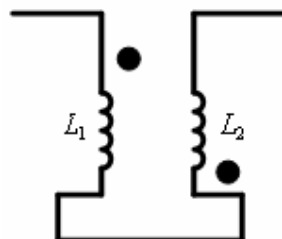
16. Tentukan Leq :



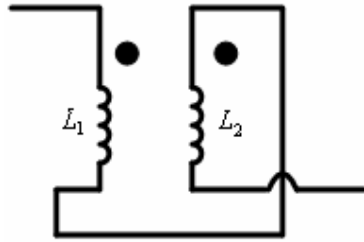
17. Jika $L_1 = 2H$, $L_2 = 8H$, $k=1$. Tentukan Leq !



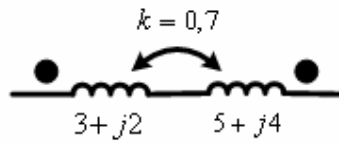
18. Tentukan Leq :



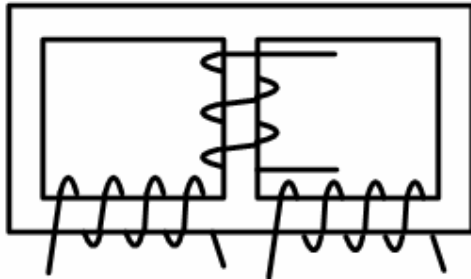
19. Tentukan L_{eq} :



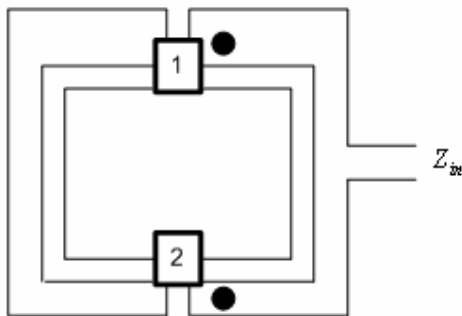
20. Tentukan Z_{eq} :



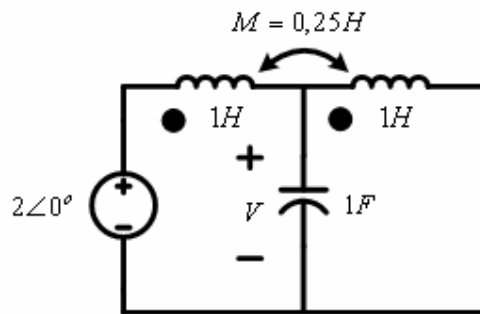
21. Tentukan tanda titik :



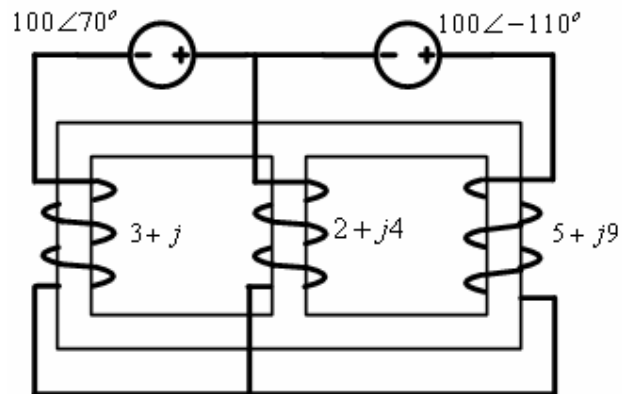
22. Jika $Z_1=5+j9$, $Z_2=3+j4$, $k=1$, tentukan Z_{in} :



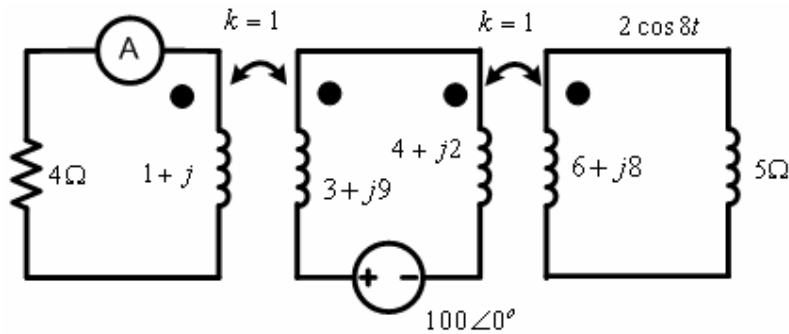
23. Tentukan V dimana $\omega = 1 \text{ rad/s}$



24. Tentukan arus pada $3+j$ jika $k=1$:



25. Tentukan arus di amperemeter :



BAB XII RANGKAIAN TRANSIEN

Respon alami adalah respon yang tergantung hanya oleh energi dalam yang disimpan komponen atau elemen dan bukan oleh sumber luar.

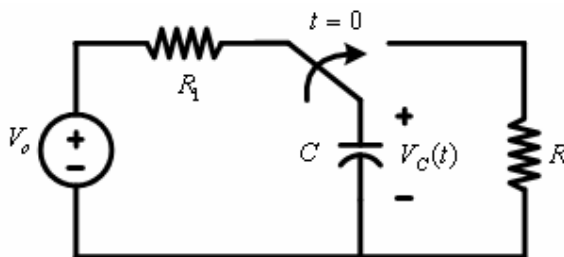
Respon transien atau respon peralihan adalah respon sementara yang muncul dalam rentang waktu tertentu.

Respon steady state adalah respon yang ada atau muncul setelah waktu yang lama diikuti oleh beroperasinya saklar.

Respon paksa adalah respon yang muncul karena reaksi satu atau lebih sumber bebasnya.

Rangkaian Transien Orde – 1

Rangkain RC bebas sumber



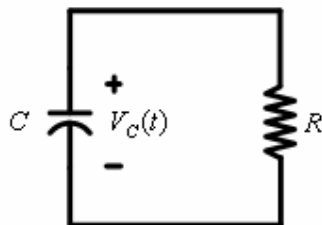
Pada saat $t = 0^-$, kondisi *switch* berada pada posisi gambar diatas, jika keadaan tersebut sebagai kondisi *steady state* maka :

$$V_C(0) = V_o$$

Asumsi : kapasitor *discharge* sampai V_o

Energi di Kapasitor ($t = 0$) :

$$W_C(0) = \frac{1}{2} C V_o^2$$



Pada saat $t > 0$, kondisi *switch* berada seperti gambar diatas, maka :

Analisis untuk menentukan $V(t)$ untuk $t > 0$:

$$i(t)R + V_C(t) = 0$$

Pada komponen C :

$$i(t) = C \frac{dV_C(t)}{dt}$$

sehingga :

$$C \frac{dV_C(t)}{dt} R + V_C(t) = 0$$

$$RC \frac{dV_C(t)}{dt} = -V_C(t)$$

$$\frac{1}{V_C(t)} dV_C(t) = -\frac{1}{RC} dt$$

Kedua ruas masing – masing diintegrasikan :

$$\int_{V_o}^V \frac{1}{V_C(t)} dV_C(t) = \int_0^t -\frac{1}{RC} dt$$

dimana : $V_C(t) = V(t)$

$$\int_{V_o}^V \frac{1}{V(t)} dV(t) = \int_0^t -\frac{1}{RC} dt$$

$$\ln V(t) - \ln V_o = -\frac{t}{RC}$$

$$\ln \frac{V(t)}{V_o} = -\frac{t}{RC}$$

$$\frac{V(t)}{V_o} = e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$V(t) = V_o e^{-\frac{t}{RC}}$$

Konstanta waktu : $\tau = RC$

Daya pada resistor :

$$P_R(t) = \frac{V^2(t)}{R} = \frac{V_o^2}{R} e^{-\frac{2t}{RC}}$$

Energi pada resistor :

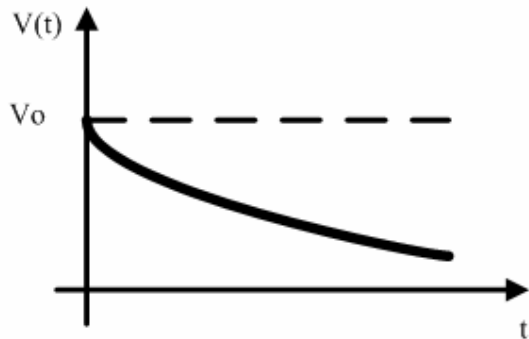
$$\begin{aligned} W_R(t) &= \int_0^t P_R(t) dt = \int_0^t \frac{V_o^2}{R} e^{-2t/RC} dt \\ &= \frac{V_o^2}{R} \int_0^t e^{-2t/RC} dt \\ &= \frac{V_o^2}{R} \frac{-RC}{2} e^{-2t/RC} \Big|_0^t = -\frac{V_o^2}{2} C [0 - 1] = \frac{V_o^2}{2} C \end{aligned}$$

$$W_R(\infty) = \frac{1}{2} C V_o^2$$

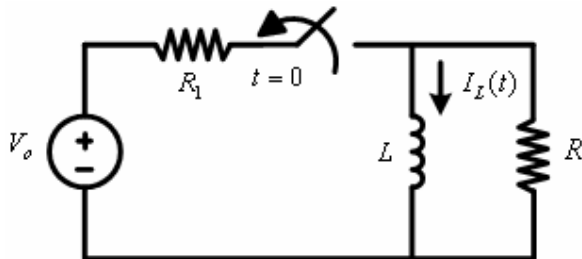
Secara umum, jika $t \text{ awal} = t_0$, maka :

$$V(t) = V_o e^{-\frac{(t-t_0)}{RC}}, t > t_0$$

Grafik waktu terhadap tegangan :



Rangkaian RL Bebas Sumber



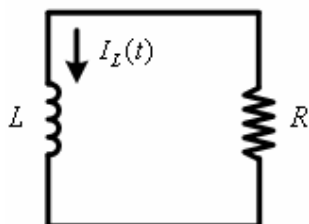
Pada saat $t = 0$ kondisi saklar tertutup, jika rangkaian tersebut dalam kondisi *steady state* maka :

$$I_L(0) = \frac{V_o}{R_1} = I_o$$

Asumsi : induktor menyimpan arus I_o di $t = 0$

Energi di induktor :

$$W_L(o) = \frac{1}{2} L I_o^2$$



Pada saat $t > 0$, kondisi *switch* berada seperti gambar diatas, maka :

Analisis untuk menentukan $i(t)$ pada $t > 0$:

$$i(t)R + V_L(t) = 0$$

Pada komponen L :

$$V_L(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

sehingga :

$$i(t)R + L \frac{di(t)}{dt} = 0$$

$$L \frac{di(t)}{dt} = -i(t)R$$

$$\frac{1}{i(t)} di(t) = -\frac{R}{L} dt$$

Integralkan kedua ruas :

$$\int_{i_o}^{i(t)} \frac{1}{i(t)} di(t) = \int_0^t -\frac{R}{L} dt$$

$$\ln i(t) - \ln i_o = -\frac{R}{L} t$$

$$\ln \frac{i(t)}{i_o} = -\frac{R}{L} t$$

$$\frac{i(t)}{i_o} = e^{-\frac{R}{L} t}$$

$$i(t) = i_o e^{-\frac{R}{L} t}$$

$$\text{Konstanta waktu : } \tau = \frac{L}{R}$$

Daya pada resistor :

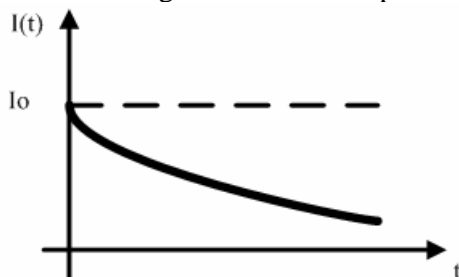
$$P_R(t) = i(t)^2 R = i_o^2 e^{-\frac{2R}{L} t} R$$

Energi pada resistor :

$$\begin{aligned} W_R(t) &= \int_0^t P_R(t) dt = \int_0^t R i_o^2 e^{-\frac{2R}{L} t} dt \\ &= -R i_o^2 \frac{L}{2R} e^{-\frac{2R}{L} t} \Big|_0^t = -\frac{i_o^2 L}{2} [0 - 1] = \frac{i_o^2 L}{2} \end{aligned}$$

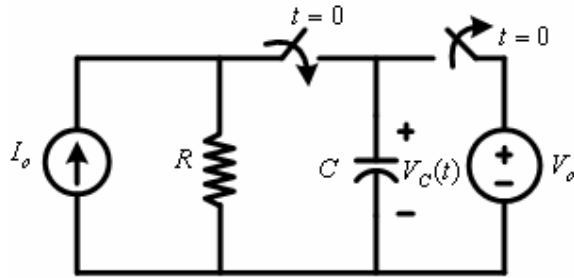
$$W_R(\infty) = \frac{1}{2} L i_o^2$$

Grafik hubungan waktu terhadap arus :



Respon Fungsi Paksa Orde - 1

Rangkaian RC dengan Sumber

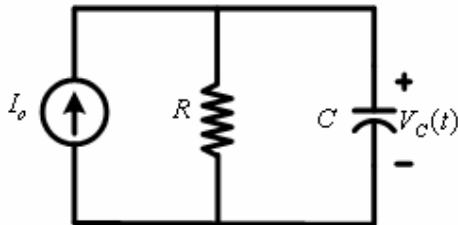


Menentukan nilai $V_{C(t)}$ pada saat switch diubah ($t > 0$)

Analisis keadaan *steady state* ($t = 0$) :

$$V_{C(0)} = V_o$$

Analisis keadaan switch ditutup ($t > 0$) :



Dengan metoda node (simpul) :

$$i_o = \frac{V_{C(t)}}{R} + C \frac{dV_{C(t)}}{dt}$$

$$i_o R = V_{C(t)} + RC \frac{dV_{C(t)}}{dt}$$

$$-RC \frac{dV_{C(t)}}{dt} = V_{C(t)} - i_o R$$

$$\frac{1}{V_{C(t)} - i_o R} dV_{C(t)} = -\frac{1}{RC} dt$$

Integralkan kedua ruas :

$$\int \frac{1}{V_{C(t)} - i_o R} dV_{C(t)} = \int -\frac{1}{RC} dt$$

$$\ln(V_{C(t)} - i_o R) = -\frac{t}{RC} + k$$

$$V_{C(t)} - i_o R = e^{-\frac{t}{RC} + k}$$

$$V_{C(t)} = e^k e^{-\frac{t}{RC}} + i_o R$$

$$V_{C(t)} = A e^{-\frac{t}{RC}} + i_o R$$

dimana : $Ae^{\frac{-t}{RC}}$ adalah respon alami
 $i_o R$ adalah respon paksa

Pada saat $t = 0$, maka $V_{C_0} = V_o$ sehingga :

$$V_{C(t)} = Ae^{\frac{-t}{RC}} + i_o R$$

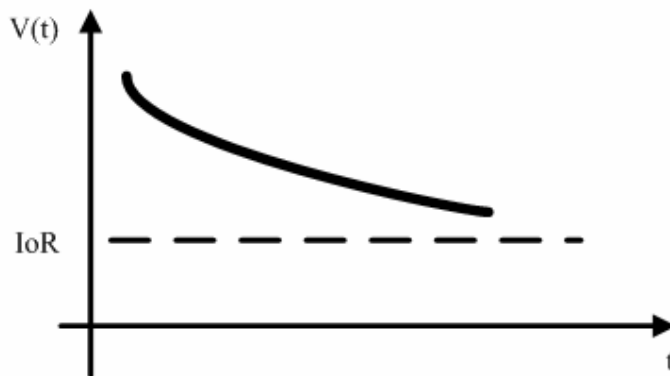
$$V_o = A + i_o R$$

$$A = V_o - i_o R$$

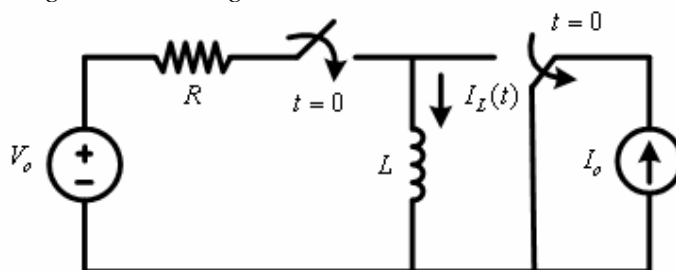
sehingga :

$$V_{C(t)} = (V_o - i_o R)e^{\frac{-t}{RC}} + i_o R, \dots t > 0$$

Grafik hubungan waktu terhadap tegangan :



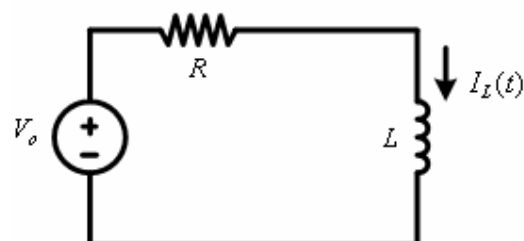
Rangkaian RL dengan Sumber



Menentukan nilai $I_L(t)$ pada saat switch diubah ($t > 0$)

Analisis keadaan *steady state* ($t = 0$) :

$$I_L(0) = \frac{V_o}{R_1} = I_o$$



Analisis keadaan switch diubah ($t > 0$) seperti gambar pada halaman sebelumnya, jika dianalisis sama halnya seperti pada rangkaian RC dengan sumber maka didapatkan persamaan akhir :

$$I_L(t) = \frac{V_o}{R} + \left(I_o - \frac{V_o}{R} \right) e^{-tR/L}$$

Kasus secara umum

$$\frac{dy}{dt} + Py = Q$$

dimana : y = fungsi V atau i
P, Q = konstanta

sehingga :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(ye^{Pt}) &= \frac{dy}{dt}e^{Pt} + Pye^{Pt}e^{Pt} \\ &= e^{Pt}\left(\frac{dy}{dt} + Py\right) \end{aligned}$$

$$\frac{d}{dt}(ye^{Pt}) = e^{Pt}Q$$

kalikan kedua ruas dengan dt dan integralkan :

$$\begin{aligned} \int d(ye^{Pt}) &= \int Qe^{Pt} dt \\ ye^{Pt} &= \int Qe^{Pt} + A \end{aligned}$$

kalikan kedua ruas dengan e^{-Pt} :

$$y = e^{-Pt} \int Qe^{Pt} dt + Ae^{-Pt}$$

$$y = e^{-Pt} \frac{Q}{P} e^{Pt} + Ae^{-Pt}$$

$$y = Ae^{-Pt} + \frac{Q}{P}$$

dimana : Ae^{-Pt} adalah respon alami

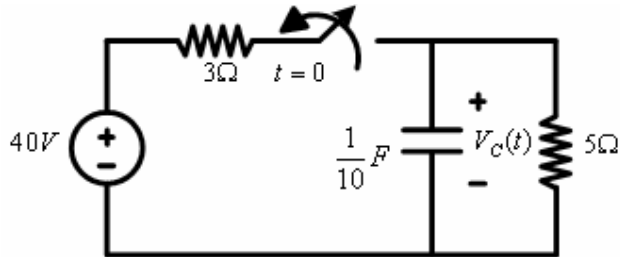
$\frac{Q}{P}$ adalah respon paksa

Langkah-langkah praktis untuk menyelesaikan respon paksa orde 1 :

1. Untuk respon natural cari responnya dengan sumber diganti tahanan dalamnya
2. Untuk respon paksa cari dengan keadaan steady state
3. Cari keadaan awalnya

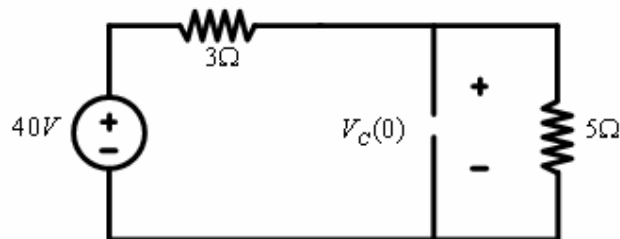
Contoh latihan :

1. Jika rangkaian tersebut pada saat $t = 0$ berada dalam kondisi *steady state*, cari V_C untuk $t > 0$!



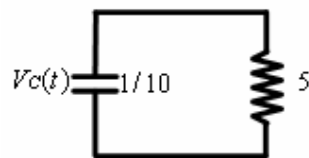
Jawaban :

Pada saat $t = 0$ atau keadaan *switch* ditutup dalam keadaan *steady state* (mantap)



$$V_{C(0)} = \frac{5}{5+3} 40 = 25V$$

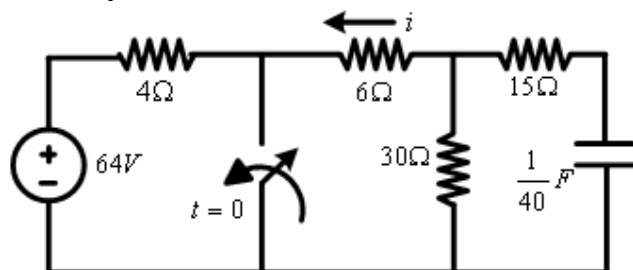
Pada saat *switch* dibuka atau $t > 0$, maka :



$$V_{C(t)} = V_o e^{-\frac{t}{RC}}$$

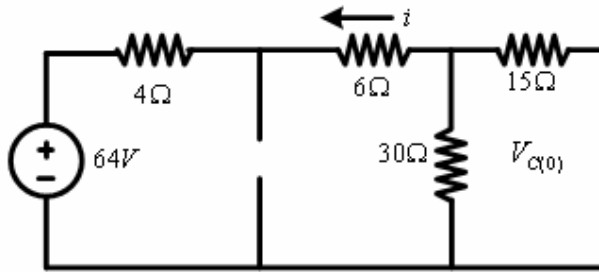
$$V_{C(t)} = 25e^{-\frac{t}{5 \cdot \frac{1}{10}}} = 25e^{-2t}$$

2. Cari i pada saat $t > 0$, ketika $t = 0$ dalam kondisi *steady state*.



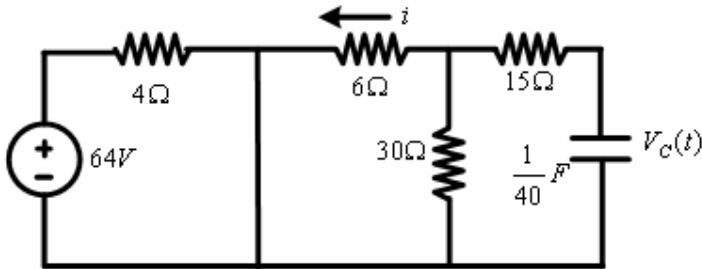
Jawaban :

Pada saat $t = 0$ (*switch* terbuka) dalam kondisi *steady state* :

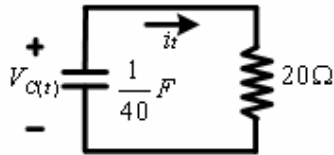


$$V_{C(0)} = \frac{30}{30 + 6 + 4} 64 = 48V$$

Pada saat $t > 0$ (*switch* ditutup), maka :



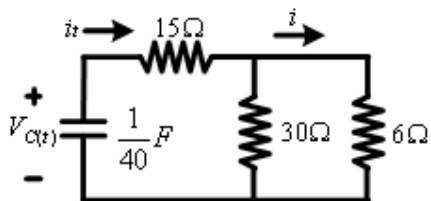
$$R_t = 15 + \frac{6 \cdot 30}{6 + 30} = 20\Omega$$



$$V_{C(t)} = V_o e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$V_{C(t)} = 48e^{-\frac{t}{20 \cdot \frac{1}{40}}} = 48e^{-2t}$$

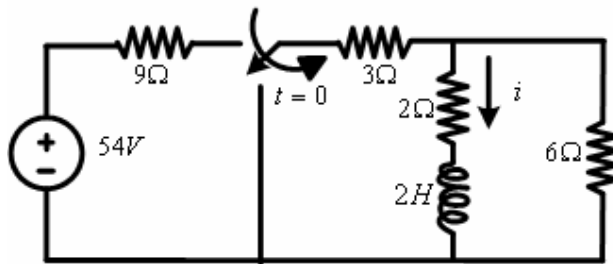
$$i_t(t) = \frac{V_{C(t)}}{20} = \frac{48e^{-2t}}{20}$$



$$i = \frac{30}{30+6} i_t$$

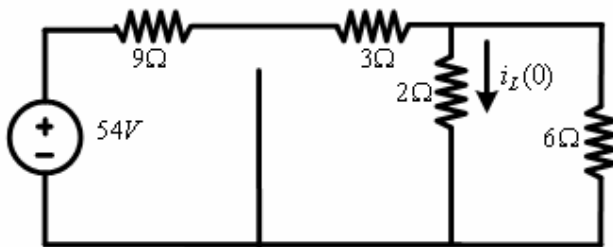
$$i = \frac{30}{36} \frac{48}{20} e^{-2t} = 2e^{-2t}$$

3. Tentukan nilai i pada saat $t > 0$, jika $t = 0$ kondisi *steady state* pada rangkaian tersebut !



Jawaban :

Pada saat $t = 0$, kondisi mantap :

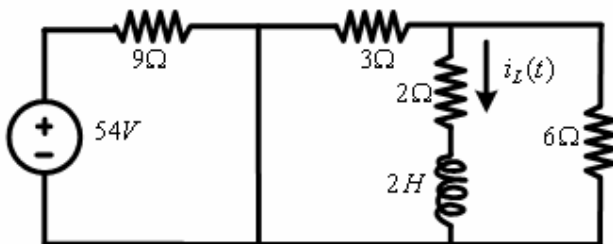


$$R_t = 9 + 3 + \frac{2 \cdot 6}{2 + 6} = \frac{27}{2} \Omega$$

$$i_t = \frac{54}{\frac{27}{2}} = 4A$$

$$i_L(0) = \frac{6}{6+2} i_t = \frac{6}{8} 4 = 3A$$

Pada saat $t > 0$, maka :



$$R_t = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} + 2 = 4\Omega$$

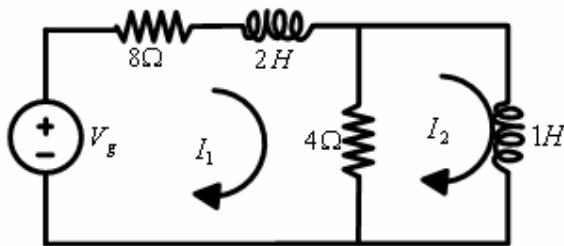
$$i_L(t) = i_o e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$i_L(t) = 3e^{-\frac{4}{2}t} = 3e^{-2t} \text{ A}$$

Rangkaian Transien Orde – 2

Rangkaian yang di dalamnya terdapat dua komponen penyimpan energi (baik L atau C)

Contoh kasus :



Loop i_1 :

$$2 \frac{di_1}{dt} + 12i_1 - 4i_2 = V_g \dots\dots\dots(1)$$

Loop i_2 :

$$-4i_1 + 4i_2 + \frac{di_2}{dt} = 0$$

$$i_1 = i_2 + \frac{1}{4} \frac{di_2}{dt} \dots\dots\dots(2)$$

dari persamaan (1) dan (2) :

$$2 \frac{d}{dt} (i_2 + \frac{1}{4} \frac{di_2}{dt}) + 12(i_2 + \frac{1}{4} \frac{di_2}{dt}) - 4i_2 = V_g$$

$$2 \frac{di_2}{dt} + \frac{1}{2} \frac{d^2 i_2}{dt^2} + 12i_2 + 3 \frac{di_2}{dt} - 4i_2 = V_g$$

$$\frac{1}{2} \frac{d^2 i_2}{dt^2} + 5 \frac{di_2}{dt} + 8i_2 = V_g$$

$$\frac{d^2 i_2}{dt^2} + 10 \frac{di_2}{dt} + 16i_2 = 2V_g$$

sehingga secara umum persamaan orde – 2 :

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = f(t)$$

dimana respon lengkap : $x = x_n + x_f$

Respon alami (x_n)

Terjadi pada saat $f(t) = 0$, sehingga jika $x_n = Ae^{st}$:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_o x = 0, x_n = Ae^{st}$$

$$As^2 e^{st} + Aa_1 s e^{st} + a_o A e^{st} = 0$$

$$Ae^{st} (s^2 + a_1 s + a_o) = 0$$

$$s^2 + a_1 s + a_o = 0$$

$$s_{12} = \frac{-a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_o}}{2}$$

$$x_{n1} = A_1 e^{s_1 t}$$

$$x_{n2} = A_2 e^{s_2 t}$$

$$x_n = x_{n1} + x_{n2} = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$$

Tipe – tipe respon alami

1. Akar – akar real : *Overdamped*

$$x_n = A_1 e^{-s_1 t} + A_2 e^{-s_2 t}$$

2. Akar – akar kompleks : *Underdamped*

$$s_{12} = \alpha + j\beta$$

$$\begin{aligned} x_n &= A_1 e^{(\alpha + j\beta)t} + A_2 e^{(\alpha - j\beta)t} \\ &= A_1 e^{\alpha t} e^{j\beta t} + A_2 e^{\alpha t} e^{-j\beta t} \\ &= e^{\alpha t} (A_1 e^{j\beta t} + A_2 e^{-j\beta t}) \\ &= e^{\alpha t} (A_1 \cos \beta t + j A_1 \sin \beta t + A_2 \cos \beta t - A_2 \sin \beta t) \\ &= e^{\alpha t} ((A_1 + A_2) \cos \beta t + j(A_1 - A_2) \sin \beta t) \\ &= e^{\alpha t} (B_1 \cos \beta t + B_2 \sin \beta t) \end{aligned}$$

3. Akar real sama : *Critical Damped*

$$s_1 = s_2 = k$$

$$x_n = (A_1 + A_2 t) e^{kt}$$

Respon paksa (x_f)

Contoh kasus :

1. $\frac{d^2x}{dt^2} + 10\frac{dx}{dt} + 16x = 32$

misalkan : $x_f = A$

$$16A = 32$$

$$A = 2$$

sehingga : $x_{(t)} = x_n + x_f = A_1 e^{-2t} + A_2 e^{-8t}$

2. $\frac{d^2x}{dt^2} + 10\frac{dx}{dt} + 16x = 40\cos 4t$

misalkan : $x_f = A\cos 4t + B\sin 4t$

$$\frac{dx}{dt} = -4A\sin 4t + 4B\cos 4t$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -16A\cos 4t - 16B\sin 4t$$

$$-16A\cos 4t - 16B\sin 4t - 40A\sin 4t + 40B\cos 4t + 16A\cos 4t + 16B\sin 4t = 40\cos 4t$$

$$\cos 4t(-16A+40B+16A) + \sin 4t(-16B-40A+16B) = 40\cos 4t$$

$$40B\cos 4t - 40A\sin 4t = 40\cos 4t$$

$$\text{sehingga : } 40B\cos 4t = 40\cos 4t \rightarrow B=1$$

$$-40A\sin 4t = 0 \rightarrow A=0$$

$$x_f = A\cos 4t + B\sin 4t = \sin 4t$$

sehingga : $x_{(t)} = x_n + x_f = A_1 e^{-2t} + A_2 e^{-8t} + \sin 4t$

Tabel Trial Respon Paksa (x_f)

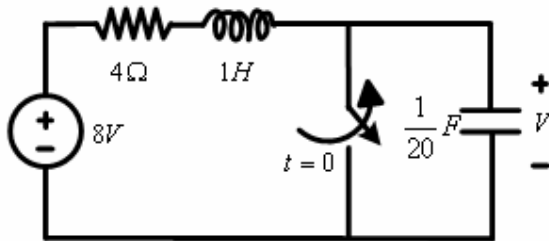
No	$f(t)$	x_f
1	k	A
2	t	At + B
3	t^2	$At^2 + Bt + C$
4	e^{at}	Ae^{at}
5	sinbt , cosbt	Asinbt + Bcosbt
6	$e^{at} \sin bt$, $e^{at} \cos bt$	$e^{at} (A\sin bt + B\cos bt)$

Respon Lengkap

Gabungan antara respon alami dan respon paksa dengan initial kondisi (kondisi awal)

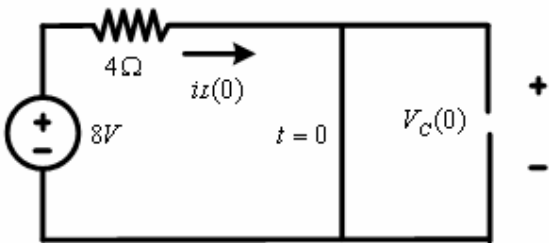
Contoh latihan :

Tentukan nilai V pada saat $t > 0$, jika $t = 0$ kondisi *steady state* !



Jawaban :

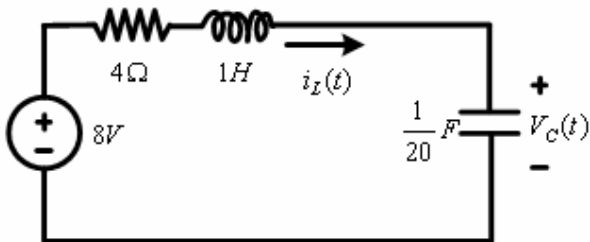
Pada saat $t = 0$, kondisi *steady state* :



$$V_C(0) = 0V$$

$$i_L(0) = \frac{8}{4} = 2A$$

Pada saat $t > 0$, maka :



$$8 = \frac{di_L(t)}{dt} + 4i_L(t) + V_C(t)$$

$$\text{dimana : } i_L(t) = C \frac{dV_C(t)}{dt}$$

$$8 = \frac{di_L(t)}{dt} + 4i_L(t) + V_C(t)$$

$$8 = \frac{d^2V_C(t)}{dt^2} + 4\frac{dV_C(t)}{dt} + V_C(t)$$

$$8 = \frac{1}{20} \frac{d^2V_C(t)}{dt^2} + \frac{1}{5} \frac{dV_C(t)}{dt} + V_C(t)$$

$$160 = \frac{d^2V_C(t)}{dt^2} + 4\frac{dV_C(t)}{dt} + 20V_C(t)$$

Respon alami : $V_n = Ae^{st}$

$$\frac{d^2V_n(t)}{dt^2} + 4\frac{dV_n(t)}{dt} + 20V_n(t) = 0$$

$$Ae^{st}(s^2 + 4s + 20) = 0$$

$$(s + 2)^2 + 16 = 0$$

$$s_1 = -2 + j4$$

$$s_2 = -2 - j4$$

$$V_n = e^{-2t}(A_1 \cos 4t + A_2 \sin 4t)$$

Respon paksa : $V_f = A$

$$20V_f = 160$$

$$20A = 160$$

$$A = \frac{160}{20} = 8$$

sehingga :

$$V(t) = V_n(t) + V_f(t)$$

$$V(t) = e^{-2t}(A_1 \cos 4t + A_2 \sin 4t) + 8$$

$$\text{Pada saat : } V(0) = A_1 + 8 = 0 \rightarrow A_1 = -8$$

$$\text{Pada saat : } i_L(0) = 2$$

$$i_L(t) = C \frac{dV(t)}{dt} = \frac{1}{20} \frac{dV(t)}{dt}$$

$$i_L(t) = \frac{1}{20} \left\{ -2e^{-2t}(A_1 \cos 4t + A_2 \sin 4t) + e^{-2t}(-4A_1 \sin 4t + 4A_2 \cos 4t) \right\}$$

$$i_L(0) = \frac{1}{20} \{ -2(A_1) + (4A_2) \} = 2$$

$$-2(A_1) + (4A_2) = 40, \text{ dimana : } A_1 = -8$$

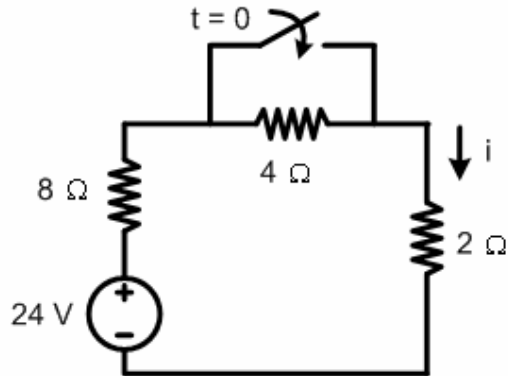
$$16 + 4A_2 = 40 \rightarrow A_2 = \frac{24}{4} = 6$$

sehingga :

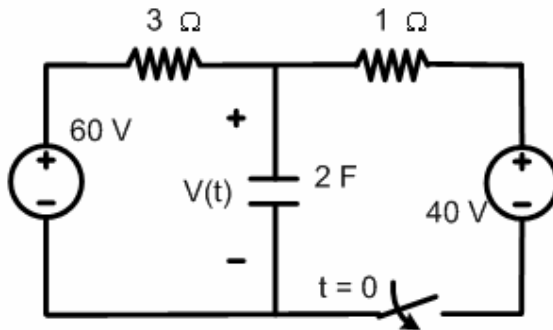
$$V(t) = e^{-2t}(6 \sin 4t - 8 \cos 4t) + 8$$

Soal – soal :

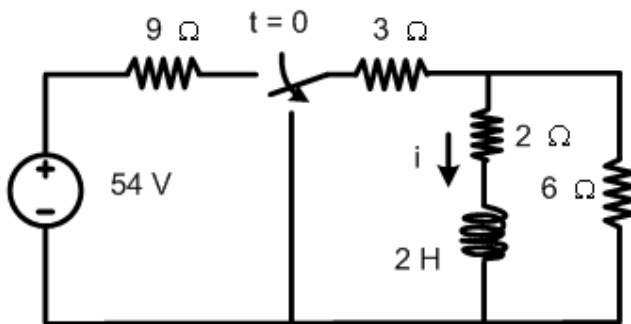
1. Tentukan nilai i pada saat $t > 0$, jika $t = 0$ kondisi *steady state* !



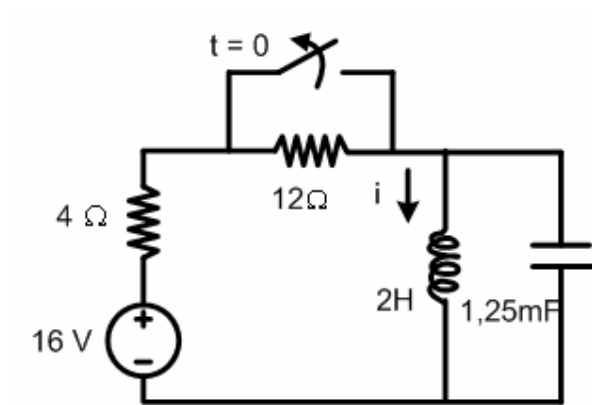
2. Tentukan nilai $V(t)$ pada saat $t > 0$, jika $t = 0^-$ kondisi rangkaian dalam keadaan *steady state* (mantap) !



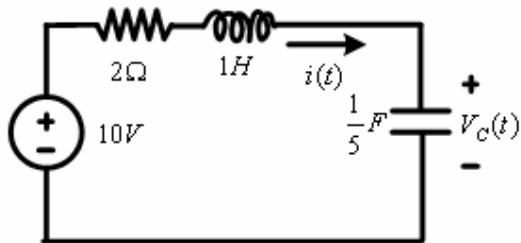
3. Tentukan nilai i pada saat $t > 0$, jika $t = 0$ kondisi *steady state* !



4. Tentukan nilai i pada saat $t > 0$, jika $t = 0$ kondisi *steady state* !



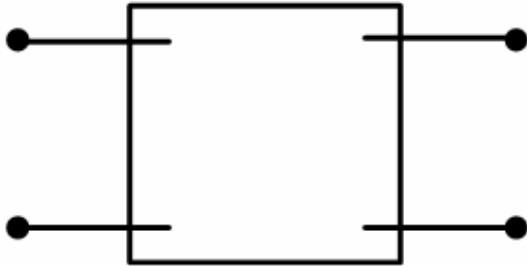
5. Tentukan V pada saat $t > 0$, jika $V(0) = 6$ dan $i(0) = 2$!



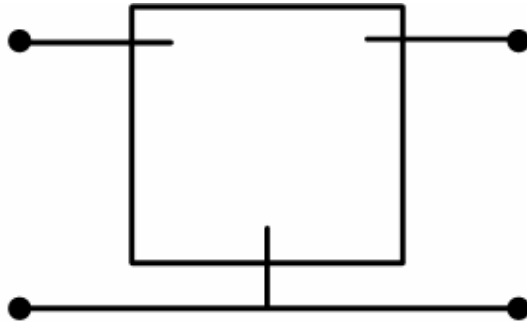
BAB XIII KUTUB EMPAT

Bentuk umum :

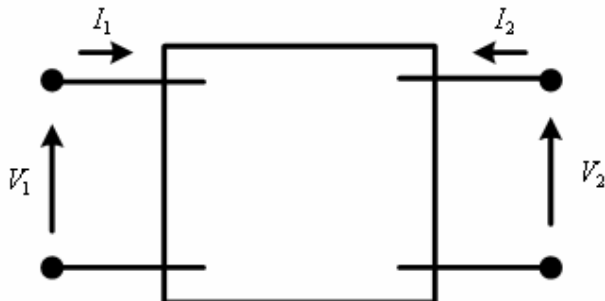
Jaringan 2 port dengan 4 terminal



Jaringan 2 port dengan 3 terminal



Parameter Z



Misalkan :

I_1 dan I_2 adalah input

V_1 dan V_2 adalah output

Maka :

$$V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2$$

$$V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2$$

Jika port 2 open circuit ($I_2 = 0$), sehingga :

$$Z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0}$$

$$Z_{21} = \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2=0}$$

Jika port 1 open circuit ($I_1 = 0$), sehingga :

$$Z_{21} = \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1=0}$$

$$Z_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1=0}$$

Impedansi yang dihasilkan sebagai impedansi *open circuit* atau parameter *open circuit* atau parameter Z .

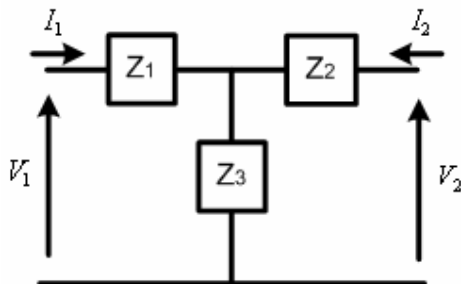
Z_{11} = impedansi port primer ketika port sekunder *open circuit*

Z_{22} = impedansi port sekunder ketika port primer *open circuit*

$Z_{12} = Z_{21}$ = impedansi transfer dimana perbandingan tegangan disatu port dibandingkan arus di port lainnya.

Contoh latihan :

1. Tentukan parameter Z !



Jawaban :

Ketika port 2 OC ($I_2 = 0$), maka :

$$\frac{V_1}{I_1} = Z_1 + Z_3$$

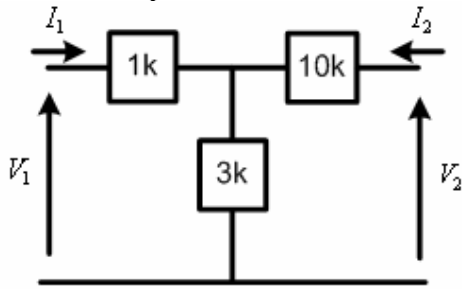
$$\frac{V_2}{I_1} = Z_3$$

Ketika port 1 OC ($I_1 = 0$), maka :

$$\frac{V_2}{I_2} = Z_2 + Z_3$$

$$\frac{V_1}{I_2} = Z_3$$

2. Tentukan parameter Z !



Jawaban :

$$V_1 = (1k + 3k)I_1 + 3kI_2 = 4kI_1 + 3kI_2$$

$$V_2 = (10k + 3k)I_2 + 3kI_1 = 3kI_1 + 13kI_2$$

maka :

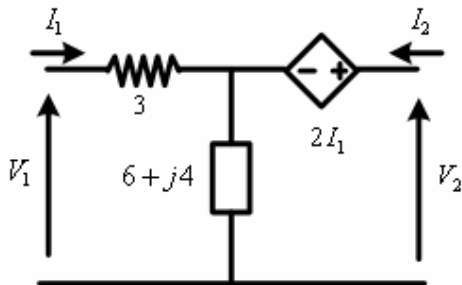
$$Z_{11} = 4k$$

$$Z_{12} = 3k$$

$$Z_{21} = 3k$$

$$Z_{22} = 13k$$

3. Tentukan parameter Z !



Jawaban :

$$V_1 = (3 + 6 + j4)I_1 + (6 + j4)I_2$$

$$V_1 = (9 + j4)I_1 + (6 + j4)I_2$$

$$V_2 = 2I_1 + (6 + j4)I_2 + (6 + j4)I_1$$

$$V_2 = (8 + j4)I_1 + (6 + j4)I_2$$

maka :

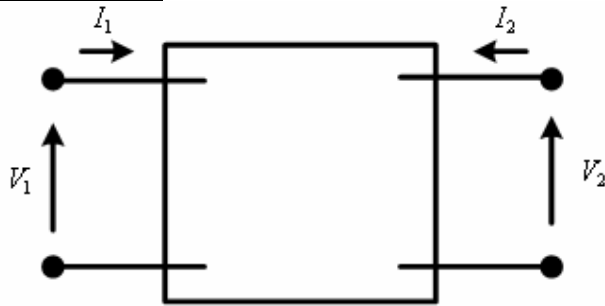
$$Z_{11} = 9 + j4$$

$$Z_{12} = 6 + j4$$

$$Z_{21} = 8 + j4$$

$$Z_{22} = 6 + j4$$

Parameter Y



Misalkan :

V_1 dan V_2 adalah input

I_1 dan I_2 adalah output

Maka :

$$I_1 = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2$$

$$I_2 = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2$$

Jika port 2 short circuit ($V_2 = 0$), sehingga :

$$Y_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2=0}$$

$$Y_{21} = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2=0}$$

Jika port 1 short circuit ($V_1 = 0$), sehingga :

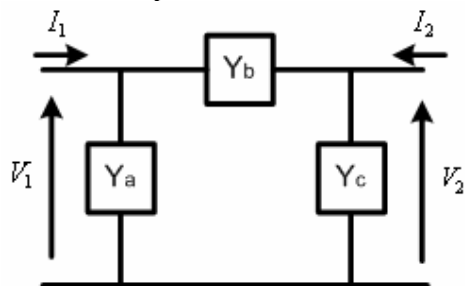
$$Y_{21} = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{V_1=0}$$

$$Y_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{V_1=0}$$

Admitansi yang dihasilkan sebagai admitansi *short circuit* atau parameter *short circuit* atau parameter Y.

Contoh latihan :

1. Tentukan parameter Y !



Jawaban :

Ketika port 2 SC ($V_2 = 0$), maka :

$$\frac{I_1}{V_1} = Y_a + Y_b$$

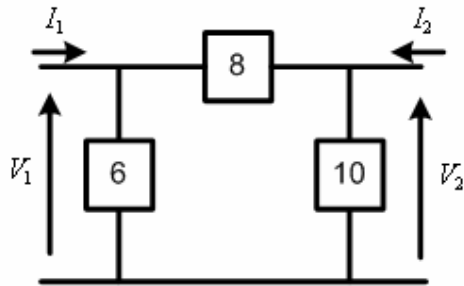
$$\frac{I_2}{V_1} = -Y_b$$

Ketika port 1 SC ($V_1 = 0$), maka :

$$\frac{I_1}{V_2} = -Y_b$$

$$\frac{I_2}{V_2} = Y_b + Y_c$$

2. Tentukan parameter Y !



Jawaban :

$$I_1 = 14V_1 - 8V_2$$

$$I_2 = -8V_1 + 18V_2$$

maka :

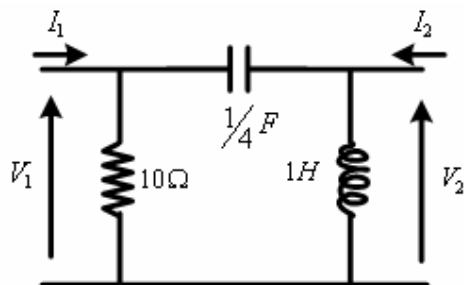
$$Y_{11} = 14$$

$$Y_{12} = -8$$

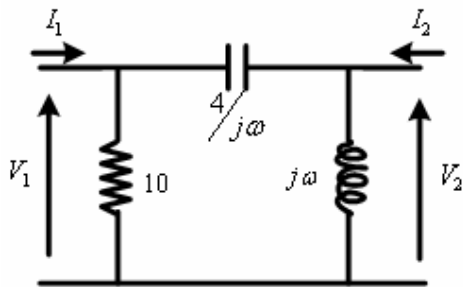
$$Y_{21} = -8$$

$$Y_{22} = 18$$

3. Tentukan parameter Y dalam domain $j\omega$!



Jawaban :



$$Y_{11} = \frac{I_1}{V_1} = \frac{1}{10} + \frac{1}{4/j\omega} = \frac{1}{10} + \frac{j\omega}{4}$$

$$Y_{12} = \frac{I_2}{V_1} = -\frac{j\omega}{4}$$

$$Y_{21} = \frac{I_1}{V_2} = -\frac{j\omega}{4}$$

$$Y_{22} = \frac{I_2}{V_2} = \frac{1}{j\omega} + \frac{1}{4/j\omega} = \frac{1}{j\omega} + \frac{j\omega}{4}$$

Parameter Hybrid (h) / Gabungan Parameter Z dan Y

$$V_1 = h_{11}I_1 + h_{12}V_2$$

$$I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}V_2$$

dan

$$I_1 = g_{11}V_1 + g_{12}I_2$$

$$V_2 = g_{21}V_1 + g_{22}I_2$$

dimana :

$$h_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{V_2=0}$$

$$h_{12} = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_1=0}$$

$$h_{21} = \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{V_2=0}$$

$$h_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{I_1=0}$$

dan

$$g_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{I_2=0}$$

$$g_{12} = \left. \frac{I_1}{I_2} \right|_{V_1=0}$$

$$g_{21} = \left. \frac{V_2}{V_1} \right|_{I_2=0}$$

$$g_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{V_1=0}$$

Parameter Transmisi (Parameter ABCD)

$$V_1 = AV_2 - BI_2$$

$$I_1 = AV_2 - BI_2$$

parameter ini penting untuk *engineering* transmisi sebab disisi primer (pengirim) terdiri dari variable V_1 dan I_1 , sedangkan disisi sekunder (penerima) terdiri dari variabel V_2 dan I_2 (negatif I_2 karena arus masuk ke beban penerima).

$$A = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_2=0}$$

$$B = \left. \frac{V_1}{-I_2} \right|_{V_2=0}$$

$$C = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{I_2=0}$$

$$D = \left. \frac{I_1}{-V_2} \right|_{V_2=0}$$

A = perbandingan tegangan ketika sekunder *open circuit*

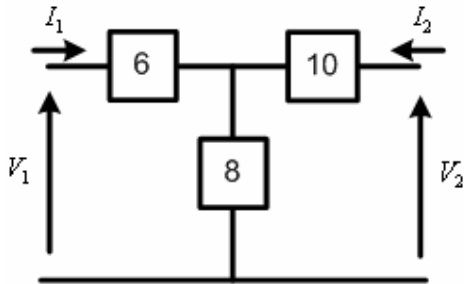
B = transfer impedansi ketika sekunder *short circuit*

C = transfer admitansi ketika sekunder *open circuit*

D = perbandingan arus ketika sekunder *short circuit*

Contoh latihan :

Tentukan parameter transmisi !



Jawaban :

Parameter transmisi :

$$V_1 = AV_2 - BI_2$$

$$I_1 = CV_2 - DI_2$$

Pada saat V_2 *open circuit* ($I_2 = 0$) :

$$V_1 = AV_2 \rightarrow A = \frac{V_1}{V_2}$$

dimana :

$$V_2 = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} V_1$$

$$A = \frac{V_1}{V_2} = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2} = \frac{6 + 8}{8} = \frac{14}{8}$$

$$I_1 = CV_2 \rightarrow C = \frac{I_1}{V_2}$$

dimana :

$$V_2 = Z_2 I_1$$

$$C = \frac{I_1}{V_2} = \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{8}$$

Pada saat V_2 *short circuit* ($V_2 = 0$) :

$$V_1 = -BI_2 \rightarrow B = -\frac{V_1}{I_2}$$

dimana :

$$V_{Z_{23}} = \frac{\frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_2 + Z_3}}{Z_1 + \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_2 + Z_3}} V_1$$

$$V_{Z_{23}} = -Z_3 I_2$$

$$\frac{\frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_2 + Z_3}}{Z_1 + \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_2 + Z_3}} V_1 = -Z_3 I_2$$

$$B = -\frac{V_1}{I_2} = \frac{Z_1(Z_2 + Z_3) + Z_2 Z_3}{Z_2} = \frac{188}{8}$$

$$I_1 = -D I_2 \rightarrow D = -\frac{I_1}{I_2}$$

dimana :

$$I_2 = -\frac{Z_2}{Z_2 + Z_3} I_1$$

$$D = -\frac{I_1}{I_2} = \frac{Z_2 + Z_3}{Z_2} = \frac{18}{8}$$

sehingga :

$$A = \frac{14}{8}$$

$$B = \frac{188}{8}$$

$$C = \frac{1}{8}$$

$$D = \frac{18}{8}$$

Konversi Parameter Y ke Parameter Z

$$I_1 = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2$$

$$I_2 = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2$$

$$\begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

$$V_1 = \frac{\begin{vmatrix} I_1 & Y_{12} \\ I_2 & Y_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{vmatrix}} = \frac{Y_{22}I_1 - Y_{12}I_2}{\Delta Y} = \frac{Y_{22}}{\Delta Y}I_1 - \frac{Y_{12}}{\Delta Y}I_2$$

$$V_2 = \frac{\begin{vmatrix} Y_{11} & I_1 \\ Y_{21} & I_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{vmatrix}} = \frac{-Y_{21}I_1 + Y_{11}I_2}{\Delta Y} = -\frac{Y_{21}}{\Delta Y}I_1 + \frac{Y_{11}}{\Delta Y}I_2$$

sehingga :

$$Z_{11} = \frac{Y_{22}}{\Delta Y}$$

$$Z_{12} = -\frac{Y_{12}}{\Delta Y}$$

$$Z_{21} = -\frac{Y_{21}}{\Delta Y}$$

$$Z_{22} = \frac{Y_{11}}{\Delta Y}$$

Konversi Parameter Z ke Parameter Y

$$V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2$$

$$V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2$$

$$\begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} V_1 & Z_{12} \\ V_2 & Z_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{vmatrix}} = \frac{Z_{22}V_1 - Z_{12}V_2}{\Delta Z} = \frac{Z_{22}}{\Delta Z}V_1 - \frac{Z_{12}}{\Delta Z}V_2$$

$$V_2 = \frac{\begin{vmatrix} Z_{11} & V_1 \\ Z_{21} & V_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{vmatrix}} = \frac{-Z_{21}V_1 + Z_{11}V_2}{\Delta Z} = -\frac{Z_{21}}{\Delta Z}V_1 + \frac{Z_{11}}{\Delta Z}V_2$$

sehingga :

$$Y_{11} = \frac{Z_{22}}{\Delta Z}$$

$$Y_{12} = -\frac{Z_{12}}{\Delta Z}$$

$$Y_{21} = -\frac{Z_{21}}{\Delta Z}$$

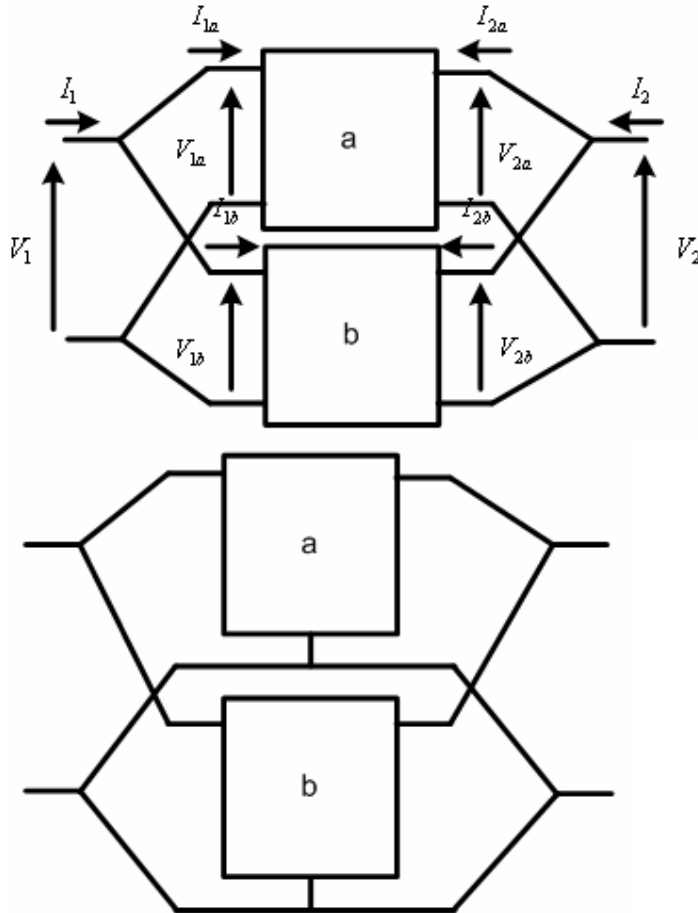
$$Y_{22} = \frac{Z_{11}}{\Delta Z}$$

Tabel Konversi

$\begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{Y_{22}}{\Delta Y} & -\frac{Y_{12}}{\Delta Y} \\ -\frac{Y_{21}}{\Delta Y} & \frac{Y_{11}}{\Delta Y} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{A}{C} & \frac{\Delta T}{C} \\ \frac{1}{C} & \frac{D}{C} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{\Delta h}{h_{22}} & \frac{h_{12}}{h_{22}} \\ -\frac{h_{21}}{h_{22}} & \frac{1}{h_{22}} \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} \frac{Z_{22}}{\Delta Z} & -\frac{Z_{12}}{\Delta Z} \\ -\frac{Z_{21}}{\Delta Z} & \frac{Z_{11}}{\Delta Z} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{D}{B} & -\frac{\Delta T}{B} \\ -\frac{1}{B} & \frac{A}{B} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{1}{h_{11}} & -\frac{h_{12}}{h_{11}} \\ \frac{h_{21}}{h_{11}} & \frac{\Delta h}{h_{11}} \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} \frac{Z_{11}}{Z_{21}} & \frac{\Delta Z}{Z_{21}} \\ \frac{1}{Z_{21}} & \frac{Z_{22}}{Z_{21}} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -\frac{Y_{22}}{Y_{21}} & -\frac{1}{Y_{21}} \\ -\frac{\Delta Y}{Y_{21}} & -\frac{Y_{11}}{Y_{21}} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -\frac{\Delta h}{h_{21}} & -\frac{h_{11}}{h_{21}} \\ -\frac{h_{22}}{h_{21}} & -\frac{1}{h_{21}} \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} \frac{\Delta Z}{Z_{22}} & \frac{Z_{12}}{Z_{22}} \\ -\frac{Z_{21}}{Z_{22}} & \frac{1}{Z_{22}} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{1}{Y_{11}} & -\frac{Y_{12}}{Y_{11}} \\ \frac{Y_{21}}{Y_{11}} & \frac{\Delta Y}{Y_{11}} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{B}{D} & \frac{\Delta T}{D} \\ -\frac{1}{D} & \frac{C}{D} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix}$

Interkoneksi Kutub Empat

1. Koneksi paralel



$$I_{1a} = Y_{11a} V_{1a} + Y_{12a} V_{2a}$$

$$I_{2a} = Y_{21a} V_{1a} + Y_{22a} V_{2a}$$

$$I_{1b} = Y_{11b} V_{1b} + Y_{12b} V_{2b}$$

$$I_{2b} = Y_{21b} V_{1b} + Y_{22b} V_{2b}$$

dimana :

$$V_1 = V_{1a} = V_{1b}$$

$$V_2 = V_{2a} = V_{2b}$$

$$I_1 = I_{1a} + I_{1b}$$

$$I_2 = I_{2a} + I_{2b}$$

maka :

$$I_1 = I_{1a} + I_{1b} = Y_{11a} V_{1a} + Y_{12a} V_{2a} + Y_{11b} V_{1b} + Y_{12b} V_{2b} = Y_{11a} V_{1a} + Y_{11b} V_{1b} + Y_{12a} V_{2a} + Y_{12b} V_{2b}$$

$$I_1 = (Y_{11a} + Y_{11b}) V_1 + (Y_{12a} + Y_{12b}) V_2$$

$$I_2 = I_{2a} + I_{2b} = Y_{21a} V_{1a} + Y_{22a} V_{2a} + Y_{21b} V_{1b} + Y_{22b} V_{2b} = Y_{21a} V_{1a} + Y_{21b} V_{1b} + Y_{22a} V_{2a} + Y_{22b} V_{2b}$$

$$I_2 = (Y_{21a} + Y_{21b}) V_1 + (Y_{22a} + Y_{22b}) V_2$$

dengan demikian :

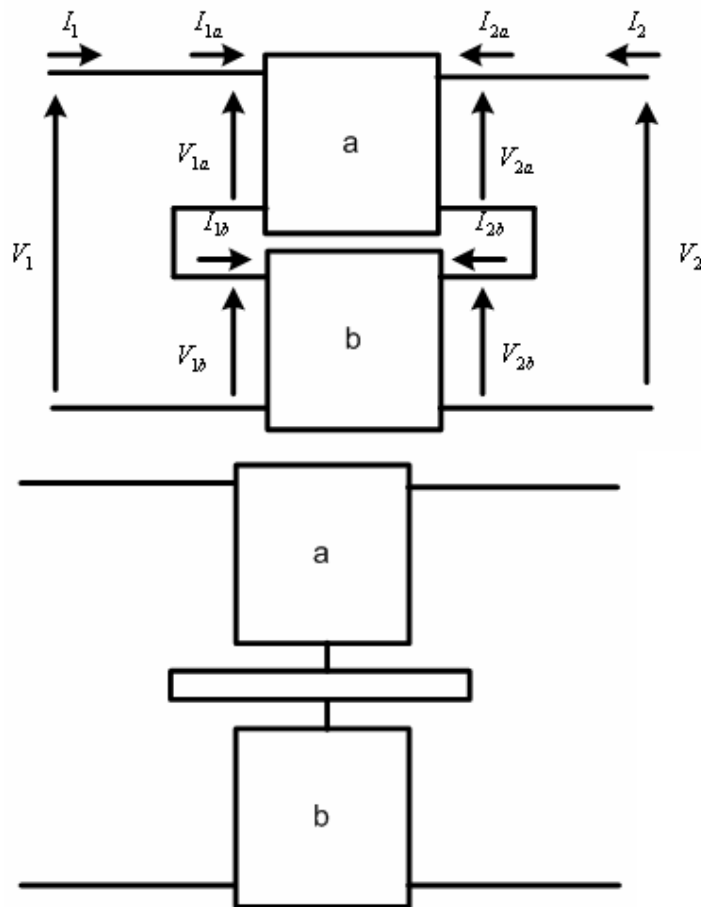
$$Y_{11} = Y_{11a} + Y_{11b}$$

$$Y_{12} = Y_{12a} + Y_{12b}$$

$$Y_{21} = Y_{21a} + Y_{21b}$$

$$Y_{22} = Y_{22a} + Y_{22b}$$

2. Koneksi seri



$$V_{1a} = Z_{11a} I_{1a} + Z_{12a} I_{2a}$$

$$V_{2a} = Z_{21a} I_{1a} + Z_{22a} I_{2a}$$

$$V_{1b} = Z_{11b} I_{1b} + Z_{12b} I_{2b}$$

$$V_{2b} = Z_{21b} I_{1b} + Z_{22b} I_{2b}$$

dimana :

$$I_1 = I_{1a} = I_{1b}$$

$$I_2 = I_{2a} = I_{2b}$$

maka :

$$V_1 = V_{1a} + V_{1b} = Z_{11a}I_{1a} + Z_{12a}I_{2a} + Z_{11b}I_{1b} + Z_{12b}I_{2b} = Z_{11a}I_{1a} + Z_{11b}I_{1b} + Z_{12a}I_{2a} + Z_{12b}I_{2b}$$

$$V_1 = (Z_{11a} + Z_{11b})I_1 + (Z_{12a} + Z_{12b})I_2$$

$$V_2 = V_{2a} + V_{2b} = Z_{21a}I_{1a} + Z_{22a}I_{2a} + Z_{21b}I_{1b} + Z_{22b}I_{2b} = Z_{21a}I_{1a} + Z_{21b}I_{1b} + Z_{22a}I_{2a} + Z_{22b}I_{2b}$$

$$V_2 = (Z_{21a} + Z_{21b})I_1 + (Z_{22a} + Z_{22b})I_2$$

dengan demikian :

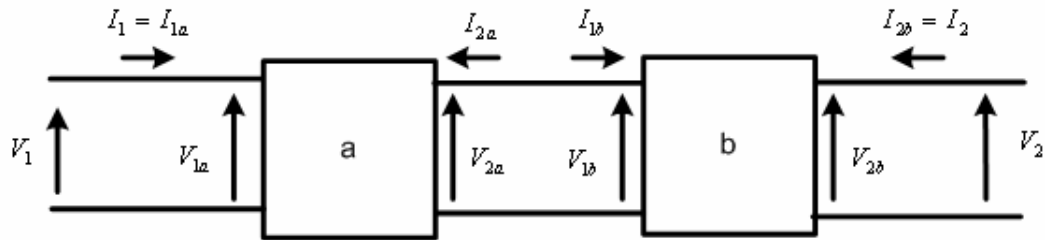
$$Z_{11} = Z_{11a} + Z_{11b}$$

$$Z_{12} = Z_{12a} + Z_{12b}$$

$$Z_{21} = Z_{21a} + Z_{21b}$$

$$Z_{22} = Z_{22a} + Z_{22b}$$

3. Koneksi Kaskade



$$V_1 = V_{1a} = A_a V_{2a} - B_a I_{2a} = A_a V_{1b} + B_a I_{1b} = A_a (A_b V_{2b} - B_b I_{2b}) + B_a (C_b V_{2b} - D_b I_{2b})$$

$$V_1 = (A_a A_b + B_a C_b) V_{2b} - (A_a B_b + B_a D_b) I_{2b}$$

$$I_1 = (C_a A_b + D_a C_b) V_{2b} - (C_a B_b + D_a D_b) I_{2b}$$

dimana :

$$A = A_a A_b + B_a C_b$$

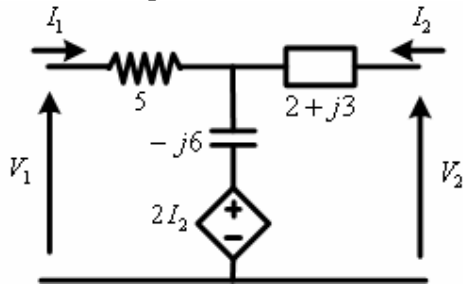
$$B = A_a B_b + B_a D_b$$

$$C = C_a A_b + D_a C_b$$

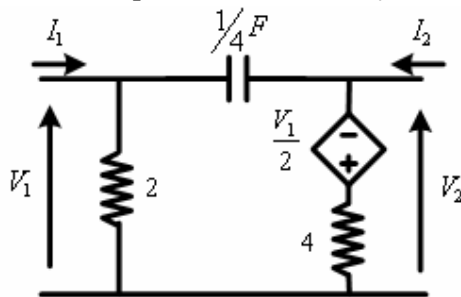
$$D = C_a B_b + D_a D_b$$

Soal – soal :

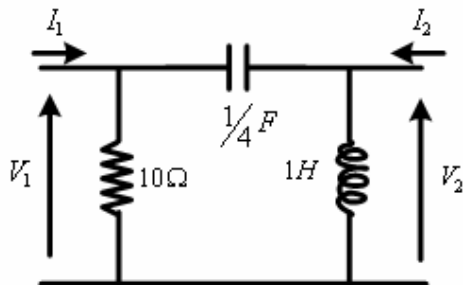
1. Tentukan parameter Z !



2. Tentukan parameter Y dalam $j\omega$!



3. Tentukan parameter Z dalam $j\omega$!

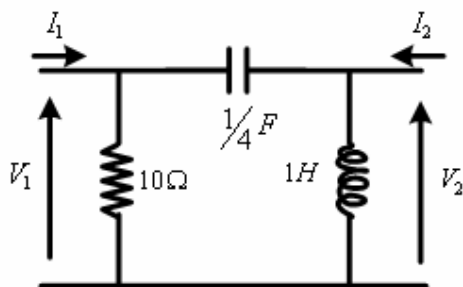


4. Jika parameter g dituliskan sebagai berikut :

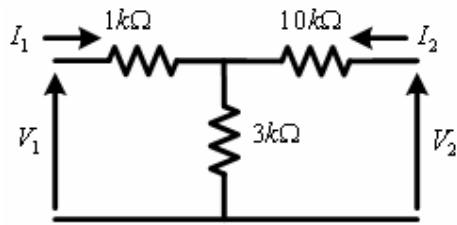
$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{g}_{11}\mathbf{V}_1 + \mathbf{g}_{12}\mathbf{I}_2$$

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{g}_{21}\mathbf{V}_1 + \mathbf{g}_{22}\mathbf{I}_2$$

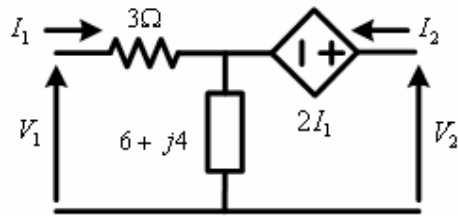
Tentukan \mathbf{g}_{11} , \mathbf{g}_{12} , \mathbf{g}_{21} , dan \mathbf{g}_{22} dari rangkaian disamping dalam domain $j\omega$!



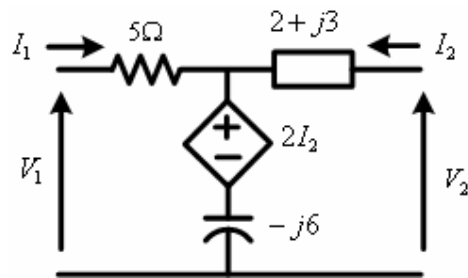
5. Tentukan parameter Z rangkain berikut :



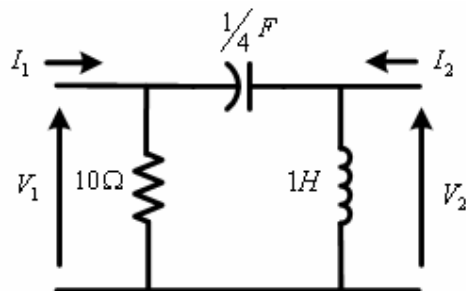
6. Tentukan parameter Z rangkaian berikut :



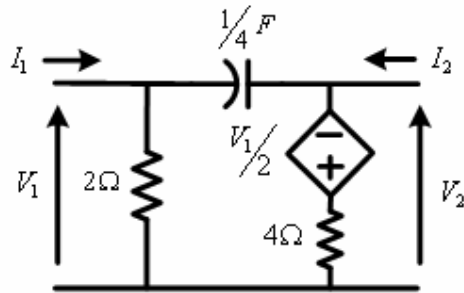
7. Tentukan parameter Z rangkain berikut :



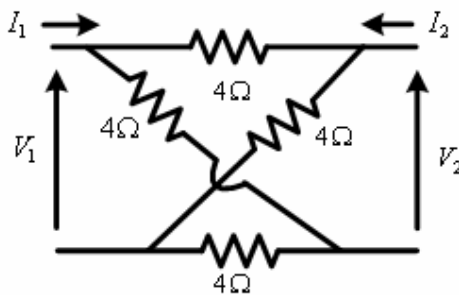
8. Tentukan parameter Y berikut dalam domain s :



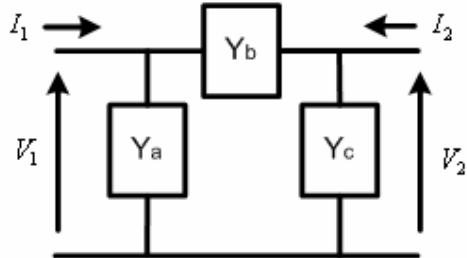
9. Tentukan parameter Y dalam domain s :



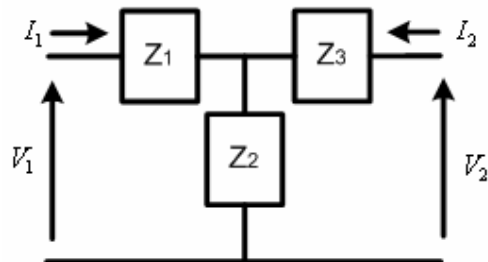
10. Tentukan parameter Z pada rangkaian berikut :



11. Tentukan parameter hibrid pada rangkaian berikut :



12. Tentukan parameter transmisi (ABCD) pada rangkaian berikut :

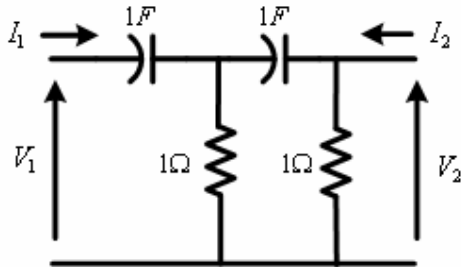


13. Jika parameter g dituliskan sebagai berikut :

$$i_1 = g_{11}V_1 + g_{12}i_2$$

$$V_2 = g_{21}V_1 + g_{22}i_2$$

Tentukan masing-masing parameter g pada gambar rangkain berikut dalam domain s



DAFTAR PUSTAKA

1. Dorf C. Richard, James A. Svoboda, 1996, *Introduction to Electric Circuits*, 3rd Edition, John Wiley & Son, Singapore
2. Harmonyati B.K, 1981, *Rangkaian Listrik I*, Institut Teknologi Bandung, Bandung
3. Hyat, William, 1972, *Engineering Circuit Analysis*, Mc Graw Hill., Singapore.
4. Johnson, David. E, 1997, *Electric Circuit Analysis*, Prentice Hall, London.
5. Smith, Ralph .J., 1984, *Circuits, Devices and Systems*, John Willey & Son, Singapore.