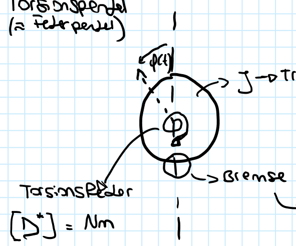
Mathe zur Simulation

Mittwoch, 22. Mai 2024 17:33

1 Schwingungsfähige Systeme

1.1 Gedämpfte harmonische Schwingung

harmonisches Torsionspendel (≈ Federpendel)



$J \to$ Trägheitsmoment $[J] = kg\,m^2 = m \cdot d \cdot \int r^2\,dm$

$[D^*] = Nm$ $\quad$ $[b^*] = Nm \cdot s$

AB: $\varphi(t=0) = \varphi_0$; $\dot\varphi(t=0) = \dot\varphi_0$ Gleichung (1.1)

Drehmomente:

$$\left.\begin{aligned} M_{Trägheit} &= -J \cdot \ddot\varphi \quad (\approx F = ma) \\ M_{Reib} &= -b^* \dot\varphi \\ M_{Rückstellung} &= -D^* \varphi \end{aligned}\right\} (1.2)$$

Bewegungsgleichung:

$$\sum M_i = 0$$

$$\frac{J\ddot\varphi + b^*\dot\varphi + D^*\varphi = 0}{J}$$

2. Ordnung lineare Homogene DGL des Systems:

$$\boxed{\ddot\varphi + \frac{b^*}{J}\dot\varphi + \frac{D^*}{J}\varphi = 0} \quad (1.3)$$

$w_0 = \sqrt{\frac{D^*}{J}}$ $\qquad$ $\frac{b^*}{J} = 2\delta$ → Dämpfungskoeffizient

---

Fallunterscheidungen (switch case)

Fall 1:

$\boxed{\delta < w_0}$ Schwingfall (gedämpft)

Lösung für AB: $\varphi(0) = \varphi_0$; $\dot\varphi(0) = 0$

$$\left.\boxed{\begin{aligned} &\varphi(t) = \tilde\varphi_0 \frac{w_0}{w_d} e^{-\delta t} \cos(w_d t - \vartheta) \\ &w_0 \approx w_d \qquad \vartheta \to \text{Phase} \\ &w_d = \sqrt{w_0^2 - \delta^2} \qquad \tan\vartheta = \frac{\delta}{w_d} \end{aligned}}\right\} (1.4)$$

Im Allgemeinen AB: $\varphi_0 ; \dot\varphi_0 \neq 0$

$$\varphi(t) = e^{-\delta t}\left[C_1 \cos(w_D t) + C_2 \sin(w_D t)\right] \quad (1.5)$$

$C_1 = \varphi_0$; $C_2 = \frac{1}{w_D}(\dot\varphi_0 + \delta\varphi_0)$

Fall 2:

$\boxed{\delta = w_0}$ Aperiodischer Grenzfall $w_d \to 0$

$$\varphi(t) = e^{-\delta t}(\varphi_0 + \delta\varphi_0 t) \quad (1.6)$$

Fall 3: Kriechfall

$\boxed{\delta > w_0}$

$$\varphi(t) = \varphi_0 \frac{\tau_1 e^{-t/\tau_1} - \tau_2 \cdot e^{-t/\tau_2}}{\tau_1 - \tau_2} \quad (1.7)$$

$\tau_1 = \frac{1}{\delta + \delta'}$ $\qquad$ $\delta' = \sqrt{\delta^2 - w_0^2}$

$\tau_2 = \frac{1}{\delta - \delta'}$

$\lim_{t \to \infty} \varphi(t) = 0$ $\quad$ t groß $\to \varphi(t) \to \varphi_0 e^{-t/\tau_1}$ $(t \to \infty)$

Energiebetrachtung von 1.3

$(1.3) \cdot \dot{\varphi} \cdot J$

Einheiten: $[\ddot{\varphi} \cdot \dot{\varphi} \cdot J] = \frac{1}{s^2} \cdot \frac{1}{s} \cdot kg\,m^2 = \frac{kg\,m}{s^2} \frac{m}{s} = N \frac{m}{s} = J/s = [P]$ (Leistung)

$P = \frac{W}{t}$ (W → Arbeit) $\quad W = P \cdot t = \int_0^t P \, dt'$

$\Rightarrow \ddot{\varphi} \dot{\varphi} J + D^* \cdot \varphi \dot{\varphi} = -b^* \dot{\varphi}^2$ $\quad$ Leistung

umschreiben

$\frac{d}{dt} \frac{1}{2} J \dot{\varphi}^2 + \frac{d}{dt} \frac{1}{2} D^* \varphi^2 = -b^* \dot{\varphi}^2$ $\quad \int_0^t dt$

$\frac{1}{2} J \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} D^* \varphi^2 = \underbrace{-b^* \int_0^t \dot{\varphi}^2 \, dt'}_{= -W_{reib}(t)}$ $\quad$ Energie

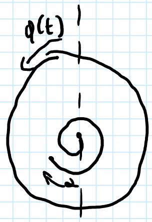
$E_{kin}(t) - E_{kin,0} + E_{pot}(t) - E_{pot,0} = -W_{reib}(t)$

↳ in Bremse

$$\boxed{\underbrace{E_{kin}(t) + E_{pot}(t)}_{E_{ges}} - E_0 = -W_{reib}(t)} \quad (1.8)$$

$\frac{d}{dt} E_{ges} = -\frac{d}{dt} W_{reib} = -b^* \dot{\varphi}^2$

1.2 Erzwungene harmonische Schwingung



externes Drehmoment:

$M_e = \hat{M}_e \sin(\omega_e t)$ $\quad (1.9)$

$\alpha_e(t) = \hat{\alpha}_e \sin(\omega_e t)$

DGL: $\ddot{\varphi} + \frac{b^*}{J} \dot{\varphi} + \frac{D^*}{J} \varphi = \frac{\hat{M} \sin(\omega_e t)}{J}$ $\quad (1.10)$

Lösung der inhomogenen DGL (= Schwingung im stationären Zustand, keine AB): $\varphi(t) = \hat{\varphi}_e(\omega_e) \sin[\omega_e t - \underbrace{\xi_e(\omega_e)}_{\text{Phasenverschiebung}}]$ $\quad (1.11)$

mit $\hat{\varphi}_e(\omega_e) = \frac{\hat{M}_e}{J} \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_e^2)^2 + (2\delta\omega_e)^2}}$ $\quad (1.11a)$

$\xi_e(\omega_e) = \arctan\left(\frac{2\delta\omega_e}{(\omega_0^2 - \omega_e^2)}\right)$ $\quad (1.11b)$

Grenzfälle:

1) statischer Grenzfall $\omega_e \to 0$ $\quad \omega_e \ll \omega_0$

1.11a $\longrightarrow$ $\hat{\varphi}_e(\omega_e = 0) = \frac{\hat{M}_e}{J} \cdot \frac{1}{\omega_0^2} = \frac{\hat{M}_e}{\cancel{J}} \cdot \frac{\cancel{J}}{D^*} = \frac{\hat{M}_e}{D^*} = \hat{\alpha}_e$ $\quad (1.12)$

1.11b $\longrightarrow$ $\xi_e(\omega_e = 0) = \arctan(0) = 0$ $\quad \to$ keine Phasenverschiebung!

Phasenverschiebung!

(1.11) zerlegen: $\varphi(t) = \hat{\varphi}_e(\omega_e)\left[\sin(\omega_e t)\cos(\tau_e) - \cos(\omega_e t)\sin(\tau_e)\right]$

$\downarrow$

$\sin(x-y) = \sin(x)\cos(y) - \cos(x)\sin(y)$

$$\cos(\tau_e) = \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2(\tau_e)}} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{2\delta\omega_e}{\omega_0^2-\omega_e^2}\right)^2}} = \frac{\omega_0^2-\omega_e^2}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega_e^2)^2+(2\delta\omega_e)^2}}$$

$\sin^2(x)+\cos^2(x) = 1$ (1.11b)

$$\sin(\tau_e) = \frac{\tan(\tau_e)}{\sqrt{1+\tan^2(\tau_e)}} \underset{1.11b}{=} \frac{2\delta\omega_e}{(\cancel{\omega_0^2-\omega_e^2})} \frac{\cancel{\omega_0^2-\omega_e^2}}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega_e^2)^2+(2\delta\omega_e)^2}} = \frac{2\delta\omega_e}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega_e^2)^2+(2\delta\omega_e)^2}}$$

$$\varphi(t) = \frac{\hat{M}_e}{J}\left[\underbrace{\frac{\omega_0^2-\omega_e^2}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega_e^2)^2+(2\delta\omega_e)^2}}\sin(\omega_e t)}_{\text{in Phase mit } \hat{M}_e \text{ (externes Moment)}} - \underbrace{\frac{2\delta\omega_e}{\sqrt{\dots}}\cos(\omega_e t)}_{\text{90° Phasenverschoben zu } \hat{M}_e}\right]$$

90° Phasenverschoben zu $\hat{M}_e$. Dieser Therm ermöglicht Energietransfer in System rein oder raus!

$$(1.12) \Rightarrow \frac{\hat{M}_e}{J} = \hat{\alpha}_e\,\omega_0^2$$

$$\Rightarrow \ddot{\varphi} + \frac{b^*}{J}\dot{\varphi} + \omega_0^2\cdot\varphi = \omega_0^2\underbrace{\hat{\alpha}_e\cdot\sin(\omega_e t)}_{\alpha_e(t)}$$

in 1.10 einsetzen

$$\boxed{\ddot{\varphi} + \frac{b^*}{J}\cdot\dot{\varphi} + \omega_0^2(\varphi - \hat{\alpha}_e(t)) = 0} \quad (1.13)$$

neue Bewegungsgleichung

2) Hochfrequenter Grenzfall $\quad \omega_e \to \infty \quad \omega_e \gg \omega_0$

(1.11a) $\quad \hat{\varphi}_e(\omega_e \to \infty) \to 0$

(1.11b) $\quad \tau_e(\omega_e \to \infty) \to \pi \qquad \tan\tau = \frac{1}{\infty} \Rightarrow \tau = 0, \pi, 2\pi$

3) Resonanzfall

$\omega_e \approx \omega_0 \approx \omega_R$

$$(1.11a) \Rightarrow \hat{\varphi}_e(\omega_0) = \underbrace{\omega_0^2\,\hat{\alpha}}_{\frac{\hat{M}_e}{J}} \frac{1}{2\delta\omega_0}$$

gesucht max. $\hat{\varphi}_e(\omega)$? $\to$ Ableitung $\overset{!}{=} 0$

$$\omega_R = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2} \quad (1.14)$$

$$\hat{\varphi}(\omega_e) = \omega_0^2\,\hat{\alpha}\,\frac{1}{2\delta\sqrt{\omega_0^2-\delta^2}} \quad (1.14a)$$

(1.11a) $\to$ $\hat{\varphi}(w_e) = \frac{\hat{M}_e}{J} \underbrace{\frac{1}{\sqrt{(w_0^2 - w_e^2)^2 + (2\delta w_e)^2}}}_{f(w_e)}$

$\frac{d}{dw_e} f(w_e) \stackrel{!}{=} 0$ Minimum suchen

$\Rightarrow \hat{\varphi}(w_e) = w_0^2 \hat{\delta} \frac{1}{2\delta\sqrt{w_0^2 - \delta^2}}$

[Weg dahin: (1.11a) ersetze $w_e^2)^2$ durch w_R
Relevant im gegensatz zu $w_e)^2$]

(1.11b) $\xi(w_e = w_0) = \arctan\left(\frac{1}{0}\right) = \frac{\pi}{2}$ (90° Phasenverschoben)
$= \infty$

1.3 Leistungstransfer

reminder: (1.15) (1.16)

$$\frac{d}{dt}\left[\underbrace{\frac{1}{2} J \dot{\varphi}^2(t)}_{\approx E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2}\right] + \frac{d}{dt}\left[\underbrace{\frac{1}{2} D^* \varphi^2(t)}_{\approx E_{pot} = \frac{1}{2}Ds^2}\right] = \underbrace{-b^* \dot{\varphi}^2(t)}_{P_{verlust}} + \underbrace{\dot{\varphi}(t) \hat{M}_e \sin(w_e t)}_{P_{rein}}$$

$(1.10) \cdot \dot{\varphi} \cdot J$ (1.17)

$E_{kin} + E_{pot} = E_{ges} = \text{konstant}$ gilt nur für ungedämpfte Schwingung

oder wenn $P_{rein}(t) = P(t)_{verlust}$. Ist das möglich?

$P_{rein} = \dot{\varphi}(t) \cdot \hat{M}_e \sin(w_e t)$ (1.18)

$\hookrightarrow$ (1.11) ableiten

$$\dot{\varphi}(t) = w_e \hat{\varphi}_e(w_e) \cos(w_e t - \xi_e(w_e))$$

$$\dot{\varphi}(t) = w_e \hat{\varphi}_e(w_e) \left[\cos(w_e t)\cos(\xi_e) + \sin(w_e t)\sin(\xi_e)\right]$$

$$\Rightarrow P_{rein}(w_e) = w_e \hat{\varphi}_e \hat{M}_e \left[\underbrace{\sin(w_e t)\cos(w_e t)}\cos(\xi_e) + \underbrace{\sin(w_e t)^2}\sin(\xi_e)\right]$$

$$\langle P_{rein} \rangle = w_e \hat{\varphi}_e \hat{M}_e \left[\langle \dots \rangle = 0 \quad \langle \dots \rangle = \frac{1}{2} \right)$$

$$\boxed{\langle P_{rein} \rangle = \frac{1}{2} w_e \underbrace{\hat{\varphi}_e}_{1.11a} \hat{M}_e \left(\underbrace{\sin(\xi_e(w_e))}\right)}$$ (1.19)

$$\sin(\xi_e) = \frac{\tan \xi_e}{\sqrt{1 + \tan^2 \xi_e}}$$

$$\tan \xi_e(w_e) = \frac{2\delta w_e}{w_0^2 - w_e^2}$$

$\Downarrow$

$$\langle P_{rein}\rangle = \frac{1}{2} w_e \frac{\hat{H}_e}{J} \frac{1}{\sqrt{(w_0^2-w_e^2)^2+(2\delta w_e)^2}} \hat{H}_e \frac{2\delta w_e}{w_0^2-w_e^2\sqrt{1+\left(\frac{2\delta w_e}{w_0^2-w_e^2}\right)^2}}$$

$$\boxed{\langle P_{rein}\rangle = \frac{\hat{H}_e^2}{J} \frac{\delta w_e^2}{(w_0^2-w_e^2)^2+(2\delta w_e)^2}} \qquad (1.20)$$

Leistungs-Resonanz-Beziehung

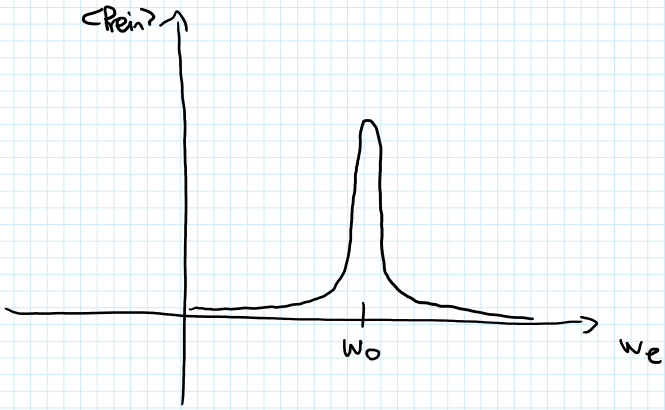
Fazit:

- $\delta \neq 0$ Voraussetzung für Leistungstransfer
- maximal wenn $w_e = w_0$
- falls $w_e - w_0 \ll w_0 \Rightarrow w_e \approx w_R \approx w_0$

$$(w_0^2-w_e^2)^2 = [(w_0+w_e)(w_0-w_e)]^2 \approx [2w_e(w_0-w_e)]^2$$

in 1.20 einsetzen $\Rightarrow \langle P_{rein}\rangle \approx \frac{\hat{H}_e^2}{J} \frac{\delta \cancel{w_e^2}}{[4\cancel{w_e^2}(w_0-w_e)^2]+4\delta \cancel{w_e^2}}$

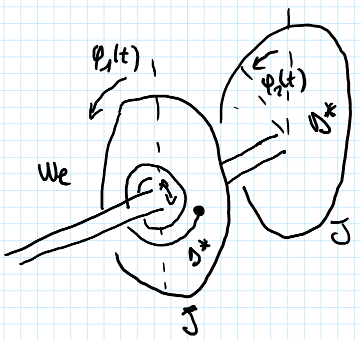
$$\approx \frac{\hat{H}_e^2}{4J\delta} \frac{\delta^2}{\underbrace{(w_0-w_e)^2+\delta^2}_{\text{Lorenz-Kurve}}}$$



δ größer -> kleine Leistung

δ klein -> große Leistung

1.4 Gekoppelte harm. Schwingungen



Bewegungsgleichung:

① $J\ddot{\varphi}_1 + b^*\dot{\varphi}_1 + D^*\varphi_1 + D^{**}(\varphi_1-\varphi_2) = \overbrace{\hat{H}_e \sin(w_e t)}^{\text{externe Anregung}}$ (1.22a)

② $J\ddot{\varphi}_2 + b^*\dot{\varphi}_2 + D^*\varphi_2 + D^{**}(\varphi_2-\varphi_1) = 0$ (1.22 b)

AB: $\varphi_1(0) = \varphi_{10}$ $\quad \varphi_2(0) = \varphi_{20}$

$\dot{\varphi}_1(0) = \dot{\varphi}_{10}$ $\quad \dot{\varphi}_2(0) = \dot{\varphi}_{20}$ $\Big\}$ (1.23)

1.4.1 Freie Schwingung

$$\ddot{\varphi}_1 + \frac{b^*}{J}\dot{\varphi}_1 + \frac{D^*}{J}\varphi_1 + \frac{D^{**}}{J}(\varphi_1-\varphi_2) = 0 \qquad (1.24a)$$

(1.24b)

$$\ddot{\varphi}_1 + \frac{b^*}{J}\dot{\varphi}_1 + \frac{D^*}{J}\varphi_1 + \frac{D^{**}}{J}(\varphi_1 - \varphi_2) = 0 \qquad (1.24a)$$

$$\ddot{\varphi}_2 + \frac{b^*}{J}\dot{\varphi}_2 + \frac{D^*}{J}\varphi_2 + \frac{D^{**}}{J}(\varphi_2 - \varphi_1) = 0 \qquad (1.24b)$$

gesucht φ_1, φ_2 ?

=> neue Koordinaten u_a, u_b zum Entkoppeln der Variablen.

(1.24a) + (1.24b)

$$\frac{d^2}{dt^2}\underbrace{(\varphi_1 + \varphi_2)}_{u_a} + \frac{b^*}{J}\frac{d}{dt}\underbrace{(\varphi_1 + \varphi_2)}_{u_a} + \frac{D^*}{J}\underbrace{(\varphi_1 + \varphi_2)}_{u_a} = 0 \qquad (1.25)$$

(1.24a) - (1.24b)

$$\frac{d^2}{dt}\underbrace{(\varphi_1 - \varphi_2)}_{u_b} + \frac{b^*}{J}\frac{d}{dt}\underbrace{(\varphi_1 - \varphi_2)}_{u_b} + \frac{D^*}{J}\underbrace{(\varphi_1 - \varphi_2)}_{u_b} + \frac{D^{**}}{J}2\underbrace{(\varphi_1 - \varphi_2)}_{u_b} = 0 \qquad (1.26)$$

$$\frac{b^*}{J} = 2\delta$$

$$\frac{D^*}{J} = \omega_a^2$$

$$\frac{D^*}{J} + \frac{D^{**}}{J} = \omega_b^2$$

$\Downarrow$

1DGL $\quad \ddot{u}_a + 2\delta\dot{u}_a + \omega_a^2 u_a = 0 \qquad (1.25a)$

2DGL $\quad \ddot{u}_b + 2\delta\dot{u}_b + \omega_b^2 u_b = 0 \qquad (1.25b)$

Lösung analog zu (1.5); für $\delta = 0$; $\dot{u}_{a0} = \dot{u}_{b0} = 0$ => $u_a(t) = u_{a0}\cos(\omega_a t)$ (1.27a)

$u_b(t) = u_{b0}\cos(\omega_b t)$ (1.27b)

Lösung von System

$$\Rightarrow \varphi_1(t) = \frac{1}{2}(u_a + u_b) = \frac{1}{2}(\varphi_{10} + \varphi_{20})\cos(\omega_a t) + \frac{1}{2}(\varphi_{10} - \varphi_{20})\cos(\omega_b t) \qquad (1.28a)$$

$$\Rightarrow \varphi_2(t) = \frac{1}{2}(u_a - u_b) = \frac{1}{2}(\varphi_{10} + \varphi_{20})\cos(\omega_a t) - \frac{1}{2}(\varphi_{10} - \varphi_{20})\cos(\omega_b t) \qquad (1.28b)$$

Antysimmetrische Normalschwingung

- für $\varphi_{10} = \varphi_{20}$ (1.28a,b) -> $\varphi_1(t) = \varphi_{10}\cos(\omega_a t)$ (1.29a)

$\varphi_2(t) = \varphi_{10}\cos(\omega_a t)$

- für $\varphi_{10} = \varphi_{20}$ (1.28 a,b) $\rightarrow$ $\varphi_1(t) = \varphi_{10}\cos(\omega_a t)$ (1.29 a)

$\varphi_2(t) = \varphi_{10}\cos(\omega_a t)$

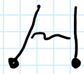
symmetrische Normalschwingung

- für $\varphi_{10} = -\varphi_{20}$ (1.28 a, b) $\rightarrow$ $\varphi_1(t) = \varphi_{10}\cos(\omega_b t)$

$\varphi_2(t) = -\varphi_{10}\cos(\omega_b t)$

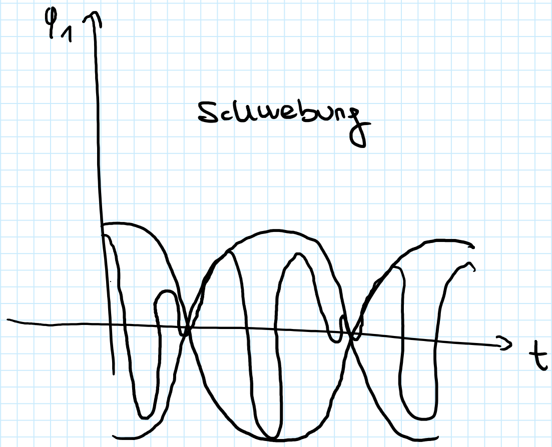
- sonst werden beide angeregt

Beispiel: $\varphi_{10} \neq 0$ $\quad \varphi_{20} = 0$ $\Rightarrow$ $\varphi_1(t) = \frac{1}{2}\varphi_{10}\left[\cos(\omega_a t) + \cos(\omega_b t)\right]$



$$= \varphi_{10}\left[\cos\Big(\underbrace{\Big(\frac{\omega_b - \omega_a}{2}\Big)}_{\frac{\Delta\omega}{2}} t\Big)\cos\Big(\underbrace{\Big(\frac{\omega_b + \omega_a}{2}\Big)}_{\bar{\omega}} t\Big)\right]$$

$$= \varphi_{10}\cos\Big(\frac{\Delta\omega}{2}t\Big)\cdot\cos(\bar{\omega}t) \qquad (1.30a)$$



$$\varphi_2(t) = \frac{1}{2}\varphi_{10}\left[\cos(\omega_a t) - \cos(\omega_b t)\right]$$

$$= \varphi_{10}\sin\Big(\frac{\Delta\omega}{2}t\Big)\sin(\bar{\omega}t) \qquad (1.30b)$$

Momentane Schwingungsenergie für $b^* = 0$ (ungedämpft)

$(1.24a)\cdot\dot{\varphi}_1 + (1.24b)\cdot\dot{\varphi}_2 \;\hat{=}\;$ Leistung

$$J\ddot{\varphi}_1\dot{\varphi}_1 + J\ddot{\varphi}_2\dot{\varphi}_2 + D^*\varphi_1\dot{\varphi}_1 + D^*\varphi_2\dot{\varphi}_2 + D^{**}\dot{\varphi}_1(\varphi_1 - \varphi_2) + D^{**}\dot{\varphi}_2(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$\text{''} \quad + \quad \text{''} \quad + (D^* + D^{**})(\varphi_1\dot{\varphi}_1 + \varphi_2\dot{\varphi}_2) - D^{**}(\varphi_2\dot{\varphi}_1 + \varphi_1\dot{\varphi}_2) = 0$$

$$\frac{d}{dt}\Big(\frac{1}{2}J\dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2}J\dot{\varphi}_2^2\Big) + \frac{d}{dt}\Big[\frac{1}{2}D^*\varphi_1^2 + \frac{1}{2}D^*\varphi_2^2\Big] + \frac{d}{dt}\Big[\underbrace{\frac{1}{2}D^{**}\varphi_1^2 + \frac{1}{2}D^{**}\varphi_2^2 - D^{**}\varphi_1\varphi_2}_{\frac{1}{2}D^{**}(\varphi_1 - \varphi_2)^2}\Big] = 0$$

$\int dt$

$\Downarrow$

$$\underbrace{\frac{1}{2}J\dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2}J\dot{\varphi}_2^2}_{E_{kin}} + \underbrace{\frac{1}{2}D^*\varphi_1^2 + \frac{1}{2}D^*\varphi_2^2 + \frac{1}{2}D^{**}(\varphi_1 - \varphi_2)^2}_{E_{pot}} = E_0 = \text{konstant}$$

Spezialfall

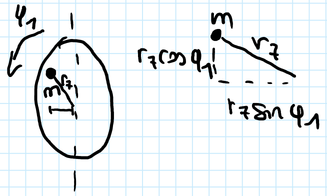
Mit Zusatzmasse am Rad 1:

$$\rightarrow \ddot{\varphi}_1 + \frac{b^*}{J}\dot{\varphi}_1 + \frac{D^*}{J}(\varphi_1 - \varphi_2) - \underbrace{\frac{m\cdot g\cdot r_1\sin\varphi_1}{J}}_{\rightarrow\,\text{Schwerkraft}} = 0$$

Mit Zusatzmasse am Rad 1:

→ Schwerkraft

$$\rightarrow \ddot{\varphi}_1 + \frac{b^*}{J}\dot{\varphi}_1 + \frac{D^*}{J}(\varphi_1 - \varphi_2) - \frac{m \cdot g \cdot r_7 \sin\varphi_1}{J} = 0$$



→ Zusatzterm zu E_{pot} : $-mgr_7(1-\cos\varphi_1)$

+ Rest lädt er hoch