

HOCHSCHULE RHEINMAIN



MODELIERUNG UND SIMULATION PHYSIKALISCHER  
SYSTEME

---

# Bericht zur Simulationsaufgabe

## Variante III

---

*Autoren*

DANIELE, ALICE

MAT.NR.: 1141919

HUNTER DENNIS

MAT.NR.: 1129683

FACHBEREICH INGENIEURWISSENSCHAFTEN

MASTER OF SCIENCE

ANGEWANDTE PHYSIK

Datum: 22. August 2024

# Inhaltsverzeichnis

<b>Nomenklatur</b>	<b>2</b>
<b>1 Simulationsaufgabe</b>	<b>3</b>
1.1 Aufgabenstellung III . . . . .	3
1.2 Leistungsumfang des Programms . . . . .	5
<b>2 Theorie</b>	<b>6</b>
2.1 Mathematische Grundlagen . . . . .	6
2.2 Statischer Grenzfall $\omega_e \rightarrow 0$ , $\omega_e \ll \omega_0$ . . . . .	6
2.3 Hochfrequenter Grenzfall: $\omega_e \rightarrow \infty$ , $\omega_e \gg \omega_0$ . . . . .	7
2.4 Resonanzfall: $\omega_e \approx \omega_0 \approx \omega_R$ . . . . .	7
2.5 Gekoppelte harmonische Schwingung . . . . .	8
2.5.1 Freie Schwingung . . . . .	8
2.5.2 Zusatzmasse an Rad 1 . . . . .	9
<b>3 Simulierte Schwingungsfälle</b>	<b>10</b>
3.1 Ungedämpfte erzwungene Schwingung . . . . .	10
3.1.1 Ungedämpfte erzwungene Schwingung ohne Zusatzmasse . . . . .	10
3.1.2 Ungedämpfte erzwungene Schwingung mit Zusatzmasse . . . . .	11
3.2 Gedämpfte erzwungene Schwingung . . . . .	12
3.2.1 Gedämpfte erzwungene Schwingung ohne Zusatzmasse . . . . .	12
3.2.2 Gedämpfte erzwungene Schwingung mit Zusatzmasse . . . . .	12
3.3 Chaotisches Verhalten . . . . .	13
<b>4 Zusammenfassung</b>	<b>15</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>16</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>17</b>

# Nomenklatur

## Griechische Zeichen

$\alpha_e$	Auslenkungswinkel der Erregerschwingung	[rad]
$\delta$	Dämpfungskoeffizient	[N m s]
$\omega_0$	Eigenfrequenz	[rad s <sup>-1</sup> ]
$\omega_e$	Erregerfrequenz	[rad s <sup>-1</sup> ]
$\omega_R$	Resonanzfrequenz	[rad s <sup>-1</sup> ]
$\varphi_1$	Auslenkungswinkel Rotor 1	[rad]
$\varphi_2$	Auslenkungswinkel Rotor 2	[rad]
$\varphi_e$	Auslenkung des Schwingers bei ext. Err.	[1]
$\xi$	Phasenverschiebung	[1]

## Lateinische Zeichen

$\hat{M}_e$	Externes Drehmoment	[N m]
$b^*$	Dämpfung (Wirbelstrombremse)	[N m s]
$D^*$	Torsionsfederkonstante 1	[N m]
$D^{**}$	Torsionsfederkonstante 2	[N m]
$DD^*$	Kopplungsfederkonstante	[N m]
$g$	Erdbeschleunigung	[m s <sup>-2</sup> ]
$J$	Trägheitsmoment	[kg m <sup>2</sup> ]
$m_z$	Masse der Unwucht	[kg]
$r_1$	Bahnkurve Rotor 1	[m]
$r_2$	Bahnkurve Rotor 2	[m]
$r_z$	Abstand Zusatzmasse von Achse	[m]

# 1 Simulationsaufgabe

Das in MATLAB zu erstellende Simulationsprogramm soll die Bewegung des Systems (frei und erzwungen) für beliebige Anfangsbedingungen berechnen und typische Eigenschaften in übersichtlicher Form grafisch darstellen können.

## 1.1 Aufgabenstellung III

Es soll der Einfluss einer Zusatzmasse auf die erzwungenen Schwingungen des Systems numerisch untersucht werden. Insbesondere sollen kritische Parameterintervalle ermittelt werden, die zu instabilen, mitunter auch chaotischen Schwingungen führen. Der Einfluss der Zusatzmasse auf das Trägheitsmoment wird hierbei vernachlässigt. Das zu modellierende physikalische System besteht aus zwei über eine Spiralfeder miteinander gekoppelte, auf einer gemeinsamen Achse sitzenden Torsionspendel (siehe Abb. 1.2). Beide Pendel sind in allen ihren Parametern (Trägheitsmoment, Federkonstante der Rückstellfeder, Reibungskoeffizient) identisch. Das System soll sowohl freie wie auch erzwungene Schwingungen variabler Frequenz ausführen können, wobei die äußere Erregung nur an einem Rad angreift. Das System lässt sich z.B. durch zwei gekoppelte, auf einer Achse laufenden Pohl'schen Rädern (siehe Abb. 1.1) realisieren, wobei nur eines mit einem externen Erregermoment versehen ist. Die Modellierung der Bewegung des Systems soll mit folgendem Parameterset auskommen: Trägheitsmoment  $J$ , Torsionsfederkonstante der beiden Rückstellfedern  $D^*$  und der Kopplungsfeder  $DD^*$ , Dämpfungskoeffizient  $b^*$ . Die Auslenkung der beiden schwingenden Systeme wird durch die Winkel  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  beschrieben. Die für eine erzwungene Schwingung erforderliche Anregungsschwingung  $\alpha_e(t)$  sei gegeben durch die Funktion:

$$\alpha_e(t) = \hat{\alpha}_e \sin(\omega_e t)$$

Zudem müssen Anfangsbedingungen (AB)

$$\varphi_1(0) \quad \dot{\varphi}_1(0)$$

sowie

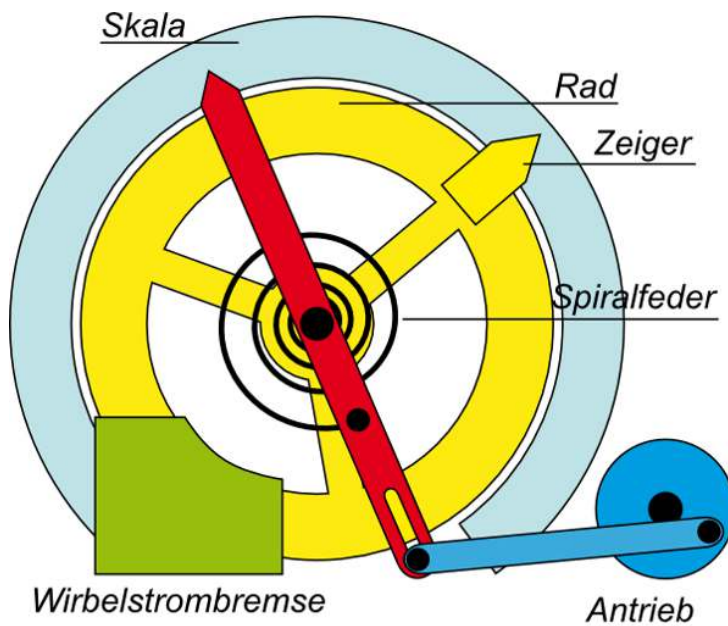
$$\varphi_2(0) \quad \dot{\varphi}_2(0)$$

vorgegeben werden.

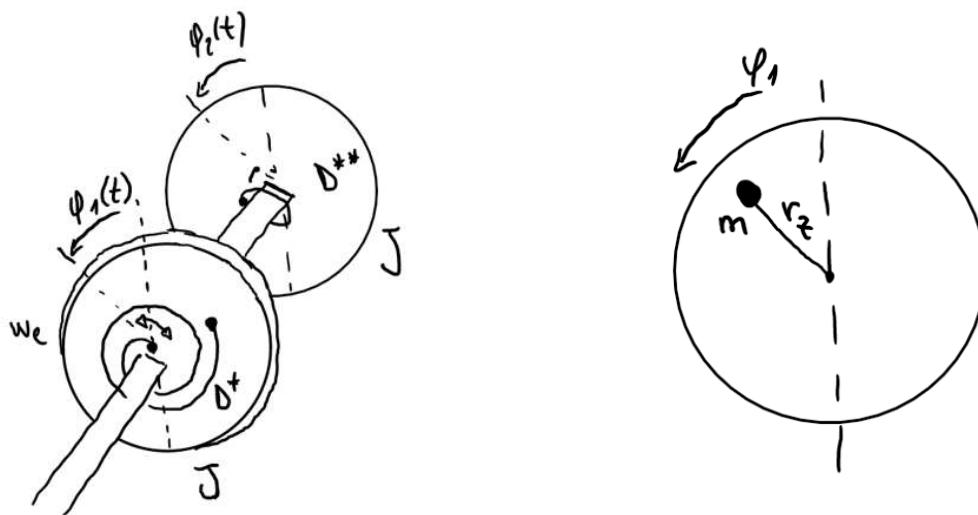
Für Modellrechnungen werden folgende Parameterwerte verwendet:

**Tabelle 1.1:** Parameter zur Modellberechnung.

Größe	Wert	Einheit
$J$	10	$\text{kg m}^2$
$D^*$	0,1	N m
$DD^*$	0,01	N m
$b^*$	0,2	N m s
$\hat{\alpha}_e$	50	1



**Abbildung 1.1:** Aufbau eines realen pohl'schen Rades.



**(a)** Skizze zweier gekoppelter Torsionspendel.

**(b)** Skizze Torsionspendel 1 mit Zusatzmasse  $m$ .

**Abbildung 1.2:** Prinzipskizzen zweier gekoppelter Torsionspendel. (a) Geometrische Anordnung mit relevanten Systemgrößen, (b) Skizze der Scheibe mit Zusatzmasse.

## 1.2 Leistungsumfang des Programms

Das erstellte Programm soll folgende Anforderungen erfüllen:

- Untersuchung des Einflusses einer Unwucht in Form einer Zusatzmasse  $m_Z = 1 \text{ kg}$  im Abstand  $r_Z = 0,1 \text{ m}$  von der Rotorachse angebracht an der extern erregten Scheibe auf die erzwungenen Schwingungen des Systems anhand einer grafischen Darstellung. Insbesondere sollen kritische Parameterintervalle ermittelt werden, die zu instabilen, mitunter auch chaotischen Schwingungen führen.
- Animation: Berechnung und grafische Darstellung der Bahnkurven  $r_1(t)$  und  $r_2(t)$  der Rotorzeiger in der x-y-Ebene für frei wählbare Werte der Anfangsbedingungen. Die Lage des Startpunktes soll im Diagramm ersichtlich sein.
- Angabe aller relevanten festen und variierten Parameter in einem separaten Fenster zusammen mit einem Kurztext, der das momentan laufende, numerische Experiment klassifiziert:
  - freie Schwingung,
  - gedämpfte Schwingung,
  - erzwungene Schwingung ohne/mit Dämpfung,
  - mit/ohne Unwucht,
  - gekoppelte/entkoppelte Schwinger,
  - analytische/numerische Berechnung.

## 2 Theorie

Im folgenden Abschnitt werden die nötigen theoretischen Grundlagen zur Beschreibung des Systems dargestellt, die gleichzeitig die mathematische Basis für das Erstellen des MATLAB-Programms bilden.

### 2.1 Mathematische Grundlagen

Die homogene, harmonische Bewegungsgleichung lautet:

$$\ddot{\varphi} + \overbrace{\frac{2\delta}{J}}^{D^*} \dot{\varphi} + \underbrace{\frac{D^*}{J}}_{\omega_0^2} \varphi = \ddot{\varphi} + 2\delta\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = 0 \quad (1.3)$$

Ist die Schwingung erzwungen, so wird Gl. (1.3) inhomogen mit dem Störterm  $\frac{M_e}{J} \sin(\omega_e t)$ . Hierbei ist  $M_e = \hat{M}_e \sin(\omega_e t)$  das externe Drehmoment mit der Auslenkung  $\alpha_e(t) = \hat{\alpha}_e \sin(\omega_e t)$  des externen Erregers.

Wir erhalten:

$$\ddot{\varphi} + 2\delta\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = \frac{M_e}{J} \sin(\omega_e t) \quad (2.1)$$

Die allgemeine Lösung setzt sich aus der Summe der homogen und inhomogen Lösung zusammen:

$$\varphi(t) = \hat{\varphi}_e(\omega_e) \sin(\omega_e t - \underbrace{\xi(\omega_e)}_{\text{Phase}}) \quad (2.2)$$

mit

$$\hat{\varphi}_e(\omega_e) = \frac{\hat{M}_e}{J} \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_e^2)^2 + (2\delta\omega_e)^2}} \quad (2.3)$$

$$\xi(\omega_e) = \arctan\left(\frac{2\delta\omega_e}{\omega_0^2 - \omega_e^2}\right) \quad (2.4)$$

### 2.2 Statischer Grenzfall $\omega_e \rightarrow 0$ , $\omega_e \ll \omega_0$

$$\text{Gl. (2.3)} \Rightarrow \hat{\varphi}_e(\omega_e \approx 0) = \frac{\hat{M}_e}{J} \frac{1}{\omega_0^2} = \frac{\hat{M}_e}{D^*} = \hat{\alpha}_e \quad (2.5)$$

$$\text{Gl. (2.4)} \Rightarrow \underbrace{\xi(\omega_e \approx 0)}_{\text{Keine Phasenverschiebung}} = 0 \quad (2.6)$$

Gl. (2.2) zerlegen:

$$\varphi(t) = \hat{\varphi}_e(\omega_e) \underbrace{[\sin(\omega_e t) \cos(\xi_e) - \cos(\omega_e t) \sin(\xi_e)]}_{\sin(\omega_e t - \xi(\omega_e))}$$

wird mit

$$\cos(\xi_e) = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2(\xi_e)}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\delta\omega_e}{\omega_0^2 - \omega_e^2}\right)^2}} = \frac{\omega_0^2 - \omega_e^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_e^2)^2 + (2\delta\omega_e)^2}}$$

und

$$\sin(\xi_e) = \frac{\tan(\xi_e)}{1 + \tan^2(\xi_e)} = \dots = \frac{2\delta\omega_e}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_e^2)^2 + (2\delta\omega_e)^2}}$$

zu

$$\varphi(t) = \frac{\hat{M}_e}{J} \left[ \frac{\omega_0^2 - \omega_e^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_e^2)^2 + (2\delta\omega_e)^2}} \sin(\omega_e t) - \frac{2\delta\omega_e}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_e^2)^2 + (2\delta\omega_e)^2}} \cos(\omega_e t) \right]$$

Hier ist der erste Term der Klammer *in Phase*  $M_e$  und der zweite Term um  $\frac{\pi}{2}$  phasenverschoben was letztlich die Bedingung für Energietransport ist.

Gl. (2.5) wird zu

$$\frac{\hat{M}_e}{J} = \hat{\alpha}_e \omega_0^2$$

und liefert mit Gl. (1.3)

$$\ddot{\varphi} + \frac{b^*}{J} \dot{\varphi} + \omega_0^2 \varphi = \omega_0^2 \overbrace{\alpha_e \sin(\omega_e t)}^{\alpha_e(t)} \quad \rightarrow \quad \ddot{\varphi} + \frac{b^*}{J} \dot{\varphi} + \omega_0^2 (\varphi - \alpha_e(t)) = 0$$

## 2.3 Hochfrequenter Grenzfall: $\omega_e \rightarrow \infty, \quad \omega_e \gg \omega_0$

$$Gl. (2.3) \quad \Rightarrow \quad \hat{\varphi}_e(\omega_e \approx \infty) \rightarrow 0$$

$$Gl. (2.4) \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \xi(\omega_e \approx \infty) \rightarrow \pi \\ \tan(\xi(\omega_e \approx \infty)) = \frac{1}{\infty} \Rightarrow \xi = 0, \pi, 2\pi, \dots \end{cases}$$

## 2.4 Resonanzfall: $\omega_e \approx \omega_0 \approx \omega_R$

$$Gl. (2.3) \quad \Rightarrow \quad \hat{\varphi}_e(\omega_e) = \underbrace{\omega_0^2 \hat{\alpha}_e}_{\frac{M_e}{J}} \frac{1}{2\delta\omega_0} \quad (2.7)$$

Gesucht ist nun die maximale Auslenkung:

$$\hat{\varphi}_e(\omega_R) \rightarrow \partial_{\omega_R} \hat{\varphi}_e = 0$$

mit

$$\omega_R = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2} \quad (2.8)$$

ist

$$\hat{\varphi}_e(\omega_R) = \omega_0^2 \hat{\alpha} \left( 2\delta \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2} \right)^{-1} \quad (2.9)$$

Amplitude nach Gl. (2.3) wird maximal, wenn  $f(\omega_e)$  minimal wird

$$\hat{\varphi}_e(\omega_e) = \frac{\hat{M}_e}{J} \frac{1}{\underbrace{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_e^2)^2 + (2\delta\omega_e)^2}}_{f(\omega_e)}} \quad \Rightarrow \quad \partial_{\omega_e} f(\omega_e) \stackrel{!}{=} 0$$



Dies wird zu

$$\hat{\varphi}(\omega_e) = \omega_0^2 \hat{\alpha} \frac{1}{2\delta \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}$$

Mit Phasenverschiebung

$$\xi(\omega_e \approx \omega_0) = \arctan\left(\frac{1}{0}\right) \rightarrow \frac{\pi}{2}$$

## 2.5 Gekoppelte harmonische Schwingung

Bewegungsgleichungen:

$$\ddot{\varphi}_1 + \frac{b^*}{J} \dot{\varphi}_1 + \frac{D^*}{J} \varphi_1 + \frac{D^{**}}{J} (\varphi_1 - \varphi_2) = \hat{M}_e \sin(\omega_e t) \quad (2.10)$$

$$\ddot{\varphi}_2 + \frac{b^*}{J} \dot{\varphi}_2 + \frac{D^*}{J} \varphi_2 + \frac{D^{**}}{J} (\varphi_2 - \varphi_1) = 0 \quad (2.11)$$

Anfangsbedingungen:

$$\varphi_1(0) = \varphi_{10}, \quad \varphi_2(0) = \varphi_{20} \quad (2.12)$$

$$\dot{\varphi}_1(0) = \dot{\varphi}_{10}, \quad \dot{\varphi}_2(0) = \dot{\varphi}_{20} \quad (2.13)$$

### 2.5.1 Freie Schwingung

$$\ddot{\varphi}_1 + \frac{b^*}{J} \dot{\varphi}_1 + \frac{D^*}{J} \varphi_1 + \frac{D^{**}}{J} (\varphi_1 - \varphi_2) = 0 \quad (2.14)$$

$$\ddot{\varphi}_2 + \frac{b^*}{J} \dot{\varphi}_2 + \frac{D^*}{J} \varphi_2 + \frac{D^{**}}{J} (\varphi_2 - \varphi_1) = 0 \quad (2.15)$$

Gesucht ist eine Koordinatentransformation von  $\varphi_{1,2} \rightarrow u_{a,b}$ :

Gl. (2.14) plus Gl. (2.15) liefert

$$\frac{d^2}{dt^2} \underbrace{(\varphi_1 + \varphi_2)}_{u_a} + \overbrace{\frac{b^*}{J}}^{2\delta} \frac{d}{dt} \underbrace{(\varphi_1 + \varphi_2)}_{u_a} + \overbrace{\frac{D^*}{J}}^{\omega_a^2} \underbrace{(\varphi_1 + \varphi_2)}_{u_a} = 0 \quad (2.16)$$

und Gl. (2.14) minus Gl. (2.15) liefert

$$\frac{d^2}{dt^2} \underbrace{(\varphi_1 - \varphi_2)}_{u_b} + \overbrace{\frac{b^*}{J}}^{2\delta} \frac{d}{dt} \underbrace{(\varphi_1 - \varphi_2)}_{u_b} + \frac{D^*}{J} \underbrace{(\varphi_1 - \varphi_2)}_{u_b} + \frac{D^{**}}{J} 2 \underbrace{(\varphi_1 - \varphi_2)}_{u_b} = 0 \quad (2.17)$$

mit  $\omega_b^2 = \frac{D^* + D^{**}}{J}$

$$\ddot{u}_a + 2\delta \dot{u}_a + \omega_a^2 u_a = 0 \quad (2.18)$$

$$\ddot{u}_b + 2\delta \dot{u}_b + \omega_b^2 u_b = 0 \quad (2.19)$$

Für  $\delta = 0$  und  $\dot{u}_{a,0} = \dot{u}_{b,0} = 0$ :

$$u_a(t) = u_{a,0} \cos(\omega_a t) \quad (2.20)$$

$$u_b(t) = u_{b,0} \cos(\omega_b t) \quad (2.21)$$

$$\Rightarrow \varphi_1(t) = \frac{1}{2}(u_a + u_b) = \frac{1}{2}(\varphi_{10} + \varphi_{20}) \cos(\omega_a t) + \frac{1}{2}(\varphi_{10} - \varphi_{20}) \cos(\omega_b t) \quad (2.22)$$

$$\Rightarrow \varphi_2(t) = \frac{1}{2}(u_a - u_b) = \frac{1}{2}(\varphi_{10} + \varphi_{20}) \cos(\omega_a t) - \frac{1}{2}(\varphi_{10} - \varphi_{20}) \cos(\omega_b t) \quad (2.23)$$

Für  $\varphi_{10} = \varphi_{20}$  gilt symmetrische Normalschwingung

$$\varphi_1(t) = \varphi_2(t) = \varphi_{10} \cos(\omega_a t) \quad (2.24)$$

Für  $\varphi_{10} = -\varphi_{20}$  gilt asymmetrische Normalschwingung:

$$\varphi_1(t) = \varphi_{10} \cos(\omega_b t) \quad (2.25)$$

$$\varphi_2(t) = -\varphi_{10} \cos(\omega_b t) \quad (2.26)$$

In allen anderen Fällen werden beide Normalschwingungen angeregt. Für  $\varphi_{10} \neq 0$  und  $\varphi_{20} = 0$  entstehen Schwebungen. Dann ergibt sich:

$$\varphi_1(t) = \varphi_{10} \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t\right) \cos(\bar{\omega}t) \quad (2.27)$$

$$\varphi_2(t) = \varphi_{10} \sin\left(\frac{\Delta\omega}{2}t\right) \sin(\bar{\omega}t) \quad (2.28)$$

### 2.5.2 Zusatzmasse an Rad 1

In diesem Spezialfall wird eine Zusatzmasse an dem Rad 1 angebracht um das Verhalten mit Unwucht zu untersuchen. Die Bewegungsgleichung erweitert sich zu

$$\ddot{\varphi}_1 + \frac{b^*}{J} \dot{\varphi}_1 + \frac{D^*}{J} \varphi_1 + \frac{D^{**}}{J} (\varphi_1 - \varphi_2) - \frac{m_z \cdot g \cdot r_z \cdot \sin(\varphi_1)}{j} = 0 \quad (2.29)$$

## 3 Simulierte Schwingungsfälle

In diesem Kapitel werden verschiedene der mit dem Programm simulierten Schwingungsfälle gezeigt.

### 3.1 Ungedämpfte erzwungene Schwingung

#### 3.1.1 Ungedämpfte erzwungene Schwingung ohne Zusatzmasse

Bei der ungedämpften, erzwungenen Schwingung ohne Zusatzmasse wurden die entscheidenden Parameter wie folgt gewählt: die Auslenkung des Erregers beträgt  $50^\circ$ , der Dämpfungskoeffizient  $0 \text{ N m s}$  und die Zusatzmasse  $0 \text{ kg}$ .

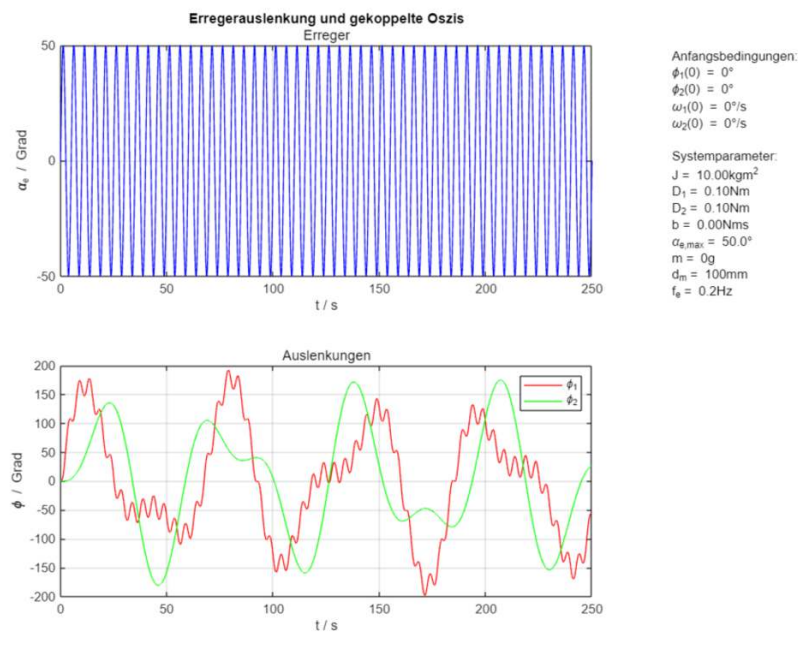
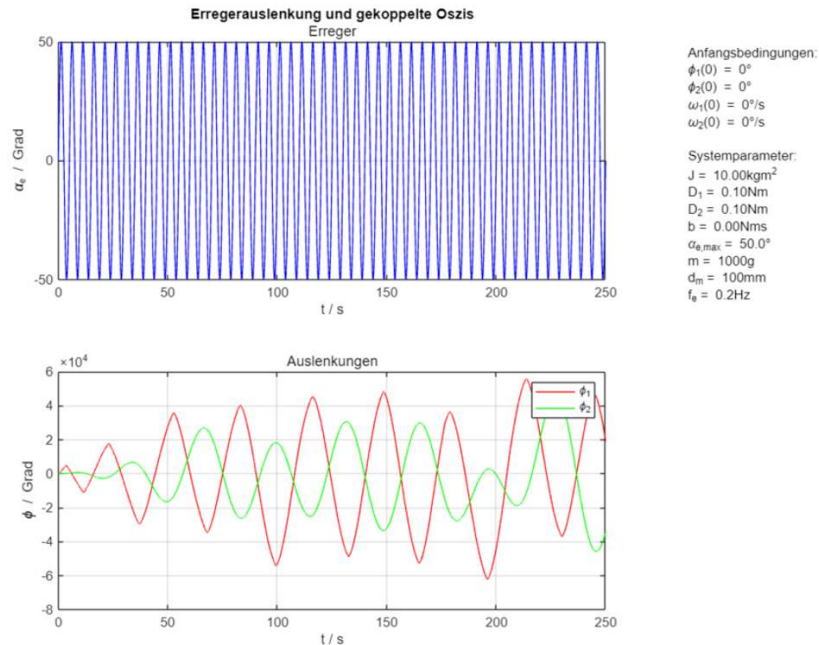


Abbildung 3.1: Ungedämpfte erzwungene Schwingung ohne Zusatzmasse.

### 3.1.2 Ungedämpfte erzwungene Schwingung mit Zusatzmasse

Bei der ungedämpften, erzwungenen Schwingung mit Zusatzmasse wurden die entscheidenden Parameter wie folgt gewählt: die Auslenkung des Erregers beträgt  $50^\circ$ , der Dämpfungskoeffizient  $0 \text{ N m s}$  und die Zusatzmasse  $1 \text{ kg}$ .



**Abbildung 3.2:** Ungedämpfte erzwungene Schwingung mit Zusatzmasse.

## 3.2 Gedämpfte erzwungene Schwingung

### 3.2.1 Gedämpfte erzwungene Schwingung ohne Zusatzmasse

Bei der gedämpften, erzwungen Schwingung ohne Zusatzmasse wurden die entscheidenden Parameter wie folgt gewählt: die Auslenkung des Erregers beträgt  $50^\circ$ , der Dämpfungskoeffizient  $0,2 \text{ N m s}$  und die Zusatzmasse  $0 \text{ kg}$ .

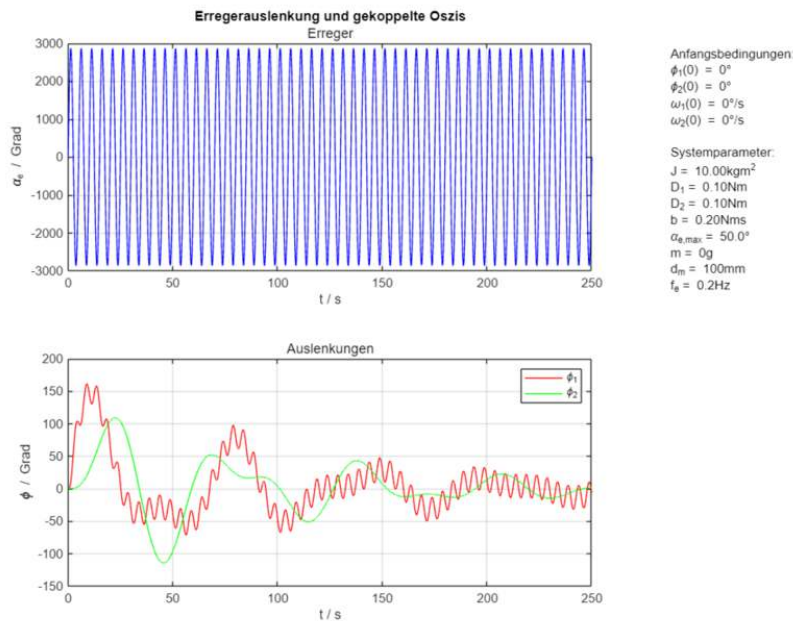


Abbildung 3.3: Gedämpfte erzwungene Schwingung ohne Zusatzmasse.

### 3.2.2 Gedämpfte erzwungene Schwingung mit Zusatzmasse

Bei der gedämpften, erzwungen Schwingung mit Zusatzmasse wurden die entscheidenden Parameter wie folgt gewählt: die Auslenkung des Erregers sei  $50^\circ$ , der Dämpfungskoeffizient  $0,2 \text{ N m s}$  und die Zusatzmasse betrage  $1 \text{ kg}$ .

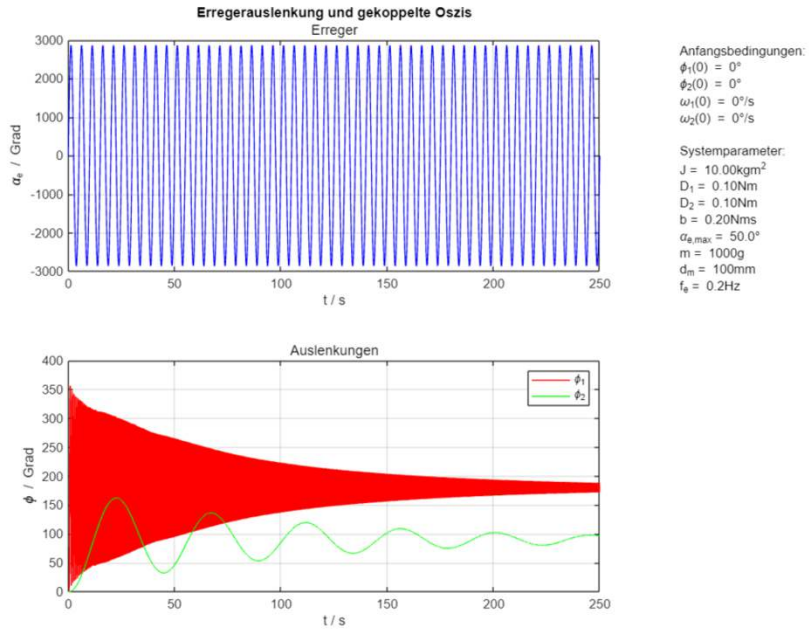


Abbildung 3.4: Gedämpfte erzwungene Schwingung mit Zusatzmasse.

### 3.3 Chaotisches Verhalten

Um ein chaotisches Schwingverhalten zu simulieren wurden die Parameter so gewählt, dass:  $m_z \cdot r_z \cdot g \approx D^*$  wird. Siehe Systemparameter in Abb. 3.6. Mit diesen Parametern und der Näherung für kleine Winkel  $\sin(\phi_1) = \phi_1$  vereinfacht sich die Bewegungsgleichung zu:

$$\ddot{\varphi}_1 + \frac{b^*}{J} \dot{\varphi}_1 + \frac{D^{**}}{J} (\varphi_1 - \varphi_2) = 0 \quad (3.1)$$

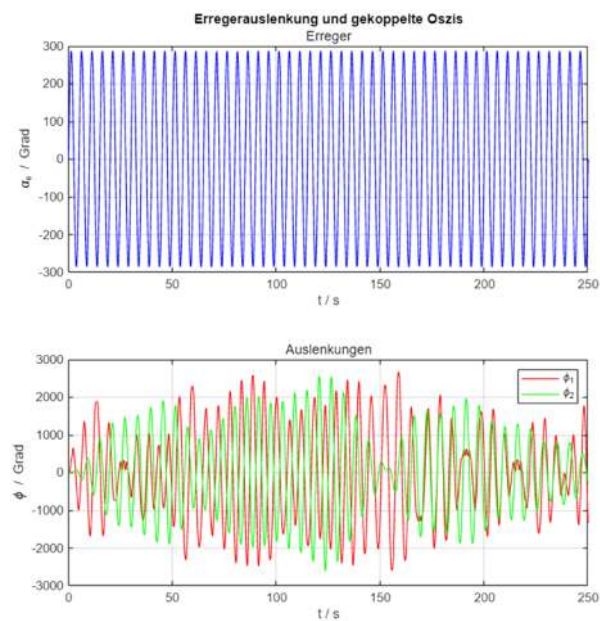


Abbildung 3.5: Chaotisches Verhalten.

### Systemparameter

Trägheitsmoment J [kgm <sup>2</sup> ]	10
Federkonstante 1 D [Nm]	9.81
Federkonstante 2 [Nm]	1
Bremse b [Nms]	0
Erregeramplitude alpha_max [grad]	5
Masse [g]	1000
Abstand der Masse [mm]	1000
Erregerfrequenz [Hz]	0.2

### Anfangsbedingungen

Auslenkungswinkel 1 t=0 [grad]	0
Auslenkungswinkel 2 t=0 [grad]	0
Winkelgeschwindigkeit 1 t=0 [grad/s]	0
Winkelgeschwindigkeit 2 t=0 [grad/s]	0

Abbildung 3.6: Systemparameter chaotisches Verhalten.

## 4 Zusammenfassung

Die Simulation mit den gewünschten Anforderungen konnte mit Erfolg programmiert werden. Durch die breite Menge an verschiedenen Parametern, welche eingestellt werden können, kann eine große Anzahl an unterschiedlichen Schwingungsfällen simuliert werden. Ebenso konnten chaotische Schwingungsfälle beobachtet werden. Wegen des großen Umfangs des Programms ist die Rechenzeit sehr lang. Insbesondere die zeitliche Performanz des Renderns der Animation bietet Optimierungspotential, da die entsprechende Funktion aus zeitlichen Gründen sehr rudimentär implementiert wurde.



# Abbildungsverzeichnis

1.1	Aufbau eines realen pohl'schen Rades . . . . .	4
1.2	Prinzipskizzen zweier gekoppelter Torsionspendel . . . . .	4
3.1	Ungedämpfte erzwungene Schwingung ohne Zusatzmasse . . . . .	10
3.2	Ungedämpfte erzwungene Schwingung mit Zusatzmasse . . . . .	11
3.3	Gedämpfte erzwungene Schwingung ohne Zusatzmasse . . . . .	12
3.4	Gedämpfte erzwungene Schwingung mit Zusatzmasse . . . . .	13
3.5	Chaotisches Verhalten . . . . .	14
3.6	Systemparameter für chaotisches Verhalten . . . . .	14

# Tabellenverzeichnis

1.1	Parameter zur Modellberechnung. . . . .	3
-----	---	---