

Examen de Mathématiques – Niveau 1ère (Évaluation 1)

February 26, 2025

Exercice 1 : Fonction et Dérivée

Soit $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$.

Questions :

- a) Calculer $f'(x)$.
- b) Étudier les variations de f .
- c) Résoudre $f(x) = 0$.

Réponses de l'élève :

- a) $f'(x) = 3x^2 - 6x + 2$.

Correction : Réponse correcte.

Note : 1/1

- b) f est décroissante sur $[0, 1]$ et croissante sur $[1, +\infty[$ (approximation).

Correction : Calculons les variations de f en déterminant le signe de $f'(x) = 3x^2 - 6x + 2$. Résolvons $f'(x) = 0$:

$$3x^2 - 6x + 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 3 \times 2}}{2 \times 3} = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{6} = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{6} = 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$f'(x)$ change de signe à ces points : $1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$ et $1 + \frac{\sqrt{3}}{3}$. Par analyse du signe de $f'(x)$, f est croissante sur $] -\infty, 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}] \cup [1 + \frac{\sqrt{3}}{3}, +\infty[$ et décroissante sur $[1 - \frac{\sqrt{3}}{3}, 1 + \frac{\sqrt{3}}{3}]$.

Correction nécessaire : la justification et les points exacts de changement de variations manquent.

Note : 0.5/1

- c) $f(x) = x(x-1)(x-2) = 0$ donc $x = 0, 1, 2$.

Correction : Réponse correcte.

Note : 1/1

Exercice 2 : Équation du Second Degré

Résoudre $x^2 - 5x + 6 = 0$.

Réponse de l'élève : $x = 2$ ou $x = 3$.

Correction : Réponse correcte. Les racines peuvent être trouvées par factorisation eu égard à $x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3) = 0$ donc $x = 2$ ou $x = 3$.

Note : 1/1

Exercice 3 : Géométrie Analytique

Soit le triangle ABC avec $A(0, 0)$, $B(4, 0)$ et $C(2, 3)$.

Questions :

- a) Montrer que ABC est isocèle.
- b) Calculer son aire.
- c) Donner les coordonnées du milieu de $[BC]$.

Réponses de l'élève :

- a) $AB = 4$ et $AC \approx \sqrt{13}$; $BC \approx \sqrt{13}$ donc isocèle.

Correction : $AB = 4$, $AC = \sqrt{(2-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{13}$ et $BC = \sqrt{(2-4)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{13}$. ABC est isocèle car $AC = BC$.

Correction nécessaire : la justification est correcte mais il manquait des calculs complets.

Note : 1/1

- b) Aire ≈ 6 .

Correction : L'aire du triangle est donnée par Aire = $\frac{1}{2} |x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$. Appliquons la formule :

$$\text{Aire} = \frac{1}{2} |0(0 - 3) + 4(3 - 0) + 2(0 - 0)| = \frac{1}{2} |0 + 12 + 0| = \frac{1}{2} \times 12 = 6.$$

Réponse correcte.

Note : 1/1

- c) Milieu de $BC = (3, 1.5)$.

Correction : Le milieu de BC est $(\frac{2+4}{2}, \frac{3+0}{2}) = (3, 1.5)$.

Réponse correcte.

Note : 1/1

Exercice 4 : Probabilités

Dans un sac, il y a 4 boules rouges et 6 boules bleues.

Questions :

- a) Calculer $P(\text{rouge})$.
- b) Avec remise, calculer $P(2 \text{ rouges})$.

Réponses de l'élève :

a) $P(\text{rouge}) = \frac{4}{10} = 0.3$.

Correction : $P(\text{rouge}) = \frac{4}{10} = 0.4$. Corrigez l'erreur de calcul.

Note : 0.5/1

b) $0.4 \times 0.4 = 0.2$.

Correction : En supposant une remise, $P(2 \text{ rouges}) = 0.4 \times 0.4 = 0.16$.
Veuillez vérifier votre multiplication.

Note : 0/1

Note Finale

- Exercice 1 : 2.5/3
- Exercice 2 : 1/1
- Exercice 3 : 3/3
- Exercice 4 : 0.5/2

Note Totale : 7/9