Examen de Mathématiques – Terminale (Évaluation 2)
Exercice 1 : Dérivées et Tangentes
Soit $f(x) = x^2 \ln(x)$ pour $x > 0$.
Questions :

1. Calculer $f'(x)$.
2. Donner l'équation de la tangente en $x = 1$.

Réponses de l'élève :

1. $f'(x) = 2x \ln(x) + x$.
2. Pour $x = 1, f(1) = 0$ et $f'(1) = 1$; tangente $y = x - 1$.

Correction:

1. La dérivée $f'(x)$ est obtenue en utilisant la règle du produit:
$$f'(x) = (x^2)' \ln(x) + x^2(\ln(x))' = 2x \ln(x) + x^2 \frac{1}{x} = 2x \ln(x) + x.$$
La réponse de l'élève est correcte. **Note : 1/1**
2. Pour $x = 1$, calculons :
$$f(1) = 1^2 \cdot \ln(1) = 0,$$
$$f'(1) = 2 \cdot 1 \cdot \ln(1) + 1 = 0 + 1 = 1.$$
L'équation de la tangente est donnée par la formule : $y = f'(1)(x - 1) + f(1)$. Ainsi la tangente est :
$$y = 1 \cdot (x - 1) + 0 = x - 1.$$
La réponse de l'élève est correcte. **Note : 1/1**

Exercice 2 : Intégrales
Calculer $I = \int_0^1 (3x^2 + 2x + 1)\, dx$.
Réponse de l'élève :

$$I = \left[x^3 + x^2 + x\right]_0^1 = 1 + 1 + 1 = 3.$$

Correction: La primitive de la fonction $3x^2 + 2x + 1$ est :

$$\int (3x^2 + 2x + 1)\, dx = x^3 + x^2 + x + C.$$

En évaluant l'intégrale définie de 0 à 1, nous avons :

$$I = \left[x^3 + x^2 + x\right]_0^1 = \left(1^3 + 1^2 + 1\right) - \left(0^3 + 0^2 + 0\right) = 1 + 1 + 1 - 0 = 3.$$

La réponse de l'élève est correcte. **Note : 1/1**

Note totale : 3/3