

# Лабораторная работа 1 — Линейная алгебра

В задании 1 нет необходимости использовать Python, все вычисления производятся на листке.

## 1. 2D преобразования

Преобразование координат (переход из одной системы координат в другую) играет важную роль в робототехнике.

Пусть робот движется в плоскости, его положение в глобальной системе координат можно описать как

$$\mathbf{x} = (x, y, \theta)^T,$$

где  $(x, y)$  — координаты в XY-плоскости, а  $\theta$  — ориентация.

Тогда однородная матрица преобразования для положения  $\mathbf{x} = (x, y, \theta)^T$ , относительно начала координат  $(0, 0, 0)^T$  глобальной системы имеет вид:

$$T_1 = \begin{pmatrix} \mathbf{R}(\theta) & \mathbf{t} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{R}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{t} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

- Пусть, находясь в положении  $\mathbf{x}_1 = (x_1, y_1, \theta_1)^T$ , робот наблюдает ориентир  $\mathbf{l}$ , который относительно локальной системы координат робота находится в положении  $\mathbf{l} = (l_x, l_y)$ . Используя матрицу  $T_1$ , найдите положение  $\mathbf{l}$  в глобальной системе координат.
- Пусть известно, где находится ориентир в глобальной системе координат. Найдите координаты его положения, которое будет наблюдать робот в своей локальной системе координат?
- Пусть робот перешел в новое положение  $\mathbf{x}_2 = (x_2, y_2, \theta_2)^T$  в глобальной системе координат. Найдите матрицу преобразования  $T_{12}$ , которая бы описывала новое положение относительно предыдущего  $\mathbf{x}_1$ . *Подсказка:* запишите  $T_{12}$  как произведение однородных матриц преобразования.
- Найдите положение ориентира  $\mathbf{l} = (l_x, l_y)$  в локальной системе координат робота, который находится в положении  $\mathbf{x}_2 = (x_2, y_2, \theta_2)^T$ .

## 2. Показания датчика

Пусть робот находится в положении  $x = 1.0$  m,  $y = 0.5$  m,  $\theta = \pi/4$ . На работе в точке  $x = 0.2$  m,  $y = 0.0$  m,  $\theta = \pi$  относительно его локальной системы координат установлен лазерный дальномер.

В файле `laserscan.dat` содержатся измерения расстояний за одно сканирование. Первое измерение взято под углом  $\alpha = -\pi/2$  (в системе координат лазерного дальномера), последнее — под углом  $\alpha = \pi/2$ , т.е. угол обзора датчика составляет  $\pi$ . Все промежуточные измерения находятся на одинаковом угловом расстоянии друг от друга.

Чтобы загрузить файл с данными и вычислить соответствующие углы, используйте следующий код:

```
import math
import numpy as np
scan = np.loadtxt('laserscan.dat')
angle = np.linspace(-math.pi/2, math.pi/2, np.shape(scan)[0], endpoint='true')
```

- Отобразите на графике все точки, соответствующие показаниям датчика, в локальной системе координат лазерного дальномера.
- На получившемся скане заметно необычное явление. Какое? Предложите объяснение.
- Используя однородные матрицы преобразования, вычислите и отобразите на одном графике положение робота, положение лазерного дальномера и всех точек, соответствующих его показаниям, в глобальной системе координат.

Задать одинаковый масштаб осям X и Y на графике можно следующим образом:

```
plt.gca().set_aspect('equal', adjustable='box')
```