

Experimentelle Übungen I

# Versuchsprotokoll M4

Stoßgesetze

Hauke Hawighorst, Jörn Sieveneck

Gruppe 9

`h.hawighorst@uni-muenster.de`

`j_siev11@uni-muenster.de`

betreut von

Semir Vrana

13. Dezember 2017

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Zusammenfassung</b>	<b>1</b>
<b>2. Methoden</b>	<b>1</b>
<b>3. Ballistisches Pendel</b>	<b>3</b>
<b>4. Rollende Kugel</b>	<b>5</b>
<b>5. Schlussfolgerung</b>	<b>6</b>
<b>A. Anhang</b>	<b>8</b>
A.1. Verwendete Programme . . . . .	8
A.2. Verwendete Gleichungen . . . . .	8
<b>Literatur</b>	<b>9</b>

## 1. Zusammenfassung

In den Experimenten ging es um die Beschreibung verschiedener, näherungsweise elastischer Stoßprozesse. In dem ersten Teil wurden zwei in einer Ebene hängenden Kugeln betrachtet, die nach Auslenkung einer Kugel gegeneinander stoßen. Mithilfe der gemessenen Auslenkung der Kugeln, wurde das Gewichtsverhältnis bestimmt. Hier wurde ein proportionaler Zusammenhang beobachtet. Anschließend wurde eine Kugel auf einer Rinne an Stelle der Auslenkung des einen Pendels verwendet. Hier war die Auslenkung der gestoßenen Kugel proportional zur Wurzel der Höhe.

Während des ersten Experiments als Bestätigung der Theorie zu werten ist, liefert das zweite Experiment den theoretischen Wert mit einer Abweichung von etwa 10%, diese wird in der Schlussfolgerung diskutiert.

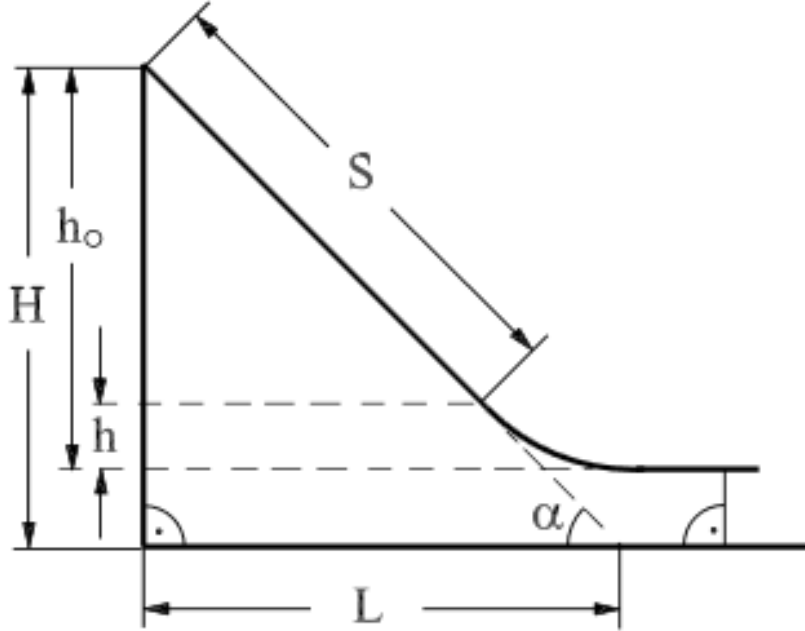
## 2. Methoden

### Balistisches Pendel

In diesem Teil des Experimentes wurde das Verhalten zweier Unterschiedlich großer Kugeln beim Zusammenprall beobachtet. Zu diesem Zweck wurden diese Kugeln so aufgehängt, dass ihr Schwerpunkt genau auf einer Ebene lag. Auf diese Weise konnte man den Stoßprozess durch einen idealen Elastischen Stoß nähern. Es wurden zwei Messreihen aufgenommen: Einmal wurde die kleine Kugel ausgelenkt und einmal wurde die große Kugel ausgelenkt. Die Auslenkung wurde vom Ruhepunkt mithilfe eines Messschiebers gemessen. Für jede Kugel wurden fünf verschiedene Auslenkungen beobachtet und pro Auslenkung wurden fünf Messwerte aufgenommen. Um später beurteilen zu können wie gut sich die Prozesse durch einen elastischen Stoß nähern lassen wurden die Kugeln gewogen.

### Rollende Kugel

Die Kugel wurde jeweils fünfmal aus verschiedenen Höhen auf einer Fallrinne, gemäß Abbildung 1, positioniert und gegen das Pendel am Ende der Fallrinne rollen gelassen. Gemessen wurde jeweils die Auslenkung des Pendels  $a$  in Abhängigkeit von  $S$ . Als Ablesehilfe wurde ein Reiter auf einem Messschieber genutzt welcher vor Beginn der



**Abbildung 1:** Abbildung der Fallrinne mit den für die Auswertung relevanten Abmessungen[1].

Messung jeweils so justiert wurde, dass er etwas hinter der erwarteten Auslenkung  $a$  war. Die Auslenkung wurde anschließend gemittelt und gegen die Wurzel der Höhe aufgetragen, da die folgenden Zusammenhänge für die Näherung als vollkommen elastischen, zentralen Stoß erwartet wurden:

$$a = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \sqrt{\varepsilon 2lh} \quad (2.1)$$

Aus energetischen Betrachtungen und dem Trägheitsmoment der Kugel um die Rotationsachse folgt  $\varepsilon = \frac{5}{9}$ , da nur die kinetische Energie bei dem Stoßprozess übertragen wird und die Rotationsenergie keinen Beitrag liefert. Des weiteren gilt nach Abbildung 1:

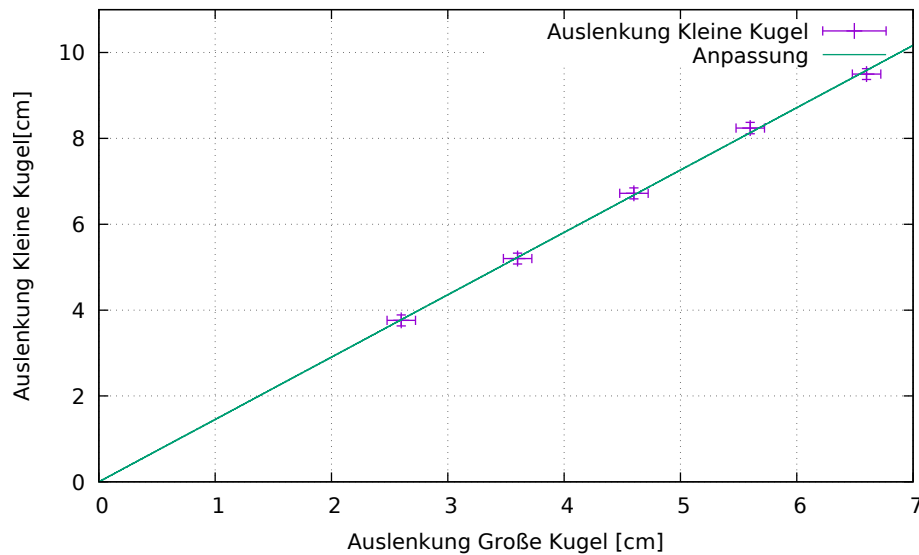
$$\sin \alpha = \frac{H}{H^2 + L^2} = \frac{h_0 - h}{S} \quad (2.2)$$

$$\Rightarrow h(S) = h_0 - \frac{S}{1 + \frac{L^2}{H^2}} \quad (2.3)$$

### 3. Ballistisches Pendel

#### Beobachtung und Analyse

Beobachtet wurde, dass die große Kugel beim Aufprall der kleinen Kugel ausgelenkt wurde und umgekehrt. Außerdem bewegte sich nur die zweite Kugel nach dem Zusammenstoß weiter. Die Kugel die Ausgelenkt wurde, stand nach dem Zusammenprall still. Dies ließ darauf schließen, dass es sich bei dem Stoßprozess um einen vollkommen elastischen Stoß handelte.

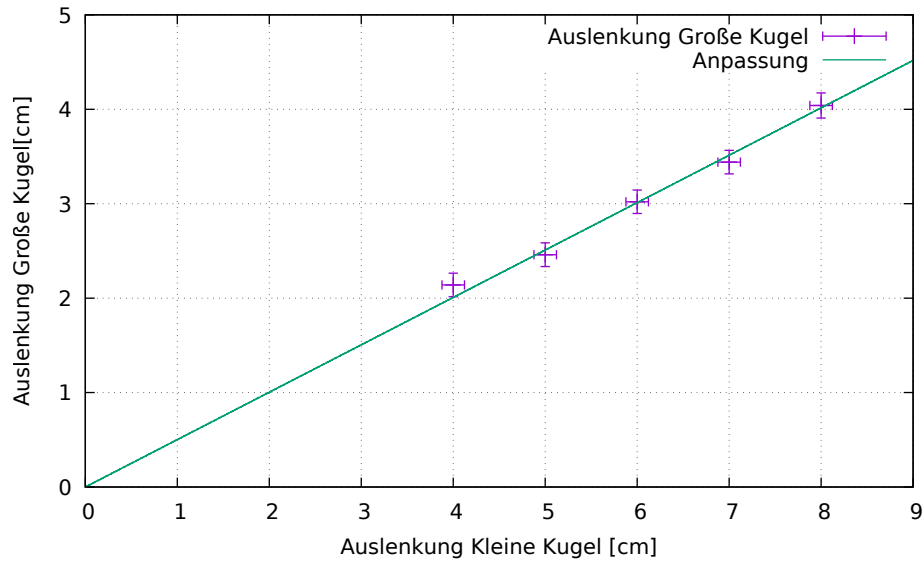


**Abbildung 2:** Zu sehen ist die Auslenkung der kleinen Kugel in Abhängigkeit von der Auslenkung der großen Kugel.

Die bei den fünf Messreihen erhaltenen Messwerte wurden jeweils gemittelt und sind in den Abbildungen 2 und 3 zu sehen. Die Fehlerbalken ergeben sich aus den Gleichungen A.2, A.3 und A.4 wobei von einer Messungenauigkeit von  $\pm 3$  mm ausgegangen wurde. Man erkennt, dass die Messwerte linear ansteigen. Da dies mit der Theorie übereinstimmt (Die Auslenkung nach dem Stoß ist durch

$$a_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} a_1 \quad (3.1)$$

gegeben wobei  $m_1$  die Masse der ausgelenkten Kugel ist und  $a_1$  die Auslenkung von



**Abbildung 3:** Zu sehen ist die Auslenkung der großen Kugel in Abhängigkeit von der Auslenkung der kleinen Kugel.

$m_1$ .) wurden die Messwerte mit der Linearen Anpassung  $a_2 = b \cdot a_1$  angepasst und die Unsicherheit der Anpassung wurde aus Gnuplot übernommen. Um die Ergebnisse zu überprüfen wurde die Steigung  $b$  aus den Massen der Kugeln bestimmt. Die Unsicherheit der Masse, ist durch die Anzeigeungenauigkeit der Digitalen Waage, die auf zwei Nachkommastellen genau anzeigt, gegeben. Und somit folgt mit den Gleichungen A.1 und A.4 die für die den Massen berechnete Steigung Unsicherheit. Der Vergleich der Werte ist in Tabelle 1 zu sehen. Man erkennt, dass die Werte zwar voneinander Abweichen jedoch nur um ca. 3% (Groß gegen Klein) bzw. um ca. 2% (Klein gegen Groß). Dies ist darauf zurückzuführen, dass es sich bei dem untersuchten Stoß nicht um einen perfekten elastischen Stoß handelte bzw. das die Pendel nicht immer tatsächlich vollkommen ruhig hingen. Über das Verhältnis der Steigungen der Anpassungsfunktion erhält man ein auch das Gewichtsverhältnis, dass sich über:

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{m_1}{m_2} \quad (3.2)$$

( $b_1, m_1$  Steigung bzw. ausgelenktes Gewicht aus Abb. 2 und  $b_2, m_2$  Steigung bzw ausge-

<sup>0</sup>Die Anpassung wurde durch „Gnuplot“ mit dem Levenberg–Marquardt Algorithmus vorgenommen.

lenktes Gewicht aus Abb. 3 ) berechnen lässt. die Ergebnisse sind in Tabelle 2 zu sehen. Man sieht ,dass das aus den Massen berechnete Gewichtsverhältnis noch innerhalb der Unsicherheit des aus den Steigungen berechneten Verhältnisses liegt. Dies lässt darauf schließen, dass dieses Verfahren recht genau ist.

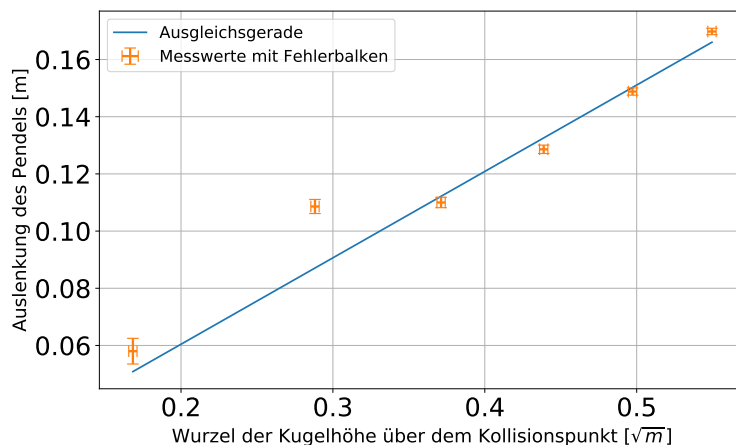
**Tabelle 1:** Zu sehen sind die Steigungen der in Abb. 2 und 3 zu sehenden Anpassungsgeraden bzw. die Steigung die sie Theoretisch haben sollte.

	Steigung aus den Gewichten bestimmt	Steigung Experimentell bestimmt
Groß gegen Klein	$1,4870 \pm 0,0002$	$1,453 \pm 0,016$
Klein gegen Groß	$0,513 \pm 6 \cdot 10^{-5}$	$0,502 \pm 0,006$

**Tabelle 2:** Zu sehen ist hier das Gewichtsverhältnis der Kleinen Kugel zur Großen Kugel.

Gewichtsverhältnis aus den Gewichten	Gewichtsverhältnis aus der Experimentell ermittelten Steigung
$0,3451 \pm 6 \cdot 10^{-6}$	$0,3455 \pm 0,0040$

## 4. Gerader zentraler Stoß einer rollenden Kugel



**Abbildung 4:** Ausschlag des Pendels in Abhängigkeit von  $\sqrt{h}$

**Tabelle 3:** Abmessungen des Versuchsaufbaus nach Abb. 1 sowie des Pendels.

Höhe des Bahnendes über Stoßpunkt $h_0$	$(30,20 \pm 0,12)$ cm
Länge $L$	$(0,5000 \pm 0,0012)$ m
Höhe $H$	$(32,70 \pm 0,12)$ cm
Masse der rollenden Kugel $m_1$	$(66,500 \pm 0,006)$ g
Masse des Pendels $m_2$	$(0,510\,340 \pm 0,000\,006)$ kg
Vertikale Länge des Pendels $l$	$(1,737 \pm 0,004)$ m

Die Auslenkung des Pendels in Abhängigkeit der Wurzel von der Höhe  $\sqrt{h}$  wurde in Abb. 4 dargestellt. Deutlich ist zu erkennen, dass der Messwert unterhalb von  $\sqrt{h} = 30$  cm nicht zu der Geraden durch die anderen Messpunkte passt und nahezu identisch zu dem nächsthöheren Wert ist. Es wird daher davon ausgegangen, dass die Kugel an der falschen Markierung positioniert wurde und der Messpunkt wurde in der weiteren Auswertung ausgelassen. Da die anderen Messwert auf einer Geraden durch den Ursprung liegen und die theoretischen Betrachtungen dies suggeriert wurden die Messpunkte an eine Funktion der Form  $a(\sqrt{h}) = b\sqrt{h}$  angepasst, man erhält  $b = (0,302 \pm 0,004) \sqrt{\text{m}}$ . Nach Gleichung 2.1 und  $b = \frac{a}{\sqrt{h}}$  erhalten wir:

$$\varepsilon = \left( \frac{(m_1 + m_2)}{2m_1} \right)^2 \cdot \frac{b^2}{2l} \quad (4.1)$$

$$(4.2)$$

Mit den Messwerten aus Tabelle 3 folgt  $\varepsilon = 0.4943 \pm 0.0012$ .

## 5. Schlussfolgerung

Im Laufe des Experimentes stellte sich heraus, dass sich die Pendelstöße näherungsweise durch elastische Stöße beschreiben lassen (vgl. Abschnitt 3). Versucht man jedoch die Stöße der rollenden Kugel damit zu beschreiben, so stellt man fest das die Ergebnisse deutlich von den erwarteten Werten abweichen. (Vgl. Abschnitt 4) . In dem soeben genannten Beispiel sind die Abweichungen darauf zurückzuführen, dass bei einem elastischen Stoß davon ausgegangen wird das der Impuls vollkommen auf die Zweite Kugel ( die Kugel gegen die die erste Kugel stößt) übertragen wird. Während der Durchführung wurde



jedoch beobachtet, dass sich beide Kugeln nach dem Stoß bewegten. Dies wurde bei den Berechnungen nicht berücksichtigt. Der Grund, warum dieses Experiment durchgeführt wurde, ist, dass viele Modelle in der Physik auf sie zurückgreifen, um verschiedene Prozesse zu beschreiben. Zum Beispiel den Zusammenprall von Teilchen auf atomarer Ebene. Bei diesen Prozessen handelt es sich dann zwar nicht um elastische Stöße, das Prinzip ist jedoch ähnlich. Der Fall eines elastischen Stoßes wurde deshalb gewählt, weil er am einfachsten zu beschreiben ist.

## A. Anhang

### A.1. Verwendete Programme

Die Plots für das ballistische Pendel wurden mit Gnuplot erstellt, bei der rollenden Kugel wurde Python genutzt. Beide Programme nutzten den Levenberg–Marquardt Algorithmus. Die Fehler wurden nach Empfehlung des „GUM“ mit Hilfe der gaußschen Fehlerfortpflanzung berechnet.

### A.2. Verwendete Gleichungen

Standardunsicherheit der Rechteckverteilung  $u$  für die Intervallbreite  $a$ :

$$u = \frac{a}{2\sqrt{3}} \quad (\text{A.1})$$

Standardunsicherheit der Dreieckverteilung  $u$ :

$$u = \frac{a}{2\sqrt{6}} \quad (\text{A.2})$$

Standardunsicherheit des Mittelwertes der Normalverteilung  $u$  für die Messwerte  $x_i$  und den Mittelwert  $\bar{x}$ :

$$u(\bar{x}) = t_p \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (\text{A.3})$$

Kominierte Standardunsicherheit der Messgröße  $g(x_i)$

$$u(g(x_i)) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial x_i} u(x_i) \right)^2} \quad (\text{A.4})$$

## Literatur

- [1] Markus Donath und Anke Schmidt. *Anleitung zu den Experimentellen Übungen zur Mechanik und Elektrizitätslehre*. Auflage Wintersemester 2017/2018. Westfälische Wilhelms-Universität Münster. Physikalisches Institut, Oktober 2017.