

# Experimentelle Übungen I

## Versuchsprotokoll E1

### Gleich-und Wechselstrom

Hauke Hawighorst, Jörn Sieveneck

Gruppe 9

`h.hawighorst@uni-muenster.de`

`j_siev11@uni-muenster.de`

betreut von

Katharina Ritter

10. Januar 2017

## Inhaltsverzeichnis

<b>1. Zusammenfassung</b>	<b>1</b>
<b>2. Innenwiderstand einer Batterie</b>	<b>1</b>
2.1. Methoden . . . . .	1
2.2. Daten und Analyse . . . . .	1
<b>3. Leistungsaufnahme eines Widerstandes</b>	<b>4</b>
3.1. Methoden . . . . .	4
3.2. Analyse . . . . .	4
<b>4. Eigenschaften einer Spule</b>	<b>6</b>
4.1. Methoden . . . . .	7
4.2. Analyse von Schaltkreis b) . . . . .	8
4.3. Analyse von Schaltkreis c) . . . . .	10
<b>5. Schlussfolgerung</b>	<b>11</b>
<b>A. Anhang</b>	<b>12</b>
A.1. Verwendete Gleichungen . . . . .	12
A.2. Gleichungen aus der Einführung . . . . .	12
<b>Literatur</b>	<b>13</b>

## 1. Zusammenfassung

Im ersten Abschnitt wird der Einfluss einer Schaltung auf die Spannungsquelle untersucht, da im Allgemeinen die Klemmspannung der Quelle abhängig von der angeschlossenen Last ist. Dieser Sachverhalt wird im ersten Abschnitt mit Batterien simuliert welche, zur Verdeutlichung mit einem Vorwiderstand versehen sind. Bei dem gegebenen Aufbau beträgt der „Innenwiderstand“  $(17,7 \pm 0,6) \Omega$  und die Leerlaufspannung  $U_E = (1,27 \pm 0,02) \text{ V}$  für einen Akkumulator. Des weiteren werden die theoretischen Vorhersagen für ein Parallel- bzw. Reihenschaltung aus drei Akkumulatoren bestätigt.

## 2. Innenwiderstand einer Batterie

Es wird im Folgenden der Innenwiderstand einer Schaltung aus Akkumulatoren bestimmt. Zur Verdeutlichung des Effektes ist vor jeden Akkumulator ein zusätzlicher Widerstand fest eingebaut.

### 2.1. Methoden

Zur Bestimmung des Innenwiderstandes wird die Klemmspannung der Spannungsquelle für verschiedene Außenwiderstände gemessen. Aus Spannung und Widerstand wird die Spannung  $U$  in Abhängigkeit der Stromstärke  $I$  (Abb. 1) und die Leistung  $P$  in Abhängigkeit des Außenwiderstandes  $R_a$  (Abb. 2) berechnet. Aus den Ausgleichskurven folgen jeweils die Klemmspannung ohne Last  $U_0$  sowie der Innenwiderstand  $R_i$ . Betrachtet werden als Spannungsquelle: eine einzelne Monozelle, eine Parallelschaltung sowie eine Reihenschaltung aus drei Monozellen.

Aus der Ablesungenauigkeit des Voltmeters folgt als Standardunsicherheit  $u(U)=0,2 \text{ V}$ , die relative Unsicherheit der Steckwiderstände wird mit 5% abgeschätzt.

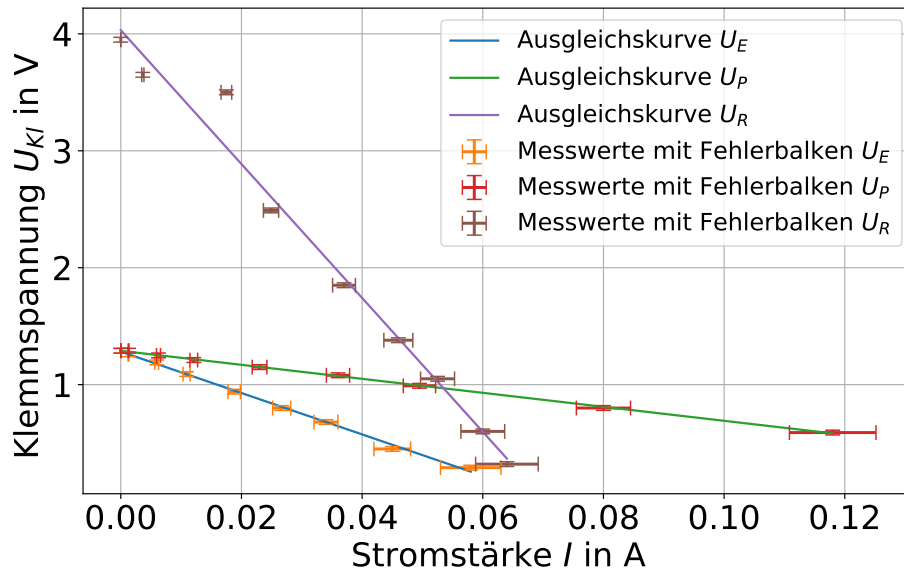
### 2.2. Daten und Analyse

Aus den Messpunkten  $U(R_a)$  folgt mit dem Ohmschen Gesetz Abb. 1. Mit  $U_{Kl} = U_0 - R_a I$  folgt, dass die Steigung des Ausgleichsgerade dem negativen des Innenwiderstandes entspricht. Ohne Stromfluss gilt  $U_0 = U_{Kl}$ , deswegen entspricht der Y-Achsenabschnitt

**Tabelle 1:** Leerlaufspannung und Innenwiderstand der Spannungsquellen aus den Kennlinien

Schaltung	Leerlaufspannung $U_0$	Innenwiderstand $R_i$
Einzelne Monozelle	$(1,28 \pm 0,01) \text{ V}$	$(17,7 \pm 0,4) \Omega$
Parrallelschaltung	$(1,289 \pm 0,003) \text{ V}$	$(5,99 \pm 0,06) \Omega$
Reihenschaltung	$(4,03 \pm 0,12) \text{ V}$	$(57 \pm 3) \Omega$

der Leerlaufspannung  $U_0$  der „idealen Spannungsquelle“ [1]. Die aus den Parametern der Anpassungsgerade gefundenen Werte sind in Tabelle 1 dargestellt.

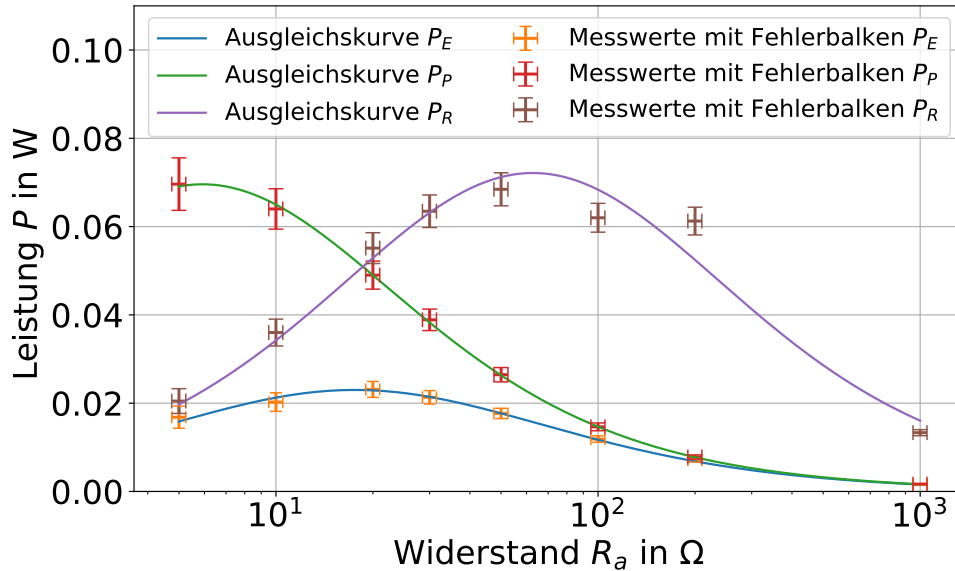
**Abbildung 1:** Spannungsverläufe der Monozelle  $U_E$ , der Parrallelschaltung von drei Monozellen  $U_P$  und der Reihenschaltung von drei Monozellen  $U_R$  in Abhängigkeit der Stromstärke  $I$ .

Die Leistung am äußeren Widerstand ist gegeben durch

$$P = \frac{U_{Kl}^2}{R_a} \quad (2.1)$$

$$= U_0^2 \frac{R_a}{(R_a + R_i)^2}. \quad (2.2)$$

Gleichung 2.1 wurde verwendet um die Leistungen zu berechnen, die Ausgleichskurve wurde nach Gleichung 2.2 erstellt. Die Werte für  $U_0$  und  $R_i$  ergeben sich aus der Aus-



**Abbildung 2:** Leistung  $P$  am Lastwiderstand  $R_a$  in dessen Abhängigkeit

**Tabelle 2:** Leerlaufspannung und Innenwiderstand der Spannungsquellen aus der Leistung

Schaltung	Leerlaufspannung $U_0$	Innenwiderstand $R_i$
Einzelne Monozelle	$(1,27 \pm 0,02) \text{ V}$	$(17,6 \pm 0,6) \Omega$
Parrallelschaltung	$(1,282 \pm 0,007) \text{ V}$	$(5,91 \pm 0,09) \Omega$
Reihenschaltung	$(4,26 \pm 0,21) \text{ V}$	$(63 \pm 5) \Omega$

gleichskurve und sind in Tabelle 2 dargestellt. Die Maximale Leistung ergibt sich, bedingt durch den gewählten Ansatz in Gleichung 2.2, für  $R_a = R_i$ .

Die Werte aus den Tabellen 1 und 2 sind in sich, innerhalb der  $2\sigma$ -Umgebung konsistent. Die theoretische Vorhersage, dass die Spannungen  $U_E$  und  $U_P$  gleich sind wird ebenfalls bestätigt. Die Leerlaufspannung  $U_R$  entspricht im Rahmen der Unsicherheiten dem Erwartungswert  $3U_E$ , mögliche Ursache für die stärkeren Abweichungen, als bei den vorherigen Messwerten, könnte ein unterschiedliche Leerlaufspannungen der einzelnen Batterien, bedingt durch vorherige Verwendung sein. Aus den Regeln zur Berechnung von Ersatzwiderständen folgen:  $R_P = \frac{R_E}{3}$  und  $R_R = 3R_E$ . Die gemessenen Widerstände bestätigen, innerhalb der  $2\sigma$ -Umgebung, die theoretischen Erwartungen und sind in

sich konsistent. Die Größenordnung der Widerstände ist plausibel, da der vorgeschaltete „Innenwiderstand“ laut Hersteller  $(18,0 \pm 1,8) \Omega$  und der tatsächliche Innenwiderstand in der Regel deutlich unter  $1 \Omega$  liegt.

### 3. Leistungsaufnahme eines Widerstandes

Zusätzlich zu der Spannung  $U$  und der Stromstärke  $I$  ist die Leistungsaufnahme  $P$  eine Kenngröße in elektrischen Schaltungen. Der Zusammenhang obiger Größen wird für einen Widerstand untersucht.

#### 3.1. Methoden

Es werden in einer Schaltung gemäß Position a) in ?? Leistung und Stromstärke bezüglich des Widerstandes  $R_2$  bei fünf verschiedenen Spannungen bei Gleich- und Wechselstrom gemessen. Anschließend wird der Zusammenhang zwischen der Spannung  $U$  und der Stromstärke  $I$ , welcher mithilfe des Widerstandes definiert ist, untersucht. Der Zusammenhang zwischen Leistung  $P$  und dem Produkt aus Spannung und Stromstärke  $UI$  wurde in Abb. 5 graphisch dargestellt.

#### 3.2. Analyse

In Abb. 3 ist zu erkennen, dass Spannung und Stromstärke proportional zueinander sind. Die Steigung der Ausgleichsgeraden gibt den Widerstand an. Bei Gleichstrom beträgt der Widerstand  $(27,8 \pm 0,7) \Omega$ , bei Wechselstrom  $(26,1 \pm 0,5) \Omega$ . Der Widerstand hat laut Hersteller  $27 \Omega$ . Folglich stimmen alle drei Angaben im Rahmen des  $2\sigma$ -Intervalls überein. Um die Abweichungen detaillierter betrachten zu können, sind die Widerstände  $R_a$  in Abb. 4 gegen die Spannung  $U$  aufgetragen. Zu erkennen ist, dass die ersten Messpunkte jeweils unterhalb des Mittelwertes lagen, dies lässt vermuten dass der Widerstand bei Beginn der Messung noch kälter war. Der Messpunkt bei  $U_{eff} = 10 \text{ V}$  ist auf einen groben Fehler bei der Messung oder Laborbuchführung zurückzuführen.

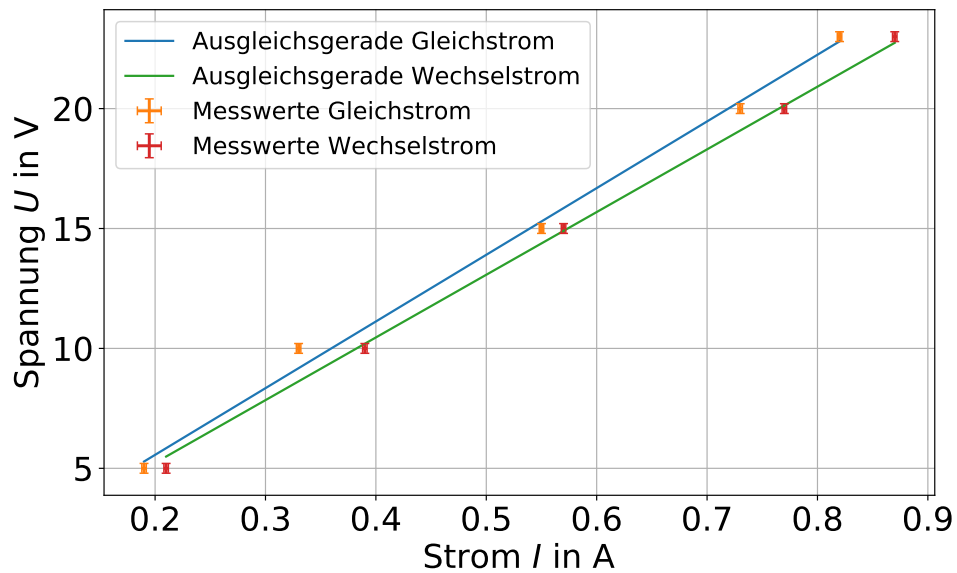


Abbildung 3: Relation von Spannung und Stromstärke an dem Verbrauchswiderstand  $R_2$ .

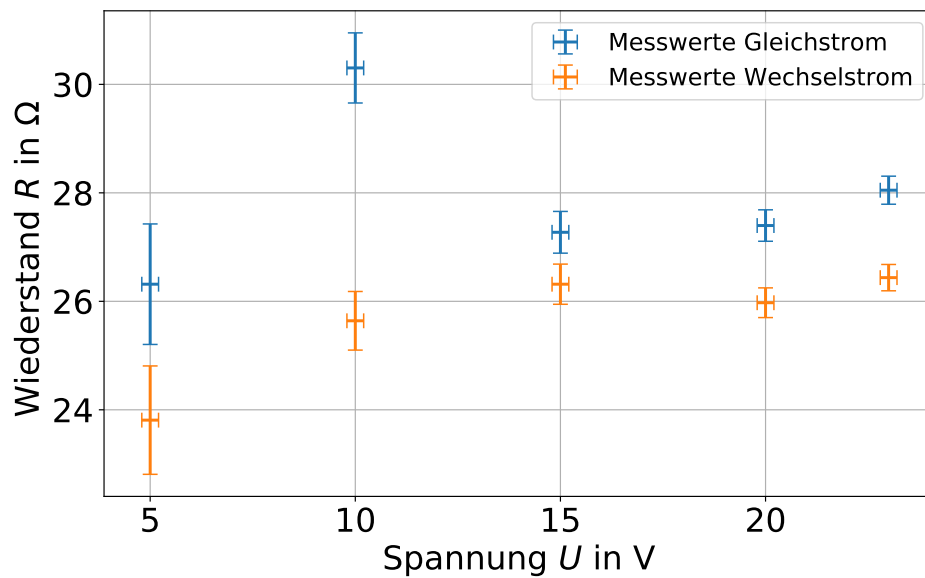
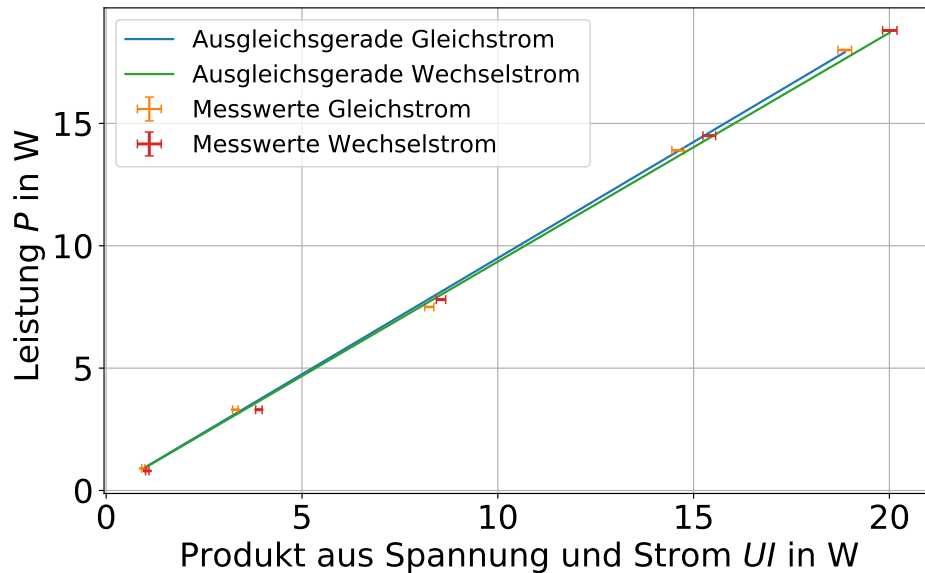


Abbildung 4: Widerstand  $R = \frac{U}{I}$  gegen Spannung  $U$  bei Gleich- bzw. Wechselstrom.



**Abbildung 5:** Zusammenhang zwischen Leistung  $P$  und dem Produkt aus Spannung und Stromstärke  $UI$  für Gleich- und Wechselstrom.

Die Leistung ist bei Gleichstrom definiert als  $P = UI$  folglich sollte die Steigung der Ausgleichsgeraden eins sein. Die Anpassung beziffert die Steigung der Ausgleichsgeraden für Gleichstrom in Abb. 5 mit  $S_G = (95,0 \pm 0,8) \%$ . Analog gilt für Wechselstrom  $P_{eff} = U_{eff} I_{eff} \cos(\phi)$  mit  $\phi = 0$ , da ein Ohmscher Widerstand verwendet wurde. Die Steigung der Ausgleichsgeraden für Wechselstrom in Abb. 5 beträgt  $S_W = (93,5 \pm 0,8) \%$ . Beide Werte weichen um mehr als  $6\sigma$  von dem theoretisch vorhergesagten Wert ab. Da jedoch bei der Messung der Leerlaufleistung des Voltmeters festgestellt wurde, dass diese negativ war und mit zunehmender Spannung weiter sank, begründet es, dass die gemessenen Leistungen unterhalb der Erwartungen liegen. In sofern bestätigt die Messung die Größenordnung, zeigt jedoch Mängel in den Messgeräten und wäre ggf. mit zuverlässigeren Instrumenten zu wiederholen.

## 4. Eigenschaften einer Spule

In diesem Kapitel werden drei Verschiedene Schaltungen behandelt:

- Zuerst wurde für Schaltung a) die Werte



- Im zweiten Teil wurde für Schaltung b) der Phasenwinkel  $\phi$ , der Wirkwiderstand  $R_W$  sowie die Induktivität  $L$  einer Spule berechnet.
- Zuletzt wird mit den Ergebnissen aus dem Zweiten Teil die Kapazität  $C$  eines Kondensators nach Schaltung c) bestimmt.

der Phasenwinkel  $\phi$ , der Wirkwiderstand  $R_W$  sowie die Induktivität  $L$  einer Spule berechnet

### 4.1. Methoden

Um die im Zweiten Teil genannten Größen zu berechnen wurde die Spannung  $U$ , der Strom  $I$  und die Leistung  $P$  gemessen. Die Spannung und der Strom wurden sowohl bei Wechselstrom als auch bei Gleichstrom bestimmt, während die Leistung nur bei Wechselstrom gemessen wurde. Zu beachten ist dass es sich bei allen im weiteren genannten Werte für  $U, I$ , die bei Wechselstrom gemessen wurden, um Effektivwerte handelt und  $P$  nur gemittelt angegeben werden kann. Im letzten Teil werden die Werte für die Induktivität und den Innenwiderstand aus dem zweiten Teil übernommen und zusätzlich wurde die Spannung und der Strom bei Wechselstrom aufgenommen. Die Messungen wurden mit einem Multimeter, einem Amperemeter und einem Wattmeter durchgeführt. Alle diese Messgeräte waren mit einer analogen Skala versehen. Aus diesem Grund sind alle Unsicherheiten der Messwerte durch eine Dreiecksverteilung abzuschätzen.

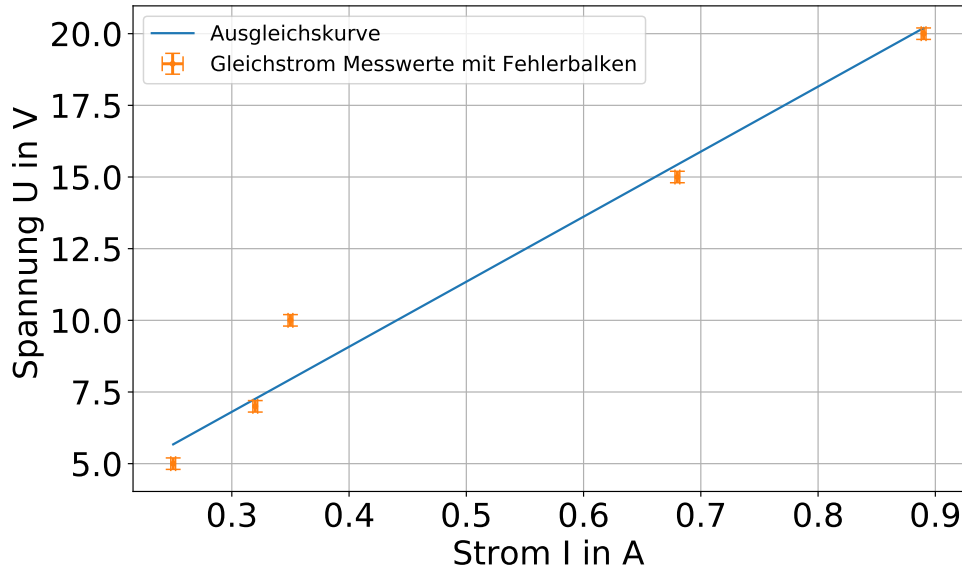


Abbildung 6: Die Spannung  $U_{eff.}$  gegen den Strom  $I_{eff.}$  für Gleichstrom.

## 4.2. Analyse von Schaltkreis b)

Die gemessenen Werte wurden in den Abbildungen 6, 7 und 8 dargestellt. Die für die weitere Auswertung wichtigen Gleichungen lauten:

$$|Z| = \sqrt{R_W + \omega^2 L^2} \quad (4.1)$$

$$L = \frac{\sqrt{|Z|^2 - R^2}}{\omega} \quad (4.2)$$

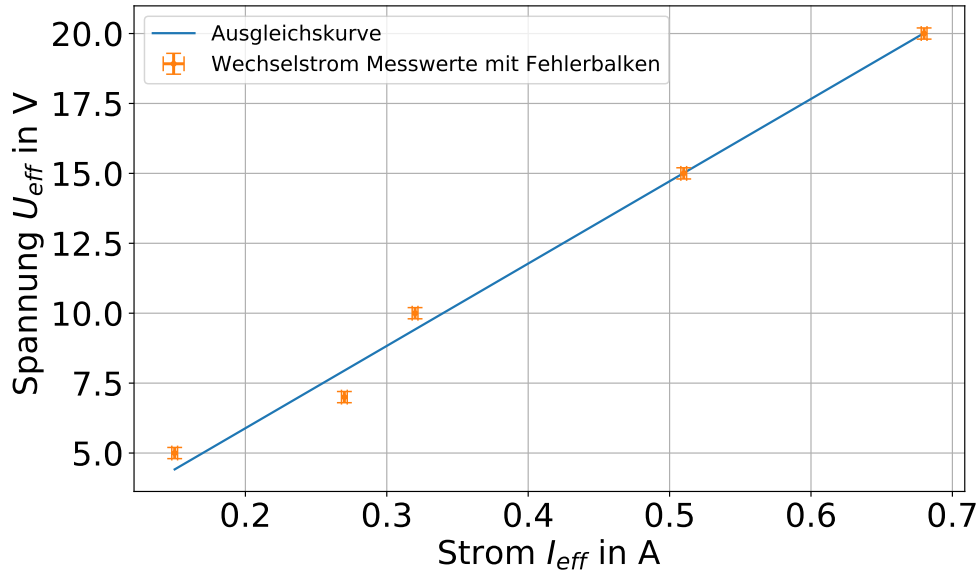
$$|Z| = \frac{U_{eff.}}{I_{eff.}} \quad (4.3)$$

$$\phi = \arccos\left(\frac{\bar{P}}{U_{eff.} I_{eff.}}\right) \quad (4.4)$$

$$R_W = |Z| \cdot \cos(\phi). \quad (4.5)$$

(Alle oben genannten Gleichungen gelten für Wechselstrom mit  $\omega = 2\pi \cdot 50 \text{ Hz.}$ )

$$R_i = \frac{U}{I} \quad (4.6)$$



**Abbildung 7:** Die Spannung  $U_{eff}$ . gegen den Strom  $I_{eff}$ . für Wechselstrom.

(Gilt für Gleichstrom.)

Entnimmt man die Steigungen aus den Abbildungen 6, 7 und 8 und setzt sie in die oben genannten Gleichungen ein so erhält man die unten zu sehenden Werte. Hierbei wurde jedoch in Gleichung 4.3  $R_i$  eingesetzt, da  $R_i$  direkt aus der Steigung der Abb. 6 abgelesen wurde während  $R_W$  durch Gleichung 4.5 berechnet werden musste. Vergleicht man die beiden Werte von  $R_w$  und  $R_i$  miteinander so erkennt man das  $R_W$  in der  $2\sigma$ -Umgebung von  $R_i$  liegt.

$$Z = (29,4 \pm 0,4) \Omega \quad (4.7)$$

$$\phi = (0,7548 \pm 0,0003) \text{ rad} \quad (4.8)$$

$$R_W = (21,4 \pm 0,3) \Omega \quad (4.9)$$

$$R_i = (22,7 \pm 0,8) \Omega \quad (4.10)$$

$$L = (0,060 \pm 0,004) \text{ H} \quad (4.11)$$

$$(4.12)$$

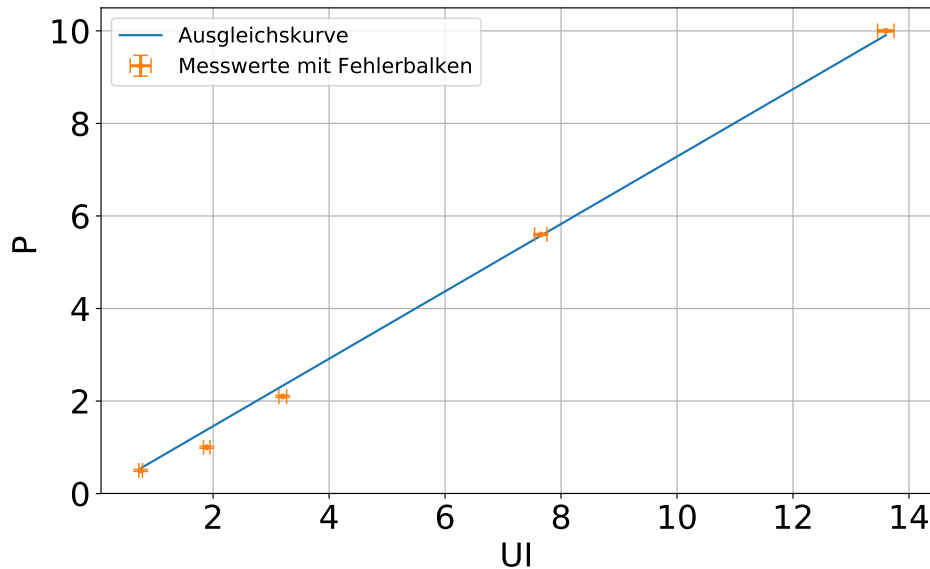


Abbildung 8: Die Leistung  $P_{\text{eff.}}$  gegen  $U_{\text{eff.}} \cdot I_{\text{eff.}}$  für Wechselstrom.

### 4.3. Analyse von Schaltkreis c)

In diesem Teil des Protokolls wird ein der Schaltkreis mit der Spule die in Reihe mit einem Kondensator geschaltet wurde. Dazu wurde zum einem der Innenwiderstand  $R_i$  und die Induktivität  $L$  der Spule aus der Auswertung aus Kapitel ?? . Im folgenden wird mithilfe von Abbildung ?? und den folgenden Gleichungen:

$$C = \frac{1}{\omega(\omega L + \sqrt{Z^2 - R^2})} \quad (4.13)$$

$$\phi = \arccos\left(\frac{\bar{P}}{U_{\text{eff.}} I_{\text{eff.}}}\right) \quad (4.14)$$

$$|Z| = \frac{U_{\text{eff.}}}{I_{\text{eff.}}} \quad (4.15)$$

$$(4.16)$$

die Kapazität  $C$  des Kondensators, der Betrag des Scheinwiderstandes und der Betrag der Phase berechnet. Und das Ergebnis für den Kondensator mit dem vom Kondensator abgelesenen Wert für die Kapazität verglichen. Der Kondensator hatte nach Hersteller

angaben eine Kapazität von  $(60,00 \pm 3,46) \text{ }\mu\text{F}$ . Dieser Wert liegt in der  $1\sigma$ -Umgebung des errechneten Wertes:  $(57,4 \pm 3,8) \text{ }\mu\text{F}$  und stimmt somit gut mit dem Theoretischen Wert überein. Um die Unsicherheiten der Werte zu erhalten wurde einmal für den Herstellerwert die von diesem angegebene Unsicherheit von 10% nach Gleichung ?? abgeschätzt und die Unsicherheit des Messwertes ergibt nach Gleichung ??. Die anderen Ergebnisse Lauten:

$$\phi = (0,9989 \pm 0,0006) \text{ rad} \quad (4.17)$$

$$|Z| = (43,1 \pm 3,1) \Omega \quad (4.18)$$

## 5. Schlussfolgerung

## A. Anhang

### A.1. Verwendete Gleichungen

### A.2. Gleichungen aus der Einführung

$$A_{\text{eff}} = \frac{1}{T} \int_0^T |A(t)| dt$$

Für  $A(t) = I_0 \sin(\omega t)$ :

$$\begin{aligned} I_{\text{eff}} &= \frac{1}{T} \int_0^T |I_0 \sin(\omega t)| dt \\ &= \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} |I_0 \sin(\omega t)| dt \\ &= \frac{\omega}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{\omega}} I_0 \sin(\omega t) dt \\ &= \frac{1}{\pi} [I_0 \cos(\omega t)]_0^{\frac{\pi}{\omega}} \\ &= \frac{2I_0}{\pi} \end{aligned}$$

$$A_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T A^2(t) dt}$$

Für  $A(t) = I_0 \sin(\omega t)$ :

$$\begin{aligned} I_{\text{eff}} &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T A^2(t) dt} \\ &= \sqrt{\frac{\omega}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} I_0^2 \sin^2(\omega t) dt} \\ &= I_0 \sqrt{\frac{\omega}{2\pi} \left[ \frac{\sin(\omega t) \cos(\omega t)}{4\omega} + \frac{t}{2} \right]_0^{\frac{\pi}{\omega}}} \\ &= I_0 \sqrt{\frac{\pi}{\omega}} \end{aligned}$$

## Literatur

- [1] Markus Donath und Anke Schmidt. *Begleitkurs zu den Experimentellen Übungen I*. 2017. URL: <https://sso.uni-muenster.de/LearnWeb/learnweb2/course/view.php?id=28561> (besucht am 13.01.2018).