

Experimentelle Übungen I

# Versuchsprotokoll M4

Stoßgesetze

Hauke Hawighorst, Jörn Sieveneck

Gruppe 9

`h.hawighorst@uni-muenster.de`

`j_siev11@uni-muenster.de`

betreut von

Semir Vrana

13. Dezember 2017

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Zusammenfassung</b>	<b>1</b>
<b>2. Methoden</b>	<b>1</b>
<b>3. Ballistisches Pendel</b>	<b>3</b>
<b>4. Rollende Kugel</b>	<b>5</b>
<b>5. Schlussfolgerung</b>	<b>7</b>
<b>A. Anhang</b>	<b>8</b>
A.1. Verwendete Programme . . . . .	8
A.2. Verwendete Gleichungen . . . . .	8
<b>Literatur</b>	<b>9</b>

## 1. Zusammenfassung

In den Experimenten ging es um die Beschreibung verschiedener, näherungsweise elastischer Stoßprozesse. In dem ersten Teil wurden zwei in einer Ebene hängenden Kugeln betrachtet, die nach Auslenkung einer Kugel gegeneinander stoßen. Mithilfe der gemessenen Auslenkung der Kugeln, wurde das Gewichtsverhältnis bestimmt. Hier wurde ein proportionaler Zusammenhang beobachtet. Anschließend wurde eine Kugel auf einer Rinne an Stelle der Auslenkung des einen Pendels als Stoßpartner verwendet. Hier war die Auslenkung der gestoßenen Kugel proportional zur Wurzel der Höhe.

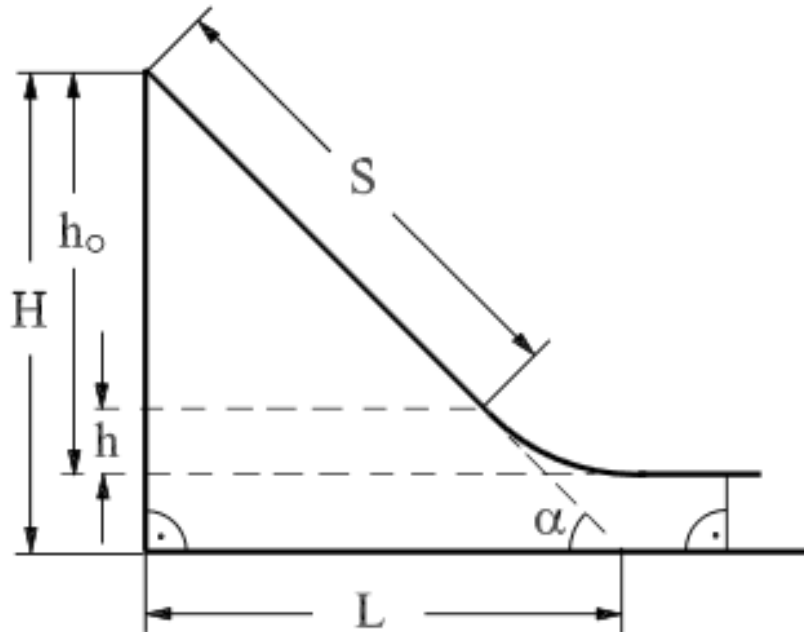
Während des ersten Experiments als Bestätigung der Theorie zu werten ist, liefert das zweite Experiment den theoretischen Wert mit einer Abweichung von etwa 10%, diese wird in der Schlussfolgerung diskutiert.

## 2. Methoden

Bei beiden Experimenten wurde jeweils einer der Stoßpartner ausgelenkt, während der andere in Ruhe war. Bei dem ballistischen Pendel war dies ein Pendel, bei der rollenden Kugel eine Metallkugel welche eine Rinne herunter rollt an deren Mündung die Masse des Pendel war.

### Balistisches Pendel

In diesem Teil des Experimentes wurde das Verhalten zweier unterschiedlich großer Kugeln beim Zusammenprall beobachtet. Zu diesem Zweck wurden diese Kugeln so aufgehängt, dass ihr Schwerpunkt genau in einer Ebene lag. Auf diese Weise konnte man den Stoßprozess durch einen zentrale, elastischen Stoß nähern. Es wurden zwei Messreihen aufgenommen: Zunächst wurde die kleine Kugel ausgelenkt und anschließend wurde die große Kugel ausgelenkt. Die Auslenkung vom Ruhepunkt wurde mithilfe eines Messschiebers gemessen. Für jede Kugeln wurden fünf verschiedene Auslenkungen betrachtet und pro Auslenkung wurden je fünf Messwerte aufgenommen. Um beurteilen zu können wie gut sich die Prozesse durch einen elastischen Stoß nähern lassen wurden die Kugeln gewogen.

**Rollende Kugel**

**Abbildung 1:** Abbildung der Fallrinne mit den für die Auswertung relevanten Abmessungen[1].

Die Kugel wurde jeweils fünfmal aus verschiedenen Höhen auf einer Fallrinne, gemäß Abbildung 1, positioniert und gegen das Pendel am Ende der Fallrinne rollen gelassen. Gemessen wurde jeweils die Auslenkung des Pendels  $a$  in Abhängigkeit von  $S$ . Als Ablesehilfe wurde ein Reiter auf einem Messschieber genutzt, welcher vor Beginn der Messung jeweils so justiert wurde, dass er etwas hinter der erwarteten Auslenkung  $a$  war. Die Auslenkung wurde anschließend gemittelt und gegen die Wurzel der Höhe aufgetragen, da die folgenden Zusammenhänge für die Näherung als vollkommen elastischen, zentralen Stoß erwartet wurden:

$$a = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \sqrt{\varepsilon 2lh} \quad (2.1)$$

Aus energetischen Betrachtungen und dem Trägheitsmoment der Kugel bezüglich der Rotationsachse folgt  $\varepsilon = \frac{5}{9}$ , da nur die kinetische Energie bei dem Stoßprozess übertragen

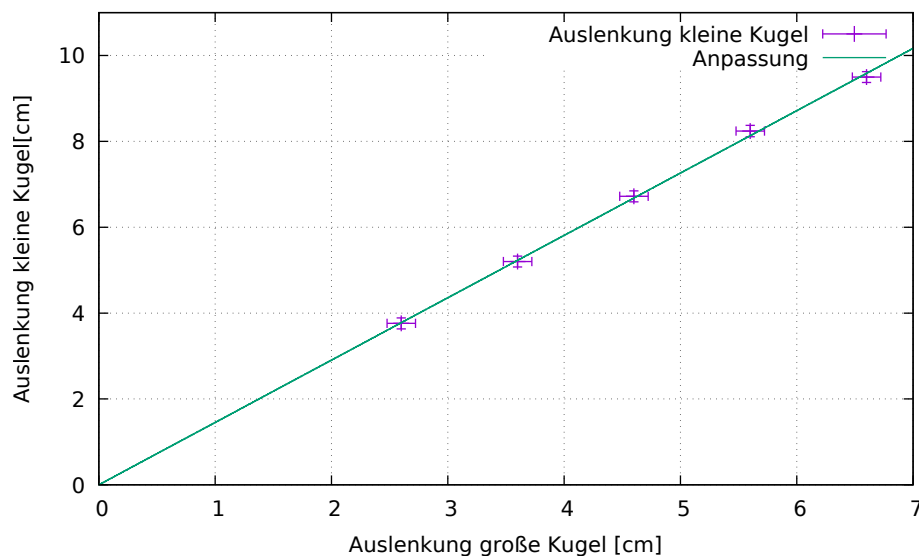
wird und die Rotationsenergie keinen Beitrag liefert. Des weiteren gilt nach Abbildung 1:

$$\sin \alpha = \frac{H}{H^2 + L^2} = \frac{h_0 - h}{S} \quad (2.2)$$

$$\Rightarrow h(S) = h_0 - \frac{S}{1 + \frac{L^2}{H^2}} \quad (2.3)$$

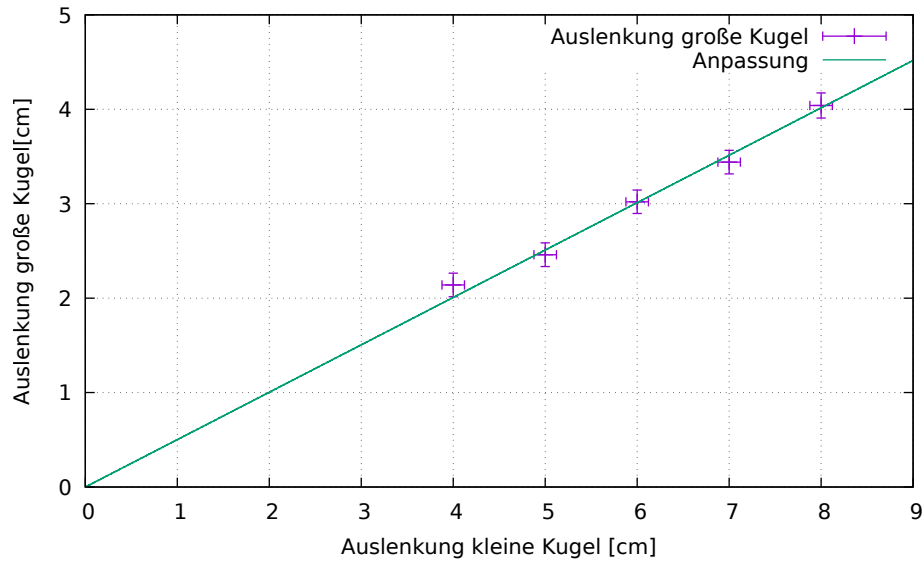
### 3. Ballistisches Pendel

Beobachtet wurde, dass die große Kugel beim Aufprall der kleinen Kugel ausgelenkt wurde und umgekehrt. Außerdem bewegte sich nahezu nur die zweite Kugel nach dem Zusammenstoß weiter. Die Kugel die ausgelenkt wurde, stand nach dem Zusammenprall annähernd still. Dies ließ darauf schließen, dass es sich bei dem Stoßprozess um einen nahezu vollkommen elastischen Stoß handelte, welcher im folgenden als solcher behandelt wird.



**Abbildung 2:** Auslenkung der kleinen Kugel in Abhängigkeit der Auslenkung der großen Kugel.

Die bei den fünf Messreihen erhaltenen Messwerte wurden jeweils gemittelt und sind in den Abbildungen 2 und 3 zu sehen. Die Fehlerbalken ergeben sich aus den Gleichungen A.2, A.3 und A.4 wobei von einer Messungenauigkeit von  $\pm 3\text{ mm}$  ausgegangen wurde.



**Abbildung 3:** Zu sehen ist die Auslenkung der großen Kugel in Abhängigkeit von der Auslenkung der kleinen Kugel.

Die theoretische Auslenkung nach dem Stoß ist durch

$$a_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} a_1 \quad (3.1)$$

gegeben, wobei  $m_1$  die Masse der ausgelenkten Kugel ist und  $a_1$  die Auslenkung von  $m_1$ .

Man erkennt in den Abbildungen, dass die Messwerte proportional ansteigen. Da dies ebenfalls den theoretischen Voraussagen entspricht, wurden die Messwerte mit der proportionalen Anpassung  $a_2 = b \cdot a_1$  angepasst und die Unsicherheit der Anpassung wurde aus Gnuplot übernommen. Um die Ergebnisse zu überprüfen wurde die Steigung  $b$  aus den Massen der Kugeln bestimmt. Die Unsicherheit der Masse, ist durch die Anzeigeungenauigkeit der digitalen Waage, die auf 0,01 g genau anzeigt, gegeben. Aus den Gleichungen A.1 und A.4 folgt die Unsicherheit für die aus den Massen berechnete Steigung. Die Werte sind in Tabelle 1 aufgeführt. Man erkennt, dass die Werte zwar voneinander abweichen, jedoch nur um ca. 3% (Groß gegen Klein) bzw. um ca. 2% (Klein gegen Groß). Dies ist darauf zurückzuführen, dass es sich bei dem untersuchten Stoß nicht um einen perfekten elastischen Stoß handelte oder das die Pendel nicht immer in absoluter Ruhe war. Über das Verhältnis der Steigungen der Anpassungsfunktionen erhält man ein auch

das Gewichtsverhältnis, dass sich mit:

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{m_1}{m_2} \quad (3.2)$$

( $b_1, m_1$  Steigung bzw. ausgelenktes Gewicht aus Abb. 2 und  $b_2, m_2$  Steigung bzw. ausgelenktes Gewicht aus Abb. 3 ) berechnen lässt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 2 zu sehen. Man sieht, dass das aus den Massen berechnete Gewichtsverhältnis noch innerhalb der Unsicherheit des aus den Steigungen berechneten Verhältnisses liegt. Die Messungen stimmen mit den theoretischen Vorhersagen überein.

**Tabelle 1:** Steigungen der in Abb. 2 und 3 zu sehenden Anpassungsgeraden bzw. die Steigung die theoretisch prognostiziert wurde.

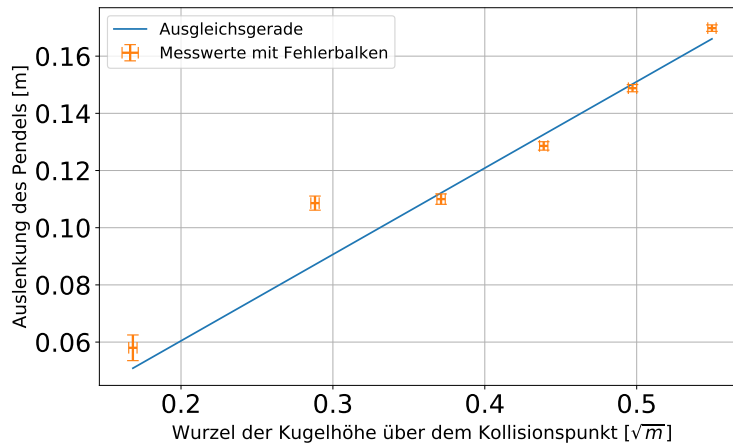
	Steigung aus den Gewichten bestimmt	Steigung experimentell bestimmt
„Groß“ gegen „Klein“	$1,4870 \pm 0,0002$	$1,453 \pm 0,016$
„Klein“ gegen „Groß“	$0,513 \pm 6 \cdot 10^{-5}$	$0,502 \pm 0,006$

**Tabelle 2:** Gewichtsverhältnis der kleinen Kugel zur großen Kugel.

Gewichtsverhältnis aus den Gewichten	Gewichtsverhältnis aus der experimentell ermittelten Steigung
$0,3451 \pm 6 \cdot 10^{-6}$	$0,3455 \pm 0,0040$

## 4. Gerader zentraler Stoß einer rollenden Kugel

Die Auslenkung des Pendels in Abhängigkeit der Wurzel von der Höhe  $\sqrt{h}$  wurde in Abb. 4 dargestellt. Angenommen wurde eine Standardunsicherheit von  $\pm 0,2 \text{ mm}$  für die Auslenkung  $a$ ,  $\pm 0,12 \text{ mm}$  für die Strecke  $S$  und die weiteren Unsicherheiten sind Tabelle 3 zu entnehmen. Deutlich ist zu erkennen, dass der Messwert unterhalb von  $\sqrt{h} = 30 \text{ cm}$  nicht zu der Geraden durch die anderen Messpunkte passt und nahezu identisch zu dem nächsthöheren Wert ist. Es wird daher davon ausgegangen, dass die Kugel an der falschen Markierung positioniert wurde und der Messpunkt wurde in der weiteren Auswertung ausgelassen. Da die anderen Messwert auf einer Geraden durch den Ursprung liegen und die theoretischen Betrachtungen dies suggeriert wurden die Messpunkte an eine Funktion

**Abbildung 4:** Ausschlag des Pendels in Abhängigkeit von  $\sqrt{h}$ **Tabelle 3:** Abmessungen des Versuchsaufbaus nach Abb. 1 sowie des Pendels.

Höhe des Bahnendes über Stoßpunkt $h_0$	$(30,20 \pm 0,12)$ cm
Länge $L$	$(0,5000 \pm 0,0012)$ m
Höhe $H$	$(32,70 \pm 0,12)$ cm
Masse der rollenden Kugel $m_1$	$(66,500 \pm 0,006)$ g
Masse des Pendels $m_2$	$(0,510\,340 \pm 0,000\,006)$ kg
Vertikale Länge des Pendels $l$	$(1,737 \pm 0,004)$ m

der Form  $a(\sqrt{h}) = b\sqrt{h}$  angepasst, man erhält  $b = (0,302 \pm 0,004) \sqrt{\text{m}}$ . Nach Gleichung 2.1 und  $b = \frac{a}{\sqrt{h}}$  erhalten wir:

$$\varepsilon = \left( \frac{(m_1 + m_2)}{2m_1} \right)^2 \cdot \frac{b^2}{2l} \quad (4.1)$$

$$(4.2)$$

Mit den Messwerten aus Tabelle 3 folgt  $\varepsilon = 0.4943 \pm 0.0012$ . Dieser Wert weicht von  $\varepsilon_{\text{Theorie}} = \frac{5}{9}$  um etwa 10% ab. Es ist davon auszugehen das die Näherung als zentralen und elastischen Stoß für die Abweichungen verantwortlich ist, da sich die rollende Kugel, im Gegensatz zum stoßenden Pendel, nach dem Stoß bewegt und somit der Impuls nicht vollständig übertragen wird.



## 5. Schlussfolgerung

Im Experiment stellte sich heraus, dass sich die Pendelstöße näherungsweise durch elastische Stöße beschreiben lassen (vgl. Abschnitt 3). Versucht man jedoch die Stöße der rollenden Kugel damit zu beschreiben, so stellt man fest, dass die Ergebnisse deutlich von den erwarteten Werten abweichen. (Vgl. Abschnitt 4). In dem soeben genannten Beispiel sind die Abweichungen darauf zurückzuführen, dass bei einem elastischen Stoß davon ausgegangen wird, dass der Impuls vollständig auf die Kugel am Pendel übertragen wird. Während der Durchführung wurde jedoch beobachtet, dass sich beide Kugeln nach dem Stoß bewegten. Dies wurde bei den Berechnungen nicht berücksichtigt, da hierzu die Geschwindigkeit der rollenden Kugel gemessen werden müsste und keine passenden Apparaturen hierzu vorhanden waren. Der Fehler durch die Näherung ist daher vermutlich für die Abweichung von ca. 10% verantwortlich. Das Experiment bot eine Einführung in grundlegende Stoßprozesse. Stoßprozesse sind die Basis vieler aktueller Experimente, so können z.B. die Teilchenbeschleuniger in der Kernphysik Auskunft geben über den Aufbau von Teilchen auf atomaren Skalen. Hier handelt es sich jedoch um Stoßprozesse, die im Allgemeinen nicht elastisch sind. Der Fall eines zentralen, elastischen Stoßes wurde deshalb betrachtet, weil er weniger Messungen erfordert und eine gute erste Näherung der beobachteten Stöße darstellt.

## A. Anhang

### A.1. Verwendete Programme

Die Plots für das ballistische Pendel wurden mit Gnuplot erstellt, bei der rollenden Kugel wurde Python genutzt. Beide Programme nutzten den Levenberg–Marquardt Algorithmus. Die Fehler wurden nach Empfehlung des „GUM“, insbesondere mit Hilfe der gaußschen Fehlerfortpflanzung berechnet.

### A.2. Verwendete Gleichungen

Standardunsicherheit der Rechteckverteilung  $u$  für die Intervallbreite  $a$ :

$$u = \frac{a}{2\sqrt{3}} \quad (\text{A.1})$$

Standardunsicherheit der Dreieckverteilung  $u$ :

$$u = \frac{a}{2\sqrt{6}} \quad (\text{A.2})$$

Standardunsicherheit des Mittelwertes der Normalverteilung  $u$  für die Messwerte  $x_i$  und den Mittelwert  $\bar{x}$ :

$$u(\bar{x}) = t_p \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (\text{A.3})$$

Kominierte Standardunsicherheit der Messgröße  $g(x_i)$

$$u(g(x_i)) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial x_i} u(x_i) \right)^2} \quad (\text{A.4})$$

## Literatur

- [1] Markus Donath und Anke Schmidt. *Anleitung zu den Experimentellen Übungen zur Mechanik und Elektrizitätslehre*. Auflage Wintersemester 2017/2018. Westfälische Wilhelms-Universität Münster. Physikalisches Institut, Oktober 2017.