

Experimentelle Übungen I

Versuchsprotokoll E1

Gleich-und Wechselstrom

Hauke Hawighorst, Jörn Sieveneck

Gruppe 9

`h.hawighorst@uni-muenster.de`

`j_siev11@uni-muenster.de`

betreut von

Katharina Ritter

10. Januar 2017

Inhaltsverzeichnis

1. Zusammenfassung	1
2. Innenwiderstand einer Batterie	1
2.1. Methoden	1
2.2. Daten und Analyse	1
3. Leistungsaufnahme eines Widerstandes	3
3.1. Methoden	4
3.2. Analyse	4
4. Eigenschaften mehrerer Schaltungen	5
4.1. Methoden	6
4.2. Analyse von Schaltkreis b)	6
4.3. Analyse von Schaltkreis c)	9
5. Schlussfolgerung	10
A. Anhang	11
A.1. Verwendete Gleichungen	11
A.2. Gleichungen aus der Einführung	11
A.3. Unsicherheiten	12

1. Zusammenfassung

Im zweiten Teil des Protokolls werden verschiedene Schaltungen $[a), b), c)]$ behandelt. In Teil b) geht es hauptsächlich um die Berechnung der Induktivität einer Spule. Der errechnete Wert liegt bei $L = (0,060 \pm 0,004) \text{ H}$. Leider ist an dieser Stelle noch nicht ersichtlich ob dieser Wert logisch ist oder nicht. Da jedoch in der aus der Schaltung c) mithilfe der Induktivität die Kapazität eines zusätzlich in Reihe geschalteten Kondensators berechnet wird und dieser Wert mit im Bereich der Unsicherheiten von dem abgelesenen Wert liegt ist anzunehmen das die Induktivität durchaus im Bereich der theoretischen Induktivität liegt. [lw]

2. Innenwiderstand einer Batterie

Es sollte der Innenwiderstand einer Schaltung aus Akkumulatoren bestimmt werden. Zur Verdeutlichung des Effektes wurde vor jeden Akkumulator ein Widerstand geschaltet.

2.1. Methoden

Zur Bestimmung des Innenwiderstandes wurde die Klemmspannung der Spannungsquelle für verschiedene Außenwiderstände gemessen. Aus Spannung und Widerstand wurden die Spannung U in Abhängigkeit der Stromstärke I (Abb. 1) und die Leistung P in Abhängigkeit des Außenwiderstandes R_a (Abb. 2) berechnet. Aus den Ausgleichskurven folgen jeweils die Klemmspannung ohne Last U_0 sowie der Innenwiderstand R_i . Betrachtet wurden als Spannungsquelle: eine einzelne Monozelle, eine Parallelschaltung sowie eine Reihenschaltung aus drei Monozellen.

Aus der Ableseungenauigkeit des Voltmeters folgt als Standardunsicherheit $u(U)=0,2 \text{ V}$, die relative Unsicherheit der Steckwiderstände wurde mit 5% abgeschätzt.

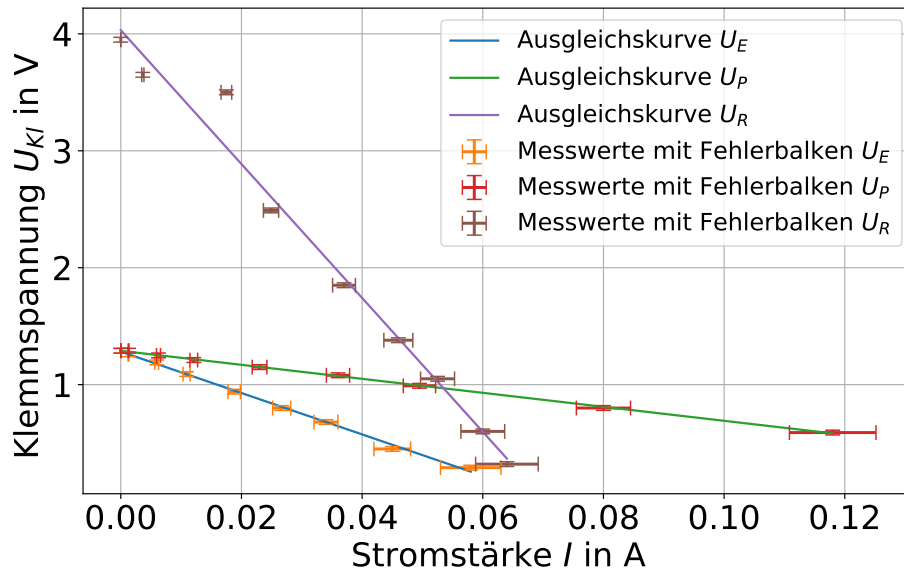
2.2. Daten und Analyse

Aus den Messpunkten $U(R_a)$ folgt mit dem Ohmschen Gesetz Abb. 1. Aus $U_{Kl} = U_0 - R_a I$ folgt, dass die Steigung des Ausgleichsgerade dem negativen des Innenwiderstandes entspricht. Ohne Stromfluss gilt $U_0 = U_{Kl}$, deswegen entspricht der Y-Achsenabschnitt

Tabelle 1: Leerlaufspannung und Innenwiderstand der Spannungsquellen aus den Kennlinien

Schaltung	Leerlaufspannung U_0	Innenwiderstand R_i
Einzelne Monozelle	$(1,28 \pm 0,01) \text{ V}$	$(17,7 \pm 0,4) \Omega$
Parrallelschaltung	$(1,289 \pm 0,003) \text{ V}$	$(5,99 \pm 0,06) \Omega$
Reihenschaltung	$(4,03 \pm 0,12) \text{ V}$	$(57 \pm 3) \Omega$

der Leerlaufspannung U_0 der „idealen Spannungsquelle“ [1w]. Die aus den Parametern der Anpassungsgerade gefundenen Werte sind in Tabelle 1 dargestellt.

**Abbildung 1:** Spannungsverläufe der Monozelle U_E , der Parrallelschaltung von drei Monozellen U_P und der Reihenschaltung von drei Monozellen U_R in Abhängigkeit der Stromstärke I .

Die Leistung am äußeren Widerstand ist gegeben durch

$$P = \frac{U_{Kl}^2}{R_a} \quad (2.1)$$

$$= U_0^2 \frac{R_a}{(R_a + R_i)^2}. \quad (2.2)$$

Gleichung 2.1 wurde verwendet um die Leistungen zu berechnen, die Ausgleichskurve wurde nach Gleichung 2.2 erstellt. Die Werte für U_0 und R_i ergeben sich aus der Aus-

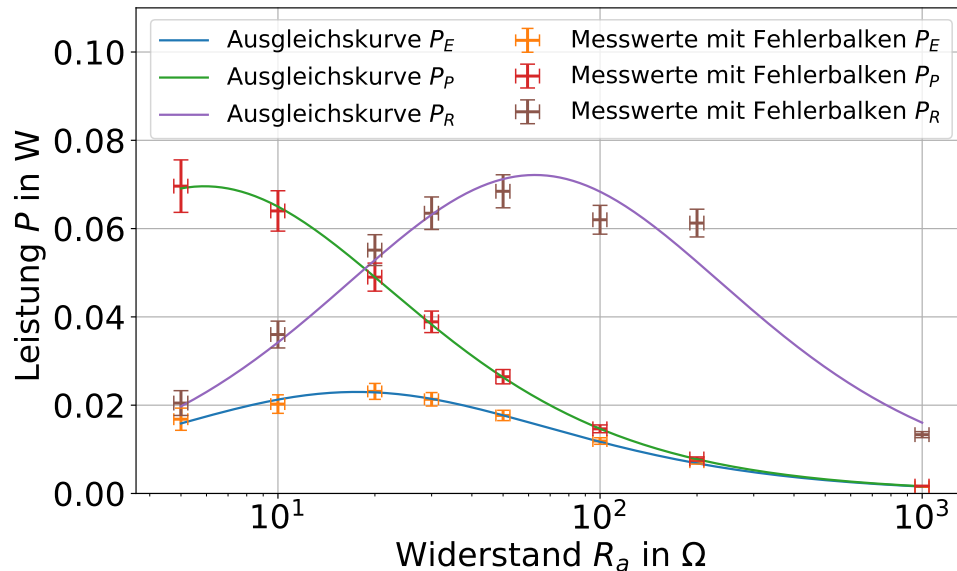


Abbildung 2: Leistung P am Lastwiderstand R_a in dessen Abhängigkeit

Tabelle 2: Leerlaufspannung und Innenwiderstand der Spannungsquellen aus der Leistung

Schaltung	Leerlaufspannung U_0	Innenwiderstand R_i
Einzelne Monozelle	$(1,27 \pm 0,02) \text{ V}$	$(17,6 \pm 0,6) \Omega$
Parrallelschaltung	$(1,282 \pm 0,007) \text{ V}$	$(5,91 \pm 0,09) \Omega$
Reihenschaltung	$(4,26 \pm 0,21) \text{ V}$	$(63 \pm 5) \Omega$

gleichskurve und sind in Tabelle 2 dargestellt. Die Maximale Leistung ergibt sich, bedingt durch den gewählten Ansatz in Gleichung 2.2, für $R_a = R_i$.

3. Leistungsaufnahme eines Widerstandes

Zusätzlich zu der Spannung U und der Stromstärke I ist die Leistungsaufnahme P eine Kenngröße in elektrischen Schaltungen. Der Zusammenhang obiger Größen wird für einen Widerstand untersucht.

3.1. Methoden

Es werden in einer Schaltung gemäß Position a) in ?? Leistung und Stromstärke bezüglich des Widerstandes R_2 bei fünf verschiedenen Spannungen bei Gleich- und Wechselstrom gemessen. Anschließend wird der Zusammenhang zwischen der Spannung U und der Stromstärke I sowie die Relation zwischen der Leistung P und dem Produkt aus Spannung und Stromstärke UI graphisch dargestellt.

3.2. Analyse

In Abb. 3 ist zu erkennen, dass Spannung und Stromstärke proportional zueinander sind. Die Steigung der Ausgleichsgeraden gibt den Widerstand an. Bei Gleichstrom betrug der Widerstand $(27,8 \pm 0,7) \Omega$, bei Wechselstrom $(26,1 \pm 0,5) \Omega$. Der Widerstand hat laut Hersteller 27Ω . Folglich stimmen alle drei Angaben im Rahmen des 2σ -Intervalls überein.

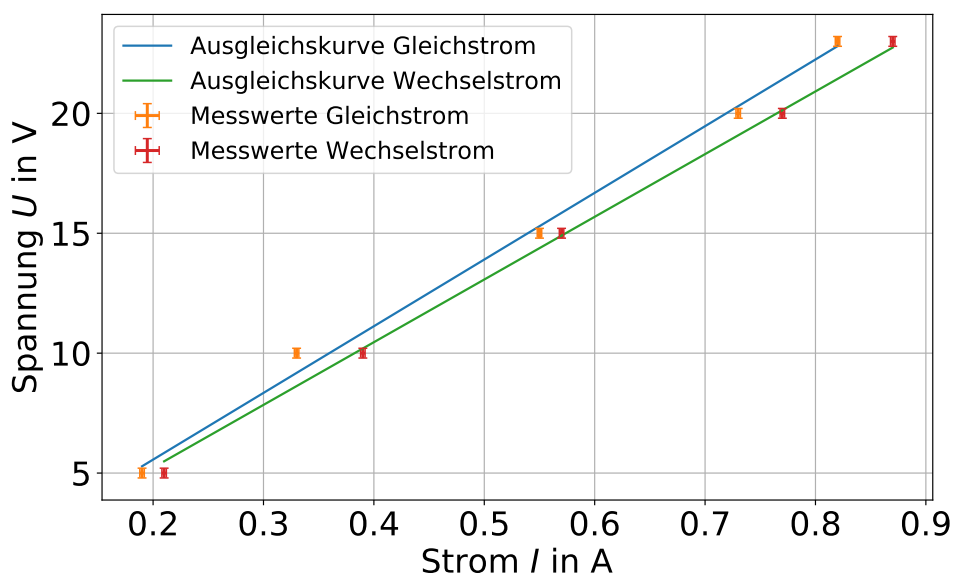


Abbildung 3: Relation von Spannung und Stromstärke an dem Verbrauchswiderstand R_2 .

In Abb. 3 ist zu erkennen, dass Spannung und Stromstärke proportional zueinander sind. Die Steigung der Ausgleichsgeraden gibt den Widerstand an. Bei Gleichstrom betrug

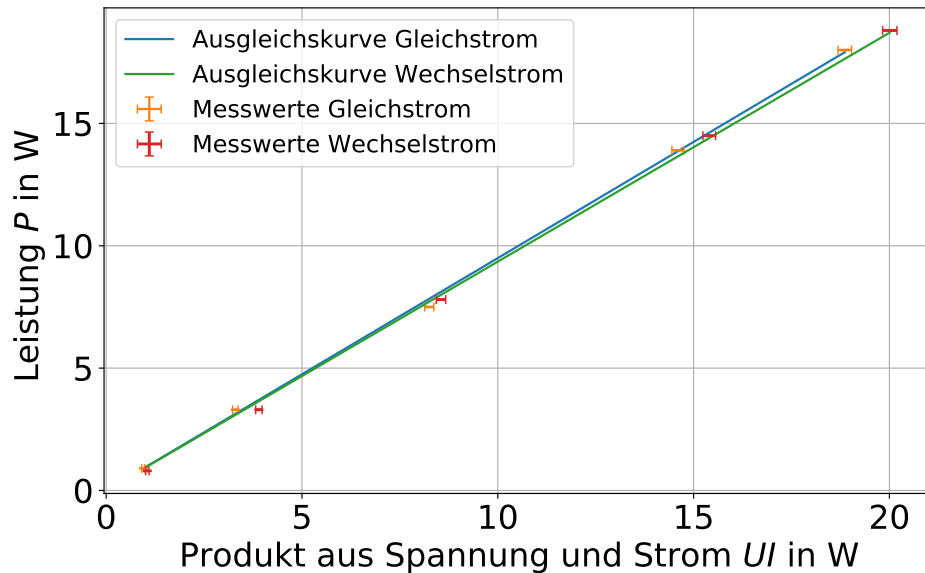


Abbildung 4

der Widerstand $(27,8 \pm 0,7) \Omega$, bei Wechselstrom $(26,1 \pm 0,5) \Omega$. Der Widerstand hat laut Hersteller 27Ω . Folglich stimmen alle drei Angaben im Rahmen des 2σ -Intervalls überein.

4. Eigenschaften mehrerer Schaltungen

In diesem Kapitel werden drei Verschiedene Schaltungen behandelt:

- Zuerst wurde für Schaltung a) die Werte
- Im zweiten teil wurde für Schaltung b) der Phasenwinkel ϕ , der Wirkwiderstand R_W sowie die Induktivität L einer Spule berechnet.
- Zuletzt wird mit den Ergebnissen aus dem Zweiten Teil die Kapazität C eines Kondensators nach Schaltung c) bestimmt.

der Phasenwinkel ϕ , der Wirkwiderstand R_W sowie die Induktivität L einer Spule berechnet

4.1. Methoden

Um die im Zweiten Teil genannten Größen zu berechnen wurde die Spannung U , der Strom I und die Leistung P gemessen. Die Spannung und der Strom wurden sowohl bei Wechselstrom als auch bei Gleichstrom bestimmt, während die Leistung nur bei Wechselstrom gemessen wurde. Zu beachten ist dass es sich bei allen im weiteren genannten Werte für U, I , die bei Wechselstrom gemessen wurden, um Effektivwerte handelt und P nur gemittelt angegeben werden kann. Im letzten Teil werden die Werte für die Induktivität und den Innenwiderstand aus dem zweiten Teil übernommen und zusätzlich wurde die Spannung, der Strom und die Leistung bei Wechselstrom aufgenommen. Die Messungen wurden mit einem Multimeter, einem Amperemeter und einem Wattmeter durchgeführt. All diese Messgeräte wahren mit einem Analogen Skala versehen. Aus diesem Grund sind alle Unsicherheiten der Messwerte durch eine Dreiecksverteilung abzuschätzen.

4.2. Analyse von Schaltkreis b)

?? Die gemessenen Werte wurden in den Abbildungen 6,5 und 7 dargestellt. Die für die

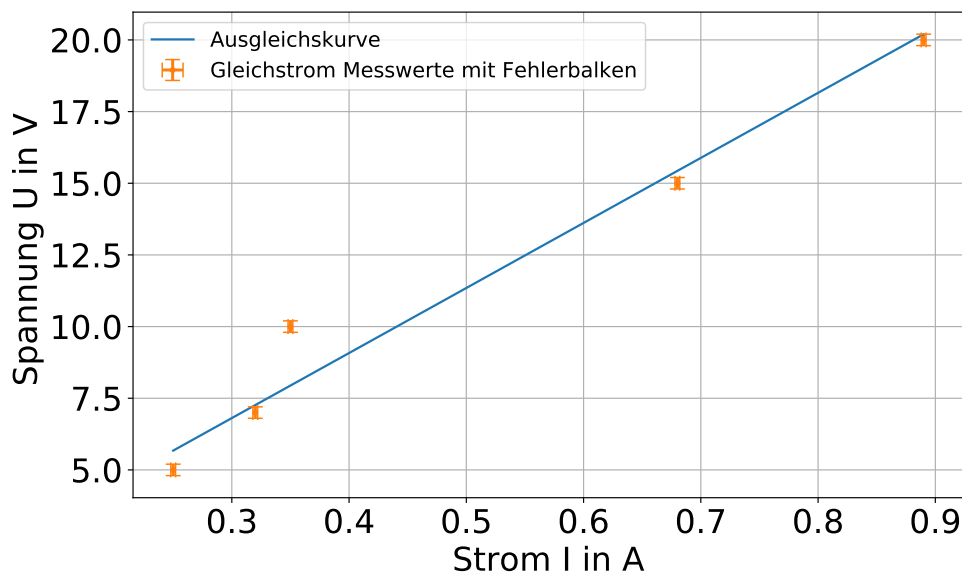


Abbildung 5: Die Spannung U_{eff} gegen den Strom I_{eff} für Gleichstrom.

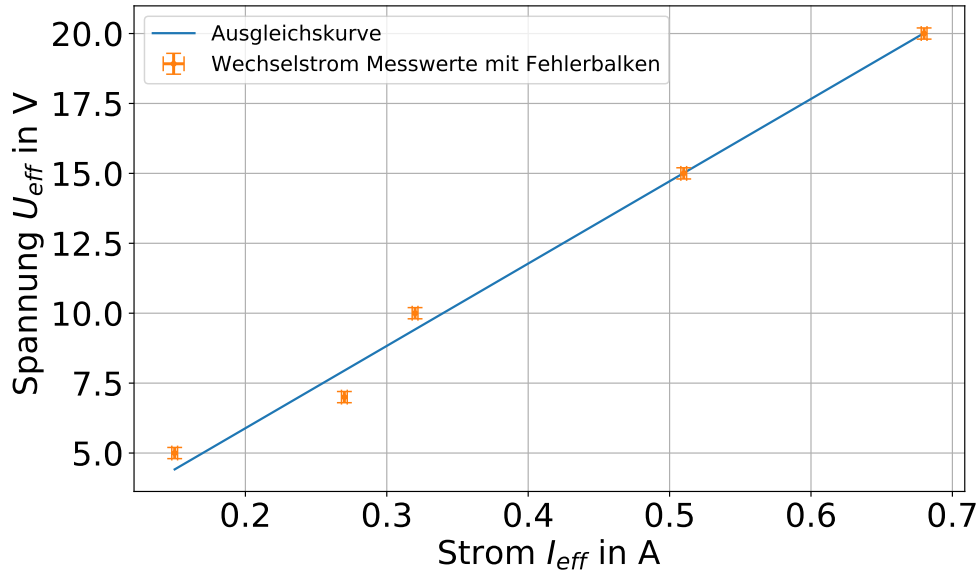


Abbildung 6: Die Spannung U_{eff} gegen den Strom I_{eff} für Wechselstrom.

weitere Auswertung wichtigen Gleichungen lauten:

$$|Z| = \sqrt{R_W + \omega^2 L^2} \quad (4.1)$$

$$L = \frac{\sqrt{|Z|^2 - R^2}}{\omega} \quad (4.2)$$

$$|Z| = \frac{U_{eff.}}{I_{eff.}} \quad (4.3)$$

$$\phi = \arccos\left(\frac{\bar{P}}{U_{eff.} I_{eff.}}\right) \quad (4.4)$$

$$R_W = |Z| \cdot \cos(\phi). \quad (4.5)$$

(Alle oben genannten Gleichungen Gelten für Wechselstrom mit $\omega = 2\pi \cdot 50 \text{ Hz.}$)

$$R_i = \frac{U}{I} \quad (4.6)$$

(Gilt für Gleichstrom.)

Entnimmt man die Steigungen aus den Abbildungen 6,5 und 7 und setzt sie in die oben

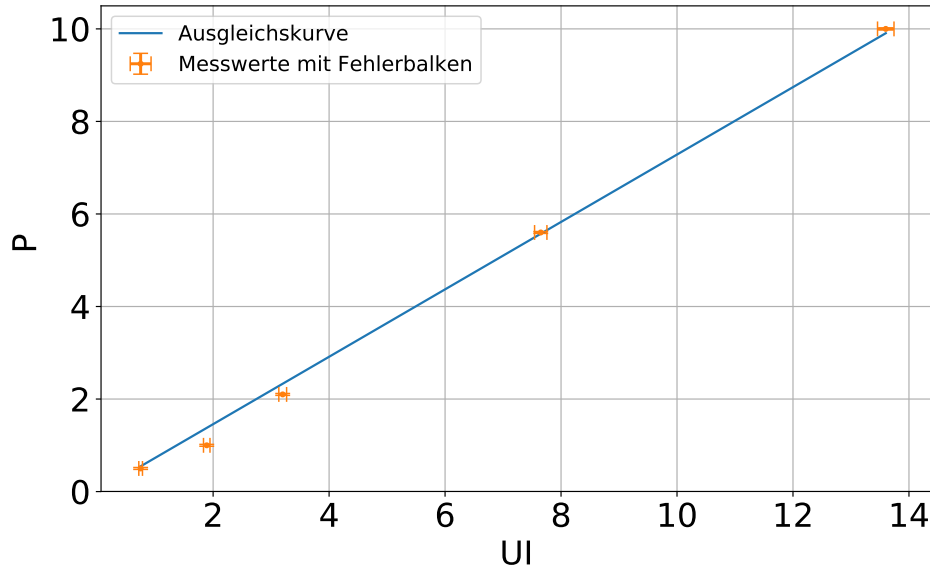


Abbildung 7: Die Leistung $P_{\text{eff.}}$ gegen $U_{\text{eff.}} \cdot I_{\text{eff.}}$ für Wechselstrom.

genannten Gleichungen ein so erhält man die unten zu sehenden Werte. Hierbei wurde jedoch in Gleichung 4.3 R_i eingesetzt, da R_i direkt aus der Steigung der Abb. 5 bagelesen wurde während R_W durch Gleichung 4.5 berechnet werden musste. Vergleicht man die beiden Werte von R_w und R_i miteinander so erkennt man das R_W in der 2σ -Umgebung von R_i liegt.

$$Z = (29,4 \pm 0,4) \, \Omega \quad (4.7)$$

$$\phi = (0,7548 \pm 0,0003) \, \text{rad} \quad (4.8)$$

$$R_W = (21,4 \pm 0,3) \, \Omega \quad (4.9)$$

$$R_i = (22,7 \pm 0,8) \, \Omega \quad (4.10)$$

$$L = (0,060 \pm 0,004) \, \text{H} \quad (4.11)$$

$$(4.12)$$

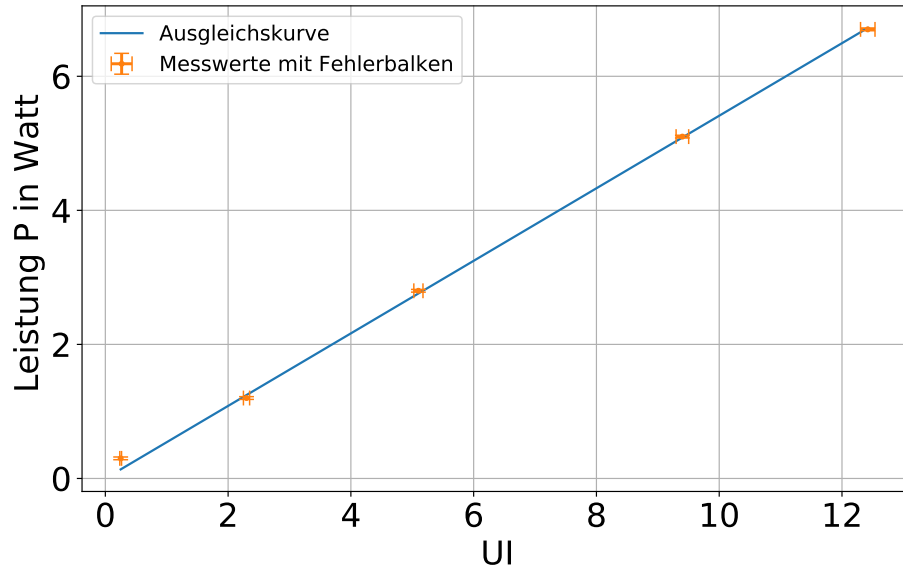


Abbildung 8: Produkt aus Spannung U und Strom I gegen die Leistung P .

4.3. Analyse von Schaltkreis c)

In diesem Teil des Protokolls wird die Kapazität, der Scheinwiderstand und der Phasenwinkel der schon in Kapitel 4.1 beschriebenen Schaltung c). Dazu wurde zum einen der Innenwiderstand R_i und die Induktivität L der Spule aus der Auswertung aus Kapitel ?? . Im folgenden wird mit Hilfe der Abbildungen 8 und 9 und den folgenden Gleichungen:

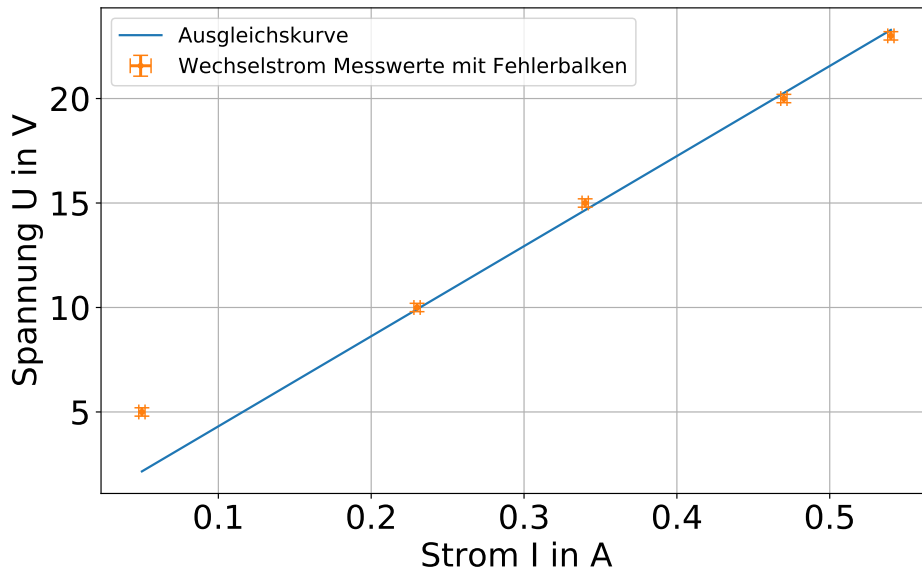
$$C = \frac{1}{\omega(\omega L + \sqrt{Z^2 - R^2})} \quad (4.13)$$

$$\phi = \arccos\left(\frac{\bar{P}}{U_{eff} \cdot I_{eff.}}\right) \quad (4.14)$$

$$|Z| = \frac{U_{eff.}}{I_{eff.}} \quad (4.15)$$

$$(4.16)$$

die Kapazität C des Kondensators, der Betrag des Scheinwiderstandes und der Betrag der Phase berechnet. Und das Ergebnis für den Kondensator mit dem vom Kondensator abgelesenen Wert für die Kapazität verglichen. Der Kondensator hatte nach Hersteller

Abbildung 9: Spannung U gegen den Strom I

angaben eine Kapazität von $(60,00 \pm 3,46) \mu\text{F}$. Dieser Wert liegt in der 1σ -Umgebung des errechneten Wertes: $(57,4 \pm 3,8) \mu\text{F}$ und stimmt somit gut mit dem Theoretischen Wert überein. Um die Unsicherheiten der Werte zu erhalten wurde einmal für den Herstellerwert die von diesem angegebene Unsicherheit von 10% nach Gleichung ?? abgeschätzt und die anderen Unsicherheitsrechnungen sind in A.3 Die anderen Ergebnisse lauten:

5. Schlussfolgerung

Im zweiten Teil des Experimentes sollte zunächst Danach wurde die Induktivität einer Spule und die Kapazität eines Kondensators bestimmt. Letzterer Wert kann dazu genutzt werden die Ergebnisse zu überprüfen da die Kapazität des Kondensators auch auf diesem angegeben war. Da sich $(60,00 \pm 3,46) \mu\text{F}$ in der 1σ -Umgebung von $(57,4 \pm 3,8) \mu\text{F}$ befindet, ist davon auszugehen das die zuvor errechneten Werte ebenfalls in etwa passen. Dieses Experiment diente dazu das man anhand einer einfachen Schaltung lernt wie wie man z.B. die Kapazität oder die Induktivität berechnet beziehungsweise was für Werte man durch Messungen bei Gleich- bzw. Wechselstrom überhaupt durchführen kann.

A. Anhang

A.1. Verwendete Gleichungen

A.2. Gleichungen aus der Einführung

$$A_{\text{eff}} = \frac{1}{T} \int_0^T |A(t)| dt$$

Für $A(t) = I_0 \sin(\omega t)$:

$$\begin{aligned} I_{\text{eff}} &= \frac{1}{T} \int_0^T |I_0 \sin(\omega t)| dt \\ &= \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} |I_0 \sin(\omega t)| dt \\ &= \frac{\omega}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{\omega}} I_0 \sin(\omega t) dt \\ &= \frac{1}{\pi} [I_0 \cos(\omega t)]_0^{\frac{\pi}{\omega}} \\ &= \frac{2I_0}{\pi} \end{aligned}$$

$$A_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T A^2(t) dt}$$

Für $A(t) = I_0 \sin(\omega t)$:

$$\begin{aligned} I_{\text{eff}} &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T A^2(t) dt} \\ &= \sqrt{\frac{\omega}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} I_0^2 \sin^2(\omega t) dt} \\ &= I_0 \sqrt{\frac{\omega}{2\pi} \left[\frac{-\sin(\omega) \cos(\omega)}{4\omega} + \frac{t}{2} \right]_0^{\frac{2\pi}{\omega}}} \\ &= I_0 \sqrt{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

A.3. Unsicherheiten

Kapazität C :

$$u(C) = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{-R^2 u(R)^2 - Z^2 u(Z)^2 + \omega^2 u(L)^2 (R^2 - Z^2)}{(R^2 - Z^2) (\omega L + \sqrt{-R^2 + Z^2})^4}}$$

Induktivität L :

$$u(L) = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{-R^2 u(R)^2 - Z^2 u(Z)^2}{R^2 - Z^2}}$$

Phasenwinkel ϕ :

$$u(\phi) = \sqrt{\frac{-u\left(\frac{\Delta P}{\Delta UI}\right)^2}{\phi^2 - 1}}$$

Werte die sich aus den Steigungen der Abbildungen entnehmen lassen, sind auch mit der Unsicherheit dieser Anpassung versehen.