Bjarki Geir Benediktsson,
Haukur Óskar Þorgeirsson,
Matthías Páll Gissurarson

Töluleg Greining

Heimaverkefni 2

8. mars 2013

Töluleg Greining
Heimaverkefni 2

Bjarki Geir Benediktsson, Haukur Óskar Þorgeirsson, Matthías Páll Gissurarson
Kennari: Máni Maríus Viðarsson

8. mars 2013

Inngangur

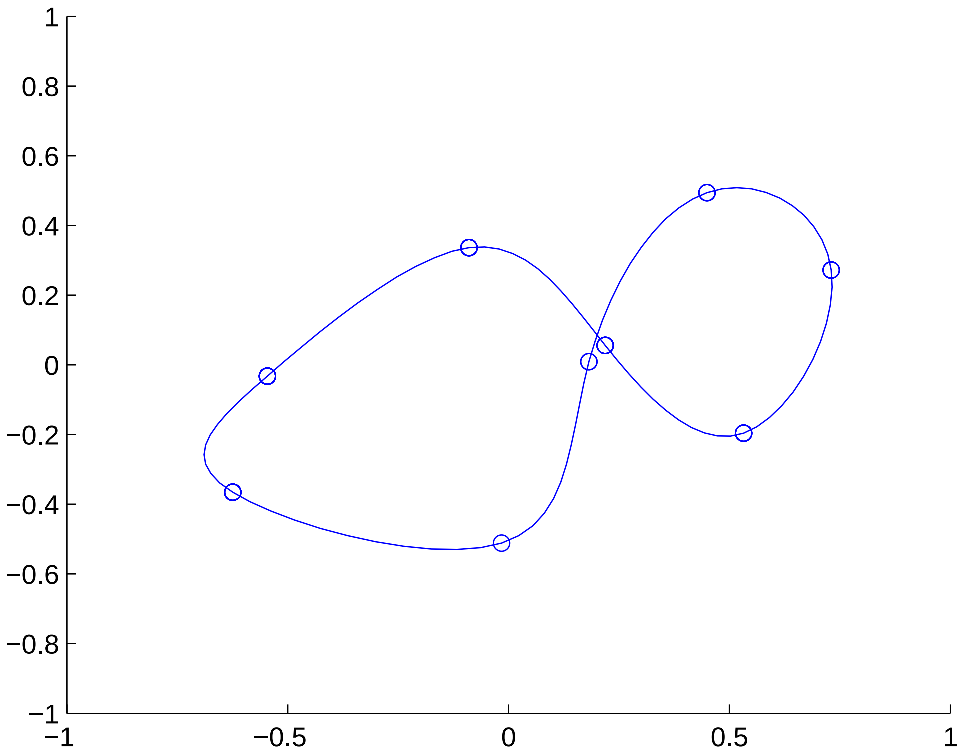
Verkefni þetta var í tveimur pörtum. Í þeim fyrri vinnum við með tvær brúunaraðferrðir, splæsibrúun og bezier brúun. Við útfærum splæsibrúun með hinum ýmsu endaskilyrðum og prufum svo að teikna nokkra punkta og sjá hvað gerist.

1 Ferilsteikning með splæsibrúun

1.1 Teikning með aflestri af skjá

```
% Forrit sem utfaerir splaesibruun med lotubundnum endaskilyrdum
    close all
    clear all

    % Setjum mynd upp
    a=-1; b=1; c=-1; d=1;
    axis([a b c d])

    % Lesum inn punkta
    hold on
    hnappur=1;
    x = []; y = [];

    while hnappur==1
        [xtmp,ytmp,hnappur]=ginput(1);
        if hnappur==1
            x = [x, xtmp];
            y = [y, ytmp];
            plot(x,y,'o')
        end
    end
    x=[x, x(1)];
    y=[y, y(1)];
    % Stikum ferilinn svo vid lendum ekki i veseni
    % ef x-hnitin eru ekki i staerdarrod
    n = length(x);  t = 1:n;  tt=linspace(1,n,100);

    % Reiknum og teiknum
    xx = splaesi(t,x,4,0,0,tt);
    yy = splaesi(t,y,4,0,0,tt);

    plot(xx,yy)
```

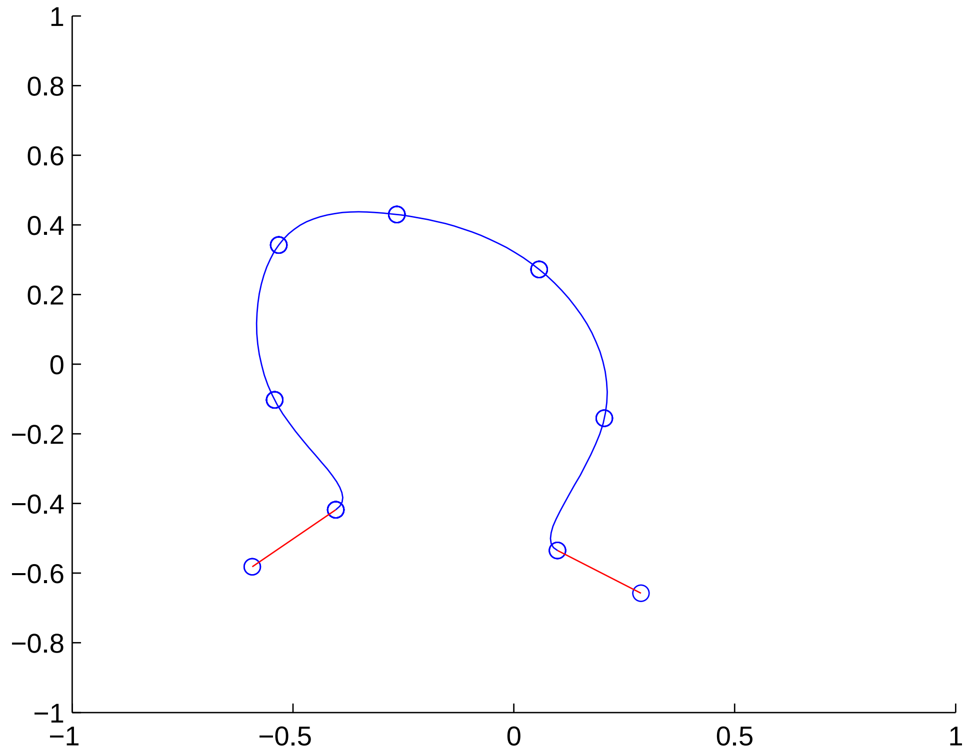
1.2 Teikning á lokuðum ferlum með aflestri af skjá



1.2.1 Teikning á þvinguðum ferlum með aflestri af skjá

```
%Forrit sem utfaerir splaesibruun med thvingudum endaskilyrdum
    close all
    clear all

    % Setjum mynd upp
    a=−1; b=1; c=−1; d=1;
    axis([a b c d])

    % Lesum inn punkta
    hold on
    hnappur=1;
    x = []; y = [];

    while hnappur==1
        [xtmp,ytmp,hnappur]=ginput(1);
        if hnappur==1
            x = [x, xtmp];
            y = [y, ytmp];
            plot(x,y,'o')
        end
    end

    df1x = (x(1)−x(end−1));
    df1y = (y(1)−y(end−1));
    df2x = (x(end) − x(end−2));
```

```
    df2y = (y(end) -y(end-2));
    plot([x(1) x(end-1)], [y(1) y(end-1)], 'r')
    plot([x(end-2) x(end)], [y(end-2) y(end)], 'r')
    x = x(1:end-2);
    y = y(1:end-2);

    % Stikum ferilinn svo vid lendum ekki i veseni
    % ef x-hnitin eru ekki i staerdarrod
    n = length(x);  t = 1:n;  tt=linspace(1,n,100);

    % Reiknum og teiknum
    %Tharf ad reikna ut c0 og cn
    xx = splaesi(t,x,2,df1x,df2x,tt);
    yy = splaesi(t,y,2,df1y,df2y,tt);

    plot(xx,yy)
```



1.3 Ferilteikning með Bezier-splæsibrúun

```
% Teikniforrit sem notar bezier-bruun milli punkta sem teiknadir eru til ad
% teikna myndir.
    close all
    clear all

    % Setjum mynd upp
    a=-1; b=1; c=-1; d=1;
    axis([a b c d])

    % Lesum inn punkta
```

```
    hold on
    hnappur=1;
    x = []; y = [];
    n=4;
    t=0:1;
    tt=linspace(0,1,100);
    xxx = []; %Hehe
    yyy = [];

    while hnappur==1
        [xtmp,ytmp,hnappur]=ginput(1);
        if hnappur==1
            x = [x, xtmp];
            y = [y, ytmp];
            plot(x,y,'o')
        end
        if hnappur==1&length(x) == 4
            df1x = (x(2)-x(1));
            df1y = (y(2)-y(1));
            df2x = (x(4) - x(3));
            df2y = (y(4) - y(3));
            plot([x(2) x(1)], [y(2) y(1)], 'r')
            plot([x(4) x(3)], [y(4) y(3)], 'r')
            xx = baz(x,tt);
            xxx = [xxx xx];
            yy = baz(y,tt);
            yyy = [yyy yy];
            plot(xx,yy)

            x = [x(4) (2*x(4)-x(3))];
            y = [y(4) (2*y(4)-y(3))];
        end
    end


    close all
    a=-1; b=1; c=-1; d=1;
    axis([a b c d])

    % Lesum inn punkta
    hold on
    plot(xxx,yyy)
```

Fallið baz þjónar sama tilgangi fyrir Bezier brúunina og splaesi gerði fyrir splæsibrúunina það tekur við lista af fjórum hnitum $(x_i)_{i=0}^{3}$ og lista $(t_i)_{i=1}^{n}$ af gildum á $[0,1]$ og skilar lista af gildum $(r(t_i))_{i=1}^{n}$ þar sem r

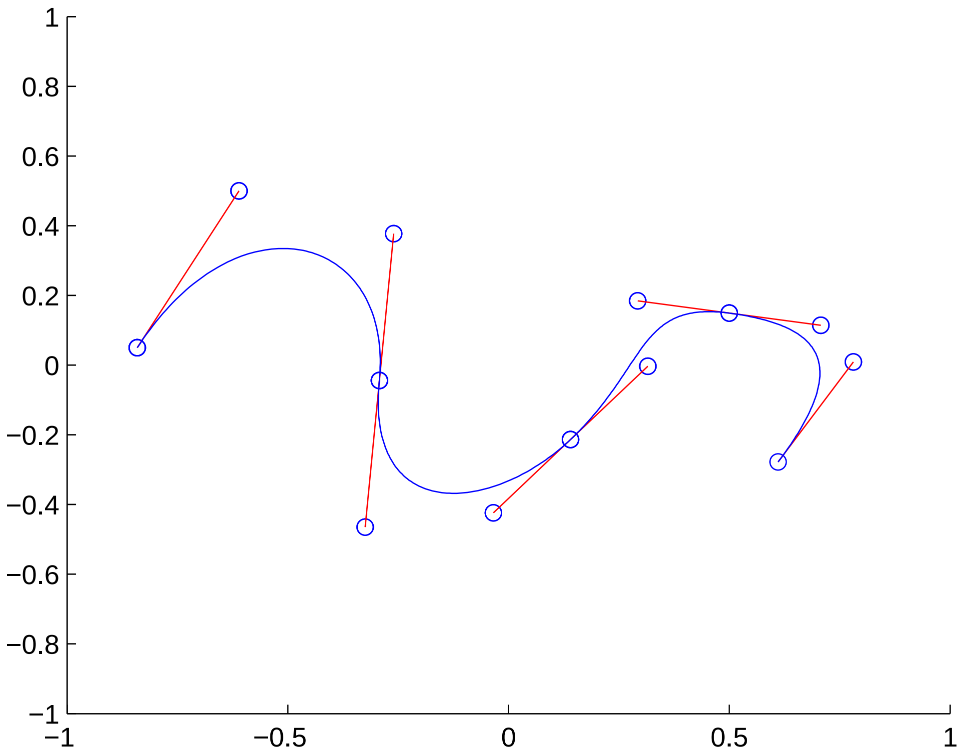
$$r(t) = (1-t)^3 x_0 + 3(1-t)^2 t x_1 + 3(1-t)t^2 x_2 + t^3 x_3$$

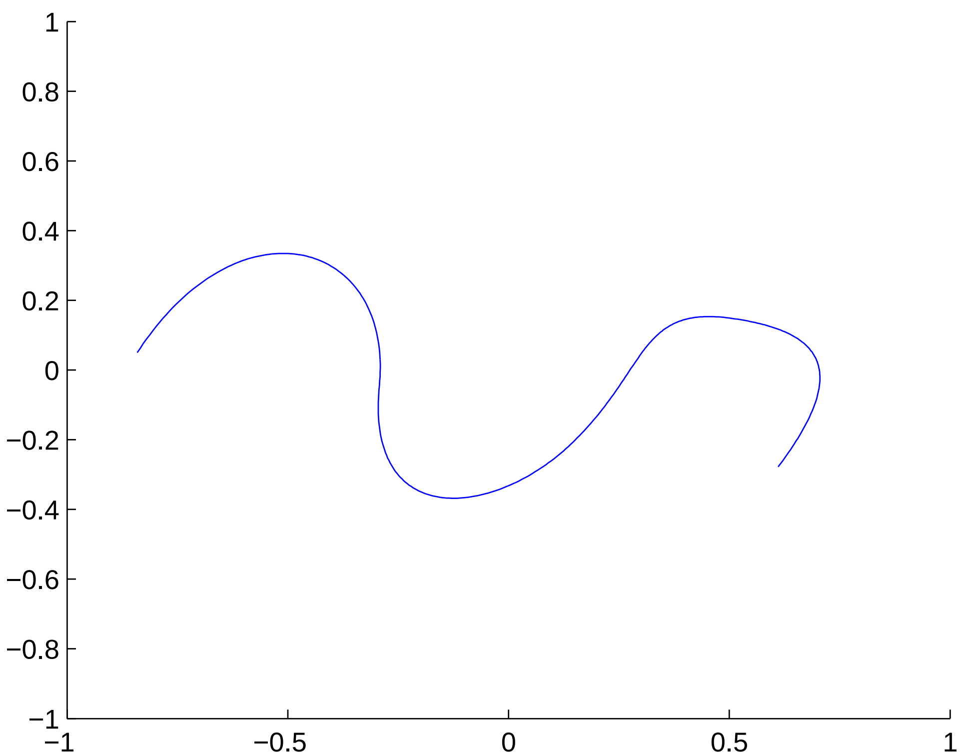
nú fæst að með því að gefa baz y-hnit í stað x-hnita sem inntak skilar það lista af $s(t)$ gildum þar sem

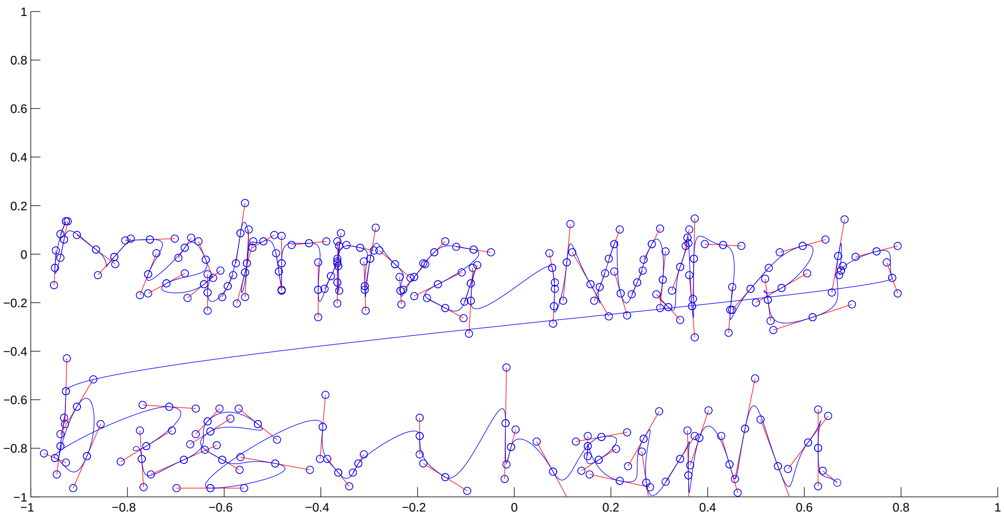
$$s(t) = (1-t)^3 y_0 + 3(1-t)^2 t y_1 + 3(1-t)t^2 y_2 + t^3 y_3$$

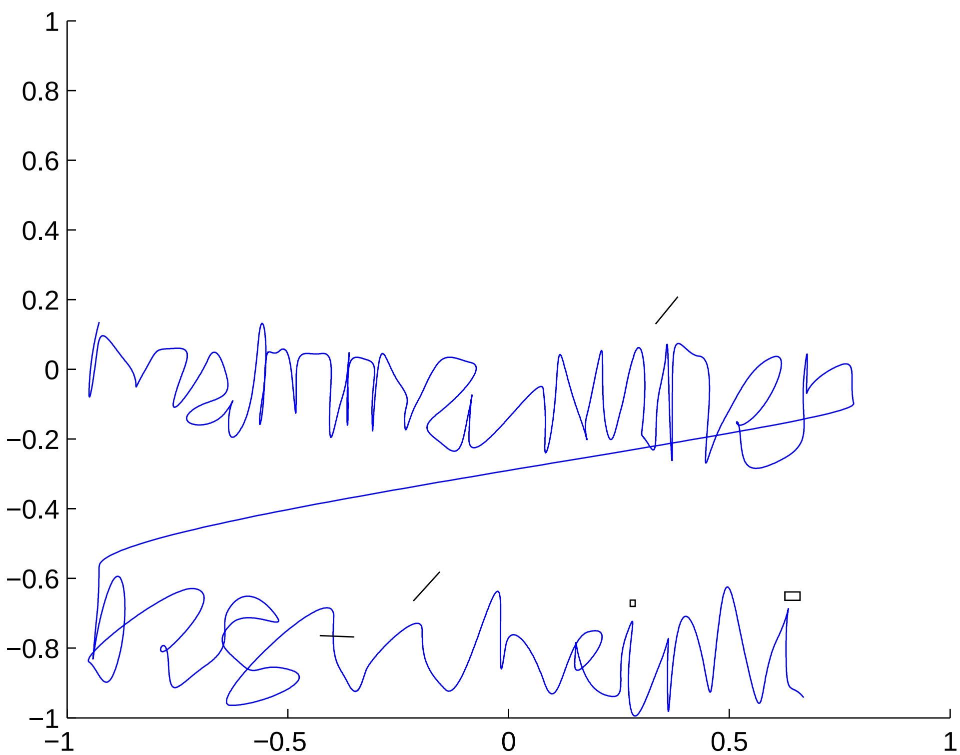
en það eru þau gildi sem við þurfum til að geta framkvæmt Bezier brúunina

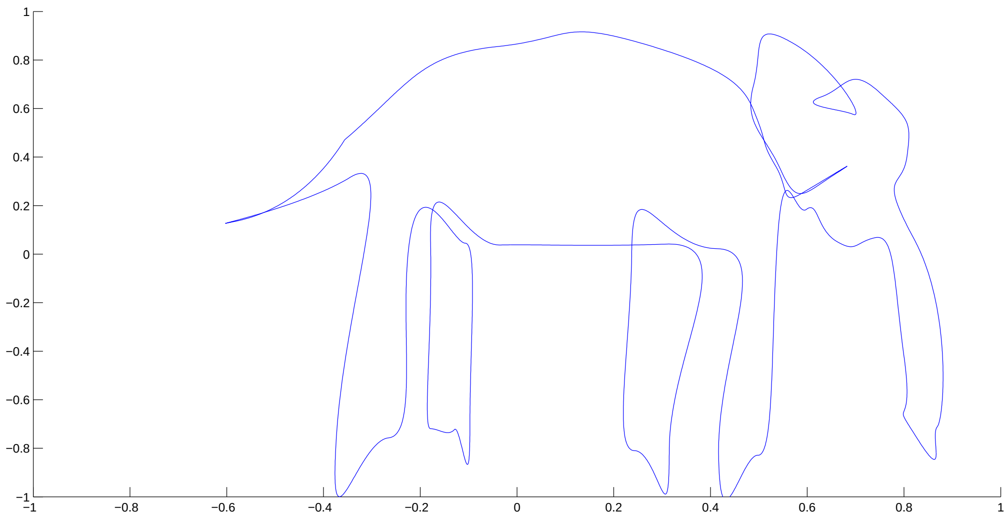
```
%Fall sem reiknar ut gildin i ferlinum fyrir bezier bruun

function yy = baz( y, tt)
    for i=1:length(tt)
        t=tt(i);
        yy(i)=(1-t)^3*y(1)+3*(1-t)^2*t*y(2)+3*(1-t)*t^2*y(3)+t^3*y(4);
    end
end
```


1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
−0.2
−0.4
−0.6
−0.8
−1
−1
−0.5
0
0.5
1


1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
−0.2
−0.4
−0.6
−0.8
−1
−1
−0.5
0
0.5
1







hér mætti leyfa notenda að rjúfa ferilin með það er að vera með punkta sem ekki væri teiknað á milli Auk þess væri mjög sniðugt að geta hreyft punktana eftir að þeir hafa verið settir inn til að laga ferilin til

2 Nálgun á afleiðum,heildu, stiglum og Hessefylkjum

2.1 Almenn útgiskun

```
%
% Matlab-forrit sem reiknar ut nalgun a hverju thvi sem R.m skilgreinir
% med utgiskun
%
%
% Inn fara: fallid f, sem skilgreint er med fallbreytu
%           a - punkturinn,
%           h - upphafsgildi a skreflengd,
%           imax - hamarksfjoldi itrekana,
%           epsilon - nakvaemniskrafan.
% Ut koma:  X - aftasta gildid i Richardson utgiskunartoflunni.
%           mat1 - svartsyna eftiramatid a skekkju, D(i,i)-D(i-1,i-1).
%           mat2 - brjartsyna eftiramatid a skekkju, D(i,i)-D(i,i-1).
%
function [X,mat1,mat2]=extrapolation(f,a,h0,imax,epsilon)
h=h0;
D=cell(imax,imax);
D{1,1}=R(f,a,h);
i=2;
h=h/2;
mat1=2*epsilon;
while i≤imax & abs(mat1)>epsilon
    D{i,1}=R(f,a,h);
    for j=2:i
        mat2=(1/(4^(j-1)-1))*(D{i,j-1}-D{i-1,j-1});
        D{i,j}=D{i,j-1}+mat2;
    end
    mat1=norm(D{i,i}-D{i-1,i-1});
    X=D{i,i};
    i=i+1;
    h=h/2;
end
mat2=norm(mat2);
```

```
end
```

2.2 Richardson

Prófun fyrir f'(0): R fallið:

```
function r = R(f,a,h)
    r = (f(a+h) + f(a-h))/(2*h);
end
```

Úr extrapolation kom:

```
>>[X,mat1,mat2]=extrapolation(@(x)sin(x), 0, 0.5, 100, 1e-10)
X = 1
mat1 = 2.6201e-012
mat2 = 1.0235e-014
```

og úr Richardson kom:

```
>> [X,mat1,mat2]=richardson(@(x)sin(x), 0, 0.5, 100, 1e-10)

X = 1

mat1 = 2.6201e-012

mat2 = 1.0235e-014
```

Prófun fyrir f''(0): R fallið:

```
function r = R(f,a,h)
  r = (f(a+h) + f(a-h) - 2*f(a))/(h*h);
end
```

úr extrapolate kom

```
>> [X,mat1,mat2]=extrapolation(@(x)sin(x), 0, 0.5, 100, 1e-10)
X = 0
mat1 = 0
mat2 = 0
```

Þar sem Richardson reiknar bara f', þannig að skiptum út fyrir cos(x) = sin'(x) til þess að prófa, en það gaf:

```
>> [X,mat1,mat2]=richardson(@(x)cos(x), 0, 0.5, 100, 1e-10)
X = 0
mat1 = 0
mat2 = 0
```

2.3 Romberg

R fallið:

```
function r = R(f,a,h,n)
    r=0;
    for i=0:n
        r = r + h*f(a+i*h);
```

```
    end
    r = r - h/2*(f(a) + f(a+n*h));
end
```

Útkoma Keyrsla með $\sin(x)$

```
>> [X,mat1,mat2]=extrapolation(@(x) sin(x),0,pi/2,100,1e-10)
X = 1.0000
mat1 = 1.9832e-012
mat2 = 1.9368e-015
```

Annað dæmi með e^x

```
>> [X,mat1,mat2]=extrapolation(@(x) exp(x),0,1,100,1e-10)
X = 1.7183
mat1 = 3.2863e-014
mat2 = 3.2124e-017
```

2.4 Nálgun á stiglum

```
function r = R(f,a,h)
    r=[(f(a+h*[1 0]) - f(a-h*[1 0]))/(2*h);(f(a+h*[0 1]) - f(a-h*[0 1]))/(2*h)];
end
```

Keyrsla með $f(x) = x_1^2 - x_2^2$ og punktinn (1,1)

```
>> [X,mat1,mat2]=extrapolation(@(x) x(1)^2 - x(2)^2,[1 1],1,100,1e-10)
X(:,:,1) = 2
X(:,:,2) = -2
mat1 = 0
mat2 = 0
```

Annað dæmi með $sin(x_1) * cos(x_2)$:

```
>> [X,mat1,mat2]=extrapolation(@(x) sin(x(1))*cos(x(2)),[1 1],1,100,1e-10)
X(:,:,1) = 0.2919
X(:,:,2) = -0.7081
mat1 = 1.7925e-014
mat2 = 1.7522e-017
```

2.5 Nálgun á Hessefylkjum

R fallið:

```
function r = R(f,a,h)
    A = (f(a + h*[1 0]) +f(a-h*[1 0]) - 2*f(a))/(h*h);
    C = (f(a + h*[0 1]) +f(a-h*[0 1]) - 2*f(a))/(h*h);
    B = (f(a + h*[1 0] + h*[0 1]) - f(a + h*[1 0] - h*[0 1]) - f(a - h*[1 0] + h*[0 1]) + ...
        f(a - h*[1 0] - h*[0 1]))/(4*h*h);
    r=[A B; B C];
end
```

Keyrsla með $f(x) = x_1^2 - x_2^2$ og punktinn (1,1)

```
>> [X,mat1,mat2]=extrapolation(@(x) x(1)^2 - x(2)^2,[1 1],1,100,1e-10)
X =  2     0
```

```
      0    -2
mat1 = 0
mat2 = 0
```

Annað dæmi með $sin(x_1) * cos(x_2)$:

```
>> [X,mat1,mat2]=extrapolation(@(x) sin(x(1))*cos(x(2)),[1 1],1,100,1e-10)
X =-0.4546   -0.4546
   -0.4546   -0.4546
mat1 = 1.8373e-012
mat2 = 1.7942e-015
```

Að skýrsluni unnu : ____________________ ____________________ ____________________