

Bjarki Geir Benediktsson,
Haukur Óskar Þorgeirsson,
Matthías Páll Gissurarson

TÖLULEG GREINING
HEIMAVERKEFNI 2
8. MARS 2013

Töluleg Greining

Heimaverkefni 2

Bjarki Geir Benediktsson, Haukur Óskar Þorgeirsson, Matthías Páll Gissurarson
Kennari: Máni Maríus Viðarsson

8. mars 2013

Inngangur

Verkefni þetta var í tveimur pörtum. Í þeim fyrri vinnum við með tvær brúunaraðferrðir, splæsibrúun og Bezier brúun. Við útfærum splæsibrúun með hinum ýmsu endaskilyrðum og prufum svo að teikna nokkra punkta og sjá hvað gerist.

Svo útfærum við Bezier brúun sem hægt er að nota sem teikniforrit.

Í öðrum hluta útfærum við almenna aðferð við útgiskun og beitum henni til að útfæra Richardson, Romberg og nálganir á stigli og Hesse-fylki.

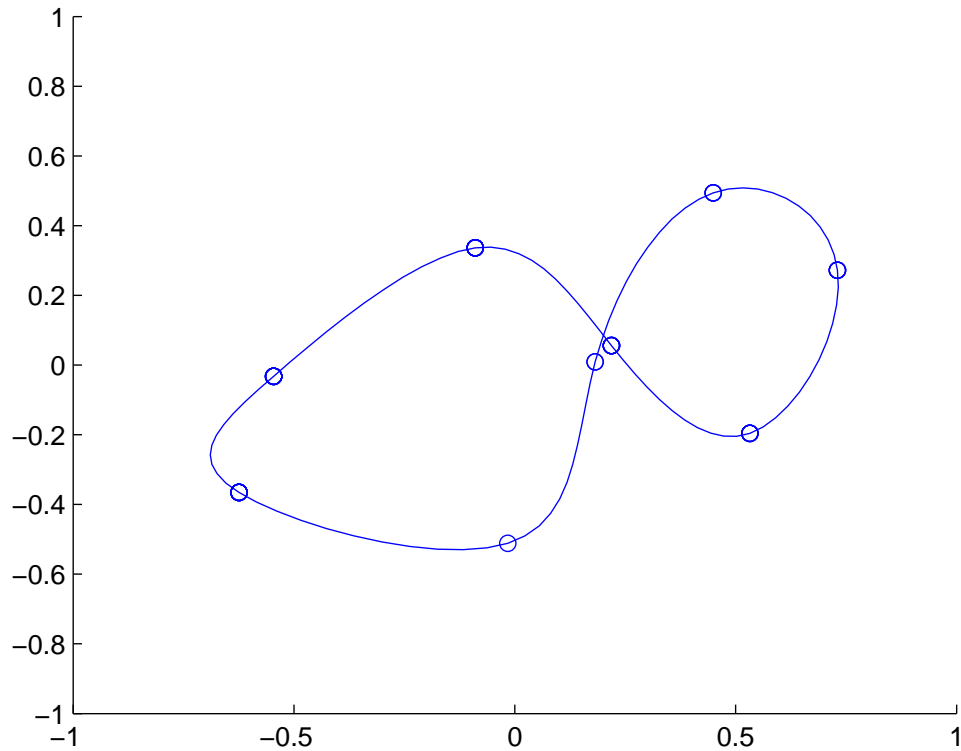
1 Ferilsteikning með splæsibrúun

1.1 Teikning með aflestri af skjá

```
1  % Forrit sem utfaerir splaesibruun med lotubundnum endaskilyrdum
2      close all
3      clear all
4
5      % Setjum mynd upp
6      a=-1; b=1; c=-1; d=1;
7      axis([a b c d])
8
9      % Lesum inn punkta
10     hold on
11     hnappur=1;
12     x = []; y = [];
13
14     while hnappur==1
15         [xtmp, ytmp, hnappur]=ginput(1);
16         if hnappur==1
17             x = [x, xtmp];
18             y = [y, ytmp];
19             plot(x,y,'o')
20         end
21     end
22     x=[x, x(1)];
23     y=[y, y(1)];
24     % Stikum ferilinn svo vid lendum ekki i veseni
25     % ef x-hnitin eru ekki i staerdarrod
26     n = length(x); t = 1:n; tt=linspace(1,n,100);
27
28     % Reiknum og teiknum
29     xx = splaesi(t,x,4,0,0,tt);
30     yy = splaesi(t,y,4,0,0,tt);
```

```
31  
32 plot(xx,yy)
```

1.2 Teikning á lokuðum ferlum með aflestri af skjá



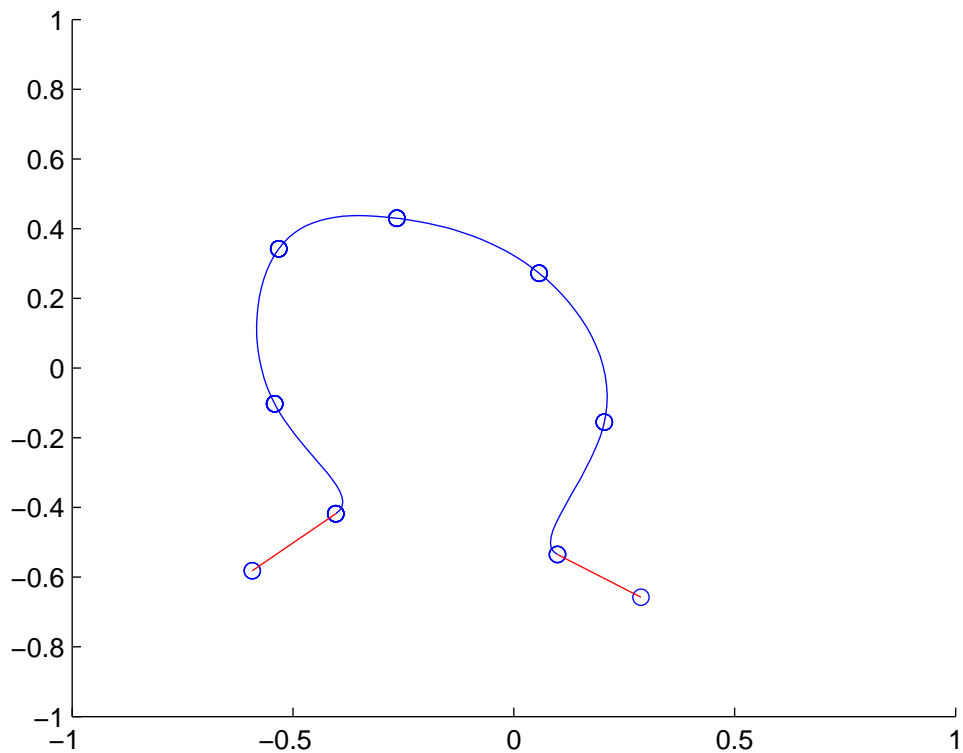
1.2.1 Teikning á þvinguðum ferlum með aflestri af skjá

```
1 %Forrit sem utfaerir splaesibruun með thvinguðum endaskilyrdum  
2 close all  
3 clear all  
4  
5 % Setjum mynd upp  
6 a=-1; b=1; c=-1; d=1;  
7 axis([a b c d])  
8  
9 % Lesum inn punkta  
10 hold on  
11 hnappur=1;  
12 x = []; y = [];  
13  
14 while hnappur==1  
15     [xtmp, ytmp, hnappur]=ginput(1);  
16     if hnappur==1  
17         x = [x, xtmp];  
18         y = [y, ytmp];  
19         plot(x,y,'o')  
20     end  
21 end
```

```

22
23     dflx = (x(1)-x(end-1));
24     dfly = (y(1)-y(end-1));
25     df2x = (x(end) - x(end-2));
26     df2y = (y(end) - y(end-2));
27     plot([x(1) x(end-1)], [y(1) y(end-1)], 'r')
28     plot([x(end-2) x(end)], [y(end-2) y(end)], 'r')
29     x = x(1:end-2);
30     y = y(1:end-2);
31
32     % Stikum ferilinn svo vid lendum ekki i veseni
33     % ef x-hnitin eru ekki i staerdarrod
34     n = length(x); t = 1:n; tt=linspace(1,n,100);
35
36     % Reiknum og teiknum
37     %Tharf ad reikna ut c0 og cn
38     xx = splaesi(t,x,2,dflx,df2x,tt);
39     yy = splaesi(t,y,2,dfly,df2y,tt);
40
41     plot(xx,yy)

```



1.3 Ferilteikning með Bezier-splæsibrúun

```

1  % Teikniforrit sem notar bezier-bruun milli punkta sem teiknadir eru til ad
2  % teikna myndir.
3      close all
4      clear all
5
6      % Setjum mynd upp

```

```

7   a=-1; b=1; c=-1; d=1;
8   axis([a b c d])
9
10  % Lesum inn punkta
11  hold on
12  hnappur=1;
13  x = []; y = [];
14  n=4;
15  t=0:1;
16  tt=linspace(0,1,100);
17  xxx = []; %Hehe
18  yyy = [];
19
20  while hnappur==1
21      [xtmp, ytmp, hnappur]=ginput(1);
22      if hnappur==1
23          x = [x, xtmp];
24          y = [y, ytmp];
25          plot(x,y,'o')
26      end
27      if hnappur==1 & length(x) == 4
28          df1x = (x(2)-x(1));
29          df1y = (y(2)-y(1));
30          df2x = (x(4) - x(3));
31          df2y = (y(4) - y(3));
32          plot([x(2) x(1)], [y(2) y(1)], 'r')
33          plot([x(4) x(3)], [y(4) y(3)], 'r')
34          xx = baz(x,tt);
35          xxx = [xxx xx];
36          yy = baz(y,tt);
37          yyy = [yyy yy];
38          plot(xx,yy)
39
40          x = [x(4) (2*x(4)-x(3))];
41          y = [y(4) (2*y(4)-y(3))];
42      end
43  end
44
45
46  close all
47  a=-1; b=1; c=-1; d=1;
48  axis([a b c d])
49
50  % Lesum inn punkta
51  hold on
52  plot(xxx,yyy)

```

Fallið baz þjónar sama tilgangi fyrir Bezier brúunina og splaesi gerði fyrir splæsibrúunina það tekur við lista af fjórum hnitum $(x_i)_{i=0}^3$ og lista $(t_i)_{i=1}^n$ af gildum á $[0, 1]$ og skilar lista af gildum $(r(t_i))_{i=1}^n$ þar sem r

$$r(t) = (1-t)^3 x_0 + 3(1-t)^2 t x_1 + 3(1-t) t^2 x_2 + t^3 x_3$$

nú fæst að með því að gefa baz y-hnit í stað x-hnita sem inntak skilar það lista af $s(t)$ gildum þar sem

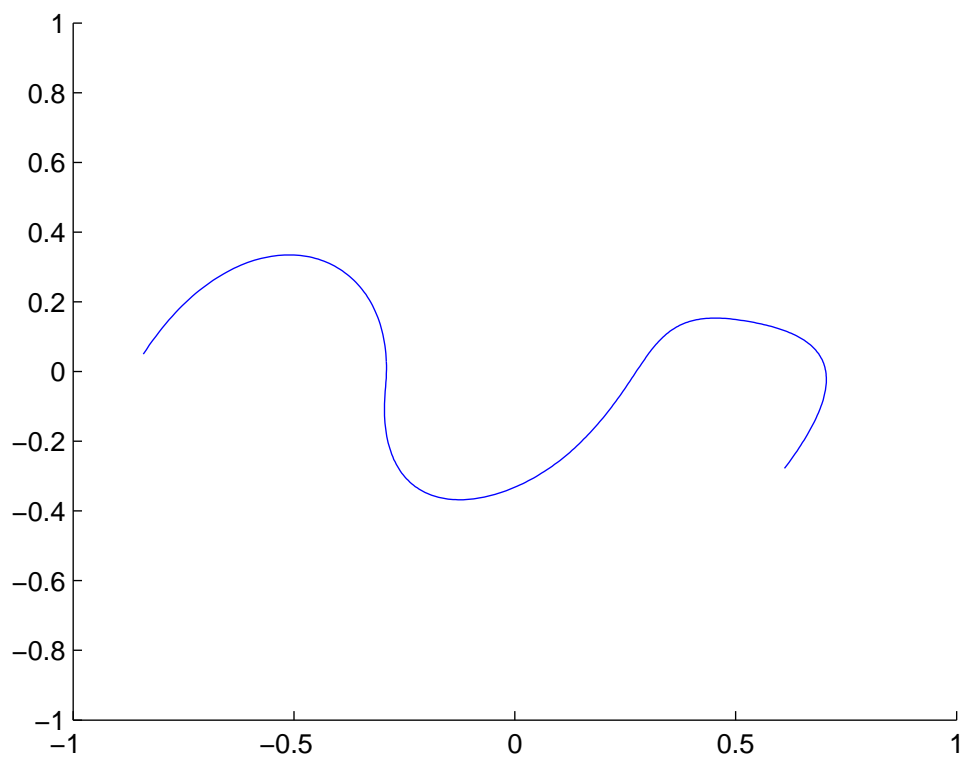
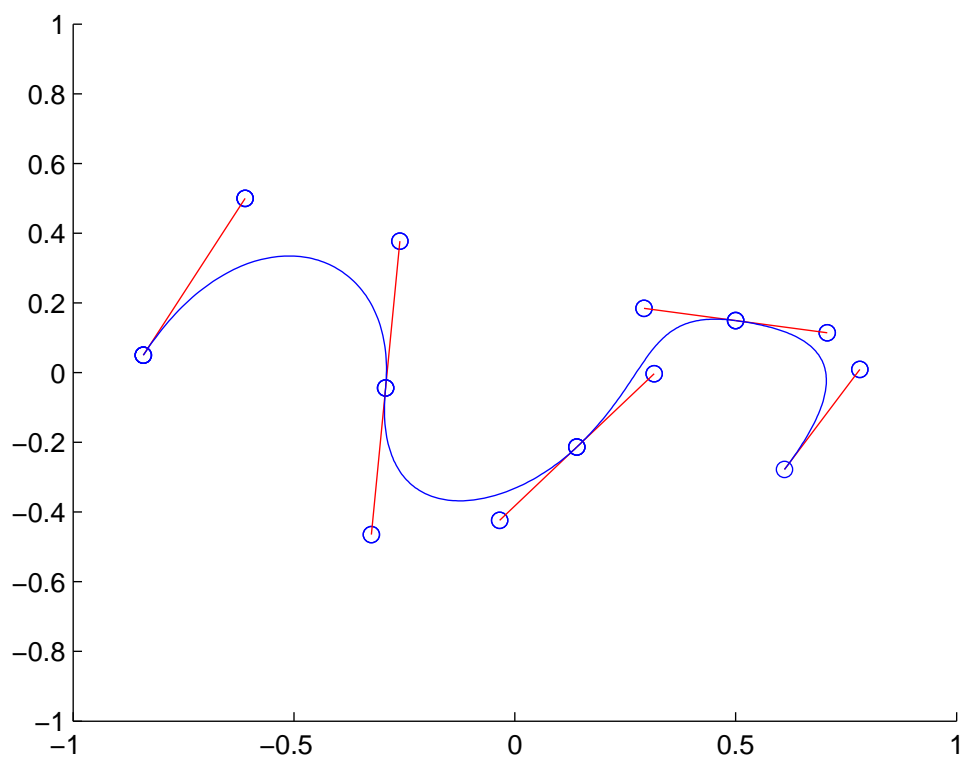
$$s(t) = (1-t)^3 y_0 + 3(1-t)^2 t y_1 + 3(1-t) t^2 y_2 + t^3 y_3$$

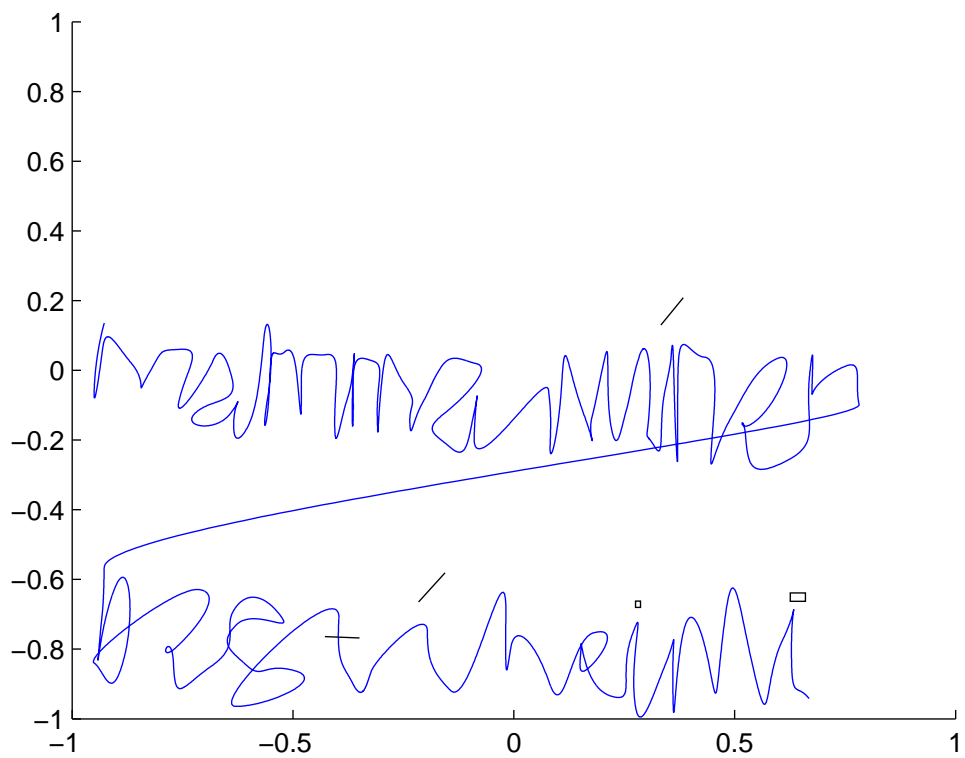
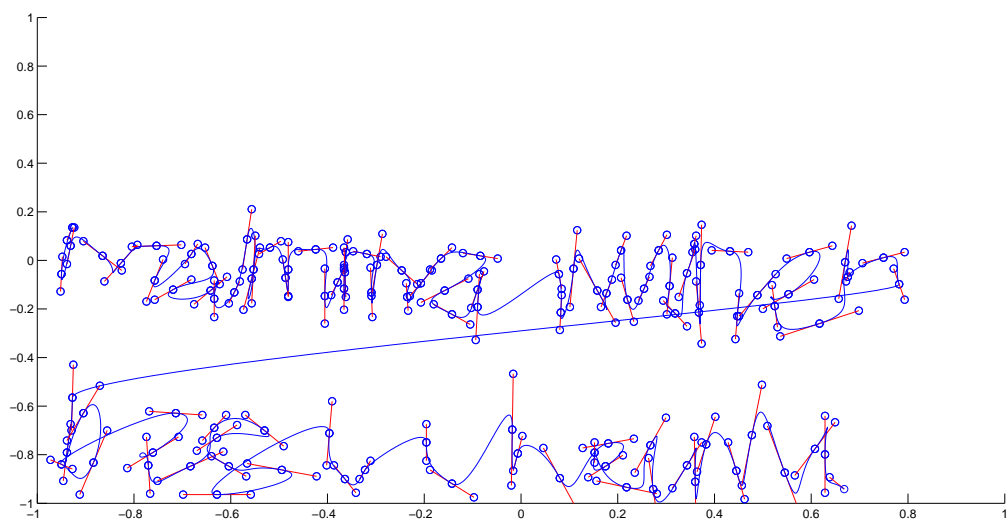
en það eru þau gildi sem við þurfum til að geta framkvæmt Bezier brúunina

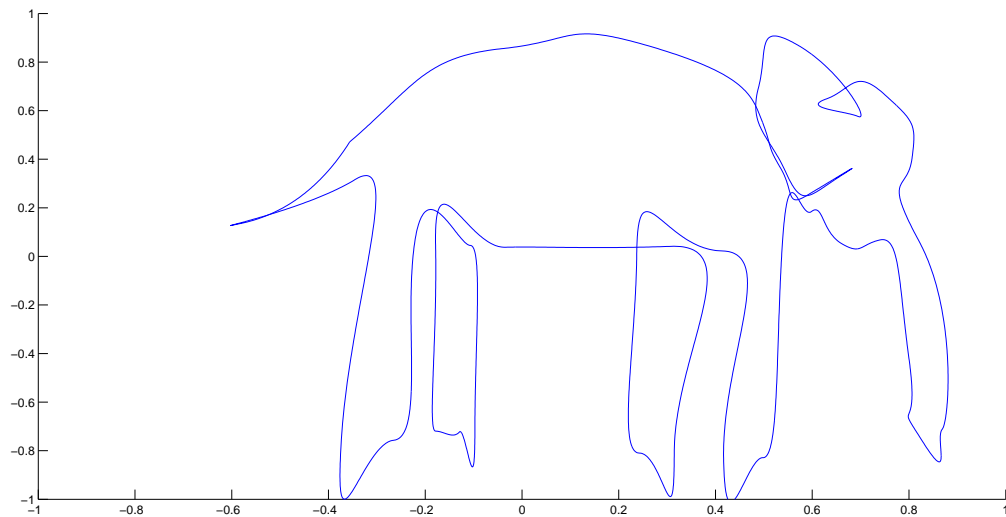
```

1   %Fall sem reiknar ut gildin i ferlinum fyrir bezier bruun
2
3   function yy = baz( y, tt)
4       for i=1:length(tt)
5           t=tt(i);
6           yy(i)=(1-t)^3*y(1)+3*(1-t)^2*t*y(2)+3*(1-t)*t^2*y(3)+t^3*y(4);
7       end
8   end

```







hér mætti leyfa notenda að rjúfa ferilin með það er að vera með punkta sem ekki væri teiknað á milli Auk þess væri mjög sniðugt að geta hreyft punktana eftir að þeir hafa verið settir inn til að laga ferilin til

2 Nálgun á afleiðum, heildu, stiglum og Hessefylkjum

2.1 Almenn útgiskun

```

1 %
2 % Matlab-forrit sem reiknar ut nalgun a hverju thvi sem R.m skilgreinir
3 % með utgiskun
4 %
5 %
6 % Inn fara: fallid f, sem skilgreint er með fallbreytu
7 %       a - punkturinn,
8 %       h - upphafsgildi a skreflengd,
9 %       imax - hamarksfjoldi itrekana,
10 %      epsilon - nakvaemniskrafan.
11 % Ut koma: X - aftasta gildid i Richardson utgiskunartoflunni.
12 %          mat1 - svartsyna eftiramatid a skekkju, D(i,i)-D(i-1,i-1).
13 %          mat2 - brjartsyna eftiramatid a skekkju, D(i,i)-D(i,i-1).
14 %
15 function [X,mat1,mat2]=extrapolation(f,a,h0,imax,epsilon)
16 h=h0;
17 D=cell(imax,imax);
18 D{1,1}=R(f,a,h);
19 i=2;
20 h=h/2;
21 mat1=2*epsilon;
22 while i<imax & abs(mat1)>epsilon
23     D{i,1}=R(f,a,h);
24     for j=2:i
25         mat2=(1/(4^(j-1)-1))*(D{i,j-1}-D{i-1,j-1});
26         D{i,j}=D{i,j-1}+mat2;
27     end
28     mat1=norm(D{i,i}-D{i-1,i-1});
29     X=D{i,i};
30     i=i+1;
31     h=h/2;
32 end
33 mat2=norm(mat2);

```



```
34 end
```

2.2 Richardson

Prófun fyrir $f'(0)$: R fallið:

```
1 function r = R(f,a,h)
2     r = (f(a+h) + f(a-h))/(2*h);
3 end
```

Úr extrapolation kom:

```
1 >>[X,mat1,mat2]=extrapolation(@(x)sin(x), 0, 0.5, 100, 1e-10)
2 X = 1
3 mat1 = 2.6201e-012
4 mat2 = 1.0235e-014
```

og úr Richardson kom:

```
1 >> [X,mat1,mat2]=richardson(@(x)sin(x), 0, 0.5, 100, 1e-10)
2
3 X = 1
4
5 mat1 = 2.6201e-012
6
7 mat2 = 1.0235e-014
```

Prófun fyrir $f''(0)$: R fallið:

```
1 function r = R(f,a,h)
2     r = (f(a+h) + f(a-h) - 2*f(a))/(h*h);
3 end
```

úr extrapolate kom

```
1 >> [X,mat1,mat2]=extrapolation(@(x)sin(x), 0, 0.5, 100, 1e-10)
2 X = 0
3 mat1 = 0
4 mat2 = 0
```

Þar sem Richardson reiknar bara f' , þannig að skiptum út fyrir $\cos(x) = \sin'(x)$ til þess að prófa, en það gaf:

```
1 >> [X,mat1,mat2]=richardson(@(x)cos(x), 0, 0.5, 100, 1e-10)
2 X = 0
3 mat1 = 0
4 mat2 = 0
```

2.3 Romberg

R fallið:

```
1 function r = R(f,a,h,n)
2     r=0;
3     for i=0:n
4         r = r + h*f(a+i*h);
```

```

5     end
6     r = r - h/2*(f(a) + f(a+n*h));
7 end

```

Útkoma Keyrsla með $\sin(x)$

```

1 >> [X,mat1,mat2]=extrapolation(@(x) sin(x),0,pi/2,100,1e-10)
2 X = 1.0000
3 mat1 = 1.9832e-012
4 mat2 = 1.9368e-015

```

Annað dæmi með e^x

```

1 >> [X,mat1,mat2]=extrapolation(@(x) exp(x),0,1,100,1e-10)
2 X = 1.7183
3 mat1 = 3.2863e-014
4 mat2 = 3.2124e-017

```

2.4 Nálgun á stíglum

```

1 function r = R(f,a,h)
2     r=[(f(a+h*[1 0]) - f(a-h*[1 0]))/(2*h);(f(a+h*[0 1]) - f(a-h*[0 1]))/(2*h)];
3 end

```

Keyrsla með $f(x) = x_1^2 - x_2^2$ og punktinn (1,1)

```

1 >> [X,mat1,mat2]=extrapolation(@(x) x(1)^2 - x(2)^2,[1 1],1,100,1e-10)
2 X(:, :, 1) = 2
3 X(:, :, 2) = -2
4 mat1 = 0
5 mat2 = 0

```

Annað dæmi með $\sin(x_1) * \cos(x_2)$:

```

1 >> [X,mat1,mat2]=extrapolation(@(x) sin(x(1))*cos(x(2)),[1 1],1,100,1e-10)
2 X(:, :, 1) = 0.2919
3 X(:, :, 2) = -0.7081
4 mat1 = 1.7925e-014
5 mat2 = 1.7522e-017

```

2.5 Nálgun á Hessefýlkjum

R fallið:

```

1 function r = R(f,a,h)
2     A = (f(a + h*[1 0]) + f(a-h*[1 0]) - 2*f(a))/(h*h);
3     C = (f(a + h*[0 1]) + f(a-h*[0 1]) - 2*f(a))/(h*h);
4     B = (f(a + h*[1 0] + h*[0 1]) - f(a + h*[1 0] - h*[0 1]) - f(a - h*[1 0] + h*[0 1]) + ...
5           f(a - h*[1 0] - h*[0 1]))/(4*h*h);
6     r=[A B; B C];
7 end

```

Keyrsla með $f(x) = x_1^2 - x_2^2$ og punktinn (1,1)

```

1 >> [X,mat1,mat2]=extrapolation(@(x) x(1)^2 - x(2)^2,[1 1],1,100,1e-10)
2 X = 2      0

```

```
3      0      -2
4  mat1 = 0
5  mat2 = 0
```

Annað dæmi með $\sin(x_1) * \cos(x_2)$:

```
1  >> [X,mat1,mat2]=extrapolation(@(x) sin(x(1))*cos(x(2)),[1 1],1,100,1e-10)
2  X =-0.4546    -0.4546
3      -0.4546    -0.4546
4  mat1 = 1.8373e-012
5  mat2 = 1.7942e-015
```

Að skýrsluni unnu : _____