数値計算レポート１

21D8104008F 高橋駿斗

1. プログラムリストと説明

/\* pivoting つき lu 分解と連立一次方程式解法 \*/

#include <stdio.h>

#include <math.h>

#define N 200

int lu(int n, double a[][N], int p[]){

int i,j,k,kmax,l; double pv,t;

for(i=0;i<n;i++) p[i]=i; /\* 行の入れ替えを示す配列の初期化 \*/

for(k=0;k<n;k++){ /\* 枢軸選択つき反復先頭 \*/

kmax=k; pv=fabs(a[k][k]); /\* 枢軸候補の行番号をkmaxに記憶.　　\*/

for(i=k+1;i<n;i++) if((t=fabs(a[i][k]))>pv){ pv=t; kmax=i;}

if(kmax!=k){ /\* 第k行と第kmax行の入れ替え \*/

{ l=p[kmax]; p[kmax]=p[k]; p[k]=l; } /\* p[kmax]と p[k]の入れ替え\*/

for(j=0;j<n;j++){ /\* a[kmax][j] と a[k][j] (j=0,...,n-1)の入れ替え \*/

t=a[kmax][j]; a[kmax][j]=a[k][j]; a[k][j]=t;

}

}

if(pv<1e-16) return 0; /\* 行列 a が正則でないとみなし戻り値0で終了 \*/

/\*\*\* LU 分解本体 \*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*/

for(i=k+1;i<n;i++){

a[i][k]=a[i][k]/a[k][k];

for(j=k+1;j<n;j++) a[i][j]=a[i][j]-a[i][k]\*a[k][j];

}

}

return 1; /\* LU分解できたので戻り値1 \*/

}

void solve(int n,double a[][N],double b[],double x[],int p[]){

int i,j,r; double s;

r=lu(n,a,p); /\* 行列 a が LU 分解できれば r == 1 となる\*/

if(r==0) { printf("Can't solve\n"); return; }

for(i=0;i<n;i++){ /\* 前進消去 Ly=Pb \*/

s=b[p[i]];

for(j=0;j<i;j++) s=s-a[i][j]\*x[j];

x[i]=s; /\* y\_i の値を x[i] に保存 \*/

}

for(i=n-1;i>=0;i--){ /\* 後退代入 Ux=y \*/

s=x[i]; /\* s=y\_i \*/

for(j=i+1;j<n;j++) s=s-a[i][j]\*x[j];

x[i]=s/a[i][i];

}

}

double zansa(int n,double a[][N],double b[],double x[]){

double ans;//戻り値

double ax[N]; //axの行列

int i,j;

double cnt=0;

double r[N];

for(i=0;i<n;i++){

double z=0;

for(j=0;j<n;j++){

z+=a[i][j]\*x[j];

}

ax[i]=z;

}//a\*xを計算

for(i=0;i<n;i++){

r[i]=b[i]-ax[i];

}//rの値を計算

for(i=0;i<n;i++){

cnt+=pow(r[i],2);

}//rの二乗のわを計算

ans = sqrt(cnt);

//rの二乗の平方根を計算

return ans;

}

double a[N][N];

double b[N],x[N];

int p[N];

int main(){

int i,j,n;

double r\_norm;

scanf("%d", &n);

for(i=0;i<n;i++)for(j=0;j<n;j++)scanf("%lg",&a[i][j]);

for(i=0;i<n;i++)scanf("%lg",&b[i]);

solve(n,a,b,x,p);

{for(i=0;i<n;i++) printf("%23.17g", x[i]);} printf("\n");

r\_norm=zansa(n,a,b,x);

printf("%10.4g\n",r\_norm);

return 0;

}

1. 表

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | S1 | S2 | S3 | S4 | S5 |
| d/s | 3.845 | 7.127 | 6.201 | 3.05 | 4.437 |
| D10 | 19.33 | 17.13 | 26.54 | 21.18 | 30.28 |
| D25 | 595.6 | 115.5 | 2718 | 364.6 | 279 |
| D50 | 802.3 | 2803 | 1364 | 4192 | 1.17E+04 |
| D100 | 6139 | 7991 | 7075 | 4.77E+04 | 6771 |
| D200 | 3.77E+04 | 4.85E+04 | 9.95E+04 | 1.97E+05 | 1.01E+05 |

（３）　実行時の解

**D5-s1**

0.19893110927370544 1.0903644054594916 -1.4778372937412372 0.62844064181375858 1.2114893769996766

**D10-s1**

0.30548337726555297 0.24577765948644056 1.1293078986137015

-0.62833953120805308 0.51224185267346078 -3.634889122899573 3.5770608543662363 -1.7142489564901504 2.4994369261355591 0.6435704430883098

**D25-s1**

5.7211279938387314 -17.025779112574039 6.9661503052963143 21.523352486625519 -83.857013098642028 22.913207820334108

-37.989503251301443 -9.3909759062770757 99.763470751855024 28.110815834529298 85.73218200679743 -118.19757183141543

-95.117023983641488 184.8897374549841 -0.60891634674852368 230.47198442378664 27.938790415755726 -122.73794760007705 122.48626502590847 14.020653010576238 -328.96862364638207

-141.10071948527522 -338.41171260220091 239.81109944334045

-26.558959328262745

**D50-s1**

2.3743990067762271 -6.1548587330225795 -7.2283793794541795 8.1120693175988947 3.8834667163496119 1.3474897035301356 13.629332109348431 -35.467012343243709 28.490442926066237

-71.009719065600365 37.552257893650513 31.33687505335719 0.59436980548184304 29.708391603470105 -22.447614231885282 42.697380839107126 73.397480822123654 -70.978436456080402 16.905124506553907 -28.768891635019703 -60.922316600019492

-63.633653480198568 -53.453522938810238 18.298133291444763

-5.6656808859368413 75.968826499363431 -56.258319831763053 58.565293970959438 91.043015981318916 56.871796318605739

-2.7290119217277313 130.54072673907453 -91.090376062644197 97.955988660135972 -15.202844480720401 -208.82935269947527 3.0599863683498856 139.68553747227489 -293.69786953255823 22.577985595654944 67.701954809866564 -41.284225910289074 47.989986717075318 41.101775324746455 122.81886677972479 49.740641148842705 -148.18840900975744 155.45192154084165 34.491106494892293 -165.33832318741838

**D100-s1**

8.406921593385368 3.236394554327072 -10.207039833571013 13.494018315087397 -72.071913477213641 78.546665635608463 6.4996490391872266 -11.912762782316792 69.867507104519802 25.126714289276261 -92.167048164783964 17.721730644078001 35.804795626455117 -114.3164894621145 19.08367587010974 29.692228073980303 88.77474168186346 42.372110413797706

-90.718630526983404 103.82951816354644 -155.0479818331288

-25.919260000073596 -126.12048545862889 -68.790788952449915

-326.63652369701936 156.82690532338219 -339.85177595968418

-353.39173216313191 -321.46732849510789 -422.87237182658833

-615.17638738880498 -6.6721095718794334 66.94155640637463

-358.57910833410494 82.359248402844912 170.86295903401776 532.89502622994212 38.374169586693249 -1.5838146888544387 29.819101142205515 292.34561185486922 125.74731698559286 213.11943231502192 284.70043403309541 29.452703657610506

-114.17347323745778 220.86284752181024 -279.48254356338134 507.68809822838682 60.849941870883569 212.9488546522239 -340.9935961031 172.28374685210261 -263.25758500544538

-626.69404663822979 148.66529737634011 -45.401498087986297 429.20517829218471 -435.99033767180487 -185.12561270481905 369.65162462053104 402.75220483848591 -69.226322195718041 79.003395470356125 766.46978957134309 -358.26507850160601 86.047731711998878 -7.4795767054635869 -341.79349462116846

-55.752026790202031 994.34701539087519 332.0336373762504 204.01431247525545 571.26222327760968 394.700025578804

-392.94219329596649 352.9394826873272 -117.13896242876162

-426.43745059116509 193.26153213585482 136.5591147890903 462.67089723683915 688.91544231227203 -90.89640714160663 422.17535895943718 -660.51706911898953 1129.2659014276205

-197.28767754052046 -813.03864480999118 -1023.6884928522509 622.45095172053402 527.01688054778947 -1036.0008627410352 127.58685070060555 612.60440018142901 -33.335798839480518 256.44956937816966 -380.64696056018556 -152.73282477317613 20.614744260981436

**D200-s1**

-6.0927858198926357 -12.416213831539817 -1.7999966967447967

-51.462923509575845 51.35238319151582 49.937447405056503

-15.375359241320748 46.197319360787809 43.899184370302528

-129.34339086928193 -84.795518089030978 32.930716876865233

-4.5805586157419347 7.6842054336754115 99.886235415905105

-48.522584747152095 5.2658143789152323 337.92473676096967

-398.23007700910767 260.61042062276096 32.818345863661378

-155.31264374098896 -126.97236589049744 405.37375247938672

-267.1248455670879 213.13651726465667 218.72737380732048

-162.28170732025146 -163.50178997724313 519.0780810208679

-611.7760820431912 235.81158667763452 -216.50515145024062 301.57790495103615 -236.58527137326536 481.2170650789821 252.92762030430231 77.936226109650306 -385.61824791625617

-794.12014235407776 762.31254237808344 391.85852090209738 50.984578899851464 169.23470640279106 270.59090696861665 838.55672685943125 81.854752495112365 96.791275486295589 195.71510443429389 1450.6062141140328 317.97085298746799

-181.12847045484327 -190.28791227750995 -159.98752842072705

-935.7192121868934 -489.19865313158448 -41.227437342495676 140.16973927956366 404.73665554932421 792.27177762720294 312.98427957477435 625.37587566137688 -574.87139050737221 13.502644033986858 1306.9584500860485 -635.51821122883348

-600.70523875134177 -172.14654279129522 -363.29220568271455 683.0033529405913 470.17972838779281 -1233.8959054624945 753.95177047136121 944.13435722253507 807.66883138726575

-198.3015245955477 -635.89104651827836 653.41305691044784 632.47132982450432 183.02734103781435 395.44259313421651 142.32985388596566 -174.12000112121527 -1084.1364194244288

-426.81692315664941 -180.09113199403043 -222.09518143944783 27.245525628233246 27.541970435441225 325.23008063356298 1003.0012866352913 1461.2974258346494 449.80012328244862 419.97225892947586 80.921870737144417 704.59375112190264

-1436.56115609164 333.97597338469245 41.040054773893473

-459.30469775162828 452.63756869656874 -57.627218853218999 812.15218144051062 738.51690870974119 1764.6717282788607

-847.62499537078099 -662.30546740914292 -1133.2587522829742 888.5571893227351 -1078.8465052325796 442.34212926585269

-1134.4835330767335 -444.66497922743207 -2583.6748745844834 1788.2711386042652 1728.9232220118968 662.90705710263751

-1861.1523225417131 -552.36398074019837 -543.26822031834934

-383.72531423205402 -583.82957159751095 143.66091315569983

-1857.9477047028724 -988.29340217902904 -1710.4406908475014

-2596.5217031412822 1374.6009554498453 -843.45238761669896 1451.5792731361064 518.11177217934357 1392.4625199798706

-503.63465376641767 246.8794823289914 -1235.7884477925131

-1606.6455863743956 -1069.5441130800677 -2577.3893962999923

-1029.4147058511394 -511.45671084420417 -1856.8538367024923

-906.54450838916262 -390.53867407529185 -524.68819800626864

-1722.8188180945351 -433.85930836125573 -211.51132340422643 892.0038384417453 1031.5541199134395 -2393.4858934913809

-1780.5168169095543 2095.9473296005776 -1508.9152704341955 4001.9163741378029 -1092.6784402785056 109.45008360211729

-1040.6565119856116 -1907.2198253923111 1675.0112454473224 1353.8256713756834 -2254.2077325850341 918.93808546950413

-695.98600903744034 943.32779445507208 2243.4515542224908 1476.8606226889931 -877.43933239266642 1679.7117964295308 2917.2157027335134 -1290.5762763059095 -162.22014282420034 1979.7410768876423 793.0467441281022 -203.73640190747176

-4094.3905305072053 3187.5931689161839 -0.9787724167076608

-847.62692057069967 -1542.2830971568346 -2340.8811175788501

-867.99658546778312 -1133.5271689645092 -99.531439996112482 2812.7034990520192 -420.11894443833091 3338.5987647314964

-2935.041782119145 1922.1966191130061 -3389.897858341777

-521.85323748089093 -938.50766759261296 979.68904618652903 1456.3068553617645 -881.34058096430476 -1232.4015927973387 916.38997394657633 1866.0037486013739 657.33737844437064 547.14916227533763 -2007.0656265967043

(4) 考察

計算する行列の大きさが大きくなるほど残差が大きくなってしまっている。

D25あたりから残差が無視できないほど大きくなっているので反復法も考慮すべきである。

(5)

lu分解のプログラムを作ってみて効率的な計算方法がわかった。

現在では行列を簡単にかつ高速に計算するライブラリはたくさんあるがその仕組みを理解する機会を得られたのでためになった。実際のプログラムでは計算量が重視されるので参考にしたいと思った。