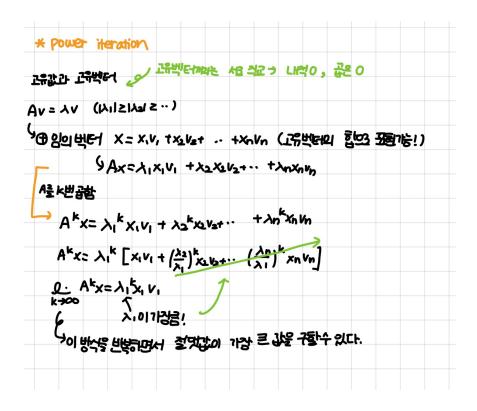
## **Power iteration**

② 작성일시	@April 8, 2022 3:17 PM
<b>≔</b> Keywords	
▲ 생성자	김 김하연
<b>■</b> Note	
② 최종 편집	@October 7, 2022 1:24 AM
❷ 속성	
▲ 최종편집자	김 김하연



Power iteration 1

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 5 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$$

(1) 초기값  $\overrightarrow{x_0}=(0\ ,\ 1)^T$ 을 가지고 멱수법(power method)을 4번 적용하여 (즉,  $\overrightarrow{x_2}$ 까지 계산하여), 절대값이 가장 큰 A의 고유값(eigenvalue)과 그에 대응하는 고유벡터(eigenvector)의 근사값을 각각 구하시오.

답: 12.9667,  $(0.8325, 1)^T$ 

$$\begin{split} \overrightarrow{x_1} &= A\overrightarrow{x_0} = \begin{pmatrix} 7 & 5 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \end{pmatrix} = 8 \cdot \begin{pmatrix} 0.625 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad ||\overrightarrow{x_1}||_{\infty} = 8, \\ \overrightarrow{x_2} &= A\overrightarrow{x_1} = \begin{pmatrix} 7 & 5 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 75 \\ 94 \end{pmatrix} \approx 94 \cdot \begin{pmatrix} 0.7979 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad ||\overrightarrow{x_2}||_{\infty} = 94, \\ \overrightarrow{x_3} &= A\overrightarrow{x_2} = \begin{pmatrix} 7 & 5 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 75 \\ 94 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 995 \\ 1202 \end{pmatrix} \approx 1202 \cdot \begin{pmatrix} 0.8278 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad ||\overrightarrow{x_3}||_{\infty} = 1202, \\ \overrightarrow{x_4} &= A\overrightarrow{x_3} = \begin{pmatrix} 7 & 5 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 995 \\ 1202 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12975 \\ 15586 \end{pmatrix} \approx 15586 \cdot \begin{pmatrix} 0.8325 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad ||\overrightarrow{x_4}||_{\infty} = 15586. \end{split}$$

 $\frac{||\vec{x}_1||_{\infty}}{||\vec{x}_2||_{\infty}} = \frac{15586}{1202} \approx 12.9667$ 이므로, 가장 큰 고유값과, 해당하는 고유벡터의 근사값은 각각  $12.9667, (0.8325 \ , \ 1)^T$ 이다. 참고로, 실제 값들은 각각  $13, \left(\frac{5}{6}, 1\right)^T \approx \left(0.8333 \ , \ 1\right)^T$ 이다.

즉, 대각행렬 A가 주어졌을 때, 가장 큰(절댓값으로) 고윳값을 찾는 방법

$$b_{k+1} = \frac{Ab_k}{\|Ab_k\|}$$

L1 norm : 각 벡터의 원소들의 차이들의 합(직선거리 x)