

**Խնդիր 6.1** Գտեք  $\int f(x) dx$ -ը.

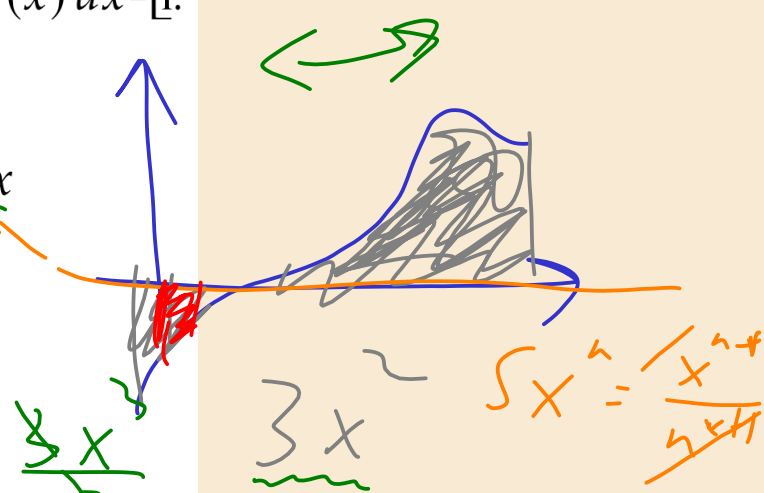
ա.  $f(x) = 3x^2$

բ.  $f(x) = x + 6 \cos x$

գ.  $f(x) = \frac{3}{x} - 1$

դ.  $f(x) = \frac{4x}{1 - 2x^2}$

ե.  $f(x) = x \ln x$



$\frac{x^2}{2} + 6 \sin x + \text{Constant}$

$\int \frac{3}{x} - 1 = 3 \ln|x| - x + C$

$\ln x \cdot \frac{1}{x^2} \ln -4 \ln^2 = -4$

$\int x \ln x dx =$

Roses are read  
Violets are blue,

$\int u dv = uv - \int v du$

$u = \ln x$   
 $du = \frac{1}{x} dx$

$\ln x \cdot \frac{x^1}{2} - \int \frac{x}{2} \cdot \frac{1}{x} dx = \dots - \int \frac{x}{2} dx$

$\int \frac{4x}{1 - 2x^2} dx = \int \frac{4x}{u} \frac{du}{-2x} = -2 \int \frac{du}{u} = -2 \ln|u| + C = -2 \ln|1 - 2x^2| + C$

$v = \frac{x^2}{2}$   
 $\int dv = \int x dx$

**Խնդիր 6.4** Կան երկու ֆունկցիայից նոր ֆունկցիա սահմանափակ մի բանի վարքեր ձևեր: Դրանցից մեկը, որ կարևոր դեր է խաղում մեքենայական ուսուցման մեջ, կոչվում է *փաթույթ*:

անգլերեն՝ *convolution*

Երկու  $f$  և  $g$  ֆունկցիաների փաթույթ է կոչվում (և  $f * g$ -ով նշանակվում) այն ֆունկցիան, որը որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$(f * g)(x) = \int_{-1}^1 f(y)g(x-y) dy$$

$x$ -ը ֆիքսված է,  $y$ -ը փոփոխվում է

Որքան է  $f * g$ -ի արժեքը  $x = 0$  կետում, եթե  $f(x) = x^2$  և

$$g(x) = \begin{cases} 1 & \text{եթե } x > 0 \\ 0 & \text{եթե } x \leq 0 \end{cases}$$

$$\int_{-1}^1 f(y) g(x-y) dy$$

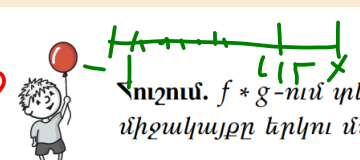


$$f(x) = \frac{x^2}{6}$$

$$\frac{1}{2} \frac{6}{5}$$

$$f(1) \cdot g(7-1) + f(2) \cdot g(7-2) + f(3) \cdot g(7-3)$$

$$x-y > 0 \\ x \leq x$$



**Նուշում.**  $f * g$ -ում տեղադրեք  $g$ -ի բանաձևը, ապա բաժանեք  $[-1, 1]$  միջակայքը երկու մասի՝ որտեղ  $g = 0$ , և որտեղ  $g = 1$ :

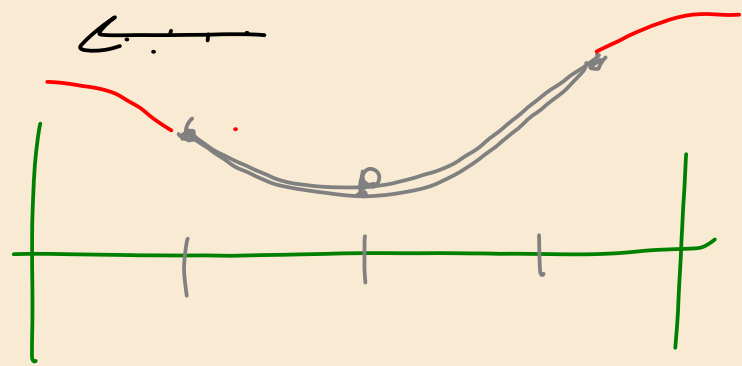
$$\int_{-1}^1 f(y) g(x-y) dy =$$

$$= \int_{-1}^{\min\{x, 1\}} y^2 dy \quad \left| \begin{array}{l} x = 0.7 \\ 0.8, 1, \dots \end{array} \right.$$

$$\frac{f(x) = x^2}{g(x) = \int_{0, x^2}^{1, x^2}}$$

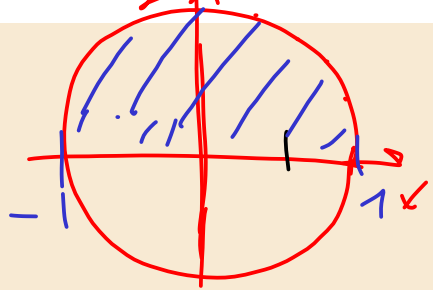
$$\sum_{i=1}^6 f(i) g(7-i) \delta i$$

$$(f * g)(x) = \begin{cases} \int_{-1}^x y^2 dy = \frac{y^3}{3} \Big|_{-1}^x = \frac{x^3}{3} - \left(-\frac{1}{3}\right) & x \leq -1 \\ \int_{-1}^1 y^2 dy = \frac{y^3}{3} \Big|_{-1}^1 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3} & -1 < x < 1 \\ \int_x^1 y^2 dy = \frac{y^3}{3} \Big|_x^1 = \frac{1}{3} - \frac{x^3}{3} & x > 1 \end{cases}$$



**Խնդիր 6.5** Պարզենք, թե որքան է  $r$  շառավղով շրջանի մակերեսի բանաձևը: Սկսենք 1 շառավղով շրջանից՝  $x^2 + y^2 = 1$ :

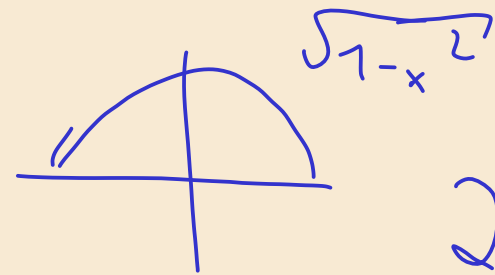
- ա. արտահայտեք  $y$ -ն  $x$ -ով, որի միջակայքում է փոխվում  $x$ -ը
- բ. որի  $f(x)$  ֆունկցիայի ինտեգրալն է պետք հաշվել
- գ. կարարեք փոփոխականի փոխարինում՝  $x$ -ը նշանակելով  $\sin t$ -ով, որի միջակայքում պետք է փոփոխենք  $t$ -ն
- դ. ի՞նչ արտահայտություն է ստացվում ինտեգրալի նշանի փակ
- ե. օգտվելով  $(\cos t)^2 = \frac{1 + \cos(2t)}{2}$  բանաձևից՝ հաշվեք ինտեգրալը
- զ. որքա՞ն է 1 շառավղով շրջանի մակերեսը
- է. ի՞նչ գծային ձևափոխություն կիրառենք՝  $r$  շառավղով շրջան ստանալու համար
- ը. բանի՞ց անգամ կմեծանա մակերեսը



$$x^2 + y^2 = 1 \quad (r^2)$$

$$y^2 = 1 - x^2$$

$$y = \sqrt{1 - x^2}$$



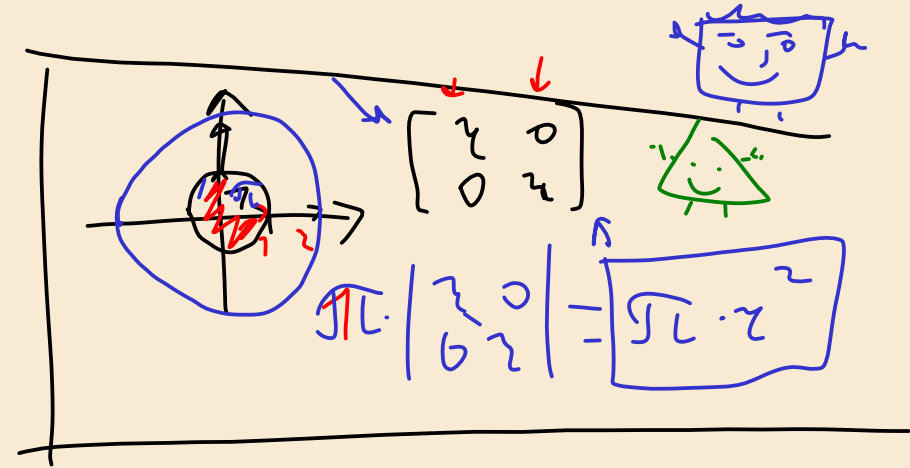
$$2 \int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx$$

$$\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos t \cos t dt =$$

$$x = \sin t \quad | \quad \sqrt{1-\sin^2 t} = \cos t$$

$$dx = \cos t dt$$

$$-1, 1 \quad | \quad \sin^{-1} \quad | \quad \sin \quad | \quad \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}$$



$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^2 t dt =$$

$$= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{1 + \cos(2t)}{2} dt =$$

$$= \frac{1}{2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} 1 dt + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos 2t dt =$$

$$= \frac{1}{2} t \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} + \frac{1}{2} \frac{\sin 2t}{2} \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} =$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \right) + \frac{1}{4} \sin \pi - \left( -\frac{1}{4} \sin \pi \right) =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \pi = \frac{\pi}{2}$$