

Topologie

Contexte et méthode

Définitions et propriétés élémentaires

DÉFINITION 1. Soit E un ensemble, et $\mathcal{T} \subset \mathcal{P}(E)$. On dit que (E, \mathcal{T}) est un espace topologique si :

1. $\emptyset \in \mathcal{T}, E \in \mathcal{T}$,
2. \mathcal{T} est stable par union quelconque,
3. \mathcal{T} est stable par intersection finie.

Les éléments de \mathcal{T} sont appelés des ouverts, et leurs complémentaires sont des fermés.

REMARQUE. Une intersection de topologies étant encore une topologie, on en déduit la validité de la définition suivante.

DÉFINITION 2. Soit $A \subset \mathcal{P}(E)$, on note $\mathcal{T}(A)$ la plus petite topologie contenant A , dite *topologie engendrée*. Cette topologie est obtenue en prenant les unions quelconques d'intersections finies d'éléments de A .

DÉFINITION 3. Soit (E, \mathcal{T}) un espace topologique, on dit que $\mathcal{B} \subset \mathcal{T}$ est une base si tout élément de \mathcal{T} s'écrit comme union d'éléments de \mathcal{B} .

REMARQUE. Attention, en général A n'est pas une base de $\mathcal{T}(A)$!

Résultats principaux

Outils importants

Autres résultats