

Lista de Exercício – Pesquisa Operacional

1. Uma pessoa quer montar um terreno de tal forma que a área seja máxima, e o perímetro é igual a 200 metros. Determine as dimensões do terreno, sabendo que o terreno deverá ser retangular.
2. Um fazendeiro quer cercar uma área de 15 mil metros quadrados em um campo retangular e então dividi-lo ao meio com uma cerca paralela a um dos lados do retângulo. Como fazer isso de forma que minimize o custo da cerca?
3. Um contêiner para estocagem retangular com uma tampa aberta deve ter um volume de 10 m^3 . O comprimento de sua base é o dobro da largura. O material para a base custa 10 reais por metro quadrado. O material para os lados custa 6 reais por metro quadrado. Encontre o custo dos materiais para o mais barato desses contêineres.
4. Um pedaço de fio com 10 metros de comprimento é cortado em duas partes. Uma parte é dobrada no formato de um quadrado, ao passo que a outra é dobrada na forma de um triângulo equilátero. Como deve ser cortado o fio de forma que a área total englobada seja máxima.
5. Seja a função $C(x)$ a função custo, sendo que o custo depende da quantidade produzida x . Seja a função $C(x) = 16000 + 200x + 4x^{3/2}$, determine:
 - a) A função custo marginal e o custo marginal para 1000 unidades produzidas.
 - b) A função custo médio.
 - c) A quantidade a ser produzida para que o custo médio seja mínimo.
6. Seja $P(x) = 1700 - 7x$, a função demanda e $C(x) = 16000 + 500x - 1,6x^2 + 0,004x^3$ a função custo. Determine:
 - a) A função lucro.
 - b) A função lucro marginal.
 - c) Para que quantidade produzida o lucro será máximo.
7. Um time de beisebol joga em um estádio com capacidade para 35 mil espectadores. Com preço do ingresso a 10 reais, a média de público tem sido 27 mil. Quando os ingressos baixaram para 8 reais, a média de público subiu para 33 mil.
 - a) Escreva a função demanda, considere uma função linear.
 - b) Escreva a função receita, e para qual preço de ingresso a receita é máxima.
8. Se o preço de venda de um determinado produto é 10 reais, são vendidas 20 unidades. Ao aumentar o preço de venda em um real a quantidade vendida passou a 18 unidades. Determine a função lucro, sabendo que o custo de produção de uma unidade é de 6 reais.
9. Um fabricante vende 1000 televisores por semana a um preço de 450 reais. Uma pesquisa indica que para cada 10 reais de desconto oferecido ao comprador, o número de unidades vendidas aumenta 100 unidades por semana.
 - a) Escreva a função demanda.
 - b) Sabendo que a função custo é dada por $C(x) = 68000 + 150x$, qual deverá ser o desconto para maximizar o lucro?
10. O gerente de um complexo de apartamentos com 100 unidades sabe, a partir da experiência, que todas as unidades estarão ocupadas se o aluguel for de 800 reais mensais. Uma pesquisa de mercado sugere que, em média, uma unidade adicional permanecerá vazia para cada 10 reais de aumento no aluguel. Qual o aluguel que o gerente deverá praticar para maximizar a receita?
11. Uma pequena firma de construção é especializada em construção e venda de pequenas casas residenciais. A firma oferece dois tipos básicos de casa: os modelos A e B. As casas do modelo A requerem 4.000 horas de mão-de-obra, 2 toneladas de pedras e 600 metros lineares de tábuas de madeira. As casas do modelo B requerem 10.000 horas de mão-de-obra, 3 toneladas de pedra e 600 metros lineares de tábuas de madeira. Devido a extensão considerável do *lead time* para o pedido de suprimentos, e devido à escassez de mão-de-obra especializada na região, a firma será forçada, no próximo período sazonal de construções, a depender de seus recursos atuais. A disponibilidade máxima dos recursos é 400.000 horas de mão-de-obra, 150 toneladas de pedra e 60.000 metros lineares de tábua de madeira. Faça o modelo que permite determinar o mix (ou combinação das quantidades produzidas) de casas do tipo A e B que a firma deveria construir se as casas modelos A e B geram lucros unitários de \$ 1000 e \$ 2000, respectivamente. Considere que a firma consegue vender todas as unidades que constrói.

- a) Qual a decisão a ser tomada?
b) Determine quanto é utilizado de cada recurso.
12. Um fazendeiro dispõe de 500 hectares cultiváveis com cana, trigo e soja. Cada hectare de cana exige \$300 para preparação do terreno, 12 homens-dia de trabalho e gera um lucro de \$800. Um hectare de trigo implica custos de \$140 para preparação do terreno, 14 homens-dia de trabalho e dá um lucro de \$750. Analogamente, um hectare de soja exige \$160 e 10 homens-dia e dá um lucro de \$500. O fazendeiro dispõe de \$70.000 para cobrir os custos de trabalho e 5.000 homens-dia de mão de obra. Elabore um modelo de programação linear de modo a calcular a alocação da terra para os vários tipos de cultura com o objetivo de maximizar o lucro total.
13. Uma marcenaria deseja estabelecer uma programação diária de produção. Atualmente, a oficina faz apenas dois produtos: mesa e armário, ambos de um só modelo. Para efeito de simplificação, vamos considerar que a marcenaria tem limitações em somente dois recursos: madeira e mão-de-obra, cujas disponibilidades diárias são respectivamente 12m^2 e mão-de-obra 8 H.h
O processo de produção é tal que, para fazer 1 mesa a fábrica gasta 2m^2 de madeira e 2 H.h de mão-de-obra. Para fazer um armário, a fábrica gasta 3m^2 de madeira e 1 H.h de mão-de-obra. Além disso, o fabricante sabe que cada mesa tem uma margem de contribuição para o lucro de R\$ 4,0 e cada armário, de R\$ 1,0. O problema do fabricante é encontrar o programa de produção que maximiza a margem de contribuição total para o lucro. Elabore o modelo e resolva.
14. A empresa Have Fun S/A produz uma bebida energética muito consumida pelos frequentadores de danceterias noturnas. Dois dos componentes utilizados na preparação da bebida são soluções compradas em laboratórios terceirizados – solução Red e solução Blue – e que proveem os principais ingredientes ativos do energético: extrato de guaraná e cafeína. A companhia quer saber quantas doses de 10 mililitros de cada solução deve incluir em cada lata de bebida, para satisfazer às exigências mínimas padronizadas de 48 gramas de extrato de guaraná e 12 gramas de cafeína e, ao mesmo tempo, minimizar o custo de produção. Por acelerar o batimento cardíaco, a norma padrão também prescreve que a quantidade de cafeína seja de, no máximo, 20 gramas por lata. Uma dose da solução Red contribui com 8 gramas de extrato de guaraná e 1 grama de cafeína, enquanto uma dose da solução Blue contribui com 6 gramas de extrato de guaraná e 2 gramas de cafeína. Uma dose de solução Red custa \$0,06 e uma dose de solução Blue custa \$0,08.
a) Qual a decisão a ser tomada?
b) Determine quanto é utilizado de cada recurso.
15. Um alfaiate tem, disponíveis, os seguintes tecidos: 16 metros de algodão, 1 metros de seda e 15 metros de lã. Para um terno são necessários 2 metros de algodão, 1 metro de seda e 1 metro de lã. Para um vestido, são necessários 1 metro de algodão, 2 metros de seda e 3 metros de lã. Se um terno é vendido por \$30,0 e um vestido por \$50,0. Elabore um modelo para o problema e resolva pelo método gráfico.
a) Qual a decisão a ser tomada?
b) Determine quanto é utilizado de cada recurso.
16. Uma confeitaria produz dois tipos de bolos de soquete: chocolate e creme. Cada lote de bolo de chocolate é vendido com um lucro de 3 reais e os lotes de bolo de creme com um lucro de 1 real. Contratos com várias lojas impõem que sejam produzidos no mínimo 10 lotes de bolos de chocolate por dia e que o total de lotes fabricados nunca seja menos que 20. O mercado só é capaz de consumir até 40 lotes de bolos de creme e 60 de chocolate. As máquinas de preparação do sorvete disponibilizam 180 horas de operação, sendo que cada lote de bolo de chocolate consome 2 horas de trabalho e cada lote de bolos de creme 3 horas. Formule o modelo e determine a solução ótima.
17. A Fábrica de Rádios Sinval Vulah S.A. fabrica os modelos A, B e C que tem contribuição ao lucro de \$16, \$30 e \$50, respectivamente. As exigências de produção mínima semanal são 20000 para o modelo A, 120000 para o modelo B e 60000 para o modelo C. Cada tipo de rádio requer uma quantidade de tempo para fabricação das partes componentes, para a montagem e para embalagem. Especificamente, uma unidade do modelo A requer 0.3 h para fabricar, 0.4 h para montar e 0.1 para embalar. Os números correspondentes para uma unidade do modelo B são 0.4, 0.5 e 0.2, e para uma unidade do modelo C são 0.5, 0.8 e 0.3. Durante a próxima semana, a fábrica terá disponibilidade máxima de 120000 horas de tempo de fabricação, 160000 horas de montagem e 48000 horas de embalagem. Formule o modelo.
18. Uma companhia fabrica dois produtos P1 e P2 que utilizam os mesmos recursos produtivos: matéria-prima, forja e polimento. Cada unidade de P1 exige 4 horas de forjaria, 2 h de polimento e utiliza 100 unidades de matéria-prima.

Cada unidade de P2 requer 2 horas de forjaria, 3 h de polimento e 200 unidades de matéria-prima. O preço de venda de P1 é 1900 reais e de P2, 2100 reais. Toda produção tem mercado garantido. As disponibilidades são de: 20 h de forja; 10 h de polimento e 500 unidades de matéria-prima, por dia. Elabore o modelo linear para o problema e o resolva pelo método gráfico.

19. Uma empresa produz dois tipos de produtos, os produtos A e B. Para a produção de uma unidade de A são necessárias duas horas de montagem e uma hora de preparo. Para a produção de uma unidade de B são necessárias 3 horas de montagem e uma hora e meia de preparo. Para a produção uma unidade de A são necessárias 3 unidades de matéria-prima e para uma unidade de B 2 unidades de matéria-prima. A quantidade mínima de A a ser produzida é de 30 unidades e a quantidade mínima de B é de 10 unidades. O lucro unitário para cada unidade de A é 10 reais e para cada unidade de B é 12 reais. A disponibilidade de tempo de montagem é de 300 horas e de tempo de preparo é de 240 horas. A disponibilidade de matéria-prima é de 360 unidades. Determine a quantidade a ser produzida para que o lucro seja máximo.
20. Uma oficina mecânica deseja alocar o tempo ocioso disponível em suas máquinas para a produção de 3 produtos. A tabela abaixo dá as informações sobre as necessidades de horas de máquina para produzir uma unidade de cada produto, assim como a disponibilidade das máquinas, o lucro dos produtos e a demanda máxima existente no mercado. Deseja-se o esquema semanal de produção de lucro máximo, considerando que a quantidade a ser produzida de B seja o dobro da quantidade a ser produzida de C.

Tipo de Máquina	Produto A	Produto B	Produto C	Tempo disponível (horas por semana)
Torno	5	3	5	800
Fresa	8	4	0	1000
Furadeira	2	5	3	600
Lucro	20	15	18	

21. Um fundo de investimentos tem até R\$ 300.000,00 para aplicar em duas ações. A empresa D é diversificada (tem 40% do seu capital aplicado em cerveja e o restante aplicado em refrigerantes) e espera-se que forneça bonificações de 12%. A empresa N não é diversificada (produz apenas cerveja) e espera-se que distribua bonificações de 20%. Para este investimento, considerando a legislação governamental aplicável, o fundo está sujeito às seguintes restrições:
- O investimento na empresa diversificada pode atingir R\$ 270.000,00.
 - O investimento na empresa não-diversificada pode atingir R\$ 150.000,00.
 - Em cada produto (cerveja ou refrigerante) pode-se investir até R\$ 180.000,00.
- Pede-se: Qual o esquema de investimento que maximiza o lucro?
22. Um vendedor de frutas pode transportar 800 caixas de frutas para sua região de vendas. Ele necessita transportar 200 caixas de laranjas a 20 unidades monetárias de lucro por caixa, pelo menos 100 caixas de pêssegos a 10 unidades monetárias de lucro por caixa, e no máximo 200 caixas de tangerinas a 30 unidades monetárias de lucro por caixa. De que forma deverá ele carregar o caminhão para obter o lucro máximo?
23. Uma rede de televisão local tem o seguinte problema: foi descoberto que o programa A com 20 minutos de música e 1 minuto de propaganda chama a atenção de 30 mil telespectadores, enquanto o programa B, com 10 minutos de música e 1 minuto de propaganda chama a atenção de 10 mil telespectadores. No decorrer de uma semana, o patrocinador insiste no uso de no mínimo, 5 minutos para a sua propaganda e que não há verba para mais de 80 minutos de música. Quantas vezes por semana cada programa deve ser levado ao ar para obter o número máximo de telespectadores? Construa o modelo.
24. Uma empresa fabrica 2 modelos de cintos de couro. O modelo M1, de melhor qualidade, requer o dobro do tempo de fabricação em relação ao modelo M2. Se o todos os cintos fossem do modelo M2, a empresa poderia produzir 1000 unidades por dia. A disponibilidade de couro permite fabricar 800 cintos de ambos os modelos por dia. Os cintos empregam fivelas diferentes, cuja disponibilidade diária é de 400 para M1 e 700 para M2. Os lucros unitários são de \$4 para M1 e \$3 para M2. Qual o programa ótimo de produção que maximiza o lucro total diário da empresa? Construa o modelo do sistema descrito.
25. Uma empresa, após um processo de racionalização de produção, ficou com disponibilidade de 3 recursos produtivos, R1, R2, R3. Um estudo sobre o uso desses recursos indicou a possibilidade de se fabricar 2 produtos P1 e P2.

Levantando os custos e consultando o departamento de vendas sobre o preço de colocação no mercado, verificou-se que P1 daria um lucro de \$120,00 por unidade e P2, \$150,00 por unidade. O departamento de produção forneceu a seguinte tabela de uso de recursos.

Produto	Recursos R1 por unidade	Recursos R2 por unidade	Recursos R3 por unidade
P1	2	3	5
P2	4	2	3
Disponibilidade Mensal	100	90	120

Que produção mensal de P1 e P2 traz o maior lucro para a empresa? Construa o modelo do sistema.

26. Um fazendeiro está estudando a divisão de sua propriedade nas seguintes atividades produtivas:
- A (Arrendamento) - Destinar certa quantidade de alqueires para a plantação de cana-de-açúcar, a uma usina local, que se encarrega da atividade e paga pelo aluguel da terra \$300,00 por alqueire por ano.
- P (Pecuária) - Usar outra parte para a criação de gado de corte. A recuperação das pastagens requer adubação (100Kg/Alq.) e irrigação (100.000 litros de água/Alq.) por ano. O lucro estimado nessa atividade é de \$400,00 por alqueire por ano.
- S (Plantio de Soja) - Usar uma terceira parte para o plantio de soja. Essa cultura requer 200Kg por alqueire de adubos 200.000 litros de água/Alq. para irrigação por ano. O lucro estimado nessa atividade é de \$500,00/alqueire no ano.
- Disponibilidade de recursos por ano:
- 12.750.000 litros de água
- 14.000 Kg de adubo
- 100 alqueires de terra.
- Elabore o modelo de decisão.
 - Determine quantos alqueires deverá destinar a cada atividade para proporcionar o melhor retorno?
- Considerando que a área de pecuária deverá ser a metade da área destinada ao plantio de soja.
27. O departamento de marketing de uma empresa estuda a forma mais econômica de aumentar em 30% as vendas de seus dois produtos P1 e P2.
- As alternativas são:
- Investir em um programa institucional com outras empresas do mesmo ramo. Esse programa requer um investimento mínimo de \$3.000,00 e deve proporcionar um aumento de 3% nas vendas de cada produto, para cada \$1.000,00 investidos.
 - Investir diretamente na divulgação dos produtos. Cada \$1.000,00 investidos em P1 retornam um aumento de 4% nas vendas, enquanto que para P2 o retorno é de 10%.
- A empresa dispõe de \$10.000,00 para esse empreendimento. Quanto deverá destinar a cada atividade? Construa o modelo do sistema descrito.
28. Uma fábrica de computadores produz dois modelos de microcomputadores A e B. O modelo A fornece um lucro de R\$ 180,00 e B, de R\$ 300,00. O modelo A requer, na sua produção, um gabinete pequeno e uma unidade de disco. O modelo B requer 1 gabinete grande e 2 unidades de disco. Existem no estoque 60 do gabinete pequeno, 50 do gabinete grande e 120 unidades de disco. Pergunta-se: Qual deve ser o esquema de produção que maximiza o lucro? Uma empresa do ramo de madeira produz madeira tipo compensado e madeira serrada comum e seus recursos são 40 m³ de pinho e 80 m³ de canela. A madeira serrada dá um lucro de R\$ 5,00 por m³ e a madeira compensada dá um lucro de R\$ 0,70 por m³. Para produzir uma mistura de 1 metro cúbico de madeira serrada são requeridos 1 m³ de pinho e 3 m³ de canela. Para produzir 100 m³ de madeira compensada são requeridos 3 m³ de pinho e 5 m³ de canela. Compromissos de venda exigem que sejam produzidos pelo menos 5 m³ de madeira serrada e 900 m² de madeira compensada. Qual é o esquema de produção que maximiza o lucro?
29. Uma mulher tem R\$ 10.000,00 para investir e seu corretor sugere investir em dois títulos, A, B. O título A é bastante arriscado, com lucro anual de 10% e o título B é bastante seguro, com um lucro anual de 7%. Depois de algumas considerações, ela resolve investir no máximo R\$ 6.000,00 no título A, no mínimo R\$ 2.000,00 no título B. Como ela deverá investir seus R\$ 10.000,00 a fim de maximizar o rendimento anual?