EXERCÍCIOS – Taxa Nominal e Efetiva

Taxa Efetiva e Nominal

A taxa nominal ou taxa aparente é a expressão dos juros não considerando o prazo que ele incidirá, enquanto a taxa efetiva é aquela ajustada ao prazo correspondente da operação.

$$[(taxa/100 + 1)^{prazo/30} - 1] \times 100$$

Exemplo:

O banco informou que a taxa de desconto é de 5% am e o prazo do desconto foi de 42 dias.

Taxa nominal = 5,00 % am

$[5/100 + 1)^{42/30} - 1] \times 100$ = taxa efetiva de 7,07% no período de 42 dias, ajustada ao prazo correspondente.

Exemplo 01: Calcular a equivalência entre as taxas na capitalização composta:

$$[(taxa/100 + 1)^{QQ/QT} - 1] * 100$$

Taxa Conhecida	Taxa equivalente para:
a) 79,5856% ao ano	1 mês
b) 28,59% ao trimestre	1 semestre
c) 2,5% ao mês	105 dias
d) 0,5% ao dia	1 ano
e) 25% a.a.(ano comercial)	1 ano exato (base 365 dias)

a) $i_{eq} = \{ (1 + 0{,}7958)^{30/360} - 1\} . 100$
$i_{eq} = \{ (1 + 0{,}7958)^{0{,}083333} - 1\} . 100$
$i_{eq} = \{ 1{,}049997 - 1\} . 100$
$i_{eq} = \{ 0{,}049997\} . 100$
i_{eq} = **5% ao mês**

d) $i_{eq} = \{ (1 + 0{,}005)^{360/1} - 1\} . 100$
$i_{eq} = \{ (1{,}005)^{360} - 1\} . 100$
$i_{eq} = \{ 6{,}022575 - 1\} . 100$
$i_{eq} = \{ 5{,}022575\} . 100$
i_{eq} = **502,26% ao ano**

b) $i_{eq} = \{ (1 + 0{,}2859)^{180/90} - 1\} . 100$
$i_{eq} = \{ (1 + 0{,}2859)^{2} - 1\} . 100$
$i_{eq} = \{ 1{,}653539 - 1\} . 100$
$i_{eq} = \{ 0{,}653539\} . 100$
i_{eq} = 65,35% ao semestre

e) $i_{eq} = \{ (1 + 0{,}25)^{365/360} - 1\} . 100$
$i_{eq} = \{ (1{,}25)^{1{,}013889} - 1\} . 100$
$i_{eq} = \{ 1{,}253880 - 1\} . 100$
$i_{eq} = \{ 0{,}253880\} . 100$
i_{eq} = 25,39% ao período

c) $i_{eq} = \{ (1 + 0{,}025)^{105/30} - 1\} . 100$
$i_{eq} = \{ (1{,}025)^{3{,}5} - 1\} . 100$
$i_{eq} = \{ 1{,}090269 - 1\} . 100$
$i_{eq} = \{ 0{,}090269\} . 100$
i_{eq} = 9,03 % ao período

Taxa Efetiva

Taxa Real, Taxa Aparente e Taxa de Inflação

Denominamos taxa aparente (i) aquela que vigora nas operações correntes (financeiras e comerciais). Quando não há inflação (I), a taxa aparente (i) é igual à taxa real (R); porém, quando há inflação (I), a taxa aparente (i) é formada por dois componentes:

Um correspondente ao "juro real" e outro correspondente a inflação. Daí,

$$\mathbf{(1 + i) = (1 + R) \,.\, (1 + I)}$$

Sendo: C: capital inicial; R: taxa real de juros; I: taxa de inflação; i: taxa aparente.

Exemplo 01: Qual a taxa aparente, correspondente a um ganho real de 9% ao ano se a taxa de inflação do período for 11,9%?

Resolução: i = ?; R = 9%ao ano; I = 11,9%;

$(1 + i) = (1 + R) \,.\, (1 + I)$

$(1 + i) = (1 + 0{,}09) \,.\, (1 + 0{,}119) \rightarrow (1 + i) = (1{,}09) \,.\, (1{,}119)$

$(1 + i) = 1{,}219710 \rightarrow i = 1{,}219710 – 1 \rightarrow i = 0{,}219710 \,.\, 100$

i = 21,97% ao ano

Sendo: i_a = taxa aparente; i_r = taxa real; i_i = inflação

Exemplo: Após 15 meses um investidor teve 21% de rendimento. Sabendo que nesse período a inflação foi e 9%, qual foi a taxa real do investimento?

$(1 + 0{,}21) = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}09)$

$(1 + i_r) = 1{,}21/1{,}09$

$i_r = 1{,}11 – 1$

$i_r = 0{,}11$ (* 100)

i_r = 11% ao período

Questão 1 (BNB – FGV). Renato pediu empréstimo ao banco para pagamento em um ano com taxa anual real de juros de 28%. Sabendo que a inflação prevista para o período é de 7%, a taxa aparente de juros é de, aproximadamente:

(A) 33% (B) 34% (C) 35% (D) 36% (E) 37%

Resolução: Vamos calcular a taxa aparente através da seguinte relação:

$$1 + r = \frac{1 + i}{1 + I}$$

$$1 + 0,28 = \frac{1 + i}{1 + 0,07}$$

$$1,28 = \frac{1 + i}{1,07}$$

$$1 + i = 1,28.1,07$$

$$i = 1,3696 - 1$$

$$i = 0,3696$$

Taxa aparente ≅ 37%

Resposta: E

Taxa Over Night

Algumas aplicações financeiras, como os títulos do tesouro, fundos de investimentos e demais aplicações financeiras, possuem remunerações através de dias úteis, desconsiderando finais de semana. O sistema financeiro utiliza como padrão os dias úteis em 252 dias, para o cálculo mensal o valor é multiplicado pelo período de 30.

A fórmula da tava over mensal é:

$$\textbf{Taxa Over} = \{[(1+i)^{1/252}] - 1\} \times 30 \times 100$$

Exemplo: um determinado título do tesouro brasileiro remunera à taxa de 19% aa. Considerando sua remuneração em dias úteis, qual a taxa over da aplicação?

$$\text{Taxa Over} = \{[(1+0{,}19)^{1/252}] - 1\} \times 30 \times 100$$

Neste caso, a taxa over do título público é de 2,07% am.

Exemplo 1: Suponha que a taxa "over" em determinado momento esteja definida em 5,4% a.m. No período de referência da taxa, estão previstos 22 dias úteis. Qual a taxa efetiva do período?

Solução: Como a taxa "over" é geralmente definida por juros simples (taxa nominal), a taxa diária atinge:

$$i = \frac{5{,}4\%}{30} = 0{,}18\%$$ ao dia .... taxa nominal

Sabendo que no período de referência dessa taxa existem 22 dias úteis, a <u>taxa efetiva</u> é obtida pela capacitação composta, ou seja: $\boxed{\mathbf{i = (1 + 0{,}0018)^{22} - 1 = 4{,}04\%\ a.m.}}$

Em outras palavras, pode-se concluir que 4,04% representam a taxa efetiva para 22 dias úteis, **ou mesmo para os 30 dias corridos daquele mês.**

Se fosse dada a taxa efetiva para se transformar em "over", o procedimento de cálculo seria o inverso, ou seja:

- Descapitalizar exponencialmente a taxa efetiva para cada dia útil previsto na operação;
- Por ser nominal, e definida mensalmente, a taxa "over" é obtida pelo produto da taxa descapitalizada pelo número de dias corridos do mês.

Aplicando-se esses procedimentos na ilustração, tem-se: i = 4,04% ao mês; du = 22 dias úteis

$$i = (1{,}0404)^{\frac{1}{22}} - 1$$ = 0,18% ao dia útil.

OVER = 0,18% x 30 = 5,4% a.m.

Ou ainda pela formula de cálculo da taxa "over": Dada uma taxa efetiva de juros, pode ser desenvolvida da seguinte forma:

$$over = \left[(1+i)^{\frac{1}{du}} - 1\right] x30$$

Substituindo os valores ilustrativos acima, chega-se aos 5,4% a.m., ou seja:

$$over = \left[(1{,}0404)^{\frac{1}{22}} - 1\right] x30$$ = 5,4% a.m.

EXERCÍCIOS PARA RESOLVER

1) Determinar a taxa:

a) Anual equivalente a 2% ao mês. **Resposta: 26,82%.**

b) Mensal equivalente a 60,103% ao ano **Resposta: 3,99%.**

c) Anual equivalente a 0,1612% ao dia **Resposta: 78,57%.**

d) Trimestral equivalente a 39,46 % a um semestre. **Resposta: 18,09%.**

e) Quinzenal equivalente a 1,5% ao bimestre. **Resposta: 0,37%.**

2) Qual a taxa real, correspondente a uma taxa aparente de 22% ao ano se a inflação do período for 11,9%? **(RESP. R = 9% ao ano).**

3) Qual a taxa de inflação, correspondente a uma taxa aparente de 22% ao ano se o rendimento real for no período 9% ? **(RESP. I = 11,9% ao ano).**

4) Calcule a taxa aparente anual que deva cobrar uma financeira para que ganhe 8% ao ano de juros reais quando a inflação for de 5% ao ano. (**RESP. i = 13,40% ao ano).**

5) Que taxa de inflação anual deve ocorrer para que um aplicador ganhe 12% ao ano de juros reais, caso a taxa aparente seja de 25% ao ano ? (**RESP.I = 11,60% ao ano).**

6) Uma taxa "over" está definida em 4,8% a.m. Para um mês de 23 dias úteis, determinar a taxa efetiva. **(RESP. 3,75% ao mês).**

7) Converter a taxa efetiva de 4,1% a.m. em taxa "over", sabendo que no período existem 21 dias úteis. **(RESP. 5,75% ao mês).**

8) Uma aplicação pelo prazo de 35 dias corridos, que incluem 26 dias úteis, remunerou o capital aplicado a uma taxa "over" de 4,3% a.m. Determinar a taxa efetiva mensal de juros. **(RESP. 3,73% ao mês).**