Estatística e Probabilidade

Bacharelado em Sistemas de Informação

Aula 7: Distribuições de Probabilidade

Prof. Dr. Samuel Sanches

VARIÁVEIS ALEATÓRIAS

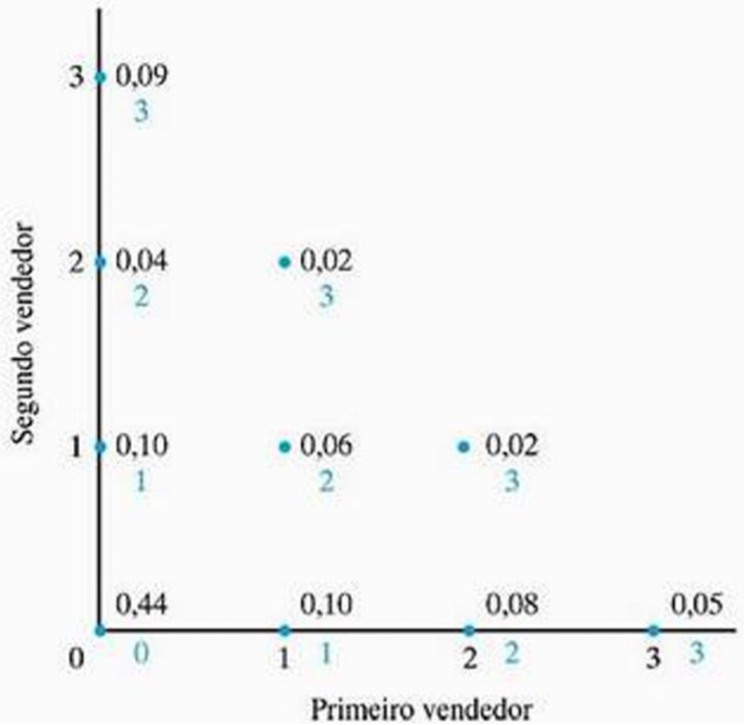
- ★ Resultados dos experimentos => variáveis aleatórias

- ★ (não são variáveis e nem aleatórias, como o pé de cabra, não é nem pé e nem cabra)

VARIÁVEIS ALEATÓRIAS

★ Exemplo da venda dos caminhões, vamos analisar quantos os dois vendedores vão vender juntos na semana, essa será nossa variável aleatória (azul no gráfico), veja que são valores finitos (não temos infinitas possibilidades), ou seja, **discretos**.

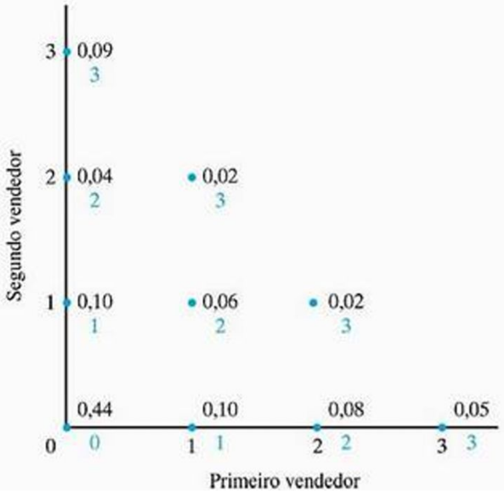
★ Na matemática quando associamos números com pontos, temos uma função, então a nossa variável aleatória está mais para uma função no nosso problema, aqui entram as **contínuas**.



DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE

★ Probabilidade => variável aleatória => valor particular => somamos as probabilidades do espaço amostral em que aquele valor é assumido.

Número de caminhões vendidos	*Probabilidade*
0	0,44
1	0,20
2	0,18
3	0,18



★ A tabela ilustra a distribuição, onde assumimos probabilidades para os valores particulares assumidos.

DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE

★ Para um dado equilibrado, possibilidades são 1, 2, 3, 4, 5, 6, a probabilidade é 1/6:

★ Costume escrever como fórmula:
f(x) = 1/6
para x = 1, 2, 3, 4, 5 e 6

onde f(1) => probabilidade de obter 1

Número de pontos na jogada de um dado	*Probabilidade*
1	$\frac{1}{6}$
2	$\frac{1}{6}$
3	$\frac{1}{6}$
4	$\frac{1}{6}$
5	$\frac{1}{6}$
6	$\frac{1}{6}$

★ Por serem probabilidades, estarão no **intervalo de 0 a 1** e a **soma de todos** os valores de uma distribuição de probabilidade deve ser **igual a 1**.

DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE

- ★ Lançamento 4x de uma moeda (16 resultados): KKKK, KKKC, KKCK, KCKK, CKKK, KKCC, KCKC, KCCK, CKKC, CKCK, CCKK, KCCC, CKCC, CCKC, CCCK e CCCC.
- ★ Distribuição para o resultado que temos cara:

Número de formas	*Probabilidade*
0	$\frac{1}{16}$
1	$\frac{4}{16}$
2	$\frac{6}{16}$
3	$\frac{4}{16}$
4	$\frac{1}{16}$

DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE

★ **Exemplo**: Verifique que a distribuição de probabilidade do número de caras obtidas em quatro lançamentos de uma moeda equilibrada é dada por:

$$f(x) = \frac{\binom{4}{x}}{16} \quad \text{para} \quad x = 0, 1, 2, 3 \text{ e } 4$$

Substituindo: $\binom{4}{0} = 1, \binom{4}{1} = 4, \binom{4}{2} = 6, \binom{4}{3} = 4 \text{ e } \binom{4}{4} = 1$

Obtendo: f(0) = 1/16, f(1) = 4/16, f(2) = 6/16, f(3) = 4/16 e f(4) = 1/16

DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE

★ **Exemplo**: Verifique se a correspondência dada pela expressão pode ser a distribuição de probabilidade de alguma variável aleatória.

$$f(x) = \frac{x+3}{15} \quad \text{para} \quad = 1, 2 \text{ e } 3$$

Substituindo os valores de x em f(x):

$$f(1) = \frac{4}{15},\ f(2) = \frac{5}{15} \text{ e } f(3) = \frac{6}{15}$$

Nenhum valor negativo ou > 1 e a soma:

$$\frac{4}{15} + \frac{5}{15} + \frac{6}{15} = 1$$

Pode ser a distribuição de alguma variável aleatória!

DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL

★ **x** sucessos e **n - x** fracassos em **n** tentativas.

★ Número fixo de provas.

★ A probabilidade de sucesso é a mesma em cada prova.

★ As provas são todas independentes.

★ A probabilidade de se obter **x** sucessos em **n** provas independentes é:

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \quad para \quad x = 0, 1, 2, \ldots, ou\ n$$

onde **p** é a probabilidade constante de sucesso em cada prova.

DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL

- ★ **Exemplo**: A expressão para o número de caras foi apresentada, utilizando a distribuição binomial, chegue na expressão, onde n = 4 e p = 1/2.

$$f(x) = \binom{4}{x}\left(\frac{1}{2}\right)^x\left(1-\frac{1}{2}\right)^{4-x} = \binom{4}{x}\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{\binom{4}{x}}{16}$$

para x = 0, 1, 2, 3 e 4.

DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL

★ **Exemplo**: Se a probabilidade de um eleitor qualquer (escolhido aleatoriamente) votar na eleição é 0,7, qual é a probabilidade de 2 entre 5 votarem na eleição?

$$x = 2,\ n = 5,\ p = 0{,}70 \text{ e } \binom{5}{2} = 10$$

$$f(2) = \binom{5}{2}(0{,}70)^2(1-0{,}70)^{5-2} = 10(0{,}70)^2(0{,}30)^3 = 0{,}132$$

DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL

★ **Exemplo**: A probabilidade de uma pessoa fazendo compras em um mercado que aproveite uma promoção é de 0,3. Determine a probabilidade de que dentre 6 pessoas, haja 0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6 aproveitando a promoção. Esboce um histograma da distribuição.

n = 6 e p = 0,3, com x = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6

$$f(0) = \binom{6}{0}(0{,}30)^0(0{,}70)^6 = 0{,}118$$

$$f(1) = \binom{6}{1}(0{,}30)^1(0{,}70)^5 = 0{,}303$$

$$f(2) = \binom{6}{2}(0{,}30)^2(0{,}70)^4 = 0{,}324$$

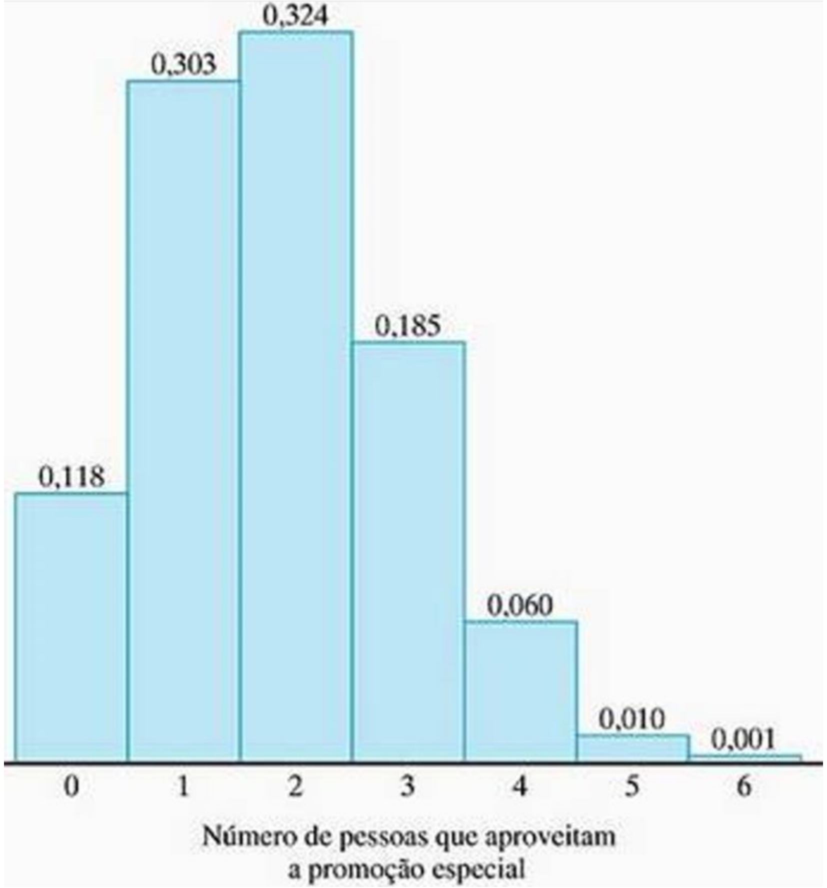
$$f(3) = \binom{6}{3}(0{,}30)^3(0{,}70)^3 = 0{,}185$$

$$f(4) = \binom{6}{4}(0{,}30)^4(0{,}70)^2 = 0{,}060$$

$$f(5) = \binom{6}{5}(0{,}30)^5(0{,}70)^1 = 0{,}010$$

$$f(6) = \binom{6}{6}(0{,}30)^6(0{,}70)^0 = 0{,}001$$

DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL



DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL

★ Vale para qualquer cenário que teríamos p = 0,3 e escolhas de 0 a 6:

★ Relógio tem p = 0,3 de durar dois anos, então qual a probabilidade dentre 6 (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6) durem 2 anos.

★ Pessoa tem p = 0,3 de sobreviver com uma doença por mais de 10 anos, então qual a probabilidade dentre 6 (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6) vivam mais que 10 anos.

DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL

★ **Exemplo**: A probabilidade de um eclipse lunar ser ocultado por nuvens num observatório é de 0,6. Encontre as probabilidades de serem ocultados: **a)** no máximo 3 dentre 10 eclipses; **b)** no mínimo 7 dentre 10.

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

a) n = 10 e p = 0,6 com x = 0, depois 1, 2 e 3:

$$0{,}000 + 0{,}002 + 0{,}011 + 0{,}042 = 0{,}055$$

b) n = 10 e p = 0,6 com x = 7, depois 8, 9 e 10:

$$0{,}215 + 0{,}121 + 0{,}040 + 0{,}006 = 0{,}382$$

DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL

★ **Exemplo**: A **probabilidade** de um eclipse lunar ser ocultado por nuvens num observatório **é de 0,63**. Encontre as probabilidades de serem ocultados: **a)** no máximo 3 dentre 10 eclipses; **b)** no mínimo 7 dentre 10.

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

a) n = 10 e p = 0,63 com x = 0, depois 1, 2 e 3:

$$0{,}0000 + 0{,}0008 + 0{,}0063 + 0{,}0285 = 0{,}0356$$

b) n = 10 e p = 0,63 com x = 7, depois 8, 9 e 10:

$$0{,}2394 + 0{,}1529 + 0{,}0578 + 0{,}0098 = 0{,}4599$$

Planilha Aula 7:
https://docs.google.com/spreadsheets/d/1v12K3nJdlAACqtDl1M4dFDRFWxgRpalIvsiZcH84XdY/edit?usp=share_link

DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL

★ Ao observar um valor da variável que possui distribuição binomial, como em quantas caras em 25 lançamentos de uma moeda ou número de acidentes (dentre 20 investigados) causados por embriaguez, dizemos que estamos extraindo uma **amostra de uma população binomial**.

DISTRIBUIÇÃO HIPERGEOMÉTRICA

★ A distribuição binomial vale quando temos amostras com reposição e as provas são todas independentes, como ao jogar uma moeda.

★ **Exemplo** (sem reposição): uma floricultura envia limoeiros de 3 anos em lotes de 24 e, ao chegar, seleciona ao acaso 3 de cada lote. Se tudo ok, é aceito, se não, as 21 restantes são inspecionadas. Podemos escolher 3 ok e o resto ruim, temos um risco considerável. Veja que ao escolher 1, ela é retirada do todo!

DISTRIBUIÇÃO HIPERGEOMÉTRICA

★ Escolher **n** objetos de um conjunto em que **a** objetos são do tipo sucesso e **b** objetos são do tipo fracasso, a amostragem é **sem reposição**, queremos a probabilidade de obter **x** sucessos e **n - x** fracassos.

★ Temos combinação de **a + b** com **n** de escolher.

$$\binom{a+b}{n}$$

★ Temos **x** com **a** combinações de sucessos e **b** com **n - x** combinações de fracassos.

$$\binom{a}{x} \cdot \binom{b}{n-x}$$

DISTRIBUIÇÃO HIPERGEOMÉTRICA

★ A probabilidade de x sucessos em n provas é:

$$f(x) = \frac{\binom{a}{x} \cdot \binom{b}{n-x}}{\binom{a+b}{n}} \quad para\ x = 0, 1, 2, \ldots, ou\ n$$

x não pode ser maior que **a** e **n - x** não pode ser maior que **b**.

DISTRIBUIÇÃO HIPERGEOMÉTRICA

★ **Exemplo**: Um funcionário deveria remeter 6 de 15 pacotes, mas mistura aleatoriamente e manda 6. Qual é a probabilidade de que apenas três dos pacotes que deveriam ir, realmente foram?

a = 6 (tipo sucesso), b = 9 (tipo fracasso), n = 6 (tentativas) e x = 3 (sucessos obtidos)

$$f(3) = \frac{\binom{6}{3} \cdot \binom{9}{6-3}}{\binom{15}{6}} = \frac{20 \cdot 84}{5.005} \approx 0{,}336$$

DISTRIBUIÇÃO HIPERGEOMÉTRICA

★ **Exemplo**: De 16 ambulâncias, 5 emitem muitos poluentes. Se 8 são escolhidas ao acaso, qual é a probabilidade de que na amostra inclua pelo menos 3 que emitem muitos poluentes?

pelo menos 3, pode ser 3, 4 ou 5! f(3) + f(4) + f(5), com a = 5, b = 11 e n = 8:

então 0,359 + 0,128 + 0,013 = 0,500

$$f(3) = \frac{\binom{5}{3} \cdot \binom{11}{5}}{\binom{16}{8}} = \frac{10 \cdot 462}{12.870} = 0{,}359$$

$$f(4) = \frac{\binom{5}{4} \cdot \binom{11}{4}}{\binom{16}{8}} = \frac{5 \cdot 330}{12.870} = 0{,}128$$

$$f(5) = \frac{\binom{5}{5} \cdot \binom{11}{3}}{\binom{16}{8}} = \frac{1 \cdot 165}{12.870} \approx 0{,}013$$

DISTRIBUIÇÃO HIPERGEOMÉTRICA

★ Muitas vezes podemos utilizar a binomial no lugar da hipergeométrica, por ser mais simples, binomial 2 parâmetros (n e p), já a hipergeométrica 3 parâmetros (a, b e n).

★ Se n não exceder 5% de a + b, podemos utilizar a binomial sem problemas:

$$n \leq (0{,}05)(a + b)$$

DISTRIBUIÇÃO HIPERGEOMÉTRICA

★ **Exemplo**: 120 dos 300 internos, têm pena por crimes com drogas. Se 8 forem escolhidos ao acaso, qual é a probabilidade de que 3 dentre 8 estejam cumprindo pena por crimes com drogas?

n = 8, a + b = 300, (0,05)*(300) = 15, logo podemos utilizar a binomial:

n = 8 e p = 120/300 = 0,40, com x = 3, utilizando a expressão da binomial, encontramos probabilidade de 0,279

se utilizar a hipergeométrica encontramos que o erro é de apenas 0,003

Planilha Aula 7:
https://docs.google.com/spreadsheets/d/1v12K3nJdlAACqtDl1M4dFDRFWxgRpalIvsiZcH84XdY/edit?usp=share_link

DISTRIBUIÇÃO DE POISSON

★ Quando **n** é **grande** e **p** é **pequena**, as distribuições binomiais são aproximadas para:

$$f(x) = \frac{(np)^x \cdot e^{-np}}{x!} \quad para \quad x = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

★ Número de Euler (irracional) e = 2,71828..., base dos logaritmos naturais (ln).

★ Quão grande: **n ≥ 100** e **n*p < 10**

★ Alguns casos, a hipergeométrica pode ser aproximada para binomial que pode ser aproximada para a Poisson

DISTRIBUIÇÃO DE POISSON

★ **Exemplo**: 2% dos livros de uma gráfica apresentam defeitos. Com a distribuição de Poisson, encontre a probabilidade de que 5 apresentem defeito em um lote de 400.

n = 400 ≥ **100** e n*p = 400*(0,02) = 8 **< 10**, e x = 5:

$$f(5) = \frac{8^5 \cdot e^{-8}}{5!} = \frac{(32.768)(0,00033546)}{120} \approx 0,0916$$

DISTRIBUIÇÃO DE POISSON

★ **Exemplo**: Probabilidade de 0,00006 de um pneu furar em um túnel. Com a distribuição de Poisson, encontre a probabilidade de que ao menos 2 dentre 10.000 carros tenham o pneu furado nesse túnel.

n = 10.000 ≥ **100** e n*p = 10.000*(0,00006) = 0,6 **< 10**, aqui teríamos x = 2, 3, 4,....,10.000, melhor subtrair 1 do x = 0 e x = 1:

$$f(0) = \frac{(0,6)^0 \cdot e^{-0,6}}{0!} = \frac{1(0,5488)}{1} = 0,5488$$

$$f(1) = \frac{(0,6)^1 \cdot e^{-0,6}}{1!} \approx \frac{(0,6)(0,5488)}{1} = 0,3293$$

Então: 1 - (0,5488 + 0,3293) = 0,1219

DISTRIBUIÇÃO DE POISSON

★ **Exemplo**: De 4.000 faturas, 28 possuem erros. Escolhendo 150 aleatoriamente das 4.000, qual a probabilidade de encontrar 2 com erros nessas 150.

Aqui x = 2, a = 28, b = 4000 - 28 = 3972 e n = 150, mas 150 ≤ 0,05*4000 = 200, podemos utilizar a binomial com n = 150 e p = 28/4000 = 0,007, porém n **≥ 100** e n*p = 150*(0,007) = 1,05 **< 10** podemos utilizar a Poisson com x = 2:

$$f(2) = \frac{1{,}05^2 \cdot e^{-1{,}05}}{2!} = \frac{1{,}1025(0{,}349938)}{2} = 0{,}1929$$

DISTRIBUIÇÃO DE POISSON

★ Muitos casos não tem nenhuma ligação com a binomial, assim **np** passa a ser o parâmetro **λ** (letra grega minúscula *lambda*), então a probabilidade de se obter **x** sucessos é:

$$f(x) = \frac{\lambda^x \cdot e^{-\lambda}}{x!} \quad para \;\; x = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

★ O **λ** é interpretado como o número esperado, ou médio, de sucessos.

★ Situações onde se espera número fixo de “sucessos” por alguma unidade, como quanto são esperados 1,6 acidentes por dia em um cruzamento ou são esperados 8 azeitonas em uma pizza média portuguesa, etc...

DISTRIBUIÇÃO DE POISSON

- **Exemplo**: Dado que um banco recebe em média λ = 6 cheques sem cobertura por dia, qual é a probabilidade de receber 4 em um dia?

  Aqui x = 4, e λ = 6:

$$f(4) = \frac{6^4 \cdot e^{-6}}{4!} = \frac{1.296(0{,}002479)}{24} = 0{,}1339$$

DISTRIBUIÇÃO DE POISSON

★ **Exemplo**: Se podemos antecipar λ = 5,6 imperfeições por peça de um material, qual é a probabilidade de uma peça conter x = 3 imperfeições?

Aqui x = 3, e λ = 5,6:

$$f(3) = \frac{5{,}6^3 \cdot e^{-5{,}6}}{3!} = \frac{175{,}616(0{,}003698)}{6} \approx 0{,}1082$$

Planilha Aula 7:
https://docs.google.com/spreadsheets/d/1v12K3nJdlAACqtDl1M4dFDRFWxgRpalIvsiZcH84XdY/edit?usp=share_link

MÉDIA DE UMA DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE

- ★ A esperança matemática deve ser interpretada como uma média.
- ★ Valor esperado de uma variável aleatória interpretada como sua média.

$$\mu = \sum x \cdot f(x)$$

- ★ μ letra grega minúscula (chamada mu)
- ★ **Média de uma distribuição binomial:** $\mu = n \cdot p$
- ★ Para **distribuição de Poisson**, temos o parâmetro **λ = μ** que deve ser interpretado como uma média.

MÉDIA DE UMA DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE

★ **Exemplo**: Encontre a média da distribuição que se refere ao número de pontos obtidos na jogada de um dado equilibrado.

Número de pontos na jogada de um dado	*Probabilidade*
1	$\frac{1}{6}$
2	$\frac{1}{6}$
3	$\frac{1}{6}$
4	$\frac{1}{6}$
5	$\frac{1}{6}$
6	$\frac{1}{6}$

$$\mu = 1 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{6} = 3\frac{1}{2}$$

notação da fração indica 3 + 1/2 = 3,5

MÉDIA DE UMA DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE

★ **Exemplo**: Encontre o número médio de pessoas, dentre 6 que estejam fazendo compras, aproveitem a promoção.

$$\begin{aligned}\mu &= 0(0,118) + 1(0,303) + 2(0,324) + 3(0,185\\ &\quad + 4(0,060) + 5(0,010) + 6(0,001)\\ &= 1.802\end{aligned}$$

$$f(0) = \binom{6}{0}(0,30)^0(0,70)^6 = 0,118$$

$$f(1) = \binom{6}{1}(0,30)^1(0,70)^5 = 0,303$$

$$f(2) = \binom{6}{2}(0,30)^2(0,70)^4 = 0,324$$

$$f(3) = \binom{6}{3}(0,30)^3(0,70)^3 = 0,185$$

$$f(4) = \binom{6}{4}(0,30)^4(0,70)^2 = 0,060$$

$$f(5) = \binom{6}{5}(0,30)^5(0,70)^1 = 0,010$$

$$f(6) = \binom{6}{6}(0,30)^6(0,70)^0 = 0,001$$

MÉDIA DE UMA DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE

- **Exemplo**: Encontre o número médio de pessoas, dentre 6 que estão fazendo compras no mercado e aproveitam a promoção, utilizando a expressão da média para distribuição binomial.

  nesse problema tínhamos n = 6 e p = 0,3, então:

  $\mu = 6*0,3 = 1,8$

MÉDIA DE UMA DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE

- ★ Para a distribuição hipergeométrica: $\mu = \frac{n \cdot a}{a+b}$
- ★ **Exemplo**: Dentre 12 ônibus, 5 estão com os freios gastos. Se 6 desses 12 são escolhidos ao acaso, quantos podemos esperar que tenham freios gastos?

  amostragem sem reposição, a = 5, b = 7 e n = 6: $\mu = \frac{6 \cdot 5}{5+7} = 2{,}5$

- ★ Como selecionamos metade do total, é de se esperar que metade dos que estão com os freios ruins estejam incluídos.

DESVIO-PADRÃO DE UMA DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE

- ★ Para uma distribuição qualquer a variância é: $\sigma^2 = \sum (x - \mu)^2 \cdot f(x)$

- ★ Também chamada de **variância da variável aleatória** ou a **variância de sua distribuição de probabilidade**, a sua raiz quadrada nos fornece o **desvio-padrão populacional**.

- ★ **Variância da distribuição binomial**: $\sigma^2 = np(1 - p)$

DESVIO-PADRÃO DE UMA DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE

★ **Exemplo**: Encontre o desvio-padrão para o exemplo do mercado e da promoção. (Calculamos μ = 6*0,3 = 1,8; aqui o n = 6 e p = 0,3)

Número de pessoas	Probabilidade	Desvio da média	Quadrado do desvio da média	$(x-\mu)^2 f(x)$
0	0,118	−1,8	3,24	0,38232
1	0,303	−0,8	0,64	0,19392
2	0,324	0,2	0,04	0,01296
3	0,185	1,2	1,44	0,26640
4	0,060	2,2	4,84	0,29040
5	0,010	3,2	10,24	0,10240
6	0,001	4,2	17,64	0,01764
				$\sigma^2 = 1,26604$

$$\sigma = \sqrt{1,26604} = 1,13$$

ou: $\sigma^2 = np(1-p)$ $\quad \sigma^2 = 6(0,30)(0,70) = 1,26$ $\quad \sigma = 1,12$

DESVIO-PADRÃO DE UMA DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE

★ Vale lembrar: O desvio-padrão mede o tamanho esperado das flutuações ao acaso de uma variável aleatória, quando pequeno, existe uma alta probabilidade de que resulte em um valor próximo da média, quando grande é mais provável que resulte bem afastado da média.

★ Isso foi visto quando falamos do Teorema de Tchebichev, que continua válido:

A probabilidade de uma variável aleatória tomar um valor a menos de k desvios-padrão de qualquer um dos dois lados da média é pelo menos $1 - \frac{1}{k^2}$.

★ A menos de k desvios-padrão da média: $\mu - k\sigma$ e $\mu + k\sigma$

DESVIO-PADRÃO DE UMA DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE

★ **Exemplo**: A quantidade de chamadas telefônicas recebidas por um serviço de atendimento entre as 9 e as 10 horas da manhã é uma variável aleatória cuja distribuição tem a média μ = 27,5 e desvio-padrão σ = 3,2. O que o teorema de Tchebichev, com k = 3, nos diz sobre o número de chamadas telefônicas que o serviço pode esperar receber nesse horário?

$$\mu - 3\sigma = 27{,}5 - 3(3{,}2) = 17{,}9 \text{ e } \mu + 3\sigma = 27{,}5 + 3(3{,}2) = 37{,}1$$

podemos garantir com probabilidade de pelo menos $1 - 1/3^2 = 8/9 \cong 0{,}89$ que receberá entre 17,9 (18) e 37,1 (37) chamadas.

DESVIO-PADRÃO DE UMA DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE

★ **Exemplo**: O que o teorema de Tchebichev, com $k = 5$, pode nos dizer sobre o número de caras e, portanto, sobre a proporção de caras que podemos obter em 400 jogadas de uma moeda equilibrada?

Distr. Binomial: $n = 400$ e $p = 0{,}50$, então $\mu = 400*0{,}50 = 200$ e $\sigma = \sqrt{(400*0{,}50*0{,}50)} = 10$.

$\mu - 5\sigma = 200 - 5*10 = 150$
$\mu + 5\sigma = 200 + 5*10 = 250$

podemos garantir com probabilidade de pelo menos $1 - 1/5^2 = 24/25 \cong 0{,}96$ que vamos obter entre 150 e 250 caras ou que a proporção de caras vai ficar entre $150/400 = 0{,}375$ e $250/400 = 0{,}625$.

EXERCÍCIOS

- ★ **Lista 3 de Exercícios → Parte 1**

  https://docs.google.com/document/d/1hebfg13HiDFVPoanhcPTj5a4571tU6vUA1wA1QQtxCI/edit?usp=share_link

- ★ Muito obrigado pela atenção!