Analisis de Fractura de Roca
Reporte de Resultados

Estudiante:	Hazel Shamed Sánchez Chávez
Profesor:	Dr. Hector Gabriel Salazar Pedroza

Resumen

1. Introducción

2. Planteamiento de hipótesis

Las ecuaciones fundamentales que describen ondas generadas por un impacto fuerte y rápido en una roca y por qué producen patrones elípticos o circulares. Las divido en niveles: desde la ecuación base hasta los modelos específicos usados en geología y mecánica de fracturas.

2.1. Ecuación de onda elastodinámica

Un impacto fuerte sobre una roca genera **ondas sísmicas** que se propagan como deformaciones en el medio sólido. La ecuación general que describe esto es la **ecuación de Navier–Cauchy**:

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = (\lambda + \mu)\nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{F}$$

Donde,

$$\mathbf{u}(x, y, z, t) = \begin{pmatrix} u_x(x, y, z, t) \\ u_y(x, y, z, t) \\ u_z(x, y, z, t) \end{pmatrix}$$

es el campo de desplazamientos; ρ, densidad de la roca; λ y μ, constantes de Lamé (rigidez); y $\mathbf{F}$ la fuerza impulsiva del impacto.

Esta ecuación genera dos ondas:

- **Ondas P:** compresionales, rápidas
- **Ondas S:** cortantes, más lentas

Si el impacto es puntual, la solución en 2D se vuelve casi circular; si el cuerpo tiene anisotropía o estratos, aparecen patrones elípticos.

2.1.1. Ecuación de onda para un impacto impulsivo

Sea δ la delta de Dirac y F_0 la fuerza del impacto fuerte. Este impacto se modela como una fuerza de la forma

$$\mathbf{F}(r, t) = F_0 \delta(r) \delta(t).$$

Es decir, concentrada en un punto ($\delta(r)$) y muy breve en el tiempo ($\delta(t)$).

Por lo tanto, podemos escribir la ecuación de Navier-Cauchy como

$$\rho \, \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 u + F_0 \delta(r)\delta(t)$$

donde (c) es la velocidad de onda en la roca.

2.2. Solución aproximada: ondas concéntricas

En un medio elástico e isótropo la solución del impacto es

$$u(r,t) \approx \frac{F_0}{2\pi\rho c^2 r} \, H\left(t - \frac{r}{c}\right)$$

donde $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ y H es la función escalón.

Esto significa que las ondas se propagan formando círculos concéntricos.

2.3. Por qué aparecen patrones elípticos en rocas

Si la roca no es isotrópica (muy común en lozas), las ondas no viajan igual en todas las direcciones.

Esto se modela usando velocidades diferentes según dirección ($c_x \neq c_y$)

Entonces la ecuación es:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c_x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + c_y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

La solución ya no forma círculos sino elipses

$$\frac{x^2}{(c_x t)^2} + \frac{y^2}{(c_y t)^2} = 1$$

Esto podría explicar por qué aparecen patrones elípticos en las lozas (la onda se propaga más rápido en un eje que en otro).

2.4. Fracturas generadas por impacto (modelos de grietas)

Si el impacto excede la resistencia de la roca, se generan fracturas. La ecuación que gobierna la apertura de una grieta está dada por **Ley de Griffith** (inicio de fractura:

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2E\gamma}{\pi a}}$$

donde E es el módulo de Young, γ la energía superficial y a la longitud inicial de defecto.

Si el impacto genera una onda con $\sigma_{\text{onda}} > \sigma_c$ entonces aparece una grieta

2.5. Forma de la grieta por impacto

Si el impacto es perpendicular

$$\text{Grietas radiales + círculos concéntricos (conos Hertzianos)}$$

Si hay anisotropía:

$$\text{Elipses concéntricas + fracturas en forma de abanico}$$

Esto coincide con muchos patrones en rocas y lozas.