

Rozwiązanie zadania 5.

Minimalna wartość

Dla $N = 0$, 0

Dla $N = 1$, 5

Dla $N \geq 2$, 2

Uzasadnienie

Bez współbieżności podane wartości są oczywiste.

Założmy, że operujemy na zmiennej x , gdzie stan początkowy to $x = 0$. Możemy operacje **odczytu**, **inkrementacji** i **zapisu** nazwać kolejno R , I i W .

Podam sekwencję dla $N = 2$; dla $N > 2$ można uogólnić zwyczajnie wstawiając sekwencyjnie wątki o numerach większych niż 1. W takim razie mamy dwa główne wątki: T_0 i T_1 . Oznaczę $T_{i_{mem}}$ jako pamięć i -tego wątku. Wykonują one następujące operacje:

1. Wątek T_0 wykonuje:

$$x = 0, T0_{mem} = \text{null}, R, T0_{mem} = 0, I, x = 0, T0_{mem} = 1$$

2. Wątek T_1 wykonuje:

$$\begin{aligned} x = 0, T1_{mem} = \text{null}, R, T1_{mem} = 0, I, T1_{mem} = 1, W, x = 1, T1_{mem} = 1, \\ x = 1, T1_{mem} = 1, R, T1_{mem} = 1, I, T1_{mem} = 2, W, x = 2, T1_{mem} = 2, \\ x = 2, T1_{mem} = 2, R, T1_{mem} = 2, I, T1_{mem} = 3, W, x = 3, T1_{mem} = 3, \\ x = 3, T1_{mem} = 3, R, T1_{mem} = 3, I, T1_{mem} = 4, W, x = 4, T1_{mem} = 4 \end{aligned}$$

3. Wątek T_0 wykonuje:

$$x = 4, T0_{mem} = 1, W, x = 1, T0_{mem} = 1$$

4. Wątek T_1 wykonuje:

$$x = 1, T0_{mem} = 1, R, I, x = 1, T0_{mem} = 2$$

5. Wątek T_0 wykonuje:

$$\begin{aligned} x = 1, T0_{mem} = 1, R, T1_{mem} = 1, I, T0_{mem} = 2, W, x = 2, \\ x = 2, T1_{mem} = 2, R, T1_{mem} = 2, I, T1_{mem} = 3, W, x = 3, \\ x = 3, T1_{mem} = 3, R, T1_{mem} = 3, I, T1_{mem} = 4, W, x = 4, \\ x = 4, T1_{mem} = 4, R, T1_{mem} = 4, I, T1_{mem} = 5, W, x = 5 \end{aligned}$$

6. Wątek T_1 wykonuje:

$$x = 5, T1_{mem} = 2, W, x = 2$$

Dla $N > 2$ przed ostatnim zapisem T_1 wykonujemy wszystkie operacje dla każdego $i > 2$, czyli dla wszystkich T_i . W ten sposób wartość zostanie nadpisana przez 2. Wartość x nie może być 1, bo żaden wątek nie może zapisać wartości 0, i dla $N \geq 2$ każdy wątek wykona przynajmniej jedną operację zapisu 1, zanim ostatni wykona odczyt i zapisze wartość 2.

Maksymalna wartość

Dla $N \geq 0$, Wynik: $5N$

Uzasadnienie

Analogicznie, maksymalna wartość rośnie liniowo wraz z liczbą wątków, ponieważ każdy z nich może wykonać pełną sekwencję inkrementacji, a ich efekty sumują się.