

文章编号:1000-1964(2006)04-0478-05

MATLAB 环境下图像分形维数的计算

杨书申^{1,2}, 邵龙义¹

(1. 中国矿业大学 资源与安全工程学院, 北京 100083; 2. 中原工学院 数理系, 河南 郑州 450007)

摘要:利用 MATLAB 的图像处理和数值计算功能, 对大气可吸入颗粒物的场发射电镜 (FESEM) 图像进行处理, 得到颗粒物边界的二值图像; 编制 MATLAB 程序, 统计一系列以不同像素数量为边长的正方形块覆盖二值图像时的个数, 根据像素数量和正方形块个数之间的关系, 确定图像的计盒维数。结果表明: MATLAB 对分形图像的处理简单、方便, 通过科赫曲线、谢宾斯基填充料等有规分形图分形维数的计算表明该方法计算出的结果准确、可靠。对大气颗粒物的分形维数的计算表明, 不同不规则程度的颗粒物有不同的分形维数, 可以通过颗粒物分形维数的计算分析颗粒物的来源和输运过程。

关键词:图像; 分形维数; MATLAB; 像素; 大气可吸入颗粒物

中图分类号: TP 311.1; X 513 **文献标识码:** A

Estimation of Fractal Dimensions of Images Based on MATLAB

YANG Shu-shen^{1,2}, SHAO Long-yi¹

(1. School of Safety and Resource Engineering, China University of Mining & Technology, Beijing 100083, China; 2. Department of Mathematics and Physics, Zhongyuan University of Technology, Zhengzhou, Henan 450007, China)

Abstract: The functions of MATLAB in image processing and numerical calculation were employed to process the images of atmosphere sniffable particles obtained by the field emission scanning electron microscope (FESEM). With the MATLAB program, the binary images of the particles border were acquired, the numbers of a series of square blocks whose lengths were different pixel quantities to cover the binary image were counted, and the box-counting dimensions of these images were calculated according to the mathematics relationship of the pixel quantities and the numbers of square blocks. The results showed that the processing of fractal images by MATLAB is simple and convenient, and the calculating results of fractal dimensions tested by some fractal curves such as the Koch curve and the Sierpinski gasket are accurate and believable. The particles with different irregularities have different fractal dimensions, and the sources and transport processes of particles can be indicated by their fractal dimensions.

Key words: image; fractal dimension; MATLAB; pixel; atmosphere sniffable particulate

1 分形维数与颗粒物形貌特征

分形理论的研究对象是自然界和非线性系统中出现的不光滑和不规则的几何形体, 以及社会活动中广泛存在的无序 (不规则) 而具有自相似性的

系统^[1], 它直接从非线性复杂系统自身入手, 从未简化和抽象的研究对象本身去认识其内在的规律性, 可以将以前不能定量描述或难以定量描述的复杂对象用一种较为便捷的定量方法表述出来^[2], 在

收稿日期: 2004-12-19

基金项目: 国家自然科学基金项目 (40575065); 教育部新世纪优秀人才支持计划项目

作者简介: 杨书申 (1966-), 男, 河南省唐河县人, 副教授, 博士研究生, 从事大气颗粒物方面的研究。

E-mail: Shaol@cumt.edu.cn Tel: 010-62331248 转 8523

许多领域中都得到了广泛应用^[3-6]。

在化工、煤炭、金属、医药、水泥、陶瓷等行业中,很多物质都是以颗粒状态存在,近年来,细和超细颗粒物已经开始渐渐地为越来越多的人所认识和应用。在对超细颗粒物的研究中,颗粒的大小、形状、表面物理性质等都会影响到颗粒及其制成品的物理性质和化学性质,人们对颗粒大小、形状进行了深入的研究。细和超细颗粒物都是不规则的、非光滑的复杂几何体,在一定的尺度范围内呈现出自相似分形结构,无法或是很难用欧氏几何的方法来描述,因此纷纷引进分形理论对颗粒物的形貌进行研究。如对超细煤颗粒^[7-8]、磨粒^[9]、沙粒^[10]等的分形研究,有的还进行了分形维数与影响因素之间关系的研究,取得了有意义的结果。

大气可吸入颗粒物是主要大气污染物之一,对环境、气候、人体健康等均有较大影响,这些影响与其物理化学特征,如其形貌、尺寸等,有很大关系。大气细颗粒物具有明显的分形特征,但目前对于大气可吸入颗粒物形貌的分形研究还不多,Kaye^[11]较早用分形理论对煤烟颗粒进行了研究,后来又有人对气溶胶颗粒物的分形形貌进行分析^[12-14],国内对大气可吸入颗粒物形貌的分形研究更少。本文研究了采用 MATLAB 对图像的计盒分形维数的计算方法,并对大气颗粒物的计盒分形维数进行了计算。

2 二维数字图像计盒维数的计算方法

计盒维数是一种被广泛应用的分形维数,在分形理论应用研究中提出的许多维数的概念都是计盒维数的变形。由于计盒维数是由相同形状集的覆盖确定的,计算起来比 Hausdorff 维数容易,易于进行程序化计算,得到了理论与应用工作者的广泛关注。

在通常的研究过程中,研究对象的物理信息可以通过各种途径加以记录,得到各种图形图像,这些图形图像包括了研究对象的众多物理信息,是计算分形维数的载体^[15]。随着信息处理技术以及计算机技术的发展,大量的图形图像可以转化为数字图像。最终得到由一系列二进制数字(0 和 1)表示的二维矩阵(二值图),可以对二值图进行分析求数字图像的计盒维数。

计盒维数有一系列的等价定义,其中包括网格覆盖法^[16]。在对二值图进行计盒维数计算时考虑到已经储存在计算机内的图像是由大小为 δ 的点(像素点)组成,该方法又被称为像素点覆盖法。

像素点覆盖法求计盒维数的具体步骤是^[17]:

1) 把图像进行二值化处理,使得图像上的每一个像素点为黑或白两种颜色,得到一个数据文件,其行列数分别对应于二值图的行列数;2) 把得到的数据文件依次划分成若干块,使得每一块的行数和列数均为 k ,把所有那些包含 0(或 1)的块的个数记作 N_k (简记为 N_k),通常取 $k = 1, 2, 4, \dots, 2^i$,即以 $1, 2, \dots, 2^i$ 个像素点的尺寸为边长作块划分,从而得到盒子数 $N_1, N_2, N_4, \dots, N_{2^i}$ 。

因为像素点的尺寸 δ = 图像的长度 l / 图像一行中像素点的个数,所以行和列都由 k 个像素点组成的块的边长为 $\delta_k = k\delta$ ($k = 1, 2, 4, \dots, 2^i$),由于对于一个具体的图像 δ 是一个常数,因此在具体计算时可以直接用 k 值代替 δ_k 。在双对数坐标平面内,以最小二乘法用直线拟合数据点 ($\log \delta_k, \log N_k$), $k = 1, 2, 4, \dots, 2^i$,所得到的直线的斜率的负值 D 就是该图像的物理计盒维数。

也有采用递减序列进行像素点覆盖,递减序列的构造有多种方法,普遍使用的是二等分序列,也就是将图像逐次二等分。所采用的序列的最大值都将取决于图像的大小。网格的最小值始终为 1,这是划分网格的极限。

根据分形维数的定义,块的尺寸越小,计算出图像的维数越精确,但对于存储在计算机内的分形图像,只能分割到像素点尺寸,就不能再继续分割下去了。因此,当讨论图像的分形性质时,可以取一个像素点的尺寸作为尺度下限,为了避免奇异情形的发生,在计算分形维数的过程中,要求有适当的测试点,至于尺度上限可根据具体情况和具体要求进行确定。

已有学者研究了 Windows 环境下采用上述数字图像计盒维数的计算方法分析图像分形维数,但采用的多是 VB 或 VC 语言编写^[2,16-18]。本文研究了基于 MATLAB 的图像分形计盒维数的计算。

3 用 MATLAB 计算二维数字图像的计盒维数

MATLAB 是 MathWorks 公司推出的功能强大的科学与工程计算软件,它将矩阵运算、数值分析、图形处理、编程技术等功能有机地结合在一起,不但具有以矩阵计算为基础的强大数学计算和分析功能,而且还具有丰富的可视化图形表现功能和方便的程序设计能力^[19],成为了具有全部高级语言功能和特征的新一代软件开发平台,深受使用者欢迎。对于分析二维数字图像的计盒维数,它涉及

了图像处理、数值分析等内容的问题,更能显现其优势。

3.1 分形图像的二值化

分形图像的原始图像一般都是灰度图像(彩色图像可处理成灰度图像),采用计盒维数计算图像的分形维数时,首先需要将图像中被关注的区域从图像中提取出来,对图像进行灰度调整、特征检测、边界识别等处理,可以将关心区域从图像中提取出来,然后进行二值化,转化为黑白位图。这些处理在 MATLAB 中,可以很简便地实现。

数字图像在 MATLAB 中是由一系列像素点顺次组成的,每个像素点具有自己的色彩。对于一幅宽 w 像素,高 h 像素的数字图像,在 MATLAB 中表示为一个 $h \times w$ 矩阵,矩阵中每个元素的位置对应于一个像素点位置,元素的值也就是像素点的颜色或索引色。对于二值图,像素点为黑色或白色,在相应矩阵中分别用 0 或 1 表示。

3.2 计盒维数的计算

根据图像计盒维数的计算过程,编写程序对二值图进行网格划分与统计(程序流程见图 1),可以得到一系列“网格大小”与相应“覆盖网格数”的数据对,即子矩阵阶数与包含图像点(像素点为 0)的子矩阵个数的数据对;然后在双对数坐标系下绘出数据点,进行线性回归分析,如能得到一条线性相关的直线,直线斜率的负值即为图像的计盒维数。

为了验证上述图像分形计盒维数计算方法的

正确性,对已知分形维数的图像(直线、长方形和 Koch 曲线等)进行了计算。图 2a 是 Koch 曲线及其计盒维数(1.140)和理论维数(1.261 8)有一定误差(9.62%),这和理论维数是指理论 Koch 曲线的维数有关,它有无数的细节,而具体的图像则仅有有限的细节。图 2b 是另一具有较多细节的 Koch 曲线的维数计算为 1.274(误差 0.967%)。表 1 是其它已知分形图像的计盒维数的计算结果。可以看出本文用 MATLAB 7.0 计算出的图像的计盒维数具有较高的精度,但由于 MATLAB 处理图像具有简单快捷的优点,因此,采用本文方法计算图像分形计盒维数具有较大的优势,可以很简便地实现。

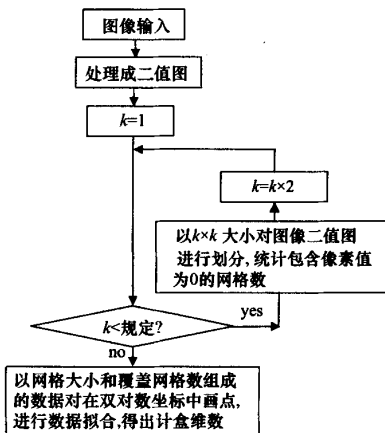
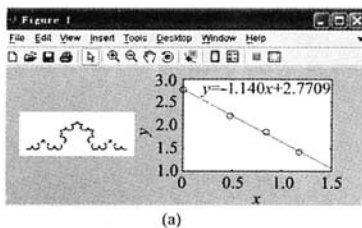
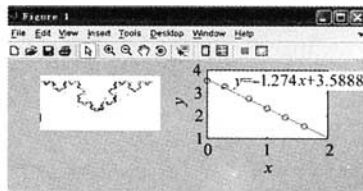


图 1 MATLAB 程序流程图

Fig. 1 Program schedule in MATLAB



(a)



(b)

图 2 Koch 曲线及其分形维数

Fig. 2 Koch curves and their fractal dimension

在应用 MATLAB 计算数字图像的计盒维数时,应注意以下 3 点:











1) 选择合适的图像分辨率,使分形的自相似特征得到更好的表现,提高计算的精度。

2) 选取合适的分割网格的上限规定值或合适的等分数。在采用递增尺寸对图像进行划分时,不一定正好将图像完全覆盖,会有一定误差,这个误差在网格尺寸较小时较小,但达到一定数值时其影

响会较大;在采用等分方法时,将图像逐次等分过程中网格大小(必须为整数)的畸变误差会对计算结果产生影响。

3) 充分利用 MATLAB 的优越图像处理功能,包括图像变换、图像滤波、图像增强、边缘检测、膨胀与腐蚀等处理方法^[20],将图像的分形特征最大限度地表现出来,便于处理。

表 1 分形图像计盒维数的计算结果
Table 1 The computing results of box-counting
fractal dimension of images

图像	理论维数	文献[21] 的结果	本文 计算结果	相对误差/ %	图像大小
	1		0.987 5	1.251	70×187
	1.261 8		1.241 5	1.609	205×150
	2		1.936 9	3.155	150×179
	1.465		1.437 1	1.904	133×160
	1.585		1.628 9	2.770	169×224
	1.892 8		1.843 7	2.594	141×160
		1.03	1.087 6	5.592	221×288
		1.10	1.193 0	8.454	232×256
		1.17	1.198 1	2.402	254×288
		1.23	1.228 5	0.122	252×256

3.3 颗粒物计盒维数的计算

采用本文提供的方法,对用场发射扫描电镜(FESEM)获得的大气可吸入颗粒物中矿物颗粒图像的分形维数进行了计算(图 3,4),其分形维数分别为 1.183 和 1.216。可以看出,不同颗粒物一般具有不同的分形维数,边界光滑的颗粒物的分形维数较小,而边界粗糙的颗粒物的分形维数较大,这也和人们的认识习惯是一致的。Kaye^[11]在研究气溶胶颗粒物的分形维数过程中发现,颗粒物的分形维数与产地有关,不同工艺过程产生的颗粒物的分形维数也不同,磨损会降低新鲜岩石碎片的分形维数,对于不同来源和经过不同运输过程的颗粒物的

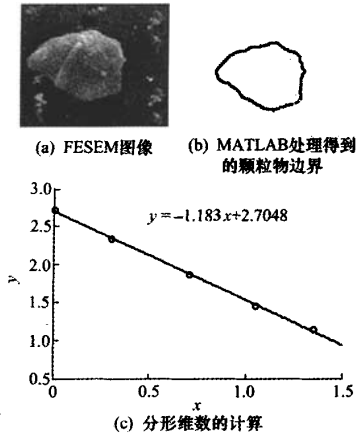


图 3 大气颗粒物(I)及其分形维数的计算
Fig. 3 Atmosphere particulate (I) and its fractal dimension

分形维数的研究将有助于颗粒物的形貌特征等物理性能的定量分析和污染源解析。

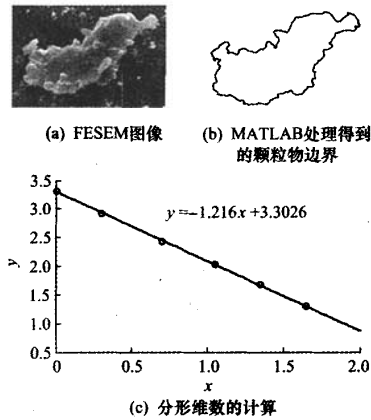


图 4 大气颗粒物(II)及其分形维数的计算
Fig. 4 Atmosphere particulate (II) and its fractal dimension

4 结 论

本文研究了采用 MATLAB 对图像的计盒分形维数进行计算,并将其应用到大气颗粒物的表征,可以看出:

1) MATLAB 具有强大的图像处理和编程功能,可以简便地对分形图像进行处理,经处理的二值图可以仍然采用 MATLAB 进行图像分形维数的计算,可以比较准确地计算图形或图像的分形维数。

2) 用直线、矩形、科赫曲线、谢宾斯基填料等有规分形图形对计算程序进行了检验,结果表明计算出的分形维数是准确可靠的。

3) 对大气颗粒物的分形维数的计算表明,不同不规则程度的颗粒物有不同的分形维数,有可能通过颗粒物分形维数的计算分析颗粒物的来源和运输过程。

参考文献:

[1] MANDELBROT B B. The fractal geometry of nature [M]. San Francisco:Freeman, 1982.
[2] 彭瑞东,谢和平,鞠 杨. 二维数字图像分形维数的计算方法[J]. 中国矿业大学学报, 2004, 33(1): 19-25.
PENG Rui-dong, XIE He-ning, JU Yang. Computation method of fractal dimension for 2-D digital image [J], Journal of China University of Mining & Technology, 2004, 33(1): 19-25.
[3] 李 韧,朱金兆,朱清科. 分形维数计算方法研究进展[J]. 北京林业大学学报, 2002, 24(2): 71-78.

- LI Jie, ZHU Jin-zhao, ZHU Qing-ke. Review on methods of calculating fractal dimension [J]. Journal of Beijing Forestry University, 2002, 24(2): 71-78.
- [4] 王印培, 陈进, 孙晓明, 等. 珠光体球化的分形研究[J]. 理化检验-物理分册, 2003, 39(3): 129-133.
- WANG Yin-pei, CHEN Jin, SUN Xiao-ming, et al. Investigation on the fractal dimension of pearlite spheroidization[J]. PTCA (Part A: Physical Testing), 2003, 39(3): 129-133.
- [5] FERNANDEZ E, JELINEK H F. Use of fractal theory in neuroscience: methods, advantages, and potential problems [J]. METHODS, 2001, 24: 309-321.
- [6] 屈朝霞, 张汉谦. 材料科学中的分形理论应用进展[J]. 宇航材料工艺, 1999(5): 5-9.
- QU Zhao-xia, ZHANG Han-qian. Progress of application of fractal theory to material science [J]. Astrogation Material and Process, 1999(5): 5-9.
- [7] 杨志远, 曲建林, 周安宁. 超细煤粉颗粒形状分形维数与球磨工艺的研究[J]. 煤炭学报, 2004, 29(3): 342-345.
- YANG Zhi-yuan, QU Jian-lin, ZHOU An-ning. Study on the relationships between the profile fractal dimensions of coal ultra fine powders and their grinding technologies[J]. Journal of China Coal Society, 2004, 29(3): 342-345.
- [8] 曾凡桂, 王祖訥. 煤粉碎过程中颗粒形状的分形特征[J]. 煤炭转化, 1999, 22(11): 27-30.
- ZENG Fan-gui, WANG Zu-na. Fractal characteristics of particle shape in coal comminuting process [J]. Coal Conversion, 1999, 22(11): 27-30.
- [9] 张怀亮, 邱显焱, 卜英勇. 基于真彩色的磨粒分形维数计算系统的设计[J]. 中南工业大学学报, 2002, 33(3): 285-288.
- ZHANG Huai-liang, QIU Xian-yan, BU Ying-yong. The design of fractal dimension computing system about the wear particle based on real color [J]. Journal of Cent-South University of Technology, 2002, 33(3): 285-288.
- [10] 武生智, 魏春玲, 马崇武, 等. 沙粒粗糙度和粒径分布的分形特性[J]. 兰州大学学报: 自然科学版, 1999, 35(3): 53-56.
- WU Sheng-zhi, WEI Chun-ling, MA Chong-wu, et al. Fractal analysis of the roughness and grading of sands[J]. Journal of Lanzhou University: Natural Sciences, 1999, 35(3): 53-56.
- [11] KAYE B H. 分形漫步[M]. 徐新阳, 康雁, 陈旭, 等译. 沈阳: 东北大学出版社, 1994: 41-66.
- [12] KOREN I, GANOR E, JOSEPH J H. Dynamic threshold and fractal analysis of desert dust aerosol [J]. Journal of Aerosol Science, 2000, 31(Supp.): 224-225.
- [13] COLBECK I, ATKINSON B, JOHAR Y. The Morphology and optical properties of soot produced by different fuels [J]. Journal of Aerosol Science, 1997, 28(5): 715-723.
- [14] EVANS D E, HARRISON R M, AYRES J G. The generation and characterization of elemental carbon aerosols for human challenge studies [J]. Journal of Aerosol Science, 2003, 34: 1023-1041.
- [15] ALLEN M, BROWN G J, MILES N J. Measurement of boundary fractal dimensions: review of current techniques [J]. Powder Technology, 1995, 84: 1-14.
- [16] 冯志刚, 周宏伟. 图像的分形维数计算方法及其应用[J]. 江苏理工大学学报: 自然科学版, 2001, 22(6): 92-96.
- FENG Zhi-gang, ZHOU Hong-wei. Computing method of fractal dimension of image and its application [J]. Journal of Jiangsu University of Science and Technology: Natural Science, 2001, 22(6): 92-96.
- [17] 丁保华, 李文超, 王福明. 分形图像分析与分形维数计算程序的设计[J]. 北京科技大学学报, 1999, 21(3): 304-307.
- DING Bao-hua, LI Wen-chao, WANG Fu-ming. Analysis of fractal image and design of fractal dimension calculation program [J]. Journal of University of Science and Technology of Beijing, 1999, 21(3): 304-307.
- [18] 黄小蓓. 分形维数计算程序的设计及其应用[J]. 北京联合大学学报: 自然科学版, 2004, 18(4): 33-37.
- HUANG Xiao-wei. The design and application of fractal dimension calculation program [J]. Journal of Beijing Union University: Natural Sciences, 2004, 18(4): 33-37.
- [19] 李海涛, 邓樱. MATLAB 程序设计教程[M]. 北京: 高等教育出版社, 2002.
- [20] 陈杨, 陈荣娟, 郭颖辉. MATLAB 6. X 图形编程与图像处理[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2002.
- [21] 陈顺, 陈凌. 分形几何学[M]. 北京: 地震出版社, 1998: 67.

(责任编辑 邓群)

刊名: [中国矿业大学学报](#) [ISTIC](#) [EI](#) [PKU](#)
 英文刊名: [JOURNAL OF CHINA UNIVERSITY OF MINING & TECHNOLOGY](#)
 年, 卷(期): 2006, 35 (4)
 被引用次数: 20次

参考文献(21条)

1. 张怀亮;邱显焱;卜英勇 [基于真彩色的磨粒分形维数计算系统的设计](#)[期刊论文]-[中南工业大学学报\(自然科学版\)](#) 2002(03)
2. 曾凡桂;王祖谏 [煤粉碎过程中颗粒形状的分形特征](#) 1999(11)
3. 杨志远;曲建林;周安宁 [超细煤粉颗粒形状分形维数与球磨工艺的研究](#)[期刊论文]-[煤炭学报](#) 2004(03)
4. 屈朝霞;张汉谦 [材料科学中的分形理论应用进展](#)[期刊论文]-[宇航材料工艺](#) 1999(05)
5. FERNANDEZ E;JELINEK H F [Use of fractal theory in neuroscience:methods,advantages,and potential problems](#) 2001
6. 陈颢;陈凌 [分形几何学](#) 1998
7. 陈杨;陈荣娟;郭颖辉 [MATLAB 6. X图形编程与图像处理](#) 2002
8. 李海涛;邓樱 [MATLAB程序设计教程](#) 2002
9. 黄小葳 [分形维数计算程序的设计及其应用](#)[期刊论文]-[北京联合大学学报\(自然科学版\)](#) 2004(04)
10. 丁保华;李文超;王福明 [分形图像分析与分形维数计算程序的设计](#)[期刊论文]-[北京科技大学学报](#) 1999(03)
11. 冯志刚;周宏伟 [图像的分形维数计算方法及其应用](#)[期刊论文]-[江苏理工大学学报\(自然科学版\)](#) 2001(06)
12. ALLEN M;BROWN G J;MILES N J [Measurement of boundary fractal dimensions:review of current techniques](#)[外文期刊] 1995(1)
13. EVANS D E;HARRISON R M;AYRES J G [The generation and characterization of elemental carbon aerosols for human challenge studies](#)[外文期刊] 2003(8)
14. COLBECK I;ATKINSON B;JOHAR Y [The Morphology and optical properties of soot produced by different fuels](#) 1997(05)
15. KOREN I;GANOR E;JOSEPH J H [Dynamic threshold and fractal analysis of desert dust aerosol](#)[外文期刊] 2000(zk)
16. KAYE B H;徐新阳;康雁;陈旭 [分形漫步](#) 1994
17. 武生智;魏春玲;马崇武 [沙粒粗糙度和粒径分布的分形特性](#)[期刊论文]-[兰州大学学报\(自然科学版\)](#) 1999(03)
18. 王印培;陈进;孙晓明 [珠光体球化的分形研究](#)[期刊论文]-[理化检验-物理分册](#) 2003(03)
19. 李(契);朱金兆;朱清科 [分形维数计算方法研究进展](#)[期刊论文]-[北京林业大学学报](#) 2002(02)
20. 彭瑞东;谢和平;鞠杨 [二维数字图像分形维数的计算方法](#)[期刊论文]-[中国矿业大学学报](#) 2004(01)
21. MANDELBROT B B [The fractional geometry of nature](#) 1982

引证文献(20条)

1. 夏秀文. 叶林凤. 张新琴 [纳米化铝合金腐蚀机理的分形研究](#)[期刊论文]-[兵器材料科学与工程](#) 2010(1)
2. 张龙 [分形维数在粉体流动性中的应用](#)[期刊论文]-[现代农业科技](#) 2010(3)
3. 夏秀文. 张新琴. 伍冬兰 [二维数字图形计盒分维的改进算法和X射线衍射谱线分维计算](#)[期刊论文]-[井冈山大学学报\(自然科学版\)](#) 2010(3)

4. 刘燕, 任天卫, 汪平 基于Matlab利用分形理论考察边坡安全状态方法研究[期刊论文]-水利水电技术 2010(7)
5. 杨鑫, 吴泉源, 刘峰 基于GIS的龙口市海岸线分形特征研究[期刊论文]-山东师范大学学报 (自然科学版) 2010(3)
6. 何国良, 董玉才, 史宏涛, 汪笑鹤, 胡振峰, 杨国昌 基于分形维数的Ni-Co电刷镀层表面形貌分析研究[期刊论文]-数学的实践与认识 2010(20)
7. 汪权方, 王倩, 张起鹏, 梅新 基于矢量数据的土地利用类型分维数计算程序设计及其应用[期刊论文]-地理科学进展 2010(3)
8. 王晓, 田正宏, 徐明波 透水模板布的分形特征[期刊论文]-水利水电科技进展 2009(6)
9. 张怀亮, 孙栓辉 片状磨粒、块状磨粒和层状磨粒轮廓分形维数研究[期刊论文]-润滑与密封 2009(12)
10. 王凤娥, 朱昌星 MATLAB环境下岩石SEM图像损伤分形维数的实现[期刊论文]-舰船电子工程 2009(8)
11. 王启立, 胡亚非, 刘硕 石墨基浸金属多孔材料微观孔隙结构及其分形特征[期刊论文]-过程工程学报 2009(5)
12. 朱建刚, 余新晓, 李晶, 张振明 图像分析计算水系分形维数的改进方法与应用[期刊论文]-地球信息科学学报 2009(5)
13. 段晨龙, 赵跃民, 唐利刚, 何亚群, 宋树磊 废弃电路板材料断口的分形表征[期刊论文]-中南大学学报 (自然科学版) 2009(1)
14. 刘硕, 胡亚非, 熊建军, 王启立, 隋敏 基于Matlab的浸锡石墨密封材料的分形特征研究[期刊论文]-中国矿业大学学报 2009(6)
15. 杨彦从, 彭瑞东, 周宏伟 三维空间数字图像的分形维数计算方法[期刊论文]-中国矿业大学学报 2009(2)
16. 王凤娥, 王金亮, 朱昌星 基于MATLAB图像分维数的计算[期刊论文]-聊城大学学报 (自然科学版) 2008(2)
17. 刘政, 于锋波 亚共晶铝硅合金半固态初生相形貌分形维数的计算[期刊论文]-江西理工大学学报 2008(3)
18. 刘学东 基于图像分形的故障特征提取方法[期刊论文]-北华航天工业学院学报 2008(5)
19. 李沁, 张劲松 基于分形的电力电子电路故障诊断[期刊论文]-电气技术 2007(11)
20. 杨书申, 邵龙义, 李卫军, 沈蓉蓉 大气颗粒物物理性质的分形表征[期刊论文]-中原工学院学报 2007(2)

本文链接: http://d.g.wanfangdata.com.cn/Periodical_zgkydxxb200604011.aspx