

基于双稳随机共振的多频弱信号检测

焦尚彬, 何 童

JIAO Shangbin, HE Tong

西安理工大学 自动化与信息工程学院, 西安 710048

Faculty of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China

JIAO Shangbin, HE Tong. Detection of multi-frequency weak signal based on bi-stable stochastic resonance. Computer Engineering and Applications, 2014, 50(5): 221-226.

Abstract: Aiming at the question that low efficiency and unable to meet the requirements of real-time signal processing, which uses stochastic resonance of non-linear bistable system one by one to detect multi-frequency weak signals, the multi-frequency weak signals detection at the same time is studied. The multi-frequency weak signals detection simulation model based on stochastic resonance principle is built, and the stochastic resonance effect of single-frequency weak signal is expanded to multi-frequency weak signal detection by adjusting the parameters of the system and noise intensity, the multi-frequency weak signals detection is realized simultaneously, and the characteristics and the causes of the test results are analyzed. The minimum frequency band interval between different frequency signals is researched. The system is applied to higher frequency weak signal detection by the parameter compensation method, and realizes multiple higher frequency weak signals detection. The simulation results show that this method is feasible, which can effectively improve the detection speed and efficiency.

Key words: stochastic resonance; multi-frequency weak signal; minimum frequency band interval; noise

摘 要: 针对利用非线性双稳系统随机共振逐一检测多个频率弱信号存在效率低、无法满足信号实时处理要求的问题,研究了基于随机共振的多频弱信号同时检测方法。首先建立了同时检测多频弱信号的仿真模型,通过调节双稳态随机共振系统参数、噪声强度,将在单个低频弱信号上产生的随机共振效应扩展到多个低频弱信号上,实现了多个低频弱信号的同时检测,分析了检测结果所呈现出的特点、原因。进一步研究了多频弱信号同时检测时不同频率信号之间的最小频带间隔问题。采用参数补偿的方法将其扩展应用到高频弱信号的检测中,实现了多个高频弱信号的检测。仿真结果表明该方法是可行的,能有效提高信号检测的速度及效率。

关键词: 随机共振; 多频弱信号; 最小频带间隔; 噪声

文献标志码: A **中图分类号:** TP27 **doi:** 10.3778/j.issn.1002-8331.1211-0077

随机共振概念最早是 Benzi 等人在研究古冰川问题时提出的。随着此理论不断发展,人们将其应用到物理学、化学、生物学和信息论等基础科学中,并逐渐推广,进而应用到电子学、激光系统和控制论等工程领域。与传统检测方法相比,随机共振是利用噪声而非消除噪声,在实际的信号检测过程中逐渐显示出其独特的优越性^[1-6]。

以往学者在研究随机共振的过程中,主要是研究单频弱信号的检测问题,取得了较好的结果并有了一定的

应用^[5-6]。但在故障诊断、通信等实际应用领域经常会出现多频有用弱信号叠加在一起的情况,利用检测单频信号的方法逐一检测多频信号,存在参数调节复杂、检测效率低等问题,无法满足实际应用中信号处理速度的要求。文献[7-8]对利用随机共振同时检测多频弱信号进行了初步研究,但需要进一步研究分析利用该方法检测多频弱信号时检测结果所具有的特点及原因、能够检测的不同频率信号之间的最小频带间隔以及频带间隔对信号通道数量和谱值的影响等问题,以便为设计实际

基金项目: 教育部科学技术研究重点项目资助(No.212169)。

作者简介: 焦尚彬(1974—),男,博士,副教授,研究方向非线性控制、智能状态检测;何童(1987—),男,硕士,研究方向为弱信号检测。

收稿日期: 2012-11-06 **修回日期:** 2013-01-15 **文章编号:** 1002-8331(2014)05-0221-06

CNKI 网络优先出版: 2013-02-28, <http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2127.TP.20130228.1148.002.html>

应用系统提供参考依据。

本文仿真研究了基于随机共振原理的多频弱信号的检测问题,首先建立了多频弱信号的随机共振模型,实现多频信号的同时共振;并针对检测结果所呈现出的特点、原因以及频带间隔对信号通道数量、谱值的影响进行了分析说明;其次仿真研究了多频弱信号检测系统中不同频率信号之间的最小频带间隔;最后基于参数补偿法将其扩展应用到高频信号的检测,实现了多个高频弱信号同时检测。

1 随机共振模型基本原理

一般随机共振的模型由三部分构成:非线性系统、被测信号以及噪声,三者缺一不可。简单的随机共振模型可用非线性朗之万方程表示:

$$\frac{dx}{dt} = ax(t) - bx^3(t) + s(t) + \eta(t) \quad (1)$$

式中 a, b 是大于零的系统参数, $s(t) = A \cos(\omega t)$ 为被测信号, A 为信号幅值, f 为信号频率; $\eta(t)$ 为高斯白噪声,统计平均值 $\langle \eta(t) \rangle = 0$, 其统计自相关函数为 $\langle \eta(t)\eta(t') \rangle = 2D\delta(t-t')$, t' 为 t 的时间延时, D 为噪声强度。其对应的势函数为 $U(x) = 0.5ax^2 - 0.25bx^4$, 势函数有两个势阱,分别对应两个稳定点以及一个不稳定点。在没有外界信号输入时,此时整个系统处于平衡状态,粒子只能在某个势阱往复运动(理想状态下),而不能发生跃迁;当加入信号及噪声后,粒子在信号以及噪声的协同作用下发生跃迁,并在两个势阱之间做往复运动。由于双稳态系统之间的电势差远大于输入信号的幅值,对输入信号幅值产生放大作用,使得输出信号幅值大于输入信号幅值,同时系统也能有效地抑制输出信号中的噪声,从而提高输出信噪比。

基于 Matlab 平台建立仿真模型来进行基于随机共振的多频信号检测的仿真实验。为了得到非线性双稳态系统在周期信号和噪声的协同作用下的输出响应,实验采用工程上求解微分方程常用的精度较高的四阶龙格-库塔(Runge-Kutta)数值算法对系统进行求解。

图1是双稳态系统仿真流程图。其中输入信号为含噪多频弱信号,双稳系统环节包含四阶龙格-库塔算法,参数补偿以及频率恢复两部分是针对高频弱信号所设,处理满足小参数条件的低频弱信号时这两个环节可去掉,系统参数包括 a, b, fs , 噪声调节主要调节噪声强度 D 的大小。

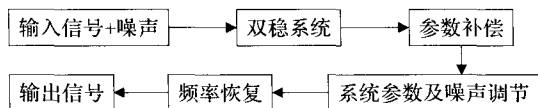


图1 双稳态系统仿真流程图

2 多频信号的随机共振

在单频微弱信号系统仿真模型的基础上进行改进,

将信号扩展到两个或者两个以上,叠加之后输入到改进的共振系统中,然后调节系统参数 a, b 噪声强度 D 等进行仿真实验。

2.1 两个信号叠加

信号幅值 $A = 0.3$, 信号频率 $f_1 = 0.01 \text{ Hz}$, $f_2 = 0.03 \text{ Hz}$, 系统参数 $a = 0.1$, $b = 0.3$, 噪声强度 $D = 0.31$, 采样频率 $fs = 4 \text{ Hz}$ 。两个信号的随机共振如图2所示。图为信号频谱图,对比输入、输出频谱图,很明显被测信号经随机共振系统放大后其谱值明显增大。

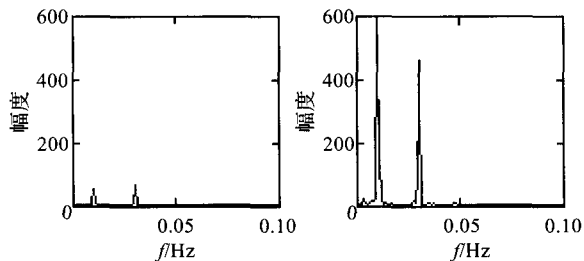
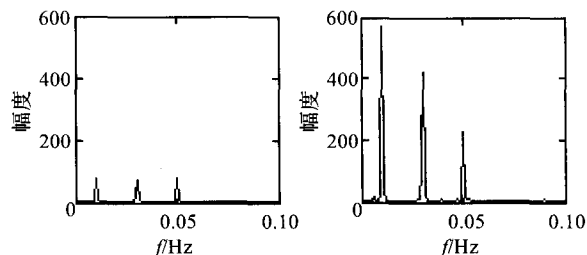


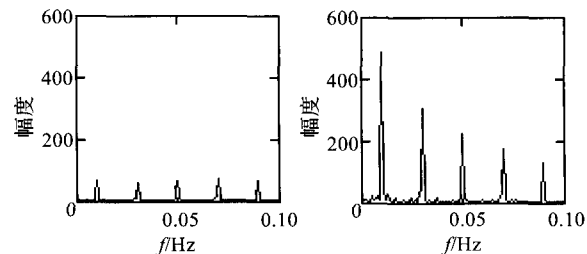
图2 双信号的输入、输出频谱图

2.2 多个信号叠加

在上述条件不变的基础上分别将信号数量增加到三个和五个,增加的信号频率为 $f_3 = 0.05 \text{ Hz}$, $f_4 = 0.07 \text{ Hz}$, $f_5 = 0.09 \text{ Hz}$, 频带间隔为 0.02 Hz , 分别进行仿真实验,两种情况下各信号输入、输出频谱分别如图3(a)、(b)所示。



(a)三个信号的输入、输出频谱图



(b)五个信号的输入、输出频谱图

图3 多个信号叠加时信号的输入、输出频谱图

观察图3中的(a)、(b)均可发现,在同一随机共振系统参数和噪声强度下,尽管输入通道数量不同,但被测信号在所设定频率处的谱值都被明显放大。

以上是直观地通过观察比较信号的输入输出频谱来判断非线性系统是否发生随机共振以及共振效果的优劣。信噪比^[9]是另一种比较直观的判断非线性系统是否产生随机共振的方法。信噪比的定义是:信号功率

(SP)与噪声功率(NP)之比,用 SNR 表示。上述用于仿真实验的信号为 $A \cos(\omega t)$, 根据信噪比定义系统输入输出的信噪比为:

$$SNR_{in} = 10 \lg \frac{SP(\omega)_{in}/NP(\omega)_{in}}{1} \quad (2)$$

$$SNR_{out} = 10 \lg \frac{SP(\omega)_{out}/NP(\omega)_{out}}{1} \quad (3)$$

式(2)、(3)分别输入、输出信噪比公式,其中 $SP(\omega)_{in}$ 和 $NP(\omega)_{in}$ 、 $SP(\omega)_{out}$ 和 $NP(\omega)_{out}$ 分别为输入信号及噪声的功率谱值、输出信号及噪声的功率谱值。

同样信噪比增益也是检测性能改善的重要测度指标。将信噪比增益定义为局部输出信噪比与输入信噪比之比,用 G 表示。根据定义,只有当信噪比增益大于 1 时,才能说明信号经过处理以后具有更好的检测性能。信噪比增益定义公式为:

$$G = \frac{SP(\omega)_{out}/NP(\omega)_{out}}{SP(\omega)_{in}/NP(\omega)_{in}} \quad (4)$$

根据公式(2)、(3)可得出五个信号的输入信噪比分别为 -35.42 dB、 -35.87 dB、 -34.53 dB、 -36.5 dB、 -35.32 dB, 输出信噪比分别为 4.65 dB、 -1.31 dB、 -4.05 dB、 -10.81 dB、 -13.34 dB, 分别对比每个频率信号的输入输出信噪比,可以看出输出信噪比输入信噪比有明显的提高。同样根据公式(4)可得每个信号的信噪比增益分别为 45.6 、 33.7 、 22.7 、 12.4 、 7.7 , 显然以上信号的信噪比增益都比 1 要大,根据定义可知系统产生了共振且效果较好。通过观察对比信号的输入输出频谱,或者计算对比输入、输出信号的信噪比以及信噪比增益,均可以说明多频信号叠加在一起同时输入到共振系统中,通过调节系统参数 a 、 b 等因素,可以同时实现多频信号的共振,并且效果较好。

上述通过计算求得五个信号时的输入输出信噪比、以及信噪比增益,从中可以看出,同一组信号中随着信号频率的增大,其输出信噪比及信噪比增益减小,即检测结果中高频信号的输出信噪比、信噪比增益明显低于低频信号。这是由于在同一个系统中同时检测多个信号,总能量一定,低频信号所获得的能量相对多,高频信号获得的能量少,导致低频信号的输出信噪比以及信噪比增益比高频信号的大。因此在实际应用中同一系统对多频信号的不同分量的检测性能是不同的。

在系统参数 a 、 b 以及噪声强度 D 不变的情况下,进一步将输入信号通道数增加到七个进行仿真,频带间隔仍为 0.02 Hz (增加的两个信号频率为 0.11 Hz、 0.13 Hz), 信号输入、输出频谱图如图4所示。从图4中可以看出最后两个信号的输出频谱值较输入频谱值无明显变化,说明上述系统在原有的系统参数和噪声强度下输入信号通道数最多为 5,不能无限增加。这是由于噪声和共振系统中的能量绝大部分转移到更小频率的信号上,故频率相对较大的信号获得的能量有限,造成共振结果不明显。

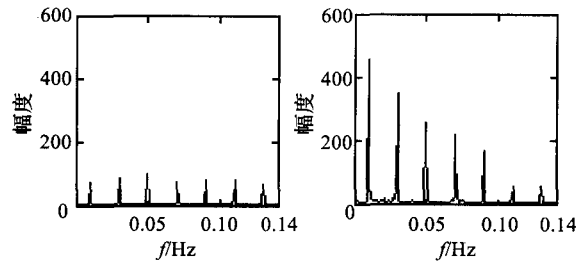


图4 七个信号的输入、输出频谱图

将频带间隔由 0.02 Hz 缩小到 0.015 Hz, 将七个低频弱信号叠加并进行仿真(七个信号的频率分别为 0.01 Hz、 0.025 Hz、 0.04 Hz、 0.055 Hz、 0.07 Hz、 0.085 Hz、 0.1 Hz), 通过适当调节系统参数 a 、 b 及噪声强度 D , 得到的输入输出频谱图如图5所示。从图5中可以看出,前六个信号经共振后其谱值明显被放大,而第七个信号(0.1 Hz)并没有发生共振,与图4相比较说明,数量相等的一组信号适当减小信号频带间隔,可以增加检测信号通道的数量,但所增加的数量有限。这是由于频带间隔变小,使得处于低频区的信号数量增加,有更多通道的信号获得能量而被放大,从而增加了可检测的通道数量。

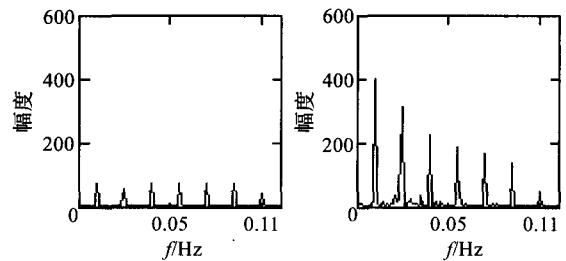


图5 七信号的输入、输出频谱图

上述仿真实验表明利用随机共振可以实现多频弱信号的同时检测。对一组多频弱信号,利用检测单频信号的方法检测,需要逐一检测,多次调节系统参数 a 、 b 以及噪声强度 D 等。利用多频同时检测的方法,对于同样的一组多频弱信号,可以一次检测多个有用信号,增加了可检测信道数量,提高了信号处理的效率;在参数调节次数方面较单频检测方法要少,这样缩短了检测时间。整体上提高了信号检测速度和效率。

在频带间隔一定的情况下,随着信号通道数量的增加,每个信号的输出频谱值均有所减小。即信号通道数量越多,每个信号输出频谱值越小,反之越大。之所以产生此种现象,是因为输入到双稳系统中的信号以及噪声的能量是一定的,而双稳系统本身并不能产生能量,只能实现能量的转移,故通道数量少的系统每个信号获得的能量比通道数量多的系统每个信号获得的能量相对多,具体反映到输出频谱上则是信号通道数量越少,其整体输出的频谱值越大,反之越小。同时,在同样一段信号频率上,频率间隔的变小增加了信号的数量,这样使得处于同样一段频率内的信号通道数量得到了增加,但总能量一定,故信号的输出频谱值整体也有所减小。

观察上述多组多频弱信号的输入、输出频谱图可以发现,只要多频弱信号经双稳系统发生随机共振现象且被放大,输出信号的频谱值均呈现出依次递减的现象,即在同一组多频弱信号中输入信号频率越小,其输出信号的频谱值越大;输入信号频率越大,其输出信号的频谱值越小。此种现象是由于信号本身所引起的还是双稳态系统决定的,在以下 2.3 节中进行了详细的分析说明。

2.3 原因分析

针对上述仿真中出现的多频弱信号共振后呈现出输出频谱值依次递减的现象进一步进行仿真研究分析。

(1) 信号与噪声功率谱^[10](S_D)的关系

噪声功率谱、信号频率、噪声之间的关系如图 6 所示。从图 6 中可以看出当固定噪声强度时(D 分别为 0.1, 0.2, 0.5), 信号频率与噪声功率谱呈非线性关系, 即信号频率越小所对应的噪声功率谱谱值越大, 反之越小。噪声输入到双稳系统之前是均匀分布的高斯白噪声, 经过非线性系统处理, 改变了其谱结构, 不再是均匀分布, 而是集中在低频区。根据随机共振原理可知, 随机共振是利用噪声的能量, 将噪声的部分能量转移到信号上, 增大信号的能量, 从而将信号放大。由此说明, 在同一条件下小频率信号所获得的能量较大频率获得的多, 从而造成放大倍数的差异。

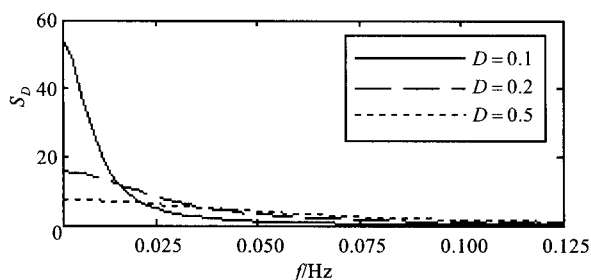


图6 噪声功率谱、信号频率、噪声三者之间的关系曲线图

(2) 信号与输出响应^[11]的关系

噪声强度、信号频率、输出响应之间的关系如图 7 所示。从图 7 中可以发现, 当固定噪声强度时, 输出响应与信号频率呈非线性关系, 输出响应幅值随信号频率的增大而减小, 即信号频率越小所对应的输出响应幅值越大, 反之越小, 在同样条件下, 信号频率越小输出响应越剧烈, 从而影响共振后频谱放大倍数, 产生差异。

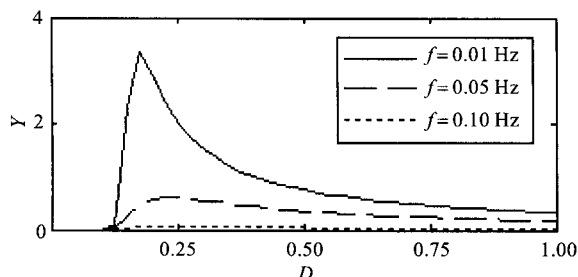


图7 噪声强度、信号频率、输出响应三者之间的关系曲线

(3) 信号与系统灵敏度的关系

通过对以上三方面进行仿真分析以及对比信噪比的提高量可得出, 同样符合条件的一组小参数信号, 频率相对其他信号越小, 其所获得的能量就越多, 具体反应到输出上则是信号的谱值越大, 反之越小。从而造成同一组信号输出的频谱值呈现出依次递减的现象。

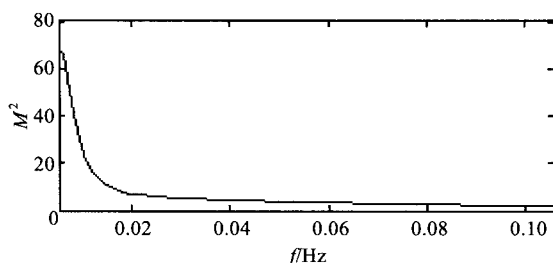


图8 系统灵敏度跟信号频率关系曲线图

3 频带最小间隔

通过以上的仿真实验, 证明了多频弱信号可以同时实现共振, 且可以明确地分辨出不同频率的信号各自发生共振的位置, 而没有出现输出混叠现象。但对于多频弱信号, 最小频带间隔究竟有多大才不会导致发生频率混叠需要进一步研究。

在以往学者的研究中, 检测信号的频率处绝大多数是千分数与百分数级别的小频率信号(大频率信号通过移频或者调频等方法将原始信号调制成以上级别的信号, 再按照检测小频率信号的方法处理)^[12], 故以下用于仿真实验的信号频率分为两个不同的级别, 分别是 0.001~0.01 Hz、0.01~0.1 Hz。

(1) 0.001~0.01 Hz

图 9 中两组不同的信号频率从左到右分别为 (0.004 93, 0.005)、(0.004 94, 0.005), 以 0.005 Hz 为基准频率, 从 0.004 Hz 逐渐逼近, 观察共振结果, 当频率增大到 0.004 94 Hz 左右的时候共振结果不明显, 继续增大频率后, 两个信号的共振结果混合到一块无法分辨, 此级别信号频率最小频带间隔大约是 0.000 06 Hz 左右。

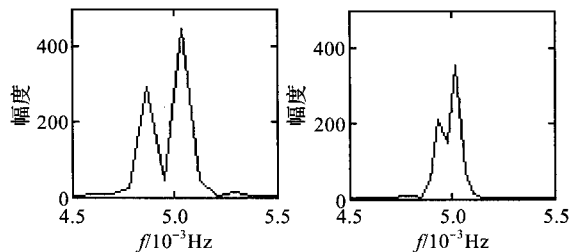


图9 不同频率信号的输出频谱图

(2) 0.01~0.1 Hz

图 10 中两组不同的信号频率从左到右分别为 (0.049 84, 0.05)、(0.049 85, 0.05), 以 0.05 Hz 为基准频率, 从 0.04 Hz 逐渐逼近, 观察共振结果, 当频率增大到 0.049 85 Hz 左右的时候共振结果变得不明显, 继续增大

频率,两个信号的共振结果混合到一块无法分辨,此级别信号频率最小频带间隔大约是0.000 14 Hz左右。

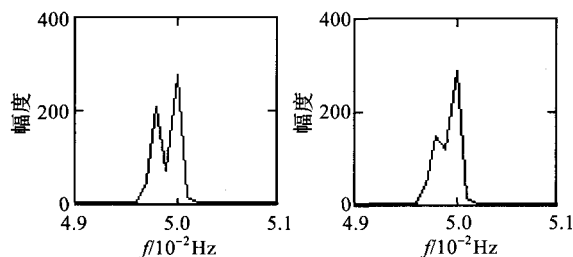


图10 不同频率信号的输出频谱图

分析以上结果发现,随着信号频率的增大,不同信号频率之间的最小频带间隔也随之变大,经仿真分析发现结果中信号实际发生共振处与所设定的信号频率值之间有微小的偏差以及算法本身也有一定的误差(在以上仿真模型基础上小参数信号的偏差率大约在0.78%左右),在一定的偏差率下,信号频率增大后其偏差值也随之变大,导致信号频率之间的最小间隔变小,当不同频率的信号之间的间隔小于偏差值时,信号输出混合导致无法分辨。

4 高频信号的随机共振

目前没有有效的方法直接处理高频信号使其发生共振现象,在实际中可以通过调制、二次采样、外差式等方法来处理高频信号^[13-15],这些方法的基本思想是对一个或者多个高频信号的频率进行压缩、分频、作差等一系列处理,使其最终满足随机共振的低频信号的条件。以下对高频信号的处理采用补偿参数^[14]的方法,由式(1)可知,输入的信号经过一个积分环节(此积分环节相当于一阻尼项)才能对双稳系统产生影响,此积分环节把输入信号的幅值缩减至原来信号幅值的 $1/2\pi f$,这样高频信号即使经过双稳系统的处理,在信号输出中依然不能发现高频信号的存在。

既然朗之万方程中存在一阻尼环节,将输入信号衰减,则可以通过加一放大环节来抵消阻尼环节的影响。则此时的双稳态模型-朗之万方程变为:

$$\frac{dx}{dt} = K[ax(t) - bx^3(t) + s(t) + \eta(t)] \quad (5)$$

式(5)中 K 为放大系数,其余参数的定义跟式(1)中一样。

针对大参数信号的仿真实验,取三个信号,信号幅值 A 分别为1、0.8、0.9,频率分别为 $f_1=300$ Hz、 $f_2=350$ Hz、 $f_3=400$ Hz,输入采样频率 $f_s=5$ kHz输出采样频率 $f_{s1}=1$ kHz,放大系数 $K=10\ 000$,系统参数 $a=0.4$, $b=1.3$,噪声强度 $D=5$ 。

图11是补偿参数法高频弱信号输入、输出频谱图,放大系数 $K=10\ 000$ 以及输出采样频率 $f_{s1}=1$ kHz将信号缩小至毫赫兹级别,然后再经处理恢复到原始信号的频率。从图11中可以看出输入频谱图有很多峰值,

无法分辨出被检测信号的确切频率,而输出频谱图可以明显观察到三处峰值,通过对比输入输出频谱图证明发生共振,并且效果较好。

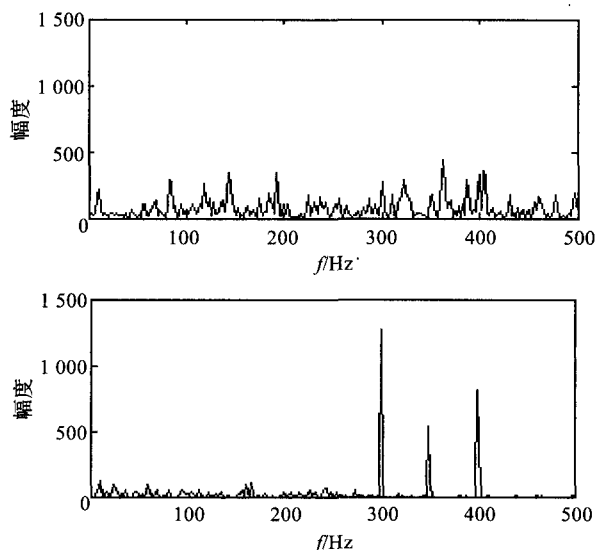


图11 补偿参数三个高频信号输出频谱

以上仿真实验所用信号的幅值、频率以及噪声强度方面均超出了小参数的范围,属于高频大信号的范围。仿真中放大系数 K 的取值远大于 $2\pi f$,理论上应与阻尼环节对原始信号缩小倍数相当,但在为得到更为理想的效果,在实际中补偿系数的取值一般比 $2\pi f$ 要大。与调制、二次采样、变尺度等方法相比,补偿参数法在大频率信号提取方面不受输入采样频率以及干扰信号的影响,从而扩大了检测频带的范围,因此在实际的应用中更加广泛。

低频信号与高频信号同时存在,此时可以建立两级阵列模型,将原始信号同时输出到两个系统中,一个专门检测低频信号,另一个专门检测高频信号,如图12所示,随机共振系统1处理低频信号,随机共振系统2处理高频信号。

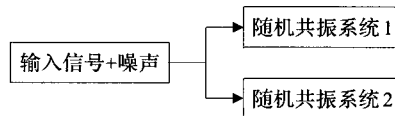


图12 高、低频信号同时检测流程图

例如存在四个信号频率为 $f_1=0.05$ Hz, $f_2=0.1$ Hz, $f_3=70$ Hz, $f_4=100$ Hz,其中两个信号在幅值、频率上符合低频信号的条件,两个信号在幅值、频率上符合高频信号的条件。将四个信号同时输入到两级阵列系统中,此时随机共振系统1按照检测传统方法检测低频部分,随机共振系统2按照参数补偿法检测高频部分,其输出结果互不影响。

图13是高、低频信号共存的输入、输出频谱(左图为低频信号,右图为高频信号),对比输入、输出频谱谱

值,可以看出原始信号经非线性双稳系统作用后发生共振,实验证明上述系统可以同时检测出高低频信号共存的情况。

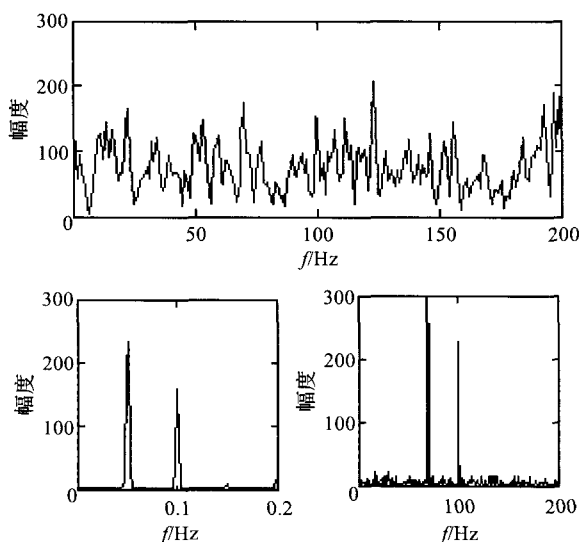


图13 高低频信号输入、输出频谱图

5 结论

针对实际应用系统中检测的弱信号通常是多个频率弱信号共存的情形,本文基于随机共振原理,在单频弱信号检测的基础上进行了扩展,实现了多频弱信号的同时检测。分析了多频信号检测在速度与效率上的优势,从信号频带间隔、信号谱值两方面分析了通道数量对检测结果的影响;针对非线性双稳随机共振系统检测多频弱信号时呈现出的信号频率越高其输出信号频谱幅值越低的特点,分别从信号与噪声功率谱的关系、信号与输出响应的关系、信号与系统灵敏度的关系三方面进行了仿真研究,说明了产生此种现象的原因;研究了小参数多频弱信号不同频率之间的最小间隔问题,仿真研究表明,在小参数条件下,由于共振结果与设定频率值处有微小的偏差,故不同级别的频率信号各自之间的最小频率间隔是不一样的;在小参数信号的基础上扩展应用到大参数信号,并讨论了高低频信号共存的情形,仿真实验也取得了较好的效果。这些研究结论对于将基于随机共振理论的多频弱信号检测方法应用到实际的信号处理及检测中具有一定的参考意义。

实际检测中信号的频带间隔可能并不是均匀的,实际需要检测信号的数量也可能大于所能检测出的信号数量,如何在保持已检测出信号的基础上,实现未检测

出信号的二次或者多次共振,从而将全部信号准确无误地检测出来,这是实际应用的关键,也是下一步着重研究的内容。

参考文献:

- [1] Benzi R, Sutera A, Vulpiani A. The mechanism of stochastic resonance[J]. Journal of Physics A: Mathematical and General, 1981, 14(11): 453-457.
- [2] He Qingbo, Wang Jun. Effects of multiscale noise tuning on stochastic resonance for weak signal detection[J]. Digital Signal Processing, 2012, 22: 614-621.
- [3] Kang Yanmei, Wang Mei, Xie Yong. Stochastic resonance in coupled weakly-damped bistable oscillators subjected to additive and multiplicative noises[J]. Acta Mech Sin, 2012, 28(2): 505-510.
- [4] Wu Xingxing, Jiang Zhongping, Daniel W. Repperger enhancement of stochastic resonance with tuning noise and system parameters[C]//Proceedings of the 6th World Congress on Intelligent Control and Automation, 2006: 21-23.
- [5] 王鸿懿. 基于参数变化随机共振的碰摩故障早期检测[J]. 电站系统工程, 2009, 25(4): 21-26.
- [6] 陈敏, 胡芑庆, 秦国军, 等. 参数调节随机共振在机械系统早期故障检测中的应用[J]. 机械工程学报, 2009, 45(4): 131-135.
- [7] 毛谦敏, 林敏, 郑永军. 基于随机共振的微弱多频信号检测方法[J]. 应用基础与工程科学学报, 2008, 16(1): 86-91.
- [8] 张宇, 吕海峰, 赵远, 等. 基于非线性系统随机共振的多频弱信号检测[J]. 吉林大学学报, 2008, 25(1): 68-72.
- [9] 耿丽硕, 范影乐. 神经网络模型的弱信号随机共振检测研究[J]. 计算机工程与应用, 2011, 47(2): 112-114.
- [10] 冷永刚. 基于 Kramers 逃逸速率的调参随机共振机理[J]. 物理学报, 2009, 58(8): 5196-5200.
- [11] 林敏, 毛谦敏, 郑永军, 等. 随机共振控制的频率匹配方法[J]. 物理学报, 2007, 56(9): 5021-5025.
- [12] 李春树, 安云峰, 骆岩红. 随机共振方法在弱信号检测中的应用[J]. 现代电子技术, 2009, 32(3): 16-18.
- [13] 黄咏梅, 林敏. 基于外差式随机共振的涡街频率检测方法[J]. 机械工程学报, 2008, 44(4): 138-142.
- [14] 吕运, 王长悦, 田野, 等. 大参数信号随机共振实现方法研究[J]. 机械与电子, 2010(8): 40-42.
- [15] 于建, 胡晶, 王昊欣. 随机共振技术检测大参数弱信号的两种方法[J]. 承德民族师专学报, 2007, 27(2): 71-72.