

α 稳定分布噪声下非对称三稳系统的随机共振特性分析

张 刚, 谢 攀, 张天骐

(重庆邮电大学 通信与信息工程学院, 重庆 400065)

摘 要: 针对实际工程应用中系统的非对称性, 将 α 稳定分布噪声与非对称三稳系统相结合, 以平均信噪比增益 (A-SNRI) 为性能指标, 分别探究了 α 稳定分布噪声的特征指数 α 和对称参数 β 取不同值时, 系统参数 a, b , 刻画三稳系统非对称性的偏度 r 以及噪声强度放大系数 D 对非对称三稳系统随机共振输出的规律。研究结果表明: 在 α 稳定分布噪声环境下, 通过适当调节系统结构参数 a, b 和偏度 r 均可诱导随机共振, 实现对微弱信号的检测, 并且性能较好区间不随 α 或 β 的变化而改变; 在研究噪声诱导的随机共振现象时, 调节噪声强度放大系数 D 也可诱导随机共振, 且共振效果较好的 D 区间也不随 α 或 β 的变化而变化。这些研究结论为 α 稳定分布噪声下非对称三稳系统共振中参数的合理选取提供了理论依据。

关键词: α 稳定分布噪声; 非对称三稳系统; 随机共振; 平均信噪比增益

中图分类号: TN911.23

文献标志码: A

DOI: 10.13465/j.cnki.jvs.2021.03.015

Stochastic resonance characteristics analysis of an asymmetric tri-stable system under α -stable distributed noise

ZHANG Gang, XIE Pan, ZHANG Tianqi

(School of Communication and Information Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

Abstract: Here, aiming at the asymmetry of a system in practical engineering applications, an asymmetric tri-stable system combined with α -stable distributed noise was proposed, and the average signal-to-noise ratio improvement was taken as the performance index. Then, influence laws of the system parameters a, b , system asymmetric skewness r and noise intensity amplification factor D on the stochastic resonant output of the asymmetric tri-stable system with changes of the characteristic index α of α -stable distributed noise and the symmetry parameter β were explored. The study results showed that under α -stable distributed noise environment, appropriately adjusting the system structure parameters a, b and skewness r can induce stochastic resonance to realize the weak signal detection, and intervals with better performance do not change with variation of α or β ; when studying noise-induced stochastic resonance phenomena, adjusting the noise intensity amplification factor D can also induce stochastic resonance, and D -intervals with better resonance effect does not change with variation of α or β ; these conclusions provide a theoretical basis for reasonable selection of parameters in resonance of asymmetric tri-stable system under α -stable distributed noise.

Key words: α -stable distributed noise; asymmetric tri-stable system; stochastic resonance; average signal-to-noise ratio improvement

随着非线性动力学和统计物理理论不断发展, 随机共振 (Stochastic Resonance, SR)^[1-5] 方法的提出为信号处理领域开辟了新的思路和方法。有别于传统抑

制噪声的信号检测方法, 随机共振是利用噪声、信号和非线性系统之间的协同作用, 将噪声部分能量转移到信号上, 实现检测微弱信号的目的^[6-10]。调节系统结构参数^[11-12]和噪声的强度, 均可诱导实现随机共振。

近年来, 学者们研究的系统势函数主要是对称的, 而对于非对称系统的随机共振关注较少, 但是在实际工程应用中, 系统对称性是不能保证的, 故磁通量闸门磁力计量器与超导量子干涉设备中利用势阱非对称性来检测微弱信号^[13-14]。与对称系统相比, 非对称系统

基金项目: 国家自然科学基金(61771085; 61371164); 信号与信息处理重庆市市级重点实验室建设 (CSTC2009CA2003); 重庆市教育委员会科研 (KJ1600427)

收稿日期: 2019-08-12 修改稿收到日期: 2019-11-18

第一作者 张刚 男, 博士, 教授, 1976年生

通信作者 谢攀 女, 硕士生, 1994年生

具有更普适的理论基础和实用价值^[15]。Zhang 等^[16]探究了乘性与加性高斯白噪声环境中非对称双稳系统随机共振以及在轴承故障检测中的运用,张晓燕等^[17]通过解析方法探究了白噪声和周期矩形信号对时滞非对称单稳系统共振的影响。

目前对高斯噪声环境中随机共振^[18-19]的研究已相对成熟,然而在实际工程应用中遇到的噪声大多数都是非高斯分布的,它们具有明显脉冲特性与拖尾特性^[20],所以需要 α 稳定分布噪声^[21-22] 来模拟这些特征。 α 稳定分布噪声满足广义中心极限定理分布,高斯分布是其中一种特殊情况,所以研究 α 稳定分布噪声环境下的随机共振现象比高斯噪声环境更具有现实价值。焦尚彬等^[23-24] 探究了 α 稳定分布噪声环境中时滞非对称单稳系统和非对称双稳系统的随机共振以及参数诱导和噪声诱导对信噪比增益的影响。

通过对已有非对称系统研究成果分析,基本上研究的都是非对称单稳系统或非对称双稳系统,关于 α 稳定分布噪声环境中非对称三稳系统随机共振尚未见诸报道。因此,本文将 α 稳定分布噪声与非对称三稳系统相结合,以 A-SNRI 为衡量指标,首先对非对称三稳势函数进行了分析,然后探究了非对称三稳系统检测微弱信号的能力,最后分析了 α 稳定分布噪声不同特征指数 $\alpha(0 < \alpha \leq 2)$,对称参数 $\beta(-1 \leq \beta \leq 1)$ 时结构参数 a 、 b 、偏度 r 和强度放大系数 D 对系统共振作用规律,为自适应算法实现随机共振中合理选择参数范围提供了参考依据。

1 随机共振模型

非对称三稳系统模型可以用 Langevin 方程 (LE)^[25] 描述为:

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{dU(x)}{dx} + A\sin(2\pi ft) + D\xi(t) \tag{1}$$

式中: $U(x)$ 是非对称三稳势函数, A 是微弱周期信号幅值, f 是信号特征频率, $\xi(t)$ 为 α 稳定分布噪声, D 代表 $\xi(t)$ 的放大系数,通过调节 D 可以改变 $\xi(t)$ 的强度。

经典对称三稳系统势函数形状如图 1 所示,表达式如下^[26]:

$$U(x) = \frac{1}{2}ax^2 - \frac{1}{4}bx^4 + \frac{1}{6}cx^6 \tag{2}$$

本文提出的非对称三稳势函数,在式(2)的基础上引入了偏度系数 r ,刻画了系统的非对称性。其势函数表达式为:

$$U(x) = \frac{1}{2}ax^2 - \frac{1}{4}bx^4 + \frac{1}{6}cx^6 - \frac{1}{3}rx^3 \tag{3}$$

式中:参数 $a > 0, b > 0, c > 0, r \neq 0$,为了简化分析,在后面的研究中 c 都取为 1。当 r 为 0 时,此时 $U(x)$ 退化为经典对称三稳势函数。

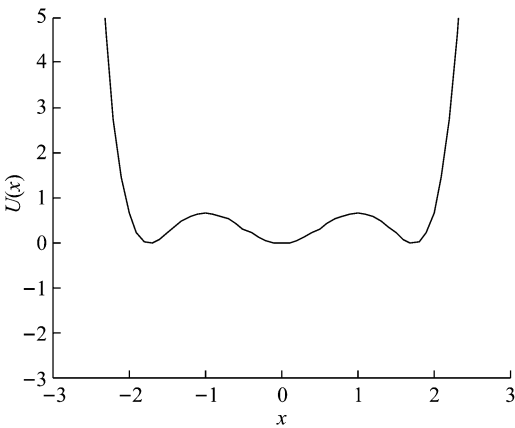


图 1 经典对称三稳势函数

Fig. 1 The potential function of classical symmetric tri-stable system

图 2 表示刻画系统偏度 r 对势函数形状的影响。由图 2 可观察到,势函数形状是非对称的。当 $r > 0$ 时,势函数向右偏,当 $r < 0$ 时,势函数向左偏,当 r 的绝对值相等时,势函数向左或向右偏的幅度是相同的。由此可以推测,当 r 的绝对值相等时对系统的影响是一样的。

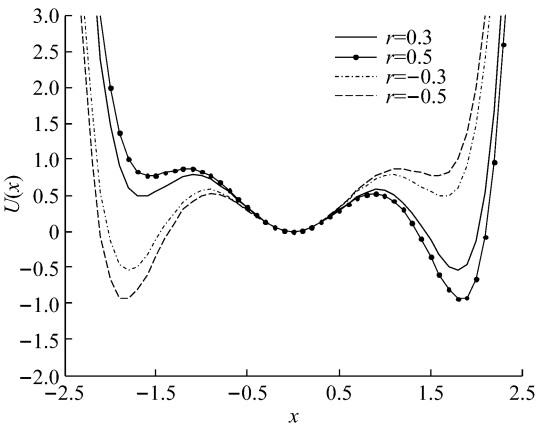


图 2 非对称三稳势函数

Fig. 2 The potential function of asymmetric tri-stable system

2 α 稳定分布噪声特性及产生方法

α 稳定分布噪声特征函数表达式^[27-28] 为:

$$\varphi(t) = \begin{cases} \exp\left[-\sigma|t|\left(1 + i\beta\frac{2}{\pi}\text{sign}(t)\log|t|\right) + i\mu t\right], & \alpha = 1 \\ \exp\left[-\sigma^\alpha|t|^\alpha\left(1 - i\beta\text{sign}(t)\tan\frac{\pi\alpha}{2}\right) + i\mu t\right], & \alpha \neq 1 \end{cases} \tag{4}$$

式中:特征指数 $\alpha \in (0, 2]$, α 值越小,噪声脉冲特性就越强,而拖尾特性则相反,如图 3 所示。对称参数 $\beta \in [-1, 1]$,决定了分布的对称性。当 $\beta = 0$ 时,噪声是呈对称分布的, $\beta \neq 0$ 时,分布中心向左或向右偏移。尺度参数 $\sigma \in [0, +\infty)$,是度量样本值相对于均值的分散程

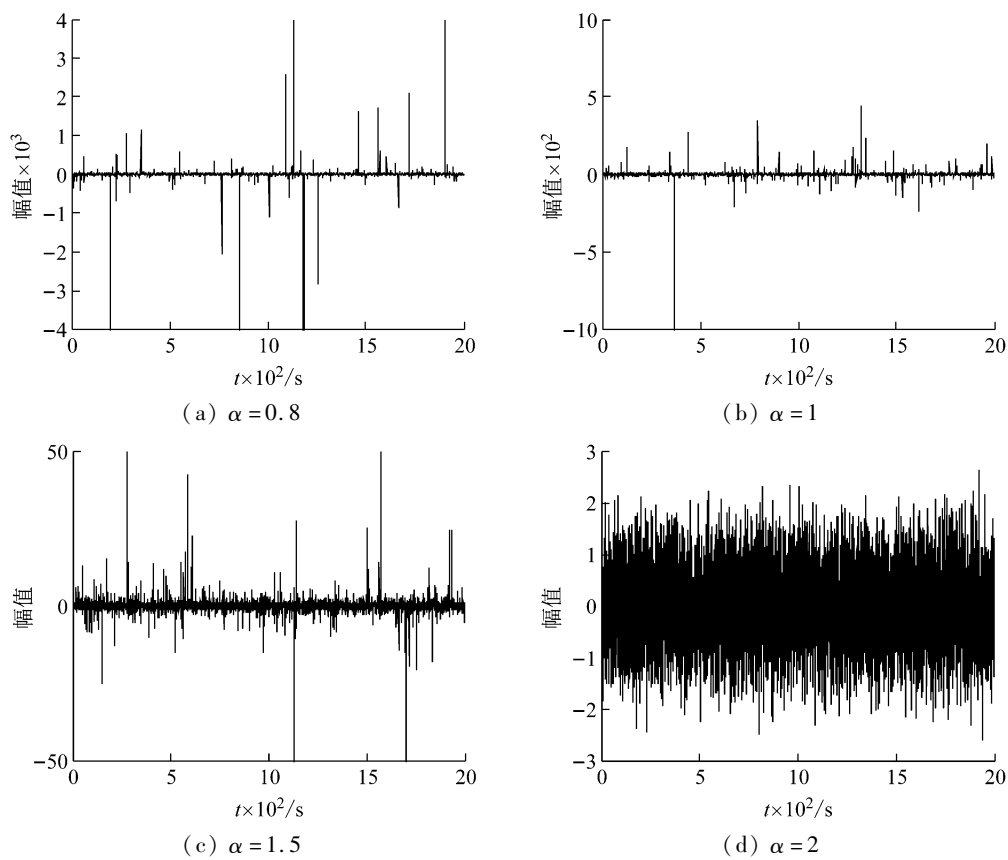


图 3 不同特征指数 α 下的 α 稳定分布噪声($\beta=0, \sigma=1, \mu=0$)

Fig. 3 The α -stable distributed noise of under different characteristic index $\alpha(\beta=0, \sigma=1, \mu=0)$

度。位置参数 $\mu \in (-\infty, +\infty)$, 决定了分布的中心。

本文 α 稳定分布噪声的随机变量 X 采用 CMS (Chambers-Mallows-Stuck) 算法^[29]产生。

当 $\alpha \neq 1$ 时,

$$X = D_{\alpha,\beta,\sigma} \frac{\sin(\alpha(V + C_{\alpha,\beta}))}{(\cos V)^{1/\alpha}} \times \left[\frac{\cos(V - \alpha(V + C_{\alpha,\beta}))}{W} \right]^{(1-\alpha)\alpha} + \mu \tag{5}$$

式中: V, W 为独立随机变量, V 服从 $(-\pi/2, \pi/2)$ 上均匀分布, W 服从均值为 1 的指数分布, 且 $C_{\alpha,\beta}$ 和 $D_{\alpha,\beta,\sigma}$ 表达式为:

$$C_{\alpha,\beta} = \frac{\arctan(\beta \tan(\pi\alpha/2))}{\alpha} \tag{6}$$

$$D_{\alpha,\beta,\sigma} = \sigma [\cos(\arctan(\beta \tan(\pi\alpha/2)))]^{-1/\alpha} \tag{7}$$

当 $\alpha = 1$ 时,

$$X = \frac{2\sigma}{\pi} \left[\left(\frac{\pi}{2} + \beta V \right) \tan V - \beta \ln \left(\frac{(\pi/2) W \cos V}{\pi/2 + \beta V} \right) \right] + \mu \tag{8}$$

3 数值解析方法

本文采用四阶 Runge-Kutta 算法^[30]对式(1)进行求解, 具体步骤如下:

$$x(n+1) = x(n) + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) + h^{1/\alpha} \xi(n),$$

$$\begin{aligned} k_1 &= h [-ax(n) + bx^3(n) - cx^5(n) + rx^2(n) + s(n)], \\ k_2 &= h \left[-a \left(x(n) + \frac{k_1}{2} \right) + b \left(x(n) + \frac{k_1}{2} \right)^3 - c \left(x(n) + \frac{k_1}{2} \right)^5 + r \left(x(n) + \frac{k_1}{2} \right)^2 + s(n) \right], \\ k_3 &= h \left[-a \left(x(n) + \frac{k_2}{2} \right) + b \left(x(n) + \frac{k_2}{2} \right)^3 - c \left(x(n) + \frac{k_2}{2} \right)^5 + r \left(x(n) + \frac{k_2}{2} \right)^2 + s(n+1) \right], \\ k_4 &= h [-a(x(n) + k_3) + b(x(n) + k_3)^3 - c(x(n) + k_3)^5 + r(x(n) + k_3)^2 + s(n+1))] \end{aligned} \tag{9}$$

式中: $s(n)$ 与 $x(n)$ 分别是输入和输出信号第 n 次采样值, $\xi(n)$ 为 α 稳定分布噪声第 n 次采样值, h 为时间步长。由于 α 稳定分布噪声具有特征指数 α 越小, 脉冲特性越强特征, 导致粒子跳跃距离趋向无限大。因此, 在数值仿真时需要输出信号 $x(t)$ 进行人为限幅^[31], 为了实现更好的共振效果, 本文采取的限幅措施为: 当 $|x(t)| > 2$ 时, 令 $x(t) = \text{sign}(x(t)) \times 2$ 。

4 系统性能指标

描述一个系统共振效应的性能指标有很多, 其中应用最广泛是信噪比 (SNR) 和信噪比增益 (SNR Improvement, SNRI)。SNRI 比 SNR 更能直接反应输出

出信号相对于输入信号品质改善程度,当 $SNRI > 1$ 时,说明待测信号在通过随机共振系统后能量得到了增强。并且 $SNRI$ 越大,系统对输入信号增强和改善作用越好。 $SNRI$ 定义为输出 SNR 和输入 SNR 的比值^[32,33],其表达式为:

$$SNRI = \frac{SNR_{out}}{SNR_{in}} = \frac{S_{out}(f_0)/(P_{out} - S_{out}(f_0))}{S_{in}(f_0)/(P_{in} - S_{in}(f_0))}$$
 (10)

式中: P_{in} 与 P_{out} 分别为系统输入和输出总功率, $S_{in}(f_0)$ 与 $S_{out}(f_0)$ 分别为系统输入和输出信号功率。

为了减少 $SNRI$ 随机性,本文采用平均信噪比增益 (Average-SNRI, A-SNRI) 来衡量系统的性能,其定义为:

$$A-SNRI = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n SNRI_i$$
 (11)

式中: n 为仿真次数,本文中 n 取 50 次, $SNRI_i$ 为第 i 次仿真的信噪比增益。

5 α 稳定分布噪声环境中非对称三稳系统的微弱信号检测与参数诱导的随机共振

取式(1)中待测信号 $A = 0.5, f = 0.03, \alpha$ 稳定分布噪声参数 $\alpha = 1, \beta = 0, \sigma = 1, \mu = 0$,放大系数 $D = 0.2$,采样频率 $f_s = 5 \text{ Hz}$,取样点数 $N = 10\ 000$ 。当系统参数 $a = 0.3, b = 1.3, c = 1$,偏度 $r = 0.1$,通过仿真实验得到结果,如图 4 所示。

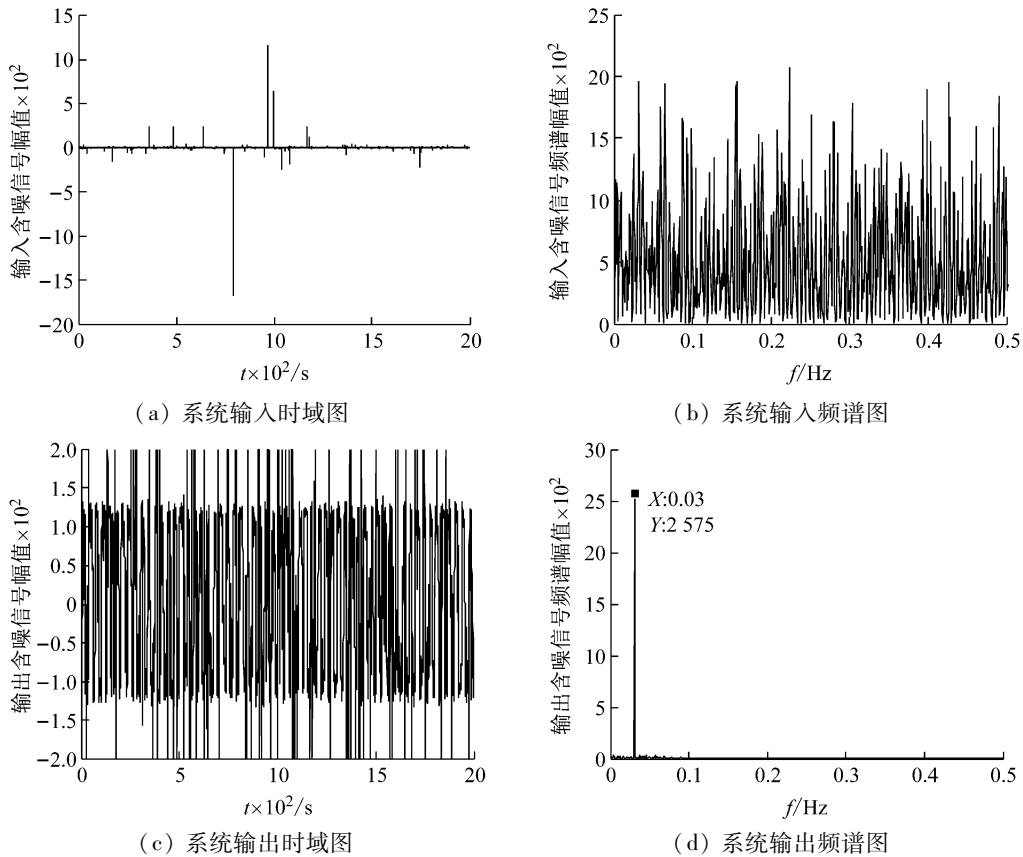


图 4 微弱信号检测结果

Fig.4 Detection results of weak signal

图 4(a)是加 α 稳定分布噪声的待测信号时域图,图 4(b)是对应的 FFT 变换得到的频谱图。由 4(a)与 (b)可以观察到,待测信号淹没在噪声中,不能有效提取有用信息。将含噪待测信号输入非对称三稳系统,然后调节系统参数 a 和 b ,当 $a = 0.3, b = 1.3$ 时,系统输出时频图如图 4(c)和(d)所示。由于 α 稳定分布噪声的尖峰脉冲特点,所以在图 4(c)不能观察到输出信号的时域信息。从图 4(d)中可以清晰看到有一个显著的尖峰值,且该值对应的频率 0.03 Hz 正好是待测信号的频率,说明待测信号能被检测出来且幅值被放大了,这是由于通过调节系统参数改变了势垒高度,使得粒子有足够能量越过势垒,在不同势阱间往返跃迁运

动,此参数条件下,待测信号、噪声和非对称三稳系统间实现了较好匹配,发生了随机共振现象。因此,通过调节参数,非对称三稳系统能产生随机共振,达到 α 稳定分布噪声环境中微弱周期信号检测目的。

接下来将深入研究 α 稳定分布噪声中,特征指数 α 与对称参数 β 分别取不同值条件,非对称三稳系统结构参数 a, b ,偏度 r 和噪声放大系数 D 与非对称三稳系统随机共振输出效应作用规律。

5.1 不同特征指数 α 下的随机共振

5.1.1 不同特征指数 α 下 A-SNRI 随参数 a 的变化

令特征指数 α 分别为 $0.7, 1, 1.3$,其余噪声参数分别为 $\beta = 0, \sigma = 1, \mu = 0$ 。待测信号,采样频率及采样点

数保持不变,固定参数 $b = 1.3, c = 1, r = 0.1, D = 0.2$, 通过仿真实验得到 A-SNRI 随参数 a 的变化规律如图 5 所示。从图 5(a) 可以看出,当 α 取 0.7, 1 和 1.3 时,随着 a 的增大, A-SNRI 整体先增大后减小,且当 $\alpha = 1, a = 0.3$, A-SNRI 最大,此时待测信号、噪声和非对称三稳系统之间实现了较好匹配,噪声转移到信号的能量最大,达到了更佳共振效果。并且,随着 a 的继续增

大,系统响应时间过长,使得这种较好匹配关系被打破, A-SNRI 逐渐下降,系统性能也大幅下降。此外还观察到,共振效果较好区间不随 α 变化而改变,并且当 $\alpha = 1$ 时 A-SNRI 最大。由图 5(b) 与 (c) 可以看出,当 $\alpha < 1$ 时,随着 α 增加, A-SNRI 越来越大,当 $\alpha > 1$ 时,随着 α 增加, A-SNRI 越来越小,产生此现象的原因,在 5.1.2 节解释。

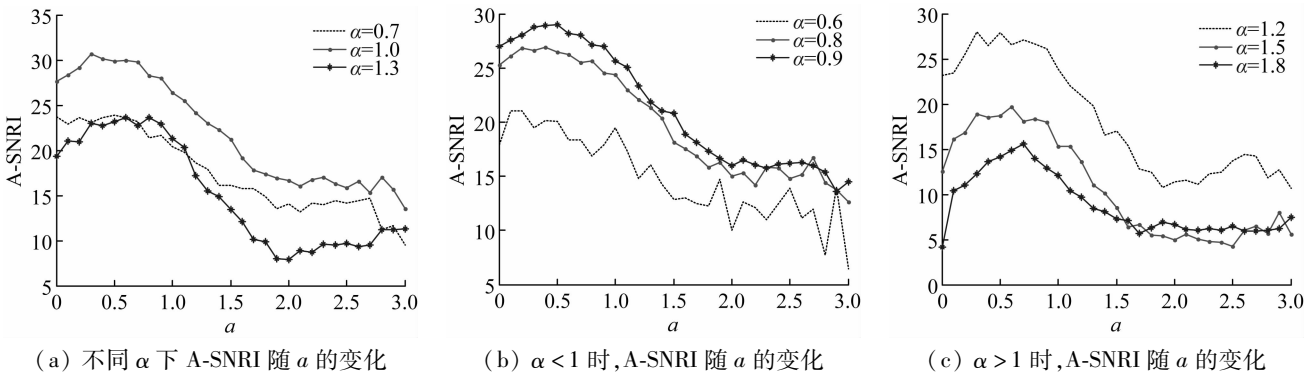


图 5 不同 α 下 A-SNRI 随 a 的变化

Fig. 5 The A-SNRI changing with a under different α

5.1.2 不同特征指数 α 下 A-SNRI 随参数 b 的变化

固定 $a = 0.3$, 令 $r = 0.1, D = 0.2$, 其余参数与前面保持一致,通过仿真实验得到 A-SNRI 随 b 的变化规律如图 6 所示。由图 6 可以看出, A-SNRI 随 b 是非线性变化的,且存在一个合适值 b 使得 A-SNRI 最大,即此时随机共振效果更好,对信号检测能力更强。当 $\alpha = 1$

时, A-SNRI 最大, $\alpha < 1$, 随着 α 减小, α 稳定分布噪声的脉冲特性越强,导致粒子跳跃距离趋向无限大,所以 A-SNRI 越来越小。 $\alpha > 1$, 随着 α 增大, A-SNRI 越小,说明 α 并不是越大越好,它存在一个合适值使 A-SNRI 最大,这与图 5(b) 与 (c) 的结论一致。

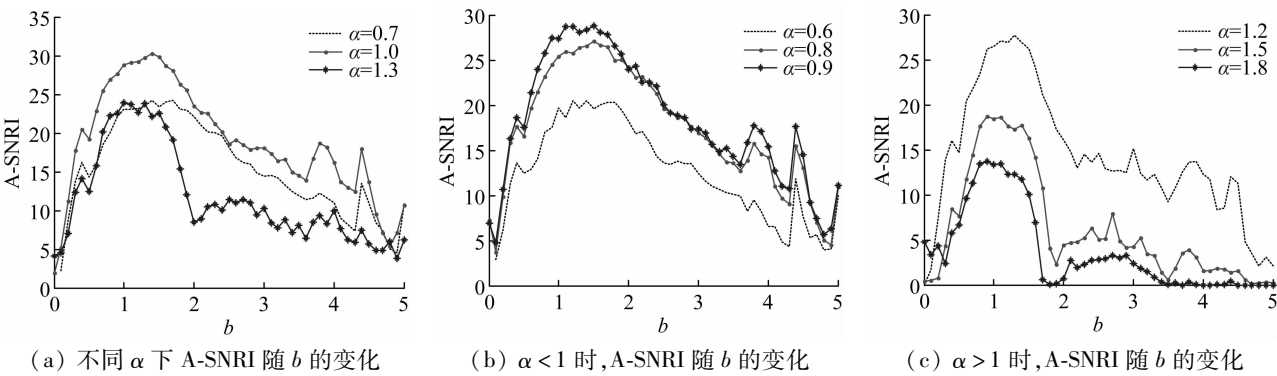


图 6 不同 α 下 A-SNRI 随 b 的变化

Fig. 6 The A-SNRI changing with b under different α

5.1.3 不同特征指数 α 下 A-SNRI 随参数 r 的变化

固定参数 $a = 0.3, b = 1.3$, 令 $D = 0.2$, 其余参数与前面保持一致,仿真得到 A-SNRI 随参数 r 的变化规律如图 7 所示。由图 7 可知,当 α 不相同,都存在一个值 r 使 A-SNRI 在该 α 下最大,且当 $\alpha = 1, r = 0.1$ 时, A-SNRI 最大,此时产生较好共振,信号检测效果更佳,这是因为不仅参数 a 和 b 能改变势函数形状,偏度 r 也能改变形状,使粒子能够越过势垒,进而影响系统共振效果。

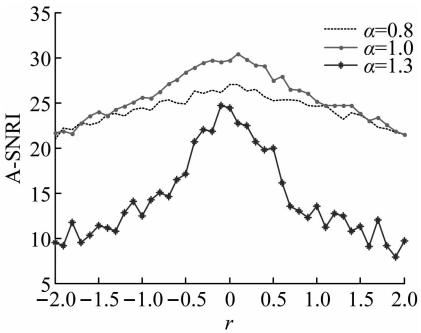


图 7 不同 α 下 A-SNRI 随 r 的变化

Fig. 7 The A-SNRI changing with r under different α

5.1.4 不同特征指数 α 下 A-SNRI 随噪声强度放大系数 D 的变化

固定 $a = 0.3, b = 1.3, r = 0.1$, 其余参数与前面保持一致, 仿真得到 A-SNRI 随 D 的变化规律如图 8。从图 8 可以看出, 随着系数 D 的增大, A-SNRI 先增大后减小, 这是由于刚开始随着 D 的增大, 噪声能量转移到信号上的能量逐渐增强, 当 A-SNRI 最大时, 此时转移到信号的能量最大, 随着 D 的继续增大, 噪声干扰太强, 信号被噪声淹没, 因此 A-SNRI 越来越小。随着 α 增大, 粒子需要更多的能量才能越过势垒实现阱间跃迁, 所以随着 α 的增大, A-SNRI 的峰值向右移, 且当 $\alpha = 1$ 时, A-SNRI 峰值最大, 共振效应较好区间不随 α 的变化而发生改变, 说明系数 D 的较好共振区间不受 α 变化的影响。

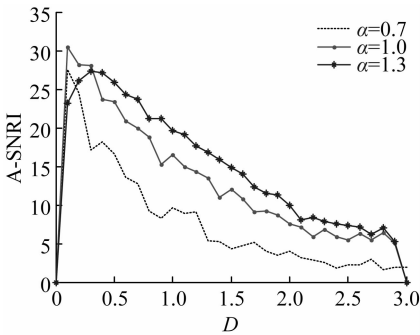


图 8 不同 α 下 A-SNRI 随 D 的变化

Fig. 8 The A-SNRI changing with D under different α

5.2 不同对称参数 β 下的随机共振

对称参数 β 分别取 $-1, 0, 1$, 其余噪声参数分别取 $\alpha = 1, \sigma = 1, \mu = 0$ 。待测信号, 采样频率及采样点数均保持不变, 固定参数 $b = 1.3, r = 0.1, D = 0.2$, 通过仿真实验得到不同 β 下 A-SNRI 随参数 a 的变化规律如图 9 所示。由图 9 可知, 与前面不同 α 下 A-SNRI 随参数 a 变化规律相同, 即不同 β 下 A-SNRI 随参数 a 呈先增后减趋势, 表明参数 a 的变化降低了势垒高度, 使得粒子发生跃迁所需能量较低, 粒子的能量达到了跃迁需求, 从而实现了随机共振。发生随机共振现象较好区间不随参数 β 变化而变化, 且在区间 $[0, 2.5]$ 时, $\beta = -1$ 与

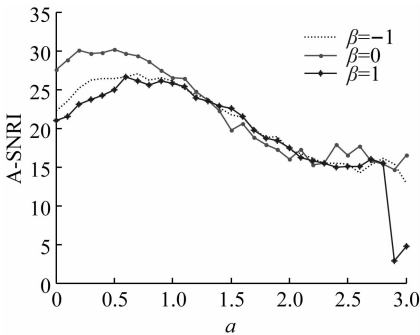


图 9 不同 β 下 A-SNRI 随 a 的变化

Fig. 9 The A-SNRI changing with a under different β

$\beta = 1$ 时曲线大致相同, $\beta = 0$ 时 A-SNRI 峰值大于 $\beta \neq 0$ 时的峰值, 说明参数 β 的改变对参数 a 产生较优 A-SNRI 的区间无影响, 这对参数的合适选取具有参考价值, 且 α 稳定分布噪声呈对称分布 ($\beta = 0$) 时 A-SNRI 最大。

图 10 是 β 分别取 $-1, 0$ 和 1 时, 固定参数 $a = 0.3, r = 0.1, D = 0.2$, 其余参数不变得到的 A-SNRI 随参数 b 变化规律曲线。从图中可以观察到, β 取不同值时, A-SNRI 随 b 的变化与前面不同 α 时随 b 变化规律是一样的, 因此这里将不再详细描述。

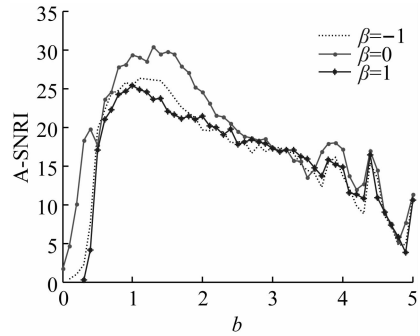


图 10 不同 β 下 A-SNRI 随 b 的变化

Fig. 10 The A-SNRI changing with b under different β

图 11 是固定参数 $a = 0.3, b = 1.3$ 和 $D = 0.2$ 得到的 A-SNRI 随偏度 r 变化规律图, 从图中可以观察到, 不同 β 下 A-SNRI 随 r 非线性变化, 并且存在一个最大值。A-SNRI 最大, 说明在此参数条件下随机共振效应更好。由于当 $\beta = 0$ 时, α 稳定分布噪声是呈对称分布的, $\beta > 0$ 时, 分布中心向左偏移, $\beta < 0$ 时, 中心向右偏移, 图 11 中 A-SNRI 的峰值在 $\beta \neq 0$ 时的偏移现象与噪声分布是对应的, 且只有当噪声呈对称分布时, A-SNRI 才最大, 此时系统性能更好。

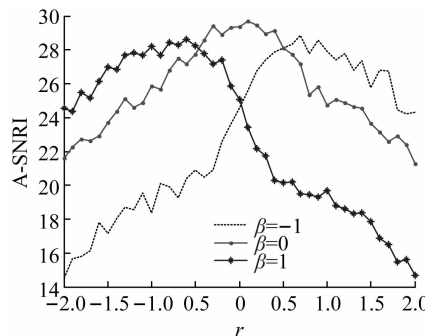


图 11 不同 β 下 A-SNRI 随 r 的变化

Fig. 11 The A-SNRI changing with r under different β

图 12 是固定参数 $a = 0.3, b = 1.3$, 和 $r = 0.1$ 得到的 A-SNRI 随强度系数 D 变化关系图。从图中可以观察到, 当 D 逐渐变大, A-SNRI 出现先增后减趋势, 呈现非线性特征, A-SNRI 存在峰值, 说明系统产生了随机共振现象。共振效果相对较好区间不随 β 变化而改变, 并且 $\beta = 0$ 时 A-SNRI 大于 $\beta \neq 0$ 时 A-SNRI, 进一步

验证了噪声呈对称分布时,共振效果更好。

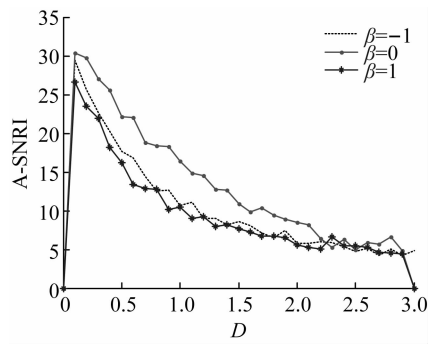


图 12 不同 β 下 A-SNRI 随 D 的变化

Fig. 12 The A-SNRI changing with D under different β

6 结 论

本文研究了 α 稳定分布噪声中非对称三稳系统的随机共振特性,当 α 稳定分布噪声参数 α 和 β 为不同值条件,从系统结构参数 a 、 b 、刻画系统偏度 r 和噪声强度放大系数 D 这几个方面详细分析了 A-SNRI 随 a 、 b 、 r 和 D 变化规律,通过研究分析得出以下结论:

- (1) 不仅系统参数 a 、 b 能改变势函数形状,偏度系数 r 也能改变势函数形状,从而影响系统随机共振性能,当 $r > 0$ 时,势函数向右偏,右边势阱加深,左边势阱变浅,当 $r < 0$ 时,势函数向左偏,左边势阱加深,右边势阱变浅,当 $r = 0$ 时,退化为传统对称三稳势函数形状;
- (2) 调节系统参数,当参数 $a = 0.3$ 、 $b = 1.3$ 、 $r = 0.1$ 、 $D = 0.2$ 时,系统能产生随机共振现象,实现 α 稳定分布噪声环境中微弱周期信号检测;
- (3) 当 α 稳定分布噪声参数 α 、 β 分别取不同值时,调节系统结构参数 a 、 b 、偏度系数 r 和 D 都能诱导产生随机共振;
- (4) 对任意一个参数 a 、 b 、 r 或 D ,A-SNRI 都出现先增大后减小的趋势,且 A-SNRI 较优区间不随 α 或 β 的变化而改变;
- (5) 当特征指数 α 不同时,在任一参数 a 、 b 、 r 或 D 随机共振区间中, $\alpha = 1$ 时对信号检测效果更好,当 $\alpha > 1$ 时,随着 α 增大,A-SNRI 逐渐减小,当 $\alpha < 1$ 时,随着 α 增大,A-SNRI 逐渐增大;
- (6) 当对称参数 β 不同时,在任一参数 a 、 b 、 r 或 D 随机共振区间中, $\beta = 0$ 时对信号检测效果较好,说明了 α 稳定分布噪声呈对称分布时系统对信号检测能力更好,且当 $\beta = -1$ 时,A-SNRI 峰值向右移,当 $\beta = 1$ 时,峰值向左移。以上结论对研究非对称三稳系统随机共振现象时合理选择参数范围实现自适应随机共振奠定了基础,有助于实际应用中对微弱信号的检测。

本文研究了 α 稳定分布噪声环境下非对称三稳系统的随机共振作用规律,将非对称三稳系统应用在实际轴承故障检测中,以及对系统参数的选取采用自适

应优化算法,实现更好检测效果是接下来研究的方向。

参 考 文 献

[1] BENZI R, SUTERA A, VULPIANI A. The mechanism of stochastic resonance[J]. Journal of Physics A, 1981, 14 (11): 453-457.

[2] BENZI R, PARISI G, SUTERA A, et al. Stochastic resonance in climatic change[J]. Tellus, 1982, 34 (1): 10-16.

[3] BENZI R, PARISI G, SUTERA A, et al. A theory of stochastic resonance in climatic change[J]. SIAM Journal on Applied Mathematics, 1983, 43(3): 565-578.

[4] 刘进军, 冷永刚, 赖志慧, 等. 基于频域信息交换的随机共振研究[J]. 物理学报, 2016, 65(22): 197-210. LIU Jinjun, LENG Yonggang, LAI Zhihui, et al. Stochastic resonance based on frequency information exchange[J]. Acta Physica Sinica, 2016, 65(22): 197-210.

[5] 田艳, 何桂添, 罗懋康. 具有非线性阻尼涨落的线性谐振子的随机共振[J]. 物理学报, 2016, 65(6): 35-44. TIAN Yan, HE Guitian, LUO Maokang. Stochastic resonance of a linear harmonic oscillator with non-linear damping fluctuation[J]. Acta Physica Sinica, 2016, 65(6): 35-44.

[6] 陆思良. 基于随机共振的微弱信号检测模型及应用研究[D]. 合肥:中国科学技术大学, 2015.

[7] 陆思良, 苏云升, 赵吉文, 等. 基于二维互补随机共振的轴承故障诊断方法研究[J]. 振动与冲击, 2018, 37(4): 7-12. LU Siliang, SU Yunsheng, ZHAO Jiwen, et al. Bearings fault diagnosis based on two-dimensional complementary stochastic resonance[J]. Journal of Vibration and Shock, 2018, 37 (4): 7-12.

[8] GAO Z B, LIU X Z, ZHENG N. Study on the method of chaotic oscillator in weak signal detection [J]. Journal of Chongqing University of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition), 2013, 25(4): 440-444.

[9] 谯自健. 基于随机共振理论的微弱信号检测方法研究及应用[D]. 兰州:兰州理工大学, 2015.

[10] 潘峥嵘, 谯自健, 张宁. 基于符号序列熵的自适应随机共振的微弱信号检测[J]. 计量学报, 2015, 36 (5): 496-500. PAN Zhengrong, QIAO Zijian, ZHANG Ning. Weak signal detection of adaptive stochastic resonance based on Shannon entropy of symbolic series [J]. Acta Metrologica Sinica, 2015, 36(5): 496-500.

[11] XU B, DUAN F, BAO R, et al. Stochastic resonance with tuning system parameters; the application of bistable systems in signal processing[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2002, 13(4): 633-644.

[12] 焦尚彬, 任超, 黄伟超, 等. α 稳定噪声环境下多频微弱信号检测的参数诱导随机共振现象[J]. 物理学报, 2013, 62(21): 34-43. JIAO Shangbin, REN Chao, HUANG Weichao, et al. Parameter-induced stochastic resonance in multi-frequency weak signal detection with α stable noise[J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(21): 34-43.

[13] GAMMAITONI L, BULSARA A R. Noise activated nonlinear dynamic sensors [J]. Physical Review Letters, 2002, 88 (23): 230-601.

- [14] 张静静, 靳艳飞. 非高斯噪声驱动下非对称双稳系统的平均首次穿越时间与随机共振研究[J]. 物理学报, 2011, 60(12): 54-62.
- ZHANG Jingjing, JIN Yanfei. Mean first-passage time and stochastic resonance in an asymmetric bistable system driven by non-Gaussian noise[J]. Acta Physica Sinica, 2011, 60(12): 54-62.
- [15] 孙中奎, 鲁捧菊, 徐伟. 非对称双稳耦合网络系统的尺度随机共振研究[J]. 物理学报, 2014, 63(22): 92-99.
- SUN Zhongkui, LU Pengju, XU Wei. System size stochastic resonance in asymmetric bistable coupled network systems[J]. Acta Physica Sinica, 2014, 63(22): 92-99.
- [16] ZHANG G, ZHANG Y J, ZHANG T Q, et al. Stochastic resonance in an asymmetric bistable system driven by multiplicative and additive Gaussian noise and its application in bearing fault detection[J]. Chinese Journal of Physics, 2018, 56(3): 1173-1186.
- [17] 张晓燕, 徐伟, 周丙常. 周期矩形信号作用下时滞非对称单稳系统的随机共振[J]. 物理学报, 2012, 61(3): 47-51.
- ZHANG Xiaoyan, XU Wei, ZHOU Bingchang. Stochastic resonance in a time-delayed asymmetric mono-stable system modulated by periodic rectangular signal[J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(3): 47-51.
- [18] SHI P M, LI P, AN S J, et al. Stochastic resonance in a multistable system driven by Gaussian noise[J]. Discrete Dynamics in Nature and Society, 2016, 2016(2): 1-7.
- [19] SHI P M, AN S J, LI P, et al. Signal feature extraction based on cascaded multi-stable stochastic resonance denoising and EMD method[J]. Measurement, 2016, 90(8): 318-328.
- [20] 邱天爽, 张旭秀, 李小兵, 等. 统计信号处理-非高斯信号处理及其应用[M]. 北京: 电子工业出版社, 2004.
- [21] 焦尚彬, 孙迪, 刘丁, 等. α 稳定噪声下一类周期势系统的振动共振[J]. 物理学报, 2017, 66(10): 26-36.
- JIAO Shangbin, SUN Di, LIU Ding, et al. Vibrational resonance in a periodic potential system with α stable noise[J]. Acta Physica Sinica, 2017, 66(10): 26-36.
- [22] LIU Y L, LIANG J, JIAO S B, et al. Stochastic resonance of a tri-stable system with α stable noise[J]. Chinese Journal of Physics, 2017, 55(2): 355-366.
- [23] 焦尚彬, 杨蓉, 张青, 等. α 稳定噪声驱动的非对称双稳随机共振现象[J]. 物理学报, 2015, 64(2): 49-57.
- JIAO Shangbin, YANG Rong, ZHANG Qing, et al. Stochastic resonance of asymmetric bistable system with α stable noise[J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(2): 49-57.
- [24] 焦尚彬, 李佳, 张青, 等. α 稳定噪声下时滞非对称单稳系统的随机共振[J]. 系统仿真学报, 2016, 28(1): 139-146.
- JIAO Shangbin, LI Jia, ZHANG Qing, et al. Stochastic resonance in time-delayed asymmetric monostable system with α stable noise[J]. Journal of System Simulation, 2016, 28(1): 139-146.
- [25] DOIRON B, LINDNER B, LONGTIN A, et al. Oscillatory activity in electrosensory neurons increases with the spatial correlation of the stochastic input stimulus[J]. Physical Review Letters, 2004, 93(4): 048101.
- [26] 赖志慧, 冷永刚. 三稳系统的动态响应及随机共振[J]. 物理学报, 2015, 64(20): 81-92.
- LAI Zhihui, LENG Yonggang. Dynamic response and stochastic resonance of a tri-stable system[J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(20): 81-92.
- [27] NOLAN J P. An algorithm for evaluating stable densities in Zolotarev's (M) parameterization[J]. Mathematical and Computer Modelling, 1999, 29(10): 229-233.
- [28] 张广丽, 吕希路, 康艳梅. α 稳定噪声环境下过阻尼系统中的参数诱导随机共振现象[J]. 物理学报, 2012, 61(4): 1-8.
- ZHANG Guangli, LÜ Xilu, KANG Yanmei. Parameter-induced stochastic resonance in overdamped system with α stable noise[J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(4): 1-8.
- [29] RAFAL W. On the chambers-mallows-stuck method for simulating skewed stable random variables[J]. Statistics and Probability Letters, 1996, 28(2): 165-171.
- [30] 张文英, 王自力, 张卫东. 利用随机共振实现 Lévy 噪声中的信号检测[J]. 控制工程, 2009, 16(5): 638-640.
- ZHANG Wenying, WANG Zili, ZHANG Weidong. Signal detection from Lévy noise via stochastic resonance[J]. Control Engineering of China, 2009, 16(5): 638-640.
- [31] DAVIS J C, MCCULLAGH M J. Display and analysis of spatial data: NATO advanced study institute[J]. Journal of the American Statistical Association, 1976, 71(355): 768-769.
- [32] 胡莺庆. 随机共振微弱特征信号检测理论与方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 2012.
- [33] 万频, 詹宜巨, 李学聪, 等. 一种单稳随机共振系统信噪比增益的数值研究[J]. 物理学报, 2011, 60(4): 60-66.
- WAN Pin, ZHAN Yiju, LI Xuecong, et al. Numerical research of signal-to-noise ratio gain on a monostable stochastic resonance[J]. Acta Physica Sinica, 2011, 60(4): 60-66.