Grundlagen und Begriffe

Zufallsexperiment

Ein Zufallsexperiment ist etwas mit folgenden Eigenschaften:

- Die Durchführung ist genau festgelegt
- Die möglichen Ergebnisse sind vor der Durchführung bekannt
- Das Ergebnis kann nicht vorhergesagt werden

Es gibt auch verschiedene Stufen.

Ergebnissmenge

Die Menge an unterschiedlichen Ergebnissen eines Zufall**sex**periment, nennt man **Ergebnissmenge** $|\Omega|$.

Bei dem Wurf eines Würfels sieht diese Bespielsweise so aus:

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow |\Omega| = 6$$

Mehrstufiges Zufallsexperiment

Als Stufen kann man die Anzahl wie oft ein Zufallsexperiment durchgeführt wird bezeichnen.

Für die Anzahl der Stufen wird die Variable n verwendet.

Einstufiges Zufallsexperiment

Wenn $n = 1$ bei dem Werfen einer Münze ist die Ereignissmenge wie folgt:

$$K = Kopf \qquad Z = Zahl$$

$$\Omega = \{K, Z\}$$

Mehrstufiges Zufallsexperiment

Wenn $n = 3$, bei gleichem Experiment, sieht die Ereignissmenge wie folgt aus:

$$\Omega = \{K, Z\} \times \{K, Z\} \times \{K, Z\} =$$
$$\{K - K - K, Z - Z - Z, K - Z - Z, K - Z - K, Z - K - K, Z - K - Z, K - K - Z, Z - Z - K\}$$

Wahrscheinlichkeit

relative/absolute Häufigkeit

$$relativeHaeufigkeit = \frac{absoluteHaeufigkeit}{AnzahlderVersuche} \qquad h_n(A) = \frac{H_n(A)}{n}$$

Laplace Experiment

Bernoulli Kette der Länge n

Wir betrachten eine Situation, bei der der Ausgand eine konstante Warscheinlichkeit hat. Dieses Event wird n mal gemacht, und kein Event wird von dem vorherigen beeinflusst.

Als Beispiel ziehe ich hier n Würfelwürfe herbei. Die Warscheinlichkeit, dass man bei einem Wurf eine 6 Würfelt ist $\frac{1}{6}$, die Warscheinlichkeit das dies nicht der Fall ist, ist $\frac{5}{6}$. Die Variable X beschreibt die Anzahl an gewürfelten $6en$ bei n Würfen.
- $p = \frac{1}{6}$: Warscheinlichkeit für einen Treffer - n: Anzahl an Versuchen - k: Anzahl an gewünschten Treffern - X: Anzahl an treffern

Die allgemeine Formel die hier angewendet werden kann lautet wiefolgt:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

$\binom{n}{k}$ beschreibt die Anzahl an Möglichkeiten für k Treffer bei n Versuchen. Das heißt im eigentlichen Rechnen wird dies fast immer 1 entsprechen.

genau k Treffer

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

Die Warscheinlichkeit bei unserem Beispiel genau ein Treffer bei 5 Versuchen zu haben ergibt folgendes:
$p = \frac{1}{6} \qquad n = 5 \qquad k = 1$

$P(X = 1) = 1 \cdot \frac{1}{6}^1 \cdot (1 - \frac{1}{6})^{5-1} \approx 0,0804 = 8,04\%$

mindestens k oder mehr Treffer

$$P(X \geq k) = \sum_{l=k}^{n} \binom{n}{k} \cdot p^l \cdot (1-p)^{n-l}$$

maximal k oder weniger Treffer

$$P(X \geq k) = \sum_{l=0}^{k} \binom{n}{k} \cdot p^l \cdot (1-p)^{n-l}$$

Signifikanztests mit der Binominalverteilung