

Binary Search

PCFIM

Ejemplo 1

Dado un array **ordenado** de n elementos. Responder q queries, la i -th query es: encontrar el primer elemento en el array que es mayor o igual a x_i .

Task 1: $n \leq 10^6, q \leq 10^2$

Task 2: $n \leq 10^6, q \leq 10^6$

Ejemplo 2

Dado un array **ordenado** de n elementos. Responder q queries, la i -th query es: encontrar la posición del primer elemento en el array que es igual a x_i o -1 si no existe.

Busqueda 0-1

Imaginen los problemas anteriores como un array de 0's y 1's. Ahora el problema se traduce a:

encontrar el primer elemento que es 1

Binary search se puede aplicar sobre funciones monotonas, o equivalentemente sobre un array de 0's y 1's. Note que:

- 0: false
- 1: true

Binary sobre `double`

Ejemplo

Encuentre la solución (x) de:

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$$

- $0 \leq a, b, c, d, e \leq 10$
- Se garantiza que $e \leq x$

Binary sobre la respuesta

Se define un espacio de búsqueda: $\text{low} \leq S \leq \text{high}$, y una función a *probar* $test$. Tal que,

- si $test(x) = 1$, entonces $\forall y \in S \mid x \leq y, test(y) = 1$.
- si $test(x) = 0$, entonces $\forall y \in S \mid y \leq x, test(y) = 0$.

Si una *variable* o *función* cumple con estas condiciones, puede calcularse el primer elemento para el cual la respuesta es 1, usando binary search.

Derivada discreta

Sea el polinomio: $p(x) = ax^2 + bx + c$. Se genera una coleccion ordenada de puntos aleatorios $x = [x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}]$ y $y = [p(x_0), p(x_1), p(x_2), \dots, p(x_{n-1})]$. Encontrar el minimo valor en el array y .