

高数 1 补充习题 1

1. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x^3 - 1}$

2. 证明 若 $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) \sin \frac{1}{x} = 0$

3. 找反例说明命题

"若 $\lim_{x \rightarrow c} |f(x)| = |l|$, 则 $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = l$."

是错误的。

4. 找反例说明命题

"若 $\lim_{x \rightarrow c} [f(x) + g(x)]$ 存在, 则 $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ 和

$\lim_{x \rightarrow c} g(x)$ 存在" 是错误的。

5. 判断下列命题

(1) 若 $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = l$, 则存在某 $\delta > 0$, 使得 $f(x)$ 在 c 的邻域 $(c - \delta, c) \cup (c, c + \delta)$ 内有界。

(2) 若 $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = 1$, 则存在某 $\delta > 0$, 使得在 c 的邻域 $(c - \delta, c) \cup (c, c + \delta)$ 内 $f(x) < \frac{3}{2}$ 。

(3) 若 $f(x) > 0$, 且 $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = l$, 则 $l > 0$ 。

6. 计算极限

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{1}{x} \right] \sin x, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{3x}$$

7. 若 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = l$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = m$, 问下列极限

存在吗? 若存在则求出来。

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(-x) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x^2 - x) \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} (2f(-x) + f(x^2))$$