

高数 1 补充习题 5

1. 填空题

(1) 设 $\int f(x)e^{\frac{1}{x}}dx = e^{\frac{1}{x}} + C$, 则 $f(x) =$ _____.

(2) 已知 $f'(\sin^2 x) = \cos 2x$, 则 $f(x) =$ _____.

(3) 设函数 $y = f(x)$ 的微分 $dy = \sqrt{2x}dx$, 则 $f(x) =$ _____.

2. 设 $f(x) = \begin{cases} 2x, & x \leq 0, \\ \sin x, & x > 0, \end{cases}$ 求 $f(x)$ 的一个原函数 $F(x)$, 且满足 $F(0) = 1$.

3. 将极限用定积分表示出来

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(\sqrt{1 + \cos \frac{\pi}{n}} + \sqrt{1 + \cos \frac{2\pi}{n}} + \cdots + \sqrt{1 + \cos \frac{n\pi}{n}} \right)$$

4. 用定积分的几何意义计算

(1) $\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} (\sin x + 1) dx$

(2) $\int_0^2 |x-1| dx$

5. 设 $M = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} x^{100} \sin x dx$, $N = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} x^{100} \sin^{100} x dx$, $P = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} x^{100} \sin^{90} x dx$, 比较它们的大小.