班级：＿＿＿＿＿＿学号：＿＿＿＿＿＿ 姓名：＿＿＿＿＿＿

我已阅读了有关的考试规定和纪律要求，愿意在考试中遵守《考场规则》，如有违反将愿接受相应的处理。

题　号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总 分
应得分	18	10	12	10	10	10	10	10	10		100
实得分											

试卷共 5 页，请先查看试卷有无缺页，然后答题。

附：本试卷中可能用到的数据

$\Phi(u_\alpha)=1-\alpha$ 的分位数 u_α； $P(t(4)>t_\alpha(4))=\alpha$ 的分位数 $t_\alpha(4)$

表 1

α	0.05	0.025	0.02
u_α	1.645	1.960	2.054

表 2

α	0.05	0.025
$t_\alpha(4)$	2.1318	2.7764

一、 单项选择题(在每小题的四个备选答案中，选出一个正确答案，并将正确答案的序号填在题干的括号内。每小题 3 分，共 18 分)

1. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{6\pi}}e^{-\frac{(x+1)^2}{6}}$，则 $X\sim$（　　）

A. $N(-1,1)$　　B. $N(-1,2)$　　C. $N(-1,3)$　　D. $N(-1,4)$

C

2．设袋中有 4 只白球，2 只黑球，从袋中不放回任取 2 只球，则取得 2 只白球的概率是（　　）

A. 1/5　　B. 2/5　　C. 3/5　　D. 4/5

B

3. 甲、乙、丙 3 人独立地译出一种密码，他们能译出的概率分别为

1/5,1/3,1/4，则能译出这种密码的概率为（　　　）

A. 1/5　　　B. 2/5　　　C. 3/5　　　D. 4/5

C.

4. 设两个独立随机变量 X, Y 的方差分别为 4 与 2，则随机变量 $3X-2Y$ 的方差是.（　　　）

A. 8　　　B. 16　　　C. 28　　　D. 44

D

5. 设随机变量 $X \sim N(0,4)$，$Y \sim N(1,4)$，且 X 与 Y 相互独立，则 $X-Y$ 服从(　　　) 分布.

A. $N(-1,0)$　　B. $N(-1,32)$　　C. $N(-1,8)$　　D. $N(1,8)$

C

6. 设随机变量 $X \sim N(\mu,1), Y \sim \chi_{?}^{2}(n)$ 又 X,Y 独立，令

$$T=\frac{X-\mu}{\sqrt{Y}}\sqrt{n}$$，则下列结论正确的是（　　　）

A. $T \sim (n-1)$　B. $T \sim t(n)$　C. $T \sim N(0,1)$　D. $T \sim F(1,n)$

B

二、(10 分)某仓库有同样规格的产品 12 箱，其中有 6 箱、4 箱、2 箱分别是由甲、乙、丙 3 个工厂生产的，3 个厂的次品率分别为 1/10, 1/14, 1/18。 现从仓库中任取 1 件产品，求取得的 1 件产品是次品的概率(结果要求用小 数表示，精确到小数点后面 3 位)。

【解】设 A=“取得的产品是次品”， B_1=“产品由甲工厂生产”，B_2=“产品由乙工厂生产”，B_3=“产品由丙工厂生产”。则

$P(A)=P(B_1)P(A|B_1)+ P(B_2)P(A|B_2)+ P(B_3)P(A|B_3)$

$=1/2\cdot 1/10+1/3\cdot 1/14+1/6\cdot 1/18\approx=0.083$

三、(12 分)一批产品中有 20%的次品，对其进行独立重复抽样检查，共取 4 件样品。计算：

(1)这 4 件样品中恰好有 2 件次品的概率 P_1；

(2)这 4 件样品中至多有 1 件次品的概率 P_2。

【解】每次抽到次品的概率 $P_0=\dfrac{1}{5}$。

（1）$P_1=C_4^2P_0^2(1-P_0)^2=6\cdot(1/5)^2\cdot(4/5)^2=96/625\approx 0.1536$

（2）$P_2=(1-P_0)^4+C_4^1P_0(1-P_0)^3=512/625\approx 0.8192$

四、（10 分）设随机变量 (X,Y) 的联合分布律为

X \ Y	0	1	2
−1	0.1	0.2	0.2
0	0.1	0	0.1
1	0.1	0.2	0

求 $E(X),E(Y),\ D(X),D(Y),Cov(X,Y)$

【解】边缘概率分布分别为

X	−1	0	1
概率	0.5	0.2	0.3

Y	0	1	2
概率	0.3	0.4	0.3

E(X)=-1x0.5+0x0.2+1x0.3=-0.2;

E(Y)=0x0.3+1x0.4+2x0.3=1;

$E(X^2)$= 1x0.5+0x0.2+1x0.3=0.8, D(X)= $E(X^2)-(E(X))^2$=0.76;

$E(Y^2)$=0x0.3+1x0.4+4x0.3=1.6, D(Y)= $E(Y^2)-(E(Y))^2$=0.6;

E(XY)=-1x0.2-2x0.2+1x0.2=-0.4

Cov(X,Y)=E(XY)-E(X)E(Y)=-0.2

五、（10 分）一袋中装有 5 只球，编号为 1，2，3，4，5. 在袋中一次性取出 3 只，X 表示取出的 3 只球的最大号码。求 X 的分布列。

【解】$P(X=3)=\dfrac{C_3^3}{C_5^3}=\dfrac{1}{10}$，$P(X=4)=\dfrac{C_3^2}{C_5^3}=\dfrac{3}{10}$，

$P(X=5)=\dfrac{C_4^2}{C_5^3}=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$，所以 X 的分布列为

X	3	4	5
概率	1/10	3/10	3/5

六、（10 分）100 台车床彼此独立地工作着，每台车床的实际工作时间占全部工作时间的 80%，求任一时刻有 70 台至 86 台车床工作的概率（要求用

中心极限定理求解。已知：$\Phi(1.5)$=0.9332，$\Phi(2.5)$=0.9938）

【解】记 $X_i=\begin{cases}1, & 第i台车床工作\\ 0, & 第i台车床不工作\end{cases}$，$X=\sum_{i=1}^{100}X_i$，则

$E(X_i)=0.8, D(X_i)=0.2\cdot 0.8=0.16$. 于是 $E(X)=80, D(X)=16$，X

近似服从 $N(80,16)$。从而

$$P(70\le X\le 86)=P(\frac{70\text{-}80}{4}\le\frac{X-80}{4}\le\frac{86-80}{4})$$
$$\approx\Phi(1.5)-\Phi（-2.5）=0.9332\text{-}(1\text{-}0.9938)=0.927$$

七、（10 分）设总体 X 的概率密度为 $f(x;\theta)=\begin{cases}\dfrac{2\theta^2}{(\theta^2-1)x^3}, & 1<x<\theta\\ 0, & 其他\end{cases}$

求 θ 的矩估计。

【解】$E(X)=\int_1^\theta x\dfrac{2\theta^2}{(\theta^2-1)x^3}dx=\dfrac{2\theta^2}{(\theta^2-1)}\int_1^\theta\dfrac{1}{x^2}dx=\dfrac{2\theta}{\theta+1}$。以 $\overline{X}$ 代替

$E(X)$ 解得 $\hat{\theta}=\dfrac{\overline{X}}{2-\overline{X}}$。

八、（10 分）设两总体 X,Y 独立，$X\sim N(\mu_1,64), Y\sim N(\mu_2,36)$，从 X

中抽取容量为 75 的样本，从 Y 中抽取容量为 50 的样本，算得

$\overline{X}=82,\overline{Y}=76$。试求 $\mu_1-\mu_2$ 的置信度为 0.96 的双侧置信区间。

【解】$1-\alpha=0.96,\alpha=0.04$，$u_{\frac{\alpha}{2}}=u_{0.02}\approx 2.054$，$\mu_1-\mu_2$ 的置信度为

0.96 的双侧置信区间为 $(\overline{X}-\overline{Y})\pm u_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1}+\dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}$。其中，

$\overline{X}-\overline{Y}=82-86=6$，$u_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1}+\dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}=2.054\cdot\sqrt{\dfrac{64}{75}+\dfrac{36}{50}}\approx 2.58$，所以

$\mu_1-\mu_2$ 的置信度为 0.96 的双侧置信区间为

$$(6-2.58, 6+2.58)=(3.42, 8.58)$$

九、（10 分）某化工厂的产品中含硫量的百分比在正常情形下服从正态分布 $N(4.55, \sigma^2)$。为了知道设备经过维修后产品中平均含硫量的百分比 μ 是否改变，测试了 5 个产品，它们含硫量的百分比分别为

4.28，4.40，4.42，4.35，4.37

试在下列两种情形下分别检验 $H_0: \mu=4.55, H_1: \mu \neq 4.55$，其中显著性水平 $\alpha=0.05$。假定方差始终保持不变。

（1）已知 $\sigma^2=0.01$; (2) σ^2 未知

【解】经计算 $\overline{x}=4.364, s^2=0.00293$

（1） $\sigma^2=0.01$。拒绝域为 $W=\{\overline{x} \mid \sqrt{n}\frac{|\overline{x}-4.55|}{0.1}>u_{0.025}\}$，其中 $u_{0.025}=1.96$。将 $\overline{x}=4.364$，$n=5$，代入得到

$$\sqrt{n}\frac{|\overline{x}-4.55|}{0.1}=4.159>1.96$$

所以拒绝 H_0，即认为含硫量发生变化。

（2）σ^2 未知。拒绝域为 $W=\{\overline{x} \mid \sqrt{n}\frac{|\overline{x}-4.55|}{s}>t_{0.025}(n-1)\}$，其中

$t_{0.025}(4)=2.7764$。将 $\overline{x}=4.364, s^2=0.00293$，$n=5$，代入得到

$\sqrt{n}\frac{|\overline{x}-4.55|}{s}=7.684>2.7764$，所以拒绝 H_0，即认为含硫量发生变化。