**数学**

目录

[1 高数 2](#_Toc75352583)

[1.1 函数与极限 2](#_Toc75352584)

[1.2无穷级数 2](#_Toc75352585)

[1.3微积分 3](#_Toc75352586)

[2 概率论 6](#_Toc75352587)

[2.1 确知信号 6](#_Toc75352588)

[2．2 随机信号 8](#_Toc75352589)

[3 线代 11](#_Toc75352590)

[3.1行列式 11](#_Toc75352591)

[3.2 矩阵&向量 11](#_Toc75352592)

# 1 高数

## 1.1 函数与极限

**映射**：映射是一个法则，这个法则使一个集合中的数在另一个集合中都有唯一确定的对应数。

**收敛：**数列的极限趋近于某个值

**柯西极限存在准则（审敛定理）：**数列收敛的充要条件是：对于任意给定的正数，数列某一项之后的任意两项之间距离小于给定的数。

**等价无穷小：**在同一自变量趋近于某个值的过程中，两个无穷小因变量的比值趋近1



## 1.2无穷级数

**正项级数审敛法**

****

**交错级数审敛法：**对于交错级数，级数收敛的充要条件为：每一项的绝对值递减且n→∞时=0

**傅里叶级数**

**函数项级数：**数列的每一项都是关于x的函数

**三角级数：**由三角函数组成的函数项级数。

**傅里叶级数：**将函数展开成三角级数，则其中的系数0，ak,bk就叫做傅里叶系数。将傅里叶系数求出来带入三角级数中就得到了傅里叶级数。

## 1.3微积分

* **梯度**

**方向导数**：标量场在某点处沿某一方向对距离的变化率

**梯度：**是一个矢量。**矢量的方向：**标量场在某点处所有的方向中，对距离的变化率最大的方向（方向导数的方向）。

**矢量的大小：**等于最大的变化率（方向导数的大小）

* **散度**

**通量：**矢量场中矢量在曲面S上的曲面积分。

**散度：**单位体积内的矢量通量(散度>0:源向外发散；散度=0:无源)

* **旋度**

**环流量：**矢量场中的一条闭合路径的曲线积分

**旋度：**矢量场在某点处的旋度的方向是沿着使环流面密度取最大值的方向，大小等于环流面密度的最大值。

**导数与微分**

**可导**（左右导数均存在且相等）一定连续，连续不一定可导。（连续不可导）

**导数：**自变量都有微小变化时，变化前后两点间的斜率。

**微分：**自变量有微小变化时，因变量的变化

一元函数可导可微。

多元函数偏导数连续才可微，也就是可导不一定可微，但可微一定可导

**莱布尼茨公式：**

**近似计算：**，，，

**微分中值定理与导数的应用**

**中值定理**

罗尔，拉格朗日都是柯西的特例：柯西**g(x)=x**就是拉格朗日；f(b)=f(a)就是罗尔

**罗尔中值定理：**f(x)在闭区间[a,b]上连续；开区间(a,b)内可导；区间端点处的函 数值相等(a,b)区间内至少存在一点，

**拉格朗日中值定理：**f(x)在闭区间[a,b]上连续；开区间(a,b)内可导(a,b)区间内至少存在一点，

**柯西中值定理：**f(x)，g(x)在闭区间[a,b]上连续；开区间(a,b)内可导(a,b)区间内至少存在一点，

**泰勒中值定理：**如果函数f(x)在x0处存在n阶导，那么存在一个x0的领域内，域内f(x)都能展开成泰勒展开式，所有x满足:



**洛必达法则:**当x趋近a时，f(x),g(x)都趋近0或为∞，f(x)和g(x)的导数都存在且g(x)的导数不等于0，那么

**拐点：**经过某个点使函数凹凸性发生变化

**曲率：**单位弧段上切线转过的角度大小，用来表示弧段的弯曲程度。曲率半径=1/曲率

**二分法：**只能求出单根

**微分方程**

**微分方程:**表示未知函数，未知函数的导数与自变量之间的关系的方程

**齐次方程：**可转化为的形式

**一阶线性微分方程**：

**伯努利方程:** ，两边除以,令化为一阶线性微分方程

**二阶常系数微分方程：**，包括齐次通解（由特征根决定）和非齐次通解（由f(x)的形式决定）



**多元函数微分法及应用**

**雅可比式：**由偏导数组成的函数行列式

**多元函数极值：**;；



**条件极值：**对自变量有附加条件。

**拉格朗日乘数法：**

**积分**

**不定积分：**设*F*(*x*)是函数*f*(*x*)的一个原函数，我们把函数*f*(*x*)的所有原函数*F*(*x*)+ *C*(其中，*C*为任意常数）叫做函数*f*(*x*)的不定积分，又叫做函数*f*(*x*)的反导数。

**定积分：**函数f(x)在区间[a,b]上积分和的[极限](https://baike.baidu.com/item/%E6%9E%81%E9%99%90/3564509" \t "_blank)。（可以求曲线围成的面积）

**定积分与不定积分之间的关系**：若定积分存在，则它是一个具体的数值，而不定积分是一个函数表达式，它们仅仅在数学上有一个计算关系。

**牛顿-莱布尼茨公式（微积分基本公式）：**连续函数在[a,b]上的定积分等于它的任一原函数在区间上的增量。

**反常积分：1.** 积分上限或下限为无穷大； 2. 上限或下限处的函数值不存在。

**重积分**

**二重积分：**求体积

**三重积分：**求密度

**格林公式：**平面闭区域D上的二重积分可以通过沿D的边界L上的曲线积分来表示。

**高斯公式：**空间闭区域上的三重积分可用Ω边界上的曲面积分表示

**斯托克斯公式：**平面闭区域上的曲面积分可用边界曲线上的曲线积分来表示。

# 2 概率论

## 2.1 确知信号

* **概率论基本概念**

**全概率公式：** ：已知各种原因的概率，各种原因导致结果的概率，求结果的概率。

**贝叶斯公式：**：已知原因的概率，各种原因导致结果的概率，求结果发生条件下，某个原因的概率。**（给一道简单的填空题，需要会算）**

**传递概率（前向概率）：**用来描述信道噪声的特性

**后向概率：**

**先验概率：** 接收输出符号之前，判断输入为的概率

**后验概率：** 接收输出符号之后，判断输入为的概率

* **随机变量及其分布**

**分布律：**表示离散型随机变量x取各个可能值的概率

**概率密度：**大多数随机变量的概率分布函数无法写出来，∴用概率密度来表示。

**分布函数：**

**0-1分布：**随机变量x只取0，1两个值 

**二项分布：**n重（n次重复）**伯努利实验**得到的分布；而伯努利试验是指试验只有两个可能的结果：A和; 

**泊松分布：**随机变量X所有可能取的值为0，1，2，…，而取各个值的概率为

**均匀分布：** **指数分布：**

**正态分布：**

**统计学四大分布**

****

* **多维随机变量及其分布**

**边缘概率密度：**x,y各自的概率密度。  

x的概率密度就是联合概率密度f(x,y)在y上的积分。

**条件概率密度：**

* **随机变量的数字特征**

**均值（数学期望）：**描述随机变量x取值的平均大小 

**方差：**用来度量随机变量x与均值E（x）的偏离程度 

**相关系数：**表征X,Y之间线性关系的紧密程度

相关性是就线性关系而言，独立性是根据一般关系而言。**独立一定不相关，不相关不一定独立。**另外对于正态分布， 不相关等价于相互独立。

**切比雪夫不等式** ：在随机变量X的分布未知，只知

道E(X),D(X)的情况下，对随机变量与均值偏离小于某个数的概率的估计（也就是对

概率下限的估计）

* **大数定律及其中心极限定理**

**大数定律**

**辛钦大数定律：**前n个独立同分布变量的算数平均值 依概率收敛于单个随机变量的均值

**伯努利大数定律：**只要重复独立试验次数足够大，事件发生的频率与时间发生的概率就几乎相等（频率的稳定性）。所以试验次数很大时，可用事件发生的频率代替事件的概率。

**中心极限定理：**在一般情况下，当独立随机变量的个数不断增加时，其和的分布逼近于正态分布。因此在实际中，大量独立随机变量综合在一起才会造成影响，个别随机变量的影响很小。

* **统计推断（由样本来推断总体）的基本问题**

**参数估计**

**点估计：**借助总体的一个样本估计总体未知参数的值

**矩估计：**以样本矩作为总体矩的估计量

**最大似然估计：**在未知参数的取值范围内取 使似然函数（）达到最大值的参数估计，作为未知参数的估计

**估计量的评选标准：**无偏性；有效性；相合性

**区间估计：**对于未知量，不仅要计算出近似值，还需要得到未知量的真实值所在的范围（也就是置信区间）

**假设检验：**根据样本所提供的信息对所考虑的假设做出接收或拒绝的决策过程



## 2．2 随机信号

* **随机信号**

随机过程是随机信号所有样本函数的集合，∴随机过程在任意时刻的值都是一个随机变量



**典型随机信号**

**随机正弦信号；** 常用于电路

**伯努利随机序列：**最简单的随机序列，常用于数字通信传输二进制比特流

**泊松过程：**研究的是某种随机现象反复发生的时间点与数目问题。常用于误码分析。

**独立增量：**互不重叠的区间上，状态的增量相互独立。例如：

**泊松过程**：时间连续，状态离散的马尔可夫过程

**维纳过程：**时间，状态都连续的马尔可夫过程

* **平稳性与功率谱密度**

**平稳性**：信号的主要统计特性不随时间的推移而变化

**严格平稳（强平稳）：**信号的全部统计特性不随时间的推移而变化

**广义平稳：**信号的均值，相关系数不随时间的推移而变化。

严格平稳一定是广义平稳，广义平稳不一定是严格平稳。广义平稳的高斯信号必定是严格平稳。

**循环平稳：**随机过程不平稳，但它有某种周期性，时间推移某个周期的整数倍时，统计特性保持不变。

**平稳信号的相关函数：**相关函数反映随机信号在统计意义上的关联程度



**功率谱密度：**功率沿频率轴的密度函数。随机信号的频域分析主要考察它的功率谱，而非信号谱，∵功率谱是确定的谱函数。

**维纳-辛钦定理：**平稳随机过程的自相关函数和功率谱密度是一对傅里叶变换对。

**意义：**给出了用自相关函数表示功率谱密度的方法。

**互功率谱密度：**联合平稳信号的互相关函数的傅里叶变换，反映两个信号的关联性沿w轴的密度状况。

**频率：**频率的基本物理意义是单位时间内某物理量的反复次数，∴负频率只有数学上的意义，没有物理意义。在实际中分析的是单边功率谱。

**频谱：**信号的傅里叶变换称为频谱密度，简称频谱，其含义是频率为w的成分在信号中所占的比例。

* **各态历经性（又称埃尔哥德性，遍历性）：**随机过程的任一个样本函数的时间平均，等 于随机过程的统计平均。

**物理含义：**随机过程的任一次实现都经历了随机过程的所有可能状态。所以由一次样本函数的统计特性，就能得到整个随机过程的统计特性。

* **随机过程通过线性系统（随机过程通过LTE系统）**

**系统：**将输入信号x(t)变换为输出信号y(t)的一种映射规则

**系统的输出：**

为信号的功率谱；为系统的频率响应函数；

为系统的支流增益。

**平稳白噪声通过LTE系统：**



**高斯随机过程：**① 若线性系统的输入是高斯过程，那么输出也是高斯过程

② 高斯过程的n维分布只取决于各个随机变量的均值，方差，协方差（只需要研究数字特征）

* **带通随机信号**

**带通随机信号：**功率谱集中在某个非零频率处的随机信号，典型的有窄带高斯信号。

**希尔伯特变换：**

**窄带高斯信号：**频谱集中在中心频率附近相对窄的频带范围



**正弦波加窄带高斯噪声：**

小信噪比：包络为**瑞利分布**；一般信噪比：包络为**莱斯分布**；大信噪比：包络为**高斯分布。**瑞利分布，莱斯分布，高斯分布是通信系统的三大分布

* **马尔可夫链与泊松过程**

**马尔可夫过程**

**马尔可夫信源：**某时刻发出的符号仅与在此之前发出的有限个符号有关，与更早时候发出的符号无关

**马尔科夫链：**信源发出一个符号，信源所处的状态即发生改变，这些状态的变化组成了马氏链

**C-K方程:**,用来解决状态转移的问题

从t时刻出发，经（t1+t2）时刻到达状态S2，这一过程可以分解为先经t1到

达中间状态，再经t2到达状态S2。

**遍历性：**对固定状态i，不管链在某一时刻从什么状态出发，通过长时间的转移，到达状态i的概率都趋近于一个值 → 系统经过长时间转移后会达到平衡状态。

# 3 线代

## 3.1行列式

* **二阶与三阶行列式**

**二阶行列式：**是一个数值，表示主对角线上的两数乘积减去副对角线上的两数乘积。

**三阶行列式：**

* **全排列和对换**

**全排列：**把n个不同的元素排成一列

**对换：**任意两个元素对调，其余元素不变(排列会改变奇偶性)

**逆序：**某一对元素的先后次序与标准次序不同，就构成一个逆序

**逆序数：**一个排列中所有逆序的个数（结果为奇数就是奇排列，结果偶数就是偶排列）

**32514：**2前面1个3是逆序；1前面3，2，5都是逆序；4前面只有3是逆序，所有逆序数为5.

* **n阶行列式的定义**

**三角行列式：**主对角线以上（以下）全为0

**对角行列式：**主对角线上下均为0

**余子式：**元素所在的第i行，j列去掉后的行列式

**代数余子式：**在余子式的基础上乘以

**行列式的展开法则：**行列式等于任一行（列）的各元素与其对应的代数余子式乘积的和。

* **行列式的性质**

1. 对换行列式的两行（列）行列式变号
2. 行列式的某一行（列）所有元素都乘以同一数k，等于用k乘以此行列式
3. 行列式的某一行（列）所有元素都乘以同一数加到另一行（列）对应的元素上，行列式不变

## 3.2 矩阵&向量

* **线性方程组和矩阵**

**矩阵：**由个数排成m行，n列的数表

假设A:系数矩阵；x:未知数矩阵； b:常数项矩阵；B：增广矩阵

**克拉默法则：**线性方程组的系数矩阵A的行列式不等于0，则方程组有唯一解。解为：



**矩阵的运算：**左矩阵的列数=右矩阵的行数，两矩阵才能相乘。

**常见矩阵：**

**可逆矩阵：**|A|≠0  可逆； **单位矩阵：**对角线上元素都是1；

**奇异矩阵：**|A|= 0 **对称矩阵：**

**伴随矩阵：**方阵A的行列式中各个元素的代数余子式构成的矩阵 

* **矩阵分块：**对于行数，列数较高的矩阵，运算时将大矩阵通过横纵线分成许多小矩阵，每一个小矩阵称为子块。
* **矩阵的初等变换与线性方程组**

**矩阵的初等变换（以下变换都与原矩阵等价）**

1. 对换两行（列）
2. 以数k乘以某行（列）中的所有元素
3. 把某一行（列）所有元素乘以k倍加到另一行

**矩阵的秩**

**定义**:1.**最高阶非0子式的阶数称为秩**（矩阵的k行k列所有元素组成**k阶子式**）；2. **行阶梯矩阵中的行数称为秩**（**行阶梯矩阵：**非零行在底部;下面行的第⼀个非零元素在上一行右边）

**向量组的秩：最大线性无关向量组中, 向量的个数称为向量的秩**（**最大无关向量组：**向量组A0是A的一个部分组，A0线性无关，A中的任意向量都能由A0线性表示，那么A0就是A的一个最大线性无关向量组。）

**秩性质：**

**线性方程组的解**



* **向量组的线性相关性**

**向量组及其线性组合**

**向量：**有次序的数组成的数组称为向量；

**向量组：**同纬度的列（行）向量组成的集合叫做向量组

**线性组合：**向量组A: a1,a2,…am; 表达式k1a1+k2a2+…+kmam称为向量组A的一个线性组合。

**向量组等价：**A,B两向量组中的每个向量都能由另一个向量组线性表达R(A)=R(B)=R(A,B)

**向量组的线性相关性**

**线性相关：**向量组A中至少有一个向量能由其他向量线性表示R(A)＜向量数

**线性相关的性质**

1. A线性相关，在A的基础上增加一个向量也线性相关；线性无关则减少一个向量也线性无关
2. A线性无关，在A的基础上增加一个向量却线性相关，那么增加的那个向量一定能由A唯一表示
3. m个n维向量组成的向量组，n<m时，一定线性相关。

向量空间：集合V对于其中所包含的向量的加法，数乘两种运算封闭。

* **相似矩阵及二次型**

**向量的内积，长度及正交性**

**内积：**两个n维列向量，对应行的元素的乘积的和：

**施瓦茨不等式：**

**向量的长度（范数）：**

**正交矩阵：**

**正交变换：**P为正交矩阵，y=Px(正交变换后，向量长度不变)

**方阵的特征值和特征向量&相似矩阵**

**特征值：**Ax=λx,λ称为矩阵A的特征值；

**特征向量：**x为A的对应于特征值λ的特征向量。

**特征值的的意义：**可以简化问题的分析，对矩阵进行研究转变为对特征向量研究

**相似矩阵**：对于可逆矩阵P，，则A,B相似

A**与对角矩阵相似**A有n个线性无关的特征向量，且对角线的值就是特征值

**二次型及其标准型**

**二次型：**

**合同：**（C为可逆矩阵，A,B合同）