

Gymnázium a střední odborná škola Mikulov
příspěvková organizace



Stanovení parametru termočlánu pomocí metody nejmenších čtverců

Seminární práce

Mikulov 2020

Autor: Adam Krška

Vedoucí: Mgr. Roman Pavlačka, Ph.D.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem závěrečnou práci zpracoval samostatně. Souhlasím, aby moje práce byla archivována Gymnáziem a střední odbornou školou Mikulov, příspěvková organizace, případně použita pro další studijní účely.

.....
(podpis)

Poděkování

<Poděkování>

Obsah

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Úvod | 6 |
| 2 | Cíl práce | 7 |
| 3 | Současný stav řešené problematiky | 7 |
| 3.1 | Proložení dat funkcí | 7 |
| 3.1.1 | Aproximace a interpolace | 7 |
| 3.1.2 | Metoda nejmenších čtverců | 8 |
| 3.1.3 | Lineární regrese | 10 |
| 3.2 | Termoelektrický jev | 11 |
| 3.2.1 | Efekty termoelektrické jevu | 11 |
| 3.2.2 | Termočlánky | 12 |
| 3.3 | Experiment | 14 |
| 3.3.1 | Princip měření | 14 |
| 3.3.2 | Sestavení termočlánku | 14 |
| 3.3.3 | Aparatura a průběh experimentu | 15 |
| 4 | Výsledky | 15 |
| 4.1 | Naměřená data | 15 |
| 4.2 | Výpočet parametru | 15 |
| 4.3 | Odchyłky měření | 15 |
| 4.4 | Diskuze | 15 |
| 5 | Závěr | 15 |
| 6 | Souhrn (Resumé) | 16 |
| 6.1 | Klíčová slova (Key words) | 16 |
| 7 | Seznam použité literatury | 17 |
| 8 | Přílohy | 17 |
| 8.1 | Seznam obrázků | 17 |
| 8.2 | Seznam tabulek | 18 |

1 Úvod

V dnešní době sbírají vědci (a nejen ti) velké množství dat, převážně díky rozmachu digitálních měřících metod, které ve velké míře již nahradily měření analogová. U těch byla nevýhoda ručního zapisování dat a poté i ručního zpracování. Ovšem díky dnešním experimentálním metodám jsme schopni měřit mnohem přesněji, vícekrát a s menší námahou. Tato naměřená data jsou dále zpracována pomocí počítačů, což práci zrychluje, zpřesňuje, zmenšuje pravděpodobnost lidské chyby v základních výpočtech a umožňuje zpracovat ono velké množství dat.

Data ovšem nejsou měřena bez nějakého účelu. Většinou se snažíme v datech najít tendenci, změřit hodnotu závislosti či zkusit predikovat pomocí trendu, jak by vypadala data dosud nezměřená. Tyto problémy umíme řešit pomocí prokládání dat matematickými funkcemi. Proložení dat funkcí¹ nám umožňuje ověřit, zda předpis naší funkce odpovídá naměřeným datům, vypočítat neznámý parametr předpisu (rozšířeno například při počítání různých koeficientů materiálů), nebo vyjádření závislé veličiny pro zatím neměřené vstupní hodnoty (např. predikce počtu nakažených nemocí).

Abychom mohli data proložit křivkou, musíme znát její parametry. Ty mohou být určeny pomocí metody nejmenších čtverců. Ovšem nemůžeme vytvářet křivky bez samotných dat.

Jak již bylo zmíněno, digitální měřící přístroje nahrazují přístroje analogové. Aby toho ovšem mohli dosáhnout, musí být schopné vytvářet signál přijatelný počítačem, což je ve velkém počtu případů změna napětí.

U měření teploty můžeme například využít termoelektrického jevu, jenž dělá přesně to, co potřebujeme: při změně teploty se mění výstupní napětí. To jsme schopni měřit a následně odvodit, jakou teplotu zrovna měříme. Jinak řečeno: objekty využívající termoelektrického jevu (tzv. termočlánky) můžeme používat jako teploměry.

Ovšem ne všechny termočlánky jsou identické. Každý typ termočlánku (respektive každá různá kombinace dvou kovů, z nichž je termočlánek vyroben) má jinou závislost napětí na rozdílu teplot. Proto pro každá kombinace kovů musí být experimentálně změřena a následně je pro ni určena ona závislost.

V této seminární práci si proto ukážeme a vysvětlíme metodu nejmenších čtverců, jenž je v těchto situacích využívána a následně ji aplikujeme na naměřená data termoelektrického napětí závislého na teplotním rozdílu.

¹známo také jako *fitování* dat z anglického „fit“

2 Cíl práce

Cílem této seminární práce je osvětlit princip a použití metody nejmenších čtverců, převážně poté se zaměřit na speciální případ lineární regrese. Tato metoda bude následně použita pro výpočet parametru termočlánku z experimentálně získaných hodnot, která budou doprovázena odpovídajícím vyobrazením v tabulkách a grafech.

3 Současný stav řešené problematiky

3.1 Proložení dat funkcí

Ve fyzikálních experimentech obvykle měříme veličiny, které jsou závislé na veličině jiné, která se během experimentu mění. Vztah mezi závislou a nezávislou veličinou jsme schopni vysledovat pomocí jejich měření a následného hledání závislosti. Nezávislou veličinou ve-lice často bývá čas, ale také jí může být např. teplota, síla, poloha a další. [2]

Při hledání oné souvislosti mnohdy potřebujeme proložit naměřená data funkcí. Proložení dat nám totiž umožňuje ověřit hypotetický předpoklad, zjistit přesnost měření či může dopomoci k nalezení různých koeficientů a parametrů experimentu.

3.1.1 Aproximace a interpolace

Při prokládání bodů funkcí se můžeme přiklonit k jedné ze dvou metod: k aproximaci, nebo interpolaci.

Interpolace je proces, kdy se snažíme nalézt takovou funkci, jež propojí všechny nám známé body. Nejjednodušší metodou, jak toho dosáhnout, je využití lineární interpolace, kdy každé dvě po sobě následující hodnoty propojíme přímkou. Můžeme se s ní setkat například při vytváření grafů v tabulkových editorech (např. MS Excel či LibreOffice Calc), kdy propojení bodů přímkou je obvykle výchozí možnost vykreslování grafů.

Nevýhoda této metody je ovšem ostrost funkce. Funkce je sice spojitá, ale není diferencovatelná na celém svém definičním oboru, což omezuje možnosti jejího následného využití. Kvůli své ostrosti zároveň tato metoda mnohdy nepředstavuje reálný průběh původní funkce. [7]

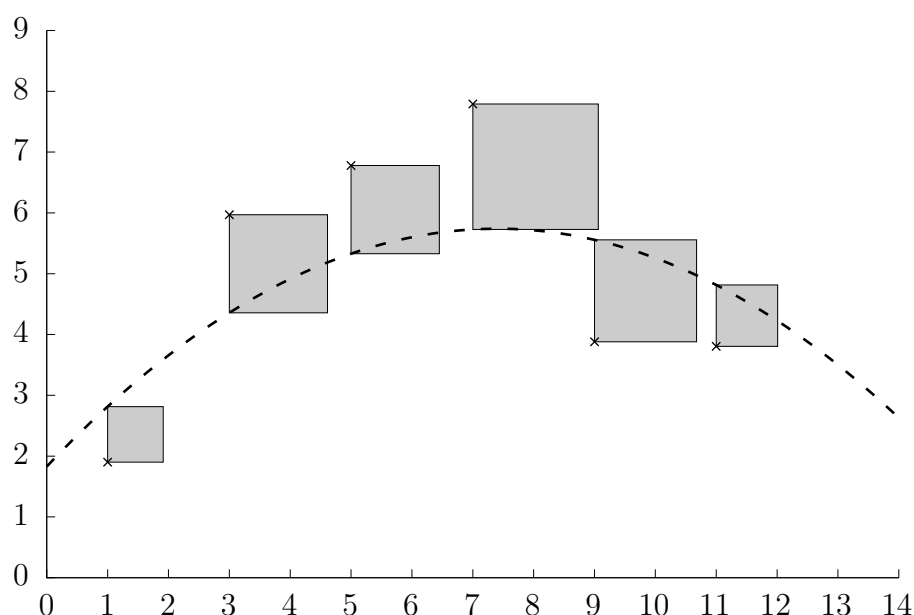
Tyto problémy řeší méně rozšířené metody, jakými jsou kupříkladu kvadratická interpolace či interpolace vyšším polynomem (příkladem může být známý a rozšířený Lagrangeův polynom). Ty zmenšují interpolační odchylky a díky definici polynomem jsou diferencovatelné na celé definičním oboru. Ovšem jsou také složitější na spočítání, jak už z pohledu matematiky, tak z pohledu výpočetního výkonu.

Aproximace se od interpolace liší v jednom zásadním aspektu: nevyžaduje, aby výsledná funkce procházela všemi body. To nám umožňuje najít o mnoho hladší funkce, které kopírují průběh dat, či získat neznámé parametry závislosti z dat s možnou chybou měření.

Z tohoto důvodu je aproximace vhodnější při prokládání experimentálně získaných dat funkcí a umožňujeme nám porovnat jednotlivé předpisy funkcí a jejich korelaci s daty.

3.1.2 Metoda nejmenších čtverců

Při našich experimentech měříme velké množství dat a přirozeně chceme všechna z nich využít v aproximaci naší funkce, čehož právě metoda nejmenších čtverců dosahuje. Ta je založena na principu minimalizace součtu druhých mocnin² odchylek mezi naměřenými daty a aproximovanou funkcí. Příkladem této metody může být graf 1.



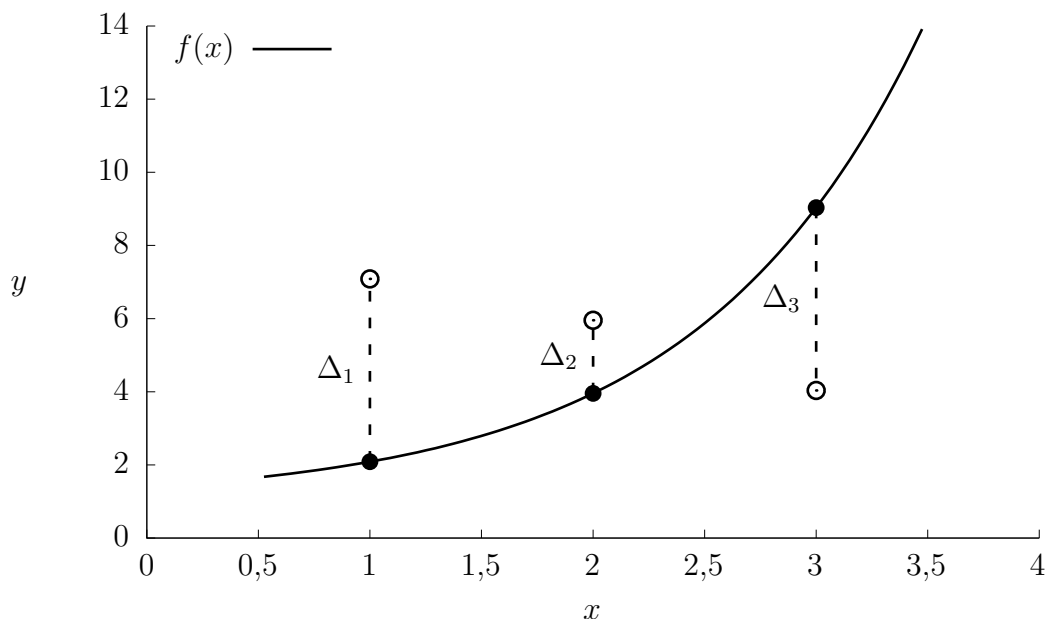
Obr. 1: Ukázka metody nejmenších čtverců

Označme si naši teoretickou funkci jako $f(x)$, ve které figurují kupříkladu tři neznámé označené jako a , b a c . Do funkce f tak vstupuje proměnná x a neznámé parametry a , b , c . Aproximace funkce pomocí metody nejmenších čtverců je tedy potom o nalezení takové ideální hodnoty a , b , c , aby součet čtverců odchylek byl co nejmenší.

Důležitou otázkou na zodpovězení je, proč se vlastně snažíme najít minimum sumy čtverců odchylek. Pokud máme obecný předpis funkce $f(x)$, tak víme, že po dosazení každé jedné naměřené hodnoty x_i bychom měli dostat výslednou hodnotu měření y_i . Rozdíl mezi touto teoretickou hodnotou $f(x_i)$ a ve skutečnosti naměřenou hodnotou y_i si označme jako $\Delta_i = f(x_i) - y_i$. Při aproximaci bychom tak mohli chtít jednoduše minimalizovat tyto jednotlivé rozdíly Δ_i , neboli minimalizovat funkci $\sum_{i=1}^n \Delta_i$. Avšak tu není

²Pojmy *druhá mocnina* a *čtverec* jsou zaměnitelné, protože plocha čtverce je druhou mocninou jeho strany.

možné minimalizovat, protože minimum jakéhokoliv součtu je vždy $-\infty$. Abychom se tedy vyhnuli tomuto problému, sčítáme hodnoty rozdílů umocněné na druhou $\sum_{i=1}^n \Delta_i^2$, přičemž minimum této funkce se nachází v bodě $y = 0$. [2]



Obr. 2: Příklad rozdílů naměřených a teoretických pro $n = 3$

Obecně tedy můžeme metodu nejmenších čtverců vyjádřit jako hledání ideálních parametrů funkce $f(x)$ pro minimalizace funkce S , pro kterou platí

$$S = \sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i))^2. \quad (1)$$

Tento problém se řeší dvěma hlavními metodami: iterativně a analyticky.

Iterativní řešení je obecné a fungující pro každý předpis. Problém nejmenších čtverců řeší pomocí opakování postupu ve smyčce (tzv. iterování), kdy se s každým opakováním vypočítané hodnoty jemně změní. Ověří se, zdali se funkce (1) přiblížila svému minimu a pokračuje se v další změně hodnot. V moment dosáhnutí minima s určitou přesností se opakování zastavuje a my říkáme, že funkce *konvergovala*.

Tato metoda je používána pro řešení nelineárních problémů, které nejsme schopni analyticky řešit. Vzhledem k počtu potřebných výpočtů je aplikována ve formě počítačových algoritmů, například pomocí algoritmu Levenberg-Marquardtova.

Analytické řešení funguje na principu nalezení minima pomocí parciálního derivování podle všech neznámých parametrů. Z těchto derivací následně vzniká soustava rovnic, kterou jsme schopni vyřešit. Je využívána pro řešení lineárních problémů, kdy můžeme naši rovnici zapsat pomocí polynomu n -tého řádu.

3.1.3 Lineární regrese

Speciální případ analytického řešení je lineární regrese. Jedná se o případ, kdy experimentálně získaná data prokládáme lineární funkcí s obecným předpisem

$$f(x) = ax + b.$$

V sekci 3.1.2 jsme si definovali rovnici (1), do které tento obecný lineární předpis můžeme dosadit a tím si vyjádřit rovnici sumy konkrétně pro lineární funkci:

$$S = \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b)^2.$$

Abychom proložili data funkcí, musíme nalézt minimum funkce S . Toho dosáhneme pomocí položení jednotlivých parciálních derivací této funkce do rovnosti s nulou. [10]

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial a} &= -2 \sum_{i=1}^n x_i (y_i - ax_i - b) \\ -2 \sum_{i=1}^n x_i (y_i - ax_i - b) &= 0 \\ a \sum_{i=1}^n x_i + nb &= \sum_{i=1}^n y_i \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial b} &= -2 \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b) \\ -2 \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b) &= 0 \\ a \sum_{i=1}^n x_i + nb &= \sum_{i=1}^n y_i \end{aligned} \quad (3)$$

Po jednotlivém derivování funkce S podle a a b a upravení výrazů dostáváme dvě rovnice (2) a (3). Ty nám popisují onu lineární funkci jíž aproximujeme a a a b zde figurují jako proměnné. Ty ovšem v tento moment neznáme, tedy pro nás to jsou v tomto případě neznámé. To znamená, že se jedná o soustavu dvou rovnic o dvou neznámých, kterou můžeme jednoduše pomocí dosazovací metody vyřešit pro a .

$$a \sum_{i=1}^n x_i + nb = \sum_{i=1}^n y_i \Rightarrow b = \frac{\sum_{i=1}^n y_i - a \sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} a \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i &= \sum_{i=1}^n x_i y_i \Rightarrow a \sum_{i=1}^n x_i^2 + \frac{\sum_{i=1}^n y_i - a \sum_{i=1}^n x_i}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ a &= \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2} \end{aligned} \quad (5)$$

A protože nyní máme rovnici (5) pro a , můžeme jí dosadit do dříve odvozené rovnice (4)

pro b , čímž dostáváme řešení této soustavy pro obě neznáme v podobě rovností (5) a (6).

$$\begin{aligned}
 b &= \frac{\sum_{i=1}^n y_i - a \sum_{i=1}^n x_i}{n} \\
 b &= \frac{\sum_{i=1}^n y_i - \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2} \sum_{i=1}^n x_i}{n} \\
 b &= \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i y_i \sum_{i=1}^n x_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2} \quad (6)
 \end{aligned}$$

3.2 Termoelektrický jev

3.2.1 Efekty termoelektrické jevu

Termoelektrický jev se vyznačuje přímou konverzí tepla na elektrické napětí a naopak. Objevuje se vždy u spojené dvojce různých kovů a ve své podstatě je sdružením čtyřech efektů pod jeden název: efektu Seebecka, Peltierova, Thomsonova a Benedickova. [2, 3]

Termoelektrické napětí E vznikající mezi spoji kovů a je závislé na funkci rozdílu teplot $\Delta T = T_1 - T_2$. Je vyjádřeno pomocí vztahu

$$E = \int_{T_1}^{T_2} (\alpha_B(T) - \alpha_A(T)) dT,$$

kde α_A a α_B jsou Seebeckovy koeficienty kovů A a B a T_1 a T_2 vyjadřují teploty spojů. Tento vztah ovšem může být za podmínky nízkého rozdílu teplot převeden do lineární formy

$$\begin{aligned}
 E &= (\alpha_A - \alpha_B) \cdot (T_2 - T_1), \\
 E &= \alpha \Delta T,
 \end{aligned}$$

přičemž α značí koeficient pro danou dvojici kovů (také označován jako parametr termočlánku) a ΔT je rozdíl teplot konců. [3]

Seebeckův efekt byl poprvé objeven německým fyzikem Thomasem Johannem Seebeckem a popisuje vlastnost termočlánku, která má za příčinu vytváření elektrického napětí na základě rozdílu teplot. Jestliže jeden spoj termočlánku začneme zahřívat a druhý naopak ochlazovat, vznikne na každém konci jiný potenciál, což má za důvod vzniku termoelektrického napětí. [5]

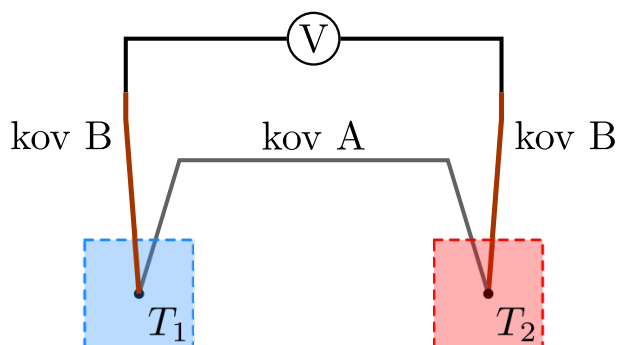
Peltierův efekt je považován za přesný opak efektu Seebeckova. Byl objeven Jeanem Peltierem v roce 1834 a dokazuje, že změna potenciálů, tedy protékání proudu, může způsobit změnu teplot. To implikuje přenos tepla z jednoho konce na druhý, což může být využito například pro chlazení předmětu bez nutnosti jakýchkoliv pohybujících se součástí. [4, 8]

Thomsonův efekt je třetí efekt v rámci termoelektrického jevu. Popisuje vlastnost vodiče při zahřívání jednoho z jeho konců. Zahříváním jednoho konce vodiče vzniká uvnitř materiálu teplotní gradient $\Delta T / \Delta l$, což vytváří mezi konci malé termoelektrické napětí. Je tím tedy velice podobný Seebeckovu efektu, ovšem zde se jedná pouze o jeden vodič namísto dvou různých kovů. [6]

Benedickův efekt pojednává o vzniku velice malého rozdílu potenciálů na koncích vodiče i v případě, že oba konce mají stejnou teplotu. Aby tak ale nastalo, musí ve vodiči existovat teplotní gradient, jenž tento rozdíl potenciálů způsobí. [3]

3.2.2 Termočlásky

Jako termočlásky nazýváme zařízení skládající se ze dvou, spolu spojených, druhů kovů. Ty svým spojením vytvářejí elektrický obvod. Jestliže budeme zahřívát jeden spoj kovů a ochlazovat druhý, můžeme v tomto obvodu důsledkem termoelektrického jevu pozorovat napětí. Toto napětí je ale velice malé, řádově pohybující se v milivoltech.



Obr. 3: Příklad zapojení termočlánu

Různé kombinace materiálů mají různé parametry pro vytvoření termoelektrického napětí. Teoretickou hodnotu měřeného napětí můžeme zjistit z termoelektrických potenciálů daných vodičů. Příklad takových hodnot je uveden v tabulce 1.

Samozřejmě některé kombinace kovů jsou efektivnější než ostatní, proto byl vytvořen standart *IEC 584*, což je mezinárodní standart popisující různé efektivní kombinace prvků a slitin (viz. tabulka 2).

| Materiál | $\frac{\varphi}{\text{mV}}$ | Materiál | $\frac{\varphi}{\text{mV}}$ | Materiál | $\frac{\varphi}{\text{mV}}$ |
|----------|-----------------------------|----------|-----------------------------|------------|-----------------------------|
| křemík | 45 | rhodium | 0,65 | tuha | 0,2 |
| antimon | 4,7 | iridium | 0,65 | rtuť | 0,0 |
| železo | 1,8 | manganin | 0,6 | platina | 0,0 |
| molybden | 1,2 | tantal | 0,5 | sodík | -0,2 |
| kadmium | 0,9 | cesium | 0,5 | palladium | -0,3 |
| wolfram | 0,8 | cín | 0,45 | draslík | -0,9 |
| měď | 0,75 | olovo | 0,45 | nikl | -1,5 |
| zlato | 0,7 | hořčík | 0,4 | kobalt | -1,6 |
| stříbro | 0,7 | hliník | 0,4 | konstantan | -3,4 |
| zinek | 0,7 | grafit | 0,3 | vismut | -7 |

Tab. 1: Hodnoty termoelektrického potenciálu při rozdílu teplot 100 °C. [1]

| Označení typu | Materiál | Teplotní rozsah v °C |
|---------------|--|----------------------|
| T | měď a konstantan (CuNi) | -200 – 350 |
| J | železo a konstantan (CuNi) | -200 – 750 |
| E | chromel (NiCr) a konstantan (CuNi) | -100 – 900 |
| K | chromel (NiCr) a alumen (NiAl) | -200 – 1 200 |
| N | nicrosil (NiCrSi) a nisil (NiSi) | -200 – 1 200 |
| S | platina a slitina platiny a 10 % rhodia | 0 – 1 600 |
| R | platina a slitina platiny a 13 % rhodia | 0 – 1 600 |
| B | slitina platiny a 30 % rhodia a slitina platiny a 6 % rhodia | 300 – 1 700 |

Tab. 2: Typy termočlánků a jejich označení dle standartu *IEC 584*. [3, 9]

3.3 Experiment

Jak název této seminární práce napovídá, naším konečným cílem je stanovení parametru termočlánu α . A toho nedosáhneme žádnou jinou cestou, než experimentem. Konkrétně v našem případě se bude jednat o měření parametru termočlánu typu T.

3.3.1 Princip měření

Experiment spočívá na ochlazování jednoho a ohřívání druhého konce termočlánu.³ Toho docílíme ponořením prvního spoje do vody s ledem (kde udržujeme zhruba 0 °C) a druhého do vařící vody. Ta se během experimentu ochlazuje kvůli předávání tepla do okolí. Toho mi využijeme a pozorujeme pomocí milivoltmetru, jak se napětí na termočlánu mění v závislosti na rozdílu teplot vody s ledem a vody teplé.

3.3.2 Sestavení termočlánu

Abychom mohli náš termočlánek měřit, musíme jej nejdříve sestavit. Protože se jedná o typ T, budeme jej vytvářet z mědi a konstantanu. Stavbu termočlánu jsem zahájili zaizolováním obou drátů pro ochranu mimo místa, kde dráty spojujeme či připojujeme k externímu zařízení, konkrétně milivoltmetru.

Následně jsme si připravili dřevěnou desku, na které celá konstrukce drží. Do ní jsme vyvrtali díry v pravidelných intervalech a do krajních děr upevnili konektory sloužící pro následné připojení termočlánu k měřidlu. Zaizolovaný drát konstantanu jsme protáhli skrze dříve vyvrtanými dírami a přizpůsobili jsme délku drátu. Konce konstantanu jsme odizolovali a připravili k následnému připojení k mědi.

Připravený drát mědi jsme rozdělili tak, abychom dostali dva kusy, které mají ideální délku na spojení konců konstantanového vodiče a připravených konektorů. Konce těchto dvou drátů jsme odizolovali, uchytili je v koncovkách a druhý konec zakroutili s odizolovanými konci konstantanu.⁴ Konce pevně zakroucené do sebe jsme zaizolovali smršťovací bužírkou pro ochranu před okolím.⁵

Jako poslední jsme zasunuli vodiče do plastových trubiček a ty připevnili pomocí kobercové pásky k desce.

³Místa spojů kovů

⁴Při spojování mědi a konstantanu si musíme dát pozor na to, abychom se vyhnuli potřebě pájení. To by totiž přidalo do zařízení další kov a ovlivnilo výsledky.

⁵Toto můžeme provést, protože budeme tyto spoje ovlivňovat teplotou, před čímž kousek plastu moc dobře neizoluje a stejně by získal teplotu okolí.

3.3.3 Aparatura a průběh experimentu

Na provedení samotného experimentu je zapotřebí termočlánek, termosky (či jinak tepelně izolované nádoby), kádinky, ledu, dvou teploměrů, milivoltmetru a způsobu ohřevu vody. V našem případě se jednalo o rychlovarnou konvici.

Aby byl termočlánek stabilní a statický, opevnili jsme jej na stojan do takové výšky, aby konce termočlánek se spoji kovů pohodlně dosáhli do kádinky a termosky. Na vlastní stojany jsme také připevnili oba teploměry, jeden směřující do kádinky a druhý do termosky, abychom mohli během experimentu pozorovat teplotní rozdíl. V neposlední řadě jsme připojili k termočlánu milivoltmetr pro měření napětí na termočlánu.

Do termosky jsme nalili vodu, přidali do ní led a vyčkali, dokud se teplota neustálila (výsledná teplota by se měla pohybovat okolo 0 °C). Následně jsme nalili horkou, až vařící, vodu do kádinky a započali měření. Při klesání rozdílu teplot jsme pravidelně odečítali hodnoty obou teploměrů a milivoltmetru do momentu, než se teplota teplé vody neustálila na pokojové teplotě, kdy se již rozdíl teplot kádinky a termosky více neměnil.

4 Výsledky

4.1 Naměřená data

4.2 Výpočet parametru

4.3 Odchytky měření

4.4 Diskuze

5 Závěr

6 Souhrn (Resumé)

Klíčová slova aproximace, interpolace, metoda nejmenších čtverců, termoelektrický jev, Seebeckův jev, Peltierův jev, termočlánek

Key words approximation, interpolation, least squares method, thermoelectric effect, Seebeck effect, Peltier effect, thermocouple

7 Seznam použité literatury

1. BARTOŇ, Stanislav; KŘIVÁNEK, Ivo; SEVERA, Libor. *Fyzika – Laboratorní cvičení*. Brno, 2005.
2. KUMBÁR, Vojtěch; BARTOŇ, Stanislav; KŘIVÁNEK, Ivo. *Fyzikální praktikum*. Brno: Mendelova Univerzita, 2015. ISBN 978-80-7509-335-6.
3. MEJZLÍK, Michal. *Návrh a tvorba laboratorní úlohy s peltierovým článkem*. 2009. Dostupné z: https://www.vutbr.cz/www_base/zav_prace_soubor_verejne.php?file_id=15693. Diplomová práce. FEKT VUT. Vedoucí práce Ing. Jan MA-CHÁČEK.
4. REICHL, Jaroslav. *Peltierův jev*. Dostupné z: <http://fyzika.jreichl.com/main.article/view/911-peltieruv-jev>.
5. REICHL, Jaroslav. *Seebeckův jev*. Dostupné z: <http://fyzika.jreichl.com/main.article/view/910-seebeckuv-jev>.
6. REICHL, Jaroslav. *Thomsonův jev*. Dostupné z: <http://fyzika.jreichl.com/main.article/view/912-thomsonuv-jev>.
7. SEGETH, Karel. Od naměřených dat k jejich matematickému popisu pomocí funkce – a zase zpátky. *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*. 2015, roč. 60, č. 2, s. 133–147. ISSN 0032-2423. Dostupné z: <https://dml.cz/handle/10338.dmlcz/144407>.
8. *The Peltier Effect and Thermoelectric Cooling*. Dostupné z: http://ffden-2.phys.uaf.edu/212_spring2007.web.dir/sedona_price/phys_212_webproj_peltier.html.
9. *Thermocouple base materials acc to IEC 584*. Dostupné z: http://www.nanyang.com.tw/driver/drivers/Technical%20Information_02.pdf.
10. WEISSTEIN, Eric. *Least Squares Fitting: MathWorld – A Wolfram Web Resource*. Dostupné z: <https://mathworld.wolfram.com/LeastSquaresFitting.html>.

8 Přílohy

8.1 Seznam obrázků

| | | |
|---|---|----|
| 1 | Ukázka metody nejmenších čtverců | 8 |
| 2 | Příklad rozdílů naměřených a teoretických pro $n = 3$ | 9 |
| 3 | Příklad zapojení termočlánku | 12 |

8.2 Seznam tabulek

- | | | |
|---|--|----|
| 1 | Hodnoty termoelektrického potenciálu při rozdílu teplot 100 °C. [1] | 13 |
| 2 | Typy termočlánků a jejich označení dle standartu <i>IEC 584</i> . [3, 9] | 13 |