

Poissonova razdioba potresa u vremenu

HELENA LATEČKI, GF-104

Geofizički odsjek, PMF, Horvatovac 95, 10 000 Zagreb

14. lipnja 2018.

Sažetak

Analizom svjetskog kataloga potresa magnituda $M \geq 5$ za razdoblje od 1990. do 2005. godine promotrena je razdioba vremena dt između dva sukcesivna potresa. Utvrđeno je kako se pojavljuje puno više kraćih nego dužih intervala, tj. sama razdioba vremena je eksponencijalna krivulja. Razlog ovakve razdiobe pripisan je činjenici da srednje očekivanje (povratni period između događaja) mora uvijek poprimiti jednake vrijednosti. Minimalni vremenski razmak između dva potresa iznosi $dt_{\min} = 2.0$ s, a maksimalni $dt_{\max} = 6.0791$ dana. Povratni period koji odgovara srednjem očekivanju iznosi $\tau = 12.791$ h.

I. UVOD

Poissonov proces je stohastički proces koji vrijedi za rijetke događaje: $\{N(t)\}$, $[0, t)$. Događaji se smatraju rijetkima ako se može naći dovoljno veliki/mali vremenski period u kojemu se neće dogoditi niti jedan događaj. Nadalje, pretpostavke Poissonovog procesa su sljedeće:

1. događaji se ne mogu dogoditi istovremeno,
2. $N(t_{k-1}, t_k)$ ne ovisi o t_{k-1} , t_k , već o $(t_{k-1} - t_k)$, tj. pojavnost događaja ovisi o vremenskom intervalu, a ne o apsolutnom vremenu.

Ovakav proces definiran je Poissonovom razdiobom:

$$P_n(t) = P\{N(t) = n\} = \frac{(\lambda t)^n}{n!} \cdot e^{-\lambda t} = \frac{1}{n!} \left(\frac{t}{\tau}\right)^n \cdot e^{-\frac{t}{\tau}},$$

pri čemu je $P_n(t)$ vjerojatnost da će se u trenutku $t \geq 0$ dogoditi $n = 1, 2, 3, \dots$ događaja. λ predstavlja srednju učestalost događaja, a $\tau = \frac{1}{\lambda}$ povratni period za dva događaja koji ne implicira periodičnost. Srednje očekivanje i varijanca Poissonove razdiobe su redom: $E[N(t)] = Var[N(t)] = \lambda$. Za određivanje raspodjele vremena koje protekne između dva događaja, npr. k -tog i $(k-1)$ događaja (Δt_k), potrebno je razmotriti kumulativnu razdiobu za k -ti događaj:

$$\begin{aligned} G_k(t) &= P(\Delta t_k \leq t) \\ &= 1 - P(\Delta t_k > t) \\ &= 1 - P\{0 \text{ događaja u } [t_{k-1}, t_{k-1} + t]\} \\ &= 1 - P\{N(t) = 0\} \\ &= 1 - e^{-\lambda t}. \end{aligned}$$

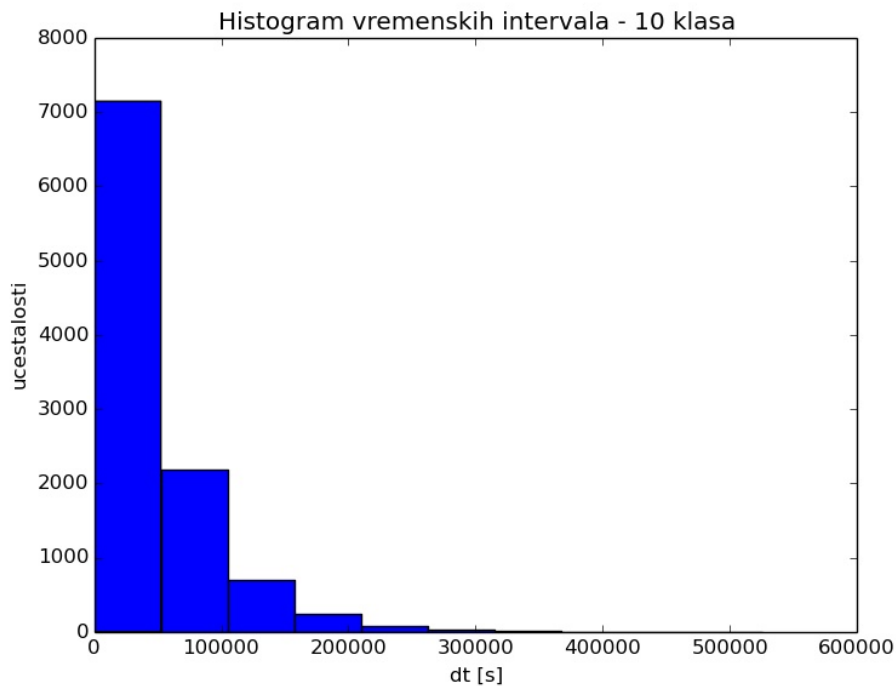
Kumulativna razdioba ne ovisi o razmatranome događaju pa se umjesto $G_k(t)$ može samo pisati $G(t)$. Uz poznatu kumulativnu razdiobu moguće je odrediti i tzv. razdiobu gustoće vjerojatnosti:

$$g(t) = \frac{dG(t)}{dt} = \lambda e^{-\lambda t}.$$

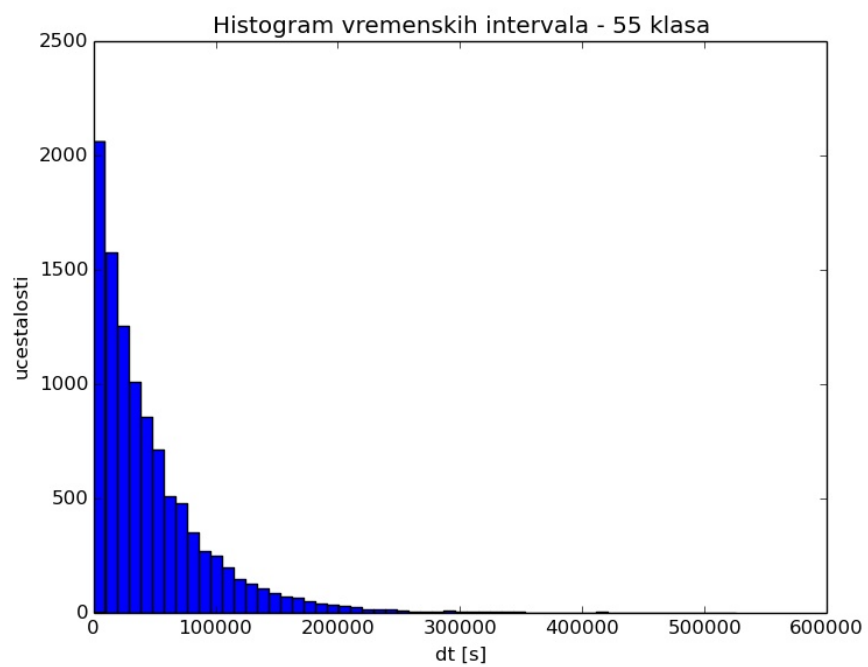
Razdioba vremena između događaja je eksponencijalna, odnosno puno je više kraćih nego dugih intervala. Glavni razlog tome je činjenica da je za jedan dug interval potrebno puno više manjih intervala kako bi srednja duljina intervala ostala ista, tj. kako ne bi došlo do promijene veličina $E[\Delta t_k] = \tau$ i $Var[\Delta t_k] = \tau^2$. Inače, moguće je još i pokazati da Poissonov proces nema memorije, tj. pojavnost događaja u trenutku t_k ne utječe na pojavnost nekog drugog događaja u t_{k-1} .

II. RAZDIOBA POTRESA U VREMENU

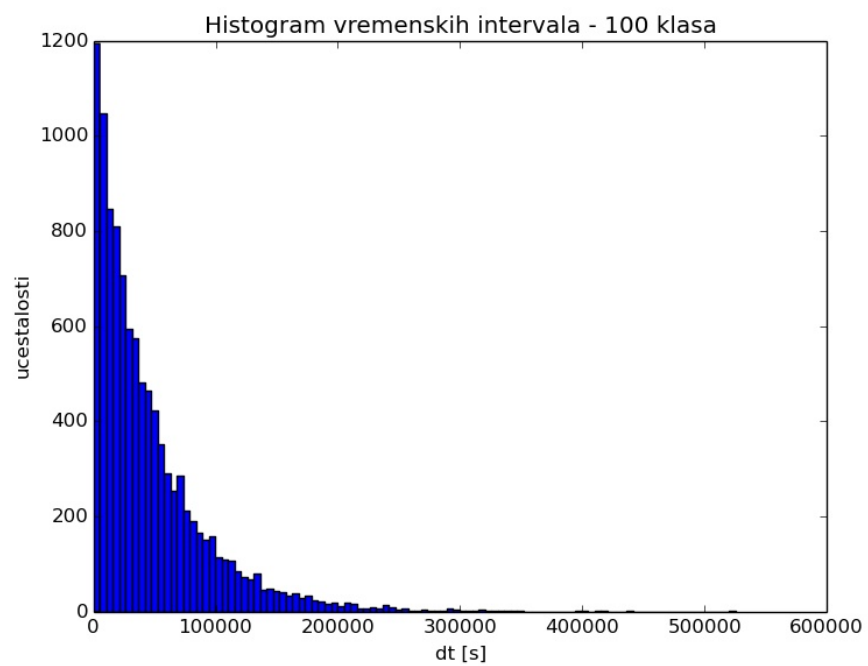
Potresi uglavnom prate Poissonovu razdiobu, tj. mogu se smatrati Poissonovim procesom. Stoga je za očekivati da će i razdioba vremena koja protekne između dva potresa biti eksponencijalna funkcija. U tu svrhu promotren je svjetski katalog potresa magnituda $M \geq 5$ za razdoblje od 1990. do 2005. godine. Pomoću programskog jezika *Python* za svaki je potres izračunato vrijeme dt proteklo od prethodnog potresa. Potom su napravljeni histogrami kako bi se mogla promotriti razdioba učestalosti dobivenog skupa podataka po razredima (klasama). Čitavi skup podataka podijeljen je u 10 (Slika 1), 55 (Slika 2) i 100 (Slika 3) klasa kako bi se dobila što jasnija predodžba razdiobe.



Slika 1.



Slika 2.



Slika 3.

Očito je da u sva tri slučaja (10, 55 i 100 klasa) histogramski prikaz vremenskih intervala zapravo predstavlja ekponencijalnu razdiobu. Dakle, pretpostavka da se potresi mogu opisati Poissonovim procesom je validna, a samim time i činjenica da se javlja puno više kraćih nego dužih intervala između dva događaja (potresa). Iz dobivenih podataka određeni su još:

1. minimalni vremenski razmak između dva potresa $dt_{min} = 2.0$ s,
2. maksimalni vremenski razmak između dva potresa $dt_{max} = 525240.9$ s = 6.0791 dana,
3. povratni period $\tau = \frac{1}{\lambda} = 46046.875185$ s = 12.791 h.

Povratni period zapravo odgovara srednjem očekivanju razdiobe, a kako je puno manji od maksimalnog vremenskog razmaka između dva potresa, ponovno se može zaključiti da je na njegov iznos ponajviše utjecao mnogobrojniji skup kraćih vremenskih intervala.

III. ZAKLJUČAK

Na temelju razmatranja svjetskog kataloga potresa magnituda $M \geq 5$ za razdoblje od 1990. do 2005. godine utvrđeno je kako vremena dt između dva potresa prate ekponencijalnu razdiobu. Puno je više kraćih nego dužih vremenskih intervala, minimalni vremenski razmak iznosi $dt_{min} = 2.0$ s, a maksimalni $dt_{max} = 6.0791$ dana. Povratni period koji odgovara srednjem očekivanju iznosi $\tau = 12.791$ h. Kraćih intervala puno je više nego dužih jer jedino na taj način srednje očekivanje, odnosno povratni period može poprimiti uvijek iste vrijednosti (a to mora biti zadovoljeno ukoliko se razmatra Poissonov proces, tj. proces definiran Poissonovom razdiobom).