

# Amplifikacijski spektar

HELENA LATEČKI, GF-104

Geofizički odsjek, PMF, Horvatovac 95, 10 000 Zagreb

15. lipnja 2018.

## Sažetak

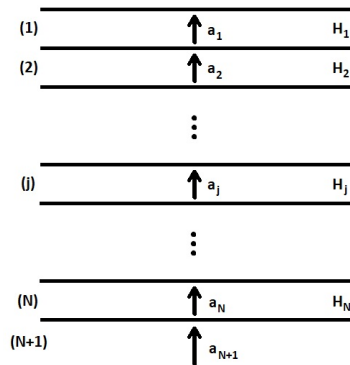
Promijenom parametara  $H_1$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\rho_1$  i  $\rho_2$  promotreno je kako se za model sloja nad poluprostorom mijenja oblik amplifikacijskog spektra  $AMP(\omega)$ . Uočeno je kako veće vrijednosti  $\beta_2$  i  $\rho_2$  povećavaju amplitudu, dok veće vrijednosti  $\beta_1$  i  $\rho_1$  smanjuju amplitudu amplifikacijskog spektra. Promijenom debljine sloja  $H_1$  ne dolazi do promijene amplitude parametra  $AMP(\omega)$ . Jedino parametri  $H_1$  i  $\beta_1$  utječu na učestalost pojavljivanja osnovnog oblika amplifikacijskog spektra. Povećanjem  $H_1$  osnovni oblik se sužava, dok se povećanjem parametra  $\beta_1$  osnovni oblik amplifikacijskog spektra proširuje.

## I. UVOD

Pomaci površine  $u_1$  za model sredstva (Slika 1) koji se sastoji od  $N$  vodoravnih, elastičnih homogenih slojeva nad poluprostorom ( $N+1$ ), mogu se prikazati kao:

$$u_1 = \frac{2a_{N+1}}{\sqrt{x_{N+1}^2 + y_{N+1}^2}} e^{i(\omega t - \arctan \frac{y_{N+1}}{x_{N+1}})}. \quad (1)$$

Ovaj izraz vrijedi uz pretpostavku da je gibanje površine uzrokovano trajnom harmonijskom pobudom, tj. nailaskom SH-vala amplitude  $a_{N+1}$  i  $\omega$  kutne brzine iz poluprostora. Koeficijenti  $x_{N+1}$  i  $y_{N+1}$  daju rekursivnu vezu između amplituda valova koji putuju prema gore - od poluprostora ( $N+1$ ) do slobodne površine.



**Slika 1.** Model sredstva koji se sastoji od  $N$  vodoravnih, elastičnih homogenih slojeva nad poluprostorom ( $N + 1$ ). Debljine slojeva označene su s  $H_j$ , a amplitude valova koji putuju prema površini s  $a_j$ ,  $j = 1, 2, 3, \dots$

U slučaju kada nad poluprostorom nema niti jednog sloja, tj. uz pretpostavku da se iznad poluprostora nalazi beskonačno tanak sloj debljine  $H_1 \rightarrow 0$  i gustoće  $\rho_1 = 0$ , vrijedi:

$$x_2 = 1,$$

$$y_2 = 0,$$

pa se pomaci na slobodnoj površini mogu zapisati kao:

$$u_1 = 2a_2 e^{i\omega t}. \quad (2)$$

Dakle, površina oscilira dvostrukom amplitudom  $a_2$  upadnog vala iz poluprostora kao rezultat konstruktivne interferencije upadnog vala i reflektiranog vala od slobodne površine. Iz omjera izraza (1) i (2) za slučaj kada  $a_{N+1} = a_2$ , definira se tzv. amplifikacijski spektar:

$$AMP(\omega) = \frac{1}{\sqrt{x_{N+1}^2 + y_{N+1}^2}}. \quad (3)$$

Amplifikacijski spektar  $AMP(\omega)$  pokazuje koliko će puta više oscilirati slobodna površina slojevitog poluprostora od amplitude, pri frekvenciji  $\omega$ , kojom bi oscilirala da ne postoji niti jedan sloj iznad poluprostora. Za koeficijente  $x_{j+1}$  i  $y_{j+1}$  može se pokazati da vrijedi rekurzivna relacija:

$$\begin{aligned} x_{j+1} &= x_j \cos S_j - y_j \sin S_j, \\ y_{j+1} &= \alpha_j (y_j \cos S_j + x_j \sin S_j), \end{aligned}$$

za  $j = 1, 2, 3, \dots$  pri čemu je:

$$S_j = k_j \cdot H_j \longleftarrow k_j = \frac{\omega}{\beta_j}$$

$$\alpha_j = \frac{\rho_{j-1} \beta_{j-1}}{\rho_j \beta_j}.$$

$\beta_j$  predstavlja brzinu vala, a  $\alpha_j$  tzv. relativnu seizmičku impedanciju.

## II. OVISNOST AMPLIFIKACIJSKOG SPEKTRA O PARAMETRIMA U SLUČAJU MODELA SLOJA NAD POLUPROSTOROM

Pretpostavljen je sljedeći model sloja nad poluprostorom:

1. svojstva sloja:  $\beta_1 = 400 \text{ m/s}$ ,  $\rho_1 = 2.59 \text{ g/cm}^3$ ,
2. svojstva poluprostora:  $\beta_2 = 800 \text{ m/s}$ ,  $\rho_2 = 3.00 \text{ g/cm}^3$ .

Za zadani problem vrijedi:

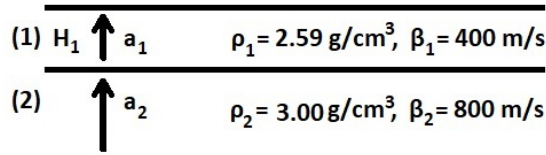
$$\begin{aligned} x_2 &= \cos S_1, \\ y_2 &= \alpha_1 \sin S_1, \\ S_1 &= k_1 H_1, \longleftarrow k_1 = \frac{\omega}{\beta_1} \end{aligned}$$

$$\alpha_1 = \frac{\rho_1 \beta_1}{\rho_2 \beta_2},$$

pa se amplifikacijski spektar može zapisati kao:

$$AMP(\omega) = \frac{1}{\sqrt{x_2^2 + y_2^2}}.$$

Pri razmatranju ovisnosti  $AMP(\omega)$  o različitim parametrima sloja i poluprostora za zadani model (Slika 2) korišten je programski jezik *Python*.



**Slika 2.** Model sredstva koji se sastoji od jednog sloja nad poluprostorom. Debljina sloja označena je s  $H_1$ .  $\beta_1$  i  $\beta_2$  predstavljaju redom brzine upadnih valova u sloju i poluprostoru.  $\rho_1$  i  $\rho_2$  predstavljaju redom gustoću sloja i gustoću poluprostora.

#### Ovisnost $AMP(\omega)$ o debljini sloja iznad poluprostora $H_1$

Kako bi se promotrla ovisnost  $AMP(\omega)$  o debljini sloja iznad poluprostora, za vrijednost od  $H_1$  uzeto je 5, 10, 20, 50 i 100 m dok su svi ostali parametri konstantni. Dobivene vrijednosti  $AMP(\omega)$  u ovisnosti o frekvenciji  $f = 0.1 - 50 \text{ Hz}$  nalaze se u *Dodatku 1*.

Promijenom debljine sloja iznad poluprostora ne dolazi do promijene amplitude  $AMP(\omega)$ . Međutim, povećanjem vrijednosti  $H_1$ , oblik amplifikacijskog spektra se sužava, pa se unutar istog intervala frekvencija  $f \in [0.1, 50] \text{ Hz}$  može uočiti sve više i više maksimuma i minimuma. Točnije, za dvostruko povećanje debljine sloja, moguće je uočiti dvostruko više maksimuma. Dakle, promijenom parametra  $H_1$  utječe se na učestalost pojavljivanja osnovnog oblika amplifikacijskog spektra.

#### Ovisnost $AMP(\omega)$ o brzini valova u sloju iznad poluprostora $\beta_1$

Kako bi se promotrla ovisnost  $AMP(\omega)$  o brzini valova u sloju iznad poluprostora, za vrijednost od  $\beta_1$  uzeto je 200, 300, 400, 500 i 600 m/s dok su svi ostali parametri konstantni (za debljinu sloja iznad poluprostora uzeto je  $H_1 = 20 \text{ m}$ ). Dobivene vrijednosti  $AMP(\omega)$  u ovisnosti o frekvenciji  $f = 0.1 - 50 \text{ Hz}$  nalaze se u *Dodatku 2*.

Povećanjem brzine valova u sloju iznad poluprostora dolazi do smanjenja amplitude  $AMP(\omega)$ . Nadalje, povećanjem vrijednosti  $\beta_1$ , širina osnovnog oblika amplifikacijskog spektra se povećava, pa se unutar istog intervala frekvencija  $f \in [0.1, 50] \text{ Hz}$  može uočiti sve manje i manje maksimuma i minimuma. Dakle, promijenom parametra  $\beta_1$  utječe se i na amplitudu i na učestalost pojavljivanja osnovnog oblika amplifikacijskog spektra.

---

### Ovisnost $AMP(\omega)$ o brzini valova u poluprostoru $\beta_2$

Kako bi se promotrla ovisnost  $AMP(\omega)$  o brzini valova u poluprostoru, za vrijednost od  $\beta_2$  uzeto je 400, 600, 800, 1000 i 1200 m/s dok su svi ostali parametri konstantni (za debljinu sloja iznad poluprostora uzeto je  $H_1 = 20$  m). Dobivene vrijednosti  $AMP(\omega)$  u ovisnosti o frekvenciji  $f = 0.1 - 50$  Hz nalaze se u *Dodatku 3*.

Povećanjem brzine valova u poluprostoru dolazi do povećanja amplitude  $AMP(\omega)$ . Međutim, povećanjem vrijednosti  $\beta_2$  ne dolazi do promijene širine osnovnog oblika amplifikacijskog spektra. Dakle, promijenom parametra  $\beta_1$  utječe se samo na amplitudu osnovnog oblika amplifikacijskog spektra.

### Ovisnost $AMP(\omega)$ o gustoći sloja iznad poluprostora $\rho_1$

Kako bi se promotrla ovisnost  $AMP(\omega)$  o gustoći sloja iznad poluprostora, za vrijednost od  $\rho_1$  uzeto je 1.60, 2.10, 2.59, 3.10 i 3.60 g/cm<sup>3</sup> dok su svi ostali parametri konstantni (za debljinu sloja iznad poluprostora uzeto je  $H_1 = 20$  m). Dobivene vrijednosti  $AMP(\omega)$  u ovisnosti o frekvenciji  $f = 0.1 - 50$  Hz nalaze se u *Dodatku 4*.

Povećanjem gustoće sloja iznad poluprostora dolazi do smanjenja amplitude  $AMP(\omega)$ . Međutim, povećanjem vrijednosti  $\rho_1$  ne dolazi do promijene širine osnovnog oblika amplifikacijskog spektra. Dakle, promijenom parametra  $\rho_1$  utječe se samo na amplitudu osnovnog oblika amplifikacijskog spektra.

### Ovisnost $AMP(\omega)$ o gustoći poluprostora $\rho_2$

Kako bi se promotrla ovisnost  $AMP(\omega)$  o gustoći poluprostora, za vrijednost od  $\rho_2$  uzeto je 2.10, 2.60, 3.00, 3.60 i 4.10 g/cm<sup>3</sup> dok su svi ostali parametri konstantni (za debljinu sloja iznad poluprostora uzeto je  $H_1 = 20$  m). Dobivene vrijednosti  $AMP(\omega)$  u ovisnosti o frekvenciji  $f = 0.1 - 50$  Hz nalaze se u *Dodatku 5*.

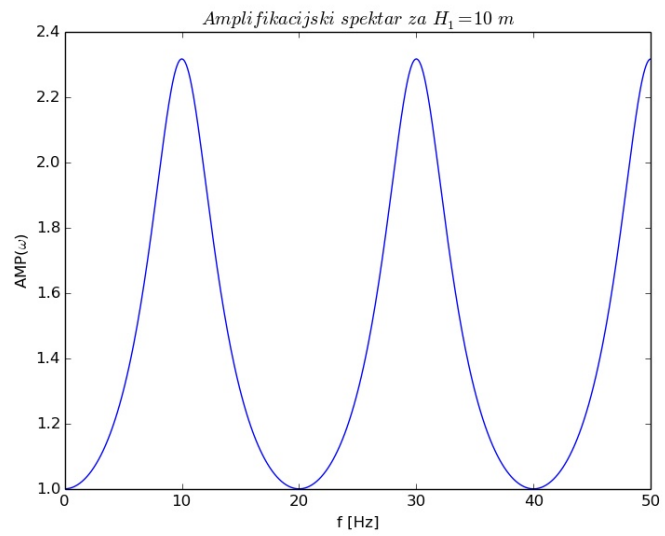
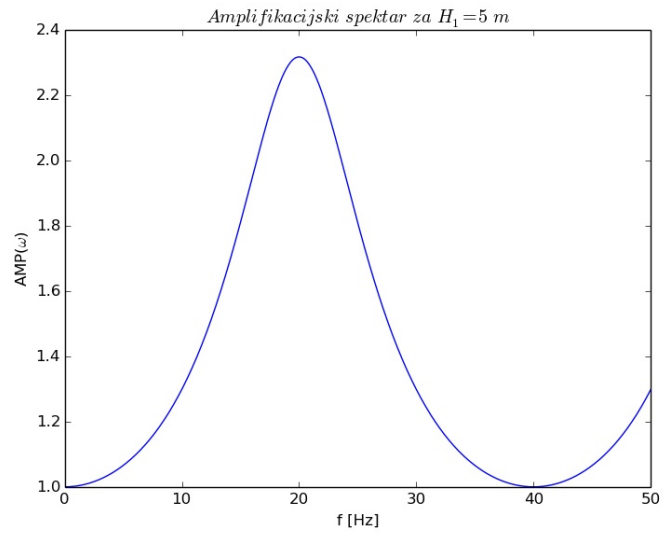
Povećanjem gustoće poluprostora dolazi do povećanja amplitude  $AMP(\omega)$ . Međutim, povećanjem vrijednosti  $\rho_2$  ne dolazi do promijene širine osnovnog oblika amplifikacijskog spektra. Dakle, promijenom parametra  $\rho_2$  utječe se samo na amplitudu osnovnog oblika amplifikacijskog spektra.

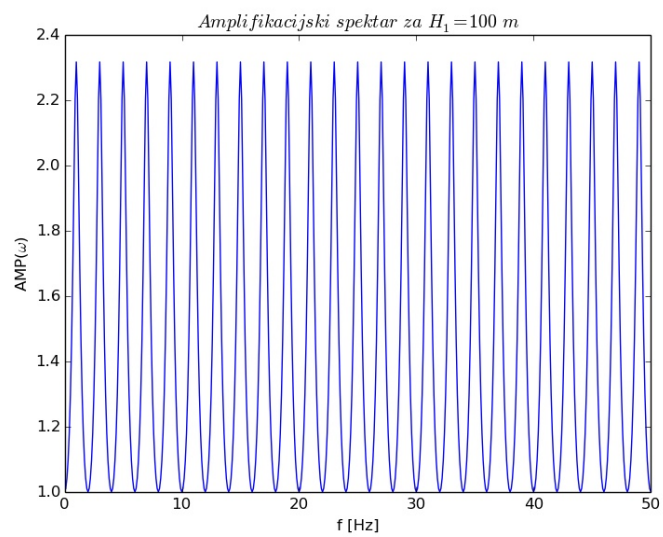
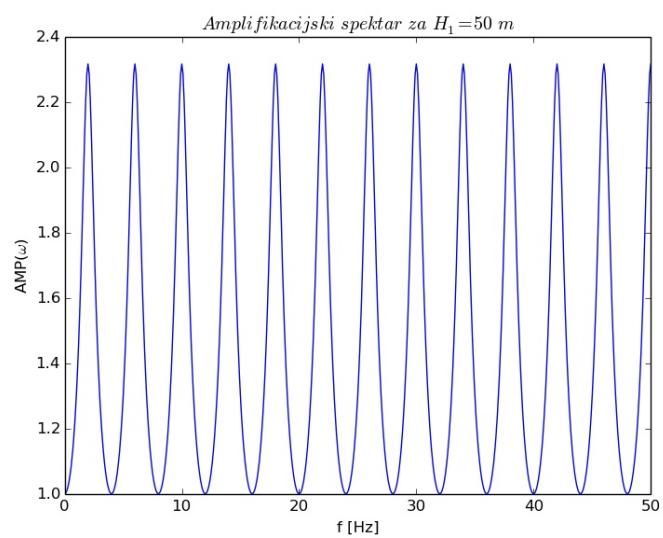
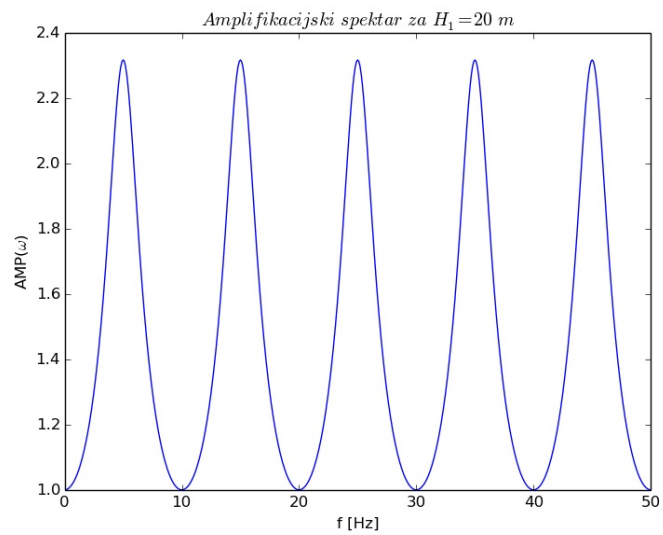
## III. ZAKLJUČAK

Za model sloja nad poluprostorom promotreno je kako na oblik amplifikacijskog spektra  $AMP(\omega)$  utječe promjena parametara  $H_1$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\rho_1$  i  $\rho_2$ . Povećanjem vrijednosti  $\beta_2$  i  $\rho_2$  dolazi do povećanja amplitude amplifikacijskog spektra. Povećanjem vrijednosti  $\beta_1$  i  $\rho_1$  dolazi do smanjenja amplitude amplifikacijskog spektra. Promijenom debljine sloja  $H_1$  ne dolazi do promijene amplitude parametra  $AMP(\omega)$ . Nadalje, jedino parametri  $H_1$  i  $\beta_1$  utječu na učestalost pojavljivanja osnovnog oblika amplifikacijskog spektra: povećanjem  $H_1$  osnovni oblik se sužava, pa je za isti interval frekvencija moguće uočiti više maksimuma i minimuma; povećanjem parametra  $\beta_1$  širina osnovnog oblika se povećava, pa je za isti interval frekvencija moguće uočiti manje maksimuma i minimuma.

---

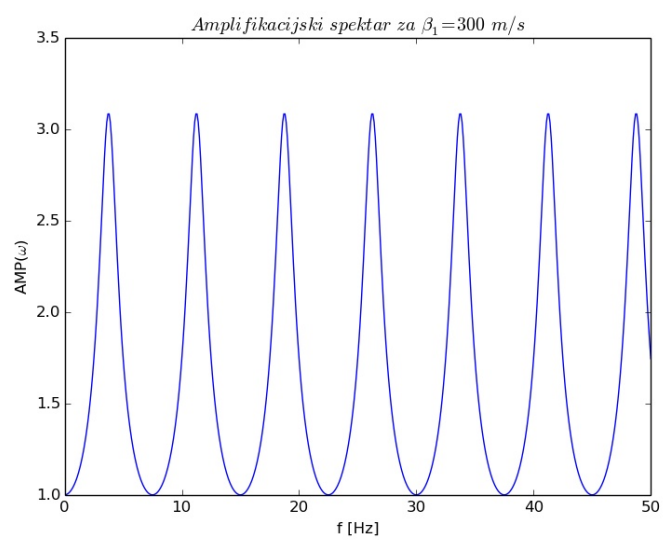
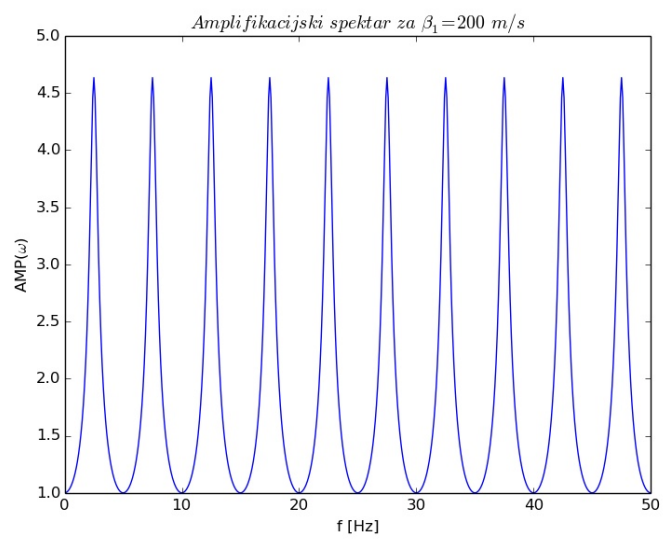
## IV. DODATAK 1

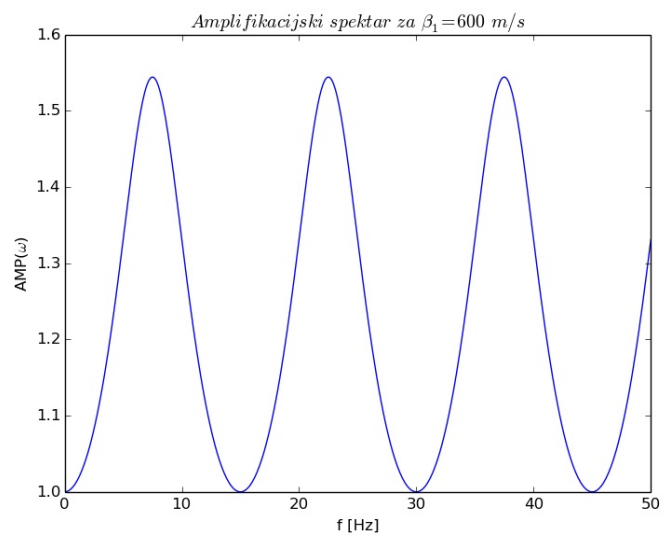
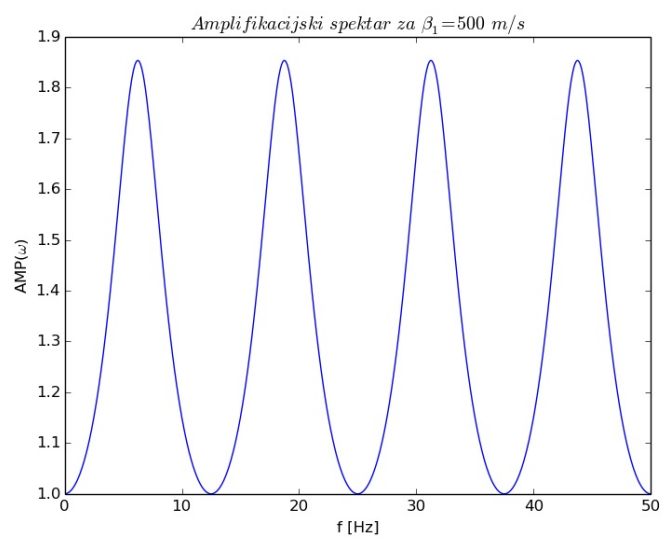
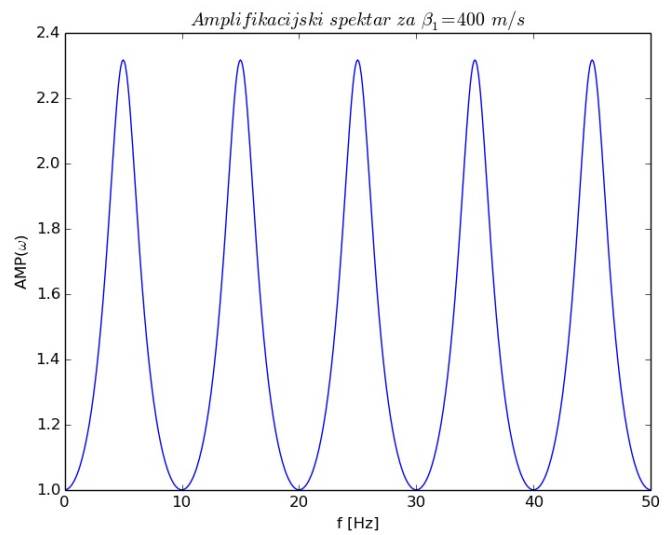




---

## V. DODATAK 2

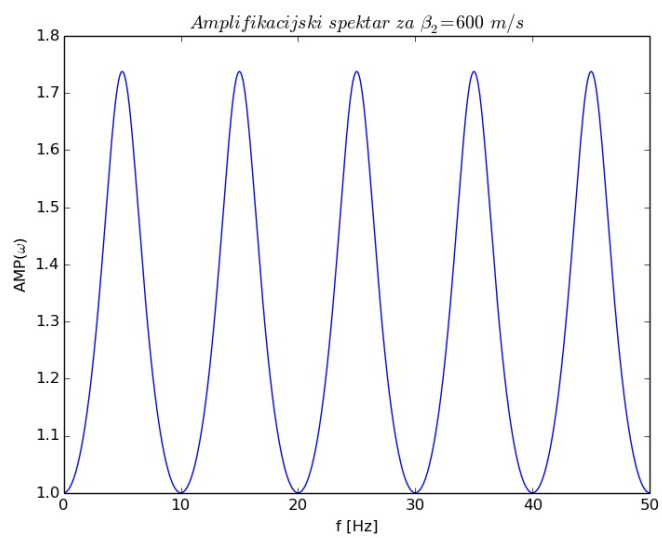
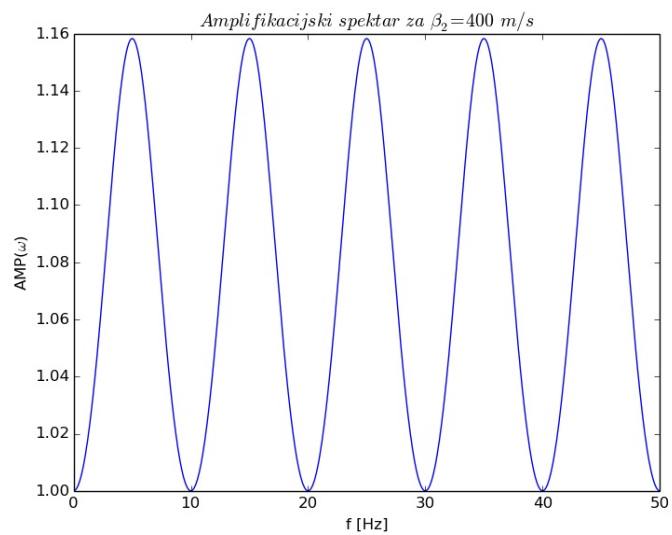


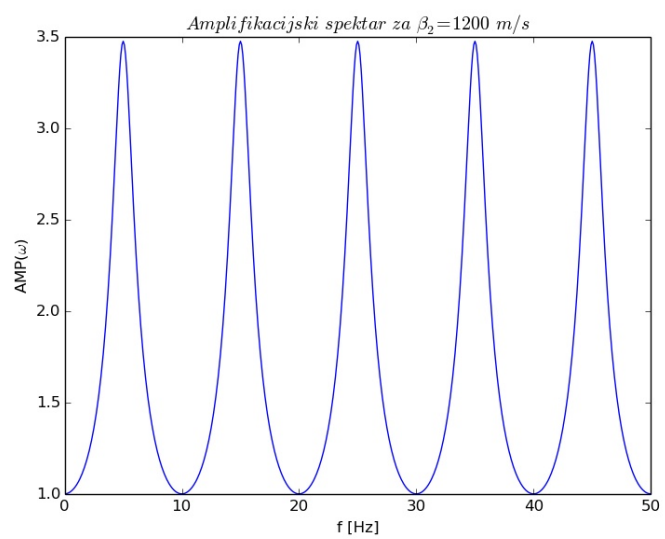
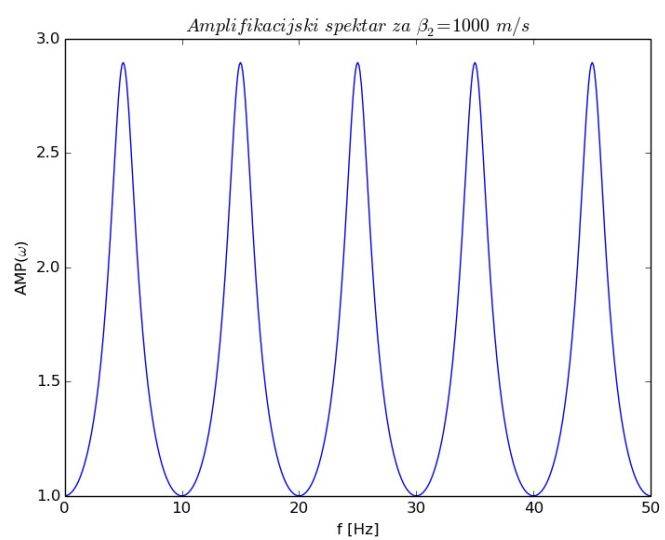
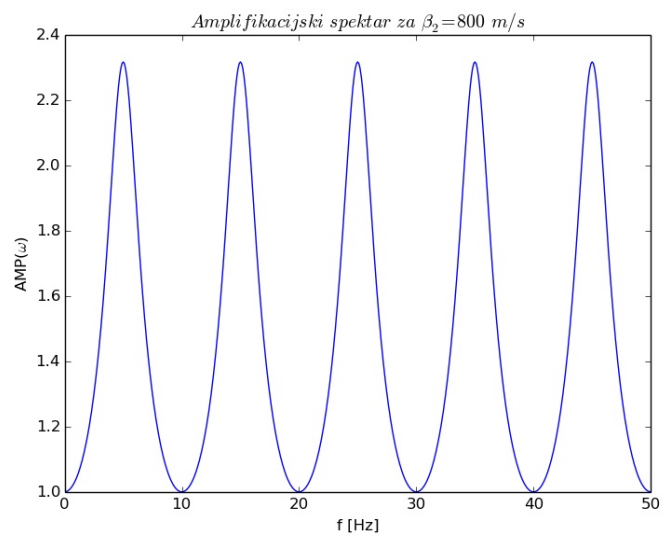




---

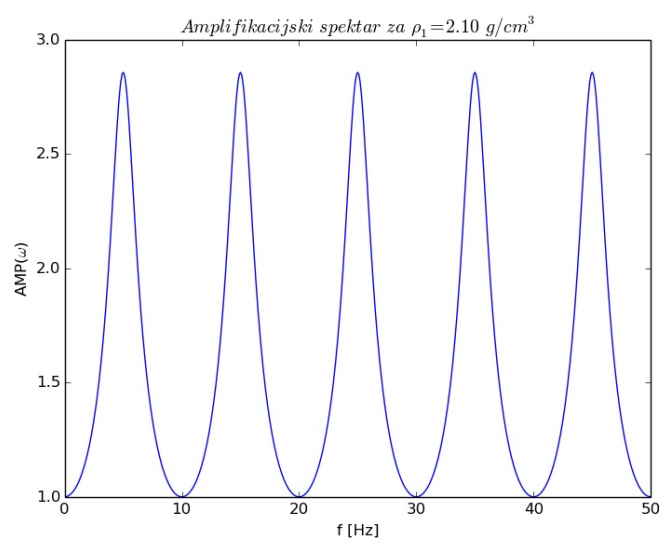
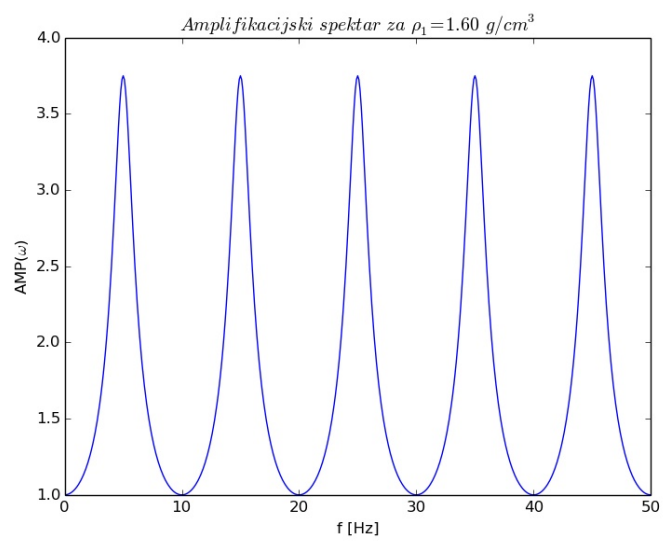
## VI. DODATAK 3

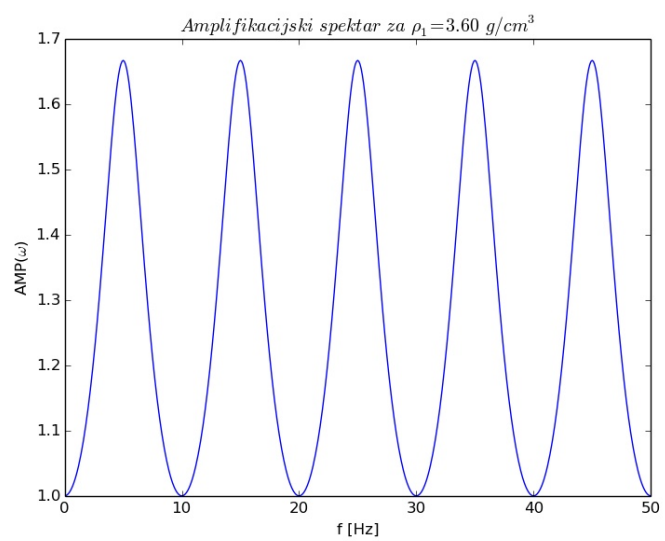
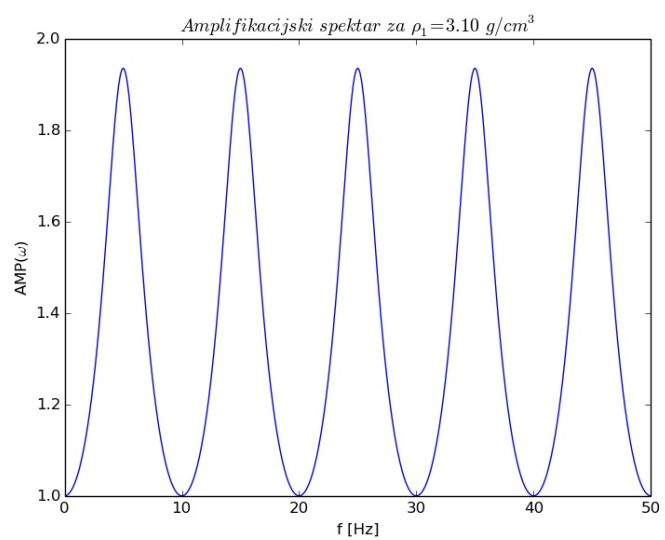
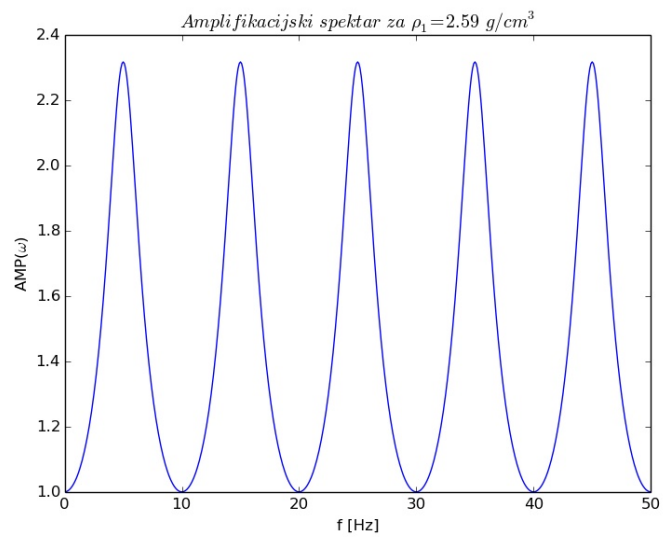




---

## VII. DODATAK 4





---

## VIII. DODATAK 5

