

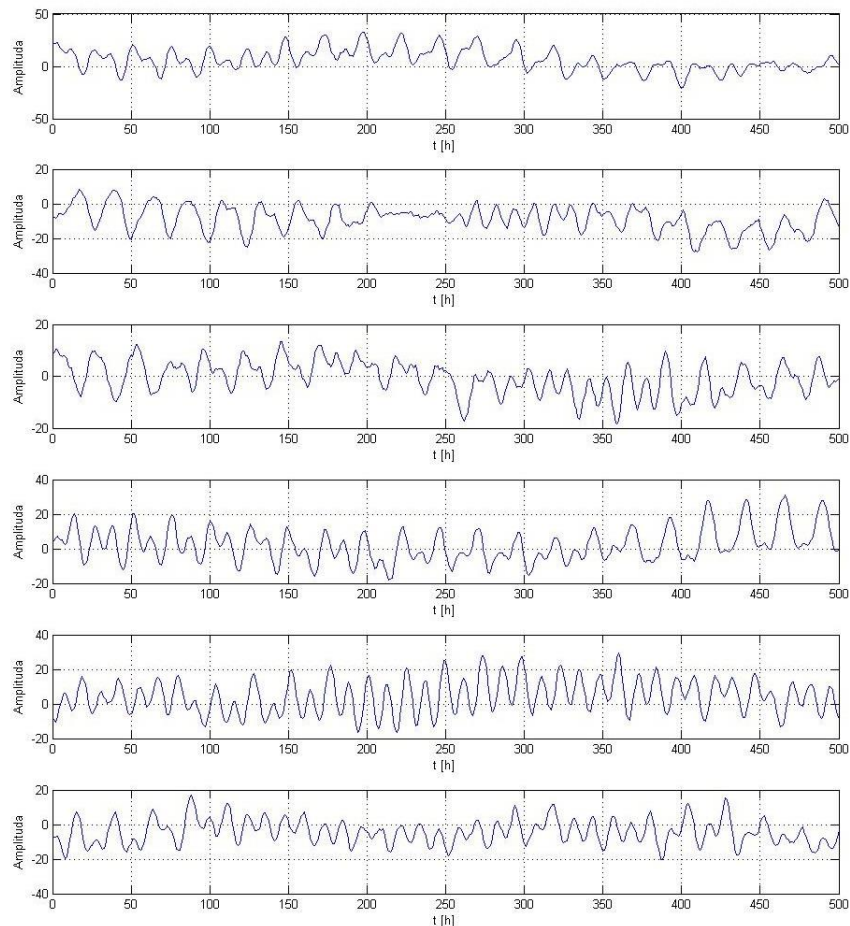
Procjena spektra snage stacionarnog procesa

HELENA LATEČKI, II-134-19

Geofizički odsjek, PMF, Horvátovac ul. 95, 10 000 Zagreb

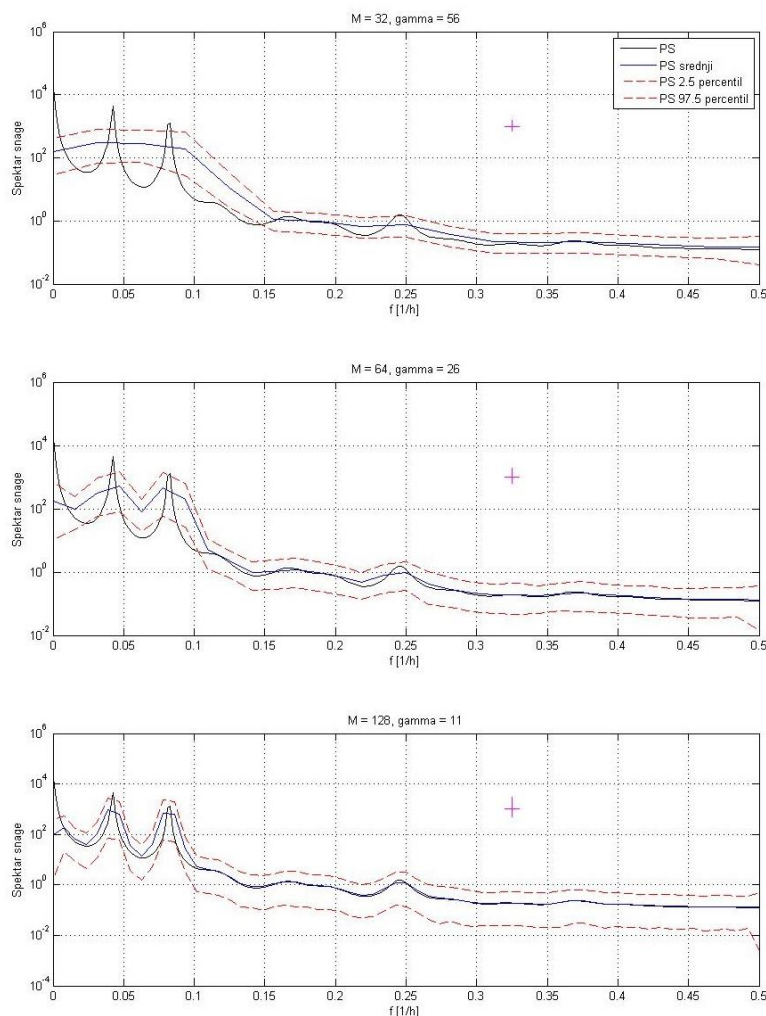
29.10.2021.

Spektar snage svojstvo je stacionarnih slučajnih procesa. Kao primjer jednog takvog procesa, razmatra se autoregresijski model koji ima slična spektralna svojstva kao niz razine mora u Splitu (a10). Pomoću autoregresijskog modela te funkcije *arsim.m* simulirano je 1000 vremenskih nizova duljine 4096h, a nekoliko realizacija prikazano je na Slici 1. Vremenski nizovi vizualno slični na vremenske nizove razine mora, no važno je napomenuti da ova sličnost ne povlači nužno da je zadani model dobar za simulaciju razine mora.



Slika 1. Vremenski nizovi simulirani pomoću autogresijskog modela čija su spektralna svojstva kao niz razine mora u Splitu (a10).

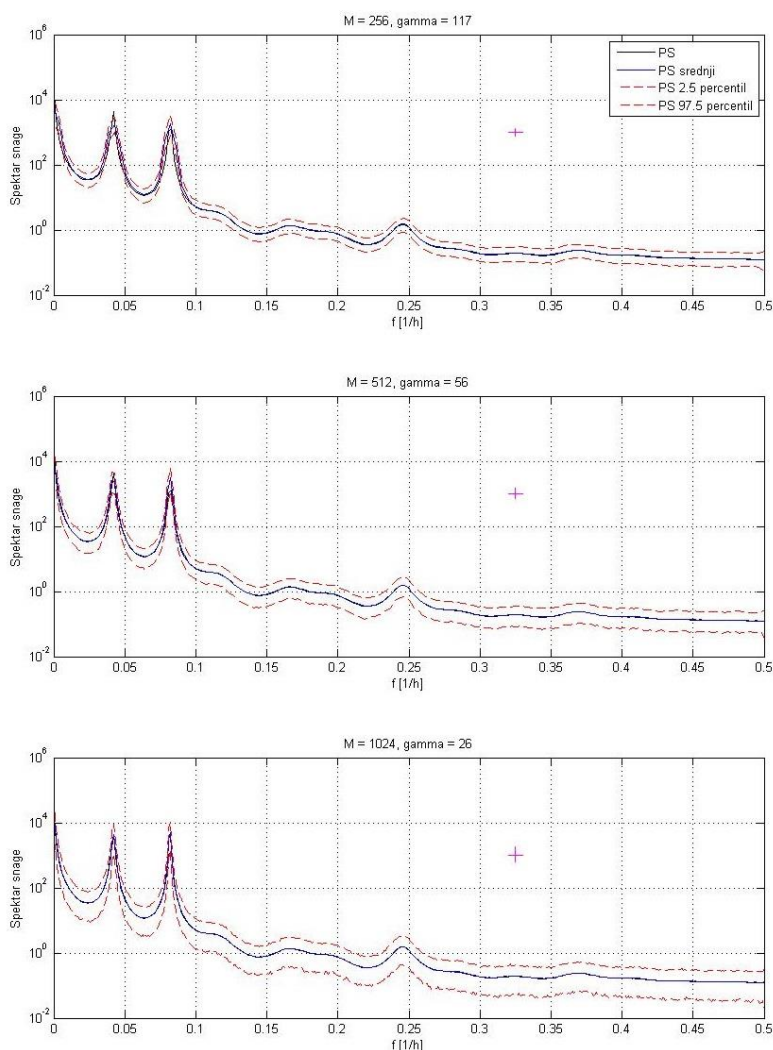
Nadalje je pomoću funkcije *ar_teorijski_spektar.m* određen teorijski spektar autoregresijskog modela. Za nizove duljine 256h (oko 10 dana satnih vrijednosti razine mora) i prozore duljine $M = [32, 64, 128]h$ (uz preklapanje od 50%) procijenjeni su spektri snage koristeći Matlab funkciju *pwelch()*. Prije računa spektra, kako bi se zadovoljio uvjet stacionarnosti, iz vremenskih nizova potrebno je ukloniti linearni trend i srednjak (ovaj korak je već napravljen za zadane simulirane nizove). Neoduzimanjem srednjaka vrijednost procjene spektra u nuli ukazivat će na varijabilnost srednjaka pojedinih segmenata. S druge strane, bez oduzimanja trenda, tj. determinističkih signala čiji su periodi usporedivi s duljinom razmatranog niza, može doći do curenja energije i 'razvlačenja' širine oko ekstrema frekventnoj domeni. Ovako dobiveni spektri potom su usrednjeni (usrednjavanjem po realizacijama), a konačna procjena (očekivanje procjenitelja) prikazana je na Slici 2. Na istoj toj slici prikazani su i 2.5-ti te 97.5-ti percentil procjene spektra te interval pouzdanosti.



Slika 2. Teorijski spektar snage (crna linija) i njegova procjena (plava linija) za različite duljine prozora M . Crvenim crtkanim linijama naznačeni su 2.5-ti i 97.5-ti percentil. Intervali pouzdanosti naznačeni su rozim križićima. Gamma označava broj stupnjeva slobode.

Welchova metoda određivanja spektra snage temelji se na ideji kliznog prozora unutar kojeg se određuje Fourierov transformat. Fourierov transformat potom se usrednjava kroz sve prozore, pa stoga i sama njegova procjena ovisi o duljini prozora. Kraći prozor znači veći broj segmenata na kojima se određuje Fourierov transformat, tj. sama procjena spektra snage je glađa. Ipak, uzimanjem kratkih prozora, smanjuje se rezolucija u frekventnoj domeni jer su udaljenosti između susjednih frekvencija relativno velike. Rezolucija u frekventnoj domeni raste uzimanjem većeg prozora, ali je zato procjena spektra snage manje glatka. Opisane karakteristike uočavaju se na Slici 2 – za kraće prozore ($M = 32$ h i $M = 64$ h), procijenjeni spektar snage ne reproducira lokalne ekstreme koji su prisutni na teorijskom spektru. Za prozor veće duljine ($M = 128$ h), rezolucija u frekventnoj domeni raste i procijenjeni spektar više sliči teorijskome. S druge strane, uzimanjem većeg prozora, raste i raspon između promatranih percentila, a interval pouzdanosti i raspršenost postaju sve veća.

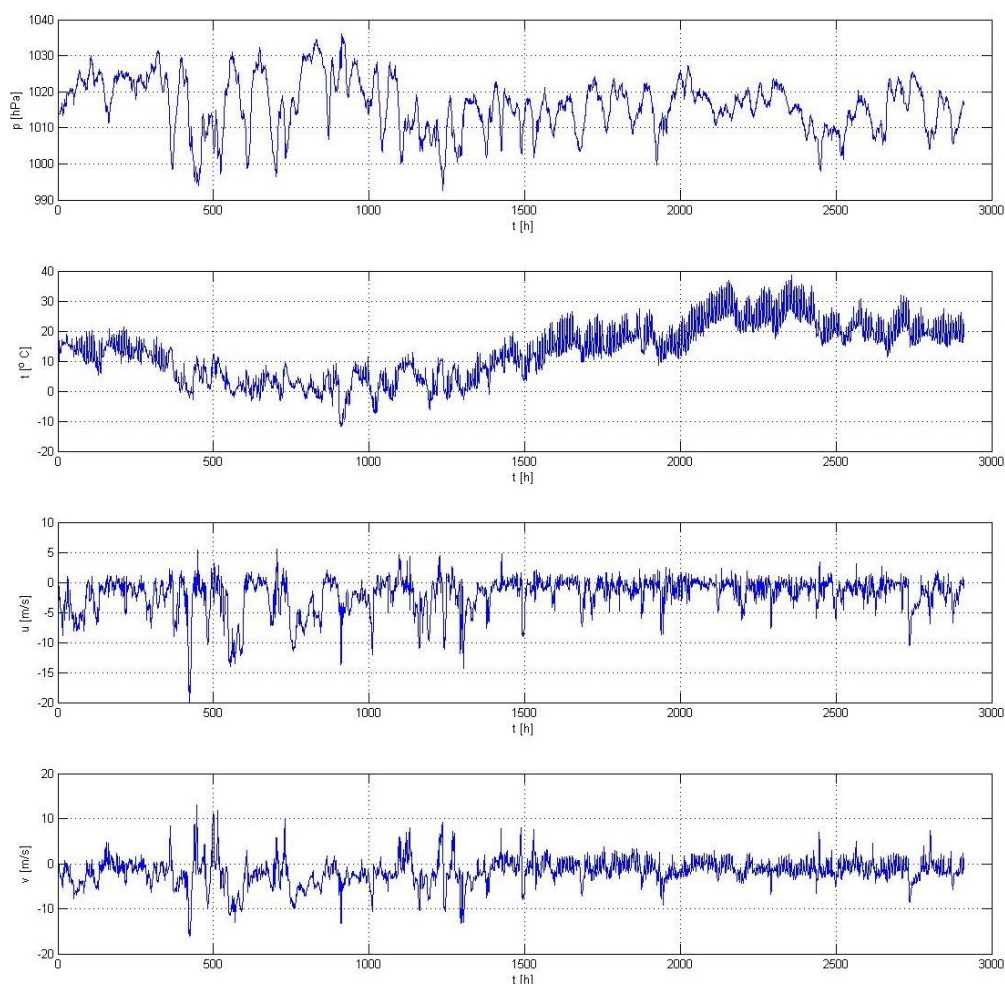
Radi dodatnog uvida ovih karakteristika, isti postupak napravljen je i za nizove duljine 4096h (oko pola godine satnih vrijednosti razine mora) te prozore duljine $M = [256, 512, 1024]$ h. Dobiveni spektri snage prikazani su na Slici 3.



▲ Slika 3. Teorijski spektar snage (crna linija) i njegova procjena (plava linija) za različite duljine prozora M . Crvenim crtkanim linijama naznačeni su 2.5-ti i 97.5-ti percentil. Interval pouzdanosti naznačeni su rozim križićima. Gamma označava broj stupnjeva slobode.

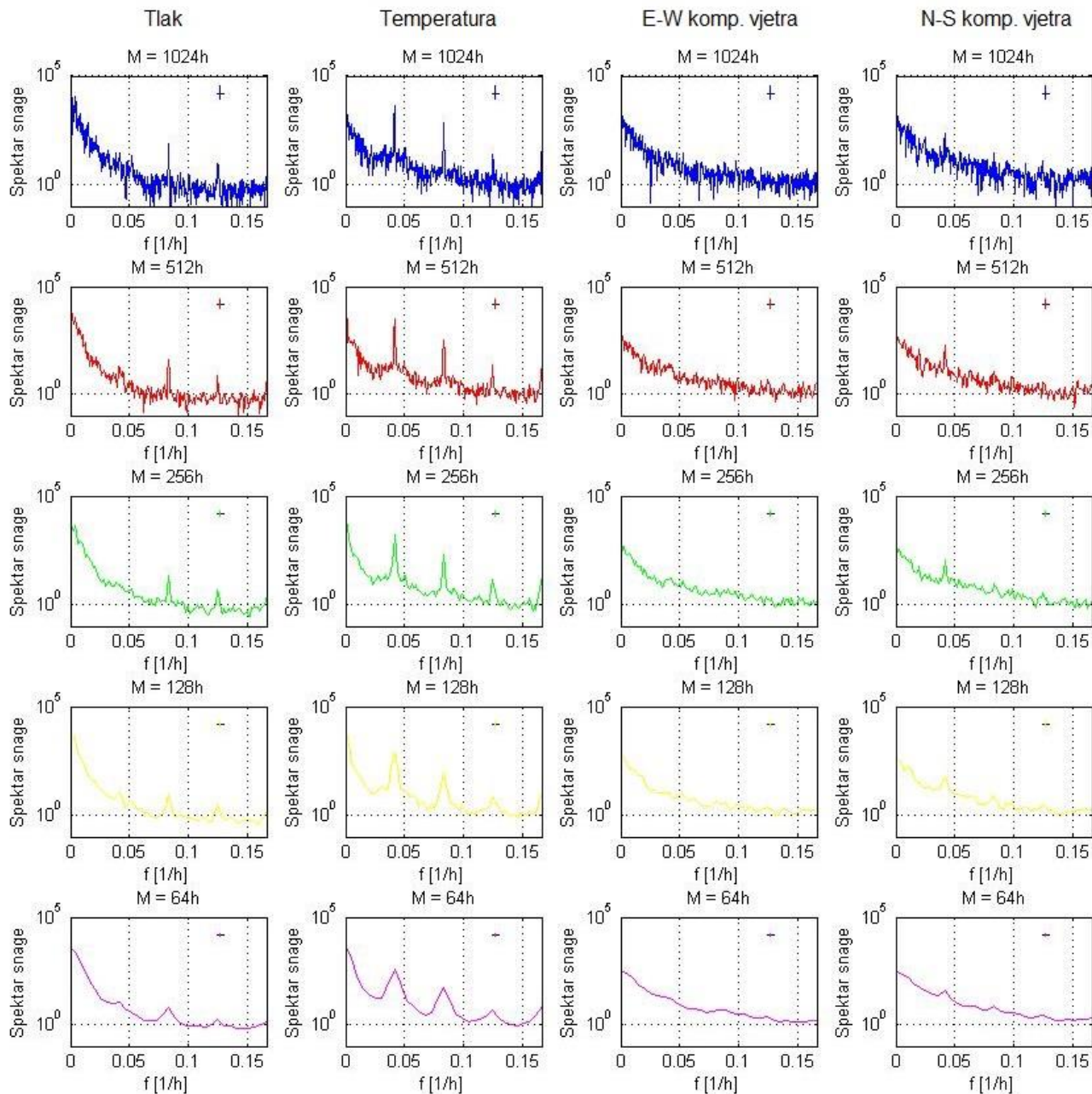
Kao i u prethodnom razmatranju, procjena spektra snage ovisi o duljini prozora. Za dulje prozore, rezolucija u frekventnoj domeni raste i procijenjeni spektar približava se teorijskome (pristranost procjene je manja), no raspon razmatranih percentila, interval pouzdanosti i raspršenost rastu. Za prozore manje duljine, naravno, vrijedi obratno. Jedan od načina na koji bi se mogli umanjiti i pristranost i raspršenje (a time i varijanca) jest uzimanjem veće duljine analiziranoga niza.

U daljnjoj analizi razmatrani su trosatni nizovi temperature, tlaka te obje komponente vjetra dobivenih iz meteorološkog numeričkog modela LAMI za postaju Rijeka. Nizovi se odnose na razdoblje od 2.11.2002. do 30.9.2003., a prikazani su na Slici 4.



Slika 4. Trosatni nizovi temperature, tlaka te obje komponente vjetra (u i v) dobivenih iz meteorološkog numeričkog modela LAMI za postaju Rijeka.

Za razmatrane nizove potom je procijenjen spektar snage korištenjem Welchove metode i prozore duljine $M = [1024, 512, 256, 128, 64]$ h. Prije računanja spektra uklonjeni su signali čije su vremenske skale usporedive s duljinom niza (trendovi i godišnji hod). Dobiveni rezultati prikazani su na Slici 5.



Slika 5. Procijenjeni spektri snage i pripadni intervali pouzdanosti za vremenski niz temperature, tlaka, te obje komponente vjetra (u i v). Različitim bojama naznačeni su spektri dobiveni prozorom duljine: $M = 1024$ h (plavo), $M = 512$ h (crveno), $M = 256$ h (zeleno), $M = 128$ h (žuto) i $M = 64$ h (rozo).

Duljina prozora M utječe na pristranost i raspršenje procjene spektra snage – dulji prozor povećava rezoluciju u frekventnoj domeni (manja pristranosti), ali su interval pouzdanosti i raspršenje te varijanca veći. Manjim prozorom smanje se rezolucija u frekventnoj domeni (veća pristranost), ali ujedno dobiva i manja varijanca te interval pouzdanosti. Od razmatranih prozora, prozor duljine $M = 512h$ daje najbolju procjenu spektra snage, tj. odnos raspršenosti i pristranosti je najpovoljniji.