

Desigualdades e Inecuaciones

1. Halle el conjunto solución de:

a) $3+4x < 2x - (x+5)$

b) $9x + 3 - 5x + 4 > x - (3x+4) - 2$

c) $\frac{x+3}{4} > x-1$

d) $\frac{x+1}{6} \leq \frac{1-2x}{5}$

e) $\frac{5+x}{3} + \frac{4x-1}{4} - \frac{3x+1}{5} \leq 2$

f) $\frac{x-1}{3} \leq x + \frac{1}{6} < 2x - \frac{1}{2}$

g) $\frac{x+1}{3} \leq \frac{x+3}{4} \leq 2x-1$

h) $\frac{x-1}{4} - x < \frac{4x+2}{3} \leq \frac{5x+3}{2}$

i) $\frac{x+2}{3} - 2x \leq \frac{3x-2}{2} < \frac{5x+1}{4}$

2. Encuentre el conjunto solución de:

a) $\frac{2x-8}{1-2x} > 1/2$

b) $\frac{x+3}{x+8} \leq \frac{1}{x}$

c) $\frac{3x-9}{6x+34} \leq 1$

3. Halle el conjunto solución en cada caso:

a) $2x^2 - x - 10 > 0$

b) $3x^2 - x - 2 \leq 0$

c) $x^2 + x + 72 > 0$

d) $x^2 - x - 2 < 0$

e) $\frac{(x^2 - 4)(x^2 - 4x + 6)}{(2x^2 + 3x - 2)(x^2 + 7)} \leq 0$

4. Resuelva e indique el menor valor entero que puede tomar x:

a) $6x^2 - 5x - 39 < 0$

b) $x^2 - 4x > 0$

c) $x^2 - 36 \geq 0$

d) $3x^2 - 5x - 2 \geq 0$

e) $10x^2 + 11x - 6 \geq 0$

f) $21x^2 - 31x + 4 > 0$

g) $4x^2 - 12x + 9 \leq 0$

h) $49x^2 + 84x + 36 > 0$

i) $(x-1)^2 + 3(x+1)^2 \leq 2x^2 - x(x+3)$

j) $(x-8)(x+2) + x^2 + 5 > (x-5)(x-1)$

5. Halle $A \cap B$, en:

$$A = \left\{ x \in \mathbb{Z} / \frac{3x}{2} \leq 2x-1 \leq \frac{4x-1}{3} \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} / 4 \leq \left(\frac{3x-1}{2} \right)^2 \leq 49 \right\}$$

6. Halle $Q \cup R$, en:

$$Q = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{2x+1}{x} - 3 \leq \frac{2}{x-1} \right\}$$

$$R = \{ x \in \mathbb{R} / 2 - 2x \in [-2; 2] \}$$

7. Determine $M \cap N$, si

$$M = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{x}{x+1} - \frac{x}{x-1} \geq \frac{1}{x^2-1} \right\}$$

$$N = \left\{ x \in R / \frac{2x}{3} + \frac{x}{6} \geq \frac{x}{12} \right\}$$

8. En un taller de carpintería, se fabricó una cierta cantidad de sillas de las que se vendió 38 quedando más de la tercera parte. Si luego se fabrican 8 más y en seguida se venden 10 quedan menos de 19 sillas. ¿Cuántas sillas se fabricaron?
9. En un salón del 1er ciclo de Cibertec, hay tantos alumnos que si al triple se le aumenta 5 resulta no menor de 93; y si al doble se le disminuye 1, dicha cantidad resulta ser menor de 61. ¿Cuántos alumnos hay en dicho salón de clase?
10. Un técnico ensambla cierta cantidad de CPU. Vendió la mitad de la cantidad ensamblada y le queda menos de 5 CPU. Luego ensambla 8 CPU más y vende 3 quedándole más de 9. ¿Cuántas CPU ensambló en total?
11. En un salón del primer ciclo de Cibertec, hay tantos alumnos que si al triple se le aumenta 5 resulta mayor de 101; y si al doble se le disminuye 7, dicha cantidad resulta ser menor de 61. ¿Cuántos alumnos hay en dicho salón de clase?
12. Se desea saber el menor número de postulantes que rinden el examen para ser tutor de Matemática I en Cibertec. Se conoce que el doble del número de postulantes disminuido en 23 es menor que 93 y que al retirarse 13 quedaron más de las tres cuartas partes del número inicial de postulantes.
13. Un técnico ensambla cierta cantidad de CPU. Vendió la mitad de la cantidad ensamblada y le queda menos de 4 CPU. Luego ensambla 10 CPU más y vende 3 quedándole más de 10. ¿Cuántas CPU ensambló en total?
14. Un técnico repara cierta cantidad de celulares. Vendió 15 celulares y le quedan menos de 21. Si luego repara 7 celulares más y vende 5 quedándole más de 21 celulares. ¿Cuántos celulares reparó al inicio?
15. Se desea saber el número de estudiantes que rinden el examen de suficiencia del curso de

Inglés. Se conoce que el doble del número de postulantes disminuido en 18 es menor que 76 y que al retirarse 15 quedaron más de las dos terceras partes del número inicial de postulantes.

16. Determine el conjunto solución de:

$$a) \frac{x^2 + 2x}{(x+3)(x-1)} \leq \frac{24}{x^2 + 2x - 3}$$

$$b) \frac{(x^2 - 9)(x^2 + 5)}{(x^2 + 4x + 7)(x^2 + 2x - 15)} \leq 0$$

$$c) \frac{x^2 - 9x}{(x^2 - 4)} \geq -\frac{18}{(x^2 - 4)}$$

$$d) \frac{(3x^2 - 5x + 2)(x^2 + 9)}{(x^2 + 2x + 4)(x^2 + 6x - 7)} \geq 0$$

$$e) \frac{(x^2 - 5x - 14)(x^2 - 5x - 24)}{(x^2 + 8)(x^2 + 5x + 6)} \geq 0$$

$$f) \frac{x^2 + 4x}{x^2 + x - 12} \leq \frac{x + 18}{x^2 + x - 12}$$

$$g) \frac{x^2 + x}{(x+3)(x-4)} \geq \frac{20}{x^2 - x - 12}$$

17. Hallar el conjunto solución en:

$$a) \frac{(x^2 - 2x - 15)(x^2 + 7)}{(x^2 - 4x + 6)(x^2 - 9x + 20)} \geq 0$$

$$b) \frac{16x^2 + 16x - 12}{2x^2 + x - 3} \leq 0$$

$$c) \frac{(2x^2 + x - 36)(x^2 - 4)}{x^2 - 2x - 15} \geq 0$$

$$d) \frac{(x^2 + 2x + 3)(x^2 - 9)}{x^2 - 3x - 18} \leq 0$$

$$e) \frac{(x^2 + 3)(x^2 + 3x - 40)}{x^2 + 10x + 16} \geq 0$$

$$f) \frac{(x^2 - x - 2)}{(x^2 + 4)(4x - x^3)} \leq 0$$

Matrices

1. Escriba explícitamente las siguientes matrices y halle: **3A+B**, **2B-5C** y **AB**.

a) $A = [a_{ij}]_{(3 \times 3)} / a_{ij} = 2^i + j$

b) $B = [b_{ij}]_{(3 \times 3)} / b_{ij} = i - 2j$

2. Escriba explícitamente la matriz **B** y halle **5A-B**, **3B-A** y **BD²**

$$B = [b_{ij}]_{3 \times 2} / b_{ij} = \begin{cases} i - j, & \text{si } i < j \\ i + j, & \text{si } i = j \\ j - i, & \text{si } i > j \end{cases}$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$$

3. Se tienen las matrices:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & -3 \end{bmatrix}_N = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -4 \\ -2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

Halle **NM**

4. Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $\begin{bmatrix} 2x + y \\ 2x - 3y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -4 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} x - y & 3u + v \\ x + y & u - 2v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} x^2 & 3y \\ 2u & (v+1)^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 16 \\ 1 & 9 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} x-2 & 0 \\ 1 & y+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & w+2 \\ 1-z & 0 \end{bmatrix}$

5. Si: $C = (c_{ij})_{2 \times 3} / c_{ij} = i$,

$$B = (b_{ij})_{3 \times 2} / b_{ij} = i - j, \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$$

Resuelva la ecuación matricial $2X - A^T = CB$ y dar como respuesta la traza de **X**.

6. Si $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 10 & 3 \end{bmatrix}^T$, calcule

$$E = \frac{xy}{z}$$

7. Si $A = B$, halle la TRAZA de la matriz $X = A + 2C$

Donde: $A = \begin{bmatrix} x+y & -3 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & x-y \end{bmatrix}$

$$C = \begin{bmatrix} x & 2y \\ -2x & y \end{bmatrix}$$

8. Si $A = (a_{ij})_{2 \times 2} / a_{ij} = i + j$,

$$B = (b_{ij})_{2 \times 2} / b_{ij} = \begin{cases} i - 1, & \text{si } i < j \\ j + 1, & \text{si } i \geq j \end{cases}$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Determine la matriz $X = AC + 2B^2$

9. Si $A = B$; halle la traza de la matriz **X**, en:

X = 2A - C Donde:

$$A = \begin{bmatrix} x+2y & -3 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 9 & -3z \\ -1 & x-y \end{bmatrix}; \quad C =$$

$$\begin{bmatrix} z & y \\ -x & 2y \end{bmatrix}$$

10. Si $A = (a_{ij})_{2 \times 2} / a_{ij} = 2i - j$,

$$B = (b_{ij})_{2 \times 2} / b_{ij} = \begin{cases} i, & \text{si } i > j \\ i + j, & \text{si } i = j \\ j, & \text{si } i < j \end{cases}$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Determine la matriz $X = BC + A^T$

11. Si $A = B$; halle el **producto** de los elementos de la **Diagonal principal** de la matriz: $X = 2A - C^T$
Dónde:

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ x-2y & -9 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 3x+y & 0 \\ 2 & -9 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 2x & 4y \\ 3y & -x \end{bmatrix}$$

12. Si $A = (a_{ij})_{2 \times 2} / a_{ij} = 2i - j$,

$$B = (b_{ij})_{2 \times 2} / b_{ij} = \begin{cases} i+1, & \text{si } i > j \\ i-j, & \text{si } i = j \\ j+1, & \text{si } i < j \end{cases}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Determine la matriz $X = AB + C^2$

13. Si $A = B$, halle el **producto** de los elementos de la **Diagonal Secundaria** de la matriz,
 $X = 2A^T - C$

Donde:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2x-y \\ 0 & -4 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ x+2y & -4 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} x & y \\ -y & -x \end{bmatrix}$$

14. Si: $C = (c_{ij})_{2 \times 3} / c_{ij} = i$,

$$B = (b_{ij})_{3 \times 2} / b_{ij} = i - j, A = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$$

Resuelva la ecuación matricial $2X - A^T = CB$ y dar como respuesta la traza de X .

15. Determine los valores de x, y, z, w ; si se cumple que: $A = B$

$$\text{Si } A = [a_{ij}]_{3 \times 3} / a_{ij} = \begin{cases} i-1, & \text{si } i = j \\ i+j, & \text{si } i > j \\ j-1, & \text{si } i < j \end{cases}$$

$$B = \begin{bmatrix} x-y & 1 & z-w \\ 3 & z-x & 2 \\ z+w & 5 & x \end{bmatrix}$$

16. Determine los valores de m, n, p, q ; si se cumple que: $A = B$

$$A = [a_{ij}]_{3 \times 3} / a_{ij} = \begin{cases} i-j, & \text{si } i = j \\ i+j, & \text{si } i > j \\ j, & \text{si } i < j \end{cases}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & m-n & p+q \\ m & 0 & q+m \\ m+n & 2p-n & 0 \end{bmatrix}$$

17. Si: $A = (a_{ij})_{2 \times 2}$ donde $a_{ij} = i + j$,

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Determine la Traza de la matriz E ; sabiendo que: $E = A + 2B^T - BC$.

18. Si $A = (a_{ij})_{2 \times 2} / a_{ij} = i + j$,

$$B = (b_{ij})_{2 \times 2} / b_{ij} = \begin{cases} i-1, & \text{si } i > j \\ i-j, & \text{si } i = j \\ j+1, & \text{si } i < j \end{cases}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Determine la **traza** de la matriz

$$X = B^2 + 2A - C$$

19. Se sabe que $P = Q$, donde:

$$P = \begin{bmatrix} 2x & 8 \\ 0 & x-z+1 \end{bmatrix},$$

$$Q = \begin{bmatrix} 10 & x+y+z \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$M = (m_{ij})_{2 \times 2} / m_{ij} = \begin{cases} \frac{x}{5}, & \text{si } i < j \\ 2y, & \text{si } i = j \\ z-2, & \text{si } i > j \end{cases}$$

Resuelva la ecuación $2X - Q^T = P \cdot M$ y calcule el determinante de la matriz X .

Determinantes

1. Calcule el determinante en cada caso:

$$A := \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \\ 0 & -2 & 5 \end{bmatrix} \quad \text{Sol. Det A} = 16$$

$$A := \begin{bmatrix} 2 & -8 & 2 \\ 0 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \quad \text{Sol. Det A} = 30$$

$$A := \begin{bmatrix} 2 & -8 & 2 \\ 4 & -16 & 4 \\ 4 & 5 & 5 \end{bmatrix} \quad \text{Sol. Det A} = 0$$

$$A := \begin{bmatrix} 5 & -6 & 7 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{Sol. Det A} = 0$$

$$A := \begin{bmatrix} 5 & 0 & 7 \\ 3 & 0 & 6 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{Sol. Det A} = 0$$

2. Halle $\text{Det}(A)$, si $A = B$

$$\text{Siendo } A = \begin{bmatrix} x-y & z-1 \\ 3 & x \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 2 & y+4 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

3. Calcule:

$$|A| = \begin{vmatrix} 2x - \sqrt{2} & -7\sqrt{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{7} & 2x + \sqrt{2} \end{vmatrix}$$

$$|B| = \begin{vmatrix} -\sqrt{5} & 2 & -1 \\ 3 & \sqrt{5} & -4 \\ -2 & 3 & -1 \end{vmatrix}$$

4. Calcule:

$$\begin{vmatrix} 5\sqrt{2} + 1 & 7 - \sqrt{3} \\ 7 + \sqrt{3} & 5\sqrt{2} - 1 \end{vmatrix}$$

5. Resuelva en "x"

$$\begin{vmatrix} 2 & -4 & -1 \\ 2 & x & -2 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 5$$

6. Calcule:

$$\begin{vmatrix} m+n & m-n \\ m-n & m+n \end{vmatrix}$$

7. Halle $|A|$ si se cumple que: Sabiendo que A y B son matrices cuadradas de orden 2

$$\begin{cases} 3A - 5B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ -A + 3B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \end{cases}$$

8. Determine el valor de "x" para que se cumpla que: $|A - 2B| = 7$

$$\text{si } A = \begin{pmatrix} 3x-7 & -1 \\ x & x+1 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} x-1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

9. Sean las matrices $A = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$,

$$B = (b_{ij})_{2 \times 2} \text{ tal que } b_{ij} = i - j$$

Si se sabe que: $A + B = AB + 2C$, obtenga el determinante de la matriz C.

10. Si $A = (a_{ij})_{2 \times 2} / a_{ij} = i + j$,

$$B = (b_{ij})_{2 \times 2} / b_{ij} = \begin{cases} i-1, & \text{si } i > j \\ i-j, & \text{si } i = j \\ j+1 & \text{si } i < j \end{cases}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Determine la matriz $X = B^2 + AC$

11. Determina el valor de X positivo en la siguiente ecuación:

$$\begin{vmatrix} 2x & 9 \\ x & x \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \\ 1 & 5 & -2 \end{vmatrix} = 0$$

12. Sean las matrices:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} -x & 2y \\ z-1 & w \end{bmatrix},$$

$$B = (b_{ij})_{2 \times 2} \text{ tal que } b_{ij} = \begin{cases} i \cdot j, & \text{si } i \leq j \\ i + j, & \text{si } i > j \end{cases}$$

Si se sabe que: $A - B = BC$ obtenga el valor

del determinante $\begin{vmatrix} x & y \\ z & w \end{vmatrix}$.

13. Sean las matrices:

$$C = \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix},$$

$$B = (b_{ij})_{2 \times 2} \text{ tal que } b_{ij} = \begin{cases} i+1, & \text{si } i \leq j \\ j-1, & \text{si } i > j \end{cases}$$

Si se sabe que: $A + B^T = AC$, obtenga el determinante de la matriz C.

14. Sean las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} x & 0 & 0 \\ -4 & x & 0 \\ 8 & 3 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 2x & x \\ -2 & 1 \end{pmatrix};$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 8 \\ 1 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

En la siguiente ecuación obtenga el valor de x, si:

$$|A| + |B| - 8|C| = 0$$

15. Sean las matrices:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix},$$

$$B = (b_{ij})_{2 \times 2} \text{ tal que } b_{ij} = \begin{cases} i-1, & \text{si } i \leq j \\ j+1, & \text{si } i > j \end{cases}$$

$$C = \begin{bmatrix} m & n \\ p & q \end{bmatrix}.$$

Se sabe que $A + 2B^T = AC$, obtenga el determinante de la matriz C.

16. Dada las matrices:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}; \quad B = (b_{ij})_{2 \times 2}$$

$$\text{donde } b_{ij} = \begin{cases} 2i & \text{si } i > j \\ i+j & \text{si } i = j \\ i-j & \text{si } i < j \end{cases}$$

$$\text{Halle el valor de k, si } K = \frac{|A-B| - 2|B|}{|A \cdot B|}.$$

17. Si $A = B$, halle el determinante de la matriz X, si se sabe que: $X = 2A^T - C$

Donde:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2x-y \\ 1 & -4 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ x+2y & -4 \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} x & y \\ -y & -x \end{bmatrix}$$

18. Halle $|B|$ si se cumple: sabiendo que A y B son matrices cuadradas de orden 2

$$\begin{cases} 2A - 3B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \\ -A + 4B = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \end{cases}$$

19. Sean las matrices:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1-x & -2y \\ z-1 & w \end{bmatrix},$$

$$C = (c_{ij}) \text{ donde } c_{ij} = \begin{cases} i+j & \text{si } i \leq j \\ i-j & \text{si } i > j \end{cases}$$

Si se sabe que: $B + A^T = CA$;

Halle el valor de la determinante: $\begin{vmatrix} x & w \\ z & y \end{vmatrix}$

20. Sean las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 10 \\ -1 & 4 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -2 & 7 & 2 \\ 3 & -1 & -3 \\ 1 & 4 & -1 \end{pmatrix};$$

$$C = \begin{pmatrix} m-3 & 3n-2 & 3p-5 \\ a+1 & b-5 & c+3 \\ x-2 & \frac{y}{3}+5 & z-1 \end{pmatrix}$$

Se cumple que $(A + B) = C$, calcule el valor del

determinante: $\begin{vmatrix} m & n & p \\ a & b & c \\ x & y & z \end{vmatrix}$

21. Determine el valor positivo de "x" en la siguiente ecuación:

$$\begin{vmatrix} 3x & 14 \\ x & x \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \\ 0 & -2 & 5 \end{vmatrix} = 0$$

22. Determine los valores de "x" que satisfagan la ecuación:

$$\begin{vmatrix} 2 & -4 & -1 \\ 2 & x & -2 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x & 8 \\ 0 & x \end{vmatrix} = 44$$

23. Aplicando la Regla de Cramer, halle los valores de x e y.

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix}$$

24. Aplicando la Regla de Cramer, halle los valores de a y c.

$$\begin{cases} 3a + 2b = -1 - c \\ a = 3 + b \\ -c = 6 - 4a \end{cases}$$

25. Aplicando la Regla de Cramer, halle los valores de b y c.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

26. Utilizando la **Regla de Cramer**, resuelva el Sistema de Ecuaciones que se presenta:

$$a) \begin{cases} 2y = -1 - z \\ x = -4 - 2y \\ -2z = -6 - 4x \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + y + z = 10 \\ x + y = z + 2 \\ y + 1 = x + 3 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2y + z = -3 \\ x + 2y = -1 \\ -3x - 2z = -2 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 0,5x - z = -10 \\ -7y - z = 56 \\ 3x - y = 6 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} 5x - 4y + 6z = 38 \\ 2x + 5y - 7z = 34 \\ 3x - 2y + 5z = 30 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} 2x - 3y + z = 11 \\ 5x - y - 2z = -10 \\ 3y + 3z = 6 \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} 3x = -4y - 2z + 1 \\ 2y = z + 3 \\ z = 3 - 2x \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} 2x-1 = -3z+y \\ x+1 = \frac{2y-z}{2} \\ y = z+3 \end{cases}$$

$$i) \begin{cases} x+2z+6 = 3y+3 \\ 5x-z = 13-6y \\ x-2 = \frac{y-3z}{4} \end{cases}$$

$$j) \begin{cases} 3x = -4y-2z+1 \\ 2y = z+3 \\ z = 3-2x \end{cases}$$

27. Halle la solución de los siguientes sistemas de ecuaciones utilizando la regla de Cramer:

$$a) \begin{cases} x+y+z=0 \\ 2x+4y+2z=-1 \\ x+z=1/2 \end{cases} \quad \text{solución} = \left\{ \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\}$$

$$b) \begin{cases} 2x+y+z=1 \\ x+2y=3 \\ x+z=0 \end{cases} \quad \text{solución} = \{-1, 2, 1\}$$

$$c) \begin{cases} 3x+4y+2z=1 \\ 2y-z=3 \\ z+2x=3 \end{cases} \quad \text{solución} = \{3, 0, -3\}$$

$$j) \begin{cases} 2x-3y+z=-4 \\ x+y+z=6 \\ -x-y+2z=-3 \end{cases} \quad \text{solución} = \{2, 3, 1\}$$

Geometría Analítica

1. Calcule la distancia entre los siguientes puntos.

- a) A(-2;5) y B(8;-3)
- b) M(-3;-4) y N(5;6)
- c) C(-3;0) y B(0;12)
- d) A(1;-5) y B(-8;6)

2. Los vértices de un triángulo son los puntos

P (-3;-2), Q (7; 4) y R (1; 14). Halla su área, la longitud de sus medianas y la pendiente de cada una de sus lados.

3. Se tiene el triángulo ABC donde A (0,0), B (3,4) y C (-4,8). Halle:

- a) El área de la región poligonal
- b) La longitud de la mediana relativa al vértice A

4. Probar que el triángulo ABC, A (3,5); B (-4,2) y C (-1,-5) es rectángulo y hallar su área.

5. Sea el triángulo ABC con coordenadas A (4,4), B (-2,1) y C (1,-2). Determinar las coordenadas del baricentro y área en dicho triángulo.

6. Determine la pendiente de las rectas y determinar si son paralelas o perpendiculares:

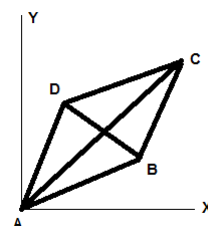
- a) A (8; 10), y B (-2; 4).
- b) M(-1, -2), y N(2, 4)

7. Si la recta L1 que contiene a los puntos A(a, 2) y B (0, 2a) es paralela a la recta L2 que contiene a los puntos C (-a, 3) y D (1, -2a),

Hallar el valor de "a"

8. Dados los vértices de un triángulo ABC: A(2,4), B(1,2) y C(3,0). Encuentre el área y el baricentro del triángulo ABC.

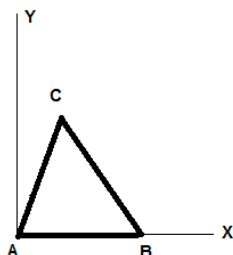
9. Los vértices del paralelogramo ABCD, en sentido antihorario, son A (0; 0), B (4; 4), C (2; 6) y D. Determine:
 - a) Las coordenadas del punto de intersección de las diagonales del paralelogramo.
 - b) La pendiente de la diagonal BD.
10. El punto P(k-3, k+1) equidista (longitud igual) de Q(-5, 2) y R(4, -1)
Determine:
 - a) El valor de k
 - b) El punto medio del segmento PQ.
11. Dado el triángulo de vértice M(1, -3) ; N(3,5) ; P(-3,1). Halle:
 - a) Los puntos medios de los lados del triángulo MNP
 - b) El baricentro del triángulo formado por los puntos medios del triángulo MNP.
12. Dado los vértices de un cuadrado ABCD, A (4, 2), B(10, 4), C(8, 10), D(2, 8).
Determine:
 - a) El área del triángulo ABC.
 - b) El baricentro del triángulo ACD.
13. Los vértices de un triángulo son los puntos A(2,6) ; B(6,2) y C(-4,-8). Halle la longitud de la **mediana** relativa al vértice A.
14. Dado los vértices de un cuadrado ABCD donde: A(2,4); B(7, 3); C(6, -2); D(x, y).
Determine:
 - a) El perímetro del cuadrado.
 - b) Las coordenadas del baricentro del triángulo ACD.
15. La sala de conferencia de Cibertec tiene la forma de un CUADRADO de vértices: A(2,4); B(7,3); C(6,-2); D(1,-1). Determine:
 - a) El área de la sala de conferencia de Cibertec
 - b) El perímetro de la sala de conferencia de Cibertec
16. Los segmentos \overline{MN} y \overline{OP} son perpendiculares, y tienen por coordenadas: M(-1,-5), N(3,3); O(0,y); P(2,-2). Determine el valor de "y".
17. Dado el triángulo de vértice A (-2,1) ; B(4, -1) ; C(8, 3). Halle:
 - a) Los puntos medios de los lados BC y AC
 - b) La distancia entre los puntos medios hallados.
18. El patio de Cibertec tiene la forma de un RECTÁNGULO de vértices: A(-1,3), B(5,0), C(7,4), D(1,7). Determine: El área del patio de Cibertec, el baricentro del triángulo formado por los vértices ABC y el perímetro del patio de Cibertec.
19. Si los segmentos \overline{AB} y \overline{DE} son paralelas, y tienen por coordenadas: A(-1,-6), B(x, 2); D(1,2); E(3,6). Determine el valor de "x".
20. Si los segmentos \overline{MN} y \overline{PQ} son paralelas, y tienen por coordenadas: M(-4,2), N(4,6); P(-1,-3); Q(8,y). Determine el valor de "y".
21. Dado el triángulo ISÓSCELES de vértice A(x, 0) ; B(3,7) ; C(6,2), donde la hipotenusa es el lado BC y el vértice A está en el Eje X. Hallar "x"
22. La siguiente gráfica es un paralelogramo de vértices A=(0;0) ; B=(6;2) y D(2;6). Determine:
 - a) Las coordenadas del punto medio de la diagonal BD.
 - b) Las coordenadas del vértice C
 - c) La pendiente del lado AD.



23. La siguiente gráfica es un triángulo de vértices $A = (0;0)$; $B = (6;0)$ y $C(3;6)$.

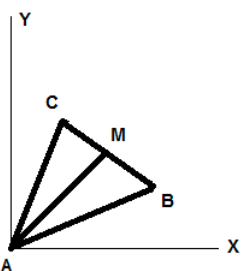
Determine:

- Las coordenadas del baricentro del triángulo ABC.
- Las coordenadas del punto medio del segmento BC.
- La pendiente del lado AB.

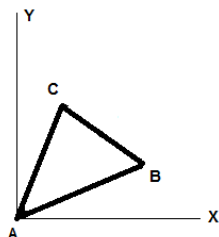


24. La siguiente gráfica es un triángulo de vértices $A = (0;0)$; $B = (6;2)$ y $C(2;6)$. Determine:

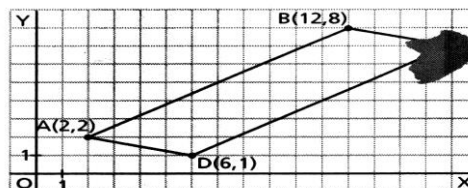
- La longitud del lado AB
- Las coordenadas del punto medio M.
- La pendiente del lado AB.



25. Dado el triángulo de vértices $A(0,0)$; $B(7,3)$ y $C(3,5)$. Determine: La longitud de la mediana que pasa por el punto A y El área del triángulo formado por la mediana hallada y el punto B.



26. Pilar tenía escrito en su cuaderno los vértices de un rectángulo, pero le ha caído una mancha de tinta y se le ha tapado uno de los vértices. Determine las coordenadas del vértice C,



sabiendo que $A(2,2)$, $B(12,8)$ y $D(6,1)$

27. La base de un triángulo isósceles ABC son los puntos $A(1,5)$ y $C(-3,1)$ sabiendo que el vértice B está en el eje X.

Determine:

- Las coordenadas del vértice B
- El baricentro del triángulo ABC

28. Dado los vértices de un **CUADRADO** ABCD donde: $A(2,4)$, $B(7,3)$, $C(6,-2)$, $D(x,y)$.

Determine:

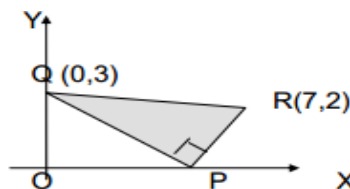
- El área del triángulo ACD
- El perímetro del cuadrado.

29. Dado el triángulo de vértice $A(-2,1)$; $B(4,-1)$; $C(8,3)$

Halle:

- Los **puntos medios** de los lados AB y BC
- La **pendiente del segmento** formado por los puntos medios hallados.

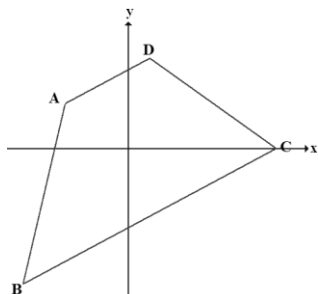
30. Halle las coordenadas del punto P en la siguiente gráfica:



31. Dado el trapecio ABCD cuyos vértices son los puntos A(-3, 2); B(-5, -6); C(7, 0) y D(1, y), determine:

a) El valor de la ordenada "y" del vértice D,

Sabiendo que \overline{AD} y \overline{BC} son los lados paralelos del trapecio.

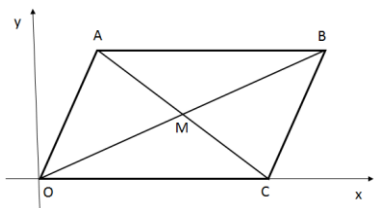


32. La cafetería de Cibertec tiene la forma de un RECTÁNGULO de vértices: A(-1,3), B(5,0), C(7,4), y D. (los vértices están ubicados en sentido anti horario). Determine: Las coordenadas del vértice D y el área de la cafetería de Cibertec.

33. Los segmentos \overline{MN} y \overline{OP} son paralelas, y tienen por coordenadas: M(-1,y+1), N(3,3); O(0,y); P(2,-2). Determine el valor de "y".

Determine la **pendiente** del segmento \overline{OP} .

34. De un paralelogramo se conoce un vértice, C(8, 0), y el punto de corte de las dos diagonales, M(6, 2). También sabemos que otro vértice se encuentra en el origen de coordenadas. Calcular: Los otros vértices y el área del paralelogramo.



35. Determine el área de la región que se forma con la gráfica de las funciones:

$$f(x) = 1 - x$$

$$g(x) = 3x + 9$$

y el eje Y

36. Determine el área de la región que se forma con la gráfica de las funciones:

$$f(x) = x + 1$$

$$g(x) = -\frac{2}{3}x + 6$$

y el eje X

37. Determine el área de la región que se forma con la gráfica de las funciones:

$$f(x) = x + 1$$

$$g(x) = -\frac{2}{3}x + 6$$

y el eje Y

Funciones: Dominio y Rango

1. Dadas las relaciones, hallar el valor de las incógnitas para que sea una función y determinar su dominio y rango de la función.

a) $f = \{(3, 2x-3y); (x, x-2y); (3, -4); (x, 4); (x/2, y/2)\}$

b) $f = \{(3, 14); (2, 0); (3, x-2y); (2, 3x+y); (x+y, x-y)\}$

c) $f = \{(2, a+b); (b, 7); (2, 5); (b, 2a+b); (2a, 3b)\}$

d) $f = \{(3, -2k); (7, 5k-1); (3, 3k^2-5); (5k, 10K)\}$

2. Dadas las funciones:

3.

$$f = \{(-5, -4), (-3, -2), (1, -6), (3, 3), (6, 5), (7, 4)\}$$

$$g = \{(-6, 3), (-3, 5), (-2, 7), (1, -5), (5, -2), (7, -3)\}$$

Calcule:

- a) El dominio y rango de cada una de ellas

b) $E = \frac{f(1) + g(1)}{g(-2)}$

4. Dada la relación:

$$f = \left\{ (3; -6k), (5, k+3), (3; k^2 - 7), (k-4; k+3); \left(\frac{k}{2}; \frac{k+1}{2}\right) \right\}$$

Determine:

a) El valor de $k > 0$ para que f sea función.

b) Los elementos de f , $\text{Dom } f$ y $\text{Ran } f$.

5. Dada la función:

$$f_{(x)} = \begin{cases} 5x+1, & \text{si } x < -3 \\ x^2 - 1, & \text{si } -3 \leq x \leq 5, \text{ halle:} \\ 3x-4, & \text{si } x > 5 \end{cases}$$

$$E = \frac{f_{(-9)} + f_{(-3)} + f_{(0)}}{f_{(7)} - f_{(4)}}$$

6. Determine el dominio de las siguientes funciones:

a) $g(x) = \frac{2}{3x+2}$

b) $h(x) = \frac{3+2x}{5-2x}$

c) $h(x) = \frac{3}{x^2 - 2x - 8}$

d) $r(x) = \sqrt{3-x}$

e) $h(x) = \sqrt{4-x^2}$

f) $f(x) = \sqrt{x^2+5}$

g) $g(x) = \sqrt{x^2-x}$

h) $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

7. Determine el dominio de las siguientes funciones

a) $g_{(x)} = \frac{x^2-1}{x+1}$

b) $h(x) = \frac{3x+5}{x^2+2}$

c) $f_{(x)} = \frac{5}{\sqrt{x}-9}$

d) $f_{(x)} = \frac{3}{\sqrt{9-x^2}}$

e) $f(x) = \sqrt{\frac{x^2-5x+4}{x}}$

f) $f_{(x)} = \sqrt{x^2-x-2} + \sqrt{3+2x-x^2}$

8. Determine el dominio de las siguientes funciones

a) $f(x) = \sqrt[5]{\frac{1}{x^2-9}} + \sqrt{\frac{x^2-3x+2}{x^2+3x-10}} + \frac{x}{x-4}$

b) $f(x) = \sqrt[5]{\frac{3|x|}{x-3}} + \sqrt{\frac{x^2-4x-12}{x+2}} + \frac{x^2}{x^2-16}$

c) $f(x) = \sqrt[5]{\frac{3x^2-1}{x^2-2x-3}} + \sqrt{15-x^2-2x} + \frac{x}{x-6}$

d) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x^2+2}{x-3}} + \sqrt{\frac{x^2-4}{x+1}} + \frac{2x}{x^2-x-6}$

e) $f(x) = \sqrt[4]{\frac{2-x}{x-3}} + \sqrt{\frac{x^2-4x-12}{x+2}} + \frac{x^2}{x^2-16}$

f) $f(x) = \sqrt[4]{\frac{x^3+1}{x^2-x+1}} + \sqrt[3]{\frac{x-1}{x^2-2x}} + \frac{2x^2}{\sqrt{5x-x^2}}$

g) $f(x) = \sqrt{\frac{x^2+x-12}{x^2-5x+6}} + \sqrt[3]{\frac{x+2}{x^2-3x}} + \frac{2}{\sqrt[4]{x+1}}$

9. Sea f una función cuadrática definida por:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$\text{Además: } f(1) = 8; f(-1) = 0; f(-2) + f(2) = 2$$

Determine el rango de $f(x)$.

10. Sea f una función cuadrática definida por:

$$f(x) = ax^2 - bx + c$$

$$\text{Además: } f(0) = 6; f(-2) = 0; f(-1) + f(3) = 4$$

Determine el rango de $f(x)$.

11. Si f es una función de variable real tal que: $f(x-1) = x^2 - x$

Calcular:

$$R = \frac{f(x-2) - f(x)}{2+2x}$$

12. Si f es una función de variable real tal que:

$$f(x) = x^2 + 2x - 1$$

Calcular:

$$R = \frac{f(x+3) - f(3)}{x} ; \text{ si } x \neq 0$$

13. Dadas las siguientes funciones $f_{(x)}$ y $g_{(x)}$ definidas en los Reales como:

$$f(x+2) = (1-x)^2 + 2 \text{ y } g(2x-1) = -\frac{2x+3}{2},$$

$$\text{Calcule: } E = \frac{f(-2) + g(1)}{g(0) + f(-3)}$$

14. Dada la función

$$f = \begin{cases} 4x-1 & \text{si } x > 7 \\ x^2+2 & \text{si } -4 \leq x \leq 7 \\ 2x+16 & \text{si } x < -4 \end{cases}$$

$$\text{Halle: } R = \frac{f(f(-5)) - f(f(-1))}{f(f(0))}$$

15. Resolver:

a) Si: $f(x+2) = x^2 + x$

$$\text{Halle el valor de: } A = \frac{f(x+3) - f(x-3)}{2x-3}$$

b) Si: $f(x+3) = x^2 - 5$

$$\text{Halle el valor de: } M = \frac{f(x+2) - f(x-2)}{x-3}$$

c) Si: $f(x+1) = x^2 + x$

$$\text{Halle el valor de: } M = \frac{x-1}{f(x) - f(x+1)}$$

d) Si: $f(2x+1) = x^2$

$$\text{Halle el valor de: } M = \frac{1-x}{f(x-1) - f(x+1)}$$

16. Encuentra el dominio y rango de las siguientes funciones y realiza el bosquejo de su gráfica:

a) $f(x) = |x-3| + 1$, $-7 \leq x < 5$

b) $f(x) = (x-3)^2 + 2$, $x \in \langle -2 ; 5 \rangle$

c) $f(x) = 2x - 5$, si $x \in [-3, 4]$

d) $f(x) = -5$, $x \in \langle -4, 10 \rangle$

e) $f(x) = |x-5| + 3$, $-1 \leq x < 5$

17. Determinar el dominio, el rango y esbozar la gráfica de las siguientes funciones:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 3 & , x \in \langle 1, 4 \rangle \\ 4 + |2x-1| & , x \in \langle -3, 1 \rangle \\ -3 & , x \in \langle -\infty, -5 \rangle \\ \frac{x}{2} + 1 & , x \in \langle 6, \infty \rangle \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 3x+1 & , x \in [0, 2] \\ -6 & , x \in \langle -\infty, -3 \rangle \\ 2 - |x-4| & , x \in \langle 2, 7 \rangle \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} -1 - |3x+2| & , x \in \langle -4, 1 \rangle \\ 6 - \frac{x}{4} & , x \in \langle -12, -4 \rangle \\ -2x^2 + 10x - 3 & , x \in [1, 4] \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} -4 & \text{si } -4 \leq x < 0 \\ 3-x & \text{si } 0 < x \leq 2 \\ x^2 - 4x + 8 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2 & \text{si } -1 < x < 2 \\ 4 - 3x & \text{si } 2 \leq x < 3 \\ 4 & \text{si } 4 < x < 6 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 3x+1 & \text{si } 0 < x \leq 2 \\ 2 - |x-4| & \text{si } 2 < x \leq 7 \\ -3 & \text{si } x < -2 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 2 & , \text{ si } 0 \leq x \leq 4 \\ -3x+16, & \text{ si } 4 < x \leq 6 \\ x^2 + 2x, & \text{ si } x > 6 \end{cases}$$

18. Determinar el dominio, el rango y esbozar la gráfica de las siguientes funciones:

$$f(x) = \begin{cases} |x-1|, & \text{si } -6 < x \leq 0 \\ 10, & \text{si } 0 < x \leq 2 \\ -x^2 + 4x, & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 3x+1, & \text{si } 0 < x \leq 2 \\ -|x-4|+2, & \text{si } 2 < x \leq 7 \\ -3, & \text{si } x < -2 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 1-x & \text{si } -6 \leq x < 3 \\ -|x-3|+4 & \text{si } 3 \leq x < 5 \\ -3 & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$