

«Мат анализ»

Лаба по мат анализу

**Гробовец Кирилл Алексеевич
501134**

**Тимофеев Андрей Дмитриевич
467704**

Группа J3110

Дата: 4 декабря 2025 г.

Содержание

1	Доказательство $0 < x_n < 1$	3
2	Влияние параметра r на поведение функции	3
3	Сходства и различия поведения функций	4

1 Доказательство $0 < x_n < 1$

Докажем по индукции, что для всех $n \in \mathbb{N}$ выполняется $0 < x_n < 1$.

Базис: $0 < x_0 < 1$ - задано по условию.

Индукционное предположение. Пусть для некоторого $n \geq 0$ верно:

$$0 < x_0, x_1, \dots, x_n < 1$$

Индукционный шаг Рассмотрим:

$$x_{n+1} = rx_n(1 - x_n)$$

Из предположения $0 < x_n < 1$ следует:

$$-1 < -x_n < 0 \quad \implies \quad 0 < 1 - x_n < 1$$

Также по условию $0 < r \leq 1$. Тогда:

$$\begin{cases} 0 < x_n < 1, \\ 0 < 1 - x_n < 1, \\ 0 < r \leq 1, \end{cases} \implies 0 < rx_n(1 - x_n) < 1$$

Следовательно,

$$0 < x_{n+1} < 1$$

Тогда утверждение верно для всех $n \in \mathbb{N}$

2 Влияние параметра r на поведение функции

Функция $f(x) = rx(1 - x)$ - парабола, ветви которой направлены вниз. Её вершина находится в точке:

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{r}{2r} = \frac{1}{2}$$

Значение функции в вершине:

$$y_0 = f\left(\frac{1}{2}\right) = r \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{r}{4}$$

Чем больше значение параметра r , тем больше максимальное значение $f(x)$

График функции зависимости x_n от $n-1$ можно посмотреть в Google Colab.

3 Сходства и различия поведения функций

Сходства:

- $f(0) = g(0) = 0$, $f(1) = g(1) = 0$ - общие корни;
- Параметр r влияет одинаково;
- Обе функции представляют из себя дугу, выпуклую вверх;
- Ни одна из функций не является инъективной.

Причины сходимости:

- Обе содержат множитель $x(1 - x)$;
- Экстремум каждой функции (в нашем случае их максимальное значение) лежит внутри интервала $(0, 1)$;
- Парабола и кубическая парабола с "удачно подобранными" коэффициентами;
- Параболы, заданные на отрезке, на котором находится экстремум, не инъективны.

Различия:

- Старшая степень полиномов (у $f(x)$ - 2-ая, у $g(x)$ - 3-ья);
- $f(x)$ симметрична относительно $x = 0.5$, а $g(x)$ - нет;
- Максимум $g(x)$ смещён влево от $x = 0.5$, в отличие от $f(x)$.

Причины различий:

- Разная степень полиномов по определению отображений;
- Добавление множителя $(2 - x_n)$ изменило поведение функции;
- Добавление множителя $(2 - x_n)$ изменило поведение функции.