

# 基于 PWM 与负反馈原理的高压油管最优控制模型

## 摘要

在本次的建模过程中,本文引入了信号与系统和自动控制原理中的 PWM(脉冲调制器)、负反馈调节等概念,并结合了流体力学等物理原理,以高压油管为控制对象,高压油管内燃油压力为控制目标,构建了时域下高压油管内燃油压力的最优控制模型。并用具有记忆功能的改进模拟退火算法<sup>[1]</sup>对模型进行了一系列的求解。经检验,模型结果较为合理。

**针对问题一**,可以把高压油泵看作是在受 PWM 的控制下工作,则问题所求的单向阀的开启时间,实质上是求取控制单向阀的脉冲函数的脉冲宽度。系统中燃油密度和压力的变化是一个连续的过程,直接联立物理方程求取解析解较为困难,于是本文使用了微元法,取时间步长 $\Delta t = 0.01\text{ms}$ ,将高压油泵压入燃油和喷油器喷出燃油的过程离散化,构建了高压油管内燃油压力随时间的变化模型。经检验,模型的效果基本符合预期。欲使高压油管内部压力稳定在 100Mpa 左右,本文以 $T_s$ 时间段内实时压力与 100Mpa 偏差的平方和为目标函数,以脉冲宽度 $t_s$ 为决策变量,利用改进模拟退火算法,求取目标函数的最小值,此时的最优脉冲宽度为 0.27ms。在升压过程中,本文对最终稳压值设定了 $\pm 5\%$ 的误差带。以脉冲宽度 $t_s$ 为决策变量,以进入误差范围的时刻 $t_d$ 与题目要求值的偏差的平方为目标函数,利用改进模拟退火算法,求得目标函数最小时的最优脉冲宽度分别为 0.7ms, 0.8ms, 0.68 ms。

**针对问题二**,根据对凸轮和针阀工作原理的分析,重新构建了本题的高压油管内部燃油压力变化的数学模型,并对其合理性进行了检验。以 $T_s$ 时间段内实时压力与 100Mpa 偏差的平方和为目标函数,以凸轮转动角速度 $\omega$ 为决策变量,利用改进模拟退火算法,求出目标函数的最小值。此时的凸轮的最优转动角速度为 0.013rad/ms (2.07 转/秒)。

**针对问题三**,由于新增喷嘴的工作规律与原有的一致,只要把旧喷嘴的针阀升程曲线在时间轴上向右平移 $t_p$ 个单位即可得到新喷嘴的针阀升程曲线。将新喷嘴针阀的升程曲线叠加到旧喷嘴针阀的升程曲线上之后,得到了等效于一个针阀的升程曲线。以 $T_s$ 时间段内实时压力与 100Mpa 偏差的平方和为目标函数,以凸轮转动角速度 $\omega$ 与平移时间 $t_p$ 为决策变量,利用改进模拟退火算法,求得目标函数达到最小时的凸轮的最优转动角速度为 0.0251rad/ms (4 转/秒),平移 $t_p=2.88\text{ms}$ 。新加的减压阀可以看做是系统的一个**校正环节**。采用**负反馈原理**的思想,在假定拥有一个压力传感器的情况下,设定某个上限阈值,当实时压力高于上限阈值时开启阀门直至压力回到阈值以下。经过检验,加入校正环节后系统成功进行了校正并且精度得到了提高。随机生成一组上限阈值,利用改进模拟退火算法求取目标函数达到最小偏差时的上限阈值 $p_f=104.88\text{Mpa}$ 。

**关键字:** 微元法, 改进模拟退火算法, PWM, 负反馈原理, 校正环节

## 一、问题分析与转化

### 1.1 问题一

由于压入和喷出的油量较少，速度也较快，所以本文忽略了压入和喷出燃油时发生的能量交换以及燃油的扩散过程。高压油管内燃油的压力和密度的连续变化过程难以描述，于是本文选取时间步长 $\Delta t = 0.01\text{ms}$ 对燃油压力变化模型进行了离散。燃油压力的变化主要与密度变化有关，由于油管的体积一定，密度的变化主要取决于油管内燃油质量的变化。通过计算 $\Delta t$ 内压入和喷出油管的燃油的差值可以得到油管内质量的变化，进而构建了高压油管内燃油压力的变化模型。

本题可以分为稳压过程和升压过程两个部分。在稳压过程中，取一段足够长的时间，求得每一时刻实时值与  $100\text{Mpa}$  的偏差平方和，当偏差平方和取得最小时，此时的单向阀开启时间为最优。在升压过程中，由于难以求得较为精准的调节时间，于是本文设定了一个稳压范围，只要最终趋近在稳压范围内，进入稳压范围的时间点即为所求的调节时间。

### 1.2 问题二

本题在高压油泵处加入了柱塞腔和凸轮装置，在喷油器处加入了针阀装置，在问题一的基础上使得压入和喷出燃油的形式更为复杂。根据凸轮和针阀的工作原理，计算单位时间内压入和喷出的燃油质量，构建高压油管内燃油压力的变化模型。

凸轮在转动过程中只有当推进到某一阶段时，柱塞腔内的压力才会高于高压油管内的压力，所以在凸轮旋转一圈的过程中，只有一部分时间处于供油状态。所以在压入燃油的过程中需要一个判断两侧压力大小的过程。当针阀上升时，改变的实际上是流动的截面积，通过一定的几何关系可以算出单位时间内截面积的变化量，从而算出每个时间步长内的流量值。最终构建燃油压力随时间变化的控制模型。取一个时间段 $T_s$ ，求得 $T_s$ 内每一时刻实时值与  $100\text{Mpa}$  的偏差平方和，当偏差平方和取得最小时，此时的凸轮旋转角速度即为最优。

### 1.3 问题三

本题在问题二的基础上新增了一个具有相同工作规律的喷嘴。因为工作规律相同，所以只要决定新喷嘴何时开始工作即可得到新的燃油压力变化模型。此外本题还加上了一个单向的阀门，本文将此单向阀门看作一个校正环节，参考负反馈调节的思想，假设系统中存在一个传感器能够测得燃油的实时压力，通过判断压力是否超过设定的阈值来决定是否开启阀门。采用负反馈原理的思想，当实时压力高于上限阈值时开启阀门直至压力将至阈值以下。

## 二、模型假设与常用符号说明

### 2.1 模型假设

- 1.燃油在压入和喷出的过程中出现的能量损失与转换对系统的影响较小。
- 2.取的步长 $\Delta t = 0.01\text{ms}$ 足够小，计算机仿真结果与实际结果相差不大。
- 3.压入和喷出燃油后，燃油在油管内部扩散的过程造成的影响不大。
- 4.每个时刻高压油管都处于充满的状态，油管内部气隙忽略不计。
- 5.凸轮轴的位置始终固定不变。
- 6.忽略针阀底部与喷口间燃油的影响。
- 7.不考虑单向阀门的关断时间的影响。

### 2.2 常用符号说明

表 1 符号说明表

符号	含义	符号	含义
$t_s$	单向阀开启时间	$p_0$	油管内燃油压力初值
$t_p$	平移时间	$p_g$	油管内燃油实时压力
$\Delta t$	时间步长	$\Delta p$	压力变化量
$\omega$	凸轮旋转角速度	$E$	弹性模量
$\rho_0$	油管内燃油的密度初始值	$k$	$\Delta p$ 与 $\Delta \rho$ 的比例系数
$\rho_g$	油管内燃油的实时密度	$m_{in}$	$\Delta t$ 内压入油管的燃油质量
$\Delta \rho$	密度变化量	$m_{out}$	$\Delta t$ 内喷出油管的燃油质量

## 三、问题一的求解

### 3.1 问题一模型的构建

#### 3.1.1 高压油泵模型构建

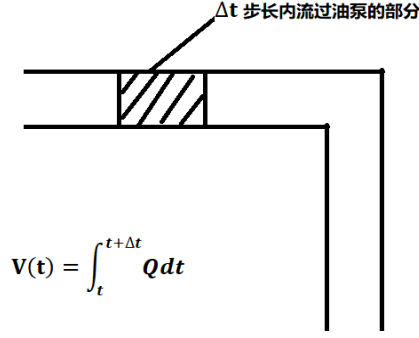


图 1 高压油泵示意图

如图 1 所示，本文取 $\Delta t = 0.01\text{ms}$ 为步长，在认为该步长足够小的情况下默认在这段时间内高压油泵的另一侧（高压油管）侧的密度 $\rho_g$ 保持不变，此时两侧燃油密度的差值 $\Delta\rho$ 保持不变。根据注 1 中所给信息，两侧燃油的压力差 $\Delta p$ 与密度差 $\Delta\rho$ 的关系式如下：

$$\frac{\Delta p}{\Delta\rho} = \frac{E}{\rho} = k \quad (3-1)$$

由于压力差 $\Delta p$ 与密度差 $\Delta\rho$ 成正比，所以比值  $k$  为一个定值。题目中已知当压力为 100Mpa 时的密度 $\rho_{100}$ ，再根据附件三中压力与弹性模量  $E$  的关系，可以得出当压力为 100Mpa 时的弹性模量 $E_{100}$ ，由此可以求出  $k$  的值：

$$k = \frac{E_{100}}{\rho_{100}} \quad (3-2)$$

利用式 3-1 中求得的  $k$  值，可以得到压力差 $\Delta p$ 与密度差 $\Delta\rho$ 实用关系表达式：

$$\Delta p = k\Delta\rho \quad (3-3)$$

把高压油泵处的燃油密度 $\rho_b$ 看成由高压油管处的密度 $\rho_g$ 通过加压变化而来可得

$$\begin{aligned} \rho_b &= \rho_g + \Delta\rho \\ &= \rho_g + \frac{\Delta p}{k} \end{aligned} \quad (3-4)$$

在根据注2中所给的相关参数，当 $Q$ 为单位时间流过小孔的燃油量（ $\text{mm}^3/\text{ms}$ ）， $C = 0.85$ 为流量系数， $A$ 为小孔的面积（ $\text{mm}^2$ ）， $\Delta P$ 为小孔两边的压力差（MPa）， $\rho$ 为高压侧燃油的密度（ $\text{mg}/\text{mm}^3$ ）时，压入高压油管的流量 $Q_{in}$ 为

$$Q_{in} = CA\sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} \quad (3-5)$$

在 $\Delta t$ 时间内流过高压泵的燃油体积为

$$v_b = \int_t^{t+\Delta t} Q_{in} dt \quad (3-6)$$

联立以上各式可得，在工作状态下，单位步长内通过高压油泵的质量 $m_{in}$ 为

$$\begin{aligned} m_{in} &= \rho_b v_b \\ &= \left(\rho_g + \frac{\Delta p}{k}\right) \int_t^{t+\Delta t} CA\sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho_b}} dt \end{aligned} \quad (3-7)$$

由于高压油泵并不是一直处于工作状态，关闭后存在 10ms 的关闭时间。所以可把高压油泵的工作过程看成受到周期性脉冲信号控制。

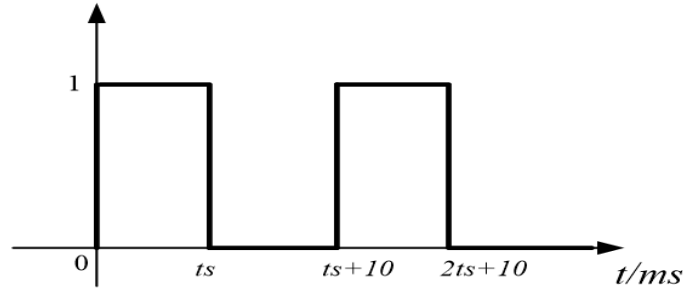


图 2 油泵工作规律示意图

图 2 是在假定单向阀开启时间为 $t_s$ 的情况下的输入脉冲信号示意图。信号值为 1 代表高压油泵处于工作状态；信号值为 0 代表进入关闭状态。将其转化为表达式为(其中 T 为高压油泵的工作周期):

$$r_{in}(t) = \begin{cases} 1 & t + \Delta t \in [nT, nT + t_s] \\ 0 & t + \Delta t \in [nT + t_s, (n+1)T] \end{cases} \quad (T=t_s+10\text{ms}, n=0,1,2,\dots) \quad (3-8)$$

所以单位步长内高压油泵压入高压油管的燃油质量模型为:

$$m_{in} = r_{in}(t) \times (\rho_g + \frac{\Delta p}{k}) \int_t^{t+\Delta t} CA \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho_b}} dt \quad (3-9)$$

### 3.1.2 喷油器模型构建

根据题意可知喷油器的喷油速率如下所示:

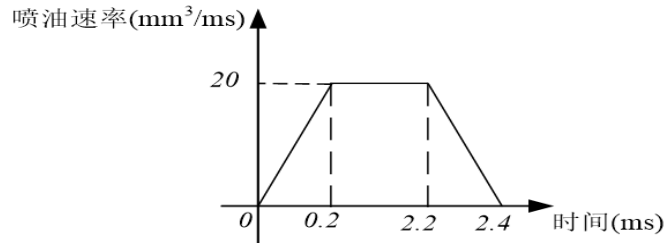


图 3 喷油速率示意图

题目给定的关系式记作 $v_p(t)$ ,由于默认喷油器符合 $v_p(t)$ 的工作规律,所以在本题中不考虑喷油器出口处的流量关系。在单位步长内喷油器喷出的体积示意图如下:

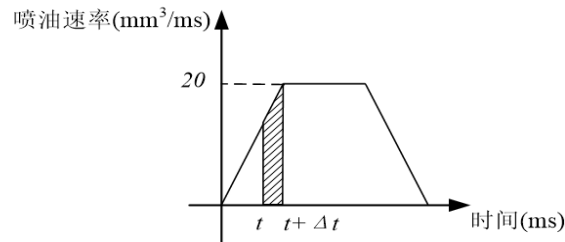


图 4 单位步长喷油体积示意图

将图 4 中的体积转化成表达式为:

$$v_{out} = \int_t^{t+\Delta t} v_p(t)dt \quad (3-10)$$

在工作状态下，单位步长内喷油器喷出的燃油质量

$$m_{out} = \int_t^{t+\Delta t} \rho_g v_p(t)dt \quad (3-11)$$

与高压油泵的工作规律相似，喷油器也可以看成受到周期性的脉冲信号进行控制

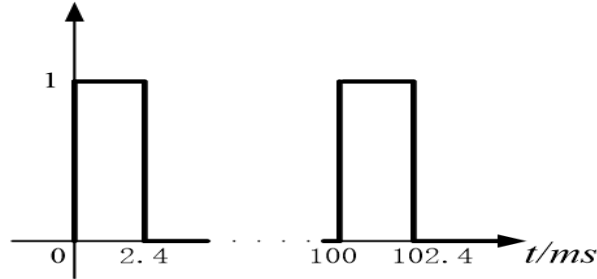


图 5 喷油器工作规律示意图

图 5 为控制喷油器的脉冲信号示意图，信号值为 1 代表喷油器处于工作状态；信号值为 0 代表进入关闭状态。可以看出工作时间占周期比重很小。将图像转化成表达式为

$$r_{out}(t) = \begin{cases} 1 & t + \Delta t \in [nT, nT + 2.4] \\ 0 & t + \Delta t \in [nT + 2.4, (n+1)T] \end{cases} \quad (T=100\text{ms}, n=0,1,2,\dots) \quad (3-12)$$

所以单位步长内喷油器喷出的燃油质量模型为：

$$m_{out} = r_{out}(t) \times \int_t^{t+\Delta t} \rho_g v_p(t)dt \quad (3-13)$$

### 3.1.3 高压油管内燃油压力变化模型

由于假设高压油管一直处于被燃油灌满的状态，所以高压油管内燃油体积 $V_g$ 为定值

$$V_g = L \times \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \quad (3-14)$$

所以高压油管内密度的变化

$$\Delta \rho = \frac{m_{in} - m_{out}}{V_g} \quad (3-15)$$

通过联立以上各式可以得到，在单位步长内，高压油管内燃油压力的变化量

$$\Delta p = k \Delta \rho = \frac{K}{V_g} [r_{in}(t) \times (\rho_g + \frac{\Delta p}{k}) \int_t^{t+\Delta t} CA \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho_b}} dt - r_{out}(t) \times \int_t^{t+\Delta t} \rho_g v_p(t)dt] \quad (3-16)$$

综上所述，从  $t=0$  到  $t=T_s$  ( $T_s$  为足够长的时间) 的过程中高压油管内燃油压力变化模型为：

$$p_g = p_0 + \sum \Delta p \quad (p_0 = 100\text{Mpa}) \quad (3-17)$$

$$p_g = p_0 + \sum_{t=0}^{T_s-\Delta t} \frac{1}{V_g} [r_{in}(t) \times (\rho_g + \frac{\Delta p}{k}) \int_t^{t+\Delta t} CA \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho_b}} dt - r_{out}(t) \times \int_t^{t+\Delta t} \rho_g v_p(t)dt]$$

$$\begin{cases} r_{in}(t) = \begin{cases} 1 & t + \Delta t \in [nT, nT + t_s] \\ 0 & t + \Delta t \in [nT + t_s, (n+1)T] \end{cases} \\ r_{out}(t) = \begin{cases} 1 & t + \Delta t \in [nT, nT + 2.4] \\ 0 & t + \Delta t \in [nT + 2.4, (n+1)T] \end{cases} \end{cases}$$

### 3.1.4 稳压过程的燃油压力最优控制模型

由下文的模型检验结果可知，在经过足够长的时间过后，燃油压力会趋近于某一个值。因此只要在 $T_s$ 时间段内，各个时刻压力与 100Mpa 偏差的平方和尽可能小，此时燃油压力就能尽可能稳定在 100Mpa。以脉冲宽度 $t_s$ 为决策变量，以 $T_s=20\text{ms}$ 时间段内各个时刻压力与 100Mpa 偏差的平方和为目标函数，构建了稳压过程的燃油压力最优控制模型：

$$\min(\sum_t^{t+T_s}(p_g - 100)^2) \quad (3-18)$$

$$s. t. \begin{cases} p_g = p_0 + \sum_{t=0}^{T_s-\Delta t} \frac{1}{V_g} [r_{in}(t) \times (\rho_g + \frac{\Delta p}{k}) \int_t^{t+\Delta t} CA \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho_b}} dt - r_{out}(t) \times \int_t^{t+\Delta t} \rho_g v_p(t) dt] \\ r_{in}(t) = \begin{cases} 1 & t + \Delta t \in [nT, nT + t_s] \\ 0 & t + \Delta t \in [nT + t_s, (n+1)T] \end{cases} \\ r_{out}(t) = \begin{cases} 1 & t + \Delta t \in [nT, nT + 2.4] \\ 0 & t + \Delta t \in [nT + 2.4, (n+1)T] \end{cases} \end{cases}$$

### 3.1.5 升压过程的控制模型

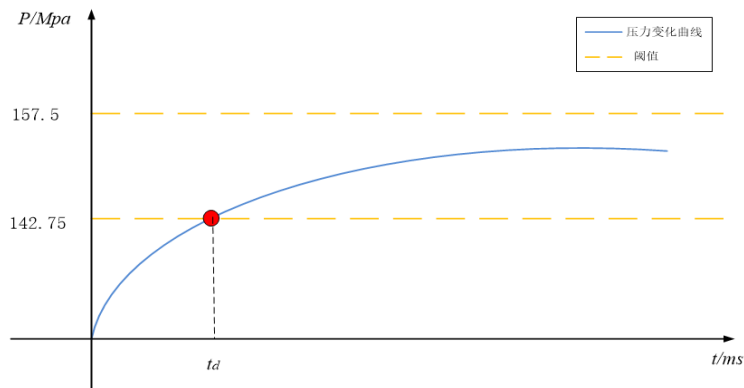


图 6 升压过程压力随时间变化图

为了尽可能区分 2s、5s、10s 的调节时间下的单向阀开启时间，我们设定了一个 $\pm 5\%$

的误差带。只要满足 $p_g$ 最终趋近值位于  $150(1 \pm 5\%)$  Mpa 以内，本文看作是稳定在 150Mpa 左右。如图 6 所示，此时进入误差带的时间点 $t_d$ 即为系统的调节时间。以 $T_s$ 时间段内 $t_d$ 与要求时间 $t_a$ 偏差的平方和为目标函数，构建了升压过程的燃油压力最优控制模型。

$$\min(\sum_t^{t+T_s}(t_d - t_a)^2) \quad (3-19)$$

$$s. t. \begin{cases} p_g(t = t_d) = 150 \times (1 \pm 5\%) \\ p_g = p_0 + \sum_{t=0}^{T_s-\Delta t} \frac{1}{V_g} [r_{in}(t) \times (\rho_g + \frac{\Delta p}{k}) \int_t^{t+\Delta t} CA \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho_b}} dt - r_{out}(t) \times \int_t^{t+\Delta t} \rho_g v_p(t) dt] \\ r_{in}(t) = \begin{cases} 1 & t + \Delta t \in [nT, nT + t_s] \\ 0 & t + \Delta t \in [nT + t_s, (n+1)T] \end{cases} \\ r_{out}(t) = \begin{cases} 1 & t + \Delta t \in [nT, nT + 2.4] \\ 0 & t + \Delta t \in [nT + 2.4, (n+1)T] \end{cases} \end{cases}$$

### 3.2 问题一模型的求解与结果分析

#### 3.2.1 高压油管内燃油压力变化模型的 Matlab 仿真

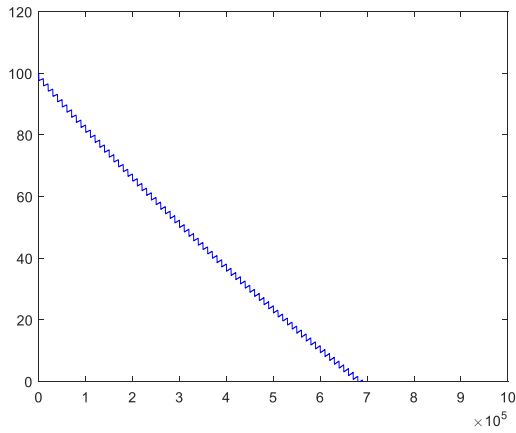


图 7  $t_s = 0.06ms$ 时压力随时间变化图

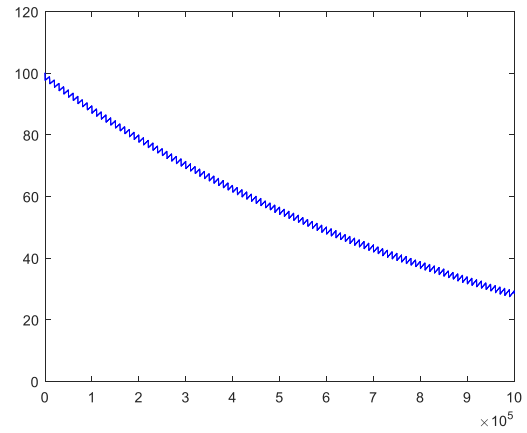


图 8  $t_s = 0.13ms$ 时压力随时间变化图



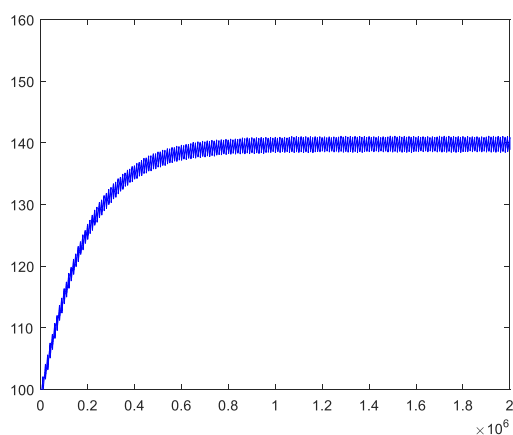


图 9  $t_s = 0.50ms$ 时压力随时间变化图

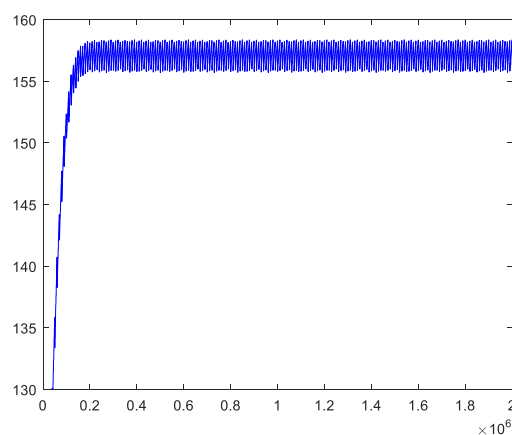


图 10  $t_s = 1.50ms$ 时压力随时间变化图

为了检验模型的合理性，本文选取了多个开阀时间并绘制了其中四种情况下的燃油压力变化曲线。其中纵坐标为高压油管内部燃油压力大小，横坐标为时间。经过检验，当开阀时间较短时，燃油压力会下降至 0 Mpa；当开阀时间较长时，燃油压力最终都会趋于某个稳态值。由此可见构建的模型较为合理。

### 3.2.2 稳压过程的最优开阀时间

根据式 3-18 中构建的优化模型，本文使用改进模拟退火算法对模型进行求解。在传统的模拟退火算法中，按照 Metropolis 准则来决定较差解的取舍，从而不至于陷入局部的最优。传统的模拟退火算法最终可以收敛于最优解，但是趋近速度较慢。因为在不断寻优的过程中并没有对各阶段的最优解进行保存。于是我们在完成某一温度下迭代后，在降温前记录此时的最优解，并与下一温度迭代结束时得到的最优解作比较，保留较优解，从而使改进后的模拟退火算法具备了记忆功能。改进后的模拟退火算法流程如下：

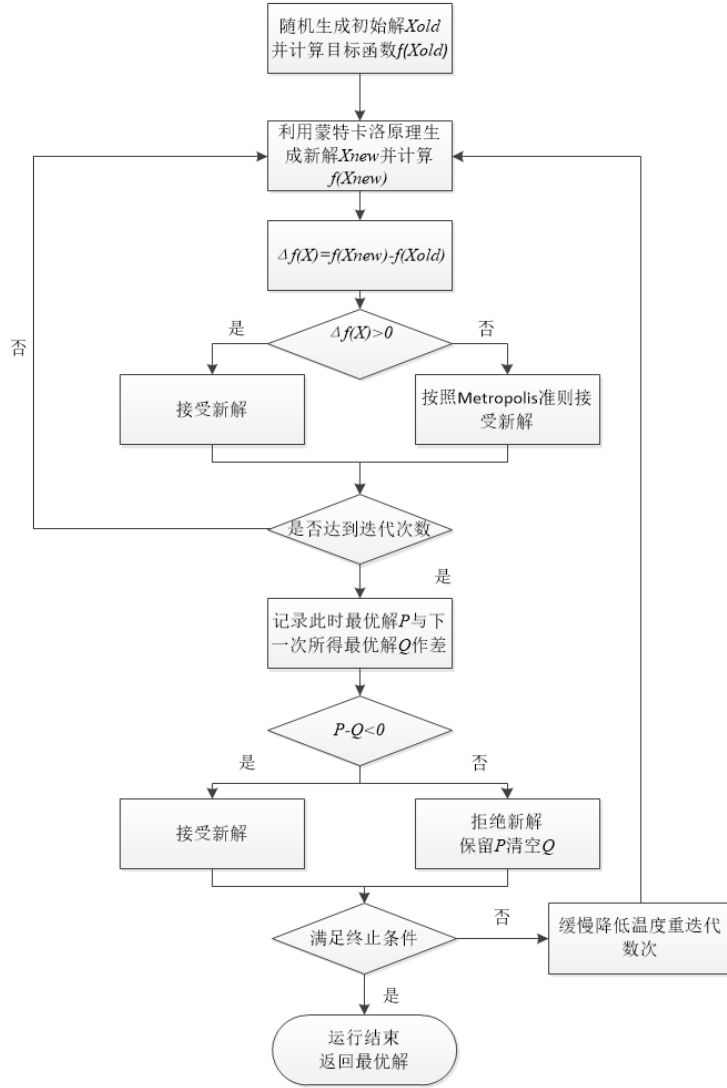


图 11 改进模拟退火算法的流程图

使用改进的模拟退火算法，最终求解得到最优的开阀时长为 0.27ms，由图 12 可知，当开阀时间 $t_s = 0.27ms$ 时，最终的值稳定在 98Mpa 到 100Mpa 之间，误差较小，结果较为合理。

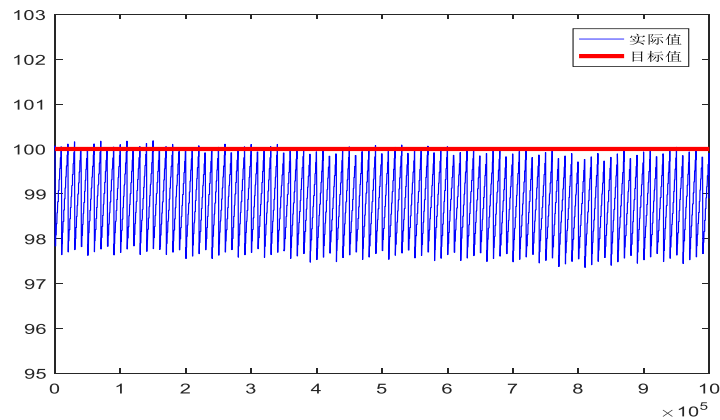


图 12 开阀时间为 0.27ms 时压力随时间变化图

### 3.2.3 升压过程的最优开阀时间

表 2 升压过程最优开阀时间

要求到达 150Mpa 时间	单向阀开启时间
2s	0.7ms
5s	0.8ms
10s	0.68ms

使用改进模拟退火算法，求得满足升压过程的调节时间分别为 2s、5s、10s 时的最优开阀时间如表 2 所示。当开阀时间分别等于 0.7ms、0.8ms、0.68ms 时，绘制出燃油压力变化曲线如图 13 所示。通过观察图像可知，求得结果较为合理。

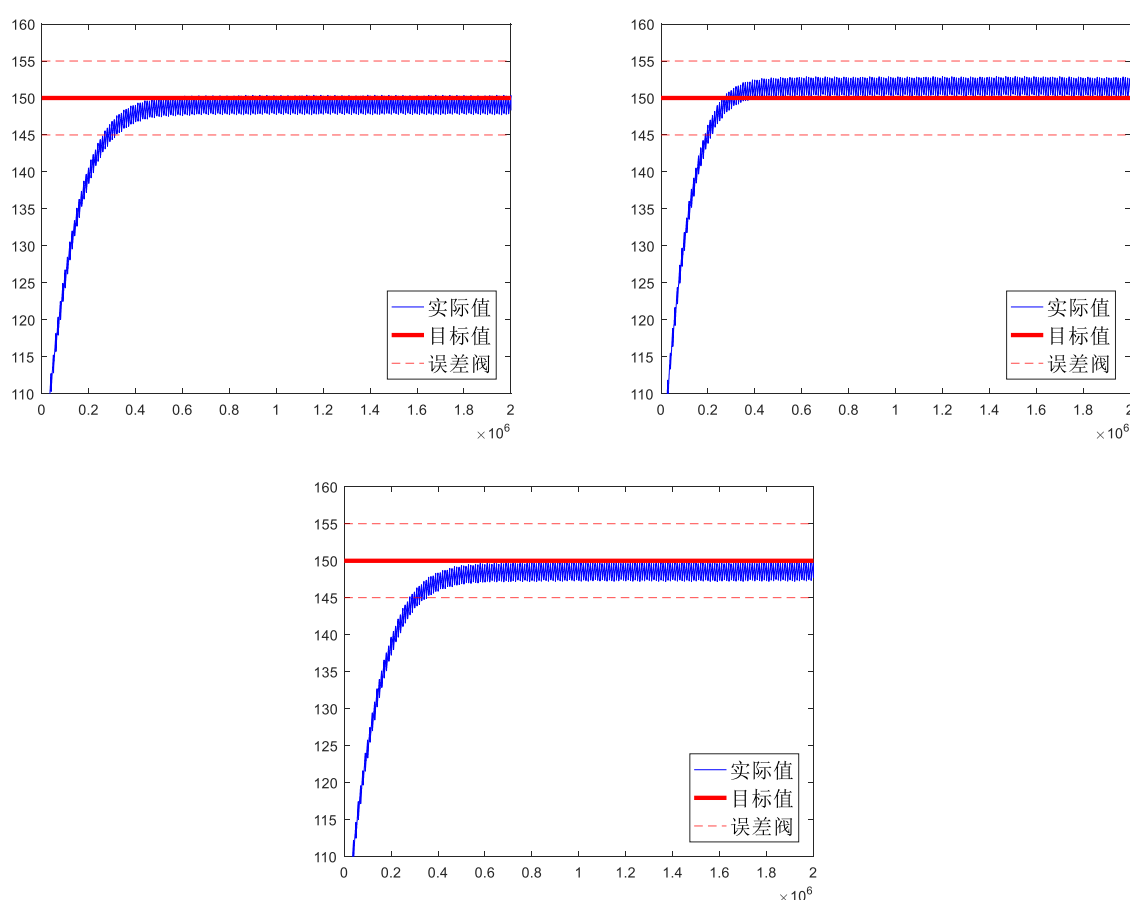


图 13 当目标调节时间分别为 2s、5s、10s 时的压力随时间的变化图

## 四、问题二的求解

### 4.1 问题二模型的构建

#### 4.1.1 凸轮运动模型的构建

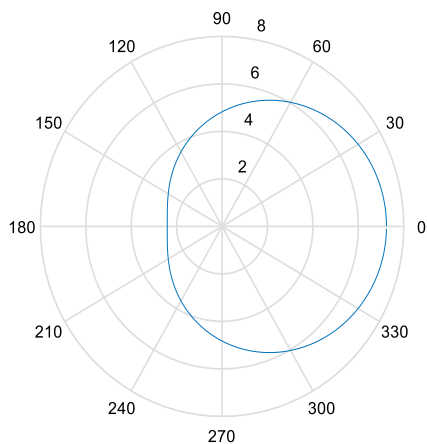


图 14 凸轮轮廓曲线图

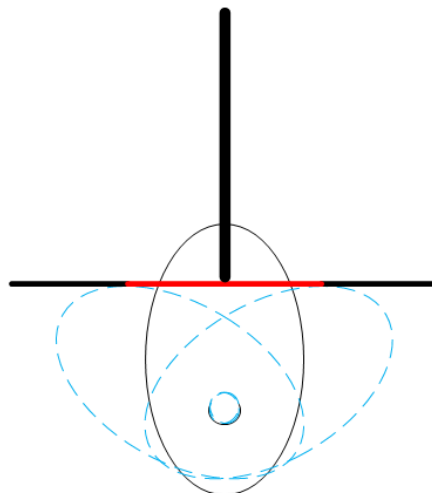


图 15 接触点变化示意图

根据附件 1 中所给数据，在极坐标下绘制了凸轮的轮廓图如图 14 所示。在假设凸轮定轴转动的前提下，随着凸轮的转动，凸轮与柱塞的接触点位置发生改变，柱塞推进的距离也随之改变。

图 15 粗略地表示了凸轮与柱塞的接触过程，红线区域表示的是接触点的变化范围，由此可知，倘若直接使用图中的柱塞的话，接触点的变化范围会过大，会使模型的构建更为复杂。于是我们查找了相关资料发现，在某些实际运用中为了减少由于接触点与柱塞之间的摩擦损耗，会采用图 16 形式的柱塞<sup>[3]</sup>。

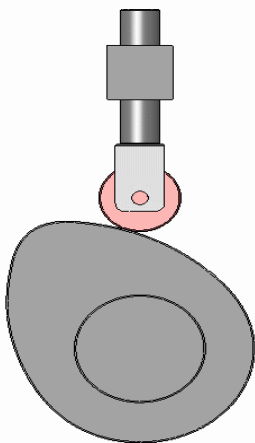


图 16 本文模拟的柱塞形式

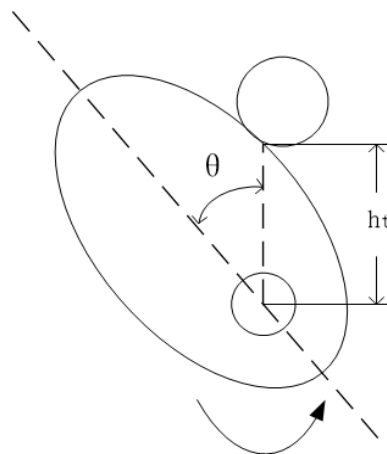


图 17 柱塞推进示意图

这种形式的柱塞会大幅度降低凸轮与柱塞之间的摩擦损耗以及接触点的变化范围，在此基础上，可以近似的认为接触点始终在凸轮轴的正上方。如图 17 所示，假定凸轮逆时针旋转，单位时间 $\Delta t$ 内转过的角度 $\Delta\theta = \omega \times \Delta t$ ，柱塞推进的距离 $h_t$ 为附件 1 中 $\theta$ 角对应的极径。根据附件 1 中所给数据，绘制出 $\theta$ 与 $h_t$ 的关系图线如下

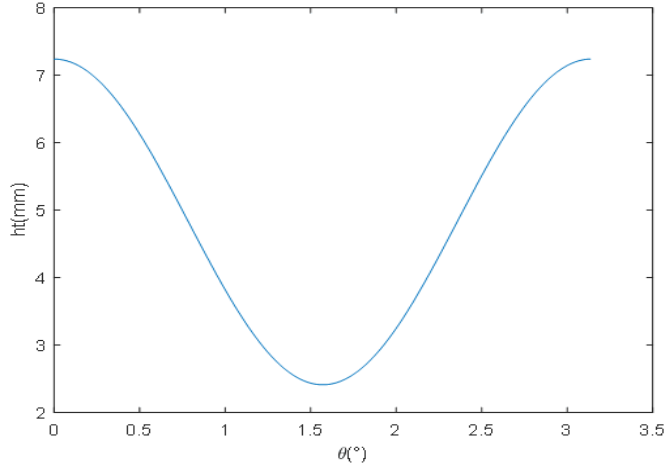


图 18 凸轮推进距离与 $\theta$ 的关系图

在单位步长 $\Delta t$ 内，柱塞腔内体积变化为

$$\Delta v = h_t(\Delta\theta) \times \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \quad (4-1)$$

$$(\Delta\theta = \omega \times \Delta t)$$

假定 0 时刻柱塞位于下止点，即此时柱塞腔充满了 0.5Mpa 的低压燃油，此时的燃油体积为柱塞腔体积 $v_0$ 由柱塞活动的体积与  $20mm^3$  剩余体积组成。

$$v_0 = [\max(h_t) - \min(h_t)] \times \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 + 20 \quad (4-2)$$

装满柱塞腔的燃油质量 $m_0 = \rho_{0.5} \times v_0$ ，经过单位步长 $\Delta t$ 后，柱塞腔内的密度变化

$$\Delta\rho_z = \frac{\Delta m}{\Delta v} \quad (4-3)$$

此时柱塞腔内的实时密度 $\rho_z = \rho_{z0} + \sum \Delta\rho_z$ ，柱塞腔内压力变化

$$\Delta p_z = k \frac{m_0}{\Delta v} \quad (4-4)$$

柱塞腔内装满燃油时的压力 $p_{z0} = 0.5Mpa$ ，柱塞腔内实时压力

$$p_z = p_{z0} + \sum \Delta p \quad (4-5)$$

由于只有当柱塞腔内实时压力大于高压油管内实时压力时，才会向有关压入燃油，所以此时的输入信号可以表示为：

$$rz_{in}(t) = \begin{cases} 1 & p_z > p_g \\ 0 & p_z \leq p_g \end{cases} \quad (4-6)$$

当单向阀开启时，单位步长内压入燃油的质量

$$m_{in} = \rho_z \times \int_t^{t+\Delta t} CA \sqrt{\frac{2(p_z - p_g)}{\rho}} dt \quad (4-7)$$

综上所述,单位步长内压入燃油的质量

$$m_{in} = rz_{in}(t) \times \rho_z \times \int_t^{t+\Delta t} CA \sqrt{\frac{2(p_z - p_g)}{\rho}} dt \quad (4-8)$$

#### 4.1.2 针阀运动模型

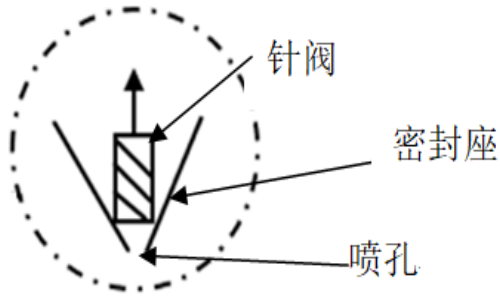


图 19 针阀示意图

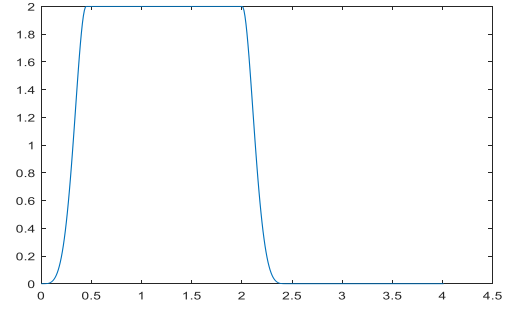


图 20 针阀的升程随时间变化曲线

由题意，当针阀上台时，燃油会从针阀与密封座之间的缝隙中漏出。一个周期内针阀的随时间的升程曲线如图 20 所示。由于附件 2 中所给的针阀升程所取的时间间隔恰好为本文最初所选步长，所以直接将相邻的两值作差即可得到 $\Delta t$ 内的升程 $\Delta h$ 。

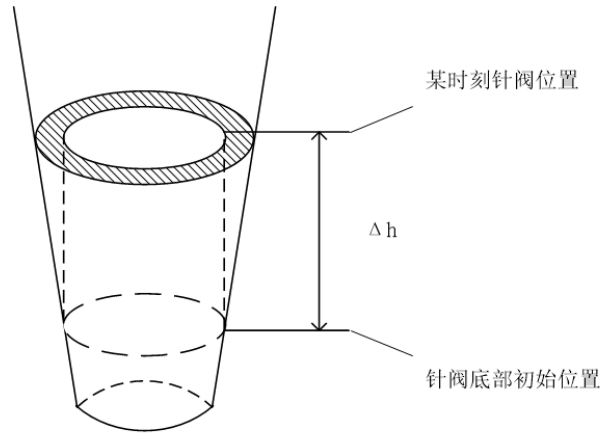


图 21  $\Delta t$  时间内针阀运动示意图

通过观察图 21 可知，燃油漏出的位置实际上是以针阀为内圆，针阀底部所在面与密封座的交线为外圆的一个圆环面。根据图中的几何关系，经过一系列的化简计算得到单位步长内，针阀与密封座之间缝隙处的圆环面积为

$$s_r = \pi \left[ \left( 1.25 + \Delta h \times \sin\left(\frac{\pi}{40}\right) \right)^2 - (1.25)^2 \right] \quad (4-9)$$

单位步长内的流量

$$Q_{out} = C \times \sqrt{\frac{2p_z}{\rho}} \times \pi \left[ \left( 1.25 + \Delta h \times \sin\left(\frac{\pi}{40}\right) \right)^2 - (1.25)^2 \right] \quad (4-10)$$

综上所述单位步长内喷出的燃油质量

$$m_{out} = p_g \int_t^{t+\Delta t} Q_{out} dt \quad (4-11)$$

#### 4.1.3 高压油管燃油压力最优控制模型

在单位步长内，高压油管内燃油密度的变化

$$\Delta \rho_g = \frac{m_{in} - m_{out}}{V_g} \quad (4-12)$$

此时高压油管内的实时密度 $\rho_g = \rho_0 + \sum \Delta\rho_g$ ，高压油管内压力的变化

$$\Delta p_g = k \frac{m_{in} - m_{out}}{V_g} \quad (4-13)$$

由题意已知油管内压力初值 $p_0 = 100\text{Mpa}$ ，高压油管内压力变化模型为：

$$p_g = p_0 + \sum \frac{k}{V_g} \left[ \left( rz_{in}(t) \times \rho_z \times \int_t^{t+\Delta t} CA \sqrt{\frac{2(p_z - p_g)}{\rho}} dt \right) - \left( p_g \int_t^{t+\Delta t} Q_{out} dt \right) \right] \quad (4-14)$$

$$rz_{in}(t) = \begin{cases} 1 & p_z > p_g \\ 0 & p_z \leq p_g \end{cases}$$

当 $T_s$ 时间段内燃油压力与目标值 100Mpa 的偏差平方和达到最小时，最终能够稳定在 100Mpa 左右。以凸轮转动角速度 $\omega$ 为决策变量，以 $T_s$ 时间段内各个时刻压力与 100Mpa 偏差的平方和为目标函数，构建了稳压过程的单向阀开启时间优化模型：

$$\min(\sum_t^{t+T_s} (p_g - 100)^2) \quad (4-15)$$

$$s. t. \begin{cases} p_g = p_0 + \sum \frac{k}{V_g} \left[ \left( rz_{in}(t) \times \rho_z \times \int_t^{t+\Delta t} CA \sqrt{\frac{2(p_z - p_g)}{\rho}} dt \right) - \left( p_g \int_t^{t+\Delta t} Q_{out} dt \right) \right] \\ rz_{in}(t) = \begin{cases} 1 & p_z > p_g \\ 0 & p_z \leq p_g \end{cases} \end{cases}$$

## 4.2 问题二模型的求解与结果分析

### 4.2.1 高压油管内燃油压力的 Matlab 仿真

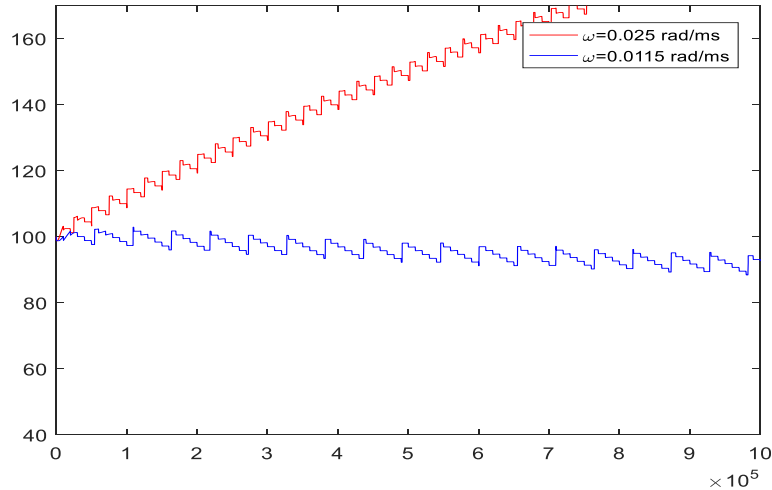


图 22 当 $\omega$ 分别等于 0.025rad/ms、0.0115rad/ms 时，压力虽时间变化图线

经过了较多次的检验，选取其中的两次绘制了图 22。如图中红线所示，当凸轮转的较快的时候，由于没有了压力限制，燃油压力会始终保持上升的趋势；如图中蓝线所示，当凸轮转的较慢时，压入的油量会小于漏出的油量，燃油的压力会降低且最终会趋于稳定。总体趋势上符合预期。

#### 4.2.2 最优凸轮旋转角速度

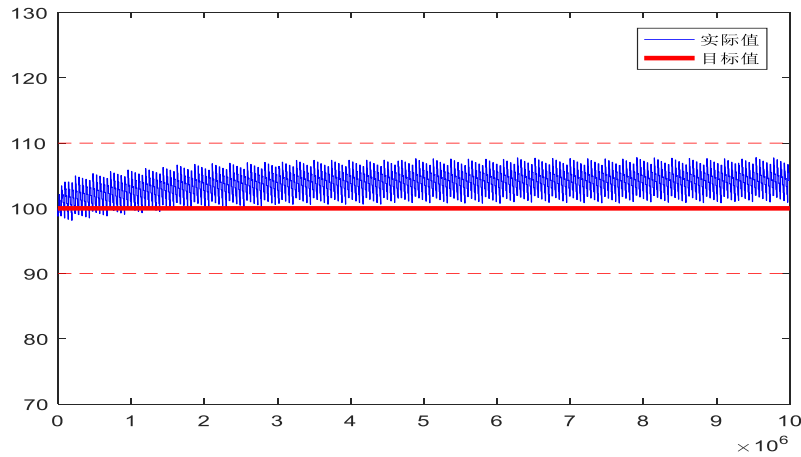


图 23 当 $\omega = 0.0131\text{rad/ms}$ 时压力随时间变化图线

使用改进模拟退火算法，求得当偏差平方和达到最小时，此时的最优凸轮旋转角速度 $\omega = 0.0131\text{rad/ms}$ ，通过观察图线可知，最终稳态值在 104Mpa 附近。

### 五、问题三的求解

#### 5.1 问题三模型构建

##### 5.1.1 新增喷嘴后的燃油压力控制模型

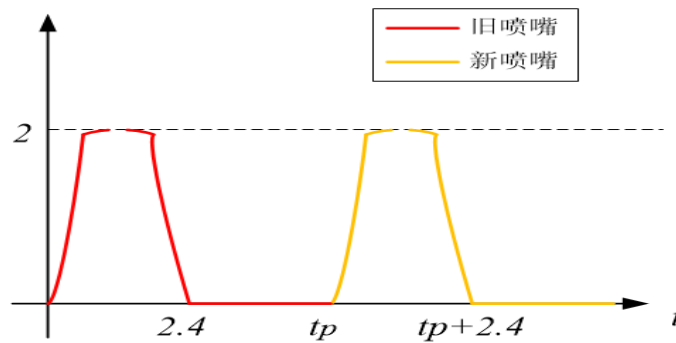


图 24 针阀升程曲线示意图

新增的喷嘴与旧喷嘴的工作规律一致，只存在开启前后的差别。本文假定旧喷嘴在 $t=0$ 时刻开始工作，在 $t=t_p$ 处新喷嘴开始工作。如图 24 所示，红色线条表示旧喷嘴的针阀升程曲线，黄色线条表示新喷嘴。此时的高压油管内压力变化模型为：

$$p_g = p_0 + \sum \frac{k}{v_g} \left[ \left( rz_{in}(t) \times \rho_z \times \int_t^{t+\Delta t} CA \sqrt{\frac{2(p_z - p_g)}{\rho}} dt \right) - \left( p_g \int_t^{t+\Delta t} Q_{out} dt \right) \right] \quad (5-1)$$

$$- \left( p_g \int_{t-t_p}^{t+\Delta t-t_p} Q_{out}' dt \right)$$

$$rz_{in}(t) = \begin{cases} 1 & p_z > p_g \\ 0 & p_z \leq p_g \end{cases} \quad (\text{其中 } Q_{out}' \text{ 为新喷嘴的实时流量})$$



当 $T_s$ 时间段内燃油压力与目标值 100Mpa 的偏差平方和达到最小时，最终能够稳定在 100Mpa 左右。以凸轮转动角速度 $\omega$ 与平移时间 $t_p$ 为决策变量，以 $T_s$ 时间段内各个时刻压力与 100Mpa 偏差的平方和为目标函数，构建了新增喷嘴后的燃油压力优化模型：

$$\min(\sum_t^{t+T_s}(p_g - 100)^2) \quad (5-2)$$

$$s. t. \begin{cases} p_g = p_0 + \sum \frac{k}{V_g} \left[ \left( rz_{in}(t) \times \rho_z \times \int_t^{t+\Delta t} CA \sqrt{\frac{2(p_z - p_g)}{\rho}} dt \right) - \left( p_g \int_t^{t+\Delta t} Q_{out} dt \right) \right. \\ \quad \left. - \left( p_g \int_{t-t_p}^{t+\Delta t-t_p} Q_{out}' dt \right) \right] \\ rz_{in}(t) = \begin{cases} 1 & p_z > p_g \\ 0 & p_z \leq p_g \end{cases} \end{cases}$$

(其中 $Q_{out}'$ 为新喷嘴的实时流量)

### 5.1.2 新增单向阀门后的燃油压力模型

由于新增的单向阀门直径较大导致出口处流量较大，阀门开启之后，在短时间内会流出大量燃油。本文认为开启阀门只会减小燃油压力。将凸转动角速度和平移时间设定为上一问所求的解。设定上限阈值为 $p_f$ ，控制阀门工作的输入信号为

$$rf_{out}(t) = \begin{cases} 1 & p_g < 100 + p_f \\ 0 & p_g \geq 100 + p_f \end{cases} \quad (5-3)$$

阀门在单位步长内漏出的燃油质量

$$m_{out} = rf_{out}(t) \times p_g \int_t^{t+\Delta t} CA \sqrt{\frac{2(p_g - 0.5)}{p_g}} dt \quad (5-4)$$

此时的高压油管内压力变化模型为：

$$p_g = p_0 + \sum \frac{k}{V_g} \left[ \left( rz_{in}(t) \times \rho_z \times \int_t^{t+\Delta t} CA \sqrt{\frac{2(p_z - p_g)}{\rho}} dt \right) - \left( p_g \int_t^{t+\Delta t} Q_{out} dt \right) \right. \\ \left. - \left( p_g \int_{t-t_p}^{t+\Delta t-t_p} Q_{out}' dt \right) - rf_{out}(t) \times p_g \int_t^{t+\Delta t} CA \sqrt{\frac{2(p_g - 0.5)}{p_g}} dt \right] \quad (5-5)$$

当 $T_s$ 时间段内燃油压力与目标值 100Mpa 的偏差平方和达到最小时，最终能够稳定在 100Mpa 左右。在这一问中，将凸轮转动角速度 $\omega$ 与平移时间 $t_p$ 设为上一问中求得结果，以上限阈值为 $p_f$ 决策变量，以 $T_s$ 时间段内各个时刻压力与 100Mpa 偏差的平方和为目标函数，构建了新增喷嘴后的燃油压力优化模型：

$$\min(\sum_t^{t+T_s}(p_g - 100)^2) \quad (5-6)$$

$$\left\{ \begin{aligned} p_g &= p_0 + \sum \frac{k}{V_g} \left[ \left( rz_{in}(t) \times \rho_z \times \int_t^{t+\Delta t} CA \sqrt{\frac{2(p_z - p_g)}{\rho}} dt \right) - \left( p_g \int_t^{t+\Delta t} Q_{out} dt \right) \right. \\ &\quad \left. - \left( p_g \int_{t-t_p}^{t+\Delta t-t_p} Q_{out}' dt \right) - rf_{out}(t) \times p_g \int_t^{t+\Delta t} CA \sqrt{\frac{2(p_g - 0.5)}{p_g}} dt \right] \\ rf_{out}(t) &= \begin{cases} 1 & p_g < 100 + p_f \\ 0 & p_g \geq 100 + p_f \end{cases} \end{aligned} \right.$$

## 5.2 问题三的求解

### 5.2.1 新增喷嘴后的最优平移时间求解

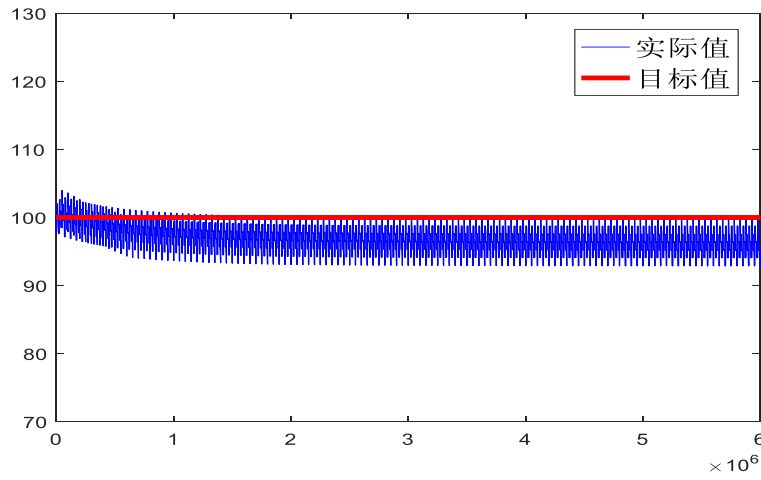


图 25 当 $\omega = 0.0251$ ,  $t_p = 2.88ms$ 时压力随时间变化曲线

使用改进模拟退火算法,求得此时的最优凸轮旋转速度 $\omega = 0.0251rad/ms$ ,最优的平移时间 $t_p = 2.88ms$ ,通过观察图线可知,最终稳态值在 98Mpa 附近。

### 5.2.2 加入上限阈值的模型检验

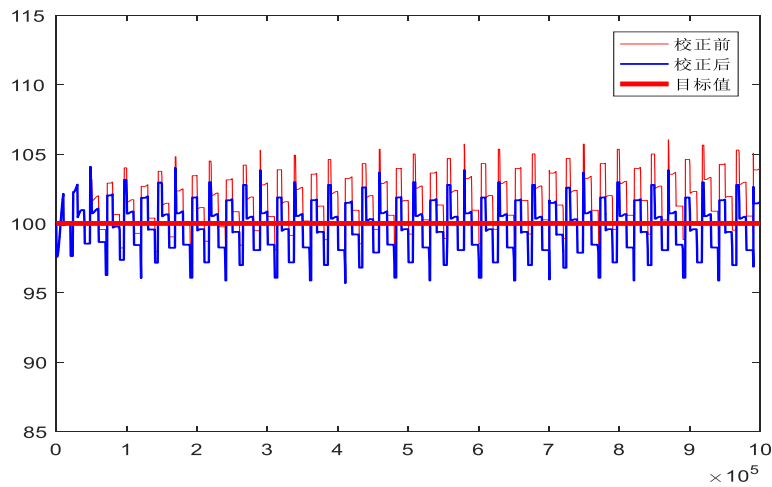


图 26 加入校正环节前后压力随时间变化效果对比图

选取当 $\omega = 0.026\text{rad/ms}$ ,  $t_p = 2.88\text{ms}$ 时的模型作为样本, 图 26 中红色线为引入校正前的压力变化曲线, 蓝色线为引入校正后的压力变化曲线。由图可知, 校正后与校正前相比, 整体曲线发生了向下的偏移。由此说明当压力高于阈值后, 校正系统确实能起到降压的作用。在此基础上通过求取 10s 内校正前后函数值与 100Mpa 的偏差平方和, 得到校正前的偏差平方和为  $5.79 \times 10^6\text{Mpa}$ , 校正后的为  $3.20 \times 10^6\text{Mpa}$ , 说明加入校正系统后系统的精度也得到了提高。校正系统成功实现。

### 5.2.3 最优上限阈值的求解

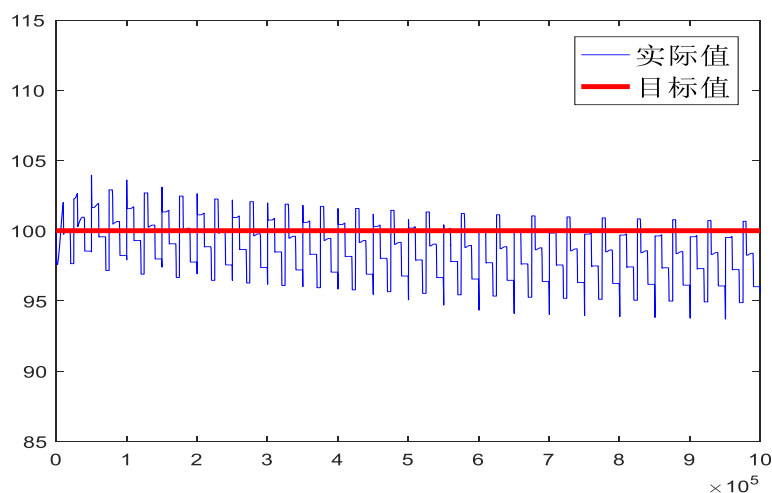


图 27 当设定上限阈值 $p_f = 104.88\text{Mpa}$ 时, 压力随时间变化曲线

将凸轮旋转角速度和平移时间设定为 5.2.1 中求得的结果, 即 $\omega = 0.0251\text{rad/ms}$ ,  $t_p = 2.88\text{ms}$ , 使用改进模拟退火算法, 求得此时的最优上限阈值 $p_f = 104.88\text{Mpa}$ 通过观察图线可知, 最终稳态值在 98Mpa 附近。

## 六、模型优点及改进

本题实际上是一个工程控制类的问题, 涉及到了自动控制当中的相关知识理念。本文引入了其中的相关概念作为分析构建模型的辅助工具, 使得文章的内容更具学术性。

在模型的构建过程中, 我们使用微元法代替直接构建物理方程, 使得模型的构建与求解更为简便。本文选取的微元 $\Delta t = 0.01\text{ms}$ , 如果微元取的更小, 模型的误差会进一步的减小, 仿真结果会更接近事实。但是会加大计算机的负荷量。

在构建模型的过程中, 本文忽略了较多的误差因素, 如燃油的扩散、凸轮接触点的变化、高压油管内气隙的影响等, 使得构建的模型较为的简洁明了。但是与此同时也带来了一定的误差, 如果能够在模型中加入这些影响参数, 得到的结果会更加贴近实际。

## 七、参考文献

- [1]一种改进的模拟退火算法,朱颢东,钟勇,《计算机技术与发展》,2009,第六期32-35 页。
- [2]自动控制原理(第六版),胡寿松,科学出版社。
- [3] [www.cmiw.cn/thread-966546-1-1.html](http://www.cmiw.cn/thread-966546-1-1.html), 访问时间: 2019 年 9 月 14 日 11: 56
- [4] 连续系统离散化方法的比较与解析初探,赵霞,王祝萍,贾海航,《工业和信息化教育》,2015 年第 10 期, 71-76 页。
- [5] 连续/离散型伴随优化方法在发动机内流优化设计中的应用探索,伊卫林,中国航天第三专业信息网第三十八届技术交流会暨第二届空天动力联合会议论文集——发动机内流气动技术[C].

## 附录

### 1.求解第一问稳压过程中的 Matlab 代码:

```
clc
clear
T=120;%设定退火初温
a=0.9;%温度衰减速率
L=10;%迭代次数
pbest=0; %记录各阶段最优值得变量
while(T>0.1)
    for i=1:L
        t_in=1+randi([-100,100],1,1)/100; %初始解与扰动
        t_in_rest=10; %开一次闸门休息时间 ms
        T_in = t_in + t_in_rest; %闸门周期
        t_out = 2.4;
        t_out_rest = 97.6;
        T_out = t_out + t_out_rest;
        T_same = lcm(floor(T_out*100),floor(T_in*100))/100;
        den0 = 0.850; %初始高压油管密度
        C = 0.85; %流量系数
        A_yb = pi*(1.4/2)^2; %高压油泵面积
        v_yg = 500*pi*(10/2)^2; %高压油管体积
        p_yb = 160;
        p_yg = 0;
        den_yb = 0.0395136+0.85;
        den_yg = 0.85;
        time = T_same/0.01;
        for t=0:0.01:T_same
            if mod(t,T_in)<t_in+0.01
                if p_yb -p_yg <= 1e-10
                    Q_in = 0;
                else
                    Q_in = C*A_yb*sqrt(2*(p_yb - p_yg)/den_yb);
                end
                m_in = Q_in*0.01*den_yb;
            else
                m_in = 0;
            end
            if mod(t,T_out)<2.41
```

```

n= mod(t,T_out);
if n>=0 && n<0.2
    v_out1 = (100*n+100*(n+0.01))*0.01/2;
elseif n>=0.2 && n<2.2
    v_out1 = 20*0.01;
elseif n>=2.2 && n<2.4
    v_out1 = (-100*n+240-100*(n+0.01)+240)*0.01/2;
end
m_out = v_out1*den_yg;
else
    m_out = 0;
end
den = den_yg;
den_yg = (m_in - m_out + den_yg*v_yg)/v_yg;
den_yg_change = den_yg - den;
p_ygnew = (2171.4/0.858)*den_yg_change + p_yg;
if abs(p_ygnew-100)<abs(p_yg-100)
    p_yg=p_ygnew;
elseif exp(-(p_ygnew-p_yg)/T)>rand %Metropolis 准则判断较差值得取舍
    p_yg=p_ygnew;
end
end

end

if abs(p_yg-100)<abs(pbest-100)
    pbest=p_yg;
    tbest=t_in;
end
T=T*a; %温度衰减

end

```

## 2.求解第一问升压过程中的 Matlab 代码:

```

clc
clear
%警告: MATLAB 先前因底层图形错误而崩溃。为避免在此会话期间再次崩溃,
MATLAB 将使用软件 OpenGL
%而不再使用图形硬件。要保存该设置以供此后的会话使用, 请使用 opengl('save',
'software') 命

```

%令。有关详细信息，请参见解决底层的图形问题。

```
t_in=0.68;%开闸门时间 ms
t_in_rest=10;%开一次闸门休息时间 ms
T_in = t_in + t_in_rest;%闸门周期
t_out = 2.4;
t_out_rest = 97.6;
T_out = t_out + t_out_rest;
T_same = 400000;
flag=1;
```

```
den0 = 0.850;%初始高压油管密度
C = 0.85;%流量系数
A_yb = pi*(1.4/2)^2;%高压油泵面积
v_yg = 500*pi*(10/2)^2;%高压油管体积
```

```
p_yb = 160;
p_yg = 100;
den_yb = 0.0395136+0.85;
den_yg = 0.85;
```

```
for t=0:0.01:T_same
    if mod(t,T_in)<t_in+0.01
        if p_yb -p_yg <= 1e-10
            Q_in = 0;
        else
            Q_in = C*A_yb*sqrt(2*(p_yb - p_yg)/den_yb);
        end
        m_in = Q_in*0.01*den_yb;
    else
        m_in = 0;
    end
    if mod(t,T_out)<2.41
        n= mod(t,T_out);
        if n>=0 && n<0.2
            v_out1 = (100*n+100*(n+0.01))*0.01/2;
        elseif n>=0.2 && n<2.2
            v_out1 = 20*0.01;
        elseif n>=2.2 && n<2.4
            v_out1 = (-100*n+240-100*(n+0.01)+240)*0.01/2;
```

```

        end
        m_out = v_out1*den_yg;
    else
        m_out = 0;
    end
    den = den_yg;
    den_yg = (m_in - m_out + den_yg*v_yg)/v_yg;
    den_yg_change = den_yg - den;
    p_yg = (2171.4/0.858)*den_yg_change + p_yg;
    yyy(flag)=p_yg;
    flag=flag+1;
end

%x2=1:0.01:170;
%x1=x2*0+200000;
%plot(x1,x2);
%hold on

yyy1=yyy;
plot(yyy,'b');

hold on
y1=yyy*0+150;
g=plot(y1,'r');
hold on
y2=yyy*0+155;
g1=plot(y2,'r--');
hold on
y3=yyy*0+145;
g2=plot(y3,'r--');
set(g,'LineWidth',3.0); %将图中的曲线加粗， 1.0 表示线的粗细
title('10s 到达 150Mpa')
legend({'实际值','目标值','误差阀'},'Location','SouthEast')
axis([0,2000000,110,160])

```

### 3.求解第二问中的 Matlab 代码:

```

%零时刻取凸轮半径最短，针阀开始向上运动
clc
clear

```



```

den100 = 0.85;
k = 2171.4/0.858;
den0_5 = den100-99.5/k; %0.5Mpa 汽油密度
r_max = 7.2390; %凸轮最大半径
r_min = 2.4130;

v_yb0 = 20 + pi*(r_max - r_min)*(5/2)^2;
m_yb0 = den0_5 * v_yb0; %凸轮在最低点时油泵中汽油的总质量
C =0.85;
%针阀
load('A_zf.mat');
p_best = 0;
w_best = 0;
for a=1:1000    %蒙特卡洛

w =0.02 + randi([-100,100])/10000; %角速度， 1ms 转 1rad
flag = 1;%判断凸轮是否到最低点的标志
p_yg = 100;
den_yg = 0.85;
v_yg = 500*pi*(10/2)^2;
m_yg = den100*500*pi*(10/2)^2;

p_yb = 0.5;
den_yb = den0_5;
v_yb = v_yb0;
m_yb = m_yb0;
A_yb = pi*(5/2)^2;

p_yg2 = zeros(1000000,1);
i=1;
for t=0:0.01:10000
    if mod(t,100) < 2.45
        n2 = floor(mod(t,100)*100)+1;
        A_zf1 = A_zf(n2,2);
    else A_zf1 = 0;
    end
    Q_zf = C * A_zf1 * sqrt(p_yg / den_yg);
    v_out = Q_zf * 0.01;

```

```

m_out = v_out * den_yg; %求出一个微元内针阀输出的质量
if w*t/6.28 >= flag %判断凸轮是否到达了最低点，重新充满 0.5Mpa
    的油
        flag = flag+1;
        m_yb = m_yb0;
        p_yb = 0.5;
    end
    if p_yb > p_yg
        Q_yb = C*A_yb*sqrt((p_yb - p_yg)/den_yb);
    else Q_yb = 0;
    end
    m_in = Q_yb*0.01;
    w1 = mod(w*t,2*pi);
    w2 = w1 + w*0.01;

    if w2 > 2*pi
        w2 = w2 - 2*pi;
    end
    h_change = 4.826 - 2.412*cos(1.001*(w2))+0.006653*sin(1.001*(w2)) - (4.826 -
2.412*cos(1.001*(w1))+0.006653*sin(1.001*(w1))); %0.01ms 内柱塞高度的改变量

    v_yb = v_yb - pi*(5/2)^2 *h_change; %0.01ms 内柱塞腔体积的改变量
    m_yb = m_yb - m_in;
    den_yb1 = m_yb/v_yb;
    p_yb = p_yb + k*(den_yb1 - den_yb); %0.01ms 后柱塞腔的密度
    den_yb = den_yb1;

    den_yg1 = (m_in - m_out +m_yg)/v_yg;
    p_yg = p_yg +k*(den_yg1 - den_yg);
    den_yg = den_yg1;
    m_yg = den_yg*v_yg;
    p_yg2(i) = p_yg;
    i = i+1;
end

if abs(p_best - 100) > abs(p_yg - 100)
    p_best = p_yg;

```

```

        w_best = w;
    end

```

```

end
p_best
w_best

```

#### 4.求解第三问中新增一个喷嘴时的 Matlab 代码:

% 寻找最好的凸轮角速度和两个喷油嘴开启的时间间隔

```

% 第一次数据 p_best = 99.9070, t_best = 2.88, w_best = 0.0251
% 第二次数据 p_best = 99.9070, t_best = 2.27, w_best = 0.0289
clc
clear
% 零时刻取凸轮半径最短, 针阀开始向上运动
den100 = 0.85;
k = 2171.4/0.858;
den0_5 = den100 - 99.5/k; % 0.5Mpa 汽油密度
r_max = 7.2390; % 凸轮最大半径
r_min = 2.4130;

v_yb0 = 20 + pi*(r_max - r_min)*(5/2)^2;
m_yb0 = den0_5 * v_yb0; % 凸轮在最低点时油泵中汽油的总质量
C = 0.85;
% 针阀
load('A_zf.mat');

flag = 1; % 判断凸轮是否到最低点的标志
p_yg = 100;
den_yg = 0.85;
v_yg = 500*pi*(10/2)^2;
m_yg = den100*500*pi*(10/2)^2;

p_yb = 0.5; % 油泵初始数据
den_yb = den0_5;
v_yb = v_yb0;
m_yb = m_yb0;
A_yb = pi*(5/2)^2;

```

```

p_best = zeros(1000000,1);
p_yg2 = zeros(1000000,1);
t_best = 0;
w_best = 0;
for k = 1:10000
i=1;
t_interval = 1.5+randi([-150,150])/100;
w = 0.025 + randi([-50,50])/10000; %角速度， 1ms 转 1rad

for t=0:0.01:10000
    if mod(t,100) < 2.45
        n2 = floor(mod(t,100)*100)+1;
        A_zf1 = A_zf(n2,2);
    else A_zf1 = 0;
    end
    Q_zf1 = C * A_zf1 * sqrt(p_yg / den_yg);
    A_zf2 = 0;
    if( t > t_interval )
        if mod((t-t_interval),100) < 2.45
            n2 = floor(mod(t - t_interval,100)*100)+1;
            A_zf2 = A_zf(n2,2);
        else A_zf2 = 0;
        end
    end
    Q_zf2 = C * A_zf2 * sqrt(p_yg / den_yg);

    Q_zf = Q_zf1 + Q_zf2;
    v_out = Q_zf * 0.01;
    m_out = v_out * den_yg; % 求出一个微元内针阀输出的质量
    if w*t/6.28 >= flag %判断凸轮是否到达了最低点，重新充满 0.5Mpa
        flag = flag+1;
        m_yb = m_yb0;
        p_yb = 0.5;
    end
    if p_yb > p_yg
        Q_yb = C*A_yb*sqrt((p_yb - p_yg)/den_yb);
    else Q_yb = 0;

```

的油

```

end
m_in = Q_yb*0.01;
w1 = mod(w*t,2*pi);
w2 = w1 + w*0.01;

if w2 > 2*pi
    w2 = w2 - 2*pi;
end
h_change = 4.826 - 2.412*cos(1.001*(w2))+0.006653*sin(1.001*(w2)) - (4.826 -
2.412*cos(1.001*(w1))+0.006653*sin(1.001*(w1))); %0.01ms 内柱塞高度的改变量

```

```

v_yb = v_yb -pi*(5/2)^2 *h_change; %0.01ms 内柱塞腔体积的改变量
m_yb = m_yb - m_in;
den_yb1 = m_yb/v_yb;
p_yb = p_yb + k*(den_yb1 - den_yb); %0.01ms 后柱塞腔的密度
den_yb = den_yb1;

```

```

den_yg1 = (m_in - m_out +m_yg)/v_yg;
p_yg = p_yg +k*(den_yg1 - den_yg);
den_yg = den_yg1;
m_yg = den_yg*v_yg;
p_yg2(i) = p_yg;

```

```

end
if sum((p_best - 100).^2) > sum((p_yg2 - 100).^2)
    p_best = p_yg2;
    w_best = w;
    t_best = t_interval;
end

```

```

end

```

#### 4.求解第三问中上限阈值的 Matlab 代码:

%选取一个最优的角速度和间隔时间，寻找减压阀出口开启的压值 p\_fa\_best

```

clc

```

```

clear

```

%零时刻取凸轮半径最短，针阀开始向上运动

```

den100 = 0.85;
k = 2171.4/0.858;
den0_5 = den100-99.5/k; %0.5Mpa 汽油密度
r_max = 7.2390; % 凸轮最大半径
r_min = 2.4130;

v_yb0 = 20 + pi*(r_max - r_min)*(5/2)^2;
m_yb0 = den0_5 * v_yb0; % 凸轮在最低点时油泵中汽油的总质量
C = 0.85;
% 针阀
load('A_zf.mat');

flag = 1; % 判断凸轮是否到最低点的标志
p_yg = 100;
den_yg = 0.85;
v_yg = 500*pi*(10/2)^2;
m_yg = den100*500*pi*(10/2)^2;

p_yb = 0.5; % 油泵初始数据
den_yb = den0_5;
v_yb = v_yb0;
m_yb = m_yb0;
A_yb = pi*(5/2)^2;

p_best = zeros(1000000,1);
p_yg2 = zeros(1000000,1);
p_fa_best = 0;
for a = 1:100
    i = 1;
    p_fa = 100 + randi([-300,300])/100;
    t_interval = 2.88;
    w = 0.0251; % 角速度, 1ms 转 1rad
    for t = 0:0.01:10000
        if mod(t,100) < 2.45
            n2 = floor(mod(t,100)*100)+1;
            A_zf1 = A_zf(n2,2);
        else A_zf1 = 0;
        end
    end
end

```

```

Q_zf1 = C * A_zf1 * sqrt(p_yg / den_yg);
A_zf2 = 0;
if( t > t_interval )
    if mod((t-t_interval),100) < 2.45
        n2 = floor(mod(t - t_interval,100)*100)+1;
        A_zf2 = A_zf(n2,2);
    else A_zf2 = 0;
    end
end
Q_zf2 = C * A_zf2 * sqrt(p_yg / den_yg);

A_zf3 = pi*(1.4/2)^2;
%Q_zf3 = C * A_zf3 * sqrt((p_yg - 0.5)/den_yg);%单项减压阀的流量

if p_yg > p_fa
    Q_zf3 = C * A_zf3 * sqrt((p_yg - 0.5)/den_yg);%单项减压阀的流量
else Q_zf3 = 0;
end
Q_zf = Q_zf1 + Q_zf2 + Q_zf3;
v_out = Q_zf * 0.01;
m_out = v_out * den_yg; % 求出一个微元内针阀输出的质量
if w*t/6.28 >= flag %判断凸轮是否到达了最低点，重新充满 0.5Mpa
    的油
        flag = flag+1;
        m_yb = m_yb0;
        p_yb = 0.5;
    end
    if p_yb > p_yg
        Q_yb = C*A_yb*sqrt((p_yb - p_yg)/den_yb);
    else Q_yb = 0;
    end
    m_in = Q_yb*0.01;
    w1 = mod(w*t,2*pi);
    w2 = w1 + w*0.01;

    if w2 > 2*pi
        w2 = w2 - 2*pi;
    end
    h_change = 4.826 - 2.412*cos(1.001*(w2))+0.006653*sin(1.001*(w2)) - (4.826 -

```

2.412\*cos(1.001\*(w1))+0.006653\*sin(1.001\*(w1))); %0.01ms 内柱塞高度的改变量

```
v_yb = v_yb - pi*(5/2)^2 *h_change; %0.01ms 内柱塞腔体积的改变量
m_yb = m_yb - m_in;
den_yb1 = m_yb/v_yb;
p_yb = p_yb + k*(den_yb1 - den_yb); %0.01ms 后柱塞腔的密度
den_yb = den_yb1;
```

```
den_yg1 = (m_in - m_out +m_yg)/v_yg;
p_yg = p_yg +k*(den_yg1 - den_yg);
den_yg = den_yg1;
m_yg = den_yg*v_yg;
p_yg2(i) = p_yg;
i = i+1;
```

end

```
if sum((p_best - 100).^2) > sum((p_yg2 - 100).^2)
    p_best = p_yg2;
    p_fa_best = p_fa;
end
```

end