Platzi

CURSO DE

ALGEBRA LINEAL

PARTE 1

SISTEMAS LINEALES

Aprenderemos a reconocer sistemas lineales, para que los utilizamos y diferentes métodos de solución.

Sistemas lineales

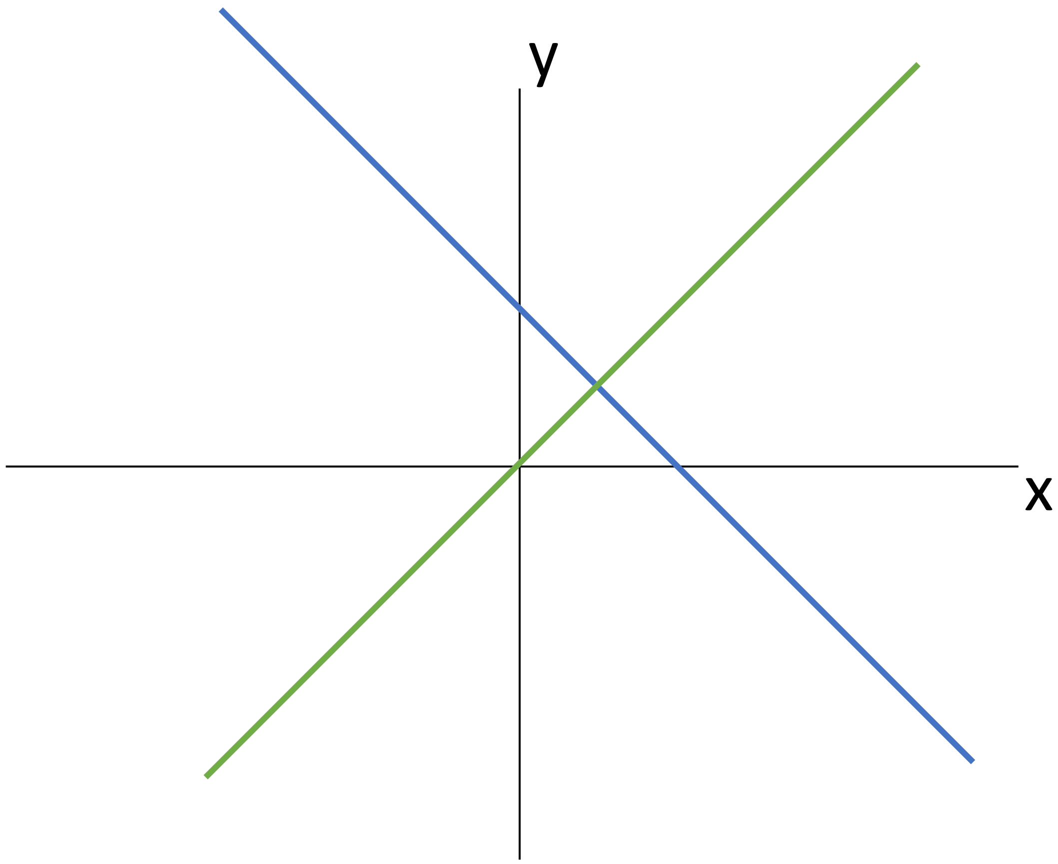
$$a_1X_1 + a_2X_2 + \; ....+a_nX_n = \mathbf{b}$$

coeficientes **incógnitas** **constantes**

Si b = 0 el sistema se denomina homogéneo

$$X_1 + 2X_2 = -3$$
$$2X_1 + 3X_2 - 3X_3 = -10$$
$$-X_1 + 6X_3 = 9$$

$$\left|\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & & -3 \\ 2 & 3 & -3 & -10 \\ -1 & & 6 & 9 \end{array}\right|$$

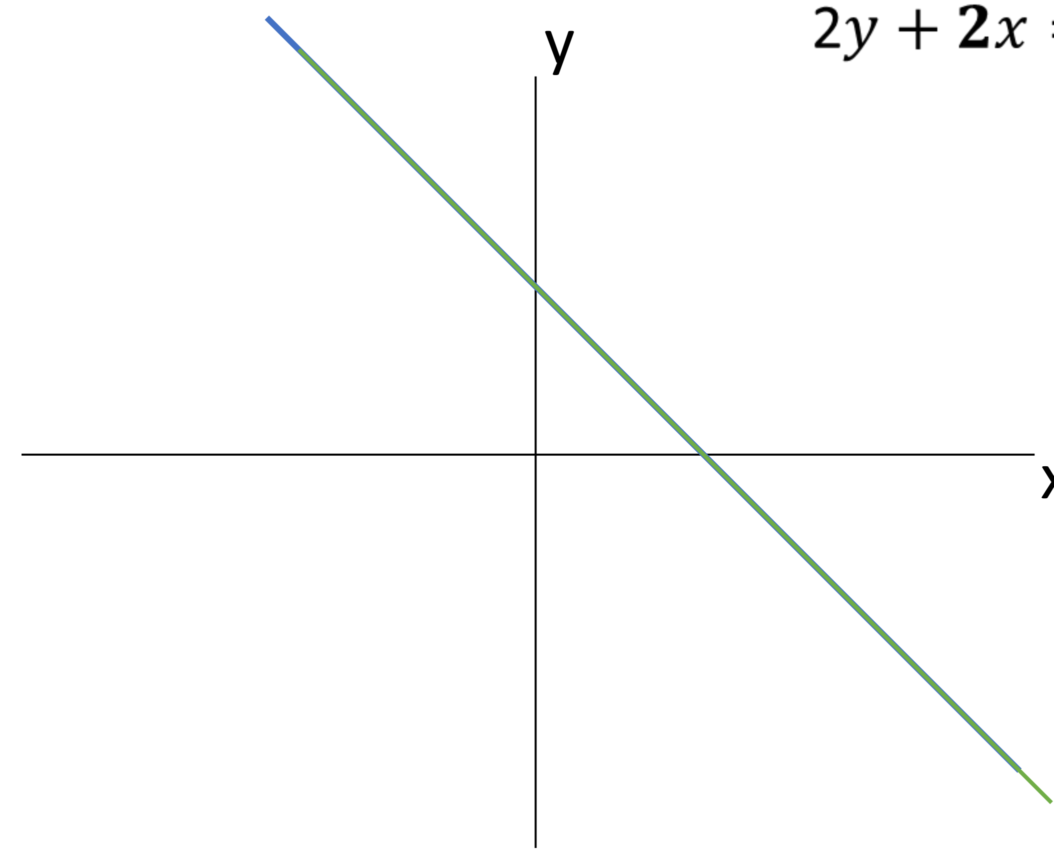


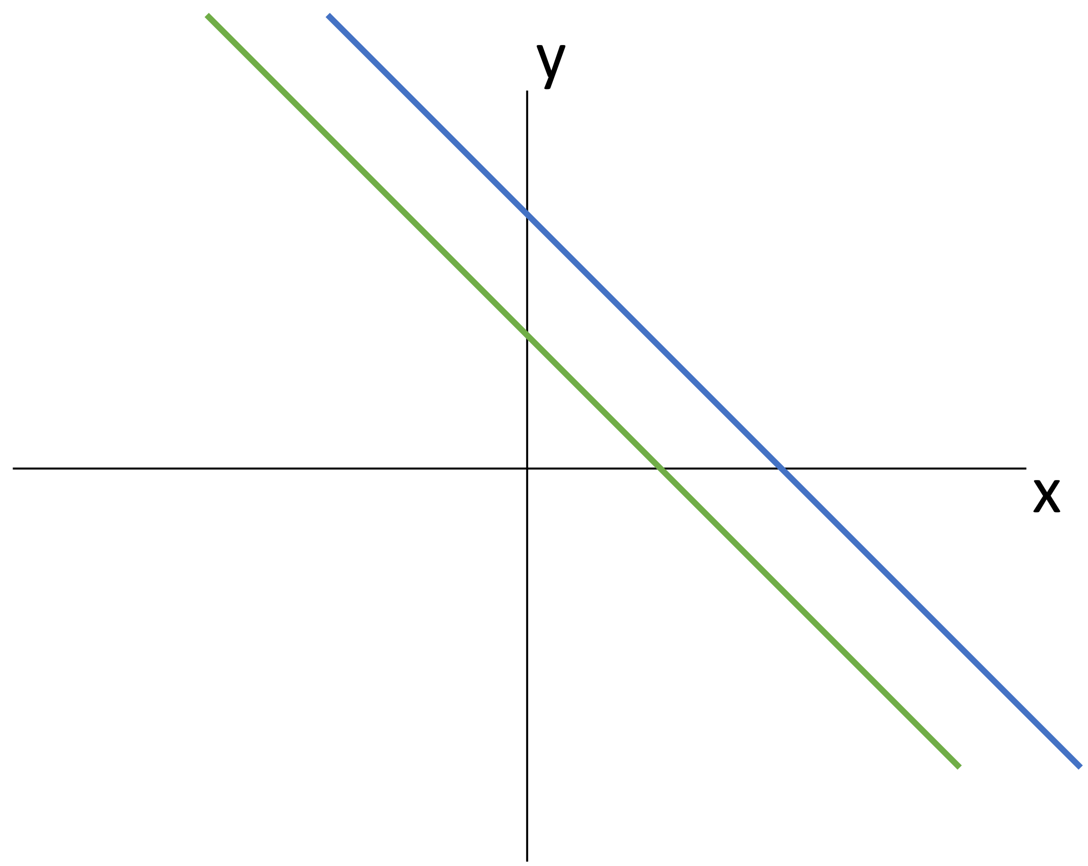
$y + x = \mathbf{2}$

$y - x = \mathbf{0}$

$y + x = \mathbf{2}$

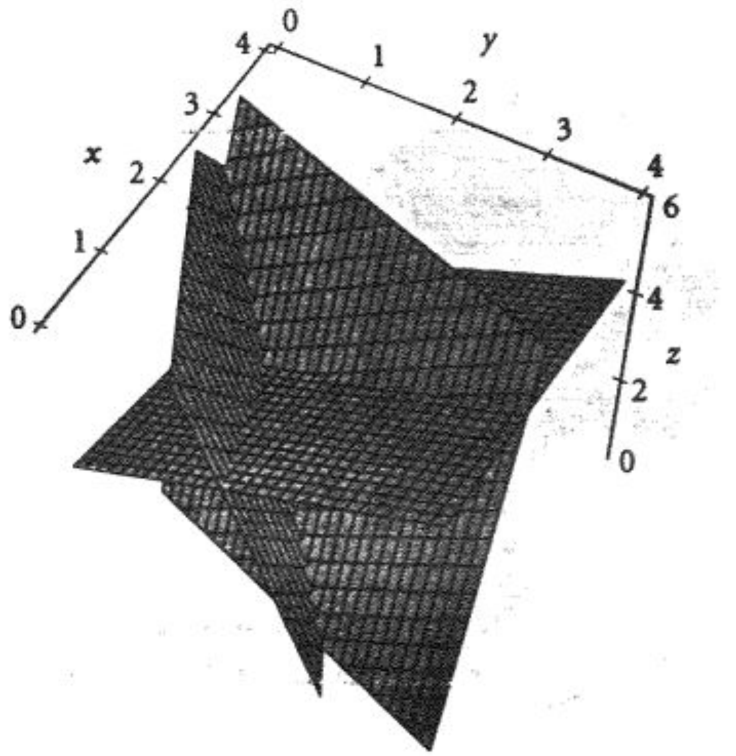
$2y + \mathbf{2}x = \mathbf{4}$

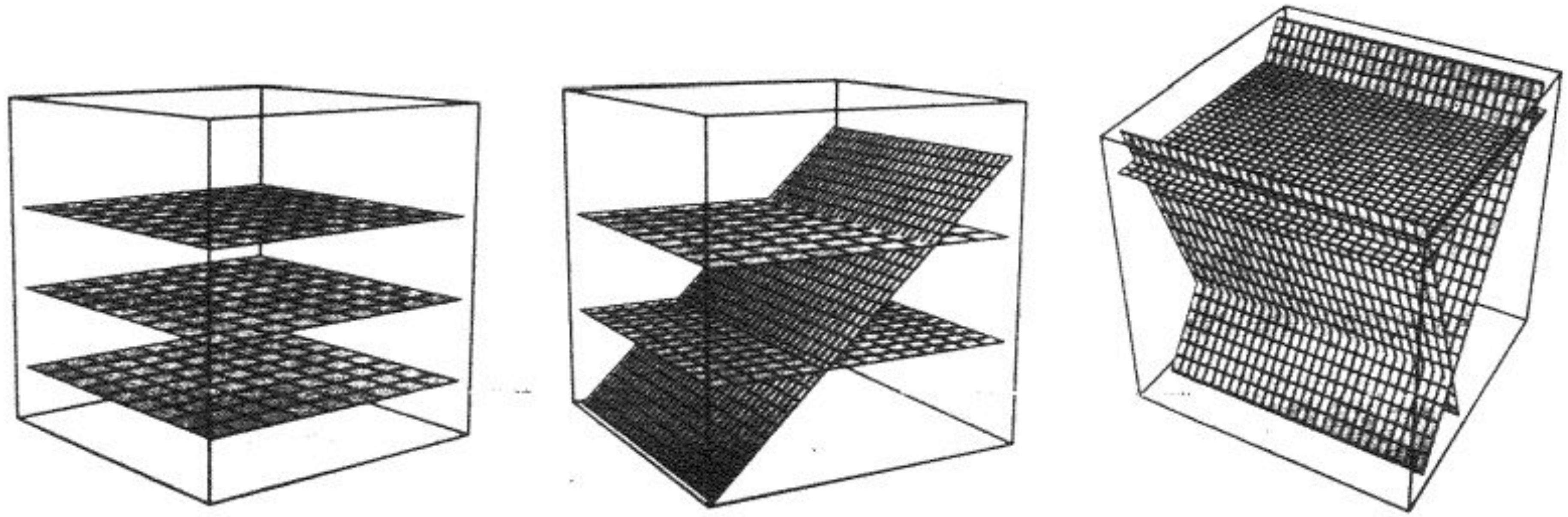




$y + x = \mathbf{2}$

$y + x = \mathbf{1}$





MATLAB (Symbolic toolbox)

Solve (‘3*x+2*y=1’, ‘2*x-y=3’)

SISTEMAS LÍNEALES

SOLUCIÓN POR METODO DE ELIMINACIÓN

Aprenderemos como solucionar sistemas de ecuaciones líneales de 3 x 3 hacienda uso de l eliminación

Solución por método de eliminación

$$E_1 \qquad X_1 + 2X_2 = -3$$
$$E_2 \qquad 2X_1 + 3X_2 - 3X_3 = -10$$
$$E_3 \qquad -X_1 + 6X_3 = 9$$

Eliminación $\quad E_1 + E_2 \longrightarrow E_3$

Escalamiento $\quad cE_1 \longrightarrow E_1$

Intercambio $\quad E_2 \longrightarrow E_3$

Resolver el Sistema

$$2x + y - 3z = 7$$
$$5x - 4y + z = -19$$
$$x - y - 4z = 4$$

SISTEMAS LÍNEALES

SOLUCIÓN POR METODO DE GAUSS

Aprenderemos las bases de GAUSS para el desarrollo de sistemas lineales a través de un ejemplo

Método GAUSS

$$E_1 \qquad X_1 + 2X_2 = -3$$

$$E_2 \qquad 2X_1 + 3X_2 - 3X_3 = -10$$

$$E_3 \qquad -X_1 + 6X_3 = 9$$

Eliminación $E_1 + CE_2 \longrightarrow E_1$

Escalamiento $cE_1 \longrightarrow E_1$

Intercambio $E_2 \longrightarrow E_3$

Resolver el Sistema

$$X_1 + 3X_2 - 2X_3 = -13$$

$$4X_1 - 5X_2 + 3X_3 = 18$$

$$-3X_1 + 6X_2 - 3X_3 = -27$$

$$\left|\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -2 & -13 \\ 4 & -5 & 1 & 18 \\ -3 & 6 & -3 & -27 \end{array}\right|$$

$$\begin{array}{l} 4R_1 - R_2 \longrightarrow R_2 \\ 3R_1 + R_3 \longrightarrow R_3 \end{array} \left|\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -2 & -13 \\ 0 & 17 & -9 & -70 \\ 0 & 15 & -9 & -66 \end{array}\right|$$

$$15R_2 + 17R_3 \longrightarrow R_3 \left|\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -2 & -13 \\ 0 & 17 & -9 & -70 \\ 0 & 15 & -9 & -66 \end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -2 & -13 \\ 0 & -17 & 9 & 70 \\ 0 & 0 & -18 & -72 \end{array}\right|$$

SISTEMAS LÍNEALES

SOLUCIÓN POR METODO DE GAUSS JORDAN

Conoceremos un método alternativo a Gauss que nos ofrecerá una solución directa del sistema

GAUSS JORDAN

Eliminación $E_1 + CE_2 \longrightarrow E_1$

Escalamiento $cE_1 \longrightarrow E_1$

Intercambio $E_2 \longrightarrow E_3$

Matriz de Escalon reducida

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Resolver el Sistema

$$\begin{aligned} 2x - y + z &= 2 \\ -x + 3y - z &= 6 \\ x + y + z &= 6 \end{aligned}$$

$$\left|\begin{array}{ccc:c} 2 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & -1 & 6 \\ 1 & 1 & 1 & 6 \end{array}\right| \xrightarrow{E1 \Leftrightarrow E3} \left|\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ -1 & 3 & -1 & 6 \\ 2 & -1 & 1 & 2 \end{array}\right|$$

$$\begin{array}{r} \\ E_1 + E_2 \rightarrow \\ -2E_1 + E_3 \rightarrow \end{array} \left|\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 4 & 0 & 12 \\ 0 & -3 & -1 & -10 \end{array}\right| \qquad \begin{array}{r} \\ \frac{1}{4}E_2 \rightarrow \\ \\ \end{array} \left|\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & -3 & -1 & -10 \end{array}\right|$$

$$\begin{array}{r} -E_2 + E_1 \rightarrow \\ \\ 3E_2 + E_3 \rightarrow \end{array} \left|\begin{array}{ccc:c} 1 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \end{array}\right| \qquad \begin{array}{r} \\ \\ E_3 \rightarrow \end{array} \left|\begin{array}{ccc:c} 1 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right|$$

$$\begin{array}{r} -E_3 + E_1 \rightarrow \\ \\ \\ \end{array} \left|\begin{array}{ccc:c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right|$$

$$x = 2$$
$$y = 3$$
$$z = 1$$

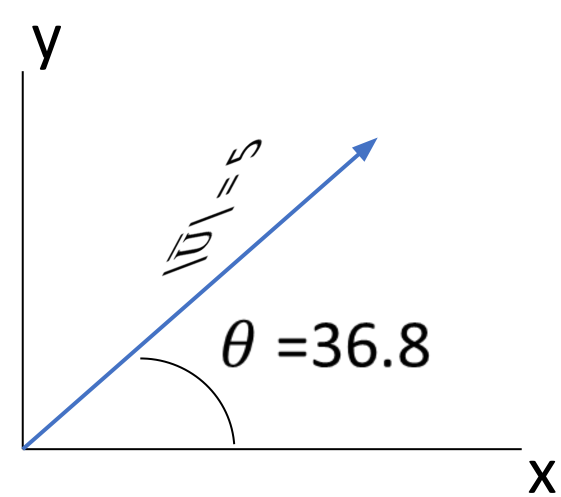
PARTE 2

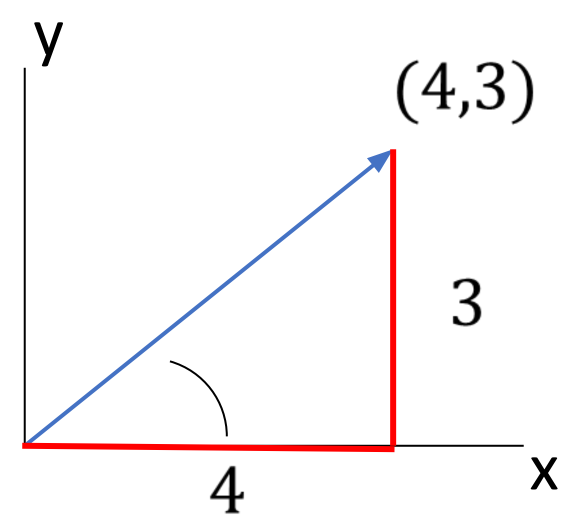
VECTORES

Estudiaremos los conceptos básicos sobre vectores, su representación, su aritmética y algunas operaciones que resultan útiles para el análisis de problemas

Que es un vector?

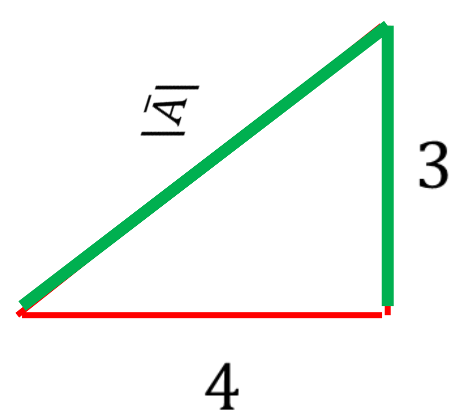
$\bar{A} = \begin{vmatrix} 4 \\ 3 \end{vmatrix}$ $\quad V = \begin{vmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{vmatrix}$ $\quad \vec{W} = \begin{vmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \\ -4 \end{vmatrix}$





$|\bar{A}|$ = ?

θ = ?



$$|\bar{A}|^2 = 4^2 + 3^2$$

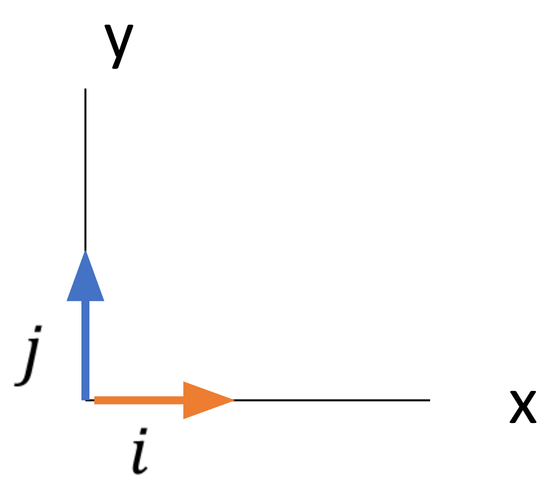
$$|\bar{A}| = \sqrt{25}$$

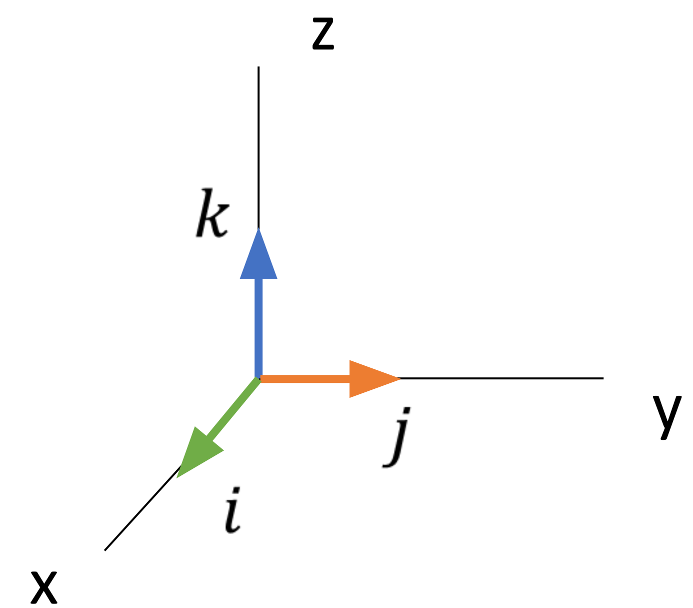
$$|\bar{A}| = 5$$

$$\sin\theta = \frac{3}{5}$$

$$\theta = \sin^{-1}\frac{3}{5}$$

$$\theta = 36.8°$$



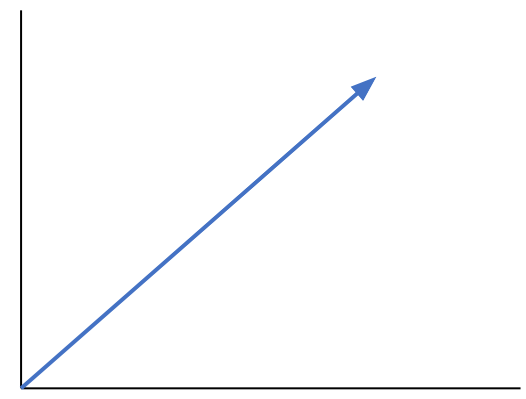


$\bar{A} = \begin{vmatrix} 4 \\ 3 \end{vmatrix}$

$A = 4i, 3j$

$A = (5, 36.8°)$

$A = (5, \frac{36.8}{180}\pi)$



VECTORES

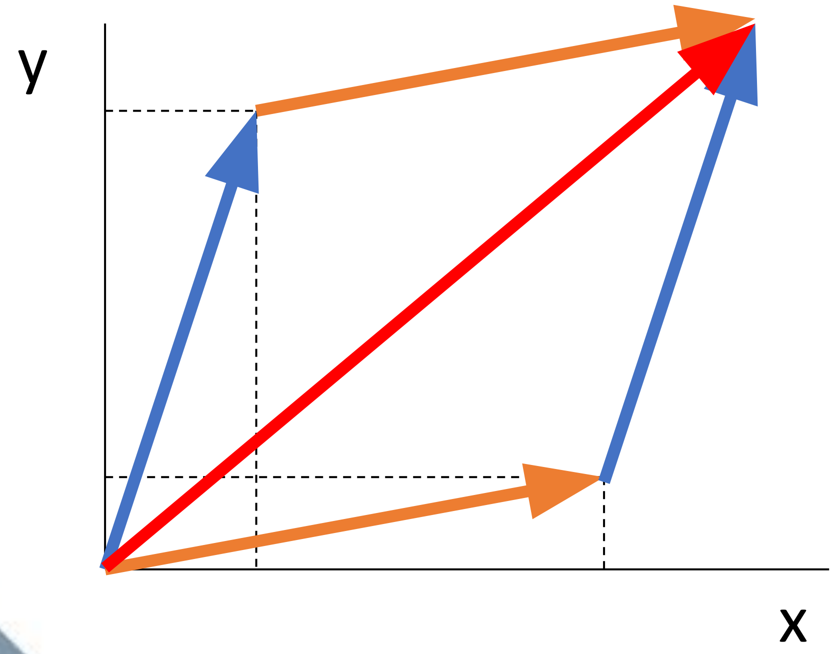
OPERACIONES BÁSICAS CON VECTORES

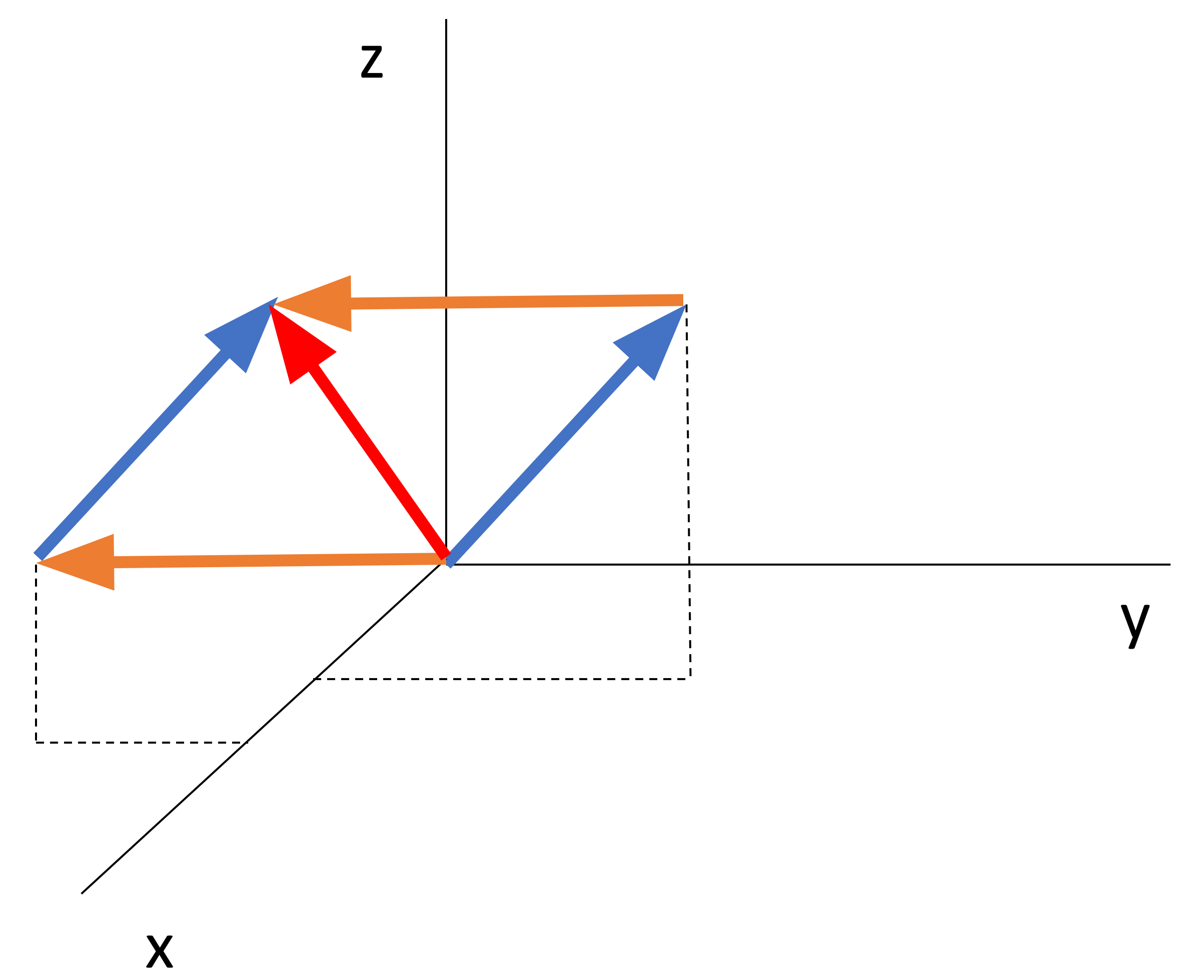
Entenderemos la suma entre dos vectores, la multiplicación por un escalar y un ejercicio practico para aplicar los conocimientos adquiridos

Suma de vectores

$$\begin{bmatrix}2\\5\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}6\\1\end{bmatrix}$$

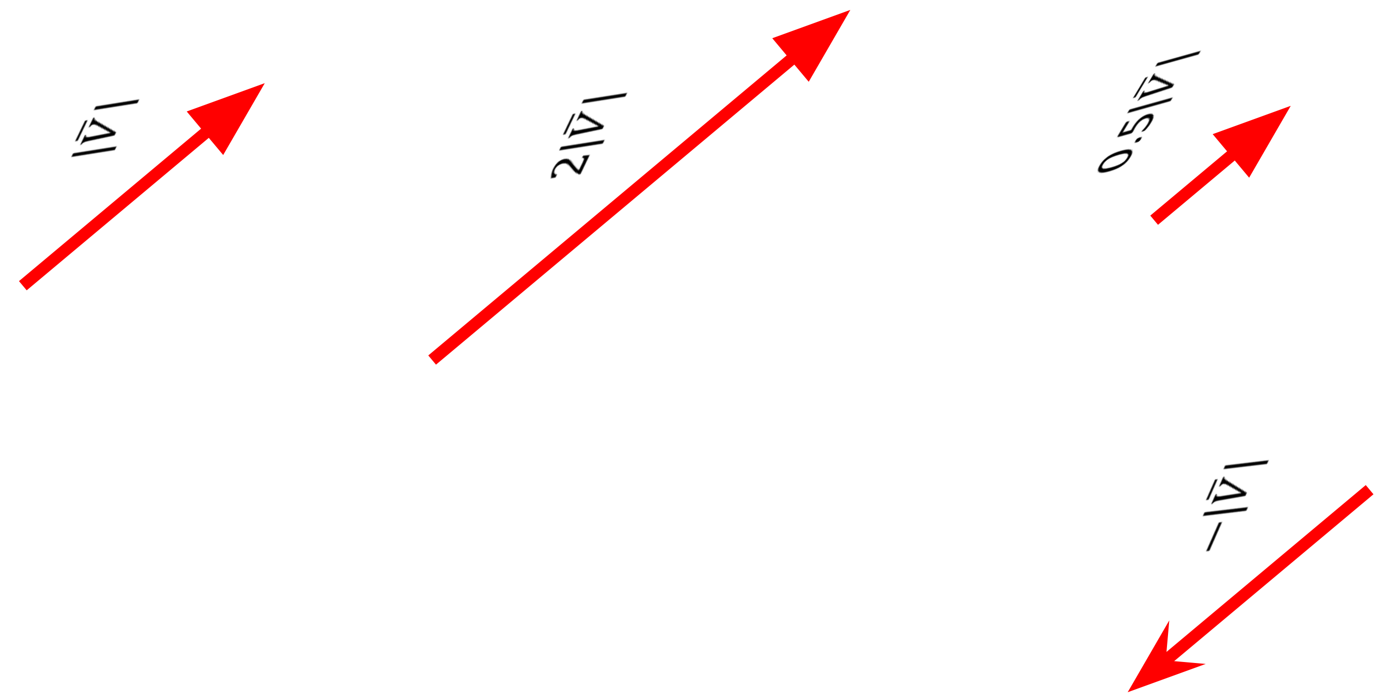
$$\begin{bmatrix}2\\3\\4\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}3\\-2\\2\end{bmatrix}$$





Multiplicación por escalar

$|\bar{V}| = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$



Calcular y dibujar la combinación lineal

$$\frac{1}{2}[V] - 3[W]$$

$|V| = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$

$|W| = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$

VECTORES

PRODUCTO PUNTO

Interpretación del producto punto o escalar entre dos vectores

Producto punto

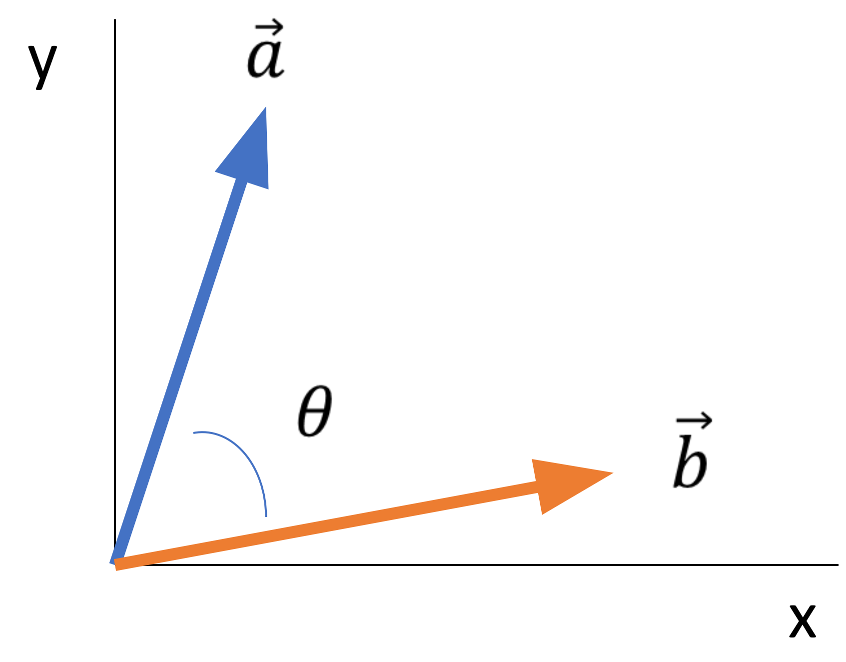
$$\begin{bmatrix} a1 \\ a2 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} b1 \\ b2 \end{bmatrix} = (a1b1 + a2b2)$$

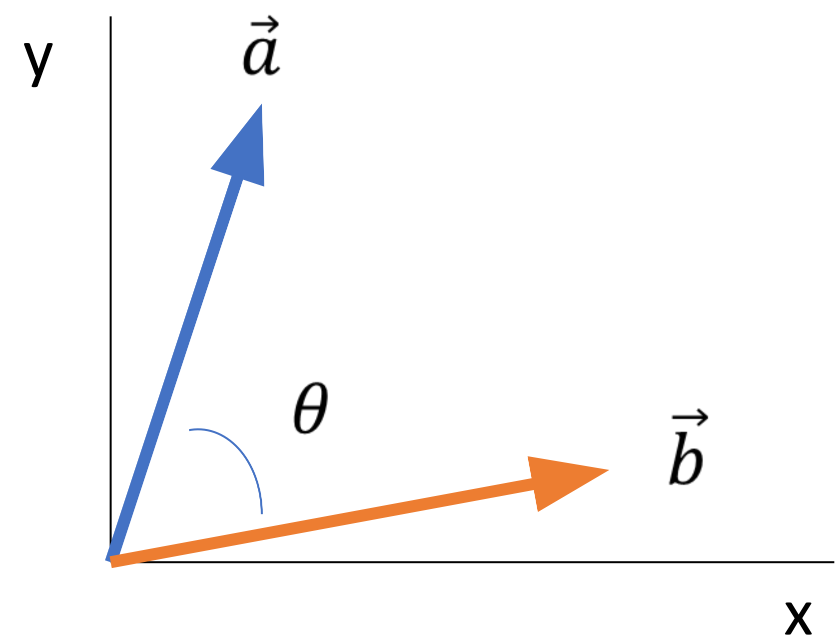
$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} = 1.3 + 2.4 = 11$$

$$\begin{bmatrix} a1 \\ a2 \\ a3 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} b1 \\ b2 \\ b3 \end{bmatrix} = (a1b1 + a2b2 + a3b3)$$

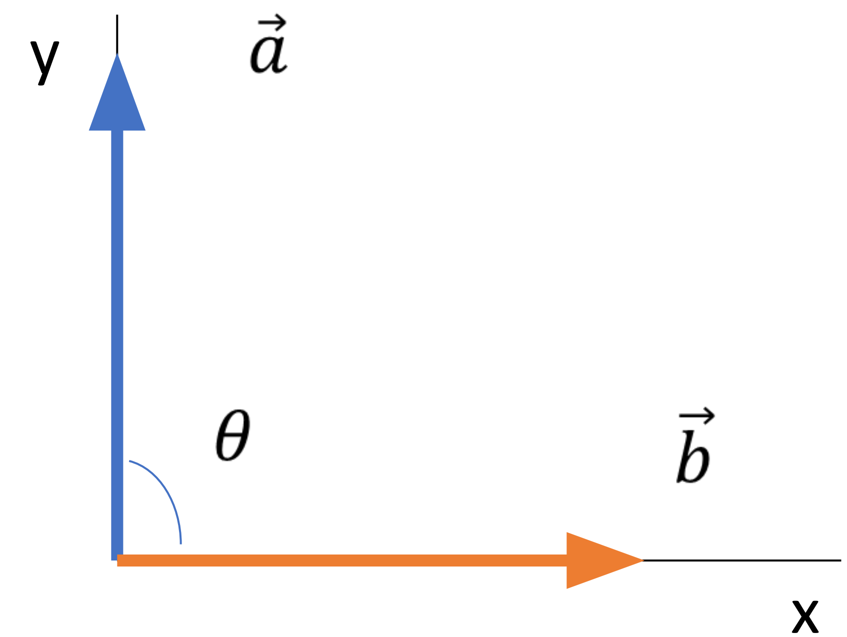
$$\begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = 1.5 + 5.2 + 4.1 = 14$$

$$\vec{a}.\vec{b} = |a||b|Cos\theta$$

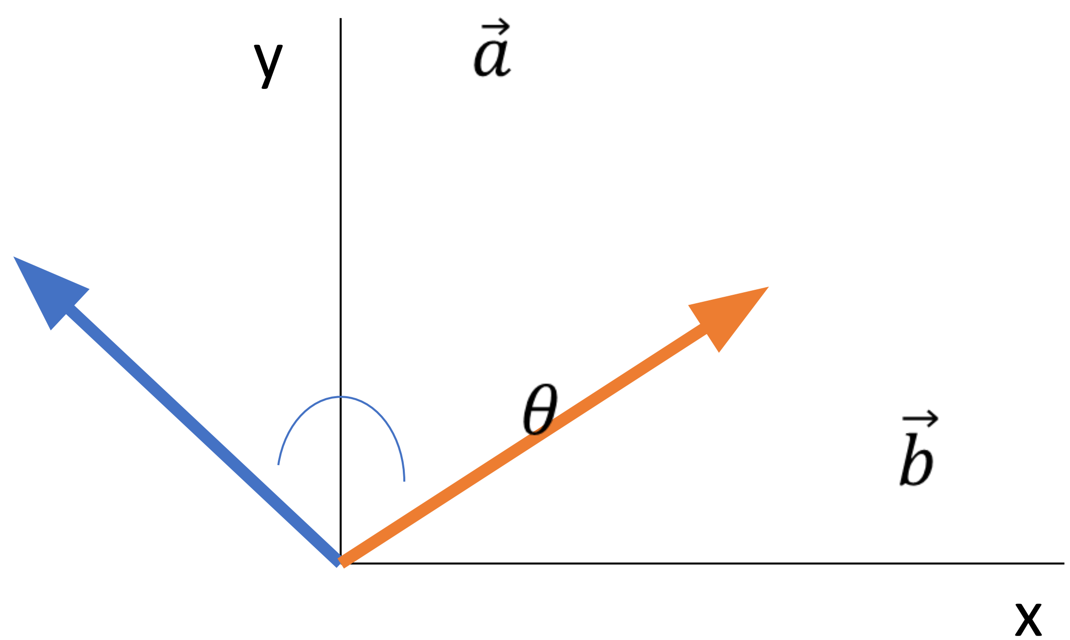




$$\vec{a}.\vec{b} > 0$$



$$\vec{a}.\vec{b} = 0$$



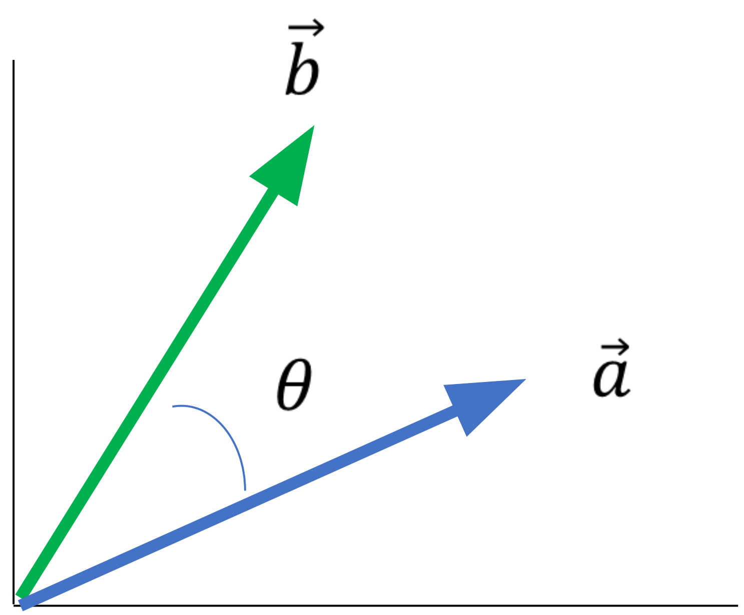
$$\vec{a}.\vec{b} < 0$$

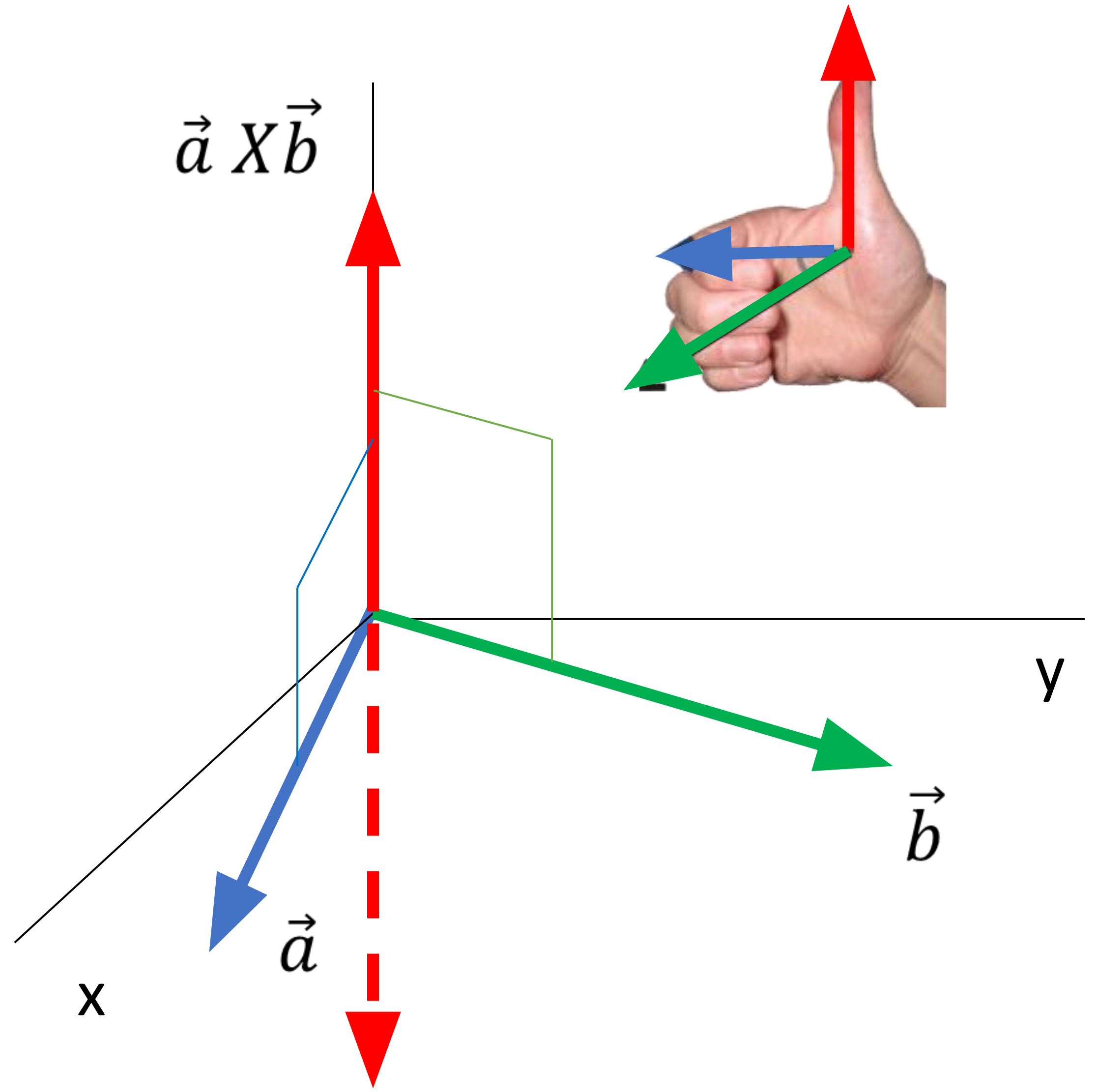
VECTORES

PRODUCTO CRUZ

Interpretación del producto cruz o vectorial entre dos vectores

Producto cruz





$$\vec{a}\;X\;\vec{b} \neq \vec{b}\;X\;\vec{a}$$

$$\vec{m} = \mathbf{3}\boldsymbol{i} - \mathbf{4}\boldsymbol{j} + \mathbf{3}\boldsymbol{k}$$

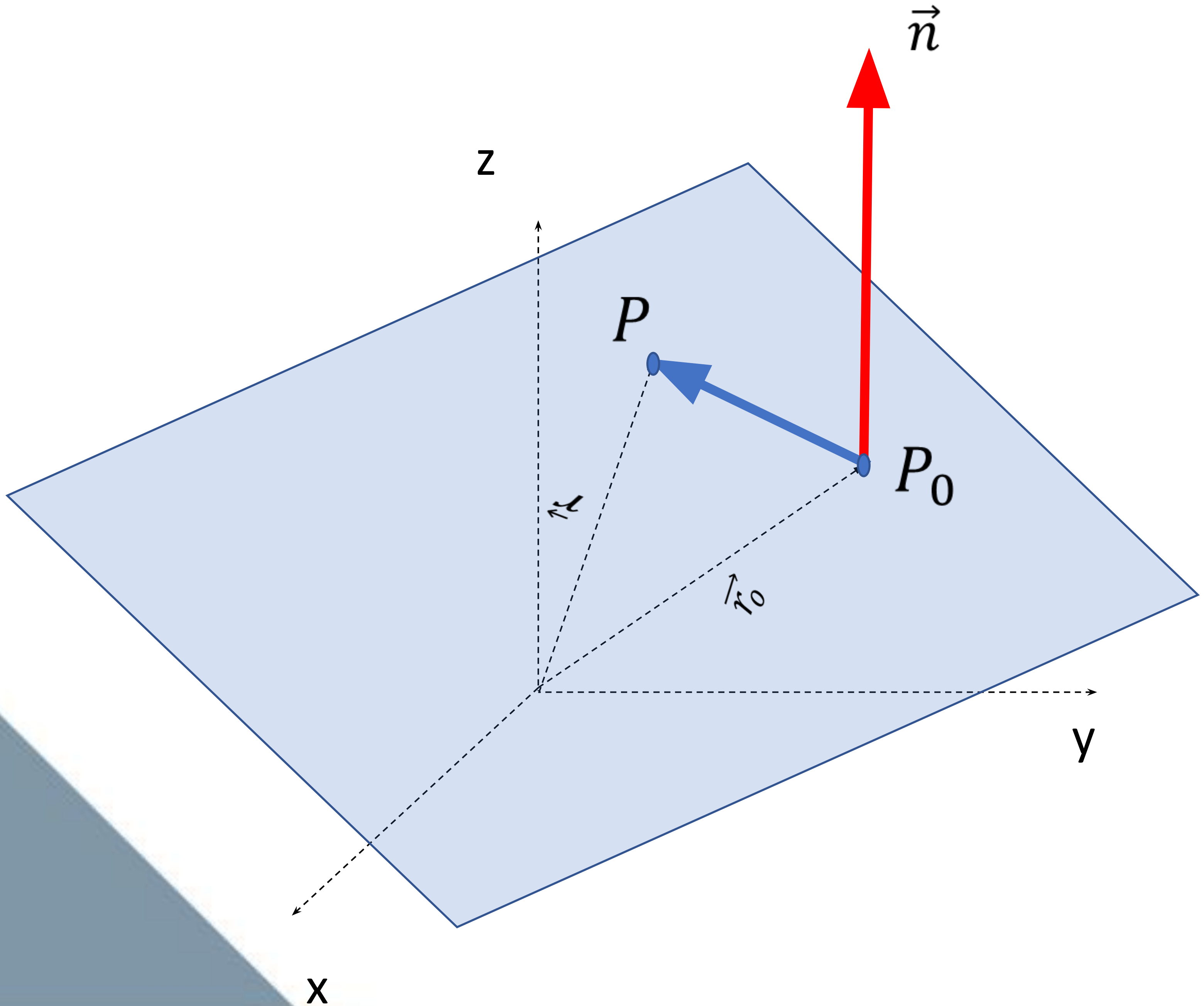
$$\vec{n} = \mathbf{5}\boldsymbol{i} - \mathbf{2}\boldsymbol{j} - \boldsymbol{k}$$

VECTORES

Ecuación de un plano

Determinaremos la ecuación de un plano que pasa por el punto p con la ayuda de vectores

Ecuación de un plano



$$P_0 = (x_0, y_0, z_0)$$

$$P = (x, y, z)$$

$$\vec{n} = \langle a, b, c \rangle$$

$$\vec{r} = \langle x, y, z \rangle$$

$$\vec{r}_0 = \langle x_0, y_0, z_0 \rangle$$

$$\overrightarrow{P_0 - P} = \vec{r} - \vec{r_o}$$

$$\vec{n}.\langle \vec{r} - \vec{r_o} \rangle = 0$$

Ecuación vectorial del plano

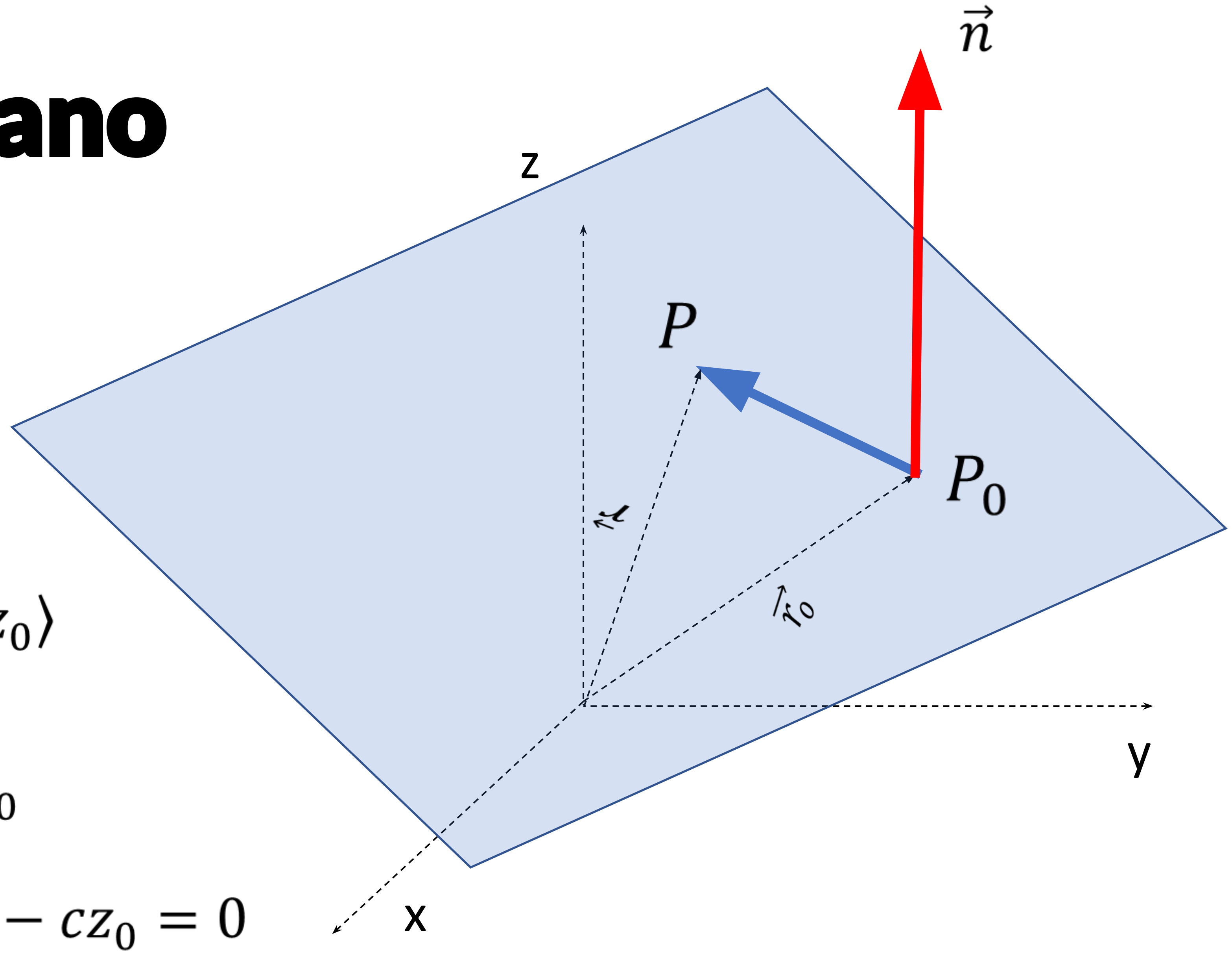
Ecuación de un plano

$$\vec{n}.(\vec{r} - \vec{r_o}) = 0$$

$$\vec{n}\,.\vec{r} - \vec{n}.\vec{r_o} = 0$$

$$\vec{n}\,.\vec{r} = \vec{n}.\vec{r_o}$$

$$\langle a, b, c\rangle.\langle x, y, z\rangle = \langle a, b, c\rangle.\langle x_0, y_0, z_0\rangle$$



$$ax + by + cz = ax_0 + by_0 + cz_0$$

$$ax - ax_0 + by - by_0 + cz - cz_0 = 0$$

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$

Ecuación escalar del plano

$$\vec{n} = \langle a, b, c\rangle$$

$$ax + by + cz + d = 0$$

Ecuación lineal del plano

VECTORES

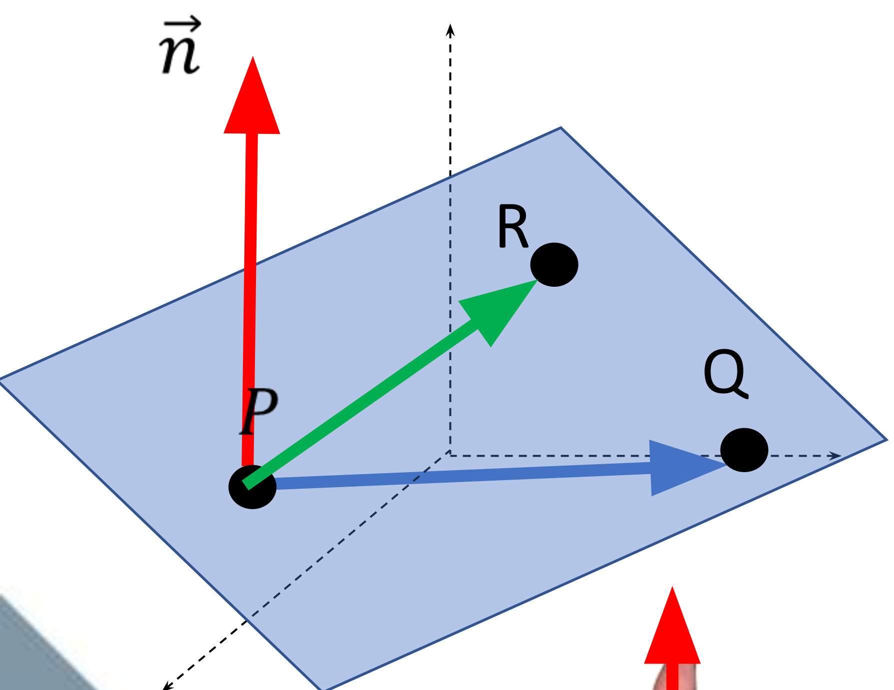
EJERCICIO ECUACIÓN PLANO

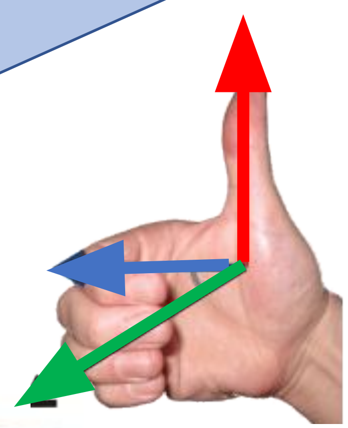
Determinaremos la ecuación de un plano que contiene tres puntos

Ejercicio

Determinar la ecuación del plano que contiene los puntos

$$P = (1,3,2) \qquad Q = (3,-2,1) \qquad R = (0,-4,-1)$$



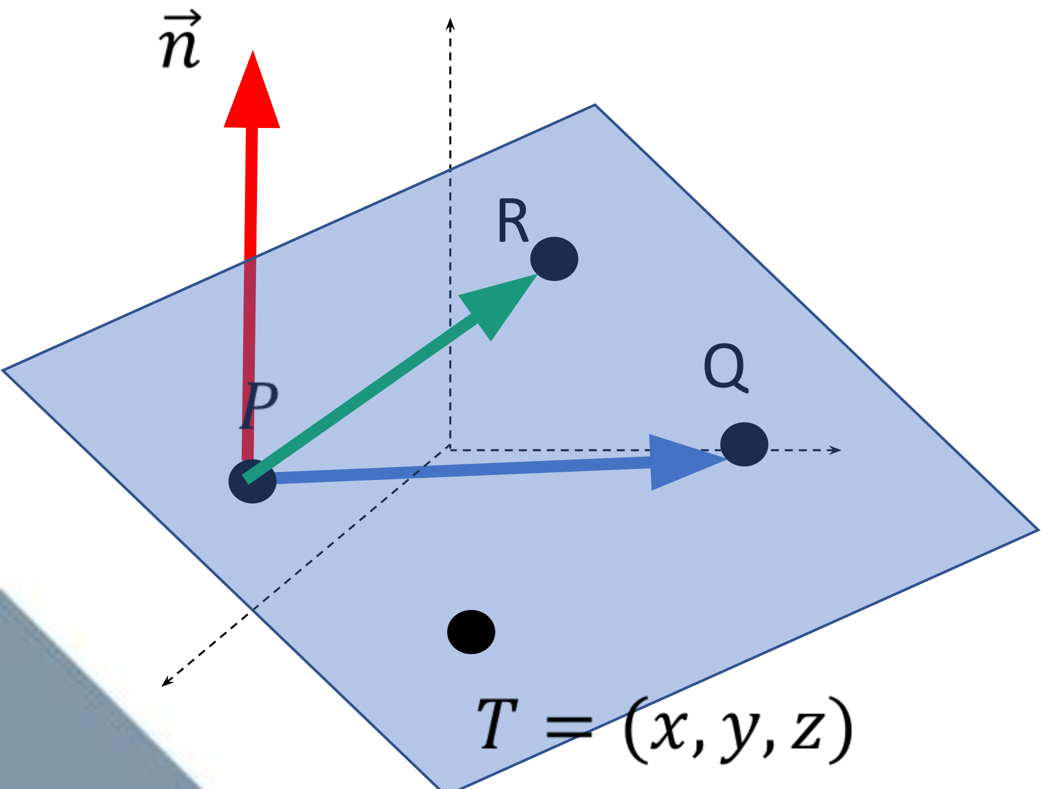


$$\overrightarrow{PQ} = (3,-2,1) - (1,3,2)$$
$$\overrightarrow{PQ} = \langle 2,-5,-1\rangle$$
$$\overrightarrow{PR} = (0,-4,-1) - (1,3,2)$$
$$\overrightarrow{PR} = \langle -1,-7,-3\rangle$$

$$\overrightarrow{PQ} \times \overrightarrow{PR} = \begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ 2 & -5 & -1 \\ -1 & -7 & -3 \end{vmatrix}$$

Ejercicio

$P = (1,3,2)$



$$\overrightarrow{PQ} \times \overrightarrow{PR} = 8i + 7j - 19k$$

$$\overrightarrow{PT}$$

$$\langle x-1, y-3, z-\ 2\rangle . \langle a, b, c\rangle = 0$$

$$a(x-1) + b(y-3) + c(z-2) = 0$$

$$8(x-1) + 7(y-3) - 19(z-2) = 0$$

$$8x - 8 + 7y - 21 - 19z + 38 = 0$$

$$8x + 7y - 19z + 9 = 0$$

PARTE 3

MATRICES

El objetivo de este capítulo es dar una introducción al uso de matrices, conocer sus propiedades cálculos y posibles operaciones, para luego dar paso a conceptos como matriz inversa, matrices invertibles y factorización LU

Introducción a las matrices

$A = \begin{vmatrix} 2 & -5 & -1 \\ -1 & -7 & -3 \end{vmatrix}$

$W = m\,X\,n$

$A = 2X3$

$B = 5X2$

a_{13} =-1

b_{32} =5

B= $\begin{vmatrix} 2 & -6 \\ 7 & -7 \\ -1 & 5 \\ -3 & -3 \\ 10 & 1 \end{vmatrix}$

$\begin{vmatrix} 2 & -5 & -1 \end{vmatrix}$

renglón

Columna $\begin{vmatrix} 2 \\ 7 \\ -1 \\ -3 \\ 10 \end{vmatrix}$

Cuadrada $\begin{vmatrix} 2 & -5 & -1 \\ -1 & -7 & -3 \\ -1 & -7 & -3 \end{vmatrix}$

Rectangular $\begin{vmatrix} 2 & -5 & -1 \\ -1 & -7 & -3 \end{vmatrix}$

Matriz transpuesta
$$\begin{vmatrix} 2 & -5 & -1 \\ -1 & -7 & -3 \end{vmatrix} \quad T= \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -5 & -7 \\ -1 & -3 \end{vmatrix}$$

Matriz Simétrica
$$\begin{vmatrix} 2 & -4 & -5 \\ -4 & -7 & -3 \\ -5 & -3 & 10 \end{vmatrix}$$

Matriz Diagonal
$$\begin{vmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

Matriz Identidad
$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Triangular superior
$$\begin{vmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 0 & 7 & 10 \\ 0 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

Triangular inferior
$$\begin{vmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 3 & 7 & 0 \\ 4 & 10 & -2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -4 & -5 \\ 0 & -7 & -3 \\ 0 & 0 & 10 \end{vmatrix}$$

A

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

B

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 11 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{vmatrix}$$

C

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & 0 \\ 0 & -3 & 10 \end{vmatrix}$$

D

MATRICES

Suma de matrices y multiplicación por escalar

Aprende las operaciones básicas que podemos realizar entre matrices.

Suma de matrices

$$A \begin{vmatrix} 2 & -5 & -1 \\ -1 & -7 & -3 \\ -1 & -7 & -3 \end{vmatrix} \qquad B \begin{vmatrix} 3 & -5 & 2 \\ 8 & 2 & -1 \\ 5 & 7 & 9 \end{vmatrix} \qquad A + B \begin{vmatrix} 5 & -10 & 1 \\ 7 & -5 & -4 \\ 4 & 0 & 6 \end{vmatrix}$$

Multiplicación por escalar

$$B \begin{vmatrix} 3 & -5 & 2 \\ 8 & 2 & -1 \\ 5 & 7 & 9 \end{vmatrix} \qquad 3B \begin{vmatrix} 9 & -15 & 6 \\ 24 & 6 & -3 \\ 15 & 21 & 27 \end{vmatrix}$$

Ejercicio

Determinar la matriz X tal que:

$$2X - 4B = 3A$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

$$A \qquad\qquad B$$

MATRICES

Multiplicación matricial

Conoceremos la forma en la que dos matrices pueden ser multiplicadas entre sí

$$A \quad \begin{vmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 2 & 4 & 3 \\ -1 & 3 & 1 \end{vmatrix} \qquad\qquad B \quad \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$3\ X\ 3 \qquad\qquad\qquad 3\ X\ 2$$

$$AB$$

$$\begin{vmatrix} ab_{11} & ab_{12} \\ ab_{21} & ab_{22} \\ ab_{31} & ab_{32} \end{vmatrix}$$

MATRICES

Matriz inversa

Definiremos la matriz inversa y sus propiedades, aprenderemos a calcularla y a resolver problemas utilizando este concepto.

$$2.1 = 2$$

$$2.\frac{1}{2} = 1$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$A.A^{-1} = I$$

$$A^{-1} \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$$

$$A \begin{vmatrix} 4 & -7 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\left| \begin{array}{c:c} A & I \end{array} \right| \qquad \left| \begin{array}{c:c} I & A^{-1} \end{array} \right|$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

MATRICES

Matriz inversa

Conoceremos otro método para encontrar la matriz inversa a partir de determinantes adjunta y transpuesta

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} Adj\ (A^t)$$

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$|A| = 1$$

$$A^t \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$Adj\ (A^t) \begin{vmatrix} ? & ? & ? \\ ? & ? & ? \\ ? & ? & ? \end{vmatrix}$$

MATRICES

Factorización LU

Conoceremos un método de factorización entre matrices que nos facilitara el desarrollo de ecuaciones de la forma Ax=b

$$Ax = b$$

$$A = LU$$

$$L = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 4 & 6 & -1 \end{vmatrix} \qquad U = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 7 \end{vmatrix}$$

$$LUx = b$$

$$Ux = y \qquad Ly = b$$

Suma de múltiplos con otras filas

No multiplicación por escalar en renglón

Ejercicio

Resolvamos el siguiente sistema

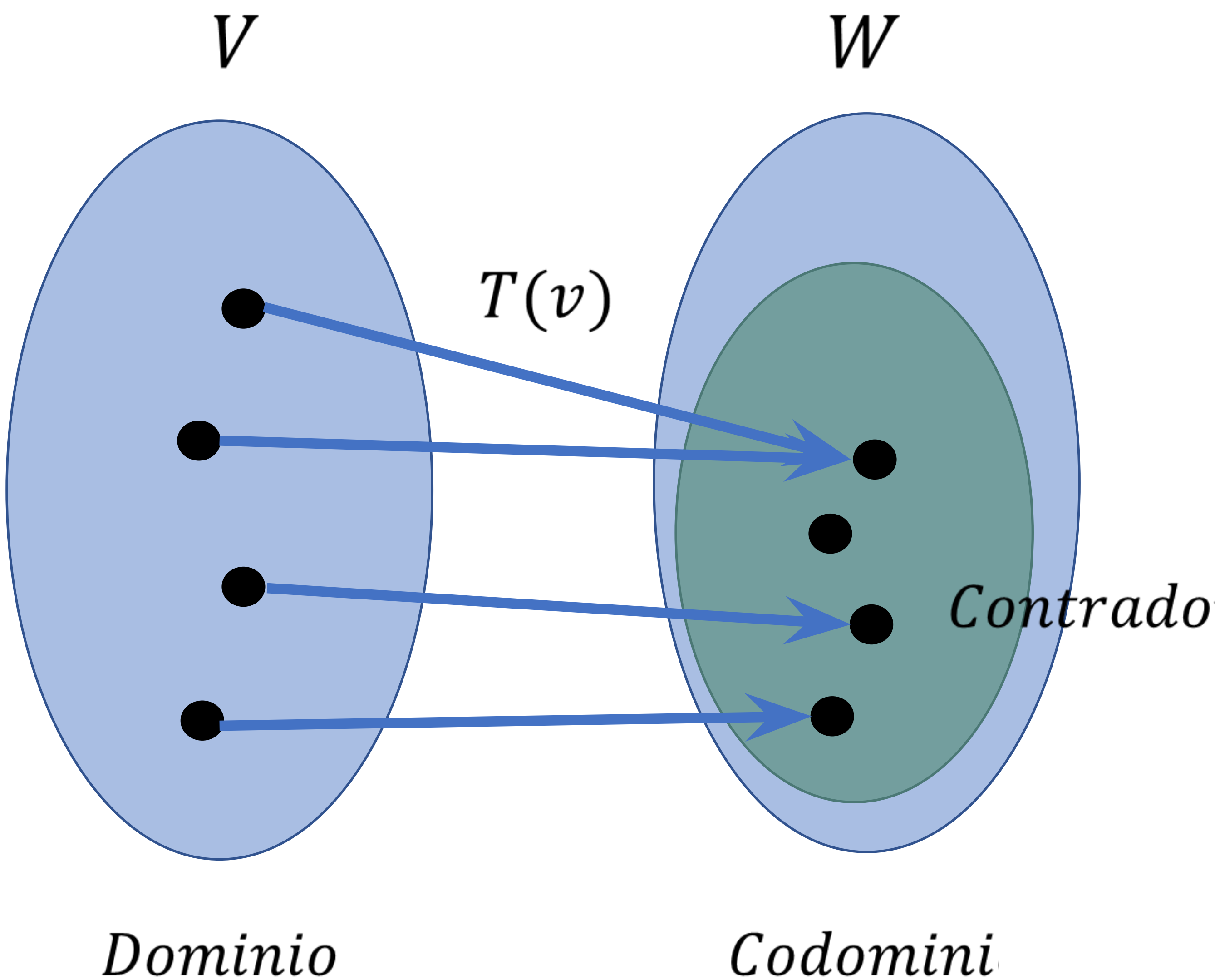
$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 \\ 7 \\ 18 \end{vmatrix}$$

PARTE 4

TRANSFORMACIONES LINEALES

Conoceremos una de las aplicaciones mas interesantes del algebra lineal.

Transformaciones lineales



$$f(x) = y$$

$$T: V \rightarrow w$$

$$T(v) = w$$

$$v \in \mathrm{V}$$

$$w \in \mathrm{W}$$

$$T(u + v) = T(u) + T(v)$$

$$T(\alpha . v) = \alpha T(v)$$

Ejercicio

$$T(x, y, z) = (x - y + z, x + y - z)$$

Es T una transformación? Cual es su dominio y su codominio?

Cuál es la imagen de los vectores (1,-2,3) (1,2,-3) (1,0,5)

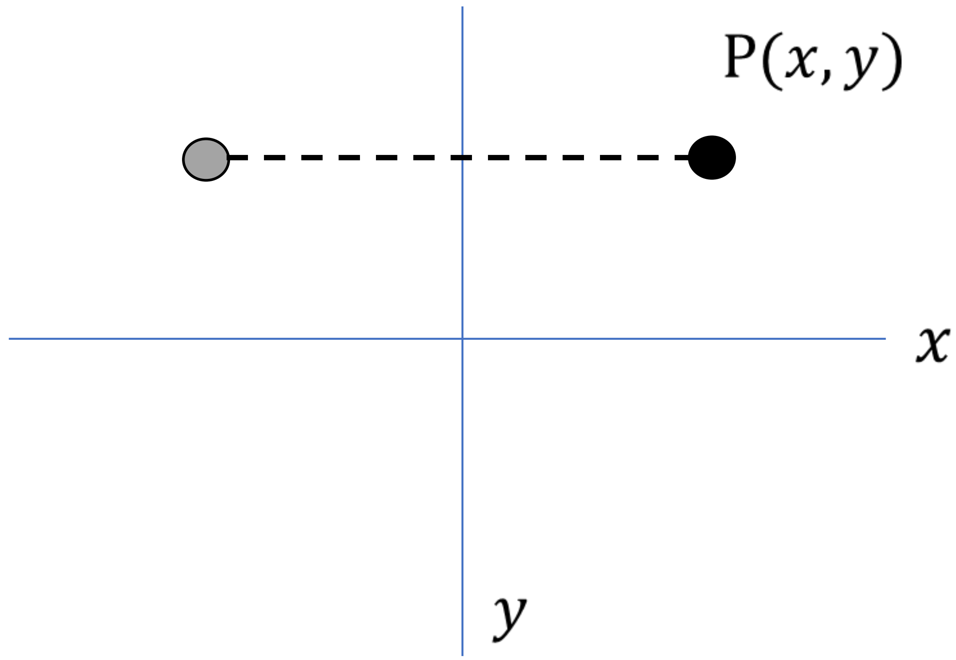
Cuál es la Matriz de transformación

TRANSFORMACIONES LINEALES

Reflexiones

Aprenderemos a reflejar un punto con respecto a los ejes principales y al origen

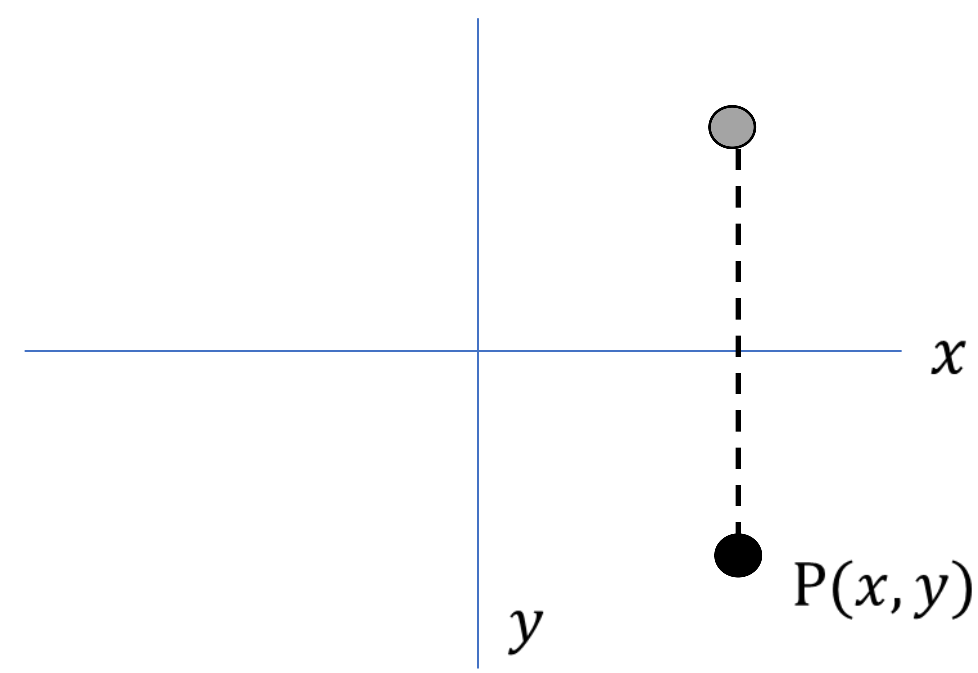
$$Ry(x, y) = (-x, y)$$



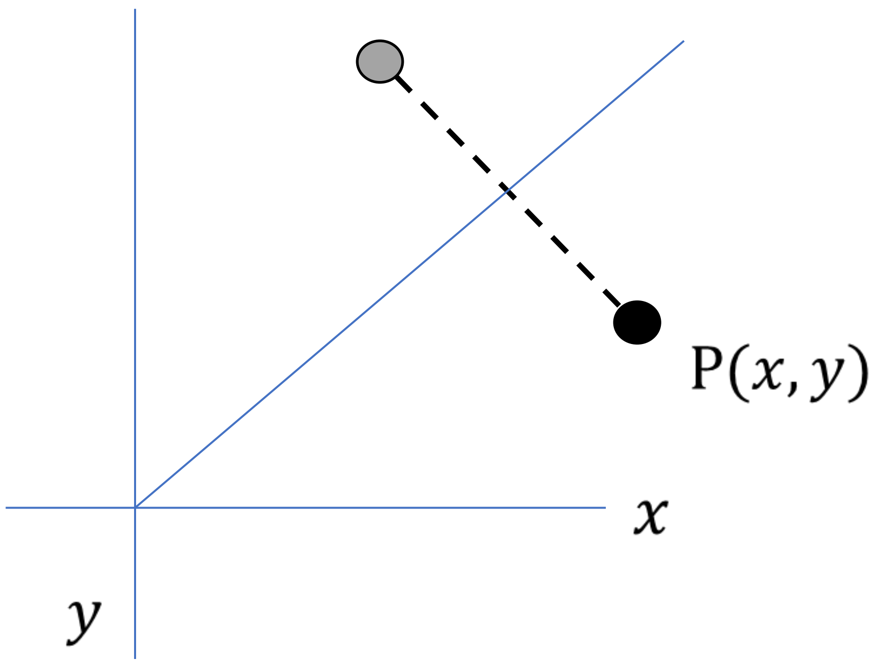
$$Eje\ x \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}$$

$$Rx(x, y) = (x, -y)$$

$$Eje\ y \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$



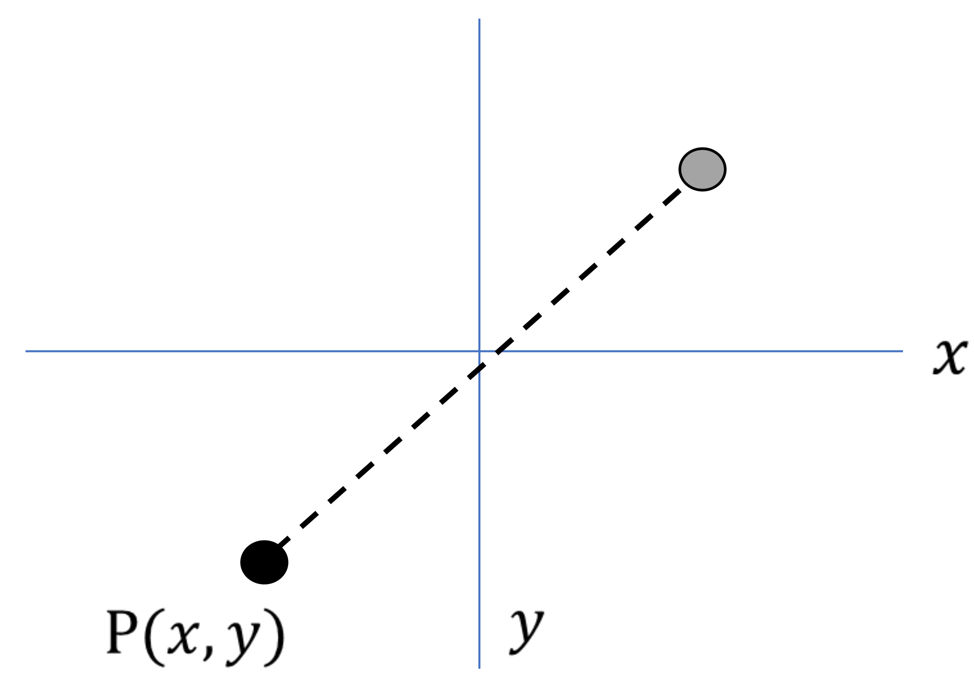
$$Rd(x,y) = (y,x)$$



Diagonal $\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$

Origen $\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}$

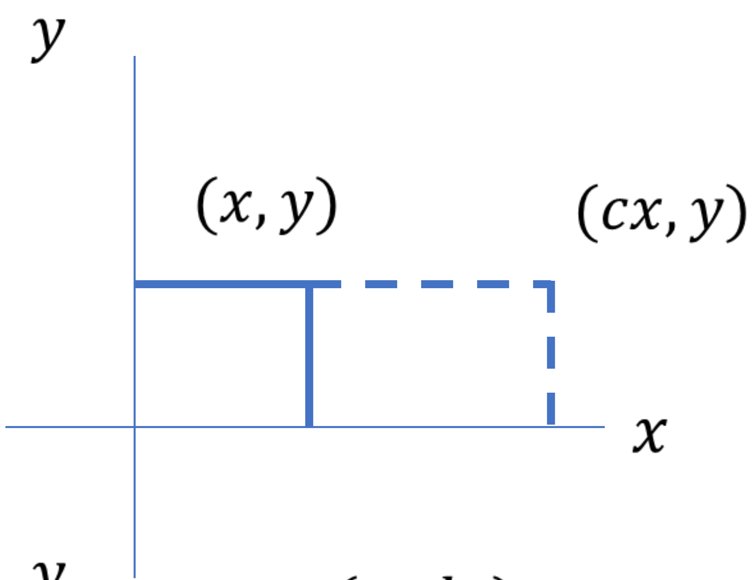
$$Ro(x,y) = (-x,-y)$$



TRANSFORMACIONES LINEALES

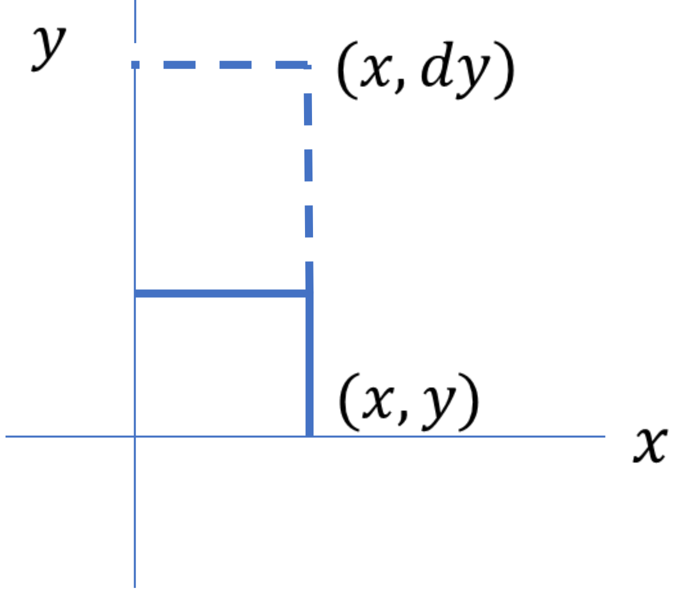
Compresiones y expansiones

Aprenderemos a comprimir y expandir planos a lo largo de los ejes coordenados.



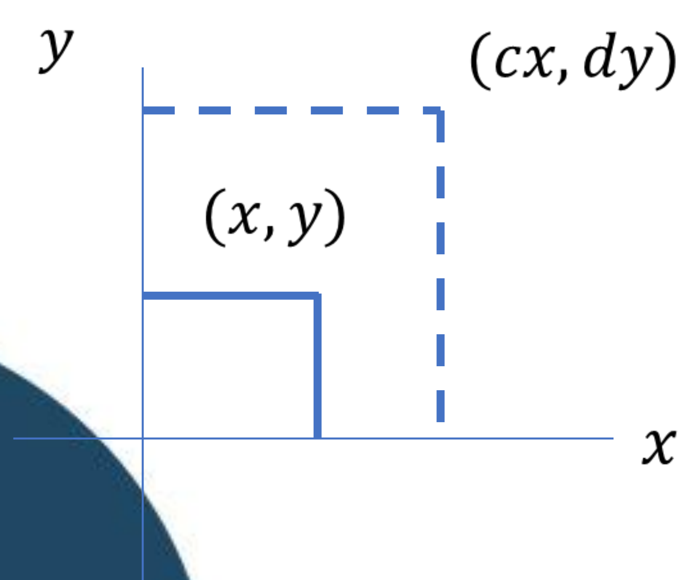
Matriz de transformación escalamiento eje x

$$\begin{vmatrix} c & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$



Matriz de transformación escalamiento eje y

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & d \end{vmatrix}$$



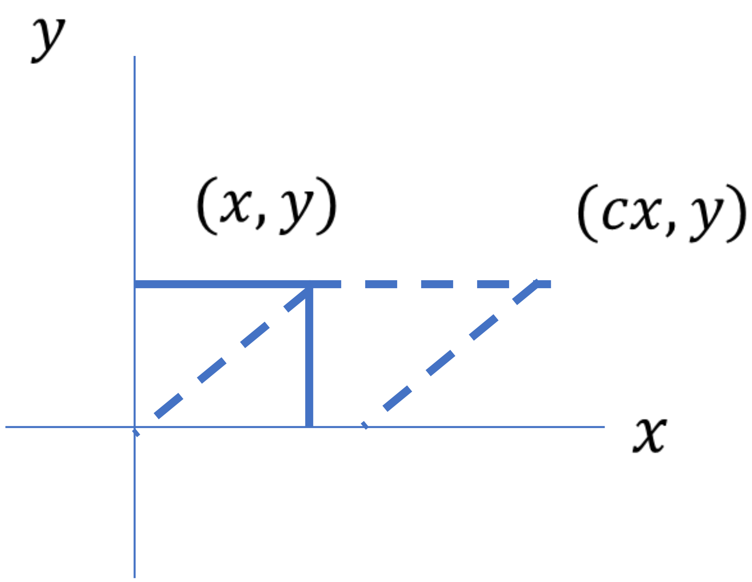
Matriz de transformación escalamiento eje x , y

$$\begin{vmatrix} c & 0 \\ 0 & d \end{vmatrix}$$

TRANSFORMACIONES LINEALES

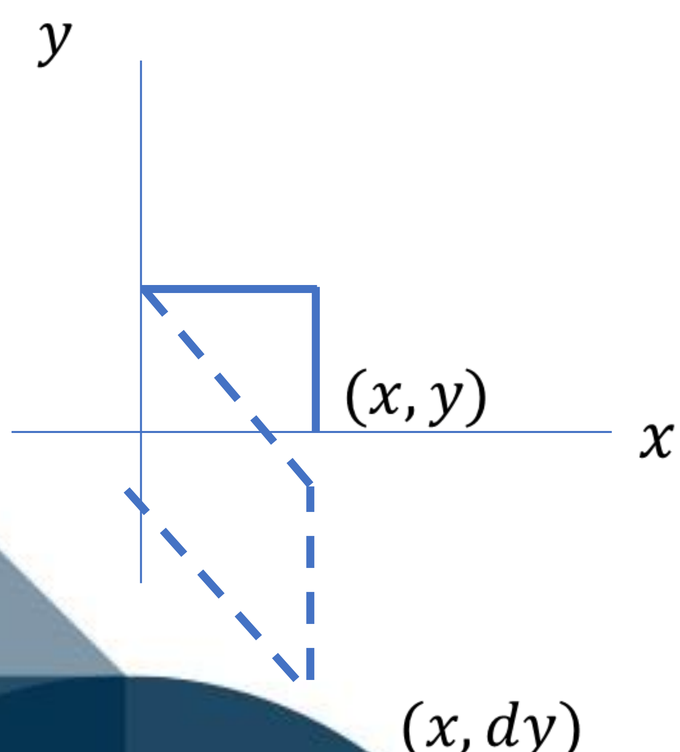
Cortes o deslizamientos

Aprenderemos a hacer cortes o deslizamientos a lo largo de los ejes coordenados



$$S_x(x, y) = (x + cy, y)$$

Matriz de transformación escalamiento eje x $\begin{vmatrix} 1 & c \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$



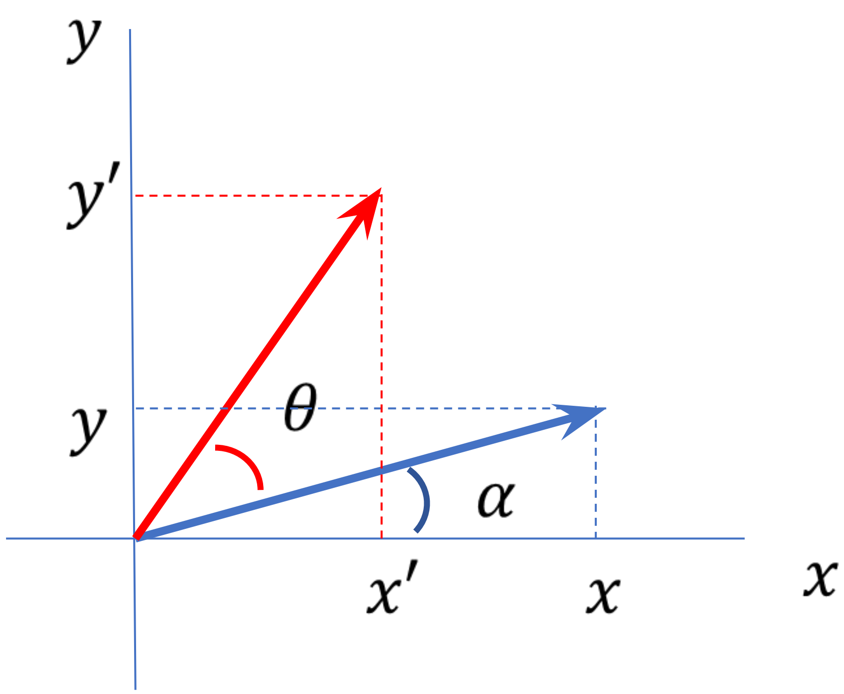
$$S_x(x, y) = (x, y + cx)$$

Matriz de transformación escalamiento eje y $\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ c & 1 \end{vmatrix}$

TRANSFORMACIONES LINEALES

Rotaciones

Aprenderemos a girar vectores en un angulo detrminado y en sentido contrario a las manecillas del reloj



$$x = r\cos\alpha$$

$$y = r\sin\alpha$$

$$x' = r\cos(\alpha + \theta)$$

$$y' = r\sin(\alpha + \theta)$$

$$x' = r\cos\alpha\,\cos\theta - r\sin\alpha\sin\theta$$

$$y' = r\sin\alpha\,\cos\theta + r\,cos\,\alpha\sin\theta$$

$$x' = x\cos\theta - y\sin\theta$$

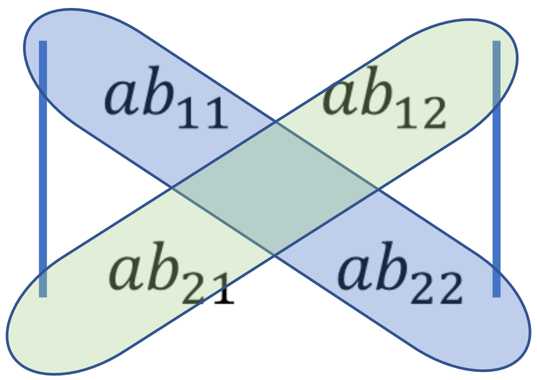
$$y' = y\cos\theta - x\sin\theta$$

$$\begin{vmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x' \\ y' \end{vmatrix}$$

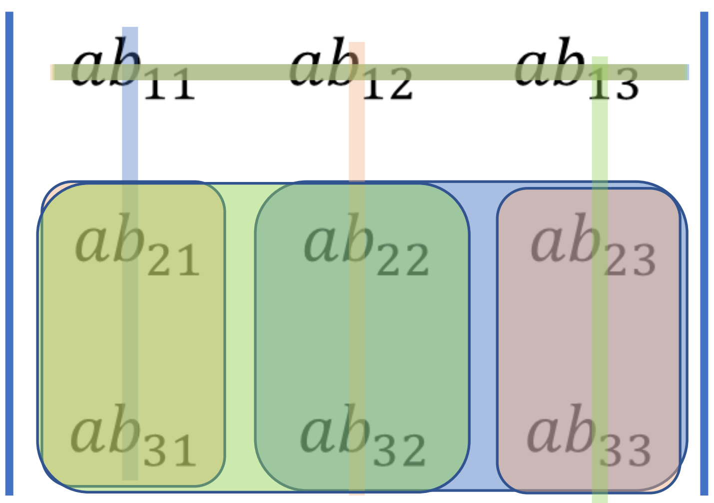
PARTE 5

DETERMINANTES

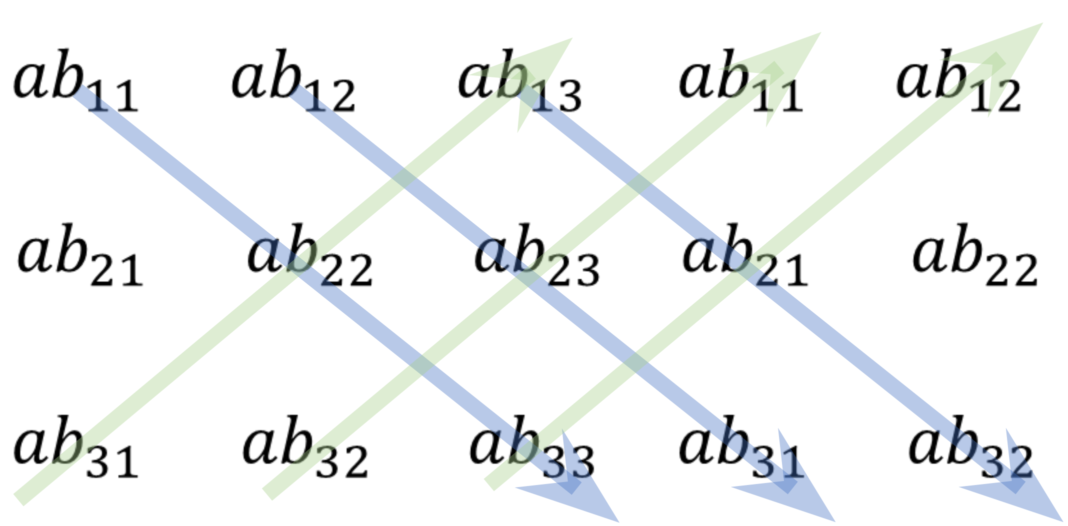
Conoceremos diferentes formas para hallar los determinantes, así como su interpretación geométrica y ejercicios con aplicaciones



$$|A| = (ab_{11} * ab_{22}) - (ab_{21} * ab_{12})$$



$$|A| = ab_{11} \square \quad -ab_{12} \square \quad +ab_{13} \square$$



MATRICES

Desarrollo por cofactores

Aprenderemos un método efectivo y que nos puede ahorrar muchos cálculos a la hora de encontrar el determinante.

$$
\begin{vmatrix}
ab_{11} & ab_{12} & ab_{13} \\
ab_{21} & ab_{22} & ab_{23} \\
ab_{31} & ab_{32} & ab_{33}
\end{vmatrix}
$$

$$
\begin{vmatrix}
+ & - & + \\
- & + & - \\
+ & - & +
\end{vmatrix}
$$

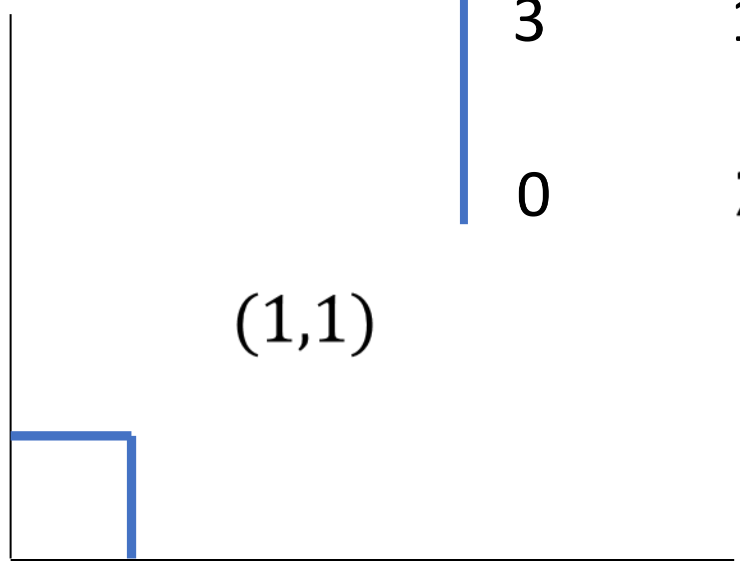
$$
\begin{vmatrix}
ab_{11} & ab_{12} & ab_{13} \\
ab_{21} & ab_{22} & ab_{23} \\
ab_{31} & ab_{32} & ab_{33}
\end{vmatrix}
$$

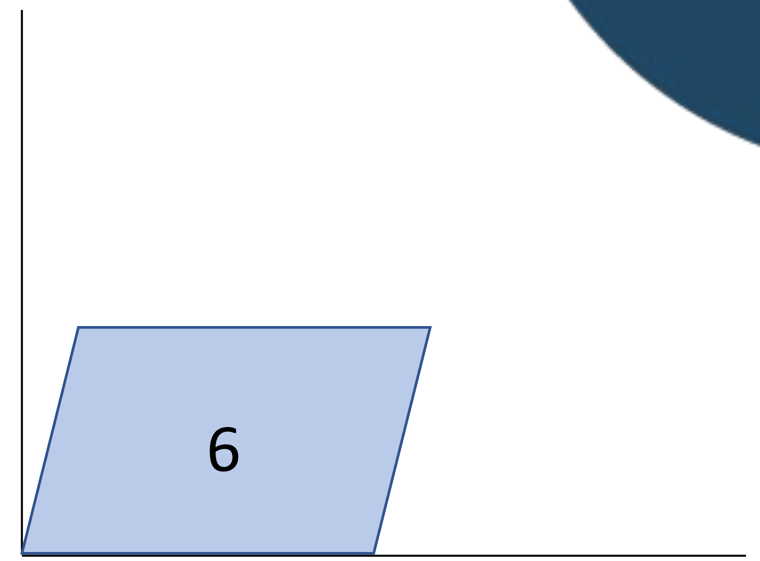
MATRICES

Geometría y propiedades del determinante

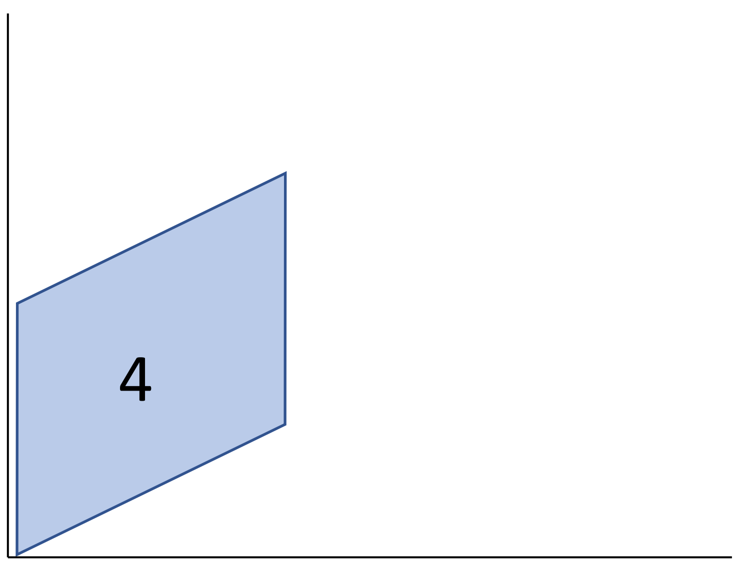
Aprenderemos un método efectivo y que nos puede ahorrar muchos cálculos a la hora de encontrar el determinante.

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}$$





$$\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$$



$Si\ A\ tiene\ un\ renglón\ o\ columna\ de\ ceros, entonces\ el\ \det(A) = 0$

$Si\ A\ tiene\ dos\ renglones\ o\ columnas\ que\ son\ iguales, \det(A) = 0$

$Si\ A\ tiene\ dos\ renglones\ o\ columnas\ que\ son\ multiplos\ entre\ si, \det(A) = 0$

$El\ determinante\ de\ (A) y\ de\ la\ transpuesta\ de\ (A) es\ el\ mismo = 0$

MATRICES

Regla de Cramer

Conoceremos un método para la resolución de sistemas haciendo uso de las propiedades del determinante

$$Ax = b \qquad \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{vmatrix}$$

$$\underset{A_1}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{vmatrix}} \qquad \underset{A_2}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{vmatrix}} \qquad \underset{A_3}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{vmatrix}}$$

$$X_1 = \frac{|A_1|}{|A|} \qquad X_2 = \frac{|A_2|}{|A|} \qquad X_3 = \frac{|A_3|}{|A|}$$

Ejercicio

Resolvamos el siguiente Sistema
utilizando la regla de Cramer

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 \\ 7 \\ 18 \end{vmatrix}$$