第二章“概率论与随机过程”作业

第一部分（作业本提交）：

习题 1

证明两个独立的连续型随机变量的和的概率密度函数等于这两个随机变量概率密度函数的卷积。

习题 2

假设 X_1， X_2， X_3，是联合正态分布，它们的一次和二次阶矩如下：

E[X_1]=5	E[X_1^2]=31	E[X_1 X_2]=16
E[X_2]=3	E[X_2^2]=13	E[X_1 X_3]=13
E[X_3]=2	E[X_3^2]=11	E[X_2 X_3]=8

求它们相应的联合概率密度函数。

习题 3

假设有一服从在区间[0, π]上均匀分布的随机变量 X，随机变量 Y 是 X 的函数，其函数关系为$Y=G\left(X\right)=\cos X$，求 Y 的概率密度函数。

习题 4

一个随机过程表示为：$X\left(t\right)=A\cos\left(\omega_0 t+\Theta\right)$，其中 A, ω_0 为常数，随机变量Θ满足以下的概率分布密度函数：

$$f_\Theta\left(\theta\right)=\begin{cases}2/\pi & 0\le\theta\le\pi/2\\ 0 & \text{otherwise}\end{cases}$$

(a)求该随机过程的均值与方差；

(b)求该随机过程的自相关函数；

(c)该过程是否是平稳的。

习题 5

假设 $X\left(t\right)$ 和 $Y\left(t\right)$ 是两个独立的均值为零的平稳随机过程，$U\left(t\right)$ 和 $V\left(t\right)$ 两个新的过程如下所示：

$$U\left(t\right)=X\left(t\right)+Y\left(t\right)\qquad V\left(t\right)=2X\left(t\right)+3Y\left(t\right)$$

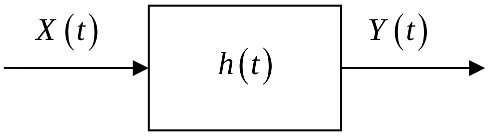
请用 $R_X(\tau)$ 和 $R_Y(\tau)$ 来表示 $R_U(\tau)$， $R_V(\tau)$， $R_{UV}(\tau)$ 和 $R_{VU}(\tau)$ 。

习题 6

假设 $Z\left(t\right)=X\left(t\right)+Y\left(t\right)$，其中 $X\left(t\right)$ 和 $Y\left(t\right)$ 独立且零均值，并且它们的自相关函数为 $R_X\left(\tau\right)=\frac{\lambda_x}{2}e^{-\lambda_x|\tau|}$， $R_Y\left(\tau\right)=\frac{\lambda_y}{2}e^{-\lambda_y|\tau|}$，求 $Z\left(t\right)$ 的功率谱密度。

习题 7

设 $X(t)$ 是一个广义平稳随机过程，均值为 0，自相关函数为 $R_X(\tau)=\sigma^2\delta(\tau)$。将 $X(t)$ 通过一个线性时不变系统，该系统的单位冲击响应为 $h(t)=e^{-2t}$，$t\ge 0$。求解系统输出随机过程 $Y(t)$ 的均值，自相关函数，以及功率谱密度。



习题 8

假设有一个随机过程 $N(t)=U\exp(-|t|)+V$，其中 U 和 V 是相互独立的均值为 0，方差为 1 的高斯随机变量。

(a)求该随机过程的均值与方差；

(b)求该随机过程的自相关函数；

(c)该过程是否是平稳的。

习题 9

课本2-16

习题 10

课本 2-17

第二部分（将程序与结果上传至 e-learning）：

习题 1

熟悉 matlab 中有关随机函数生产的方法，利用 help 熟悉 rand, randn,等基本函数。

习题 2

验证中心极限定理：用 matlab 函数产生 1000 个独立的服从[0，1]均匀分布的样本，求它们的均值，重复这一操作 10000 次，将这 10000 次循环得到的均值采用直方图函数（hist）画出，解释得到的结果。

习题 3

查看附件和书，写出二维高斯随机变量的概率密度函数的表达式，并用 matlab 中的 surf 函数画出。改变相关参数，包括均值，方差，相关系数等，解释相关结果与这些参数之间的关系。

习题 4

用 matlab 产生一个高斯白噪声随机过程，画出时域样本函数，通过产生多个样本函数并求平均的方法获得该随机过程的均值曲线，按照有关功率谱定义中集平均的概念通过对该随机过程多个样本的平均处理得到该随机过程的功率谱。

将该随机过程通过某一低通滤波器（滤波器的冲激响应可以自己设计，也可以用 matlab 中的一些函数），按照功率谱的定义画出输出随机过程的功率谱。（求集平均的方法可以参照示范程序，该程序涉及的随机过程对应课本例 2-1）