

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ABC
CENTRO DE ENGENHARIA, MODELAGEM E CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS - CECS

Heitor Rodrigues Savegnago

**ANÁLISE DE SISTEMAS DE GEOLOCALIZAÇÃO BASEADOS EM
GPS E AOA PARA FOGUETES DE SONDAGEM ATMOSFÉRICA**

Santo André, SP
2025

Heitor Rodrigues Savegnago

ANÁLISE DE SISTEMAS DE GEOLOCALIZAÇÃO BASEADOS EM GPS E AOA PARA FOGUETES DE SONDAGEM ATMOSFÉRICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Centro de Engenharia, Modelagem e Ciências Sociais Aplicadas da Universidade Federal do ABC como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Informação.

Orientador: Prof. Dr. Ivan Roberto de Santana Casella.

Santo André, SP
2025

Agradecimentos

Resumo

Alterar

O objetivo principal do projeto é a concepção de um sistema de localização relativa para um foguete de sondagem atmosférica. Este sistema servirá para guiar um grupo de busca em campo na tarefa de localizar o veículo após o aterrizagem.

O direcionamento da busca seria feita utilizando o método de ângulo de chegada relativo ao sinal oriundo da telemetria do foguete. O sinal será recebido por uma matriz de antenas, viabilizando os cálculos de ângulo.

O objetivo secundário do projeto é comparar a performance deste sistema com a performance de outro sistema de localização relativa, que utiliza coordenadas geográficas para os cálculos. Este outro sistema se baseia em cálculos de azimuth entre as coordenadas do veículo e do grupo de busca.

Por se tratar de um sistema com dados processados no veículo, se houverem problemas internos com o GPS de bordo, estes cálculos são inviabilizados. Outro problema deste sistema é relativo à precisão da coordenada geográfica, fazendo com que, à certa distância, a precisão da direção perca sua confiabilidade.

Por outro lado, a versão utilizando o ângulo de chegada não depende dos dados transmitidos no sinal, bem como poderá funcionar bem a distâncias mais curtas.

Figuras

1	Caption	1
2	Representação geométrica de distância e ângulo em relação ao norte entre coordenadas geográficas \mathbf{A}_g e \mathbf{B}_g	3
3	Cálculo do ângulo de <i>Bearing</i> β_b entre as coordenadas dos Campi Santo André e São Bernardo do Campo da UFABC.....	5
4	Característica de frente de onda a cada λ a partir da antena emissora, destaque para $d_F = 8\lambda$	6
5	Diferentes valores de θ_{AoA} para sinal incidente em par de antenas, sistema com ângulo $\alpha_k = 20^\circ$ em relação à referência.	7
6	Diferentes valores para d	8
7	Diferentes distribuições de antenas.	9
8	Geometria geral do sistema com $N_{ant} = 3$	10
9	Exemplo de quadro da animação de saída da função <code>generate_fig</code>	20
10	<code>simul_POLY_3_R_50</code>	21
11	<code>simul_POLY_3_R_50_SNR_1_ATT</code>	22
12	<code>simul_POLY_3_R_50_SNR_1</code>	22
13	<code>simul_POLY_5_R_50</code>	23
14	<code>simul_POLY_5_R_50_SNR_1</code>	23
15	<code>simul_POLY_5_R_50_SNR_1_ATT</code>	24

Tabelas

Códigos

1	Função <code>argument_r</code> , simplificada.....	16
2	Função <code>ref_cos</code> , simplificada.	16
3	Função <code>ref_sin</code> , simplificada.	16
4	Função <code>signal_r</code> , simplificada.	17
5	Função <code>is octave</code> , simplificada.	18
6	Função <code>calc_AoA</code> , simplificada.	19
7	Função <code>phase_z</code> , simplificada.	19
8	Função <code>dephase_A_to_B</code> , simplificada.....	20
9	Função <code>deltas_A_B</code> , simplificada.....	20

Abreviaturas e Siglas

AoA	Ângulo de Chegada (<i>Angle of Arrival</i>)
AWGN	Ruído Gaussiano Branco Aditivo (<i>Additive White Gaussian Noise</i>)
FFT	Transformada Rápida de Fourier (<i>Fast Fourier Transform</i>)
GNSS	Sistema Global de Navegação por Satélite (<i>Global Navigation Satellite System</i>)
GPS	Sistema de Posicionamento Global (<i>Global Positioning System</i>)
IoT	Internet das Coisas (<i>Internet of Things</i>)
LoRa	<i>Longe Range</i>
LoS	Linha de visão (<i>Line of Sight</i>)
NLoS	Sem Linha de visão (<i>Non Line of Sight</i>)
RF	Radiofrequência (<i>Radio Frequency</i>)
SDR	Rádio Definido por Software (<i>Software-Defined Radio</i>)
SNR	Relação Sinal-Ruído (<i>Signal-Noise Ratio</i>)
UCA	Matriz Circular Uniforme (<i>Uniform Circular Array</i>)
ULA	Matriz Linear Uniforme (<i>Uniform Linear Array</i>)

Símbolos e Operadores

\mathbf{A}_g	Coordenada geográfica A
A_k	k -ésima antena da malha
\mathbf{B}_g	Coordenada geográfica B
c	Velocidad da luz no ar
D_{ant}	Maior dimensão da antena emissora para cálculo da distância de Fraunhofer
d	Distância entre antenas
d_{F}	Distância de Fraunhofer
d_{AB}	Distância entre coordenadas geográficas A e B
f	Frequência do sinal w de interesse
I_K	Componente em fase do valor complexo do sinal recebido
i	Unidade imaginária, $\sqrt{-1}$
k	Índice das antenas da malha
N_{ant}	Número de antenas da malha
Q_K	Componente em quadratura do valor complexo do sinal recebido
R_{Terra}	Raio do planeta
T	Período do sinal w de interesse
w	Sinal de interesse para análise, incidente na malha de antenas
x_{A_k}	Componente x de coordenada para a antena A_k
y_{A_k}	Componente y de coordenada para a antena A_k
Z_K	Valor complexo do sinal recebido na antena A_k
α_k	Ângulo formado pelo par de antenas A_k e A_{k+1} em relação à geometria do sistema
$\beta_{\pm k}$	Par de ângulos simétricos calculados a partir do sinal incidente no par de antenas A_k e A_{k+1}
β_b	Ângulo de <i>bearing</i> relativo
$\Delta\Phi_k$	Diferença de fase em par de antenas A_k e A_{k+1}
$\Delta\theta$	Diferença entre os ângulos $\theta_{\mathbf{A}_g}$ e $\theta_{\mathbf{B}_g}$
$\Delta\phi$	Diferença entre os ângulos $\phi_{\mathbf{A}_g}$ e $\phi_{\mathbf{B}_g}$
δ	Intervalo de quantização e de filtro para valores de Θ

Θ	Conjunto de todos os valores $\theta_{\pm k}$ aferidos
$\Theta_{\lfloor \bullet \rfloor}$	Valores de Θ quantizados por δ
$\Theta_{\mathbf{F}}$	Valores de Θ filtrados
$\theta_{\mathbf{AoA}}$	Valor do Ângulo de Chegada AoA
$\theta_{\pm k}$	Par de possíveis ângulos de $\theta_{\mathbf{AoA}}$ referentes ao par de antenas A_k e A_{k+1}
$\theta_{\mathcal{M}_o}$	Moda estatística do conjunto $\Theta_{\lfloor \bullet \rfloor}$
$\theta_{\mathbf{A}_g}$	Longitude da coordenada geográfica A
$\theta_{\mathbf{B}_g}$	Longitude da coordenada geográfica B
λ	Comprimento de onda do sinal w de interesse
ρ	Raio do polígono regular formador da malha de antenas
Φ_k	Fase do sinal na antena k
$\phi_{\mathbf{A}_g}$	Latitude da coordenada geográfica A
$\phi_{\mathbf{B}_g}$	Latitude da coordenada geográfica B
ω	Frequência angular do sinal w de interesse
$\widetilde{\mathcal{H}}$	Operação estatística mediana para o conjunto \mathcal{H}
$\mathcal{M}_o(\mathcal{H})$	Operação estatística moda para o conjunto \mathcal{H}
$\mathcal{I}m(h)$	Parte imaginária do valor complexo h
$\mathcal{R}e(h)$	Parte real do valor complexo h
$\lfloor h \rfloor$	Operação arredondar, arredonda o valor de h para o inteiro mais próximo

Sumário

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Motivação	1
1.2	Objetivos	2
1.3	Estrutura do documento	2
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	3
2.1	Fundamentação teórica	3
2.1.1	Direcionamento por coordenadas geográficas	3
2.1.2	Estimar AoA utilizando malha de antenas	6
2.2	Trabalhos relacionados	12
3	METODOLOGIA	14
3.1	Simulação	14
3.1.1	Parâmetros envolvidos	14
3.1.2	Funções auxiliares	16
3.1.3	Função de cálculo para AoA	18
3.1.4	Função de geração saída visual	18
3.1.5	Função geral da simulação	20
4	RESULTADOS	21
5	CONCLUSÃO	25
	REFERÊNCIAS	26

1 Introdução

1.1 Motivação

Foguetes de sondagem atmosférica são veículos aeroespaciais sub-orbitais utilizados para levar sensores e experimentos científicos a altos níveis atmosféricos, com o intuito de realizar estudos e análises relacionados às diversas condições ali presentes [1]. Estes veículos geralmente utilizam motor de propelente sólido, de um ou dois estágios, e são equipados com sistemas de controle, telemetria e recuperação, além de transportarem o experimento científico, denominado carga-paga [2, 3]. Algumas das vantagens desses veículos são o baixo custo e a menor necessidade de alcance pra sistemas de telemetria e rastreo, tendo em vista que não entram em órbita [4].

No contexto de foguetes de sondagem, existem competições que fomentam o desenvolvimento e competitividade em equipes universitárias de foguetemodelismo [5]. Algumas dessas competições tem grande parte de suas categorias definidas nas bases de foguetes de sondagem, com apogeu de voo entre 1 km e 10 km de altura acima do nível do solo. Nestes casos, a sequência de operações normal do foguete, apresentada na Figura 1, consiste em: ignição do primeiro estágio do motor, decolagem, período propulsionado, término de queima do primeiro estágio, desacoplamento do primeiro estágio, ignição do segundo estágio, segundo período propulsionado, término de queima do segundo estágio, início do período inercial balístico, apogeu, detecção do apogeu pelos sistemas embarcados e liberação do paraquedas piloto, liberação do paraquedas principal a certa altitude e finalmente o pouso [2, 3]. Desacoplamento do primeiro estágio, ignição e fase propulsionada do segundo somente se aplicam a foguetes de dois estágios.

Figura 1: Caption



Fonte: Autor

A partir do momento do pouso, o próximo objetivo nessas competições consiste em localizar o foguete, vários métodos podem ser empregados nessa situação, desde cores chamativas no veículo e paraquedas, até sinais sonoros. Essas competições geralmente recomendam, e até exigem, a presença de um Sistema Global de Navegação por Satélite (*Global Navigation Satellite System*, GNSS), capaz de transmitir as coordenadas do veículo após o pouso para localização, como um Sistema de Posicionamento Global (*Global Positioning System*, GPS) [6].

O processo de localização baseada em dados simples de GNSS, latitude e longitude, pode se tornar mais complicado se o grupo de busca não tem certeza de como encontrar essas coordenadas. Existem dispositivos de GNSS portáteis, porém estes podem criar dificuldades na interface com os dados recebidos da telemetria do foguete. Neste caso, seria possível desenvolver um dispositivo capaz de lidar diretamente com as informações de localização fornecidas pela telemetria e guiar o grupo de buscar na direção correta.

Os dados recebidos da telemetria ainda precisam de certo grau de confiabilidade para que sejam devidamente processados e tratados, o que pode ser um problema se o veículo está longe do grupo de busca ou o dispositivo de GNSS a bordo não esteja apto a fornecer dados corretamente. Nesse caso, ainda é possível buscar o foguete utilizando o próprio sinal da telemetria, independente dos dados transmitidos.

1.2 Objetivos

O principal objetivo deste trabalho é desenvolver e projetar um dispositivo portátil capaz de indicar a direção da origem de um sinal de Radiofrequência (*Radio Frequency*, RF) baseado em métodos de detecção de AoA.

Como objetivo secundário, a análise comparativa com um sistema de utilidade semelhante, porém baseado inteiramente em coordenadas de GNSS.

1.3 Estrutura do documento

Completar isso depois

2 Revisão Bibliográfica

2.1 Fundamentação teórica

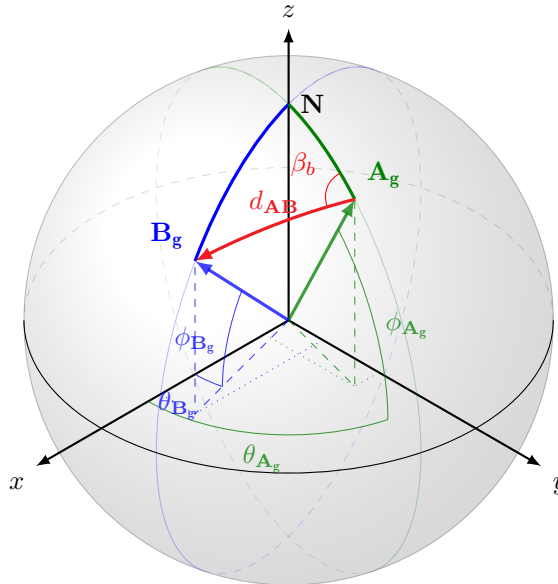
2.1.1 Direcionamento por coordenadas geográficas

Coordenadas geográficas são definidas por dois valores, latitude e longitude, associadas a coordenadas esféricas referenciadas a partir do centro da terra, assumindo o raio da coordenada como o raio médio da superfície do planeta, cerca de $R_{\text{Terra}} = 6371 \cdot 10^3 \text{ m}$ [7, 8]. A latitude equivale à componente polar ϕ centralizada na linha do equador, enquanto a longitude equivale à componente θ centralizado do meridiano de Greenwich [7, 9].

Conhecendo as coordenadas de dois pontos distintos A e B, é possível determinar seu ângulo de *bearing* β_b relativo, referente ao norte, ou seja, o ângulo da direção a se seguir partindo do ponto A para chegar ao ponto B, a partir da direção norte no ponto de origem A [9].

Sendo \mathbf{A}_g e \mathbf{B}_g duas coordenadas geográficas, $\phi_{\mathbf{A}_g}$ e $\phi_{\mathbf{B}_g}$ suas respectivas latitudes, $\theta_{\mathbf{A}_g}$ e $\theta_{\mathbf{B}_g}$ suas respectivas longitudes, conforme ilustrado na Figura 2.

Figura 2: Representação geométrica de distância e ângulo em relação ao norte entre coordenadas geográficas \mathbf{A}_g e \mathbf{B}_g .



Fonte: Autor.

Calculam-se Δ_ϕ e Δ_θ .

$$\Delta_\phi = \phi_{\mathbf{B}_g} - \phi_{\mathbf{A}_g} \quad (1)$$

$$\Delta_\theta = \theta_{\mathbf{B}_g} - \theta_{\mathbf{A}_g} \quad (2)$$

Através da lei dos haversines é possível obter a distância mínima d entre as coordenadas, sobre a superfície, e também o ângulo de *Bearing* β_b formado no vértice \mathbf{A}_g do triângulo esférico $\mathbf{N}\mathbf{A}_g\mathbf{B}_g$ [8]. Para o cálculo de distância, os ângulos devem ser tratados em radianos.

$$X = \cos(\theta_{\mathbf{B}_g}) \cdot \sin(\Delta_\phi) \quad (3)$$

$$Y = \cos(\theta_{\mathbf{A}_g}) \cdot \sin(\theta_{\mathbf{B}_g}) - \sin(\theta_{\mathbf{A}_g}) \cdot \cos(\theta_{\mathbf{B}_g}) \cdot \cos(\Delta_\phi) \quad (4)$$

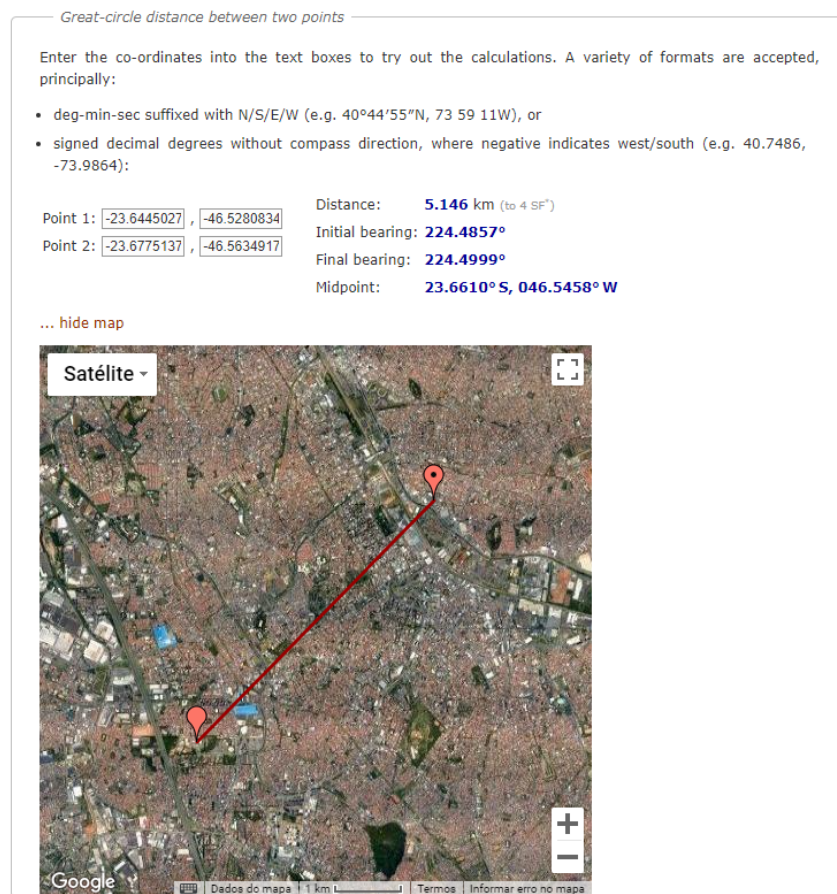
$$Z = \sin^2\left(\frac{\Delta_\theta}{2}\right) + \cos(\theta_{\mathbf{B}_g}) \cdot \cos(\theta_{\mathbf{A}_g}) \cdot \sin^2\left(\frac{\Delta_\phi}{2}\right) \quad (5)$$

$$\beta_b = \arctan\left(\frac{X}{Y}\right) - \frac{\pi}{2} \quad (6)$$

$$d_{\mathbf{AB}} = R_{\text{Terra}} \cdot 2 \cdot \arctan\left(\frac{\sqrt{Z}}{\sqrt{1-Z}}\right) \quad (7)$$

O ângulo β_b calculado aqui é referente à direção cardinal Norte, assim, uma equipe de busca equipada com uma bússola simples seria capaz de seguir a direção correta. A Figura 3 apresenta a aplicação desenvolvida por Veness, capaz de calcular o ângulo de *Bearing* entre duas coordenadas, note que, neste caso, o ângulo referido é relacionado à direção cardinal Leste [8].

Figura 3: Cálculo do ângulo de *Bearing* β_b entre as coordenadas dos Campi Santo André e São Bernardo do Campo da UFABC.



Fonte: Veness 2019 [8]

2.1.2 Estimar AoA utilizando malha de antenas

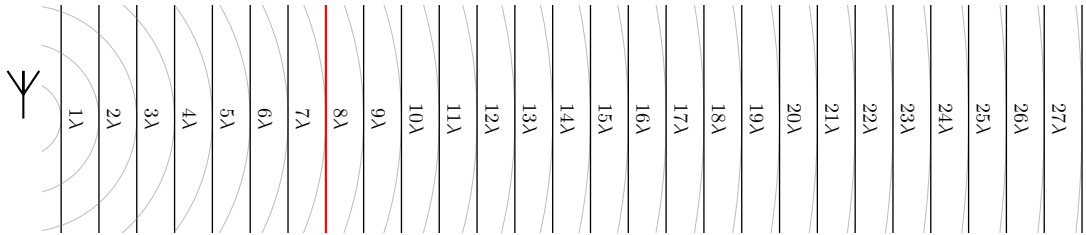
Analisando a defasagem de um sinal de RF incidindo em uma malha de antenas, é possível estimar seu Ângulo de Chegada (*Angle of Arrival*, AoA), ou seja, determinar a direção do emissor do sinal em relação ao sistema. Este valor é calculado utilizando dados como a distância entre as antenas, o comprimento de onda λ do sinal e a velocidade da luz no meio, usualmente tomada como $c = 299792458,6 \pm 0,3 \text{ m s}^{-1}$ no ar [10, 11, 12, 13]. A Equação 8 apresenta a relação do comprimento de onda λ com a frequência f , a frequência angular ω e a velocidade da luz c .

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{2\pi \cdot c}{\omega} \quad (8)$$

Se um emissor de sinal estiver suficientemente distante, é possível considerar que a frente de onda tem um comportamento planar, essa característica simplifica as operações envolvidas. A distância de Fraunhofer (d_F) é a mínima para essa condição, ela define o início da região de *far-field*, conforme apresentado na Equação 9, onde D_{ant} é a maior dimensão da antena emissora [14]. Tomando $D_{\text{ant}} = 2\lambda$, para uma antena de dipolo, obtém-se $d_F = 8\lambda$. A Figura 4 ilustra o comportamento planar de uma frente de onda, com destaque na distância d_F .

$$d_F = \frac{2 \cdot D_{\text{ant}}^2}{\lambda} \Rightarrow d_F = \frac{2 \cdot (2 \cdot \lambda)^2}{\lambda} = 8\lambda \quad (9)$$

Figura 4: Característica de frente de onda a cada λ a partir da antena emissora, destaque para $d_F = 8\lambda$.



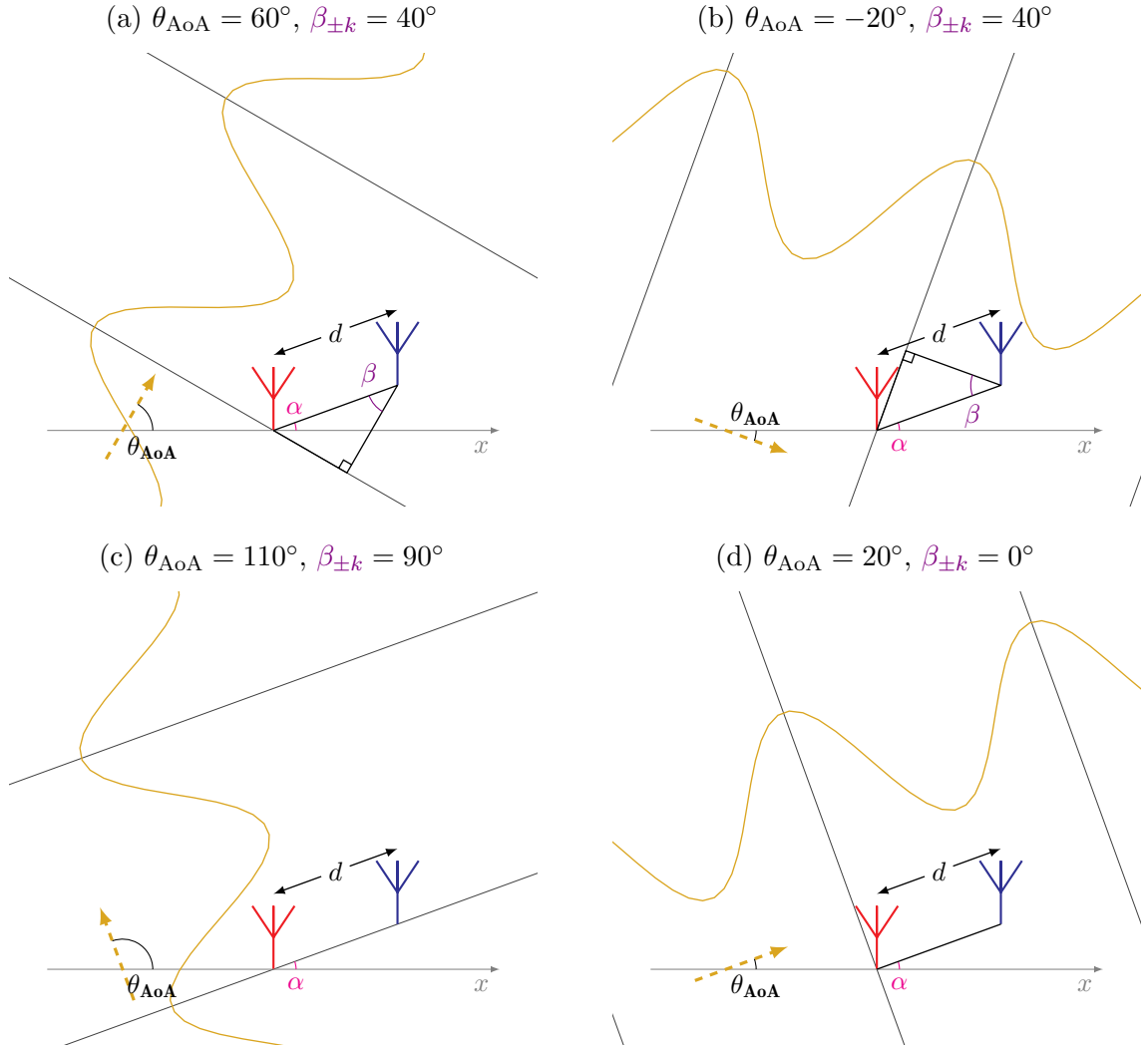
Fonte: Autor.

Tomando agora um par de antenas separadas por uma distância fixa d , torna-se viável fazer a análise trigonométrica entre as antenas e a frente de onda incidente, onde essa distância d será a hipotenusa do triângulo retângulo formado. Para realizar esta análise, ainda é necessário conhecer uma segunda dimensão do triângulo retângulo envolvido, esta é obtida da defasagem $\Delta\Phi_k$ dos sinais indidentes nas antenas, conforme apresentado na Equação 10. A Figura 5 apresenta quatro casos de chegada do sinal de RF em um par de antenas.

$$d \cdot \cos(\beta_{\pm k}) = \lambda \cdot \frac{\Delta\Phi_k}{2\pi} \quad (10)$$

É importante ressaltar que um sistemas com um único par de antenas não é suficiente

Figura 5: Diferentes valores de θ_{AoA} para sinal incidente em par de antenas, sistema com ângulo $\alpha_k = 20^\circ$ em relação à referência.



Fonte: Autor.

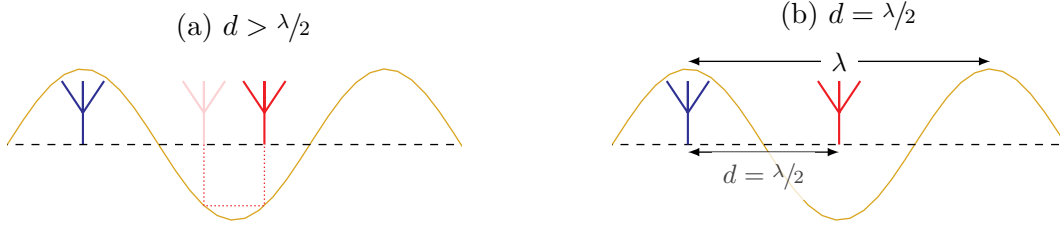
para determinar completamente o θ_{AoA} , já que o valor calculado de $\beta_{\pm k}$ é igual para casos simétricos em relação ao par de antenas, criando um caso de ambiguidade. As Figuras 5a e 5b apresentam exemplos de diferentes valores de θ_{AoA} para o mesmo valor de $\beta_{\pm k}$. Existem ainda dois casos notáveis, onde o sinal chega alinhado ao par de antenas ou perpendicular a elas, apresentados respectivamente nas Figuras 5c e 5d.

A escolha da distância d entre as antenas deve ser feita de forma a otimizar a resolução da medida de defasagem, com a maior distância possível. Porém é necessário evitar ambiguidades na análise, por se tratar de um sinal periódico, o valor se repetirá a cada λ , e terá valores simétricos quando $d > \lambda/2$, ilustrado na Figura 6a. Adota-se então $d = \lambda/2$, conforme apresentado na Figura 6b e Equação 11 [11, 12, 13].

$$d = \frac{\lambda}{2} \quad (11)$$

Para contornar a ambiguidade de simetria, é possível adicionar mais antenas à malha.

Figura 6: Diferentes valores para d .



Fonte: Autor.

O conjunto de N_{ant} antenas deve respeitar a distância d entre as antenas de um par, e pode ser disposto como um polígono regular com N_{ant} lados de tamanho d , onde cada antena está em um vértice. A Figura 7 apresenta exemplos dessa disposição de antenas, note que valores pares de N_{ant} implicam que existirão pares de antenas paralelos, que resultam em leituras redundantes.

A Equação 12 descreve o raio ρ do círculo que circunscreve o polígono regular de N_{ant} antenas. Este raio equivale à distância das antenas em relação ao ponto central do polígono.

$$\rho = \frac{d}{2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{N_{\text{ant}}}\right)} \quad (12)$$

Cada antena é indentificada por um índice k , conforme a Equação 13, e tem sua coordenada espacial definida como um valor complexo descrito na Equação 14. Estas coordenadas são definidas como números complexos para simplificar a análise do ângulo α_k em que um par de antenas A_k e A_{k+1} se dispõe em relação à geometria do sistema, conforme a Equação 15.

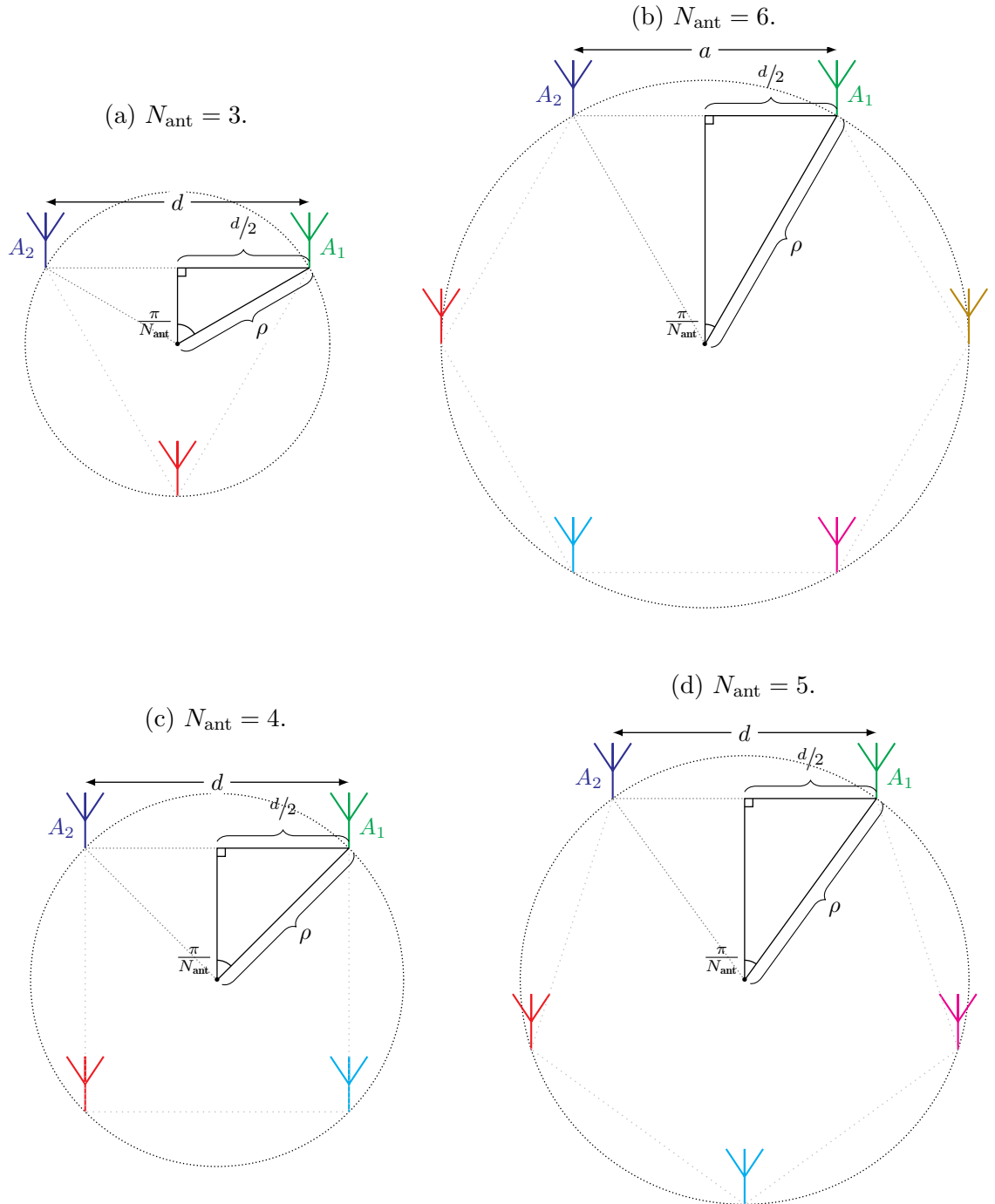
$$k = \{1, 2, \dots, N_{\text{ant}}\} \quad (13)$$

$$A_k = \rho \cdot \exp\left(i \cdot k \cdot \frac{2\pi}{N_{\text{ant}}}\right) = (\mathcal{R}e(A_k), \mathcal{I}m(A_k)) = (x_{A_k}, y_{A_k}) \quad (14)$$

$$\alpha_k = \arg(A_k - A_{k+1}) \quad (15)$$

Para calcular a fase em uma antena, é interessante representar o sinal recebido como um valor complexo. Uma forma de obter o complexo de fase consiste em analisar a correlação do sinal incidente w com sinais de referência de mesma frequência que o sinal de interesse, em um período completo, Equação 16. Os valores I_K (em fase) e Q_K (em quadratura) são calculados respectivamente pela correlação com um cosseno, conforme Equação 17, e com um seno, conforme Equação 18. A Equação 19 apresenta o valor complexo Z_K de fase para a antena de A_k .

Figura 7: Diferentes distribuições de antenas.



Fonte: Autor.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f} \quad (16)$$

$$I_K = \int_0^T \cos(\omega \cdot \tau) \cdot w(\tau, x_{A_k}, y_{A_k}) \partial \tau \quad (17)$$

$$Q_K = \int_0^T \sin(\omega \cdot \tau) \cdot w(\tau, x_{A_k}, y_{A_k}) \partial \tau \quad (18)$$

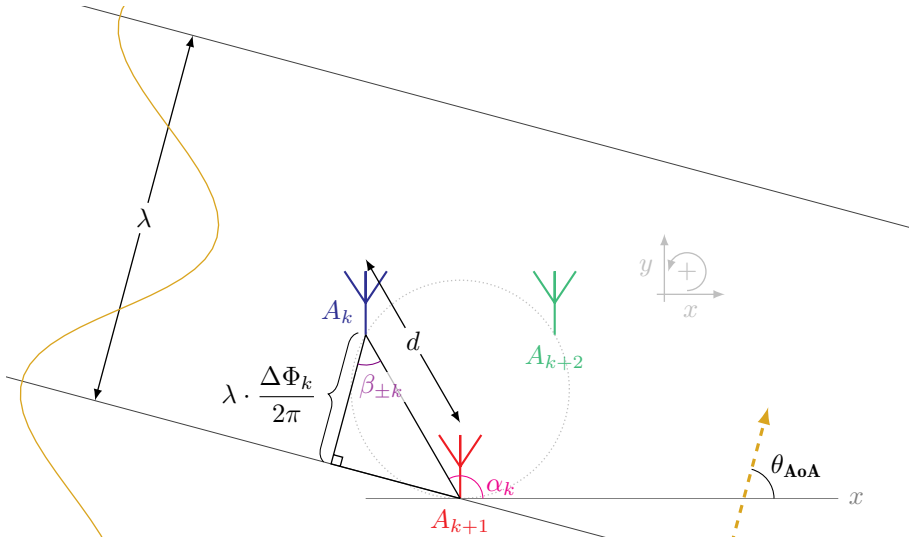
$$Z_K = \frac{\omega}{\pi} \cdot (I_K + \imath Q_K) \quad (19)$$

O cálculo de defasagem de sinal em um par de antenas consiste na análise de diferença de fase dos valores Z_K e Z_{k+1} do par de antenas A_k e A_{k+1} , conforme apresentado na Equação 20. Obtido o valor de defasagem $\Delta\Phi_k$ entre o par de antenas, finalmente é possível calcular o ângulo $\beta_{\pm k}$ através da Equação 21, note que a simplificação somente é possível com valor de $d = \lambda/2$. A Figura 8 apresenta a geometria do sistema destacando os valores de interesse na análise de um dos pares de antenas, tomando $N_{\text{ant}} = 3$.

$$\Delta\Phi_k = \Phi_k - \Phi_{k+1} = \arg(Z_K) - \arg(Z_{k+1}) = \arg(Z_K \cdot \overline{Z_{k+1}}) \quad (20)$$

$$\beta_{\pm k} = \arccos\left(\frac{\chi}{d} \cdot \frac{\Delta\Phi_k}{2\pi}\right) \quad (21)$$

Figura 8: Geometria geral do sistema com $N_{\text{ant}} = 3$.



Fonte: Autor.

Para cada par de antenas, são calculados dois valores $\theta_{\pm k}$ conforme a Equação 22, equivalentes a dois valores possíveis para o θ_{AoA} . A Equação 23 define o conjunto Θ dos valores aferidos de $\theta_{\pm k}$ para todos os pares de antenas do sistema, este conjunto sempre

terá $2 \cdot N_{\text{ant}}$ elementos, dos quais, metade estão próximos do real valor de θ_{AoA} e os demais são valores distintos do objetivo e entre si.

$$\theta_{\pm k} = \alpha_k \pm \beta_{\pm k} \quad (22)$$

$$\Theta = \{\theta_{\pm k} \mid \forall k\} \quad (23)$$

Com os possíveis valores de θ_{AoA} obtidos, é necessário estimar qual o valor correto. Para isso, é criada uma lista auxiliar $\Theta_{[\bullet]}$, quantizando os valores de Θ em intervalos de tamanho δ , descrito na Equação 24. A Equação 25 descreve a operação de quantização dos valores de Θ , que, por se tratar de um cálculo auxiliar, utiliza-se o arredondamento para o inteiro mais próximo. A quantização implica que os valores de Θ serão agrupados por faixas de largura δ .

$$\delta = \frac{\pi}{2 \cdot (1 + N_{\text{ant}})} \quad (24)$$

$$\Theta_{[\bullet]} = \left\{ \left\lfloor \frac{\theta}{\delta} \right\rfloor \cdot \delta \mid \forall \theta \in \Theta \right\} \quad (25)$$

Salvo casos com muito ruído, espera-se que alguns valores em $\Theta_{[\bullet]}$ se repitam, partindo disso, calcula-se $\theta_{\mathcal{M}_o}$, a moda estatística destes valores, conforme Equação 26. Este valor deverá estar próximo ao θ_{AoA} , e será utilizado na filtragem dos valores aferidos em Θ .

$$\theta_{\mathcal{M}_o} = \mathcal{M}_o(\Theta_{[\bullet]}) \quad (26)$$

O conjunto Θ_F contém itens de Θ que estejam ao redor do valor $\theta_{\mathcal{M}_o}$ calculado, num intervalo de δ para mais ou para menos, conforme Equação 27.

$$\Theta_F = \{\theta \in \Theta \mid \theta_{\mathcal{M}_o} - \delta \leq \theta \leq \theta_{\mathcal{M}_o} + \delta\} \quad (27)$$

Finalmente obtém-se o valor de θ_{AoA} pela mediana dos valores em Θ_F , conforme Equação 28.

$$\theta_{\text{AoA}} = \widetilde{\Theta_F} \quad (28)$$

2.2 Trabalhos relacionados

Em seu trabalho, Horst [12] analisa dois algoritmos de detecção de AoA, realizando as análises em ambientes internos e utilizando matrizes de antenas. O primeiro método analisado consiste em uma aproximação do ângulo, feita utilizando um software fornecido pela Texas Instruments, fabricante do hardware utilizado. Já o segundo método, baseia-se na construção matemática do AoA baseado na diferença de fase instantânea do sinal entre as antenas do sistema, uma abordagem semelhante à proposta neste trabalho. Os resultados obtidos indicam que o método de aproximação teve melhor acurácia nos valores de ângulo.

A proposta de Zeaiter *et al.* [15] busca validar a performance da detecção de AoA em ambiente fechado, realizando a análise em diferentes modulações, larguras de canal e fatores de espalhamento. Também propõe que, ao combinar de seu algoritmo de localização de AoA com a função de autocorrelação, é possível analisar os dados de dois sinais recebidos simultaneamente.

Outro trabalho de Zeaiter *et al.* [16] consiste em uma aproximação do AoA utilizando um método de autocorrelação em um sinal *Long Range* (LoRa) de baixa potência. Seu objetivo consiste em detectar o sinal LoRa operando em transmissão de baixa potência, caso onde a vida útil da bateria do sistema transmissor é estendida. O algoritmo apresentado busca picos de autocorrelação no sinal recebido, além de utilizar Transformada Rápida de Fourier (*Fast Fourier Transform*, FFT) para denotá-los e melhorar a Relação Sinal-Ruído (*Signal-Noise Ratio*, SNR). Quando um pico é detectado, o algoritmo é capaz de encontrar o AoA.

BniLam *et al.* [17] propõe uma técnica que, sem qualquer informação prévia de largura de banda, consegue estimar AoA do sinal recebido. O sistema proposto consiste em uma Matriz Circular Uniforme (*Uniform Circular Array*, UCA) seguida de um filtro transversal, também utiliza de vetores especiais de largura de banda variável junto com um estimador de relação sinal-ruído térmico para determinar simultaneamente AoA e largura de banda do sinal recebido.

Em outro trabalho, BniLam *et al.* [18] estudam a possibilidade de estimar AoA para transceptores de Internet das Coisas (*Internet of Things*, IoT) em ambiente interno. Também propõe um modelo probabilístico adaptativo que opera no modelo de estimativa de AoA, incrementando sua performance. Seus resultados indicam que estes métodos superam a performance de modelos probabilísticos estáticos tradicionais, tanto em acurácia de localização quanto em estabilidade no valor obtido.

Neste trabalho, BniLam *et al.* [19] propõe um dispositivo de baixo custo capaz de estimar o AoA, de forma que seja viável sua utilização em dispositivos de IoT. O dispositivo consiste numa conversão de vários Rádio Definido por Software (*Software-Defined Radio*, SDR) individuais de baixo custo num único SDR com múltiplos canais de RF. Seus resultados experimentais indicam que o dispositivo é capaz de estimar valores de AoA de forma estável e acurada.

A proposta de BniLam *et al.* [20] neste trabalho consiste em um novo algoritmo para

determinação de AoA chamado ANGLE (*ANGular Location Estimation*), baseado em modelos probabilísticos para a resposta do sinal recebido. Sua proposta ainda sugere duas versões do método, para o caso de amostragem única e de decomposição de subespaço, como utilizado no algoritmo MUSIC (*MUltiple Signal Classification*).

BniLam *et al.* [21] apresenta neste trabalho uma abordagem mais amigável para estimativa de AoA em redes LoRa. O sistema proposto, denominado LoRay (LoRa array) é composto por hardware e software preparados para fazer a estimativa de AoA em ambiente urbano, onde o sistema foi validado. O hardware utilizado foi descrito em um trabalho anterior [19]. Este sistema apresentou resultados estáveis e acurados para estimativa de AoA tanto nos casos Linha de visão (*Line of Sight*, LoS) e quanto nos Sem Linha de visão (*Non Line of Sight*, NLoS).

Em seu trabalho, Niculescu e Nath [22] propõe métodos para detecção de posição e orientação em cada nó de uma rede *ad hoc*. A proposta parte de possíveis problemas relacionados a utilização de GPS em ambiente fechado

3 Metodologia

3.1 Simulação

A construção da simulação partiu de uma abordagem físico-matemática, definindo o sinal w como uma função de onda relativa ao tempo e ao espaço, analisando seus valores incidindo em cada antena A_k e comparando as defasagens $\Delta\Phi_k$ entre os diferentes pares de antenas. Para simplificar a construção da simulação, foram utilizadas funções paramétricas, descritas na presente seção.

3.1.1 Parâmetros envolvidos

Com o objetivo de garantir a coerência entre as partes da simulação, vários parâmetros foram utilizados, definindo detalhes em relação às operações matemáticas e às formas de registro dos valores calculados. Estes parâmetros são divididos entre os que recebem valores numéricos, booleanos ou matrizes numéricas.

Os parâmetros numéricos são:

- **amp_w**, amplitude desejada para o sinal;
- **ang_w**, direção do emissor do sinal, equivalente ao ângulo θ_{AoA} de chegada do sinal em relação à malha de antenas;
- **angle_Z_A_x_B**, ângulo relativo $\beta_{\pm k}$ para par de antenas;
- **d**, distância d entre par de antenas da malha;
- **choose_angle**, ângulo θ_{AoA} calculado pelo sistema;
- **interval**, indica os limites para a geração de imagem da simulação;
- **lambda_w**, comprimento de onda λ ;
- **N_antenas**, quantidade N_{ant} de antenas da malha;
- **omega_w**, frequência angular ω ;
- **phase_w**, fase ϕ do sinal no emissor;
- **Rho**, raio ρ do polígono que dispõe as antenas na malha;
- **r_w**, distância que o emissor de sinal está da coordenada $(0, 0)$ do sistema;
- **range_step**, largura em graus do passo na simulação.

- **resolution**, relativo à quantidade de pontos utilizados na aproximação numérica do cálculo de correlação;
- **SNR**, valor da SNR linear;
- **SNR_dB**, valor da SNR em dB;
- **t_w**, tempo t associado ao instante de aferição do sinal;
- **x_w** ou **y_w**, coordenada x_{A_k} ou y_{A_k} da antena A_k em relação ao sistema;
- **Z_antenna**, **Z_antenna_A** ou **Z_antenna_B**, valor complexo, coordenada de antena;
- **Z_phase_A** ou **Z_phase_B**, valor complexo, fase Φ_k de antena;

Os parâmetros booleanos são:

- **ATT**, indica se o sinal contará com atenuação por distância;
- **C**, indica a utilização de componente cossenoidal na construção do sinal;
- **CHG_PHI**, indica se a fase geral do sinal deve mudar ao longo da simulação;
- **CHG_R**, indica se a distância do emissor do sinal deverá mudar ao longo da simulação;
- **CHG_THETA**, indica se o ângulo de origem do sinal deverá mudar ao longo da simulação;
- **NOISE**, indica se o sinal contará com ruído;
- **S**, indica a utilização de componente senoidal na construção do sinal;
- **S_DAT**, indica se os pontos gerados pela simulação deverão ser salvos;
- **S_GIF**, indica se a imagem gerada pela simulação deverá ser salva;

Os parâmetros de matrizes numéricas são:

- **ant_array**, coordenadas das antenas da malha;
- **delta_A_x_B_array**, contendo o ângulo $\theta_{\pm k}$ calculado por $\alpha_k + \beta_{\pm k}$ aferido para cada par de antenas da malha;
- **delta_B_x_A_array**, contendo o ângulo $\theta_{\pm k}$ calculado por $\alpha_k - \beta_{\pm k}$ aferido para cada par de antenas da malha;
- **Z_phase_array**, matriz de valores numéricos complexos, contendo o sinal complexo aferido para cada antena da malha;
- **z_plot**, estado corrente do sinal no espaço, utilizado na geração de imagem da simulação;
- **Z_x_array**, valores complexos, contendo a defasagem $\Delta\Phi_k$ aferido para cada par de antenas na malha;

3.1.2 Funções auxiliares

A primeira função a ser definida é `argument_r`, que opera como auxiliar para normalização de argumento para as funções trigonométricas utilizadas nas análises, garantindo coerência em frequência angular e coordenadas espaciais. Seus argumentos são, respectivamente, `x_w`, `y_w`, `t_w`, `ang_w`, `r_w`, `lambda_w` e `omega_w`. O Código 1 apresenta uma versão simplificada da função `argument_r` desenvolvida.

Código 1: Função `argument_r`, simplificada.

```
1 function res = argument_r(...)
2     r = r_w * lambda_w;
3
4     x_0 = r * cos(ang_w);
5     y_0 = r * sin(ang_w);
6
7     res = (2*pi/lambda_w) * ( sqrt((y_w-y_0).^2 + ...
8         (x_w-x_0).^2) ) + omega_w*t_w + phase_w;
9 end %function
```

Fonte: Autor.

Para determinar a fase do sinal w , incidente em cada antena A_k , calcula-se a correlação deste sinal com sinais de referência seno e cossenos, fornecidos respectivamente pelas funções `ref_sin` e `ref_cos`. As duas funções recebem os mesmos argumentos, e estes são, respectivamente, `t_w` e `omega_w`. Ambos os casos utilizam a função `argument_r` para garantir coerência de frequência com o sinal incidente. Os Códigos 2 e 3 apresentam, respectivamente, versões simplificadas das funções `ref_cos` e `ref_sin` desenvolvidas.

Código 2: Função `ref_cos`, simplificada.

```
1 function c = ref_cos(...)
2     c = cos(argument_r(0, 0, t_w, 0, 0, 1, omega_w, 0));
3 end %function
```

Fonte: Autor.

Código 3: Função `ref_sin`, simplificada.

```
1 function s = ref_sin(...)
2     s = sin(argument_r(0, 0, t_w, 0, 0, 1, omega_w, 0));
3 end %function
```

Fonte: Autor.

A próxima função contruída foi `signal_r`, que calcula o valor do sinal w numa coordenada (x, y) e um instante t . Considera-se que o sinal é composto pela soma de seno e cosseno, e que são determinadas a distância e a direção de sua fonte emissora. Também é possível definir amplitude e fase na origem, além da presença de atenuação e ruído do

tipo Ruído Gaussiano Branco Aditivo (*Additive White Gaussian Noise*, AWGN). Seus argumentos são, respectivamente, `x_w`, `y_w`, `t_w`, `amp_w`, `ang_w`, `r_w`, `phase_w`, `lambda_w`, `omega_w`, `S`, `C`, `NOISE`, `SNR_dB` e `ATT`. É utilizada a função `argument_r` para garantir coerência de frequência entre as componentes e com os sinais de referência utilizados no cálculo de correlação. Para implementação do ruído, foi utilizada a função `awgn`, no GNU Octave, é necessária a biblioteca *communications*, porém para o MATLAB, não é necessário carregar bibliotecas [23, 24]. O Código 4 apresenta uma versão simplificada da função `signal_r` desenvolvida.

Código 4: Função `signal_r`, simplificada.

```

1 function res = signal_r(...)
2     res = 0;
3     if S
4         res = res + sin( argument_r(...) );
5     end %if
6     if C
7         res = res + cos( argument_r(...) );
8     end %if
9     if S && C
10        res = res / sqrt(2);
11    end %if
12    if ATT
13        %%% Lei de Friis
14        G_t = 1; % Ganho Antena Tx
15        G_r = 1; % Ganho Antena Rx
16        R_t = 1; % Distância do emissor
17        %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
18        P_t = (amp_w^2)/R_t;
19        P_r = P_t * G_t * G_r * (lambda_w / (4 * pi * r_w));
20        amp_r = sqrt(P_r * R_t);
21        res = res * amp_r;
22    else
23        res = res * amp_w;
24    end %if
25    if NOISE
26        res = awgn(res, SNR_dB, 'measured');
27    end %if
28 end %function

```

Fonte: Autor.

A última função auxiliar desenvolvida foi `is octave`, que confere se a corrente simulação está sendo executada no GNU Octave, retornando um valor binário e não recebe qualquer parâmetro. O Código 5 apresenta uma versão simplificada da função `is octave` desenvolvida.

Código 5: Função `is octave`, simplificada.

```

1 function r = is octave ()
2     persistent x;
3     if ( isempty (x))
4         x = exist ('OCTAVE_VERSION', 'builtin');
5     end
6     r = x;
7 end

```

Fonte: Autor.

3.1.3 Função de cálculo para AoA

A primeira grande função desenvolvida foi `calc_AoA`, que é responsável pelo cálculo geral da simulação. Inicialmente são calculadas as coordenadas das N_{ant} antenas e, em sequência, os valores de fase do sinal incidente w em cada antena A_k , então as defasagens entre os pares de antenas e finalmente a seleção do valor mais provável para θ_{AoA} . Seus argumentos são, respectivamente, `amp_w`, `ang_w`, `r_w`, `phase_w`, `lambda_w`, `omega_w`, `S`, `C`, `NOISE`, `SNR_dB`, `ATT`, `resolution`, `d` e `N_antenas`. Nessa função também são definidas três subfunções auxiliares `phase_z`, `dephase_A_to_B` e `deltas_A_B`. O Código 6 apresenta uma versão simplificada da função `calc_AoA` desenvolvida.

A subfunção `phase_z` calcula o valor complexo de fase Z_K para a antena A_k através da correlação pelos sinais de seno e cosseno. Seus argumentos são, respectivamente, `t`, `Z_antenna`, `amp_w`, `ang_w`, `r_w`, `phase_w`, `lambda_w`, `omega_w`, `S`, `C`, `NOISE`, `SNR_dB` e `ATT`. O Código 7 apresenta uma versão simplificada da função `phase_z` desenvolvida.

A subfunção `dephase_A_to_B` calcula o valor complexo de defasagem $\Delta\Phi_k$, o ângulo relativo $\beta_{\pm k}$ e o ângulo α_k entre um par de antenas. Seus argumentos são, respectivamente, `Z_phase_A` e `Z_phase_B`. O Código 8 apresenta uma versão simplificada da função `dephase_A_to_B` desenvolvida.

E a subfunção `deltas_A_B` calcula os ângulos $\theta_{\pm k}$ para um par de antenas. Seus argumentos são, respectivamente, `angle_Z_A_x_B`, `Z_antenna_A` e `Z_antenna_B`. O Código 9 apresenta uma versão simplificada da função `deltas_A_B` desenvolvida.

3.1.4 Função de geração saída visual

A segunda grande função desenvolvida foi `generate_fig`, que constrói a animação de saída da simulação, formada por dois gráficos. O primeiro gráfico, à esquerda nas animações geradas, apresenta a disposição das antenas, os valores de fase para cada uma delas, os valores de defasagem entre os pares de antenas, todos os possíveis valores de $\theta_{\pm k}$, e finalmente o valor real e o escolhido para θ_{AoA} . O segundo gráfico, à direita nas animações geradas, apresenta a disposição das antenas e uma representação do sinal w no espaço exibido. Os valores exibidos são calculados pela função `calc_AoA`. Seus argumentos são, respectivamente, `z_plot`, `x_w`, `y_w`, `ang_w`, `lambda_w`, `interval`, `Rho`, `choose_angle`, `ant_array`, `Z_phase_array`, `Z_x_array`, `delta_A_x_B_array` e `delta_B_x_A_array`. A

Código 6: Função `calc_AoA`, simplificada.

```

1 function return_struct = calc_AoA(...)
2   Rho = d/(2*sin(pi / N_antenas));
3   ant_angles = % ...
4   ant_array = Rho * exp(i * deg2rad(ant_angles));
5
6   Z_phase_array = arrayfun(@(a) phase_z(...), ant_array);
7   [Z_x_array angle_Z_A_x_B_array] = arrayfun( ...
8     @(a, b) dephase_A_to_B(a, b), ... );
9
10  [delta_A_x_B delta_B_x_A] = arrayfun( ...
11    @(ang, a, b) deltas_A_B(ang, a, b), ... );
12
13  range_angle = pi/(2*(N_antenas+1));
14
15  angle_vector = [delta_A_x_B delta_B_x_A];
16  angle_vector = [...]; % Normalização
17
18  angle_vector_round = ...
19    round(angle_vector./range_angle).*range_angle;
20
21  target_angle = mode(angle_vector_round);
22
23  angle_vector = angle_vector(abs(target_angle ...
24    - angle_vector) <= range_angle );
25
26  choose_angle = median(angle_vector);
27
28  return_struct = { ...
29    choose_angle ...
30    Rho ...
31    ant_array ...
32    Z_phase_array ...
33    Z_x_array ...
34    delta_A_x_B ...
35    delta_B_x_A ...
36  };
37
38 end %function

```

Fonte: Autor.

Código 7: Função `phase_z`, simplificada.

```

1 function Z_phase = phase_z(...)
2   I_medido = trapz(t, ref_cos(...) .* signal_r(...) );
3   Q_medido = trapz(t, ref_sin(...) .* signal_r(...) );
4
5   Z_phase = (omega_w/pi)*(I_medido + i*Q_medido);
6 end % function

```

Fonte: Autor.

Código 8: Função `dephase_A_to_B`, simplificada.

```
1 function [Z_phase_A_x_B angle_Z_A_x_B] = dephase_A_to_B(...)
2     Z_phase_A_x_B = Z_phase_A * conj(Z_phase_B);
3     deltaPhi_A_x_B = angle(Z_phase_A_x_B);
4     angle_Z_A_x_B = acos(deltaPhi_A_x_B/(pi));
5 end % function
```

Fonte: Autor.

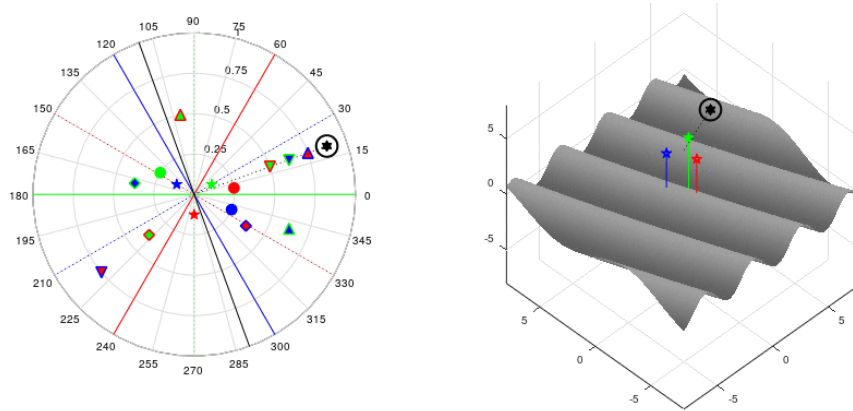
Código 9: Função `deltas_A_B`, simplificada.

```
1 function [delta_A_x_B delta_B_x_A] = deltas_A_B(...)
2     ang_A_x_B = deg2rad(mod(rad2deg(...
3         angle(Z_antenna_A - Z_antenna_B)),360));
4     delta_A_x_B = ang_A_x_B + angle_Z_A_x_B;
5     delta_B_x_A = ang_A_x_B - angle_Z_A_x_B;
6 end % function
```

Fonte: Autor.

Figura 9 ilustra os gráficos gerados pela função `generate_fig`.

Figura 9: Exemplo de quadro da animação de saída da função `generate_fig`.



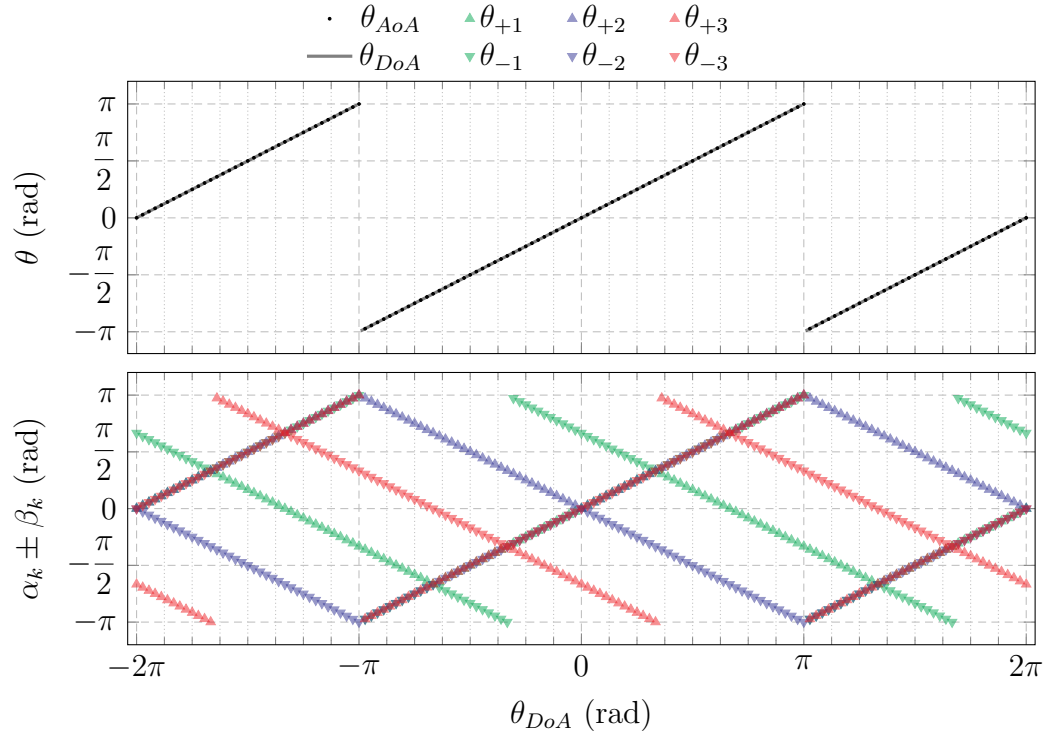
Fonte: Autor.

3.1.5 Função geral da simulação

Finalmente a função responsável por juntar todas as partes é `w_xyt`, a base para a simulação, ela invoca as funções `calc_AoA` e `generate_fig` com os devidos parâmetros, além de garantir que os arquivos gerados sejam salvos corretamente. Seus argumentos são, respectivamente, `NOISE`, `ATT`, `CHG_PHI`, `CHG_R`, `CHG_THETA`, `S_GIF`, `S_DAT`, `SNR`, `range_step` e `N_antenas`.

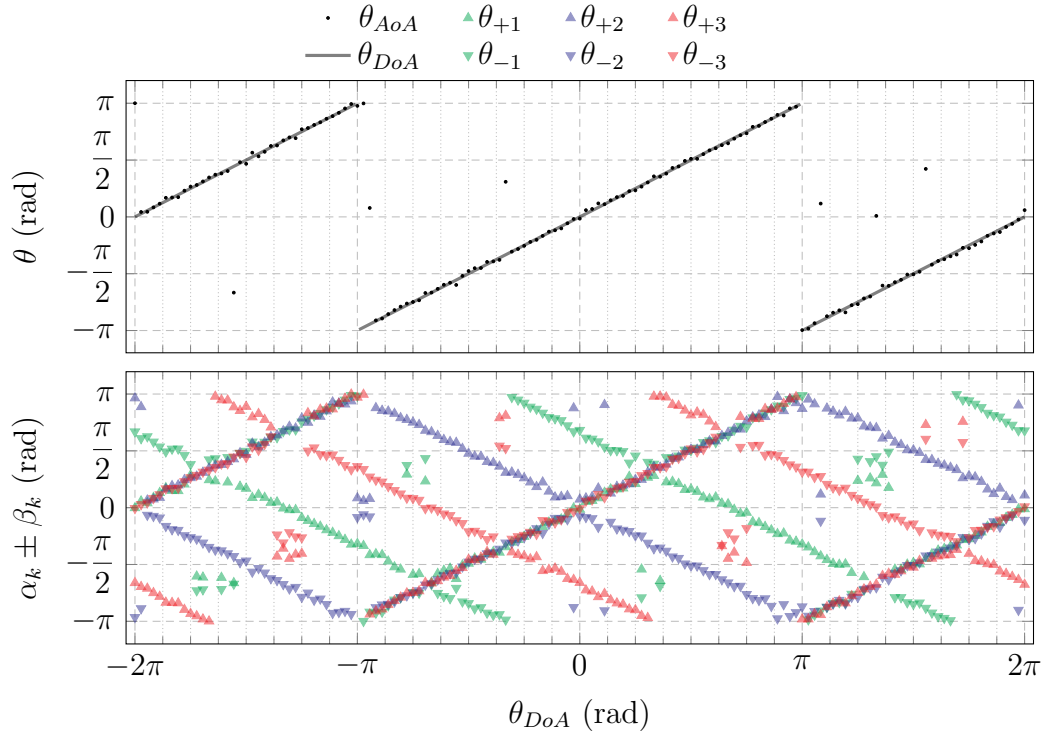
4 Resultados

Figura 10: simul_POLY_3_R_50



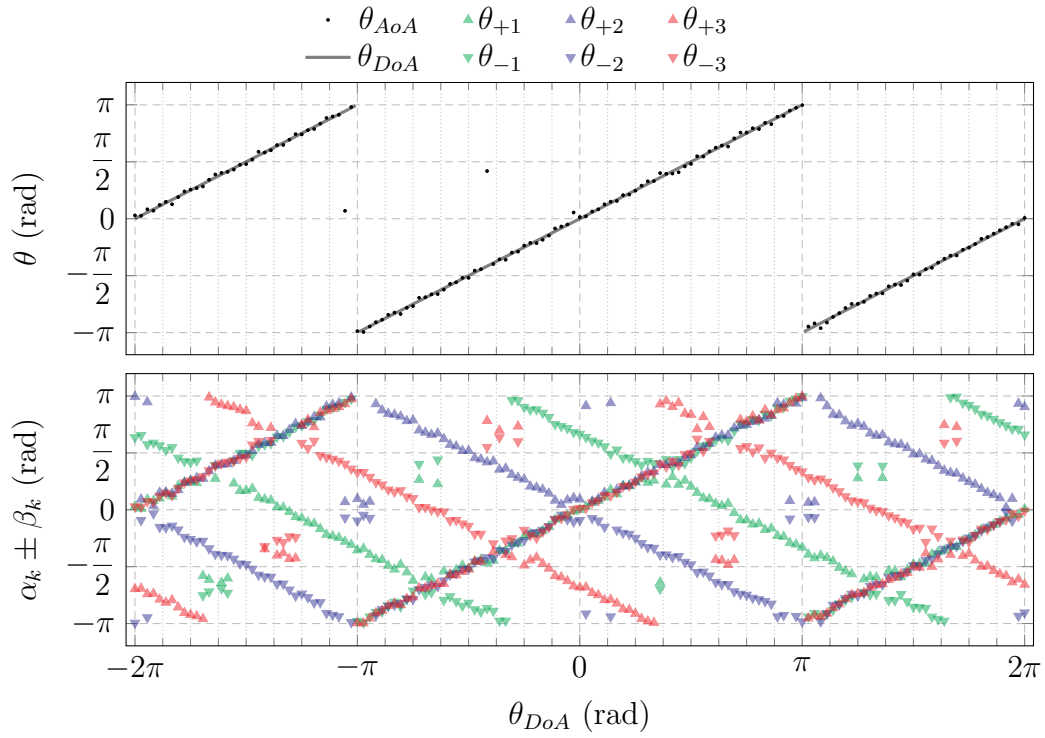
Fonte: Autor.

Figura 11: simul_POLY_3_R_50_SNR_1_ATT



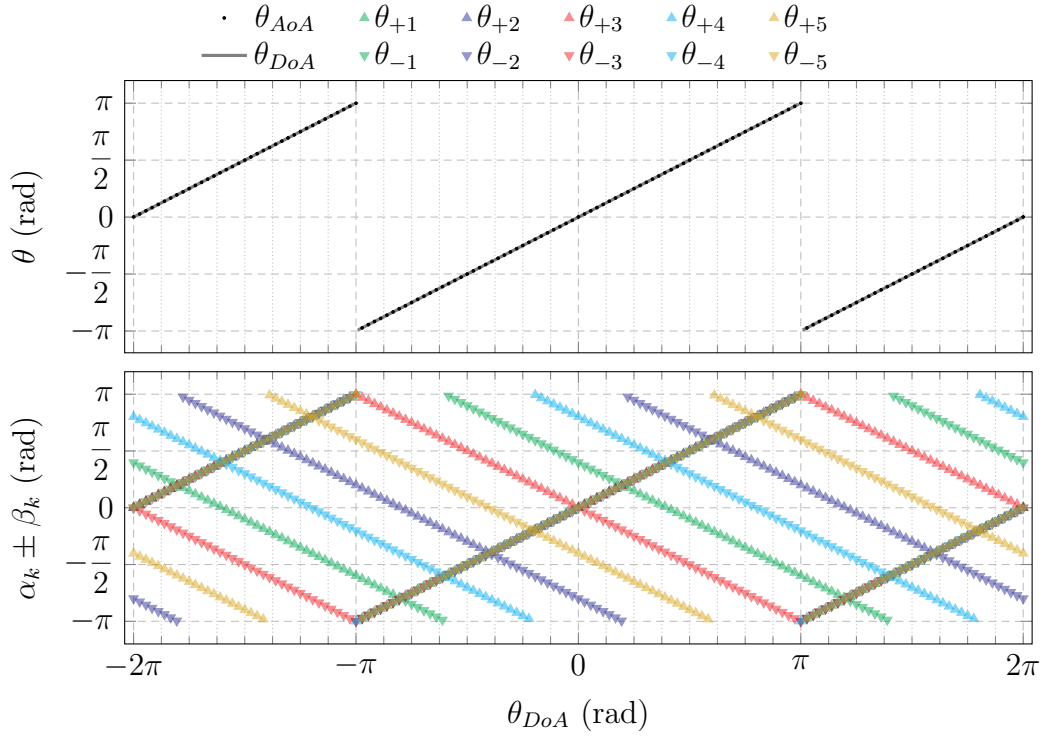
Fonte: Autor.

Figura 12: simul_POLY_3_R_50_SNR_1



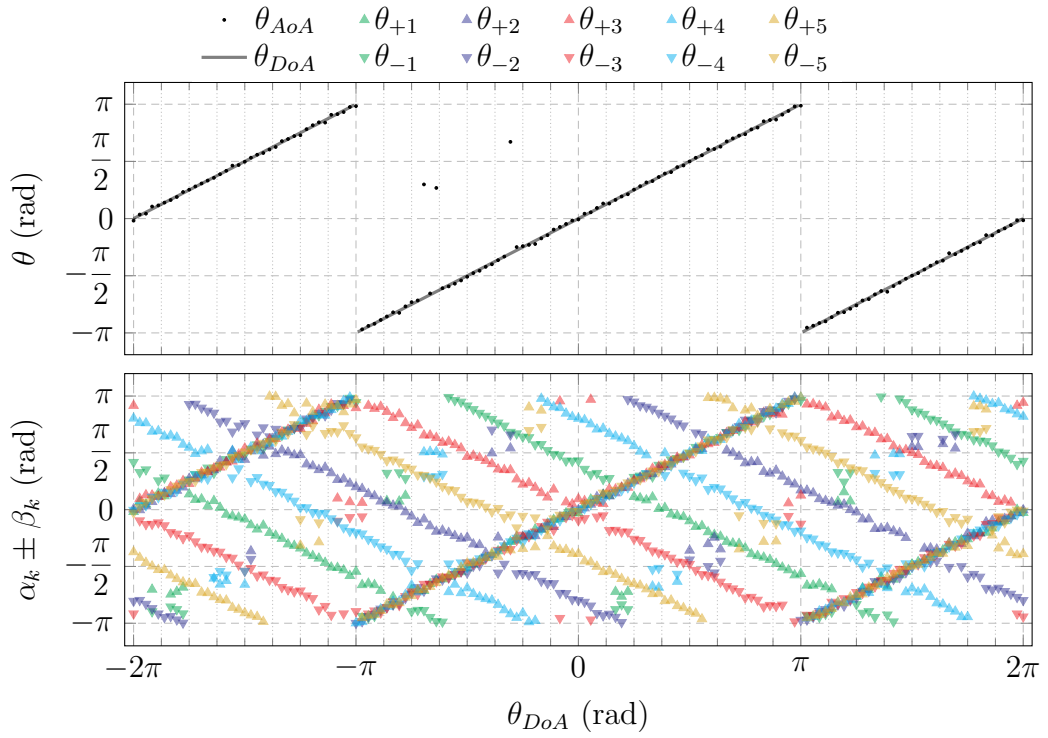
Fonte: Autor.

Figura 13: simul_POLY_5_R_50



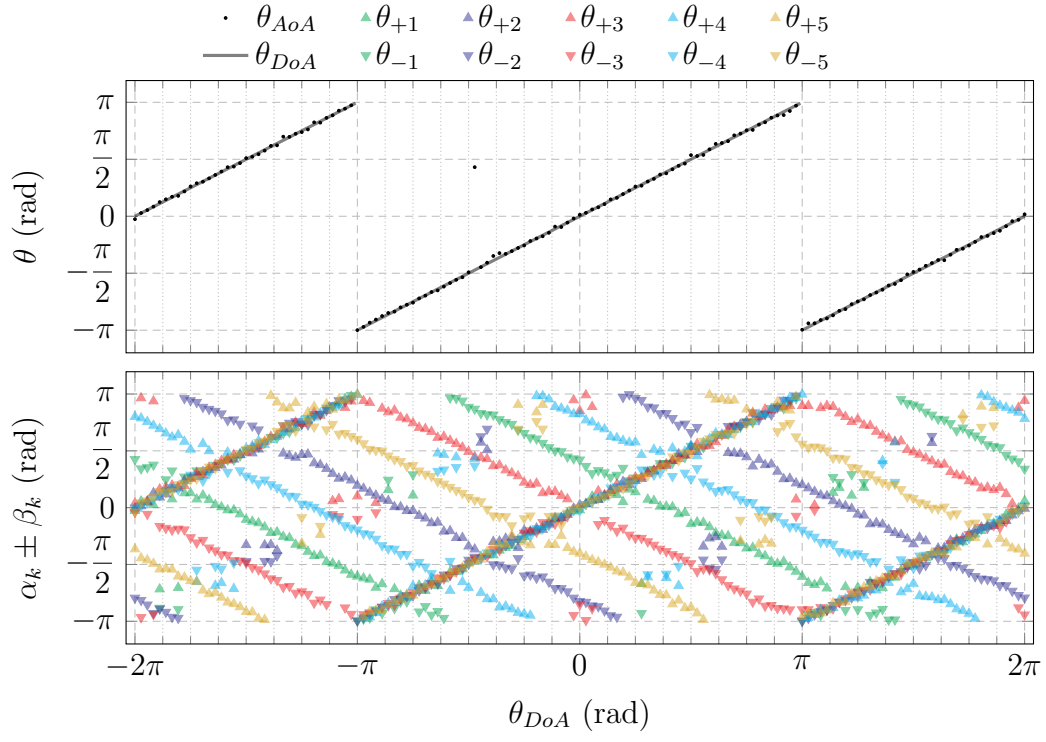
Fonte: Autor.

Figura 14: simul_POLY_5_R_50_SNR_1



Fonte: Autor.

Figura 15: simul_POLY_5_R_50_SNR_1_ATT



Fonte: Autor.

5 Conclusão

Referências

- [1] ISRO, Indian Space Research Organisation, Departament of Space, *Sounding Rockets*. endereço: <https://www.isro.gov.in/soundingRockets.html>.
- [2] ESA, European Space Agency, *Sounding rockets*. endereço: https://www.esa.int/Science_Exploration/Human_and_Robotic_Exploration/Research/Sounding-rockets.
- [3] M. Sabbatini e N. Sentse, “ESA User Guide to Low Gravity Platforms,” *Directorate of Human Spaceflight and Operations*,, 2014. endereço: https://www.esa.int/Science_Exploration/Human_and_Robotic_Exploration/Research/European_user_guide_to_low-gravity_platforms.
- [4] NASA, National Aeronautics and Space Administration, *About Sounding Rockets*. endereço: <https://www.nasa.gov/soundingrockets/overview/>.
- [5] ESRA, Experimental Sounding Rocket Association, *The Intercollegiate Rocket Engineering Competition*. endereço: <https://www.soundingrocket.org/what-is-irec.html>.
- [6] ESRA, Experimental Sounding Rocket Association, *Spaceport America Cup Intercollegiate Rocket Engineering Competition Rules & Requirements Document*. endereço: https://www.soundingrocket.org/uploads/9/0/6/4/9064598/sa_cup_irec_rules_and_requirements_document-2023_v1.3_20231001.pdf.
- [7] P. Guitarrara, *Coordenadas geográficas*. endereço: <https://brasilescola.uol.com.br/geografia/coordenadas-geograficas.htm>.
- [8] C. Veness, *Calculate distance, bearing and more between Latitude/Longitude points*. endereço: <https://www.movable-type.co.uk/scripts/latlong.html>.
- [9] H. Fleming, *Coordenadas esféricas*, ago. de 2003. endereço: <http://fma.if.usp.br/~fleming/diffeo/node4.html>.
- [10] D. Jennings, R. Drullinger, K. Evenson, C. Pollock e J. Wells, “The continuity of the meter: the redefinition of the meter and the speed of visible light,” *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, v. 92, n. 1, p. 11, 1987.
- [11] A. Bensky, *Wireless positioning technologies and applications*. Artech House, 2016. endereço: https://scholar.rose-hulman.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1012&context=electrical_grad_theses.
- [12] V. Horst, “Localization and Angle-of-Arrival in Bluetooth Low Energy,” 2021. endereço: <https://www.ds.informatik.uni-kiel.de/en/teaching/bachelor-and-master-theses/completed-master-and-bachelor-theses/2021%20bachelor%20thesis%20Valentin%20Horst.pdf>.

- [13] M. Schüssel, “Angle of Arrival Estimation using WiFi and Smartphones,” 2016. endereço: https://ipin2016.web.uah.es/usb/app/descargas/223_WIP.pdf.
- [14] C. A. Balanis, *Antenna Theory: Analysis and Design*. John Wiley & Sons, 2005.
- [15] H. Zeaiter, O. Baala, F. Spies e V. Thierry, “Performance Evaluation of the Angle of Arrival of LoRa Signals under Interference,” em *9th IEEE International Conference on Communications and Electronics (ICE 2022)*, IEEE, Nha Trang, Vietnam: IEEE, jul. de 2022. endereço: <https://ut3-toulouseinp.hal.science/hal-03693641>.
- [16] H. Zeaiter, F. Spies, O. Baala e T. Val, “Measuring accurate Angle of Arrival of weak LoRa signals for Indoor Positioning,” em *12th International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN 2022)*, Beijing, China, set. de 2022. DOI: 10.1109/IPIN54987.2022.9918114. endereço: <https://hal.science/hal-03932846>.
- [17] N. BniLam, J. Steckel e M. Weyn, “2D angle of arrival estimations and bandwidth recognition for broadband signals,” em *2017 11th European Conference on Antennas and Propagation (EUCAP)*, IEEE, 2017, pp. 2041–2045. endereço: https://www.researchgate.net/publication/317397561_2D_angle_of_arrival_estimations_and_bandwidth_recognition_for_broadband_signals.
- [18] N. BniLam, G. Ergeerts, D. Subotic, J. Steckel e M. Weyn, “Adaptive probabilistic model using angle of arrival estimation for IoT indoor localization,” em *2017 International conference on indoor positioning and indoor navigation (IPIN)*, IEEE, set. de 2017, pp. 1–7.
- [19] N. BniLam, D. Joosens, J. Steckel e M. Weyn, “Low cost AoA unit for IoT applications,” em *2019 13th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP)*, IEEE, 2019, pp. 1–5. endereço: https://www.researchgate.net/profile/Noori-Bnilam-2/publication/332141599_Low_Cost_AoA_Unit_for_IoT_Applications/links/5ca2ee8d299bf1116956bf0e/Low-Cost-AoA-Unit-for-IoT-Applications.pdf.
- [20] N. BniLam, E. Tanghe, J. Steckel, W. Joseph e M. Weyn, “ANGLE: ANGular location estimation algorithms,” *IEEE access*, v. 8, pp. 14 620–14 629, 2020. endereço: <https://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=8959176>.
- [21] N. BniLam, T. Janssen, M. Aernouts, R. Berkvens e M. Weyn, “LoRa 2.4 GHz communication link and range,” *Sensors*, v. 20, n. 16, p. 4366, 2020.
- [22] D. Niculescu e B. Nath, “Ad hoc positioning system (APS) using AOA,” em *IEEE INFOCOM 2003. Twenty-second Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies (IEEE Cat. No.03CH37428)*, vol. 3, 2003, 1734–1743 vol.3. DOI: 10.1109/INFCOM.2003.1209196.
- [23] Nir Krakauer, *Function Reference: awgn*, 2016. endereço: <https://octave.sourceforge.io/communications/function/awgn.html>.

- [24] The MathWorks, Inc., *awgn*, 2025. endereço: <https://www.mathworks.com/help/comm/ref/awgn.html>.