

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ABC

CENTRO DE ENGENHARIA, MODELAGEM E CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS - CECS

Heitor Rodrigues Savegnago

**ANÁLISE DE SISTEMAS DE GEOLOCALIZAÇÃO BASEADOS EM
GPS E AOA PARA FOGUETES DE SONDAGEM ATMOSFÉRICA**

Santo André, SP
2025

Heitor Rodrigues Savegnago

ANÁLISE DE SISTEMAS DE GEOLOCALIZAÇÃO BASEADOS EM GPS E AOA PARA FOGUETES DE SONDAÇÃO ATMOSFÉRICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Centro de Engenharia, Modelagem e Ciências Sociais Aplicadas da Universidade Federal do ABC como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Informação.

Orientador: Prof. Dr. Ivan Roberto de Santana Casella.

Santo André, SP
2025

Agradecimentos

Agradeço aos meus pais, que sempre me incentivaram e deram suporte pra seguir atrás dos meus sonhos;

Ao meu orientador do presente trabalho, Dr. Ivan Roberto de Santana Casella, por aceitar me orientar e acompanhar pacientemente ao longo do desenvolvimento deste projeto;

Ao meu orientador do Projeto de Graduação em Computação, Dr. Francisco de Assis Zampirolli, que pacientemente seguiu me orientando mesmo eu levando mais tempo que o esperado;

Ao meu irmão, por me ajudar a entender os problemas que tive programando, mesmo que só estivesse lá pra me ouvir falar a respeito.

Aos amigos que tantas vezes pedi opiniões sobre como escrever e descrever tantas das coises neste trabalho;

À Universidade Federal do ABC, seus docentes, técnicos e terceirizados, sem o qual eu não poderia chegar aqui;

E a todos que contribuíram, direta ou indiretamente, no meu caminho até aqui, meu muito obrigado!

Resumo

Ao ser lançado, um foguete de sondagem atmosférica pode pousar em qualquer lugar dentro do seu raio de alcance, e realizar a busca pode se tornar um grande desafio sem uma estratégia de localização eficaz. Muitos desses veículos contam com localização por GNSS, como o GPS, porém ainda dependem de um sistema de telemetria que garanta a correta transmissão das coordenadas geográficas à equipe de busca. O presente trabalho considera o cenário onde a informação de localização não pôde ser decodificada, porém o sinal de RF ainda é detectável, propondo a aferição de Ângulo de Chegada (*Angle of Arrival*, AoA) para determinar a direção de busca. Foi construída a simulação de um sistema que, baseado na diferença de defasagens em uma malha circular de antenas, é capaz de determinar o AoA do sinal RF incidente. Durante o desenvolvimento, foi almejada a compatibilidade com diferentes *softwares* de resolução numérica, particularmente o GNU Octave e o MATLAB, o que se mostrou um desafio, considerando as limitações no uso de *software* livre. Foram consideradas malhas de antenas com três, cinco e sete antenas. A geometria com menos antenas apresentou uma acurácia geral mais baixa comparada às demais. As simulações contemplaram casos com diferentes níveis de interferência por ruído do tipo AWGN, e consideraram cenários com e sem atenuação no sinal. Em todas as simulações, o valor de R^2 foi acima de 75 % e, em média, acima de 92 %. À medida de comparação, também foram simulados casos equivalentes utilizando o algoritmo de Gauss-Newton, que demonstrou problemas em lidar com ruído e atenuação. Esses resultados indicam que o método proposto se mostra eficaz em diferentes contextos.

Palavras-chave: *Angle of Arrival*; Radiofrequênci;a; Foguetes de Sondagem Atmosférica; Resolução Numérica; Telemetria; Localização.

Abstract

Upon launch, an atmospheric sounding rocket can land anywhere within its range, and conducting the search can be a major challenge without an effective location strategy. Many of these vehicles rely on GNSS location, such as GPS, but they still rely on a telemetry system to ensure the correct transmission of geographic coordinates to the search team. This work considers a scenario where the location information could not be decoded, but the RF signal is still detectable, proposing the Angle of Arrival (AoA) measurement to determine the search direction. A simulation was built for a system that, based on the phase shift difference in a circular antenna array, is capable of determining the AoA of the incident RF signal. During development, compatibility with various numerical resolution software programs was sought, particularly GNU Octave and MATLAB, which proved challenging given the limitations of using free software. Antenna arrays with three, five, and seven antennas were considered. The geometry with fewer antennas showed lower overall accuracy compared to the others. The simulations considered cases with different levels of AWGN noise interference and considered scenarios with and without signal attenuation. In all simulations, the R^2 value was above 75 % and, on average, above 92 %. For comparison, equivalent cases were also simulated using the Gauss-Newton algorithm, which demonstrated problems in dealing with noise and attenuation. These results indicate that the proposed method is effective in different contexts.

Keywords: Angle of Arrival; Radio Frequency; Atmospheric Sounding Rockets; Numerical Resolution; Telemetry; Location.

Listas de Figuras

1	Sequência operações simplificada para foguete de sondagem.....	2
2	Representação geométrica de distância e ângulo em relação ao norte entre coordenadas geográficas \mathbf{A}_g e \mathbf{B}_g	4
3	Cálculo do ângulo de <i>Bearing</i> β_b entre as coordenadas dos Campi Santo André e São Bernardo do Campo da UFABC.....	5
4	Característica de frente de onda a cada λ a partir da antena emissora, destaque para $d_F = 8\lambda$	6
5	Diferentes valores de θ_{AoA} para sinal incidente em par de antenas, sistema com ângulo $\alpha_k = 20^\circ$ em relação à referência.	7
6	Diferentes valores para d	7
7	Diferentes distribuições de antenas.	9
8	Geometria geral do sistema com $N_{ant} = 3$	10
9	Fluxograma de operações da função <code>calc_AoA</code>	19
10	Exemplo de quadro da animação de saída da função <code>generate_fig</code>	21
11	Simulação para três antenas, caso ideal ($SNR \rightarrow \infty$ dB).	23
12	Simulação para três antenas, caso $SNR = 0$ dB, sem atenuação.....	24
13	Simulação para três antenas, caso $SNR = 0$ dB, com atenuação.	24
14	Simulação para cinco antenas, caso ideal ($SNR \rightarrow \infty$ dB).	25
15	Simulação para cinco antenas, caso $SNR = 0$ dB, sem atenuação.	26
16	Simulação para cinco antenas, caso $SNR = 0$ dB, com atenuação.	26
17	Simulação para sete antenas, caso ideal ($SNR \rightarrow \infty$ dB).	27
18	Simulação para sete antenas, caso $SNR = 0$ dB, sem atenuação.	28
19	Simulação para sete antenas, caso $SNR = 0$ dB, com atenuação.	28

Lista de Tabelas

1	Valores de R^2 para simulações notáveis com três antenas.	23
2	Valores de R^2 para simulações notáveis com cinco antenas.	25
3	Valores de R^2 para simulações notáveis com sete antenas.	27

Códigos

1	Função <code>argument_r</code> , simplificada.....	16
2	Função <code>ref_cos</code> , simplificada.	16
3	Função <code>ref_sin</code> , simplificada.	16
4	Função <code>signal_r</code> , simplificada.	17
5	Função <code>phase_z</code> , simplificada.	18
6	Função <code>dephase_A_to_B</code> , simplificada.	18
7	Função <code>deltas_A_B</code> , simplificada.....	18
8	Função <code>isoctave</code> , simplificada.	19
9	Função <code>calc_AoA</code> , simplificada.	20
10	Arquivo de código <code>bearing.m</code>	35
11	Arquivo de código <code>argument_r.m</code>	36
12	Arquivo de código <code>ref_cos.m</code>	36
13	Arquivo de código <code>ref_sin.m</code>	36
14	Arquivo de código <code>signal_r.m</code>	37
15	Arquivo de código <code>phase_z.m</code>	38
16	Arquivo de código <code>dephase_A_to_B.m</code>	38
17	Arquivo de código <code>deltas_A_B.m</code>	39
18	Arquivo de código <code>isoctave.m</code>	39
19	Arquivo de código <code>calc_AoA.m</code>	39
20	Arquivo de código <code>generate_fig.m</code>	41
21	Arquivo de código <code>w_xyt.m</code>	45
22	Arquivo de código <code>gauss_newton.m</code>	51
23	Arquivo de código <code>w_xyt_single.m</code>	54
24	Arquivo de código <code>w_xyt_dat.m</code>	54
25	Arquivo de código <code>w_xyt_auto.m</code>	56

Abreviaturas e Siglas

AoA	Ângulo de Chegada (<i>Angle of Arrival</i>)
ATT	Atenuação
AWGN	Ruído Gaussiano Branco Aditivo (<i>Additive White Gaussian Noise</i>)
BLE	<i>Bluetooth</i> de Baixo Consumo de Energia (<i>Bluetooth Low Energy</i>)
FFT	Transformada Rápida de Fourier (<i>Fast Fourier Transform</i>)
GNSS	Sistema Global de Navegação por Satélite (<i>Global Navigation Satellite System</i>)
GPS	Sistema de Posicionamento Global (<i>Global Positioning System</i>)
IoT	Internet das Coisas (<i>Internet of Things</i>)
LoRa	<i>Longe Range</i>
LoS	Linha de visão (<i>Line of Sight</i>)
NaN	Número Indefinido ou Inválido (<i>Not a Number</i>)
NLoS	Sem Linha de visão (<i>Non Line of Sight</i>)
RF	Radiofrequênciia (<i>Radio Frequency</i>)
SDR	Rádio Definido por Software (<i>Software-Defined Radio</i>)
SNR	Relação Sinal-Ruído (<i>Signal-Noise Ratio</i>)
UCA	Matriz Circular Uniforme (<i>Uniform Circular Array</i>)
ULA	Matriz Linear Uniforme (<i>Uniform Linear Array</i>)

Símbolos e Operadores

\mathbf{A}_g	Coordenada geográfica A
A_k	k -ésima antena da malha
\mathbf{B}_g	Coordenada geográfica B
c	Velocidad da luz no ar
D_{ant}	Maior dimensão da antena emissora para cálculo da distância de Fraunhofer
d	Distância entre antenas
d_F	Distância de Fraunhofer
$d_{\mathbf{AB}}$	Distância entre coordenadas geográficas A e B
f	Frequência do sinal w de interesse
I_k	Componente em fase do valor complexo do sinal recebido
i	Unidade imaginária, $\sqrt{-1}$
k	Índice das antenas da malha
N_{ant}	Número de antenas da malha
Q_k	Componente em quadratura do valor complexo do sinal recebido
R_{Terra}	Raio do planeta
T	Período do sinal w de interesse
w	Sinal de interesse para análise, incidente na malha de antenas
x_{A_k}	Componente x de coordenada para a antena A_k
y_{A_k}	Componente y de coordenada para a antena A_k
Z_k	Valor complexo do sinal recebido na antena A_k
α_k	Ângulo formado pelo par de antenas A_k e A_{k+1} em relação à geometria do sistema
$\beta_{\pm k}$	Par de ângulos simétricos calculados a partir do sinal incidente no par de antenas A_k e A_{k+1}
β_b	Ângulo de <i>bearing</i> relativo
$\Delta\Phi_k$	Diferença de fase em par de antenas A_k e A_{k+1}
Δ_θ	Diferença entre os ângulos $\theta_{\mathbf{A}_g}$ e $\theta_{\mathbf{B}_g}$
Δ_ϕ	Diferença entre os ângulos $\phi_{\mathbf{A}_g}$ e $\phi_{\mathbf{B}_g}$
δ	Intervalo de quantização e de filtro para valores de Θ

Θ	Conjunto de todos os valores $\theta_{\pm k}$ aferidos
$\Theta_{[\bullet]}$	Valores de Θ quantizados por δ
Θ_F	Valores de Θ filtrados
θ_{AoA}	Valor do Ângulo de Chegada AoA
$\theta_{\pm k}$	Par de possíveis ângulos de θ_{AoA} referentes ao par de antenas A_k e A_{k+1}
θ_{M_o}	Moda estatística do conjunto $\Theta_{[\bullet]}$
θ_{A_g}	Longitude da coordenada geográfica A
θ_{B_g}	Longitude da coordenada geográfica B
λ	Comprimento de onda do sinal w de interesse
ρ	Raio do polígono regular formador da malha de antenas
Φ_k	Fase do sinal na antena k
ϕ_{A_g}	Latitude da coordenada geográfica A
ϕ_{B_g}	Latitude da coordenada geográfica B
ω	Frequência angular do sinal w de interesse
$\widetilde{\mathcal{H}}$	Operação estatística mediana para o conjunto \mathcal{H}
$\mathcal{Mo}(\mathcal{H})$	Operação estatística moda para o conjunto \mathcal{H}
$\mathcal{Im}(h)$	Parte imaginária do valor complexo h
$\mathcal{Re}(h)$	Parte real do valor complexo h
$[h]$	Operação arredondar, arredonda o valor de h para o inteiro mais próximo

Sumário

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Motivação	1
1.2	Objetivos	2
1.3	Estrutura do documento	2
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	3
2.1	Fundamentação teórica	3
2.1.1	Direcionamento por coordenadas geográficas	3
2.1.2	Estimar AoA utilizando malha de antenas	4
2.2	Trabalhos relacionados	11
3	METODOLOGIA.....	14
3.1	Simulação.....	14
3.1.1	Parâmetros envolvidos	14
3.1.2	Funções auxiliares	16
3.1.3	Função de cálculo para AoA	18
3.1.4	Função de geração saída visual	19
3.1.5	Função geral da simulação	21
3.2	Simulação do Algoritmo de Gauss-Newton	21
4	RESULTADOS	22
4.1	Performance da simulação	22
4.1.1	Três antenas	22
4.1.2	Cinco antenas	25
4.1.3	Sete antenas	27
4.2	Problemas encontrados	29
4.2.1	Compatibilidade de código	29
4.2.2	Limitações de <i>software</i> livre	29
4.2.3	Convergência de valores	29
5	CONCLUSÃO	30
	REFERÊNCIAS.....	32
	APÊNDICES.....	35
A	CÓDIGOS DESENVOLVIDOS PARA SIMULAÇÃO	35
A.1	Simulação de direcionamento GNSS.....	35

A.2	Simulação de AoA	36
A.2.1	Funções auxiliares	36
A.2.2	Função de cálculo para AoA	39
A.2.3	Função de geração saída visual	41
A.2.4	Função geral da simulação	45
A.2.5	Função do algoritmo de Gauss-Newton	51
A.2.6	Arquivos de simulação em sequênci.....	54

1 Introdução

Este capítulo apresenta a motivação para o trabalho proposto, os objetivos gerais e secundários, e uma apresentação da estrutura geral do trabalho.

1.1 Motivação

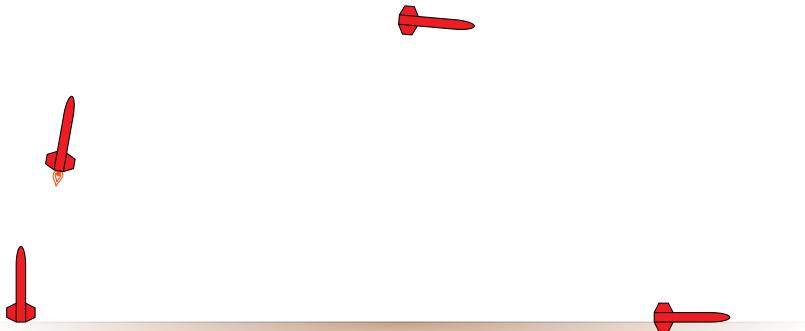
Foguetes de sondagem atmosférica são veículos aeroespaciais sub-orbitais utilizados para levar sensores e experimentos científicos a altos níveis atmosféricos, com o intuito de realizar estudos e análises relacionados às diversas condições ali presentes [1]. Estes veículos geralmente utilizam motor de propelente sólido, de um ou dois estágios, e são equipados com sistemas de controle, telemetria e recuperação, além de transportarem o experimento científico, denominado carga-paga [2, 3]. Algumas das vantagens desses veículos são o baixo custo e a menor necessidade de alcance para sistemas de telemetria e rastreio, tendo em vista que não entram em órbita [4].

No contexto de foguetes de sondagem, existem competições que fomentam o desenvolvimento e a competitividade em equipes universitárias de foguetemodelismo [5]. Algumas dessas competições tem grande parte de suas categorias definidas nas bases de foguetes de sondagem, com apogeu de voo entre 1 km e 10 km de altura acima do nível do solo. Nestes casos, a sequência de operações normal do foguete, simplificada na Figura 1, consiste em: ignição do primeiro estágio do motor, decolagem, período propulsionado, término de queima do primeiro estágio, desacoplamento do primeiro estágio, ignição do segundo estágio, segundo período propulsionado, término de queima do segundo estágio, início do período inercial balístico, apogeu, detecção do apogeu pelos sistemas embarcados, liberação do paraquedas piloto, fase de desaceleração do paraquedas piloto, liberação do paraquedas principal a certa altitude, fase de desaceleração do paraquedas principal e finalmente o pouso [2, 3]. Desacoplamento do primeiro estágio, ignição e fase propulsionada do segundo somente se aplicam a foguetes de dois estágios.

A partir do momento do pouso, o próximo objetivo nessas competições consiste em localizar o foguete, vários métodos podem ser empregados nessa situação, desde cores chamativas no veículo e paraquedas, até sinais sonoros. Essas competições geralmente recomendam, e até exigem, a presença de um GNSS, capaz de transmitir as coordenadas do veículo após o pouso para localização, como um GPS [6].

O processo de localização baseada em dados simples de GNSS, latitude e longitude, pode se tornar mais complicado se o grupo de busca não tem certeza de como encontrar essas coordenadas. Existem dispositivos de GNSS portáteis, porém estes podem criar dificuldades na interface com os dados recebidos da telemetria do foguete. Neste caso, seria possível desenvolver um dispositivo capaz de lidar diretamente com as informações de localização fornecidas pela telemetria e guiar o grupo de busca na direção correta.

Figura 1: Sequência operações simplificada para foguete de sondagem.



Fonte: Autor

Os dados recebidos da telemetria ainda precisam de certo grau de confiabilidade para que sejam devidamente processados e tratados, o que pode ser um problema se o veículo estiver longe do grupo de busca ou o dispositivo de GNSS a bordo não esteja apto a fornecer dados corretamente. Nesse caso, ainda é possível buscar o foguete utilizando o próprio sinal da telemetria, independente dos dados transmitidos.

1.2 Objetivos

O principal objetivo deste trabalho é desenvolver e projetar um dispositivo portátil capaz de indicar a direção da origem de um sinal de RF baseado em métodos de detecção de AoA.

Como objetivo secundário, a análise comparativa com um sistema de utilidade semelhante, porém baseado inteiramente em coordenadas de GNSS.

1.3 Estrutura do documento

O trabalho proposto está organizado em cinco capítulos, apresentando, após este introdutório, mais quatro capítulos. O Capítulo 2 traz um levantamento bibliográfico, contendo fundamentação teórica e revisão de trabalhos relacionados. O Capítulo 3 apresenta o detalhe da metodologia adotada na construção do trabalho. No Capítulo 4 são apresentados detalhes sobre a performance das simulações realizadas e problemas encontrados. Por fim, o Capítulo 5 traz as considerações finais, conclusões e sugestões para trabalhos futuros que podem resultar em melhorias na presente proposta.

O documento também conta com o Apêndice A, que apresenta o conjunto de códigos construídos ao longo do desenvolvimento do trabalho.

2 Revisão Bibliográfica

Este capítulo apresenta a fundamentação teórica utilizada ao longo do trabalho, bem como um breve levantamento de trabalhos relacionados, que mostram a relevância do assunto abordado.

2.1 Fundamentação teórica

A construção deste trabalho fundamentou-se em princípios teóricos, utilizando as bases de direcionamento por coordenadas geográficas, apresentada na Subseção 2.1.1, e princípios de eletromagnetismo para estimar o AoA, apresentados na Subseção 2.1.2.

2.1.1 Direcionamento por coordenadas geográficas

Coordenadas geográficas são definidas por dois valores, latitude e longitude, associadas a coordenadas esféricas referenciadas a partir do centro da terra, assumindo o raio da coordenada como o raio médio da superfície do planeta, cerca de $R_{\text{Terra}} = 6371 \cdot 10^3 \text{ m}$ [7, 8]. A latitude equivale à componente polar ϕ centralizada na linha do equador, enquanto a longitude equivale à componente θ centralizada no meridiano de Greenwich [7, 9].

Conhecendo as coordenadas de dois pontos distintos A e B, é possível determinar seu ângulo de *bearing* β_b relativo, referente ao norte, ou seja, o ângulo da direção a se seguir partindo do ponto A para chegar ao ponto B, a partir da direção norte no ponto de origem A [9].

Sendo \mathbf{A}_g e \mathbf{B}_g duas coordenadas geográficas, $\phi_{\mathbf{A}_g}$ e $\phi_{\mathbf{B}_g}$ suas respectivas latitudes, e $\theta_{\mathbf{A}_g}$ e $\theta_{\mathbf{B}_g}$ suas respectivas longitudes, conforme ilustrado na Figura 2.

Calculam-se Δ_ϕ e Δ_θ conforme Equações 1 e 2, respectivamente.

$$\Delta_\phi = \phi_{\mathbf{B}_g} - \phi_{\mathbf{A}_g} \quad (1)$$

$$\Delta_\theta = \theta_{\mathbf{B}_g} - \theta_{\mathbf{A}_g} \quad (2)$$

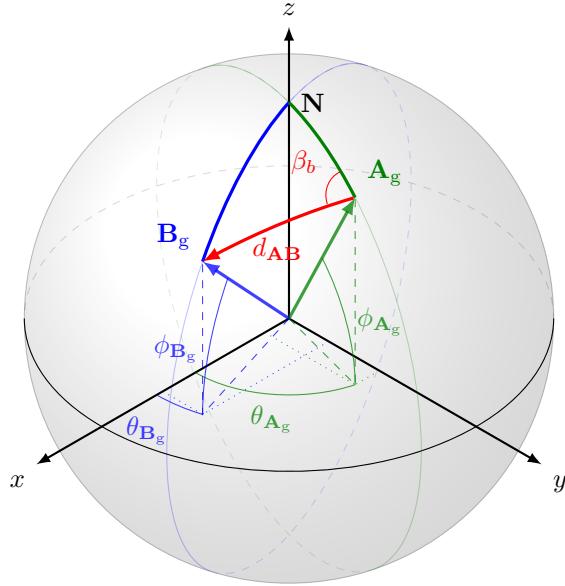
Através da lei dos haversines é possível obter a distância mínima d entre as coordenadas, sobre a superfície, e também o ângulo de *Bearing* β_b formado no vértice \mathbf{A}_g do triângulo esférico $\mathbf{N}\mathbf{A}_g\mathbf{B}_g$ [8]. Para o cálculo de distância, os ângulos devem ser tratados em radianos.

$$X = \cos(\theta_{\mathbf{B}_g}) \cdot \sin(\Delta_\phi) \quad (3)$$

$$Y = \cos(\theta_{\mathbf{A}_g}) \cdot \sin(\theta_{\mathbf{B}_g}) - \sin(\theta_{\mathbf{A}_g}) \cdot \cos(\theta_{\mathbf{B}_g}) \cdot \cos(\Delta_\phi) \quad (4)$$

$$Z = \sin^2\left(\frac{\Delta_\theta}{2}\right) + \cos(\theta_{\mathbf{B}_g}) \cdot \cos(\theta_{\mathbf{A}_g}) \cdot \sin^2\left(\frac{\Delta_\phi}{2}\right) \quad (5)$$

Figura 2: Representação geométrica de distância e ângulo em relação ao norte entre coordenadas geográficas \mathbf{A}_g e \mathbf{B}_g .



Fonte: Autor.

$$\beta_b = \arctan\left(\frac{X}{Y}\right) - \frac{\pi}{2} \quad (6)$$

$$d_{AB} = R_{Terra} \cdot 2 \cdot \arctan\left(\frac{\sqrt{Z}}{\sqrt{1-Z}}\right) \quad (7)$$

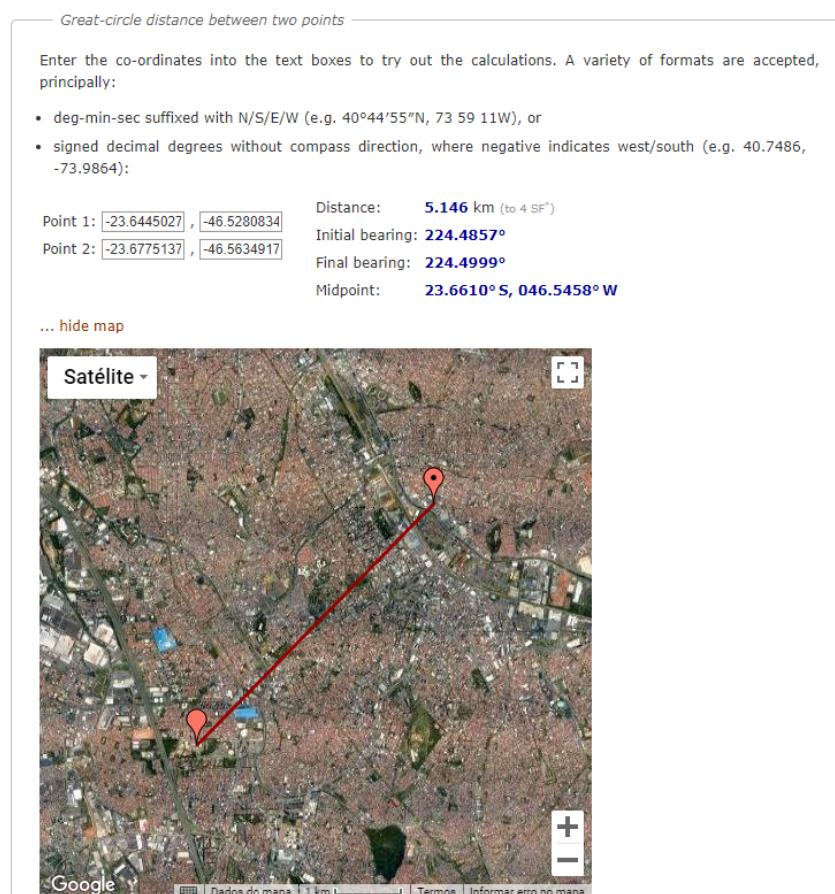
O ângulo β_b calculado aqui é referente à direção cardeal Norte, assim, uma equipe de busca equipada com uma bússola simples seria capaz de seguir a direção correta. A Figura 3 apresenta a aplicação desenvolvida por Veness, capaz de calcular o ângulo de *Bearing* entre duas coordenadas, note que, neste caso, o ângulo referido é relacionado à direção cardinal Leste [8].

2.1.2 Estimar AoA utilizando malha de antenas

Analizando a defasagem de um sinal de RF incidindo em uma malha de antenas, é possível estimar seu Ângulo de Chegada (*Angle of Arrival*, AoA), ou seja, determinar a direção do emissor do sinal em relação ao sistema. Este valor é calculado utilizando dados como a distância entre as antenas, o comprimento de onda λ do sinal e a velocidade da luz no meio, usualmente tomada como $c = 299792458,6 \pm 0,3 \text{ m s}^{-1}$ no ar [10, 11, 12, 13]. A Equação 8 apresenta a relação do comprimento de onda λ com a frequência f , a frequência angular ω e a velocidade da luz c .

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{2\pi \cdot c}{\omega} \quad (8)$$

Figura 3: Cálculo do ângulo de *Bearing* β_b entre as coordenadas dos Campi Santo André e São Bernardo do Campo da UFABC.

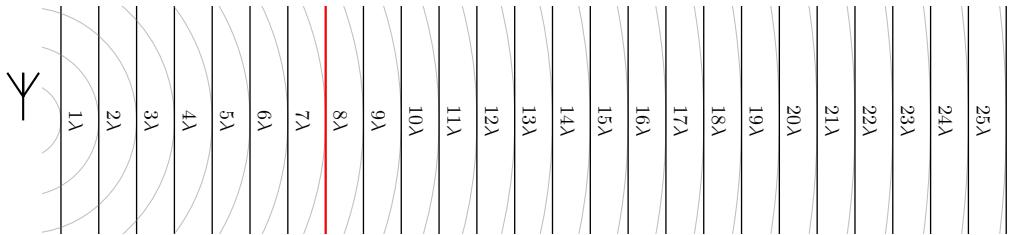


Fonte: Veness 2019 [8]

Se um emissor de sinal estiver suficientemente distante, é possível considerar que a frente de onda tem um comportamento planar, essa característica simplifica as operações envolvidas. A distância de Fraunhofer (d_F) é a mínima para essa condição, ela define o início da região de *far-field*, conforme apresentado na Equação 9, onde D_{ant} é a maior dimensão da antena emissora [14]. Tomando $D_{\text{ant}} = 2\lambda$, para uma antena de dipolo, obtém-se $d_F = 8\lambda$. A Figura 4 ilustra o comportamento planar de uma frente de onda, com destaque na distância d_F .

$$d_F = \frac{2 \cdot D_{\text{ant}}^2}{\lambda} \Rightarrow d_F = \frac{2 \cdot (2 \cdot \lambda)^2}{\lambda} = 8\lambda \quad (9)$$

Figura 4: Característica de frente de onda a cada λ a partir da antena emissora, destaque para $d_F = 8\lambda$.



Fonte: Autor.

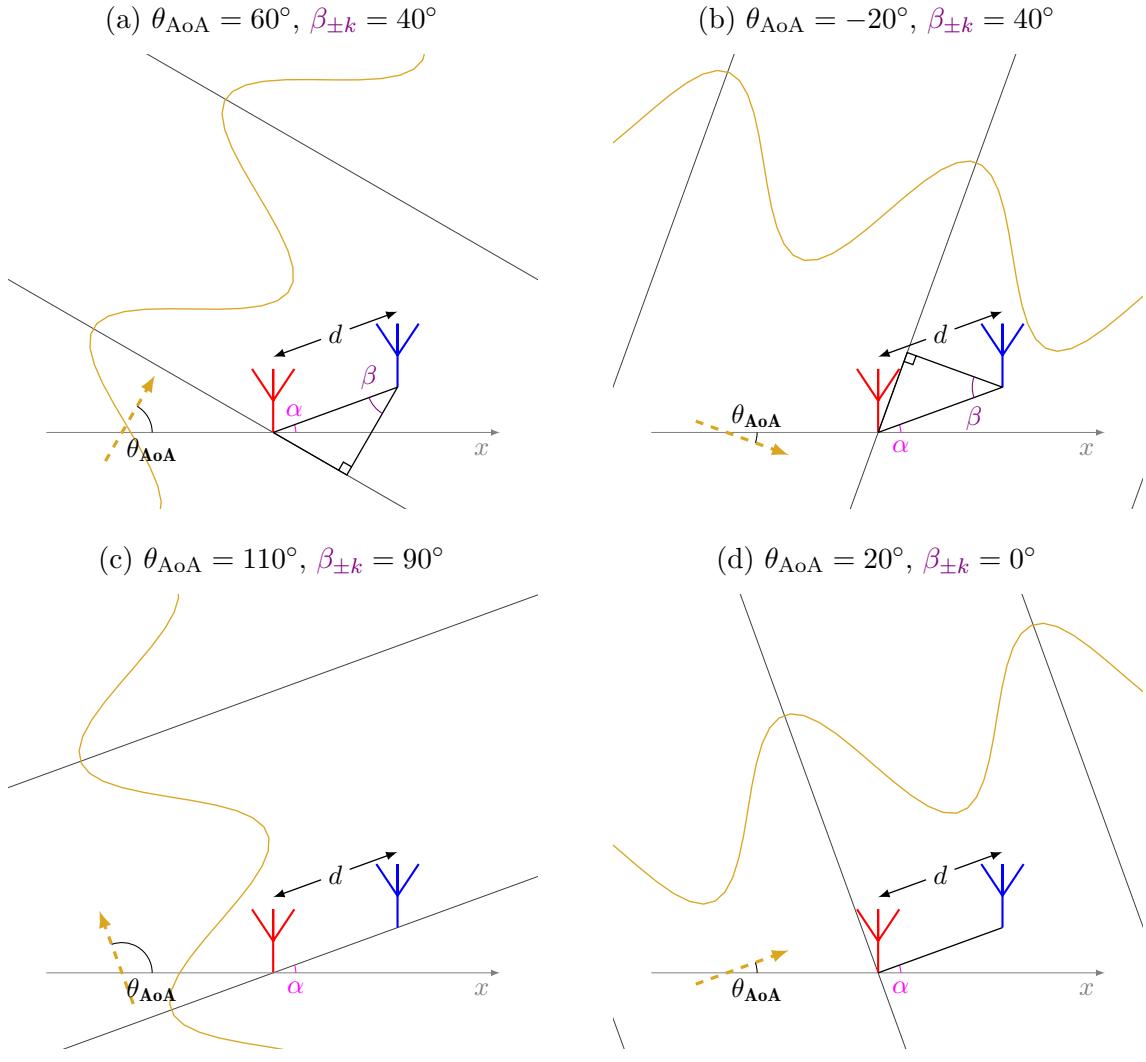
Tomando agora um par de antenas separadas por uma distância fixa d , torna-se viável fazer a análise trigonométrica entre as antenas e a frente de onda incidente, onde essa distância d será a hipotenusa do triângulo retângulo formado. Para realizar esta análise, ainda é necessário conhecer uma segunda dimensão do triângulo retângulo envolvido, esta é obtida da defasagem $\Delta\Phi_k$ dos sinais incidentes nas antenas, conforme apresentado na Equação 10. A Figura 5 apresenta quatro casos de chegada do sinal de RF em um par de antenas.

$$d \cdot \cos(\beta_{\pm k}) = \lambda \cdot \frac{\Delta\Phi_k}{2\pi} \quad (10)$$

É importante ressaltar que um sistema com um único par de antenas não é suficiente para determinar completamente o θ_{AoA} , já que o valor calculado de $\beta_{\pm k}$ é igual para casos simétricos em relação ao par de antenas, criando um caso de ambiguidade. As Figuras 5a e 5b apresentam exemplos de diferentes valores de θ_{AoA} para o mesmo valor de $\beta_{\pm k}$. Existem ainda dois casos notáveis, onde o sinal chega alinhado ao par de antenas ou perpendicular a elas, apresentados respectivamente nas Figuras 5c e 5d.

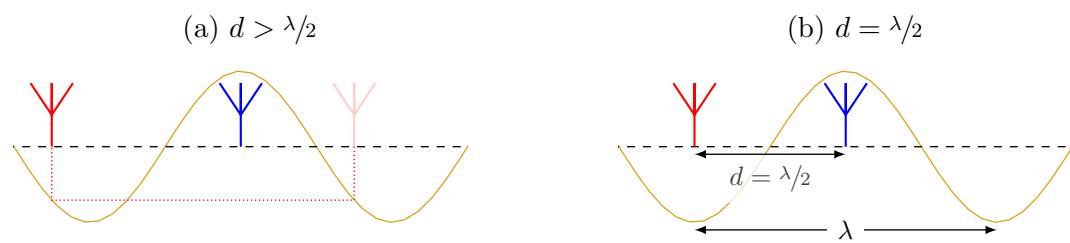
A escolha da distância d entre as antenas deve ser feita de forma a otimizar a resolução da medida de defasagem, com a maior distância possível. Porém é necessário evitar ambiguidades na análise, por se tratar de um sinal periódico, o valor se repetirá a cada λ , e terá valores simétricos quando $d > \lambda/2$, ilustrado na Figura 6a. Adota-se então $d = \lambda/2$, conforme apresentado na Figura 6b e Equação 11 [11, 12, 13].

Figura 5: Diferentes valores de θ_{AoA} para sinal incidente em par de antenas, sistema com ângulo $\alpha_k = 20^\circ$ em relação à referência.



Fonte: Autor.

Figura 6: Diferentes valores para d .



Fonte: Autor.

$$d = \frac{\lambda}{2} \quad (11)$$

Para contornar a ambiguidade de simetria, é possível adicionar mais antenas à malha. O conjunto de N_{ant} antenas deve respeitar a distância d entre as antenas de um par, e pode ser disposto como um polígono regular com N_{ant} lados de tamanho d , onde cada antena está em um vértice. A Figura 7 apresenta exemplos dessa disposição de antenas, note que valores pares de N_{ant} implicam que existirão pares de antenas paralelos, que resultam em leituras redundantes.

A Equação 12 descreve o raio ρ do círculo que circunscreve o polígono regular de N_{ant} antenas. Este raio equivale à distância das antenas em relação ao ponto central do polígono.

$$\rho = \frac{d}{2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{N_{\text{ant}}}\right)} \quad (12)$$

Cada antena é identificada por um índice k , conforme a Equação 13, e tem sua coordenada espacial definida como um valor complexo descrito na Equação 14. Essas coordenadas são definidas como números complexos para simplificar a análise do ângulo α_k em que um par de antenas A_k e A_{k+1} se dispõe em relação à geometria do sistema, conforme Equação 15.

$$k = \{1, 2, \dots, N_{\text{ant}}\} \quad (13)$$

$$A_k = \rho \cdot \exp\left(i \cdot k \cdot \frac{2\pi}{N_{\text{ant}}}\right) = (\mathcal{R}e(A_k), \mathcal{I}m(A_k)) = (x_{A_k}, y_{A_k}) \quad (14)$$

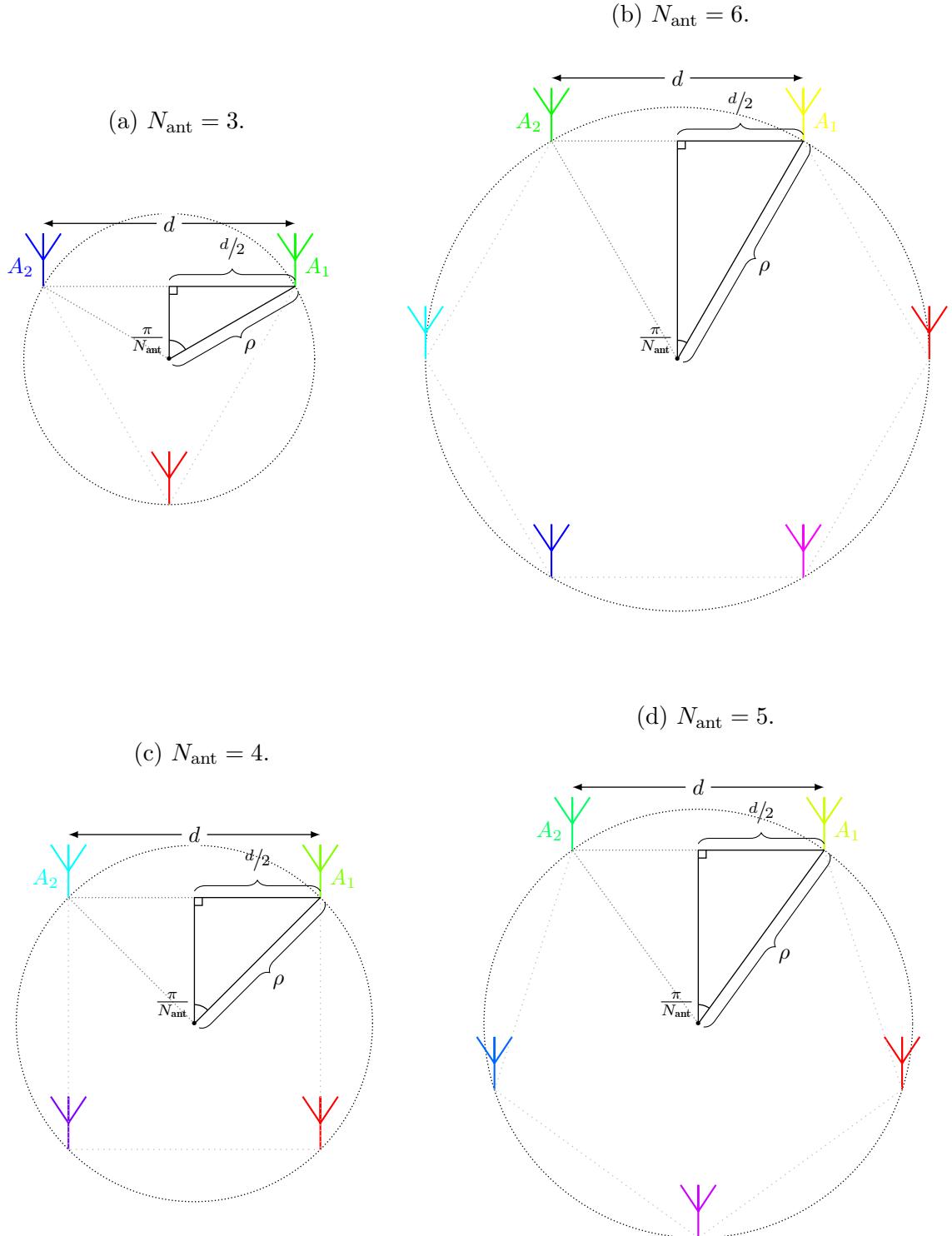
$$\alpha_k = \arg(A_k - A_{k+1}) \quad (15)$$

Para calcular a fase em uma antena, é interessante representar o sinal recebido como um valor complexo. Uma forma de obter o complexo de fase consiste em analisar a correlação do sinal incidente w com sinais de referência de mesma frequência que o sinal de interesse, em um período completo, Equação 16. Os valores I_k (em fase) e Q_k (em quadratura) são calculados respectivamente pela correlação com um cosseno, conforme Equação 17, e com um seno, conforme Equação 18. A Equação 19 apresenta o valor complexo Z_k de fase para a antena A_k .

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f} \quad (16)$$

$$I_k = \int_0^T \cos(\omega \cdot \tau) \cdot w(x_{A_k}, y_{A_k}, \tau) d\tau \quad (17)$$

Figura 7: Diferentes distribuições de antenas.



Fonte: Autor.

$$Q_k = \int_0^T \sin(\omega \cdot \tau) \cdot w(x_{A_k}, y_{A_k}, \tau) \partial \tau \quad (18)$$

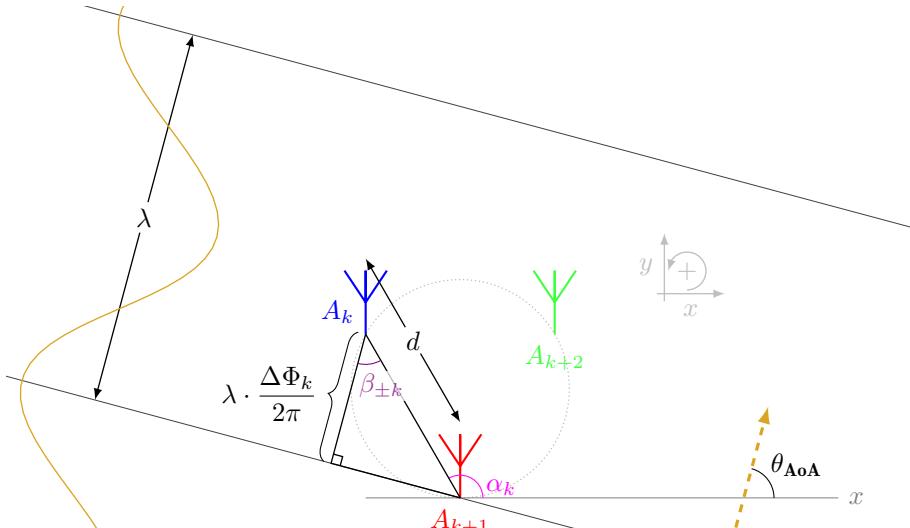
$$Z_k = \frac{\omega}{\pi} \cdot (I_k + iQ_k) \quad (19)$$

O cálculo de defasagem de sinal em um par de antenas consiste na análise de diferença de fase dos valores Z_k e Z_{k+1} do par de antenas A_k e A_{k+1} , conforme apresentado na Equação 20. Obtido o valor de defasagem $\Delta\Phi_k$ entre o par de antenas, finalmente é possível calcular o ângulo $\beta_{\pm k}$ através da Equação 21, note que a simplificação somente é possível com valor de $d = \lambda/2$. A Figura 8 apresenta a geometria do sistema destacando os valores de interesse na análise de um dos pares de antenas, tomando $N_{\text{ant}} = 3$.

$$\Delta\Phi_k = \Phi_k - \Phi_{k+1} = \arg(Z_k) - \arg(Z_{k+1}) = \arg(Z_k \cdot \overline{Z_{k+1}}) \quad (20)$$

$$\beta_{\pm k} = \arccos\left(\frac{\lambda}{d} \cdot \frac{\Delta\Phi_k}{2\pi}\right) \quad (21)$$

Figura 8: Geometria geral do sistema com $N_{\text{ant}} = 3$.



Fonte: Autor.

Para cada par de antenas, são calculados dois valores $\theta_{\pm k}$ conforme a Equação 22, equivalentes a dois valores possíveis para o θ_{AoA} . A Equação 23 define o conjunto Θ dos valores aferidos de $\theta_{\pm k}$ para todos os pares de antenas do sistema, este conjunto sempre terá $2 \cdot N_{\text{ant}}$ elementos, dos quais, metade estão próximos do real valor de θ_{AoA} e os demais são valores distintos do objetivo e entre si.

$$\theta_{\pm k} = \alpha_k \pm \beta_{\pm k} \quad (22)$$

$$\Theta = \{\theta_{\pm k} \mid \forall k\} \quad (23)$$

Com os possíveis valores de θ_{AoA} obtidos, é necessário estimar qual o valor correto. Para isso, é criada uma lista auxiliar $\Theta_{[\bullet]}$, quantizando os valores de Θ em intervalos de tamanho δ , descrito na Equação 24. A Equação 25 descreve a operação de quantização dos valores de Θ , que, por se tratar de um cálculo auxiliar, utiliza-se o arredondamento para o inteiro mais próximo. A quantização implica que os valores de Θ serão agrupados por faixas de largura δ .

$$\delta = \frac{\pi}{2 \cdot (1 + N_{\text{ant}})} \quad (24)$$

$$\Theta_{[\bullet]} = \left\{ \left\lfloor \frac{\theta}{\delta} \right\rfloor \cdot \delta \mid \forall \theta \in \Theta \right\} \quad (25)$$

Salvo casos com muito ruído, espera-se que alguns valores em $\Theta_{[\bullet]}$ se repitam, partindo disso, calcula-se $\theta_{\mathcal{M}_o}$, a moda estatística destes valores, conforme Equação 26. Esse valor deverá estar próximo ao θ_{AoA} , e será utilizado na filtragem dos valores aferidos em Θ .

$$\theta_{\mathcal{M}_o} = \mathcal{M}_o(\Theta_{[\bullet]}) \quad (26)$$

O conjunto Θ_F contém itens de Θ que estejam ao redor do valor $\theta_{\mathcal{M}_o}$ calculado, num intervalo de δ para mais ou para menos, conforme Equação 27.

$$\Theta_F = \{\theta \in \Theta \mid \theta_{\mathcal{M}_o} - \delta \leq \theta \leq \theta_{\mathcal{M}_o} + \delta\} \quad (27)$$

Finalmente obtém-se o valor de θ_{AoA} pela mediana dos valores em Θ_F , conforme Equação 28.

$$\theta_{\text{AoA}} = \widetilde{\Theta_F} \quad (28)$$

2.2 Trabalhos relacionados

Em seu trabalho, Horst [12] analisa dois algoritmos de detecção de AoA, realizando as análises em ambientes internos e utilizando matrizes de antenas. O primeiro método analisado consiste em uma aproximação do ângulo, feita utilizando um *software* fornecido pela Texas Instruments, fabricante do *hardware* utilizado. Já o segundo método, baseia-se na construção matemática do AoA calculado pela diferença de fase instantânea do sinal entre as antenas do sistema, uma abordagem semelhante à proposta neste trabalho. Os resultados obtidos indicam que o método de aproximação teve melhor acurácia nos valores de ângulo.

A proposta de Zeaiter *et al.* [15] busca validar a performance da detecção de AoA em ambiente fechado, realizando a análise em diferentes modulações, larguras de canal e fatores

de espalhamento. Também propõe que, ao combinar de seu algoritmo de localização de AoA com a função de autocorrelação, é possível analisar os dados de dois sinais recebidos simultaneamente.

Outro trabalho de Zeaiter *et al.* [16] consiste em uma aproximação do AoA utilizando um método de autocorrelação em um sinal *Long Range* (LoRa) de baixa potência. Seu objetivo consiste em detectar o sinal LoRa operando em transmissão de baixa potência, caso onde a vida útil da bateria do sistema transmissor é estendida. O algoritmo apresentado busca picos de autocorrelação no sinal recebido, além de utilizar Transformada Rápida de Fourier (*Fast Fourier Transform*, FFT) para denotá-los e melhorar a Relação Sinal-Ruído (*Signal-Noise Ratio*, SNR). Quando um pico é detectado, o algoritmo é capaz de encontrar o AoA.

BniLam *et al.* [17] propõe uma técnica que, sem qualquer informação prévia de largura de banda, consegue estimar AoA do sinal recebido. O sistema proposto consiste em uma Matriz Circular Uniforme (*Uniform Circular Array*, UCA) seguida de um filtro transversal, também utiliza de vetores especiais de largura de banda variável junto com um estimador de relação sinal-ruído térmico para determinar simultaneamente AoA e largura de banda do sinal recebido.

Em outro trabalho, BniLam *et al.* [18] estudam a possibilidade de estimar AoA para transceptores de Internet das Coisas (*Internet of Things*, IoT) em ambiente interno. Também propõe um modelo probabilístico adaptativo que opera no modelo de estimativa de AoA, incrementando sua performance. Seus resultados indicam que estes métodos superam a performance de modelos probabilísticos estáticos tradicionais, tanto em acurácia de localização quanto em estabilidade no valor obtido.

Neste trabalho, BniLam *et al.* [19] propõe um dispositivo de baixo custo capaz de estimar o AoA, de forma que seja viável sua utilização em dispositivos de IoT. O dispositivo consiste em uma conversão de vários Rádio Definido por Software (*Software-Defined Radio*, SDR) individuais de baixo custo num único SDR com múltiplos canais de RF. Seus resultados experimentais indicam que o dispositivo é capaz de estimar valores de AoA de forma estável e acurada.

A proposta de BniLam *et al.* [20] neste trabalho consiste em um novo algoritmo para determinação de AoA chamado ANGLE (*ANGular Location Estimation*), baseado em modelos probabilísticos para a resposta do sinal recebido. Sua proposta ainda sugere duas versões do método, para o caso de amostragem única e de decomposição de subespaço, como utilizado no algoritmo MUSIC (*MUltiple SIgnal Classification*).

BniLam *et al.* [21] apresenta, neste trabalho, uma abordagem mais amigável para estimativa de AoA em redes LoRa. O sistema proposto, denominado LoRay (LoRa array) é composto por *hardware* e *software* preparados para fazer a estimativa de AoA em ambiente urbano, onde o sistema foi validado. O hardware utilizado foi descrito em um trabalho anterior [19]. Este sistema apresentou resultados estáveis e acurados para estimativa de AoA tanto nos casos Linha de visão (*Line of Sight*, LoS) quanto nos Sem Linha de visão (*Non Line of Sight*, NLoS).

Em seu trabalho, Niculescu e Nath [22] propõe métodos para detecção de posição

e orientação em cada nó de uma rede *ad hoc*. A proposta parte de possíveis problemas relacionados à utilização de GPS em ambiente fechado

O trabalho de Schmidt e Hellbrück [23] é o mais recente dentre os levantados, e propõe estimar o AoA utilizando do algoritmo de Gauss-Newton. O sistema proposto é baseado na tecnologia de *Bluetooth* de Baixo Consumo de Energia (*Bluetooth Low Energy*, BLE), presente em alguns dispositivos IoT, para a localização em ambiente fechado. Essa proposta será adaptada para comparação com os resultados do presente trabalho.

3 Metodologia

Neste capítulo, são explorados os métodos utilizados para a construção do trabalho proposto.

3.1 Simulação

A construção da simulação partiu de uma abordagem físico-matemática, definindo o sinal w como uma função de onda relativa ao tempo e ao espaço, analisando seus valores incidindo em cada antena A_k e comparando as defasagens $\Delta\Phi_k$ entre os diferentes pares de antenas. Para simplificar a construção da simulação, foram utilizadas funções paramétricas, descritas na presente seção.

3.1.1 Parâmetros envolvidos

Com o objetivo de garantir a coerência entre as partes da simulação, vários parâmetros foram utilizados, definindo detalhes em relação às operações matemáticas e às formas de registro dos valores calculados. Estes parâmetros são divididos entre os que recebem valores numéricos, booleanos ou matrizes numéricas.

Os parâmetros numéricos são:

- `amp_w`, amplitude desejada para o sinal;
- `ang_w`, direção do emissor do sinal, equivalente ao ângulo θ_{AoA} de chegada do sinal em relação à malha de antenas;
- `angle_Z_A_x_B`, ângulo relativo $\beta_{\pm k}$ para par de antenas;
- `d`, distância d entre par de antenas da malha;
- `choose_angle`, ângulo θ_{AoA} final calculado pelo sistema;
- `interval`, indica os limites para a geração de imagem da simulação;
- `lambda_w`, comprimento de onda λ ;
- `N_antenas`, quantidade N_{ant} de antenas da malha;
- `omega_w`, frequência angular ω ;
- `phase_w`, fase ϕ do sinal no emissor;
- `Rho`, raio ρ do polígono que dispõe as antenas na malha;
- `r_w`, distância que o emissor de sinal está da coordenada (0, 0) do sistema;

- `range_step`, largura em graus do passo na simulação.
- `resolution`, relativo à quantidade de pontos utilizados na aproximação numérica do cálculo de correlação;
- `SNR`, valor da SNR linear;
- `SNR_dB`, valor da SNR em dB;
- `t_w`, tempo t associado ao instante de aferição do sinal;
- `x_w` ou `y_w`, coordenada x ou y no espaço para aferição do sinal w ;
- `Z_antenna`, `Z_antenna_A` ou `Z_antenna_B`, valor complexo, coordenada de antena;
- `Z_phase_A` ou `Z_phase_B`, valor complexo, fase Φ_k de antena;

Os parâmetros booleanos são:

- `ATT`, indica se o sinal contará com atenuação por distância;
- `C`, indica a utilização de componente cossenoideal na construção do sinal;
- `CHG_PHI`, indica se a fase geral do sinal deve mudar ao longo da simulação;
- `CHG_R`, indica se a distância do emissor do sinal deverá mudar ao longo da simulação;
- `CHG_THETA`, indica se o ângulo de origem do sinal deverá mudar ao longo da simulação;
- `NOISE`, indica se o sinal contará com ruído;
- `S`, indica a utilização de componente senoidal na construção do sinal;
- `S_DAT`, indica se os pontos gerados pela simulação deverão ser salvos;
- `S_GIF`, indica se a imagem gerada pela simulação deverá ser salva;

Os parâmetros de matrizes numéricas são:

- `ant_array`, coordenadas das antenas da malha;
- `delta_A_x_B_array`, contendo o ângulo $\theta_{\pm k}$ calculado por $\alpha_k + \beta_{\pm k}$ aferido para cada par de antenas da malha;
- `delta_B_x_A_array`, contendo o ângulo $\theta_{\pm k}$ calculado por $\alpha_k - \beta_{\pm k}$ aferido para cada par de antenas da malha;
- `Z_phase_array`, matriz de valores numéricos complexos, contendo o sinal complexo aferido para cada antena da malha;
- `z_plot`, estado corrente do sinal no espaço, utilizado na geração de imagem da simulação;
- `Z_x_array`, valores complexos, contendo a defasagem $\Delta\Phi_k$ aferido para cada par de antenas na malha;

3.1.2 Funções auxiliares

A primeira função a ser definida é `argument_r`, que opera como auxiliar para normalização de argumento para as funções trigonométricas utilizadas nas análises, garantindo coerência em frequência angular e coordenadas espaciais. Seus argumentos são, respectivamente, `x_w`, `y_w`, `t_w`, `ang_w`, `r_w`, `phase_w`, `lambda_w` e `omega_w`. O Código 1 apresenta uma versão simplificada da função `argument_r` desenvolvida.

Código 1: Função `argument_r`, simplificada.

```
1 || function res = argument_r(...
2 ||     r_0 = r_w * lambda_w;
3 ||
4 ||     x_0 = r_0 * cos(ang_w);
5 ||     y_0 = r_0 * sin(ang_w);
6 ||
7 ||     res = (2*pi/lambda_w) * (sqrt((y_w-y_0).^2 + ...
8 ||         (x_w-x_0).^2) ) + omega_w*t_w + phase_w;
9 || end %function
```

Fonte: Autor.

Para determinar a fase do sinal w , incidente em cada antena A_k , calcula-se a correlação deste sinal com sinais de referência seno e cossenos, fornecidos respectivamente pelas funções `ref_sin` e `ref_cos`. As duas funções recebem os mesmos argumentos, e estes são, respectivamente, `t_w` e `omega_w`. Ambos os casos utilizam a função `argument_r` para garantir coerência de frequência com o sinal incidente. Os Códigos 2 e 3 apresentam, respectivamente, versões simplificadas das funções `ref_cos` e `ref_sin` desenvolvidas.

Código 2: Função `ref_cos`, simplificada.

```
1 || function c = ref_cos(...
2 ||     c = cos(argument_r(0, 0, t_w, 0, 0, 0, 1, omega_w));
3 || end %function
```

Fonte: Autor.

Código 3: Função `ref_sin`, simplificada.

```
1 || function s = ref_sin(...
2 ||     s = sin(argument_r(0, 0, t_w, 0, 0, 0, 1, omega_w));
3 || end %function
```

Fonte: Autor.

A próxima função construída foi `signal_r`, que calcula o valor do sinal w numa coordenada (x, y) e um instante t . Considera-se que o sinal é composto pela soma de seno e cosseno, e que são determinadas a distância e a direção de sua fonte emissora. Também é possível definir amplitude e fase na origem, além da presença de atenuação

e ruído do tipo AWGN. Seus argumentos são, respectivamente, `x_w`, `y_w`, `t_w`, `amp_w`, `ang_w`, `r_w`, `phase_w`, `lambda_w`, `omega_w`, `S`, `C`, `NOISE`, `SNR_dB` e `ATT`. É utilizada a função `argument_r` para garantir coerência de frequência entre as componentes e com os sinais de referência utilizados no cálculo de correlação. Para implementação do ruído, foi utilizada a função `awgn`, no GNU Octave, é necessária a biblioteca *communications*, porém para o MATLAB, não é necessário carregar bibliotecas [24, 25]. O Código 4 apresenta uma versão simplificada da função `signal_r` desenvolvida.

Código 4: Função `signal_r`, simplificada.

```

1  function res = signal_r(...)
2      res = 0;
3      if S
4          res = res + sin(argument_r(...));
5      end %if
6      if C
7          res = res + cos(argument_r(...));
8      end %if
9      if S && C
10         res = res / sqrt(2);
11     end %if
12     if ATT
13         %% Lei de Friis
14         G_t = 1; % Ganho Antena Tx
15         G_r = 1; % Ganho Antena Rx
16         %% Potencia eletrica
17         R_t = 1; % Resistencia Antena Tx (Reatância)
18         R_r = 1; % Resistencia Antena Rx (Reatância)
19         %%%%%%%%%%%%%%
20         P_t = (amp_w^2)/R_t;
21         P_r = P_t * G_t * G_r * (lambda_w / (4 * pi * r_w));
22         amp_r = sqrt(P_r * R_r);
23         res = res * amp_r;
24     else
25         res = res * amp_w;
26     end %if
27     if NOISE
28         res = awgn(res, SNR_dB, 'measured');
29     end %if
30 end %function

```

Fonte: Autor.

A função `phase_z` calcula o valor complexo de fase Z_k para a antena A_k através da correlação pelos sinais de seno e cosseno. Seus argumentos são, respectivamente, `t`, `Z_antenna`, `amp_w`, `ang_w`, `r_w`, `phase_w`, `lambda_w`, `omega_w`, `S`, `C`, `NOISE`, `SNR_dB` e `ATT`. O Código 5 apresenta uma versão simplificada da função `phase_z` desenvolvida.

O cálculo do valor complexo de defasagem $\Delta\Phi_k$, o ângulo relativo $\beta_{\pm k}$ e o ângulo α_k entre um par de antenas é realizado pela função `dephase_A_to_B`. Seus argumentos são,

Código 5: Função `phase_z`, simplificada.

```

1 | function Z_phase = phase_z(...)
2 |   I_medido = trapz(t, ref_cos(...) .* signal_r(...));
3 |   Q_medido = trapz(t, ref_sin(...) .* signal_r(...));
4 |
5 |   Z_phase = (omega_w/pi)*(I_medido + i*Q_medido);
6 | end % function
```

Fonte: Autor.

respectivamente, `Z_phase_A` e `Z_phase_B`. O Código 6 apresenta uma versão simplificada da função `dephase_A_to_B` desenvolvida.

Código 6: Função `dephase_A_to_B`, simplificada.

```

1 | function [Z_phase_A_x_B angle_Z_A_x_B] = dephase_A_to_B(...)
2 |   Z_phase_A_x_B = Z_phase_A * conj(Z_phase_B);
3 |   deltaPhi_A_x_B = angle(Z_phase_A_x_B);
4 |   angle_Z_A_x_B = acos(deltaPhi_A_x_B/(pi));
5 | end % function
```

Fonte: Autor.

Os ângulos $\theta_{\pm k}$ para um par de antenas são calculados pela função `deltas_A_B`. Seus argumentos são, respectivamente, `angle_Z_A_x_B`, `Z_antenna_A` e `Z_antenna_B`. O Código 7 apresenta uma versão simplificada da função `deltas_A_B` desenvolvida.

Código 7: Função `deltas_A_B`, simplificada.

```

1 | function [delta_A_x_B delta_B_x_A] = deltas_A_B(...
2 |   ang_A_x_B = deg2rad(mod(rad2deg(
3 |     angle(Z_antenna_A - Z_antenna_B)),360));
4 |   delta_A_x_B = ang_A_x_B + angle_Z_A_x_B;
5 |   delta_B_x_A = ang_A_x_B - angle_Z_A_x_B;
6 | end % function
```

Fonte: Autor.

A última função auxiliar desenvolvida foi `isooctave`, que confere se a corrente simulação está sendo executada no GNU Octave, retornando um valor binário e não recebe qualquer parâmetro. O Código 8 apresenta uma versão simplificada da função `isooctave` desenvolvida.

3.1.3 Função de cálculo para AoA

A primeira grande função desenvolvida foi `calc_AoA`, que é responsável pelo cálculo geral da simulação. Inicialmente são calculadas as coordenadas das N_{ant} antenas e, em sequência, os valores de fase do sinal incidente w em cada antena A_k , então as defasagens entre os pares de antenas e finalmente a seleção do valor mais provável para θ_{AoA} . Seus

Código 8: Função `is octave`, simplificada.

```

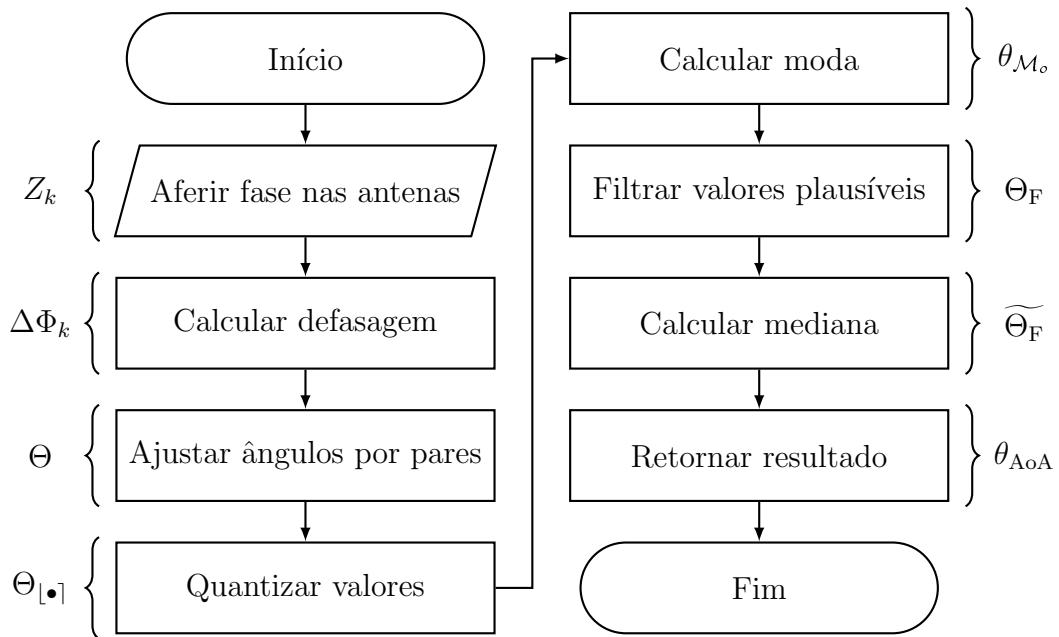
1 || function r = is octave ()
2 |   persistent x;
3 |   if (isempty (x))
4 |     x = exist ('OCTAVE_VERSION', 'builtin');
5 |   end
6 |   r = x;
7 | end

```

Fonte: Autor.

argumentos são, respectivamente, `amp_w`, `ang_w`, `r_w`, `phase_w`, `lambda_w`, `omega_w`, `S`, `C`, `NOISE`, `SNR_dB`, `ATT`, `resolution`, `d` e `N_antenas`. Nessa função também são definidas três subfunções auxiliares `phase_z`, `dephase_A_to_B` e `deltas_A_B`. O Código 9 apresenta uma versão simplificada da função `calc_AoA` desenvolvida. A Figura 9 apresenta a sequências de operações realizadas pela função.

Figura 9: Fluxograma de operações da função `calc_AoA`.



Fonte: Autor.

3.1.4 Função de geração saída visual

A segunda grande função desenvolvida foi `generate_fig`, que constrói a animação de saída da simulação, formada por dois gráficos. O primeiro gráfico, à esquerda nas animações geradas, apresenta a disposição das antenas, os valores de fase para cada uma delas, os valores de defasagem entre os pares de antenas, todos os possíveis valores de $\theta_{\pm k}$, e finalmente o valor real e o escolhido para θ_{AoA} . O segundo gráfico, à direita nas

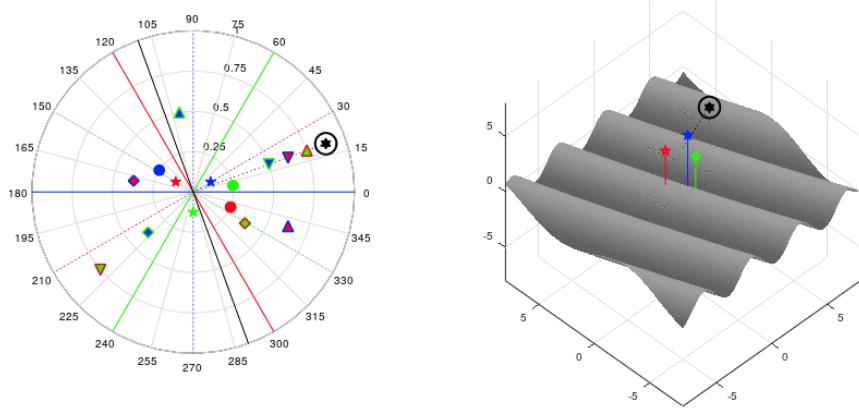
Código 9: Função `calc_AoA`, simplificada.

```
1 | function return_struct = calc_AoA(...)  
2 |   Rho = d/(2*sin(pi / N_antenas));  
3 |   ant_angles = % ...  
4 |   ant_array = Rho * exp(i * deg2rad(ant_angles));  
5 |  
6 |   Z_phase_array = arrayfun(@(a) phase_z(...), ant_array);  
7 |   [Z_x_array angle_Z_A_x_B_array] = arrayfun( ...  
8 |     @(a, b) dephase_A_to_B(a, b), ... );  
9 |  
10|   [delta_A_x_B delta_B_x_A] = arrayfun( ...  
11|     @ang, a, b) deltas_A_B(ang, a, b), ... );  
12|  
13|   range_angle = pi/(2*(N_antenas+1));  
14|  
15|   angle_vector = [delta_A_x_B delta_B_x_A];  
16|   angle_vector = [...] ; % Normalização  
17|  
18|   angle_vector_round = ...  
19|     round(angle_vector./range_angle).*range_angle;  
20|  
21|   target_angle = mode(angle_vector_round);  
22|  
23|   angle_vector = angle_vector(abs(target_angle ...  
24|     - angle_vector) <= range_angle );  
25|  
26|   choose_angle = median(angle_vector);  
27|  
28|   return_struct = { ...  
29|     choose_angle ...  
30|     Rho ...  
31|     ant_array ...  
32|     Z_phase_array ...  
33|     Z_x_array ...  
34|     delta_A_x_B ...  
35|     delta_B_x_A ...  
36|   };  
37|  
38| end %function
```

Fonte: Autor.

animações geradas, apresenta a disposição das antenas e uma representação do sinal w no espaço exibido. Os valores exibidos são calculados pela função `calc_AoA`. Seus argumentos são, respectivamente, `z_plot`, `x_w`, `y_w`, `ang_w`, `lambda_w`, `interval`, `Rho`, `choose_angle`, `ant_array`, `Z_phase_array`, `Z_x_array`, `delta_A_x_B_array` e `delta_B_x_A_array`. A Figura 10 ilustra os gráficos gerados pela função `generate_fig`.

Figura 10: Exemplo de quadro da animação de saída da função `generate_fig`.



Fonte: Autor, saída gráfica disponível em [GitHub](#).

3.1.5 Função geral da simulação

Finalmente a função responsável por juntar todas as partes é `w_xy`, a base para a simulação, ela invoca as funções `calc_AoA` e `generate_fig` com os devidos parâmetros, além de garantir que os arquivos gerados sejam salvos corretamente. Seus argumentos são, respectivamente, `NOISE`, `ATT`, `CHG_PHI`, `CHG_R`, `CHG_THETA`, `S_GIF`, `S_DAT`, `SNR`, `range_step` e `N_antenas`. Essa função também invoca a simulação do algoritmo de Gauss-Newton para as mesmas condições.

3.2 Simulação do Algoritmo de Gauss-Newton

Para análise comparatória, também foi desenvolvida uma simulação para o método de AoA utilizando o algoritmo de Gauss-Newton, adaptando a proposta de Schmidt e Hellbrück [23], referida na Seção 2.2. Nesta adaptação, cada receptor é formado por um par de antenas, separados pela mesma distância d utilizada na presente proposta, e o sistema como um todo utiliza N_{ant} receptores dispostos de maneira linear. Considerando que a presente análise é planar, a componente de terceira dimensão foi desconsiderada. O método realiza 5 iterações para convergir os resultados em cada ponto de análise.

O código desenvolvido está nos anexos, na Subseção A.2.5.

4 Resultados

Neste capítulo são apresentados resultados e detalhes sobre a performance do sistema proposto, comparando a acurácia para diferentes configurações. Também são apontados problemas encontrados ao longo do desenvolvimento do trabalho.

4.1 Performance da simulação

Foram analisadas diferentes quantidades de antenas, contando ou não com ruído e atenuação no sinal. Para todas as quantidades de antenas analisadas, são sumarizadas simulações com e sem Atenuação (ATT), diferentes valores de SNR, partindo do caso de ruído ideal (sem qualquer ruído, $\text{SNR} \rightarrow \infty \text{ dB}$) ao caso de potência de ruído igual à potência de sinal ($\text{SNR} = 0 \text{ dB}$), com o emissor do sinal circular orbitando a uma distância fixa de 50λ do centro do sistema de antenas.

Para garantir a robustez do sistema, foram realizadas outras simulações, considerando casos onde o emissor está se aproximando do sistema de antenas e também casos onde o emissor está estático no espaço. Estas simulações não foram sumarizadas.

Para cada simulação realizada, foi também realizada outra nas mesmas condições para o algoritmo de Gauss-Newton, adaptado da proposta de Schmidt e Hellbrück [23], referida na Seção 2.2. Em muitos casos, este método teve problema em convergir para um valor, apontando o erro de Número Indefinido ou Inválido (*Not a Number*, NaN), nestes casos, nenhum resultado de ângulo foi obtido. Nos resultados aqui sumarizados, são indicadas as porcentagens associadas a quantidade de valores válidos obtidos por este método, ou seja, que não retornaram NaN. No gráficos apresentados, pontos de θ_{GN} ausentes são referentes a estes erros.

Este método assume que a fonte do sinal estará a frente do plano de receptores, portanto apontará somente valores “positivos”, de 0 a π , proporcionalmente espelhados caso a fonte esteja na direção contrária. Para medida de análise, estes valores foram considerados corretos, dado que consistem apenas numa mudança de referencial.

4.1.1 Três antenas

As simulações com três antenas foram as que apresentaram menores valores de R^2 dentre as analisadas. Apesar disso, todos os valores foram acima de 75 %.

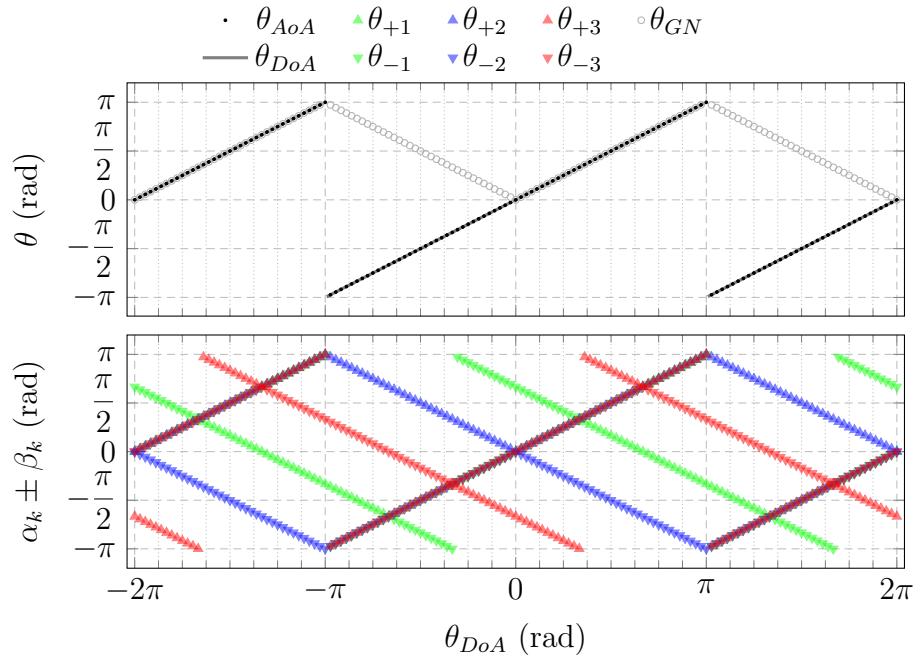
Simulações realizadas na configurações de três antenas têm os valores de R^2 apresentados na Tabela 1, e os resultados dos valores destacados são apresentados nas Figuras 11, 12 e 13.

Tabela 1: Valores de R^2 para simulações notáveis com três antenas.

SNR (dB)	Sem ATT			Com ATT		
	R^2 (%)	G-N R^2 (%)	G-N válidos (%)	R^2 (%)	G-N R^2 (%)	G-N válidos (%)
∞	100,00	100,00	98,62	100,00	100,00	100,00
20	88,78	0,23	84,14	95,85	2,25	86,90
17	82,09	0,26	86,90	89,95	3,44	86,90
14	96,10	0,13	88,28	97,83	0,03	83,45
7	78,56	1,61	88,28	92,02	1,39	88,97
0	82,35	3,40	86,90	77,93	0,10	85,52

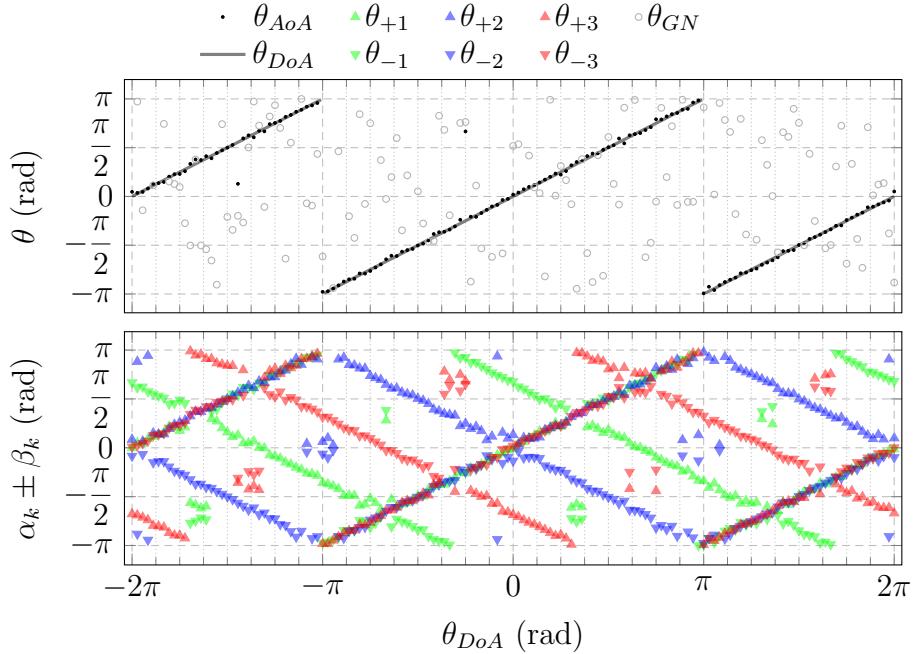
Fonte: Autor, saídas das simulações disponíveis em [GitHub](#).

Figura 11: Simulação para três antenas, caso ideal ($\text{SNR} \rightarrow \infty$ dB).



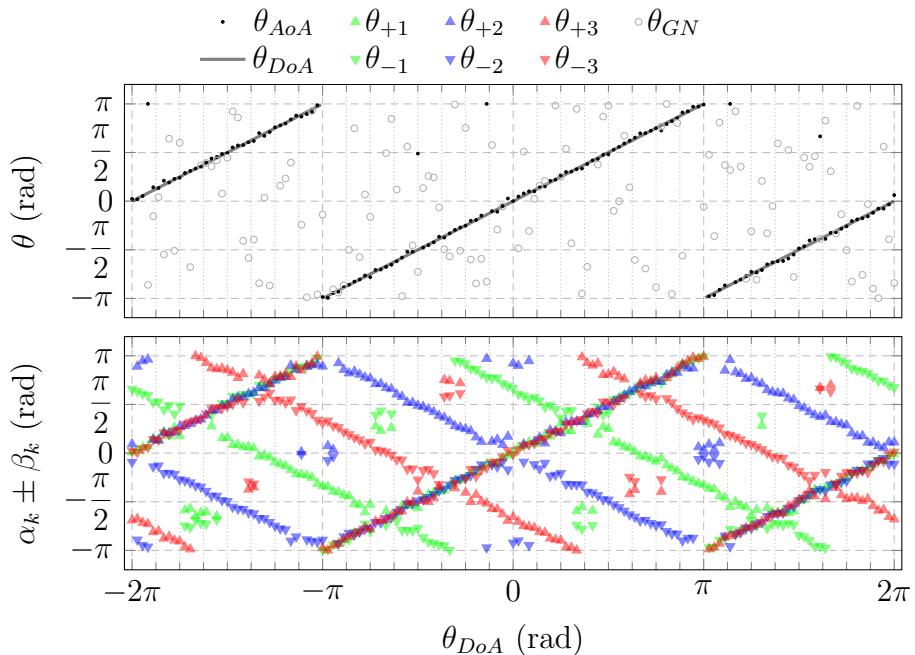
Fonte: Autor, saída gráfica disponível em [GitHub](#).

Figura 12: Simulação para três antenas, caso SNR = 0 dB, sem atenuação.



Fonte: Autor, saída gráfica disponível em [GitHub](#).

Figura 13: Simulação para três antenas, caso SNR = 0 dB, com atenuação.



Fonte: Autor, saída gráfica disponível em [GitHub](#).

4.1.2 Cinco antenas

As simulações com cinco antenas apresentaram valores intermediários de R^2 . Todos os valores foram acima de 75 %, e em média, acima de 80 %.

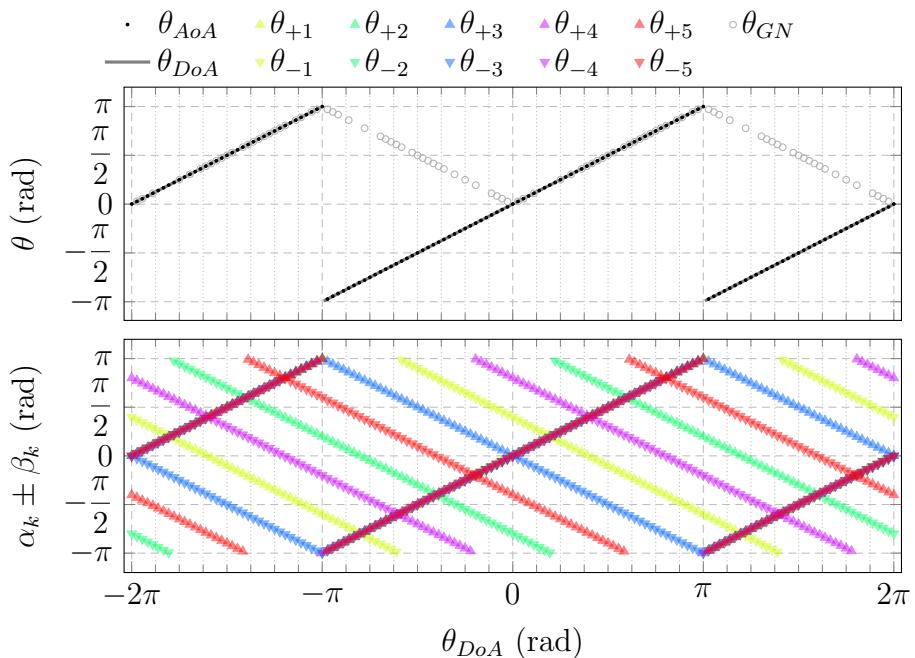
Simulações realizadas na configurações de cinco antenas têm os valores de R^2 apresentados na Tabela 2, e os resultados dos valores destacados são apresentados nas Figuras 14, 15 e 16.

Tabela 2: Valores de R^2 para simulações notáveis com cinco antenas.

SNR (dB)	Sem ATT			Com ATT		
	R^2 (%)	G-N R^2 (%)	G-N válidos (%)	R^2 (%)	G-N R^2 (%)	G-N válidos (%)
∞	100,00	100,00	67,59	100,00	100,00	70,34
20	100,00	19,79	24,83	100,00	13,56	22,76
17	100,00	7,50	20,69	91,90	0,04	20,69
14	84,26	0,75	23,45	84,24	0,03	24,14
7	99,99	0,93	21,38	99,99	0,06	15,86
0	76,30	0,87	22,07	82,43	7,77	16,55

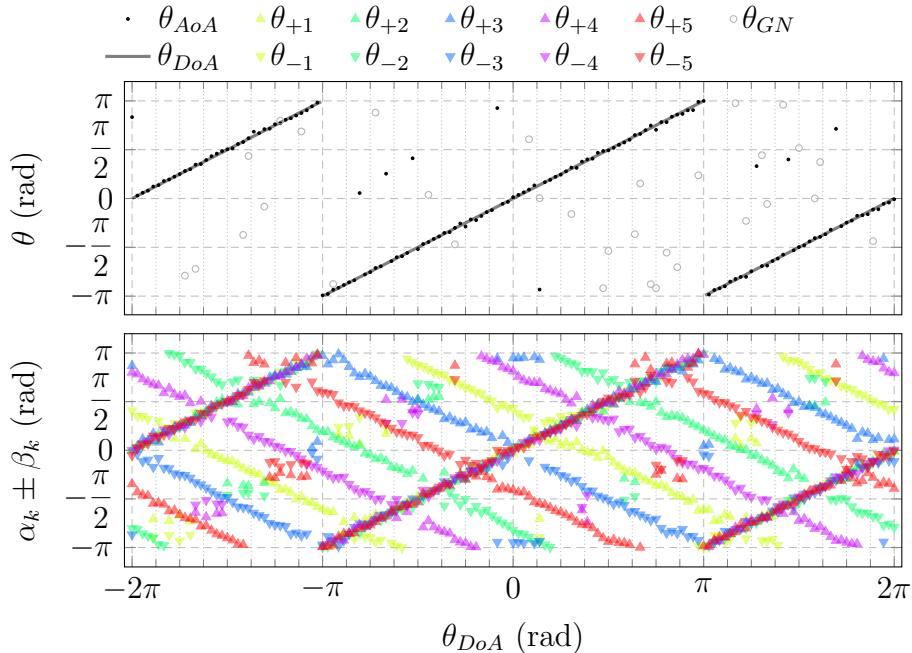
Fonte: Autor, saídas das simulações disponíveis em [GitHub](#).

Figura 14: Simulação para cinco antenas, caso ideal ($\text{SNR} \rightarrow \infty$ dB).



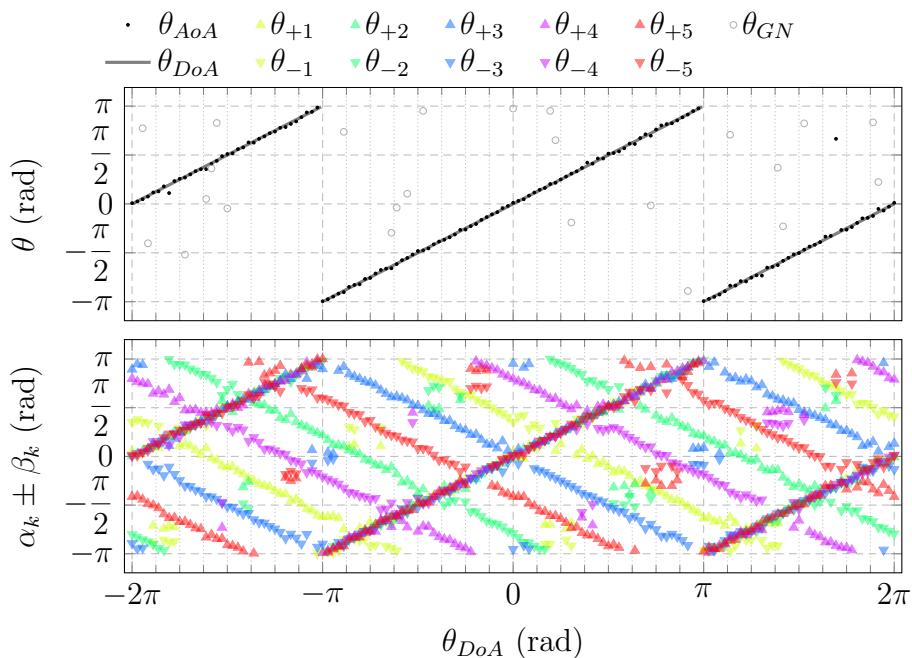
Fonte: Autor, saída gráfica disponível em [GitHub](#).

Figura 15: Simulação para cinco antenas, caso SNR = 0 dB, sem atenuação.



Fonte: Autor, saída gráfica disponível em [GitHub](#).

Figura 16: Simulação para cinco antenas, caso SNR = 0 dB, com atenuação.



Fonte: Autor, saída gráfica disponível em [GitHub](#).

4.1.3 Sete antenas

As simulações com sete antenas apresentaram os melhores valores de R^2 , com casos acima de 99 %. Todos os valores foram acima de 80 %.

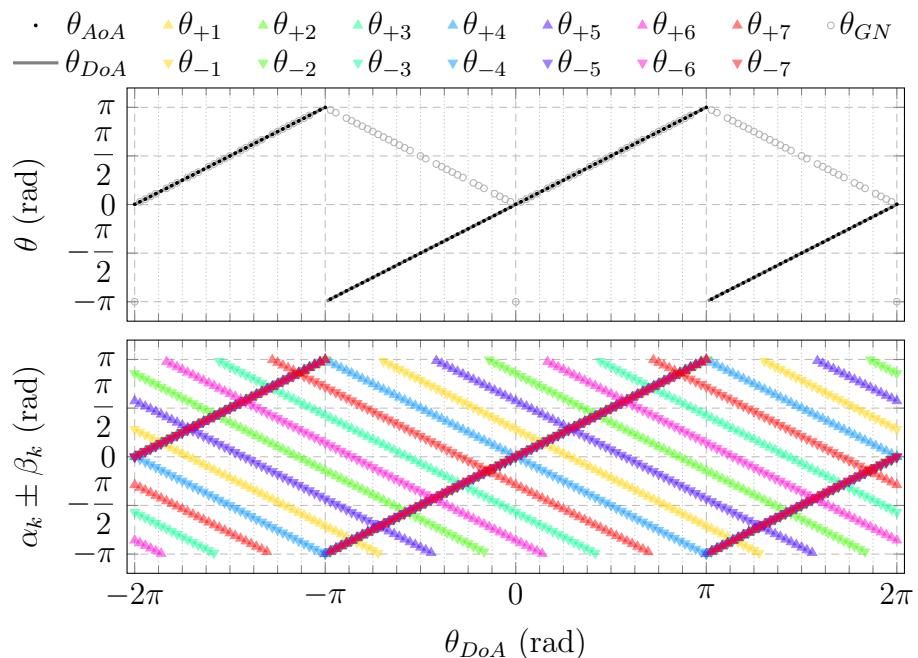
Simulações realizadas na configurações de sete antenas têm os valores de R^2 apresentados na Tabela 3, e os resultados dos valores destacados são apresentados nas Figuras 17, 18 e 19.

Tabela 3: Valores de R^2 para simulações notáveis com sete antenas.

SNR (dB)	Sem ATT			Com ATT		
	R^2 (%)	G-N R^2 (%)	G-N válidos (%)	R^2 (%)	G-N R^2 (%)	G-N válidos (%)
∞	100,00	82,53	82,07	100,00	100,00	75,86
20	100,00	9,97	26,21	100,00	2,59	31,03
17	100,00	9,14	14,48	84,25	15,84	21,38
14	91,90	1,41	24,83	84,24	6,51	27,59
7	84,23	9,35	22,07	91,90	4,84	20,00
0	91,86	7,95	22,07	84,20	0,14	23,45

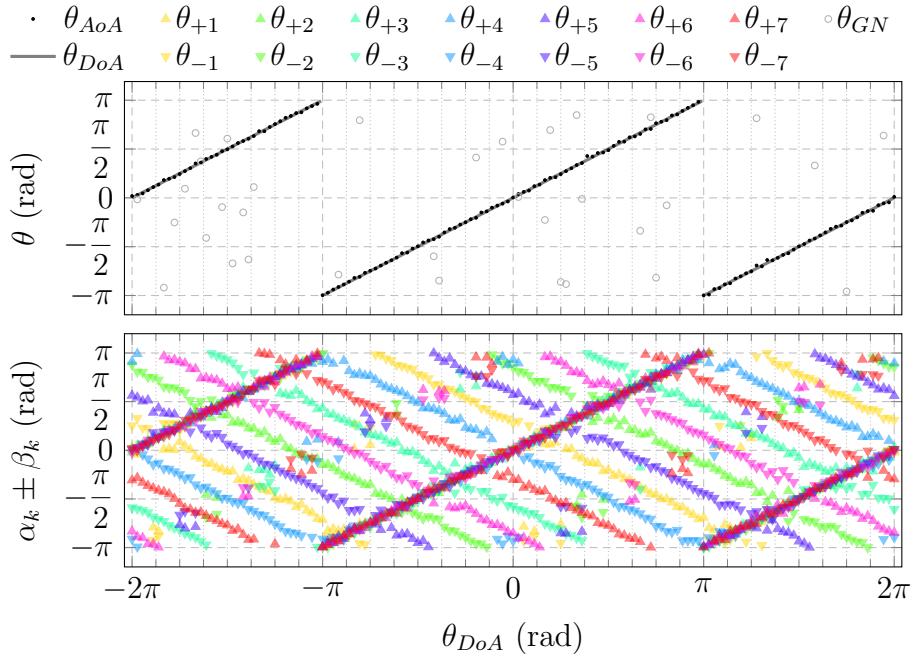
Fonte: Autor, saídas das simulações disponíveis em [GitHub](#).

Figura 17: Simulação para sete antenas, caso ideal ($\text{SNR} \rightarrow \infty$ dB).



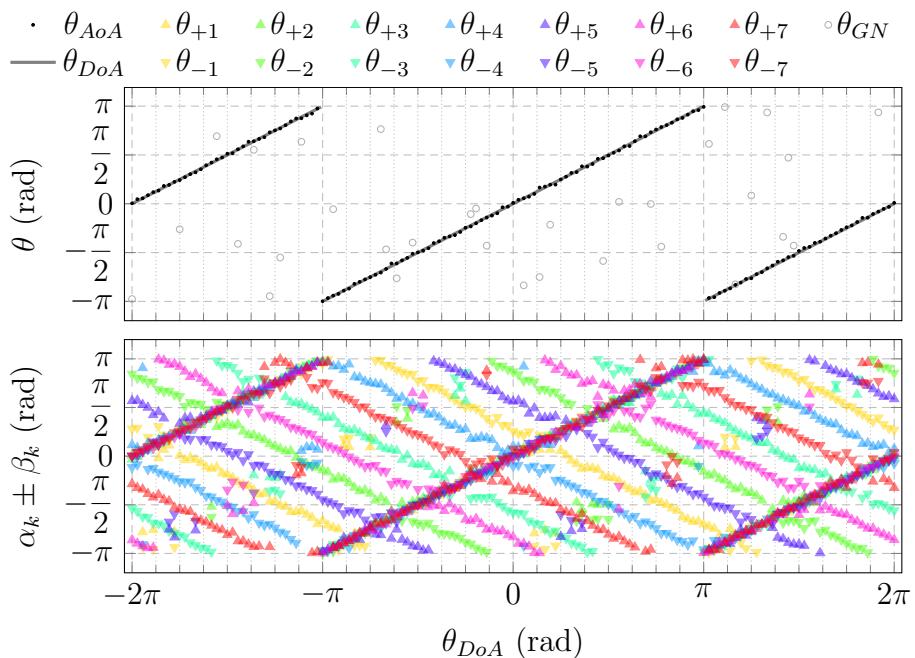
Fonte: Autor, saída gráfica disponível em [GitHub](#).

Figura 18: Simulação para sete antenas, caso SNR = 0 dB, sem atenuação.



Fonte: Autor, saída gráfica disponível em [GitHub](#).

Figura 19: Simulação para sete antenas, caso SNR = 0 dB, com atenuação.



Fonte: Autor, saída gráfica disponível em [GitHub](#).

4.2 Problemas encontrados

Ao longo do desenvolvimento do projeto, alguns problemas foram encontrados e contornados da melhor forma possível. Esta seção sumariza estes problemas e as soluções aplicadas.

4.2.1 Compatibilidade de código

Apesar de ter sido desenvolvido para o GNU Octave, houve a preocupação de manter o código compatível com o MATLAB. Partindo disso, foram necessárias várias alterações em partes do código, que não tinham o mesmo comportamento em ambos os *softwares*.

4.2.2 Limitações de *software* livre

Por se tratar de um *software* proprietário, o MATLAB não disponibiliza o código fonte de todas as suas ferramentas internas e, assim, nem todas as funcionalidades estão implementadas no GNU Octave. A falta de algumas dessas funções moldou o decorrer do desenvolvimento do projeto, optando por operações viáveis à versão de uso livre.

4.2.3 Convergência de valores

Em múltiplos casos, o algoritmo de Gauss-Newton não foi capaz de convergir para um valor, apontando problema de precisão numérica e retornando o erro NaN.

5 Conclusão

Foguetes de sondagem atmosférica podem pousar em qualquer lugar dentro do raio de alcance do voo, e recuperá-los pode ser inviável sem uma estratégia de localização eficaz. Uma estratégia muito utilizada é a localização por GNSS, por exemplo, o GPS, contudo, esta ainda depende que a equipe de busca tenha acesso às próprias coordenadas geográficas e comunicação efetiva com o sistema embarcado do foguete.

O presente trabalho propõe a utilização de um sistema de localização baseada no sinal RF emitido pelo veículo, e não pela informação contida nesse sinal, analisando as diferenças de defasagem do sinal incidente em uma malha de antenas, e assim calculando o AoA deste sinal.

Durante a revisão bibliográfica, fundamentou-se a teoria aplicada nessa proposta. Partindo de uma abordagem físico-matemática para analisar o sinal e a forma que a defasagem entre antenas pode ser utilizada para calcular a direção do emissor. Também foram listadas algumas propostas que atuam de forma semelhante, analisando o sinal incidente em uma malha de antenas, que demonstra a relevância do método. Além disso, foi realizado um breve levantamento sobre o método de direcionamento por coordenadas geográficas e o ângulo de *bearing*, que guia uma equipe de busca ao veículo almejado.

Com base na fundamentação físico-matemática, foi desenvolvida uma simulação com o sinal de RF incidente em uma malha de antenas. Considerando que o foguete esteja em solo, assumiu-se um espaço de duas dimensões, porém ainda mantendo a possibilidade do veículo, emissor do sinal, se mover livremente em relação ao sistema de antenas. As simulações foram construídas a partir dessas possibilidades, com o veículo circulando o sistema de antenas e se aproximando.

As simulações realizadas utilizaram geometrias de três, cinco e sete antenas. A escolha dessas quantidades deu-se por questões geométricas, pois polígonos regulares com uma contagem par de lados terão lados paralelos, enquanto polígonos de lados ímpares não apresentam essa propriedade. Os valores de R^2 para as configurações simuladas foram todos acima de 75 %, o que indica grande acurácia na modelagem proposta. A comparação entre as geometrias estudadas indicou que o sistema com três antenas teve uma acurácia média menor que as geometrias com mais antenas.

Comparando com os resultados válidos do algoritmo de Gauss-Newton, os valores obtidos pelo sistema proposto se mostraram mais assertivos, particularmente em casos com ruído e atenuação. Possivelmente com mais iterações o algoritmo seria capaz de chegar para valores mais próximos aos corretos, porém os erros numéricos presentes podem ter corroborado com a divergência dos resultados.

As limitações impostas pelo uso de *software* livre fizeram com que fossem utilizados métodos diferentes dos levantados na revisão bibliográfica, porém o método estatístico proposto se mostrou eficaz nos testes realizados. Outra limitação foi relacionada à compatibilidade do código escrito, já que a sintaxe e algumas funções do MATLAB

têm algumas diferenças em relação às equivalentes do GNU Octave.

Em conclusão, o trabalho aqui proposto se mostrou eficaz na determinação do AoA para um sinal incidente em uma malha de antenas, garantindo um valor de R^2 acima de 75 % em todos os casos e valor médio de R^2 acima de 92 %.

Para trabalhos futuros, é possível analisar outras disposições de antenas na malha. Apesar da formulação atual optar por polígonos regulares por simplicidade, a matemática utilizada calcula os ângulos de cada par de antenas individualmente, o que viabiliza outras disposições de antenas, que respeitem a distância entre antenas de um par. Outras possibilidades englobam analisar mais classes de ruídos e até problemas de propagação multicaminho. Além disso, a construção de um dispositivo eletrônico capaz de realizar a aferição de fase em uma malha de antenas poderá corroborar no levantamento de outros problemas a serem analisados e também validar a presente proposta.

Referências

- [1] ISRO, Indian Space Research Organisation, Departament of Space, *Sounding Rockets*. endereço: <https://www.isro.gov.in/soundingRockets.html>.
- [2] ESA, European Space Agency, *Sounding rockets*. endereço: https://www.esa.int/Science_Exploration/Human_and_Robotic_Exploration/Research/Sounding-rockets.
- [3] M. Sabbatini e N. Sentse, “ESA User Guide to Low Gravity Platforms”, *Directorate of Human Spaceflight and Operations*,, 2014. endereço: https://www.esa.int/Science_Exploration/Human_and_Robotic_Exploration/Research/European_user_guide_to_low_gravity_platforms.
- [4] NASA, National Aeronautics and Space Administration, *About Sounding Rockets*. endereço: <https://www.nasa.gov/soundingrockets/overview/>.
- [5] ESRA, Experimental Sounding Rocket Association, *The Intercollegiate Rocket Engineering Competition*. endereço: <https://www.soundingrocket.org/what-is-irec.html>.
- [6] ESRA, Experimental Sounding Rocket Association, *Spaceport America Cup Intercollegiate Rocket Engineering Competition Rules & Requirements Document*. endereço: https://www.soundingrocket.org/uploads/9/0/6/4/9064598/sa_cup_irec_rules_and_requirements_document-2023_v1.3_20231001.pdf.
- [7] P. Guitarrara, *Coordenadas geográficas*. endereço: <https://brasilescola.uol.com.br/geografia/coordenadas-geograficas.htm>.
- [8] C. Veness, *Calculate distance, bearing and more between Latitude/Longitude points*. endereço: <https://www.movable-type.co.uk/scripts/latlong.html>.
- [9] H. Fleming, *Coordenadas esféricas*, ago. de 2003. endereço: <http://fma.if.usp.br/~fleming/diffeo/node4.html>.
- [10] D. Jennings, R. Drullinger, K. Evenson, C. Pollock e J. Wells, “The continuity of the meter: the redefinition of the meter and the speed of visible light”, *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, v. 92, n. 1, p. 11, 1987.
- [11] A. Bensky, *Wireless positioning technologies and applications*. Artech House, 2016. endereço: https://scholar.rose-hulman.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1012&context=electrical_grad_theses.
- [12] V. Horst, “Localization and Angle-of-Arrival in Bluetooth Low Energy”, 2021. endereço: <https://www.ds.informatik.uni-kiel.de/en/teaching/bachelor-and-master-theses/completed-master-and-bachelor-theses/2021%20bachelor%20thesis%20Valentin%20Horst.pdf>.

- [13] M. Schüssel, “Angle of Arrival Estimation using WiFi and Smartphones”, 2016. endereço: https://ipin2016.web.uah.es/usb/app/descargas/223_WIP.pdf.
- [14] C. A. Balanis, *Antenna Theory: Analysis and Design*. John Wiley & Sons, 2005.
- [15] H. Zeaiter, O. Baala, F. Spies e V. Thierry, “Performance Evaluation of the Angle of Arrival of LoRa Signals under Interference”, em *9th IEEE International Conference on Communications and Electronics (ICE 2022)*, IEEE, Nha Trang, Vietnam: IEEE, jul. de 2022. endereço: <https://ut3-toulouseinp.hal.science/hal-03693641>.
- [16] H. Zeaiter, F. Spies, O. Baala e T. Val, “Measuring accurate Angle of Arrival of weak LoRa signals for Indoor Positioning”, em *12th International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN 2022)*, Beijing, China, set. de 2022. DOI: 10.1109/IPIN54987.2022.9918114. endereço: <https://hal.science/hal-03932846>.
- [17] N. BniLam, J. Steckel e M. Weyn, “2D angle of arrival estimations and bandwidth recognition for broadband signals”, em *2017 11th European Conference on Antennas and Propagation (EUCAP)*, IEEE, 2017, pp. 2041–2045. endereço: https://www.researchgate.net/publication/317397561_2D_angle_of_arrival_estimations_and_bandwidth_recognition_for_broadband_signals.
- [18] N. BniLam, G. Ergeerts, D. Subotic, J. Steckel e M. Weyn, “Adaptive probabilistic model using angle of arrival estimation for IoT indoor localization”, em *2017 International conference on indoor positioning and indoor navigation (IPIN)*, IEEE, set. de 2017, pp. 1–7.
- [19] N. BniLam, D. Joosens, J. Steckel e M. Weyn, “Low cost AoA unit for IoT applications”, em *2019 13th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP)*, IEEE, 2019, pp. 1–5. endereço: https://www.researchgate.net/profile/Noori-Bnilam-2/publication/332141599_Low_Cost_AoA_Unit_for_IoT_Applications/links/5ca2ee8d299bf1116956bf0e/Low-Cost-AoA-Unit-for-IoT-Applications.pdf.
- [20] N. BniLam, E. Tanghe, J. Steckel, W. Joseph e M. Weyn, “ANGLE: ANGular location estimation algorithms”, *IEEE access*, v. 8, pp. 14 620–14 629, 2020. endereço: <https://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=8959176>.
- [21] N. BniLam, T. Janssen, M. Aernouts, R. Berkvens e M. Weyn, “LoRa 2.4 GHz communication link and range”, *Sensors*, v. 20, n. 16, p. 4366, 2020.
- [22] D. Niculescu e B. Nath, “Ad hoc positioning system (APS) using AOA”, em *IEEE INFOCOM 2003. Twenty-second Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies (IEEE Cat. No.03CH37428)*, vol. 3, 2003, 1734–1743 vol.3. DOI: 10.1109/INFCOM.2003.1209196.
- [23] S. O. Schmidt e H. Hellbrück, “Real-Time Bluetooth Low Energy Angle-of-Arrival Localization with Gauss-Newton”, em *2025 First International Conference on Advances in Computer Science, Electrical, Electronics, and Communication Technologies (CE2CT)*, 2025, pp. 360–365. DOI: 10.1109/CE2CT64011.2025.10939545.

- [24] Nir Krakauer, *Function Reference: awgn*, 2016. endereço: <https://octave.sourceforge.io/communications/function/awgn.html>.
- [25] The MathWorks, Inc., *awgn*, 2025. endereço: <https://www.mathworks.com/help/comm/ref/awgn.html>.

A Códigos desenvolvidos para simulação

O sistema desenvolvido, os arquivos de saída das simulações citadas ao longo do documento e os arquivos-fonte deste relatório estão disponíveis [neste repositório no GitHub](#).

A.1 Simulação de direcionamento GNSS

Código 10: Arquivo de código `bearing.m`.

```
1 EARTH_RADIUS = 6371E3;
2
3 % Lat Lon
4 coord_ufabc_SA = [-23.64450270 -46.52808340];
5 coord_ufabc_SBC = [-23.67751378 -46.56349172];
6
7 A = coord_ufabc_SA;
8 B = coord_ufabc_SBC;
9
10 theta_A = deg2rad(A(1));
11 theta_B = deg2rad(B(1));
12
13 phi_A = deg2rad(A(2));
14 phi_B = deg2rad(B(2));
15
16 delta_theta = theta_B - theta_A;
17 delta_phi = phi_B - phi_A;
18
19 X = cos(theta_B)*sin(delta_phi);
20 Y = cos(theta_A)*sin(theta_B) - sin(theta_A)*cos(theta_B)*
21     cos(delta_phi);
22 Z = (sin(delta_theta/2))^2 + cos(theta_B) * cos(theta_A) *
23     (sin(delta_phi/2))^2;
24
25 beta = atan2(X,Y) - pi/2;
26
27 if beta < -pi
28     beta = beta + 2*pi
29 end
30
31 d = EARTH_RADIUS * 2 * atan2(sqrt(Z), sqrt(1 - Z))
32
33 d_deg = rad2deg(beta)
```

A.2 Simulação de AoA

A.2.1 Funções auxiliares

Código 11: Arquivo de código `argument_r.m`.

```
1 function res = argument_r( ... %
2     x_w, ... % coordenada x associada ao ponto da antena
3     y_w, ... % coordenada y associada ao ponto da antena
4     t_w, ... % tempo t associado ao instante de afericao do
5         sinal
6     ang_w, ... % angulo theta de chegada do sinal em relacao
7         ao sistema de antenas
8     r_w, ... % distancia que o emissor de sinal esta da
9         coordenada (0,0) do sistema
10    phase_w, ... % defasagem do sinal no emissor
11    lambda_w, ... % comprimento de onda
12    omega_w ... % frequencia angular
13 )
14
15 r_0 = r_w * lambda_w;
16
17 x_0 = r_0 * cos(ang_w);
18 y_0 = r_0 * sin(ang_w);
19
20 res = (2*pi/lambda_w) * ( sqrt((y_w-y_0).^2 + (x_w-x_0)
21     .^2) ) + omega_w*t_w + phase_w;
22 end %function
```

Código 12: Arquivo de código `ref_cos.m`.

```
1 function c = ref_cos( ...
2     t_w, ... % tempo t associado ao instante de afericao do
3         sinal
4     omega_w ... % frequencia angular
5 )
6 % Funcao auxiliar de sinal cosseno
7 c = cos(argument_r(0, 0, t_w, 0, 0, 0, 1, omega_w));
8 end %function
```

Código 13: Arquivo de código `ref_sin.m`.

```
1 function s = ref_sin( ...
2     t_w, ... % tempo t associado ao instante de afericao do
3         sinal
4     omega_w ... % frequencia angular
5 )
6 % Funcao auxiliar de sinal seno
7 s = sin(argument_r(0, 0, t_w, 0, 0, 0, 1, omega_w));
8 end %function
```

Código 14: Arquivo de código `signal_r.m`.

```

1  function res = signal_r( ...
2      x_w, ... % coordenada x associada ao ponto da antena
3      y_w, ... % coordenada y associada ao ponto da antena
4      t_w, ... % tempo t associado ao instante de afericao do
5          sinal
6      amp_w, ... % amplitude desejada para o sinal
7      ang_w, ... % angulo theta de chegada do sinal em relacao
8          ao sistema de antenas
9      r_w, ... % distancia que o emissor de sinal esta da
10         coordenada (0,0) do sistema
11     phase_w, ... % defasagem phi do sinal
12     lambda_w, ... % comprimento de onda
13     omega_w, ... % frequencia angular
14     S, ... % utilizacao de funcao Seno
15     C, ... % utilizacao de funcao Cosseno
16     NOISE, ... % se o sinal contara com ruido
17     SNR_dB, ... % relacao sinal-ruido
18     ATT ... % se o sinal contara com atenuacao por distancia
19 ) % Funcao de sinal senoidal
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42

```

`function res = signal_r(...
 x_w, ... % coordenada x associada ao ponto da antena
 y_w, ... % coordenada y associada ao ponto da antena
 t_w, ... % tempo t associado ao instante de afericao do
 sinal
 amp_w, ... % amplitude desejada para o sinal
 ang_w, ... % angulo theta de chegada do sinal em relacao
 ao sistema de antenas
 r_w, ... % distancia que o emissor de sinal esta da
 coordenada (0,0) do sistema
 phase_w, ... % defasagem phi do sinal
 lambda_w, ... % comprimento de onda
 omega_w, ... % frequencia angular
 S, ... % utilizacao de funcao Seno
 C, ... % utilizacao de funcao Cosseno
 NOISE, ... % se o sinal contara com ruido
 SNR_dB, ... % relacao sinal-ruido
 ATT ... % se o sinal contara com atenuacao por distancia
) % Funcao de sinal senoidal

res = 0;
if S
 res = res + sin(argument_r(x_w, y_w, t_w, ang_w, r_w,
 phase_w, lambda_w, omega_w));
end %if
if C
 res = res + cos(argument_r(x_w, y_w, t_w, ang_w, r_w,
 phase_w, lambda_w, omega_w));
end %if
if S && C
 res = res / sqrt(2);
end %if

if ATT
 %% Lei de Friis
 G_t = 1; % Ganho Antena Tx
 G_r = 1; % Ganho Antena Rx
 %% Potencia eletrica
 R_t = 1; % Resistencia Antena Tx (Reatancia)
 R_r = 1; % Resistencia Antena Rx (Reatancia)
 %%%%%%%%
P_t = (amp_w^2)/R_t;

P_r = P_t * G_t * G_r * (lambda_w / (4 * pi * r_w));
amp_r = sqrt(P_r * R_r);`

```

43     res = res * amp_r;
44 else
45     res = res * amp_w;
46 end %if
47
48 if NOISE
49     res = awgn(res, SNR_dB, 'measured');
50 end %if
51
52 end %function

```

Código 15: Arquivo de código `phase_z.m`.

```

1 function Z_phase = phase_z( ...
2     t, ...
3     Z_antenna, ...
4     amp_w, ...
5     ang_w, ...
6     r_w, ...
7     phase_w, ...
8     lambda_w, ...
9     omega_w, ...
10    S, ...
11    C, ...
12    NOISE, ...
13    SNR_dB, ...
14    ATT ...
15 )
16 % Calculos de amostra I/Q para antena em (0,0)
17 I_medido = trapz(t, ref_cos(t, omega_w) ...
18     .* signal_r(real(Z_antenna), imag(Z_antenna), t, ...
19     amp_w, ang_w, r_w, phase_w, lambda_w, omega_w, ...
20     S, C, NOISE, SNR_dB, ATT));
21 Q_medido = trapz(t, ref_sin(t, omega_w) ...
22     .* signal_r(real(Z_antenna), imag(Z_antenna), t, ...
23     amp_w, ang_w, r_w, phase_w, lambda_w, omega_w, ...
24     S, C, NOISE, SNR_dB, ATT));
25
26 Z_phase = (omega_w/pi)*(I_medido + i*Q_medido);
27 end % function

```

Código 16: Arquivo de código `dephase_A_to_B.m`.

```

1 function [Z_phase_A_x_B angle_Z_A_x_B] = dephase_A_to_B(
2     ...
3     Z_phase_A, ...
4     Z_phase_B ...
5 )
6 Z_phase_A_x_B = Z_phase_A * conj(Z_phase_B);
7 deltaPhi_A_x_B = angle(Z_phase_A_x_B);

```

```

7 |     angle_Z_A_x_B = acos(deltaPhi_A_x_B/(pi));
8 | end % function

```

Código 17: Arquivo de código `deltas_A_B.m`.

```

1 | function [delta_A_x_B delta_B_x_A] = deltas_A_B( ...
2 |     angle_Z_A_x_B, ...
3 |     Z_antenna_A, ...
4 |     Z_antenna_B ...
5 | )
6 |     ang_A_x_B = deg2rad(mod(rad2deg(angle(Z_antenna_A -
7 |         Z_antenna_B)),360));
8 |     delta_A_x_B = ang_A_x_B + angle_Z_A_x_B;
9 |     delta_B_x_A = ang_A_x_B - angle_Z_A_x_B;
9 | end % function

```

Código 18: Arquivo de código `isooctave.m`.

```

1 | function r = isooctave() % Confere se esta executando no
2 |     octave ou nao
3 |     persistent x;
4 |     if (isempty(x))
5 |         x = exist('OCTAVE_VERSION', 'builtin');
6 |     end
7 |     r = x;
7 | end

```

A.2.2 Função de cálculo para AoA

Código 19: Arquivo de código `calc_AoA.m`.

```

1 | function return_struct = calc_AoA( ...
2 |     amp_w, ...
3 |     ang_w, ...
4 |     r_w, ...
5 |     phase_w, ...
6 |     lambda_w, ...
7 |     omega_w, ...
8 |     S, ...
9 |     C, ...
10 |     NOISE, ...
11 |     SNR_dB, ...
12 |     ATT, ...
13 |     resolution, ...
14 |     d, ...
15 |     N_antenas ...
16 | )
17 |
18 | % Raio do circulo de circunscreve o poligono com N lados
|       de tamanho d

```

```

19 Rho = d/(2*sin(pi / N_antenas));
20 ant_angles_shift = -90;
21 ant_angles = (0 + ant_angles_shift):(360/N_antenas):(359
22     + ant_angles_shift);
23
24 % Coordenadas das antenas
25 ant_array = Rho * exp(i * deg2rad(ant_angles));
26
27 t = linspace(0,(2 * pi / omega_w), resolution); %
28     Intervalo de integração
29
30 % Calculos de fase
31 Z_phase_array = arrayfun(@(a) phase_z(t, a, amp_w, ...
32     ang_w, r_w, phase_w, lambda_w, omega_w, S, C, NOISE,
33     ...
34     SNR_dB, ATT), ant_array);
35
36 % Calculos de simetria
37 [Z_x_array angle_Z_A_x_B_array] = arrayfun(@(a, b)
38     dephase_A_to_B(a, b), ...
39     Z_phase_array, circshift(Z_phase_array, -1));
40
41 [delta_A_x_B delta_B_x_A] = arrayfun(@(ang, a, b)
42     deltas_A_B(ang, a, b), ...
43     angle_Z_A_x_B_array, ant_array, circshift(ant_array
44     , -1));
45
46 % Fazer "votacao" de angulo escolhido
47 range_angle = pi/(2*(N_antenas+1));
48
49 angle_vector = [delta_A_x_B delta_B_x_A];
50 angle_vector = [...
51     (angle_vector(angle_vector<0)+(2*pi)) ...
52     (angle_vector(0<=angle_vector & angle_vector<=(2*pi))) ...
53     ...
54     (angle_vector((2*pi)<angle_vector)-(2*pi)) ...
55 ]; % Normalizar vetor de angulos entre 0 e 2 pi
56
57 angle_vector_round = round(angle_vector./range_angle).*...
58     range_angle;
59 target_angle = mode(angle_vector_round);
60
61 angle_vector = angle_vector(abs(target_angle -
62     angle_vector) <= range_angle ); % Descartar
63     improvavei
64
65 choose_angle = median(angle_vector); % Calcular angulo
66     provavel

```

```

56
57     return_struct = { ...
58         choose_angle ...
59         Rho ...
60         ant_array ...
61         Z_phase_array ...
62         Z_x_array ...
63         delta_A_x_B ...
64         delta_B_x_A ...
65     };
66
67 end %function

```

A.2.3 Função de geração saída visual

Código 20: Arquivo de código `generate_fig.m`.

```

1 function generate_fig( ...
2     z_plot, ...
3     x_w, ...
4     y_w, ...
5     ang_w, ...
6     lambda_w, ...
7     interval, ...
8     Rho, ...
9     choose_angle, ...
10    ant_array, ...
11    Z_phase_array, ...
12    Z_x_array, ...
13    delta_A_x_B_array, ...
14    delta_B_x_A_array ...
15 ) % Graficos
16
17 index_list = 1: length(ant_array);
18
19 % Utilizar conjunto de cores diversas para antenas
20 color_list = hsv(length(hsv))(:,:,,:);
21
22 while length(color_list) < length(ant_array)
23     aux_color_list = normalize(color_list+circshift(
24         color_list,1), 'range');
25     color_list = sortrows(cat(1,color_list, aux_color_list
26         .*0.75));
27 end %while
28
29 % Garantir maior contraste entre cores de antenas
30 color_index = floor(index_list * (length(color_list)/
31     length(ant_array)));

```

```

30 AoA_X = cos(choose_angle);
31 AoA_y = sin(choose_angle);

32
33 DoA_X = cos(ang_w);
34 DoA_y = sin(ang_w);

35
36 set(0, 'defaultlinelinenwidth', 0.5);
37 set(0, 'defaultlinemarkersize', 5);
38 set(0, 'defaultlinemarkerfacecolor', 'auto');

39
40 clf;

41
42 % Calcular a figura de fundo para visualizacao em imagem
43
44 subplot(1,2,2, 'align');
45 surf(x_w,y_w,z_plot); % Desenhar sinal eletrromagnetico
46 view(-45, 45)

47
48 colormap('gray');
49 hold on;
50 % Desenhar antenas
51 for idx = index_list
52     ant = ant_array(idx);
53     color = color_list(color_index(idx),:);
54     plot3(real(ant)*[1 1], imag(ant)*[1 1], [-lambda_w
55         lambda_w], '-p', 'color', color);
56 end % for

57
58 plot3([0 lambda_w]*AoA_X, [0 lambda_w]*AoA_y, [
59     lambda_w lambda_w], ':k');
60 plot3(lambda_w*AoA_x, lambda_w*AoA_y, lambda_w, 'hk');

61
62 % Angulo de chegada real
63 plot3(DoA_x*lambda_w, DoA_y*lambda_w, lambda_w, 'ok',
64     'markerfacecolor', 'none', 'markersize', 10,
65     'linewidth', 1);

66
67 shading interp;
68 axis([-interval interval -interval interval -interval
69         interval], 'square')
70 caxis([-lambda_w lambda_w]);
71 hold off;

72
73 subplot(1,2,1, 'align');

74
75 interval_2d = 1.25*lambda_w;
76 axis([-interval_2d interval_2d -interval_2d interval_2d
77         ], 'square')

```

```

72
73     if isoctave()
74         polar(0,0,':w')
75     else
76         polarplot(0,0,:w')
77     end % if
78
79     hold on;
80     if isoctave()
81         set( gca, 'rtick', [ 0 : 0.25 : 1 ] );
82         set( gca, 'ttick', [ 0 : 15 : 359 ] );
83     else % MATLAB
84         rticks([ 0 : 0.25 : 1 ]);
85         thetaticks([ 0 : 15 : 359 ]);
86     end %if
87
88     grid on;
89     grid minor;
90
91     for idx = index_list
92         idx_next = idx+1;
93         if idx_next > length(ant_array)
94             idx_next = 1;
95         end %if
96         color = color_list(color_index(idx),:);
97         color_next = color_list(color_index(idx_next),:);
98         part_ang_r = 8 + (12-8)*(idx-1)/(length(ant_array)-1);
99
100    % Antenas
101    ant = ant_array(idx);
102    ant_plot_aux = ant/(8 * Rho);
103    if isoctave()
104        plot(real(ant_plot_aux), imag(ant_plot_aux), 'p', 'color', color);
105    else % MATLAB
106        polarplot(angle(ant_plot_aux), abs(ant_plot_aux), 'p', 'color', color);
107    end % if
108
109    % Fase por antena
110    Z_phase = Z_phase_array(idx);
111    Z_phase_plot_aux = Z_phase/abs(Z_phase)*(4/16);
112    if isoctave()
113        plot(real(Z_phase_plot_aux), imag(Z_phase_plot_aux), 'o', 'color', color);
114    else % MATLAB
115        polarplot(angle(Z_phase_plot_aux), abs(Z_phase_plot_aux), 'o', 'color', color);

```

```

116    end % if
117
118    % Eixos auxiliares
119    ant_next = ant_array(idx_next);
120    ant_axis = ant_next - ant;
121    if isoctave()
122        plot(real(ant_axis)*[1 -1]/abs(ant_axis), imag(
123            ant_axis)*[1 -1]/abs(ant_axis), '- ', 'color',
124            color);
125        plot(real(ant_axis*i)*[1 -1]/abs(ant_axis), imag(
126            ant_axis*i)*[1 -1]/abs(ant_axis), ': ', 'color',
127            color);
128    else % MATLAB
129        polarplot(angle(ant_axis), [1 -1], '- ', 'color',
130            color);
131        polarplot(angle(ant_axis*i), [1 -1], ': ', 'color',
132            color);
133    end % if
134
135    % Defasagem entre antenas
136    Z_A_x_B = Z_x_array(idx);
137    aux_A_x_B = (Z_A_x_B/abs(Z_A_x_B))*(6/16);
138    if isoctave()
139        plot(real(aux_A_x_B), imag(aux_A_x_B), 'd', 'color',
140            color, 'markerfacecolor', color_next, 'linewidth',
141            , 0.75);
142    else % MATLAB
143        polarplot(angle(aux_A_x_B), abs(aux_A_x_B), 'd', 'color',
144            color, 'markerfacecolor', color_next, 'linewidth',
145            , 0.75);
146    end % if
147
148    % Angulos de chegada parciais
149    delta_A_x_B = delta_A_x_B_array(idx);
150    delta_B_x_A = delta_B_x_A_array(idx);
151    if isoctave()
152        plot(cos(delta_A_x_B)*(part_ang_r/16), sin(
153            delta_A_x_B)*(part_ang_r/16), 'v', 'color',
154            color, 'markerfacecolor', color_next, 'linewidth',
155            , 0.75);
156        plot(cos(delta_B_x_A)*(part_ang_r/16), sin(
157            delta_B_x_A)*(part_ang_r/16), '^', 'color',
158            color, 'markerfacecolor', color_next, 'linewidth',
159            , 0.75);
160    else % MATLAB
161        polarplot(delta_A_x_B, part_ang_r/16, 'v', 'color',
162            color, 'markerfacecolor', color_next, 'linewidth',
163            , 0.75);

```

```

146 polarplot(delta_B_x_A, part_ang_r/16, '^', 'color',
147           color, 'markerfacecolor', color_next, 'linewidth'
148           , 0.75);
149 end % if
150 end % for
151
152 if isoctave()
153   % Angulo de chegada calculado
154   plot([0 7/8]*AoA_x, [0 7/8]*AoA_y, ':k');
155   plot(7/8*AoA_x, 7/8*AoA_y, 'hk', 'markersize', 10,
156       'linewidth', 1);
157   cplx_aux_AoA = i*exp(i*choose_angle);
158   plot(real(cplx_aux_AoA)*[1 -1], imag(cplx_aux_AoA)*[1
159   -1], '-k');
160
161   % Angulo de chegada real
162   plot(DoA_x*7/8, DoA_y*7/8, 'ok', 'markerfacecolor', 'none',
163         'markersize', 15, 'linewidth', 1);
164 else % MATLAB
165   % Angulo de chegada calculado
166   polarplot([choose_angle choose_angle], [0 7/8], ':k');
167   polarplot(choose_angle, 7/8, 'hk', 'markersize', 10,
168             'linewidth', 1);
169   cplx_aux_AoA = choose_angle + pi/2;
170   polarplot([cplx_aux_AoA cplx_aux_AoA], [1 -1], '-k');
171
172   % Angulo de chegada real
173   polarplot(ang_w, 7/8, 'ok', 'markerfacecolor', 'none',
174             'markersize', 15, 'linewidth', 1);
175 end % if
176
177 hold off;
178
179 end % function

```

A.2.4 Função geral da simulação

Código 21: Arquivo de código `w_xyty.m`.

```

1 function w_xyty( ...
2   NOISE, ...
3   ATT, ...
4   CHG_PHI, ...
5   CHG_R, ...
6   CHG_THETA, ...
7   S_GIF, ...
8   S_DAT, ...
9   SNR, ...
10  range_step, ...

```

```

11 N_antenas ...
12 )
13
14 function ang_norm = normalize_angle(ang)
15     ang_norm = ang;
16     if ang > pi
17         ang_norm = ang_norm - (2*pi);
18     end % if
19     if ang < -pi
20         ang_norm = ang_norm + (2*pi);
21     end % if
22 end % function
23
24 %%%%%%%%%%%%%%
25
26 DEBUG = false;
27
28 SNR_dB = 10*log10(SNR);
29
30 phase = 0;
31
32 R_upper = 50;
33 R_lower = 1;
34
35 range_shift = 0;
36
37 DoA_range = (0+range_shift):range_step:(360+range_shift
38 -1);
38 DoA = deg2rad(DoA_range);
39
40 limits = 2; % +- * Lambda
41
42 c = 1; % Velocidade da luz, simplificacao
43 lambda = 4;
44 omega = 2*pi*c/lambda;
45 d = lambda / 2;
46 T = 2 * pi / omega;
47
48 amp_0 = 1;
49
50 C = true;
51 S = true;
52
53 interval = limits*lambda;
54 resolution = 100;
55
56 space = linspace(-interval,interval,resolution+1); % 1-
      by-100

```

```

57 | [x, y] = meshgrid(space);
58 | t_0 = 0;
59 |
60 | ant_idx_list = 1:1:N_antennas;
61 | ant_idx_list_shift = circshift(ant_idx_list, 1);
62 |
63 | name = 'simul';
64 | folder = '';
65 |
66 | name = [name '_POLY_' num2str(N_antennas)];
67 | folder = [folder 'POLY_' num2str(N_antennas)];
68 |
69 | if CHG_R
70 |     name = [name '_R_' num2str(R_upper) ' ~ ' num2str(
71 |             R_lower) ];
72 | else
73 |     name = [name '_R_' num2str(R_upper)];
74 | end %if
75 | if ~CHG_THETA
76 |     name = [name '_FIXED_W'];
77 | end %if
78 | if NOISE
79 |     name = [name '_SNR_' num2str(SNR)];
80 | end %if
81 | if ATT
82 |     name = [name '_ATT'];
83 | end %if
84 |
85 | if (S_GIF || S_DAT)
86 |    折ndername = fullfile('Output', folder);
87 |     if not(isfolder(foldername))
88 |         mkdir(foldername);
89 |     end %if
90 |     if S_GIF
91 |         gif_filename = fullfile(foldername, [name '.gif']);
92 |     end %if
93 |     if S_DAT
94 |         dat_filename = fullfile(foldername, [name '.dat']);
95 |     end %if
96 | end %if
97 |
98 | if S_GIF
99 |     if is octave()
100 |         f = figure(1, 'name', name, 'visible', 'off', 'Position', [1 1 1000 500]);
101 |     else % MATLAB
102 |         f = figure('name', name, 'visible', 'off', 'Position', [1 1 1000 500]);

```

```

102    end % if
103
104    else
105        f = figure('name', name);
106    end %if
107
108    if S_DAT
109        dat_file = fopen(dat_filename, 'w');
110        fprintf(dat_file, '%s', 'percent');
111        fprintf(dat_file, '\t%s', 'ang_W');
112        fprintf(dat_file, '\t%s', 'r');
113        fprintf(dat_file, '\t%s', 'phase');
114        fprintf(dat_file, '\t%s', 'choose_angle');
115        fprintf(dat_file, '\t%s', 'choose_angle_GN');
116        for i = ant_idx_list
117            fprintf(dat_file, '\t%s%d_x_%d', 'delta_', i,
118                    ant_idx_list_shift(i));
119        end % for
120        for i = ant_idx_list
121            fprintf(dat_file, '\t%s%d_x_%d', 'delta_',
122                    ant_idx_list_shift(i), i);
123        end % for
124        fprintf(dat_file, '\n');
125        if isoctave()
126            fflush(dat_file);
127        end %if
128    end % if
129
130    DoA_loop_range = [DoA_range DoA_range 360]; % Duas
131    voltas
132
133    percent = 0;
134    ref_iteration = 1/(length(DoA_loop_range)-1);
135    it = 0;
136    DelayTime = 15*ref_iteration;
137    r = R_upper+R_lower;
138
139    P_b_estimado = [0, 0];
140
141    for DoA = DoA_loop_range
142        it = it + 1;
143
144        fprintf('%.2f%% -> %s\n', percent*100, name);
145
146        if CHG_PHI
147            phase = phase + 2*pi*ref_iteration;
148        end %if

```

```

147 if CHG_R
148     r = r - R_upper/(2*length(DoA_range));
149 end %if
150
151 if CHG_THETA
152     ang_W = deg2rad(DoA);
153 else
154     ang_W = pi*5/12;
155 end %if
156
157 return_struct = calc_AoA(amp_0, ang_W, r, phase,
158                           lambda, ...
159                           omega, S, C, NOISE, SNR_dB, ATT, resolution, d,
160                           N_antenas);
161
162 [ ...
163   choose_angle, ...
164   Rho, ...
165   ant_array, ...
166   Z_phase_array, ...
167   Z_x_array, ...
168   delta_A_x_B, ...
169   delta_B_x_A, ...
170 ] = return_struct{::};
171
172 return_struct = gauss_newton(amp_0, ang_W, r, phase,
173                             lambda, ...
174                             omega, S, C, NOISE, SNR_dB, ATT, resolution, d,
175                             N_antenas, it, P_b_estimado);
176
177 [ ...
178   choose_angle_GN, ...
179   P_b_estimado ...
180 ] = return_struct{::};
181
182 % Calcular a figura de fundo para visualizacao em
183 % imagem
184 z_plot = signal_r(x, y, t_0, amp_0, ang_W, r, phase,
185                     ...
186                     lambda, omega, S, C, NOISE, SNR_dB, ATT);
187
188 generate_fig( ...
189   z_plot, ...
190   x, ...
191   y, ...
192   ang_W, ...
193   lambda, ...
194   interval, ...

```

```

189    Rho , ...
190    choose_angle , ...
191    ant_array , ...
192    Z_phase_array , ...
193    Z_x_array , ...
194    delta_A_x_B , ...
195    delta_B_x_A ...
196 )
197
198 drawnow;
199
200 if true
201 elseif S_GIF
202     frame = getframe(f);
203     im = frame2im(frame);
204
205 [imind, cm] = rgb2ind(im);
206 % [imind, cm] = rgb2ind(RGB, im); % MATLAB
207 if it == 1
208     % Create GIF file
209     if isoctave()
210         imwrite(imind, cm, gif_filename, 'gif', 'DelayTime'
211             , DelayTime, 'Compression', 'lzw');
212     else % MATLAB
213         imwrite(imind, cm, gif_filename, 'gif', 'DelayTime'
214             , DelayTime);
215     end % if
216 else
217     % Add each new plot to GIF
218     if isoctave()
219         imwrite(imind, cm, gif_filename, 'gif', 'WriteMode'
220             , 'append', 'DelayTime', DelayTime, '
221             Compression', 'lzw');
222     else
223         imwrite(imind, cm, gif_filename, 'gif', 'WriteMode'
224             , 'append', 'DelayTime', DelayTime); % MATLAB
225     end % if
226 end %if
227 else
228     % pause(1/30)
229     pause(0.0001)
230 end %if
231
232 if S_DAT
233     fprintf(dat_file, '%.2f', percent*100);
234     fprintf(dat_file, '\t%.3f', normalize_angle(ang_W));
235     fprintf(dat_file, '\t%.3f', r);
236     fprintf(dat_file, '\t%.3f', normalize_angle(phase));

```

```

232     fprintf(dat_file, '\t%.3f', normalize_angle(
233         choose_angle));
234     fprintf(dat_file, '\t%.3f', normalize_angle(
235         choose_angle_GN));
236
237     for i = ant_idx_list
238         fprintf(dat_file, '\t%.3f', normalize_angle(
239             delta_A_x_B(i)));
240     end % for
241
242     for i = ant_idx_list
243         fprintf(dat_file, '\t%.3f', normalize_angle(
244             delta_B_x_A(i)));
245     end % for
246
247
248     percent = percent + ref_iteration;
249
250 end %for
251
252 if S_GIF
253     fprintf('Check: %s\n', gif_filename);
254 end %if
255
256 if S_DAT
257     fclose(dat_file);
258     fprintf('Check: %s\n', dat_filename);
259 end %if
260
261 end %function

```

A.2.5 Função do algoritmo de Gauss-Newton

Código 22: Arquivo de código gauss_newton.m.

```

1 function return_struct = gauss_newton( ...
2     amp_w, ...
3     ang_w, ...
4     r_w, ...
5     phase_w, ...
6     lambda_w, ...
7     omega_w, ...
8     S, ...
9     C, ...
10    NOISE, ...

```

```

11 SNR_dB , ...
12 ATT , ...
13 resolution , ...
14 d , ...
15 N_antenas , ...
16 it , ...
17 P_b_estimado ...
18 )
19
20 % Distancia entre pares de Locators
21 Rho = d/(2*sin(pi / N_antenas));
22
23 % Posicao Locators
24 locator_pair = [ -(d/2) (d/2) ];
25
26 N_pairs_alt = floor(N_antenas/2);
27
28 x_L = (-N_pairs_alt:N_pairs_alt)';
29
30 y_L = zeros(size(x_L));
31 aux_ones = ones(size(x_L));
32 aux_ant_array = x_L + (aux_ones * locator_pair);
33
34 ant_matrix = aux_ant_array;
35
36 t = linspace(0,(2 * pi / omega_w), resolution); %
37     Intervalo de integração
38
39 for iteration = 1:5
40
41     % % Calculos de fase
42     Z_phase_matrix = arrayfun(@(a) phase_z(t, a, amp_w,
43         ...
44         ang_w, r_w, phase_w, lambda_w, omega_w, S, C, NOISE,
45         ...
46         SNR_dB, ATT), ant_matrix);
47
48     [Z_x_L phi_L] = arrayfun(@(a,b) dephase_A_to_B(a, b),
49         Z_phase_matrix(:,2), Z_phase_matrix(:,1));
50
51     % Posicao_B lido
52     % Coordenada X do emissor em relação ao sistema
53     x_B = (y_L(2) - y_L(1) + tan(phi_L(1)) * x_L(1) - tan(
54         phi_L(2)) * x_L(2)) / (tan(phi_L(1)) - tan(phi_L(2)));
55
56     % Coordenada Y do emissor em relação ao sistema
57     y_B = y_L(1) - tan(phi_L(1)) * (x_L(1) - x_B);

```

```

53
54 % Componente Z desconsiderada
55 % z_B
56
57 if iteration == 1
58     P_b_estimado = [x_B, y_B];
59 end % if
60
61 phi_medido = atan2((y_L-y_B),(x_L-x_B));
62
63 phi_estimado = atan2((y_L-P_b_estimado(2)),(x_L-
64     P_b_estimado(1)));
65
66 A = (phi_medido - phi_estimado);
67
68 function res = phi_dx_B(x_L, x_B, y_L, y_B)
69     res = (y_L - y_B). / (-2 .* x_L .* x_B + x_B.^2 + (y_L
70         - y_B).^2 + x_L.^2);
71 end % function
72
73 function res = phi_dy_B(x_L, x_B, y_L, y_B)
74     res = (x_B - x_L). / (-2 .* x_L .* x_B + x_B.^2 + (y_L
75         - y_B).^2 + x_L.^2);
76 end % function
77
78 % arrayfun(@(a,b) dephase_A_to_B(a, b), Z_phase_matrix
79 % (:,1), Z_phase_matrix(:,2));
80 Jacobiano = [ phi_dx_B(x_L, P_b_estimado(1), y_L,
81     P_b_estimado(2)) ...
82     phi_dy_B(x_L, P_b_estimado(1), y_L, P_b_estimado(2))
83     ];
84
85 deltas = (inv(Jacobiano * Jacobiano') * Jacobiano)' *
86     A;
87
88 P_b_estimado(1) = P_b_estimado(1) + deltas(1);
89 P_b_estimado(2) = P_b_estimado(2) + deltas(2);
90
91 choose_angle = angle(P_b_estimado(1) + i *
92     P_b_estimado(2));
93
94 end % for
95
96 return_struct = { ...
97     choose_angle, ...
98     P_b_estimado ...
99     % Rho ...
100    % ant_array ...

```

```

93    % Z_phase_array ...
94    % Z_x_array ...
95    % delta_A_x_B ...
96    % delta_B_x_A ...
97  };
98
99 end %function

```

A.2.6 Arquivos de simulação em sequênciа

Código 23: Arquivo de código `w_xytsingle.m`.

```

1 clear all;
2 close all;
3 clc;
4
5 if isoctave()
6   pkg load communications;
7   pkg load statistics;
8 end %if
9
10 w_xytsingle(
11   false, ... % NOISE
12   false, ... % ATT
13   true, ... % CHG_PHI
14   false, ... % CHG_R
15   false, ... % CHG_THETA
16   true, ... % S_GIF
17   true, ... % S_DAT
18   1/1, ... % SNR
19   5, ... % range_step
20   9 ... % N_antenas
21 );

```

Código 24: Arquivo de código `w_xytdat.m`.

```

1 clear all;
2 close all;
3 clc;
4
5 if isoctave()
6   pkg load communications;
7   pkg load statistics;
8 end %if
9
10 S_GIF = true;
11 S_DAT = true;
12
13 range_step = 5;

```

```

14 N_antenas = 3;
15
16 % w_xyzt(NOISE, ATT, CHG_PHI, CHG_R, CHG_THETA, S_GIF,
17 % S_DAT, SNR, range_step, N_antenas);
18
19 % % w_xytt(false, false, true, false, false, S_GIF, S_DAT,
20 % 1/1, range_step, N_antenas);
21 % % w_xytt(true, false, true, false, false, S_GIF, S_DAT,
22 % 1/1, range_step, N_antenas);
23 % % w_xytt(true, false, true, false, false, S_GIF, S_DAT,
24 % 5/1, range_step, N_antenas);
25 % % w_xytt(true, false, true, false, false, S_GIF, S_DAT,
26 % 25/1, range_step, N_antenas);
27 % % w_xytt(true, false, true, false, false, S_GIF, S_DAT,
28 % 50/1, range_step, N_antenas);
29 % % w_xytt(true, false, true, false, false, S_GIF, S_DAT,
30 % 100/1, range_step, N_antenas);
31
32 % % w_xytt(false, true, true, false, false, S_GIF, S_DAT,
33 % 1/1, range_step, N_antenas);
34 % % w_xytt(true, true, true, false, false, S_GIF, S_DAT,
35 % 1/1, range_step, N_antenas);
36 % % w_xytt(true, true, true, false, false, S_GIF, S_DAT,
37 % 5/1, range_step, N_antenas);
38 % % w_xytt(true, true, true, false, false, S_GIF, S_DAT,
39 % 25/1, range_step, N_antenas);
40 % % w_xytt(true, false, false, true, true, S_GIF, S_DAT,
41 % 5/1, range_step, N_antenas);

```

```

42 % % w_xyzt(true, false, false, true, true, S_GIF, S_DAT,
43 % %      50/1, range_step, N_antenas);
44 % % w_xyzt(true, false, false, true, true, S_GIF, S_DAT,
45 % %      100/1, range_step, N_antenas);
46 % % w_xyzt(true, true, false, true, true, S_GIF, S_DAT,
47 % %      1/1, range_step, N_antenas);
48 % % w_xyzt(true, true, false, true, true, S_GIF, S_DAT,
49 % %      5/1, range_step, N_antenas);
50 % % w_xyzt(true, true, false, true, true, S_GIF, S_DAT,
51 % %      25/1, range_step, N_antenas);
52 % % w_xyzt(true, true, false, true, true, S_GIF, S_DAT,
53 % %      50/1, range_step, N_antenas);
54 % % w_xyzt(true, true, false, true, true, S_GIF, S_DAT,
55 % %      100/1, range_step, N_antenas);

56 w_xyzt(true, false, false, false, true, S_GIF, S_DAT,
57 % %      1/1, range_step, N_antenas);
58 w_xyzt(true, false, false, false, true, S_GIF, S_DAT,
59 % %      5/1, range_step, N_antenas);
60 w_xyzt(true, false, false, false, true, S_GIF, S_DAT,
61 % %      25/1, range_step, N_antenas);
62 w_xyzt(true, false, false, false, true, S_GIF, S_DAT,
63 % %      50/1, range_step, N_antenas);
64 w_xyzt(true, false, false, false, true, S_GIF, S_DAT,
65 % %      100/1, range_step, N_antenas);

66 w_xyzt(true, true, false, false, true, S_GIF, S_DAT,
67 % %      1/1, range_step, N_antenas);
68 w_xyzt(true, true, false, false, true, S_GIF, S_DAT,
69 % %      5/1, range_step, N_antenas);
70 w_xyzt(true, true, false, false, true, S_GIF, S_DAT,
71 % %      25/1, range_step, N_antenas);
72 w_xyzt(true, true, false, false, true, S_GIF, S_DAT,
73 % %      50/1, range_step, N_antenas);
74 w_xyzt(true, true, false, false, true, S_GIF, S_DAT,
75 % %      100/1, range_step, N_antenas);

```

Código 25: Arquivo de código `w_xyzt_auto.m`.

```

1 clear all;
2 close all;
3 clc;
4
5 if is octave()
6   pkg load communications;
7   pkg load statistics;
8 end %if
9

```

```

10 S_GIF = true;
11 S_DAT = false;
12
13 range_step = 5;
14
15 N_antenas = 3;
16
17 % w_xyzt(NOISE, ATT, CHG_PHI, CHG_R, CHG_THETA, S_GIF,
18 %          S_DAT, SNR, range_step, N_antenas);
19
20 w_xytt(false, false, true, false, false, S_GIF, S_DAT,
21         1/1, range_step, N_antenas);
22 w_xytt(true, false, true, false, false, S_GIF, S_DAT,
23         1/1, range_step, N_antenas);
24 w_xytt(true, false, true, false, false, S_GIF, S_DAT,
25         5/1, range_step, N_antenas);
26 w_xytt(true, false, true, false, false, S_GIF, S_DAT,
27         25/1, range_step, N_antenas);
28 w_xytt(true, false, true, false, false, S_GIF, S_DAT,
29         50/1, range_step, N_antenas);
30 w_xytt(true, false, true, false, false, S_GIF, S_DAT,
31         100/1, range_step, N_antenas);
32
33 w_xytt(false, true, true, false, false, S_GIF, S_DAT,
34         1/1, range_step, N_antenas);
35 w_xytt(true, true, true, false, false, S_GIF, S_DAT,
36         1/1, range_step, N_antenas);
37 w_xytt(true, true, true, false, false, S_GIF, S_DAT,
38         5/1, range_step, N_antenas);
39 w_xytt(true, true, true, false, false, S_GIF, S_DAT,
        25/1, range_step, N_antenas);
40 w_xytt(true, true, true, false, false, S_GIF, S_DAT,
        50/1, range_step, N_antenas);
41 w_xytt(true, true, true, false, false, S_GIF, S_DAT,
        100/1, range_step, N_antenas);
42
43 % w_xytt(false, false, false, false, true, S_GIF, S_DAT,
44 %           1/1, range_step, N_antenas);
45 w_xytt(false, false, false, true, true, S_GIF, S_DAT,
46           1/1, range_step, N_antenas);
47
48 % w_xytt(false, true, false, false, true, S_GIF, S_DAT,
49 %           1/1, range_step, N_antenas);
50 w_xytt(false, true, false, true, true, S_GIF, S_DAT,
51           1/1, range_step, N_antenas);
52
53 w_xytt(true, false, false, true, true, S_GIF, S_DAT,
54           1/1, range_step, N_antenas);

```

```

40 w_xyzt(true, false, false, true, true, S_GIF, S_DAT,
41   5/1, range_step, N_antenas);
42 w_xyzt(true, false, false, true, true, S_GIF, S_DAT,
43   25/1, range_step, N_antenas);
44 w_xyzt(true, false, false, true, true, S_GIF, S_DAT,
45   50/1, range_step, N_antenas);
46 w_xyzt(true, false, false, true, true, S_GIF, S_DAT,
47   100/1, range_step, N_antenas);

48 w_xyzt(true, true, false, true, true, S_GIF, S_DAT,
49   1/1, range_step, N_antenas);
50 w_xyzt(true, true, false, true, true, S_GIF, S_DAT,
51   5/1, range_step, N_antenas);
52 w_xyzt(true, true, false, true, true, S_GIF, S_DAT,
53   25/1, range_step, N_antenas);
54 w_xyzt(true, true, false, true, true, S_GIF, S_DAT,
55   50/1, range_step, N_antenas);
56 w_xyzt(true, true, false, true, true, S_GIF, S_DAT,
57   100/1, range_step, N_antenas);

58 w_xyzt(true, true, false, false, true, S_GIF, S_DAT,
59   1/1, range_step, N_antenas);
60 w_xyzt(true, true, false, false, true, S_GIF, S_DAT,
61   5/1, range_step, N_antenas);
62 w_xyzt(true, true, false, false, true, S_GIF, S_DAT,
63   25/1, range_step, N_antenas);
64 w_xyzt(true, true, false, false, true, S_GIF, S_DAT,
65   50/1, range_step, N_antenas);
66 w_xyzt(true, true, false, false, true, S_GIF, S_DAT,
67   100/1, range_step, N_antenas);

```