第二章　随机变量及其分布函数

学号：

姓名：

一、选择题（每小题 10 分，共计 30 分）

1. 设随机变量 $X \sim B(4,0.2)$，则 P(X>3)=（A）

A 0.0016　　B 0.0272　　C 0.4096　　D 0.8192

2. 设随机变量 $X \sim N(\mu, 2^2), Y \sim N(\mu, 3^2)$，记 $P_1 = P\{X \le \mu - 2\}, P_2 = P\{Y \ge \mu + 3\}$，则（A）

A 对于任意实数 μ，有 $p_1 = p_2$　　B 对于任意实数 μ，有 $p_1 < p_2$

C 对于任意实数 μ，有 $p_1 > p_2$　　D 对于 μ 的个别值，有 $p_1 = p_2$

3. 设随机变量 $X \sim U(2,4)$，则 P(3<X<4)=（A）

A P(2.25<X<3.25)　　B P(1.5<X<2.5)

C P(3.5<X<4.5)　　D P(4.5<X<5.5)

二、填空题（每小题 10 分，共计 20 分）

1. 设离散型随机变量 X 的分布律为

X	-1	0	1
P	2c	0.4	c

则常数 c=<u>0.2</u>.

2.已知随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布，且 $P\{X=0\} = e^{-1}$，则 λ= <u>1</u>.

三、解答题（第 1 题 20 分，第 2 题 30 分，共计 50 分）

1. 设打电话所用时间 X（分钟）服从参数 $\lambda = 0.1$ 的指数分布. 如某人刚好在你前面走进电话间，求你等待的时间：

（1）超过 10 分钟的概率；

（2）在 10 分钟到 20 分钟之间的概率.

解：(1) 因为 $X \sim E(0.1)$，则 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{10} e^{-\frac{x}{10}} & x > 0 \\ 0 & x \le 0 \end{cases}$

$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\frac{x}{10}} & x > 0 \\ 0 & x \le 0 \end{cases}$　故 $P\{X > 10\} = 1 - F(10) = e^{-1}$

(2) $P\{10 < X < 20\} = \int_{10}^{20} f(x)dx = F(20) - F(10)$

$= e^{-1} - e^{-2}$

2.连续性随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{c}{\sqrt{1-x^2}}, & 0<x<1 \\ 0, & \text{其它}\end{cases}$，求

（1）常数 C;

（2）随机变量 X 的分布函数;

（3）计算 $p\{-1\le x\le \frac{\sqrt{2}}{2}\}$.

解：(1) 因为 $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx=1$，即 $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx=\int_0^1 \frac{c}{\sqrt{1-x^2}}\,dx=$

$c\cdot \arcsin x\Big|_0^1=\frac{\pi}{2}\cdot c \quad \therefore c=\frac{2}{\pi}$

(2) $F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt=\begin{cases}0 & x\le 0\\ \int_0^x \frac{2}{\pi\sqrt{1-t^2}}\,dt & 0<x<1\\ 1 & x\geq 1\end{cases}$

$=\begin{cases}0 & x\le 0\\ \frac{2}{\pi}\arcsin x & 0<x<1\\ 1 & x\geq 1\end{cases}$

(3) $P(-1\le X\le \frac{\sqrt{2}}{2})=F(\frac{\sqrt{2}}{2})-F(-1)$

$=\frac{1}{2}$