学号：

姓名：

第七、八章

一、选择题（每小题 10 分，共计 30 分）

1. 设总体X的数学期望μ与方差σ^2存在$X_1, X_2, \cdots X_n$是X的样本，则可以作为σ^2的无偏估计的是 （A）

A 当μ已知时，$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$

B. 当μ已知时，$\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$

C. 当μ未知时，$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$

D. 当μ未知时，$\frac{1}{n\text{-}1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$

2. 设总体$X \sim N(\mu, \sigma^2)$, μ, σ^2为未知参数，$\mathrm{X}_1, X_2, \cdots, X_n$为样本，则$\mu$的置信度为$1-\alpha$的置信区间为 （C）

A $\left(\overline{X}-u_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X}+u_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

B $\left(\overline{X}-u_{\frac{\alpha}{2}}(n)\frac{S}{\sqrt{n}}, \overline{X}+u_{\frac{\alpha}{2}}(n)\frac{S}{\sqrt{n}}\right)$

C $\left(\overline{X}-u_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\frac{S}{\sqrt{n}}, \overline{X}+u_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\frac{S}{\sqrt{n}}\right)$

D $\left(\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)}, \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)}\right)$

3. 设一批零件的长度服从正态分布$N(\mu, \sigma^2)$，其中μ, σ^2均未知，现从中随机抽取16 个零件，测得样本均值$\overline{X}=20(cm)$，样本标准差$s=1(cm)$，则μ的置信度为 0.90 的置信区间是（C）

A $\left(20-\frac{1}{4}t_{0.05}(16), 20+\frac{1}{4}t_{0.05}(16)\right)$

B $\left(20-\frac{1}{4}t_{0.1}(16), 20+\frac{1}{4}t_{0.1}(16)\right)$

C $\left(20-\frac{1}{4}t_{0.05}(15), 20+\frac{1}{4}t_{0.05}(15)\right)$

D $\left(20-\frac{1}{4}t_{0.1}(15), 20+\frac{1}{4}t_{0.1}(15)\right)$

二、填空题（每小题 10 分，共计 20 分）

1. 设总体$X \sim N(\mu, 0.9^2)$容量为9的简单随机样本，得样本均值$\bar{x}=5$，则未知参数μ的置信度为 0.95 的置信区间是(4.412, 5.588).（附表：$u_{0.025}=1.96$, $u_{0.05}=1.65$.）

2. 设总体$X \sim N(\mu, 8)$, $(X_1, \cdots, X_{36})$为其简单随机样本，若（$\bar{X}-1, \bar{X}+1$)作为μ的置信区间，则置信度为0.966附表：$u_{0.017}=2.12$.)

三、解答题（第 1 题 20 分，第 2 题 30 分，共计 50 分）

1. 设总体X的概率密度为$f(x)=\begin{cases}(\theta+1)(x-5)^{\theta}, 5<x<6, \\ 0, \quad 其他, \end{cases}$ （$\theta>0$)，其中θ是未知参数$x_1, x_2, \cdots, x_n$是总体X的简单样本，分别求θ的矩估计和极大似然估计.

解：矩估计：$EX=\int_5^6 x(\theta+1)(x-5)^{\theta}dx = 6-\frac{1}{\theta+2}$

令$EX=\bar{x}$，故θ的矩估计量为$\hat{\theta}=\frac{1}{6-\bar{x}}-2$

极大似然估计：似然函数 $L(\theta)=\prod_{i=1}^{n} f(x_i,\theta)=(\theta+1)^n \prod_{i=1}^{n}(x_i-5)^{\theta}$

$\ln L(\theta)=n\ln(1+\theta)+\theta\sum_{i=1}^{n}\ln(x_i-5)$

令 $\frac{d\ln L(\theta)}{d\theta}=\frac{n}{1+\theta}+\sum_{i=1}^{n}\ln(x_i-5)=0$

则θ的极大似然估计量为 $\hat{\theta}=-\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\ln(x_i-5)}-1$

2.某厂应用某种钢生产钢筋，根据长期资料的分析，知道这种钢筋强度 X 服从正态分布，今随机抽取六根钢筋进行试验，没得强度 X（单位：kg/mm^2）为 48.5，49.0，53.5，56.0，52.5，49.5 能否认为这种钢筋的平均强度为 52.0kg/mm^2($\alpha=0.05$)？附表：$t_{0.025}(5)=2.571$.

解：设$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$H_0: \mu=52.0$；$H_1: \mu\neq 52.0$

这里σ^2未知. $T=\frac{\bar{X}-52}{S/\sqrt{n}}\sim t(n-1)$.

已知给定$\alpha=0.05$，自由度 $6-1=5$ 查表 $t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)=2.571$

根据样本值计算得 $\bar{x}=51.5$，$s^2=8.9$

$t=\frac{51.8-52}{\sqrt{8.9}/\sqrt{6}}\approx-0.41$ 因为 $|t|\approx0.41<2.571$

所以接受H_0. 即认为这种钢筋平均强度为 52kg/mm^2.