学号：
姓名：

第三章 多维随机变量及其分布

一、选择题（每小题 10 分，共计 30 分）

1. 设二维随机变量（X, Y）的分布律为

X\Y	1	2	3
1	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$
2	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

则 P{XY=2}=(C)

A $\frac{1}{5}$　　B $\frac{3}{10}$　　C $\frac{1}{2}$　　D $\frac{3}{5}$

2. $f(x,y)=\begin{cases}4xy & 0\le x\le 1, 0\le x\le 1,\\ 0 & \text{其它,}\end{cases}$ 则当 $0\le x\le 1$ 时，（X,Y）关于 X 的边缘密度函数为

$f_X(x)=$（ B ）

A $\frac{1}{2x}$　　B $2x$　　C $\frac{1}{2y}$　　D $2y$

3. 设 $X\sim N(-1,2), Y\sim N(1,3)$, 且 X 与 Y 相互独立，则 $X+2Y\sim$（ B ）

A N(1，8)　　B N(1，14)　　C N(1，22)　　D N(1，40)

二、填空题（每小题 10 分，共计 20 分）

1. 设平面区域 D 由曲线 $y=\frac{1}{x}$ 及直线 $y=0, x=1, x=e^2$ 所围成. 二维随机变量（X,Y）在区域 D 上服从均匀分布，则（X,Y）关于 X 的边缘概率密度在 x=2 处的值为 $\underline{\frac{1}{4}}$.

2. 设随机变量 $(X,Y)\sim N(0,2^2;1,3^2;0)$, 则 $P\{|2X-Y|\ge 1\}=$ $\underline{0.8446}$

三、解答题（第 1 题 20 分，第 2 题 30 分，共计 50 分）

1. 袋中有一个红色球，两个黑色球，三个白色球，现有放回的从袋中取两次，每次取一球，以 X, Y, Z 分别表示取到的红、黑、白的个数.

（1）求 $p\{X=1|Z=0\}$;

（2）求二维随机变量（X, Y）的概率分布.

解：(1) 在没有取白球的情况下取了一次红球，利用样本空间的缩减法，相当于只有1个红球，2个黑球放回摸两次，其中摸一个红球的概率. 所以 $P=\{X=1|Z=0\}=\frac{C_2^1\times 2}{3^2}=\frac{4}{9}$

(2) X、Y取值范围为 0, 1, 2，故

$P=\{X=0,Y=0\}=\dfrac{C_3^1 \times C_3^1}{6^2}=\dfrac{1}{4}$，$P\{X=1,Y=0\}=\dfrac{2\times C_3^1}{6^2}=\dfrac{1}{6}$

$P\{X=2,Y=0\}=\dfrac{1}{6^2}=\dfrac{1}{36}$ $P\{X=0,Y=1\}=\dfrac{2\times C_2^1\times C_3^1}{6^2}=\dfrac{1}{3}$

$P\{X=1,Y=1\}=\dfrac{2\times C_2^1}{6^2}=\dfrac{1}{9}$ $P\{X=2,Y=1\}=0$

$P\{X=0,Y=2\}=\dfrac{C_2^1\times C_2^1}{6^2}=\dfrac{1}{9}$ $P\{X=1,Y=2\}=0$

$P\{X=2,Y=2\}=0$

即 X、Y的分布律为

Y \ X	0	1	2
0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{36}$
1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	0
2	$\frac{1}{9}$	0	0

1. 设随机变量（X,Y）的概率密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases} Axy^2, & 0<x<1, 0<y<1, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$，

求

（1）常数 A;

（2）证明 X 与 Y 相互独立.

解：(1) 由性质 $\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\,dx\,dy=1$ 即

$\int_0^1\int_0^1 Axy^2\,dx\,dy=1$ 得 $A=6$

(2) 由边缘密度

$f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\,dy=\begin{cases} 2x & 0<x<1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$

$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\,dx=\begin{cases} 3y^2 & 0<y<1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$

则 $f(x,y)=f_X(x)f_Y(y)$

故 X、Y 相互独立