




数字图像处理与分析

第五章 图像增强3

刘定生
中科院中国遥感卫星地面站
2005年春季学期

1




第五章 图像增强—频域处理

第五章 图像增强 (3)

- 频域处理主要内容
 - ✓ 频域滤波基本原理
 - ✓ 频域滤波
 - 低通滤波、高通滤波、同态滤波
 - ✓ 从频域规范产生空域模板
 - 基本原理
 - 频域滤波器到空域模板的关系式

第五章 图像增强
刘定生 中科院中国遥感卫星地面站
2



第五章 图像增强—频域处理


■ 频域滤波增强原理

- 空域图像增强的基础理论——线性系统滤波

$$g(x,y) = h(x,y) * f(x,y)$$
- 由傅里叶变换中卷积定理，上述线性系统可模型化为：

$$G(u,v) = H(u,v) \cdot F(u,v)$$
- $F(u,v)$ ——待增强图像 $f(x,y)$ 的傅里叶变换；定义了待增强图像 $f(x,y)$ 分解为一系列基图像后的**加权系数**（变换系数）
- $H(u,v)$ ——对应于空域线性系统单位冲击响应函数的傅里叶变换，称之为传递函数或滤波器函数
- 通过 $H(u,v)$ 对 $f(x,y)$ 分解为基图像后加权系数的修改，从而实现图像的增强——图像的频域滤波增强
- 理论上，任何变换只要具有正交性与完备性，均可定义类似的运算方式，但只有傅里叶变换具有严格的卷积定理证明

第五章 图像增强
刘定生 中科院中国遥感卫星地面站
3



第五章 图像增强—频域处理

■ 频域滤波增强原理

- 1) 预处理

$$f1(x,y) = f(x,y) * (-1)^{x+y}$$
- 2) 傅里叶变换

$$F(u,v) = F\{f1(x,y)\}$$
- 3) 滤波

$$G(u,v) = F(u,v)H(u,v)$$
- 4) 反变换

$$g1(x,y) = F^{-1}\{G(u,v)\}$$
- 5) 后处理

$$g(x,y) = g1(x,y) * (-1)^{x+y}$$

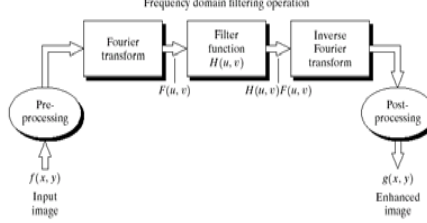
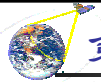


FIGURE 4.5 Basic steps for filtering in the frequency domain.

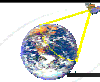
第五章 图像增强
刘定生 中科院中国遥感卫星地面站
4



第五章 图像增强—频域处理

■ 频域滤波增强原理

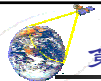
- 在傅立叶变换域，变换系数反映了图像在空域难以定义的某些特征
 - ✓ 频谱的直流低频分量对应于图像的平滑区域
 - ✓ 频谱的高频分量对应于图像的边沿或变化剧烈区域
 - ✓ 外界叠加噪声对应于频谱中频率较高的部分
 - ✓ 恒定的干扰条纹对应于频谱中的某些特征点
- 构造一个滤波器，刻意地提升某些频率分量、压低或去除另一些分量，从而达到图像增强的目的
- 空域滤波基本上借助于模板运算实现，难于实现真正意义上的线性系统滤波
- 在实际应用中空域模板的尺寸难以扩大，使滤波增强所需信息局限在较小的局部区域，难以获得更为理想的结果和 处理较为复杂的杂波去除、多特征增强等



第五章 图像增强—频域处理：频域滤波

■ 频域滤波

- 低通滤波
 - ✓ 频域低通滤波的基本思想
 - ✓ 理想低通滤波器、Butterworth低通滤波器、指数滤波器、梯形滤波器
- 高通滤波
 - ✓ 频域高通滤波的基本思想
 - ✓ 理想高通滤波器、Butterworth高通滤波器、指数滤波器、梯形滤波器
- 同态滤波器
 - ✓ 同态滤波器的基本思想
 - ✓ 同态滤波器的定义
 - ✓ 同态滤波器的效果分析



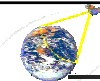
第五章 图像增强—频域处理：频域滤波

■ 低通滤波

- 频域低通滤波的基本思想

$$G(u,v) = H(u,v)F(u,v)$$

- 构造一个低通滤波器 $H(u,v)$ ，使低频分量顺利通过而有效地阻止高频分量，即可滤除频域中高频部分的噪声，再经逆变换就可以得到平滑图像
- 低通滤波是一个以牺牲图像清晰度为代价来减少干扰效果的修饰过程
- 流程示意图



第五章 图像增强—频域处理：频域滤波

■ 低通滤波

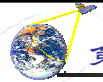
- 理想圆形低通滤波器的定义

- ✓ 一个二维理想圆形低通滤波器（ILPF）的转换函数满足

$$H(u,v) = \begin{cases} 1; & \text{if } D(u,v) \leq D_0 \\ 0; & \text{if } D(u,v) > D_0 \end{cases}$$

D_0 ——截止频率

$D(u,v)$ —— (u,v) 到原点的距离，距离函数



第五章 图像增强—频域处理：频域滤波

■ 低通滤波

➤ 理想低通滤波器的三维透视图、幅频谱图与截面图

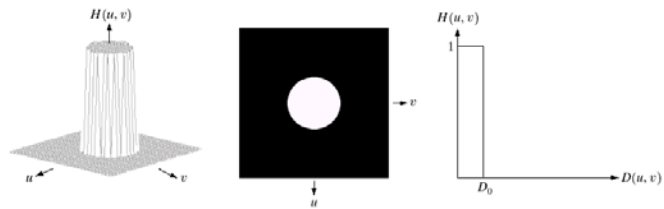
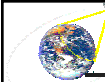


FIGURE 4.10 (a) Perspective plot of an ideal lowpass filter transfer function. (b) Filter displayed as an image. (c) Filter radial cross section.



第五章 图像增强—频域处理：频域滤波

■ 低通滤波

➤ 理想低通滤波器的截止频率的设计

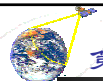
✓ 先求出总的信号能量 P_T :

$$P_T = \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{N-1} P(u, v)$$

其中:

$$p(u, v) = |F(u, v)|^2 = R^2(u, v) + I^2(u, v)$$

是能量模



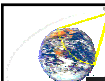
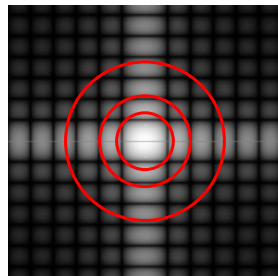
第五章 图像增强—频域处理：频域滤波

■ 低通滤波

➤ 理想低通滤波器的截止频率的设计

如果将变换作中心平移，则一个以频域中心为原点， r 为半径的圆就包含了百分之 β 的能量

$$\beta = 100 \left[\sum_u \sum_v P(u, v) / P_T \right]$$



第五章 图像增强—频域处理：频域滤波

■ 低通滤波

➤ 理想低通滤波器的截止频率的设计

✓ 求出相应的 D_0

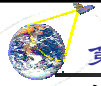
$$r = D_0 = (u^2 + v^2)^{1/2}$$

✓ 实例:

$$D_0 = 8, 18, 43, 78, 152$$

$$\beta = 90, 93, 95, 99, 99.5$$

整个能量的90%被一个半径为8的小圆周包含



第五章 图像增强—频域处理：频域滤波

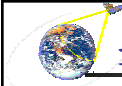
■ 低通滤波

➤ 圆形低通滤波器作用

- ✓ D_0 半径内的频率分量无损通过
- ✓ 圆外的频率分量会被滤除
- ✓ 若滤除的高频分量中含有大量的边缘信息，会发生图像边缘模糊现象

➤ 理想低通滤波器的分析

- ✓ 整个能量的90%被一个半径为8的小圆周包含，大部分尖锐的细节信息都存在于被去掉的10%的能量中
- ✓ 小的边界和其它尖锐细节信息被包含在频谱的至多0.5%的能量中
- ✓ 被平滑的图像被一种非常严重的**振铃效果**——理想低通滤波器的一种特性所影响

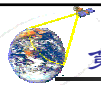
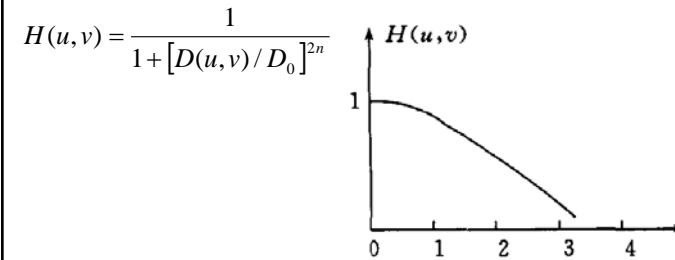


第五章 图像增强—频域处理：频域滤波

■ 低通滤波

➤ Butterworth低通滤波器的定义

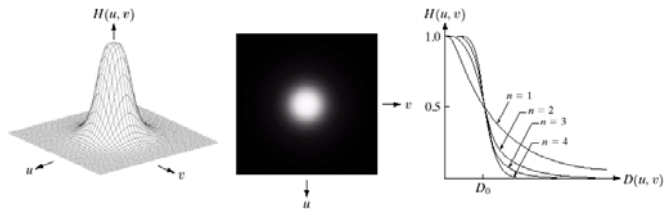
- ✓ 一个截止频率在与原点距离为 D_0 的 n 阶Butterworth低通滤波器 (BLPF) 的变换函数如下：



第五章 图像增强—频域处理：频域滤波

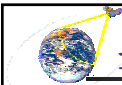
■ 低通滤波

➤ Butterworth低通滤波器的三维透视图、幅频谱图与截面图



a b c

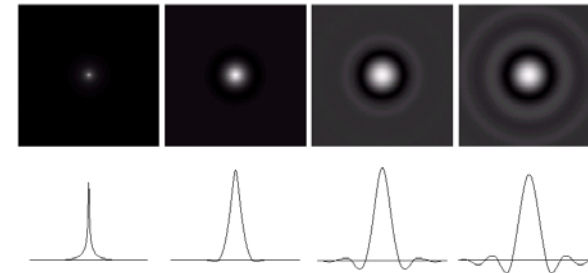
FIGURE 4.14 (a) Perspective plot of a Butterworth lowpass filter transfer function. (b) Filter displayed as an image. (c) Filter radial cross sections of orders 1 through 4.



第五章 图像增强—频域处理：频域滤波

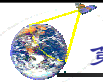
■ 低通滤波

➤ Butterworth低通滤波器的空域响应



a b c d

FIGURE 4.16 (a)–(d) Spatial representation of BLPFs of order 1, 2, 5, and 20, and corresponding gray-level profiles through the center of the filters (all filters have a cutoff frequency of 5). Note that ringing increases as a function of filter order.



第五章 图像增强—频域处理：频域滤波

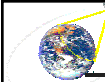
■ 低通滤波

■ Butterworth滤波器截止频率的设计

- 变换函数中不存在一个不连续点作为一个通过的和被滤波掉的截止频率的明显划分
- 通常把 $H(u,v)$ 开始小于其最大值的一定比例的点当作其截止频率点
- 有两种选择:

选择1: $H(u,v) = 0.5$ 当 $D_0 = D(u,v)$ 时

$$H(u,v) = \frac{1}{1 + [D(u,v)/D_0]^{2n}}$$



第五章 图像增强—频域处理：频域滤波

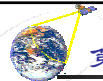
■ 低通滤波

➢ Butterworth滤波器截止频率的设计

选择2:

$H(u,v) = 1/\sqrt{2}$ 当 $D_0 = D(u,v)$ 时

$$H(u,v) = \frac{1}{1 + (\sqrt{2} - 1)[D(u,v)/D_0]^{2n}} = \frac{1}{1 + 0.414[D(u,v)/D_0]^{2n}}$$

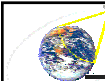


第五章 图像增强—频域处理：频域滤波

■ 低通滤波

➢ Butterworth低通滤波器的分析

- ✓ 在任何经BLPF处理过的图像中都没有明显的振铃效果, 这是滤波器在低频和高频之间平滑过渡的结果
- ✓ 和理想圆形低通滤波器相比
 - ✧ 没有明显的跳跃
 - ✧ 模糊程度减少
 - ✧ 尾部含有较多的高频, 对噪声的平滑效果不如ILPF
- ✓ **实例**

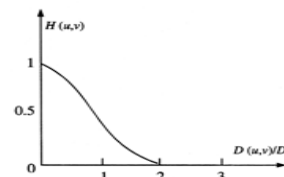


第五章 图像增强—频域处理：频域滤波

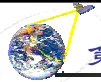
■ 低通滤波

➢ 指数低通滤波器(ELPF)

$$H(u,v) = e^{-\ln \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\frac{D(u,v)}{D_0} \right]^n}$$



- 有更加平滑的过渡带, 平滑后的图象没有跳跃现象
- 与BLPF相比, 衰减更快, 经过ELPF滤波的图象比BLPF处理的图象更模糊一些

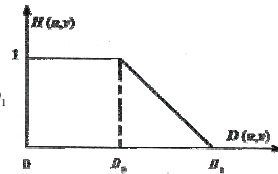


第五章 图像增强—频域处理：频域滤波

■ 低通滤波

➤ 梯形低通滤波器(TLPF)

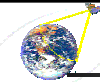
$$H(u, v) = \begin{cases} 1 & D(u, v) < D_0 \\ \frac{D(u, v) - D_0}{D_1 - D_0} & D_0 \leq D(u, v) \leq D_1 \\ 0 & D(u, v) > D_1 \end{cases}$$



➤ 其中 $D_0 < D_1$ ，一般情况下，定义 D_0 为截止频率

➤ 结果图像的清晰度优于ILBF，噪声滤波好于BLBF

➤ 振铃效应好于ILBF，差于BLBF

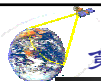


第五章 图像增强—频域处理：频域滤波

■ 低通滤波

➤ 四种低通滤波器的比较

| 类 别 | 振铃程度 | 图像模糊程度 | 噪声平滑效果 |
|------|------|--------|--------|
| ILPF | 严重 | 严重 | 最好 |
| TLPF | 较轻 | 轻 | 好 |
| ELPF | 无 | 较轻 | 一般 |
| BLPF | 无 | 很轻 | 一般 |



第五章 图像增强—频域处理：频域滤波

■ 高通滤波

➤ 频域高通滤波的基本思想

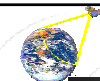
✓ $G(u, v) = F(u, v)H(u, v)$

✓ $F(u, v)$ 是需要锐化图像的傅立叶变换形式。

✓ 目标是选取一个滤波器变换函数 $H(u, v)$ ，通过它减少 $F(u, v)$ 的低频部分来得到 $G(u, v)$ 。

✓ 运用傅立叶逆变换得到锐化后的图像。

✓ 滤波流程示意图



第五章 图像增强—频域处理：频域滤波

■ 高通滤波

➤ 理想高通滤波器的定义

✓ 一个二维的理想高通滤波器 (ILPF) 的转换函数满足 (是一个分段函数)

$$H(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{if } D(u, v) \leq D_0 \\ 0 & \text{if } D(u, v) > D_0 \end{cases}$$

其中: D_0 为截止频率

$D(u, v)$ 为距离函数 $D(u, v) = (u^2 + v^2)^{1/2}$

第五章 图像增强—频域处理：频域滤波

■ 高通滤波

➢ 理想高通滤波器的三维透视图、幅频谱图与截面图

实例

第五章 图像增强 刘定生 中科院中国遥感卫星地面站 25

第五章 图像增强—频域处理：频域滤波

■ 高通滤波

➢ Butterworth高通滤波器的定义

✓ 一个截止频率在与原点距离为 D_0 的 n 阶Butterworth高通滤波器（BHPF）的变换函数如下：

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D(u, v) / D_0]^{2n}}$$

第五章 图像增强 刘定生 中科院中国遥感卫星地面站 26

第五章 图像增强—频域处理：频域滤波

■ 高通滤波

➢ Butterworth高通滤波器的三维透视图、幅频谱图与截面图

实例

第五章 图像增强 刘定生 中科院中国遥感卫星地面站 27

第五章 图像增强—频域处理：频域滤波

■ 高通滤波

➢ Butterworth高通滤波器截止频率设计

✓ 变换函数中不存在一个不连续点作为一个通过的和被滤波掉的截止频率的明显划分

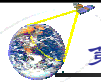
✓ 通常把 $H(u,v)$ 开始小于其最大值（1）的一定比例的点当作其截止频率点

✓ 有两种选择：

选择1: $H(u,v) = 0.5$ 当 $D_0 = D(u,v)$ 时

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D(u, v) / D_0]^{2n}}$$

第五章 图像增强 刘定生 中科院中国遥感卫星地面站 28



第五章 图像增强—频域处理：频域滤波

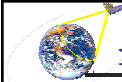
■ 高通滤波

➤ Butterworth高通滤波器截止频率设计

选择2:

$$H(u,v) = 1/\sqrt{2} \text{ 当 } D_0 = D(u,v) \text{ 时}$$

$$H(u,v) = \frac{1}{1 + (\sqrt{2} - 1)[D_0 / D(u,v)]^{2n}} = \frac{1}{1 + 0.414[D_0 / D(u,v)]^{2n}}$$



第五章 图像增强—频域处理：频域滤波

■ 高通滤波

➤ Butterworth高通滤波器的分析

✓问题：低频成分被严重地削弱了，使图像失去层次

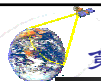
✓改进措施：

✦加一个常数到变换函数 $H(u,v) + A$

这种方法称之为高频增强滤波

✦为了解决变暗的趋势，在变换结果图像上再进行一次直方图均衡化。**这种方法称之为后滤波处理**

➤ IHPF与BHPF滤波效果比较



第五章 图像增强—频域处理：频域滤波

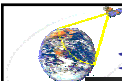
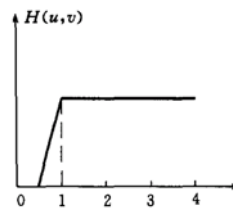
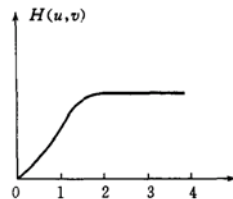
■ 高通滤波

➤ 指数高通滤波器

$$H(u,v) = e^{-\left[\frac{D_0}{D(u,v)}\right]^n}$$

➤ 梯形高通滤波器

$$H(u,v) = \begin{cases} 0; & D(u,v) < D_1 \\ \frac{D(u,v) - D_1}{D_0 - D_1}; & D_1 \leq D(u,v) \leq D_0 \\ 1; & D(u,v) > D_0 \end{cases}$$



第五章 图像增强—频域处理：频域滤波

■ 同态滤波器

➤ 同态滤波的基本思想

✓可以把图像的灰度函数 $f(x,y)$ 看作为入射光分量和反射光分量两部分组成

$$f(x,y) = i(x,y)r(x,y)$$

$i(x,y)$: 入射光

$r(x,y)$: 反射光 -- 取决于物体的特性

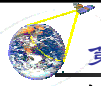
物体的亮度特征主要取决于反射光

入射光较均匀，随空间位置变化较小 -- 占据低频段

反射光由于物体性质和结构特点不同而反射强弱很不相同的光，随空间位置变化较剧烈

入射光 -- 占据低频段

反射光 -- 占据高频段比较宽的范围



第五章 图像增强—频域处理：频域滤波

同态滤波的基本思想

- 因为两个函数乘积的傅立叶变换不是可分离的，也即：

$$F\{f(x,y)\} \neq F\{i(x,y)\}F\{r(x,y)\}$$

- 对此采取算法如下：

对图像： $f(x,y) = i(x,y)r(x,y)$

取对数： $z(x,y) = \ln f(x,y) = \ln i(x,y) + \ln r(x,y)$

再取傅立叶变换：

$$Z(u,v) = F\{z(x,y)\} = F\{\ln i(x,y)\} + F\{\ln r(x,y)\} = I(u,v) + R(u,v)$$

用传递函数 $H(u,v)$ 进行滤波处理： $S(u,v) = H(u,v)Z(u,v)$

取傅立叶反变换，可得空间域输出 $s(x,y)$

最后，滤波后的结果为：
$$g(x,y) = e^{s(x,y)}$$



第五章 图像增强—频域处理：频域滤波

同态滤波的基本思想

对 $s(x,y)$ 的进一步分析可有：

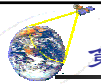
$$\begin{aligned} s(x,y) &= F^{-1}\{S(u,v)\} \\ &= F^{-1}\{H(u,v)I(u,v)\} + F^{-1}\{H(u,v)R(u,v)\} \end{aligned}$$

设：

$$\begin{aligned} i'(x,y) &= F^{-1}\{H(u,v)I(u,v)\} \\ r'(x,y) &= F^{-1}\{H(u,v)R(u,v)\} \end{aligned}$$

上述等式可以表示为：

$$s(x,y) = i'(x,y) + r'(x,y)$$



第五章 图像增强—频域处理：频域滤波

同态滤波的基本思想

即：

$$\begin{aligned} g(x,y) &= \exp[s(x,y)] \\ &= \exp[i'(x,y)] \exp[r'(x,y)] \\ &= i_0(x,y)r_0(x,y) \end{aligned}$$

其中 $i_0(x,y) = \exp[i'(x,y)]$

和 $r_0(x,y) = \exp[r'(x,y)]$

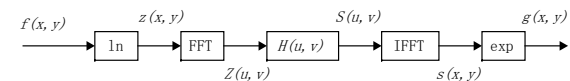
是输出图像的亮度和反射分量。



第五章 图像增强—频域处理：频域滤波

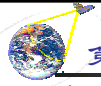
同态滤波的基本思想

利用前述概念进行增强的方法可以归纳为：



这个方法基于一类称作同态系统的特殊情况。在此特定应用中，问题的关键在于：

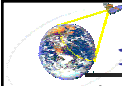
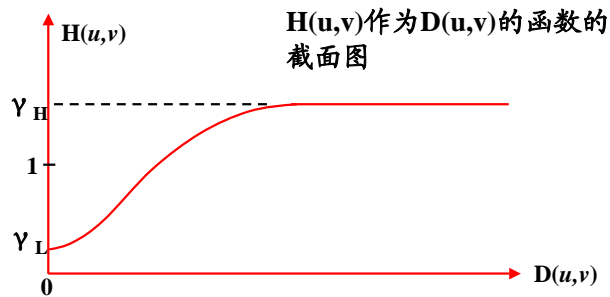
- 将明度和反射分量用对数进行分离
- 同态滤波器函数 $H(u,v)$ 能够分别对这两部分进行操作



第五章 图像增强—频域处理：频域滤波

■ 同态滤波器

➤ 同态滤波器的截面图



第五章 图像增强—频域处理：频域滤波

■ 同态滤波器

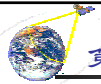
➤ 同态滤波器的效果分析

如果参数 γ_L 和 γ_H 的选取使得

$$\gamma_L < 1, \gamma_H > 1$$

前图所示的滤波器函数将减少低频部分、扩大高频部分，最后的结果将是既压缩了有效范围，又扩大了对比度。

➤ 实例

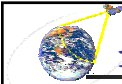


第五章 图像增强—频域处理：频域滤波

■ 同态滤波器

➤ 同态滤波器的效果分析

- ✓ 图像的明度分量的特点是平缓的空域变化，而反射分量则近于陡峭的空域变化
- ✓ 这些特性使得将图像的对数的傅立叶变换的低频部分对应于明度分量，而高频部分对应于反射分量
- ✓ 尽管这种对应关系只是一个粗略的近似，但它们可以用于优化图像的增强操作
- ✓ 一个好的控制可以通过用同态滤波器对明度和反射分量分别操作来得到
- ✓ 这个控制要求指定一个滤波器函数 $H(u,v)$ ，它对于傅立叶变换的低频和高频部分的影响是不同的



第五章 图像增强—从频域规范产生空域模板

■ 从频域规范产生空域模板

➤ 基本思想

- ✓ 希望用空域模板来模拟一个给定频域滤波器的方法

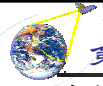
➤ 基本原理

- ✓ 频域的滤波器操作基于以下等式：

$$G(u,v) = H(u,v)F(u,v)$$

频域的滤波器操作可以由空域上的卷积公式实现：

$$g(x,y) = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} h(x-i, y-k) f(i,k)$$



第五章 图像增强——从频域规范产生空域模板

基本原理

- ✓ h 通常称作空域卷积模板，可理解为 $H(u,v)$ 的逆傅立叶变换。假定这里已经找到了 H 与 h 的关系。

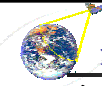
$$h(x, y) = H^{-1}(u, v)$$

$$x, y = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

也即：

$$H(u, v) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} h(x, y) \exp[-j2\pi(ux + vy)/N]$$

- ✓ 由于直接通过傅里叶反变换得到的 $h(x,y)$ 其理论范围 N 太大，不是实用模板

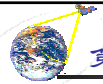


第五章 图像增强——从频域规范产生空域模板

基本原理

- ✓ 假设 $h(x, y)$ 在 $x > n$ 且 $y > n$ 时值均为 0，其中 $n < N$
- ✓ 由此可创建一个 $n \times n$ 大小的用傅立叶变换 $H(u,v)$ 得到的卷积模板

$$\hat{h}(x, y) = \begin{matrix} n \times n \\ N \times N \end{matrix}$$



第五章 图像增强——从频域规范产生空域模板

基本原理

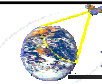
- ✓ 对 $\hat{h}(x, y)$ 进行傅里叶变换： $\hat{H}(u, v) = F\{\hat{h}(x, y)\}$

$$\hat{H}(u, v) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{n-1} \sum_{y=0}^{n-1} \hat{h}(x, y) \exp[-j2\pi(ux + vy)/N]$$

- ✓ 上式可表示为： $\hat{H} = C\hat{h}$

- ✓ 目标是如何确定 $\hat{h}(x, y)$ 的系数，使得下列误差达到最小：

$$e^2 = \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{N-1} \left| \hat{H}(u, v) - H(u, v) \right|^2$$



第五章 图像增强——从频域规范产生空域模板

基本原理

- ✓ 对 e^2 函数通过取空域的导数求极小值，最终可推导出公式：

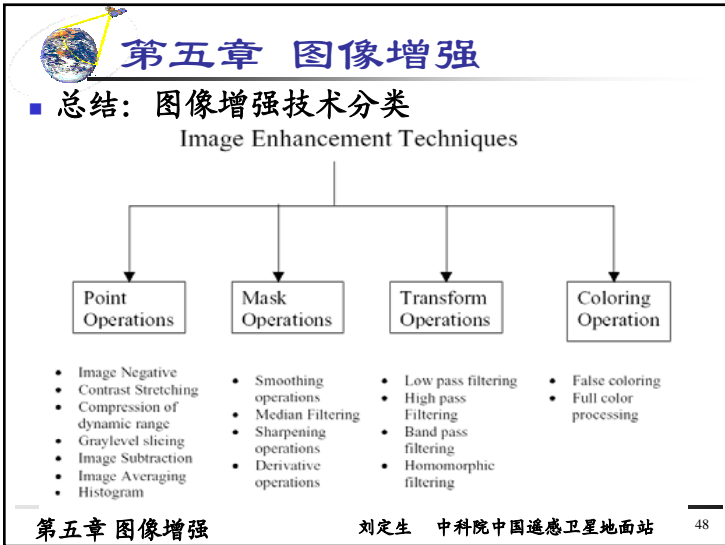
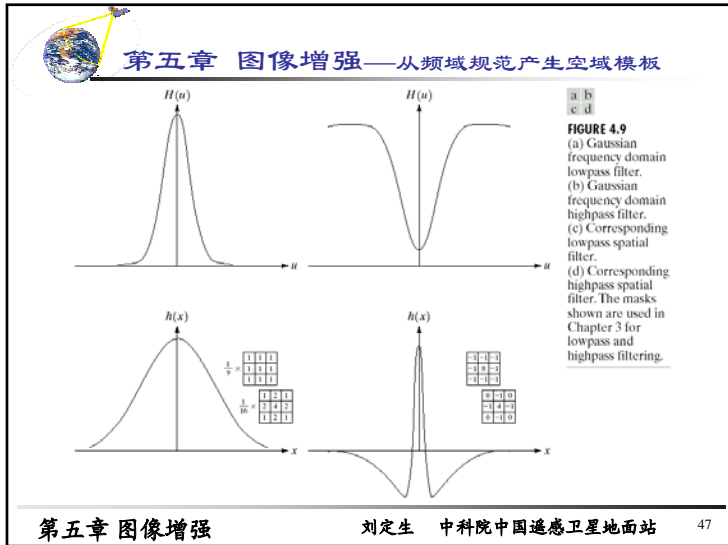
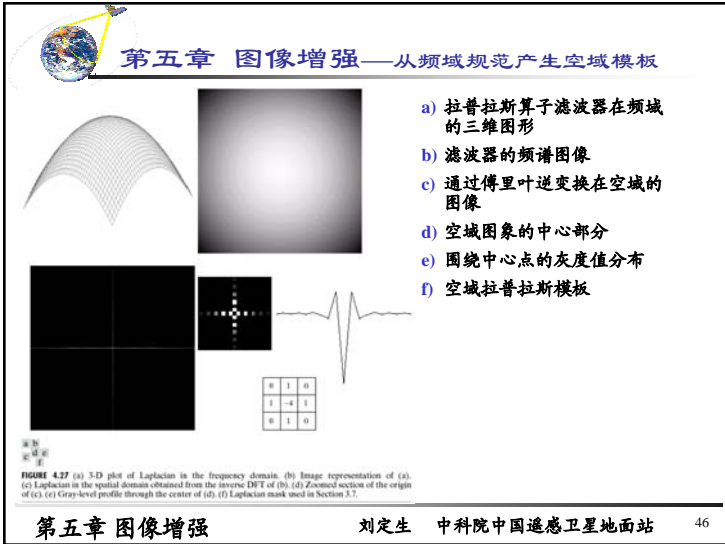
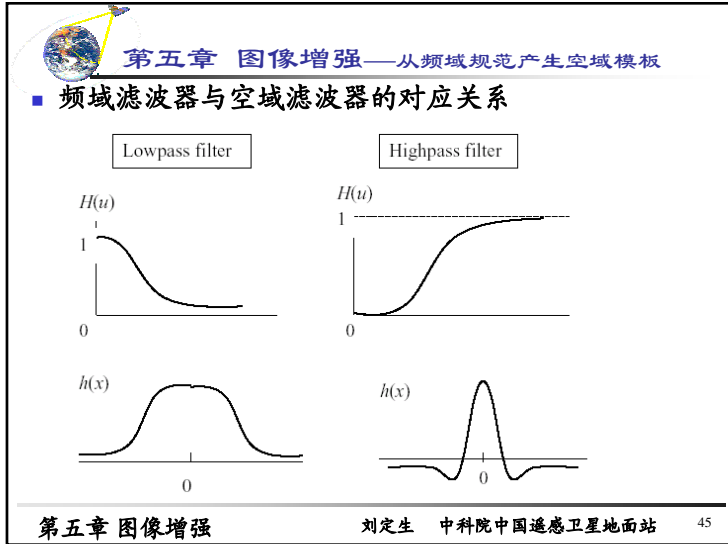
$$\hat{h} = (C^* C)^{-1} C^* H = C^{\#} H$$

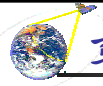
- ✓ 式中矩阵 C 为一个 $N^2 \times n^2$ 的系数矩阵， C 对应的元素表示为 $C(i, k)$ ，通过指数项产生

$$\frac{1}{N} \exp(-j2\pi(ux + vy)/N) \Rightarrow C(i, k)$$

- ✓ 其中： $i = uN + v$ ， $k = xn + y$ ， $u, v = 0, 1, 2, \dots, N-1$ ， $x, y = 0, 1, 2, \dots, n-1$

这里矩阵 $C^{\#} = (C^* C)^{-1} C^*$ 通常称作 Moore-Penrose 逆生成





第五章 图像增强

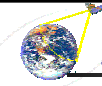
■ 习题

➤ 对图像增强技术进行全面回顾与总结，形成简明扼要的综述性报告

- ✓ 分类
- ✓ 理论基础
- ✓ 技术要点
- ✓ 实例

■ 上机实验

➤ 自拟实验目标，进行图像增强的综合试验，尽可能地包括所学知识



结束

第五章结束