

PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ
MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ
BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
2021 BAHAR

Biçimsel Diller ve Otomata Teorisi

Formal languages and automata theory

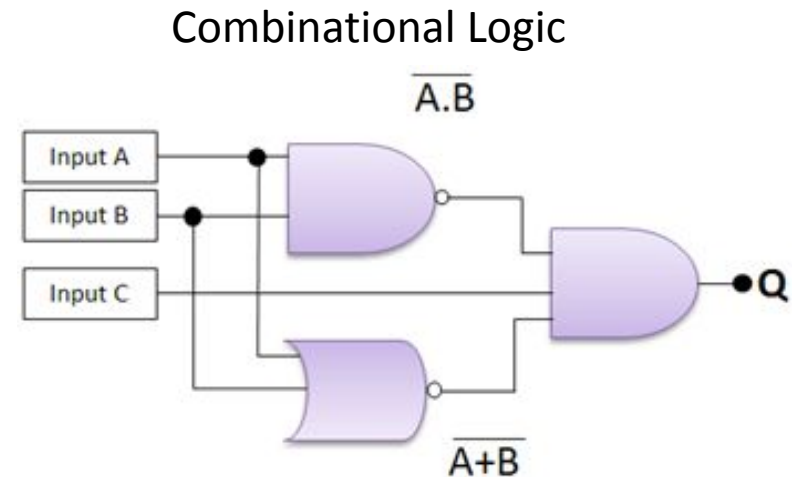
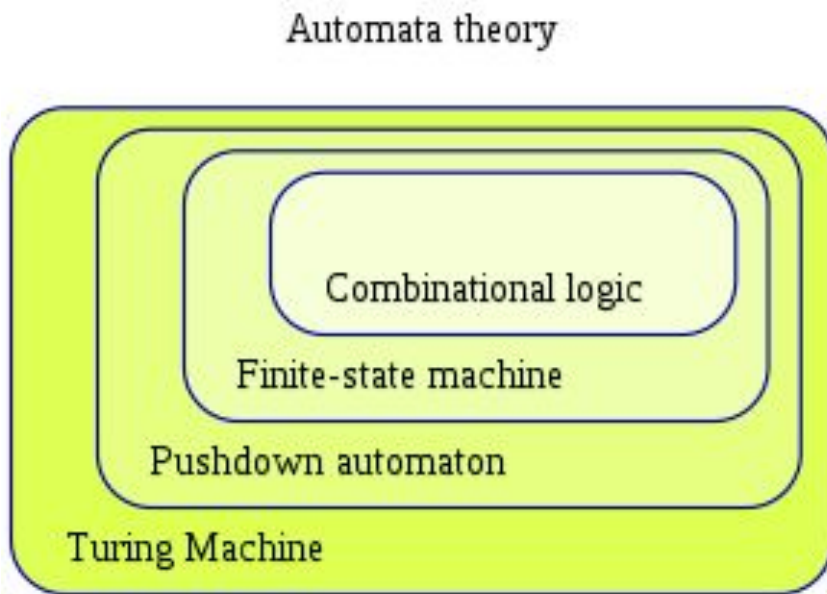
Deterministik Sonlu Otomat

Deterministik Sonlu Otomatlar- Deterministic Finite Automata

- **Deterministic Sistem:** Deterministik: (özgür irade eksikliği anlamına gelen determinizmden gelir) rastgele bir olayın tam tersidir.
- Matematik, bilgisayar bilimi ve fizikte, deterministik bir sistem, sistemin gelecekteki durumlarının gelişiminde hiçbir rasgeleliğin yer almadığı bir sistemdir. Dolayısıyla deterministik bir model, belirli bir başlangıç koşulundan veya başlangıç durumundan her zaman aynı çıktıyı üretecektir.

- **Otomata teorisi (Otomatlar Teorisi)**, Soyut makineler ve otomatların yanı sıra bunlar kullanılarak çözülebilen hesaplama problemlerinin incelenmesidir.

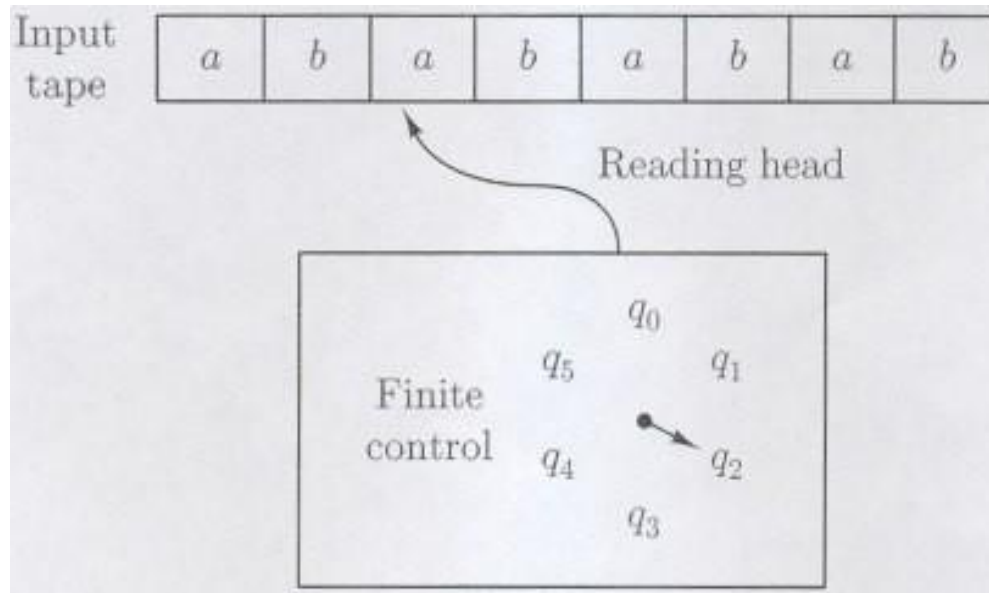
Automata /Otomata (çoğul) Automaton/Otomat (tekil)



Deterministic Finite Automata

- Bir sonlu otomat (**finite automaton**) (**otomatlar-automata: çoğul**) sabit ve sonlu kapasiteye sahip bir merkezi işlem birimine sahiptir.
- Bilgisayarın oldukça sınırlı ve basit bir modelidir.
- Giriş bilgisini katar (string) olarak bir giriş şeridi (**input tape**) üzerinden alır.
- Bir **çıkış üretmez**, giriş bilgisinin **kabul edilip edilmediğini** gösterir.
- **Language recognition device (dil tanıyıcı cihaz)** olarak işlem yapar.
- Compiler'da **lexical analysis** (begin, +, for gibi program birimleri belirlenir) aşamasında,
- Protokol tanımlamalarında
- Metin ayrıştırmada,
- Video oyunu karakter davranışı,
- Güvenlik analizi, CPU kontrol birimleri, doğal dil işleme ve konuşma tanıma gibi konularda kullanılmaktadır.

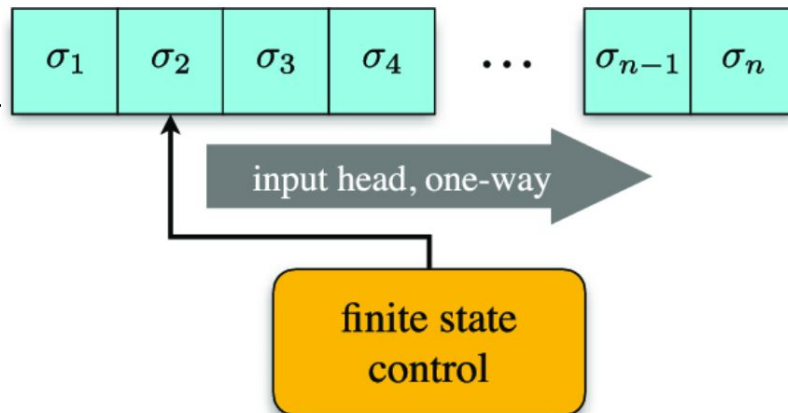
Deterministic Finite Automata



- Giriş bilgisi, input tape üzerinden string olarak elde edilir.
- Makinenin ana kısmı "black box" tır ve sonlu sayıda farklı duruma sahiptir.
- Bu black box "finite control" olarak adlandırılır ve hareketli **reading head** (okuma kafası) ile input tape üzerinde herhangi bir pozisyonda bulunan sembolü algılar.
- Başlangıçta okuma kafası en soldaki kare üzerinde bulunur ve finite control **initial state** (başlangıç durumu) durumundadır.

Deterministic Finite Automata

- Automaton her seferinde input tape'ten bir sembol okur ve yeni bir duruma geçer.
- Yeni duruma geçme sadece ve sadece
 - mevcut sonlu sayıda duruma ve okunan sembole bağlıdır !!!
- Bu yüzden **deterministic finite automaton (DFA)**'dur.
- Her okumadan sonra okuma kafası bir sağa geçer ve string sonuna kadar okuma devam eder.
- Eğer string bittiğinde DFA **final state(s) (sonuc durumları)**'lerden birisinde ise bu string kabul edilir.
- Bu DFA tarafından kabul edilen dil, kabul edilen stringler kümesidir.



Deterministic Finite Automata

Tanım:

Bir DFA beşli demet (quintuple) olarak tanımlanır. $M = (K, \Sigma, \delta, s, F)$

K sonlu sayıda durumlar kümesi

Σ alfabe

δ transition function (geçiş fonksiyonu) $K \times \Sigma \rightarrow K$,

$s \in K$ başlangıç durumu (sadece bir tane)

$F \subseteq K$ final state(s) kümesi

- M otomatının sonraki duruma geçişi, geçiş **fonksiyonu** (transition function) ile belirlenir.
- Eger M otomatı $q \in K$ durumunda iken input tape'ten $a \in \Sigma$ okumuşsa, $\delta(q, a) \in K$ durumuna geçer ve bu durum unique (tek)'tir (function)

Deterministic Finite Automata

Örnek:

M bir DFA ve $M = (K, \Sigma, \delta, s, F)$ şeklinde tanımlanmış olsun:

$$K = \{q_0, q_1\},$$

$$\Sigma = \{a, b\},$$

$$s = q_0$$

$$F = \{q_0\}$$

q	a	$\delta(q, a)$
q_0	a	q_0
q_0	b	q_1
q_1	a	q_1
q_1	b	q_0

$L(M)$ dilini sözel olarak tanımlayalım

Deterministic Finite Automata

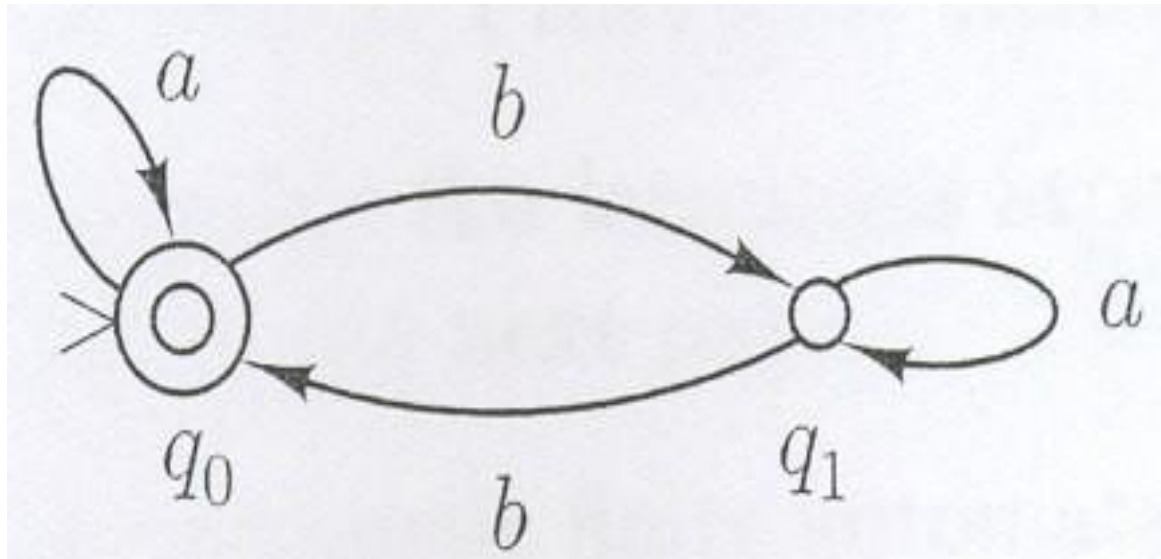
Örnek:

M bir DFA ve $M = (K, \Sigma, \delta, s, F)$ şeklinde tanımlanmış olsun:

$$\begin{aligned} K &= \{q_0, q_1\}, \\ \Sigma &= \{a, b\}, \\ s &= q_0 \\ F &= \{q_0\} \end{aligned}$$

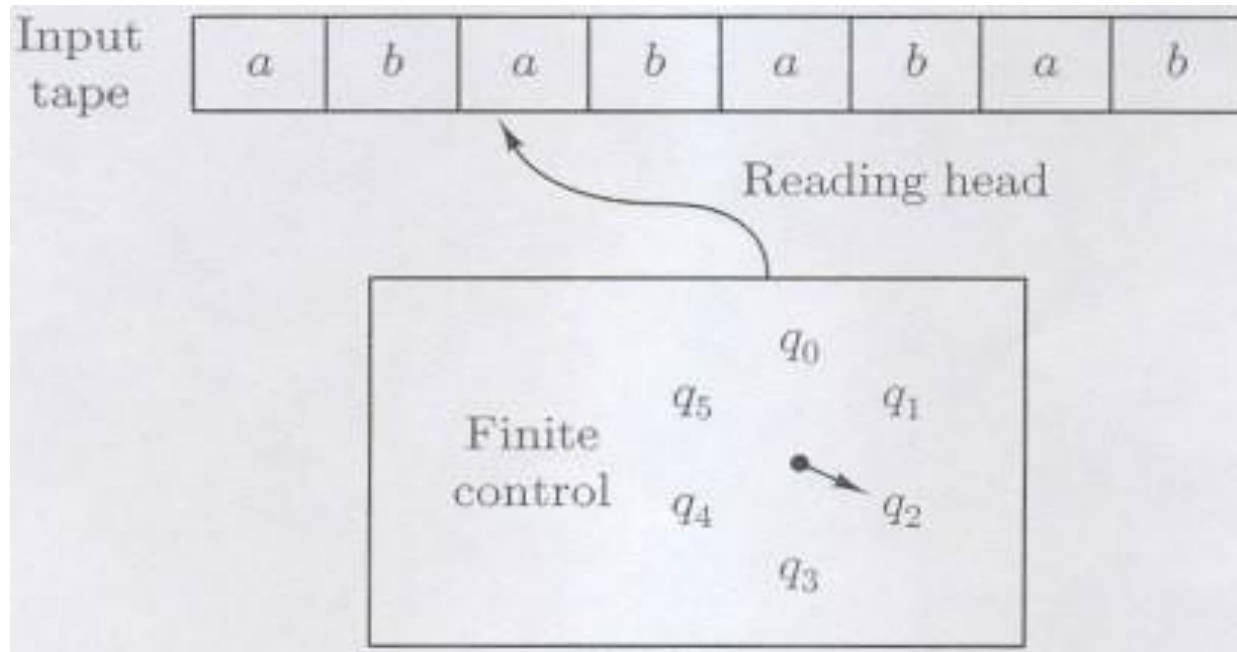
q	a	$\delta(q, a)$
q_0	a	q_0
q_0	b	q_1
q_1	a	q_1
q_1	b	q_0

$L(M)$ içerisinde çift sayıda b bulunduran tüm stringlerin kümesidir.



Deterministic Finite Automata

- **Configuration**, otomatın herhangi bir andaki durumu ile input tape'te sağ kısımdaki henüz okunmamış olan string'i ifade eder.
- Configuration $K \times \Sigma^*$ 'ın bir elemanıdır. Aşağıdaki otomat için konfigürasyon $(q_2, ababab)$ 'dir.



- \vdash_M ardarda iki konfigürasyon arasındaki binary relation'ı ifade eder.

Deterministic Finite Automata

- (q, w) ve (q', w') ardarda iki konfigürasyon ise $(q, w) \vdash_M (q', w')$ şeklinde belirtilir.

burada $w = aw'$, $a \in \Sigma$ ve $(q, a) = q'$ olmak zorundadır.

\vdash_M fonksiyonu $K \times \Sigma^+$ 'dan $K \times \Sigma^*$ 'ya bir fonksiyondur.

- (q, e) konfigürasyonu giriş string'inin sonunu gösterir ve otomat işlemini bitirir.
- \vdash_M fonksiyonunun reflexive, transitive closure'u \vdash_M^* şeklinde tanımlanır.
- Bir string $w \in \Sigma^*$ kabul edilir, eğer sadece ve sadece $(s, w) \vdash_M^* (q, e)$ ve $q \in F$ ise
- Sonuç olarak bir M otomatı tarafından tanınan dil $L(M)$ olarak gösterilir ve tüm kabul edilen string'ler kümesidir.

Deterministic Finite Automata

Örnek:

M bir DFA ve $M = (K, \Sigma, \delta, s, F)$ şeklinde tanımlanmış olsun.

$$K = \{q_0, q_1\},$$

$$\Sigma = \{a, b\},$$

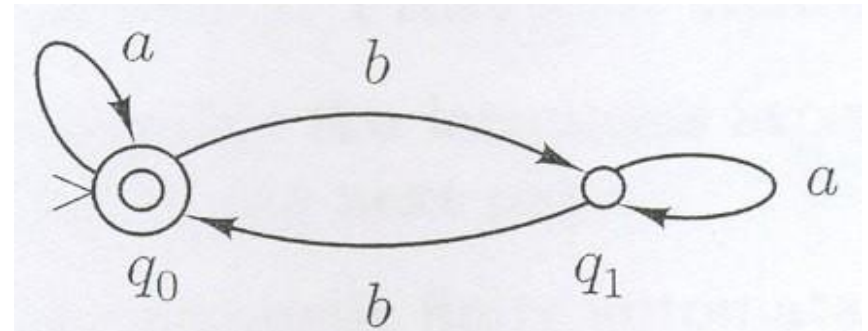
$$s = q_0$$

$$F = \{q_0\}$$

q	a	$\delta(q, a)$
q_0	a	q_0
q_0	b	q_1
q_1	a	q_1
q_1	b	q_0

$L(M)$ içerisinde çift sayıda b bulunduran tüm stringlerin kümesidir.

$$(q_0, aabba) \vdash_M (q_0, abba)$$



Deterministic Finite Automata

Örnek:

M bir DFA ve $M = (K, \Sigma, \delta, s, F)$ şeklinde tanımlanmış olsun.

$$K = \{q_0, q_1\},$$

$$\Sigma = \{a, b\},$$

$$s = q_0$$

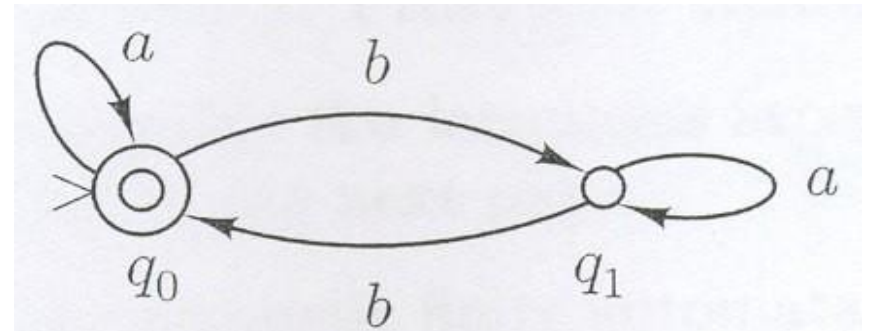
$$F = \{q_0\}$$

q	a	$\delta(q, a)$
q_0	a	q_0
q_0	b	q_1
q_1	a	q_1
q_1	b	q_0

$L(M)$ içerisinde çift sayıda b bulunduran tüm stringlerin kümesidir.

$$(q_0, aabba) \vdash_M (q_0, abba)$$

$$\vdash_M (q_0, bba)$$



Deterministic Finite Automata

Örnek:

M bir DFA ve $M = (K, \Sigma, \delta, s, F)$ şeklinde tanımlanmış olsun.

$$K = \{q_0, q_1\},$$

$$\Sigma = \{a, b\},$$

$$s = q_0$$

$$F = \{q_0\}$$

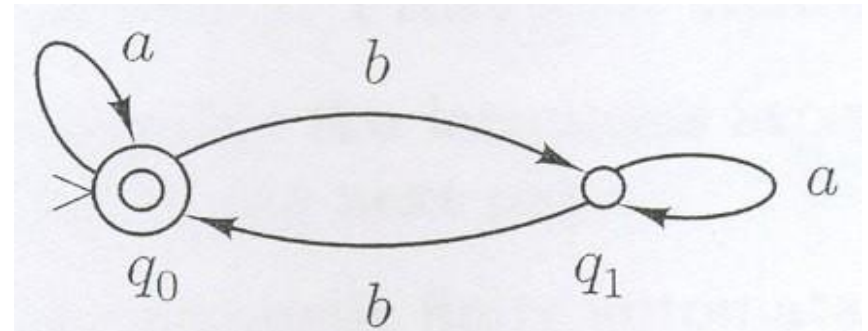
q	a	$\delta(q, a)$
q_0	a	q_0
q_0	b	q_1
q_1	a	q_1
q_1	b	q_0

$L(M)$ içerisinde çift sayıda b bulunduran tüm stringlerin kümesidir.

$$(q_0, aabba) \vdash_M (q_0, abba)$$

$$\vdash_M (q_0, bba)$$

$$\vdash_M (q_1, ba)$$



Deterministic Finite Automata

Örnek:

M bir DFA ve $M = (K, \Sigma, \delta, s, F)$ şeklinde tanımlanmış olsun.

$$K = \{q_0, q_1\},$$

$$\Sigma = \{a, b\},$$

$$s = q_0$$

$$F = \{q_0\}$$

q	a	$\delta(q, a)$
q_0	a	q_0
q_0	b	q_1
q_1	a	q_1
q_1	b	q_0

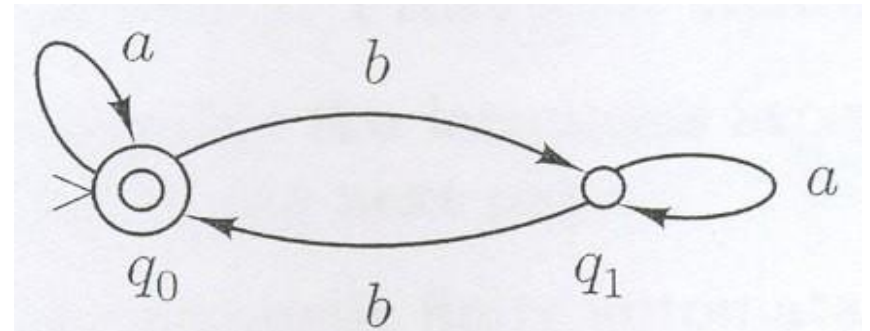
$L(M)$ içerisinde çift sayıda b bulunduran tüm stringlerin kümesidir.

$$(q_0, aabba) \vdash_M (q_0, abba)$$

$$\vdash_M (q_0, bba)$$

$$\vdash_M (q_1, ba)$$

$$\vdash_M (q_0, a)$$



Deterministic Finite Automata

Örnek:

M bir DFA ve $M = (K, \Sigma, \delta, s, F)$ şeklinde tanımlanmış olsun.

$$K = \{q_0, q_1\},$$

$$\Sigma = \{a, b\},$$

$$s = q_0$$

$$F = \{q_0\}$$

q	a	$\delta(q, a)$
q_0	a	q_0
q_0	b	q_1
q_1	a	q_1
q_1	b	q_0

$L(M)$ içerisinde çift sayıda b bulunduran tüm stringlerin kümesidir.

$$(q_0, aabba) \vdash_M (q_0, abba)$$

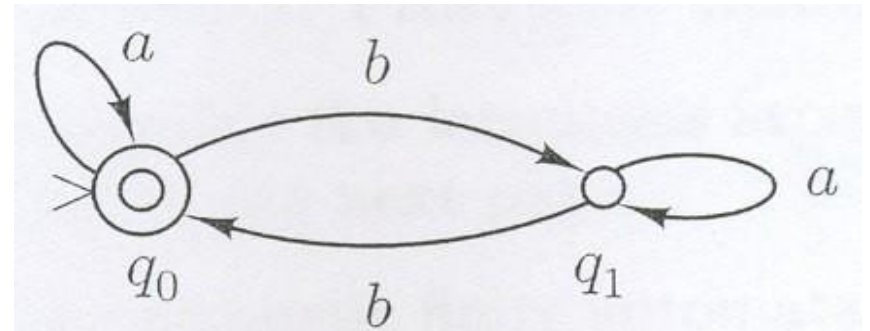
$$\vdash_M (q_0, bba)$$

$$\vdash_M (q_1, ba)$$

$$\vdash_M (q_0, a)$$

$$\vdash_M (q_0, e)$$

$(q_0, aabba) \vdash_M^* (q_0, e)$ olduğu için $aabba$ stringi M makinesi tarafından kabul edilir.



Deterministic Finite Automata

Örnek:

M bir DFA ve $M = (K, \Sigma, \delta, s, F)$ şeklinde tanımlanmış olsun.

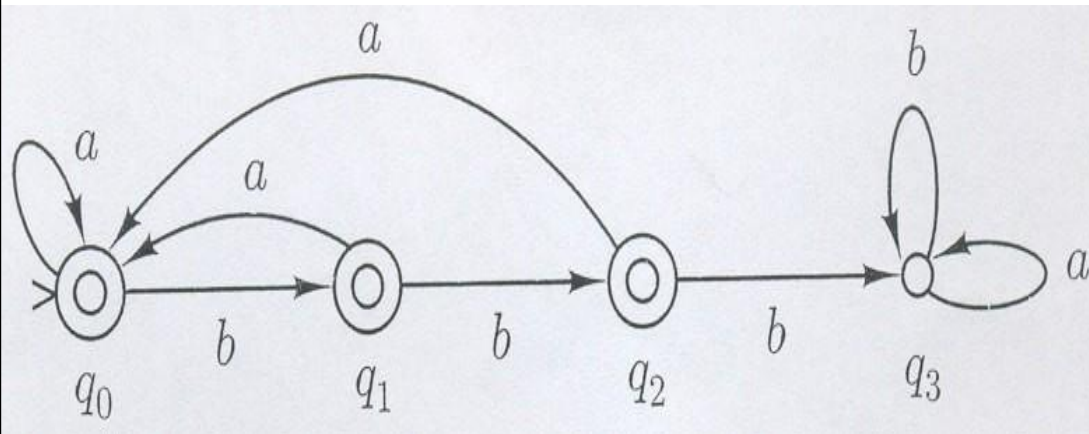
M otomatu $L(M) = \{w \in \{a, b\}^* : w \text{ ardarda üç tane } b \text{ bulundurmaz}\}$ dilini tanır.

$$K = \{q_0, q_1, q_2, q_3\},$$

$$\Sigma = \{a, b\},$$

$$s = q_0$$

$$F = \{q_0, q_1, q_2\}$$



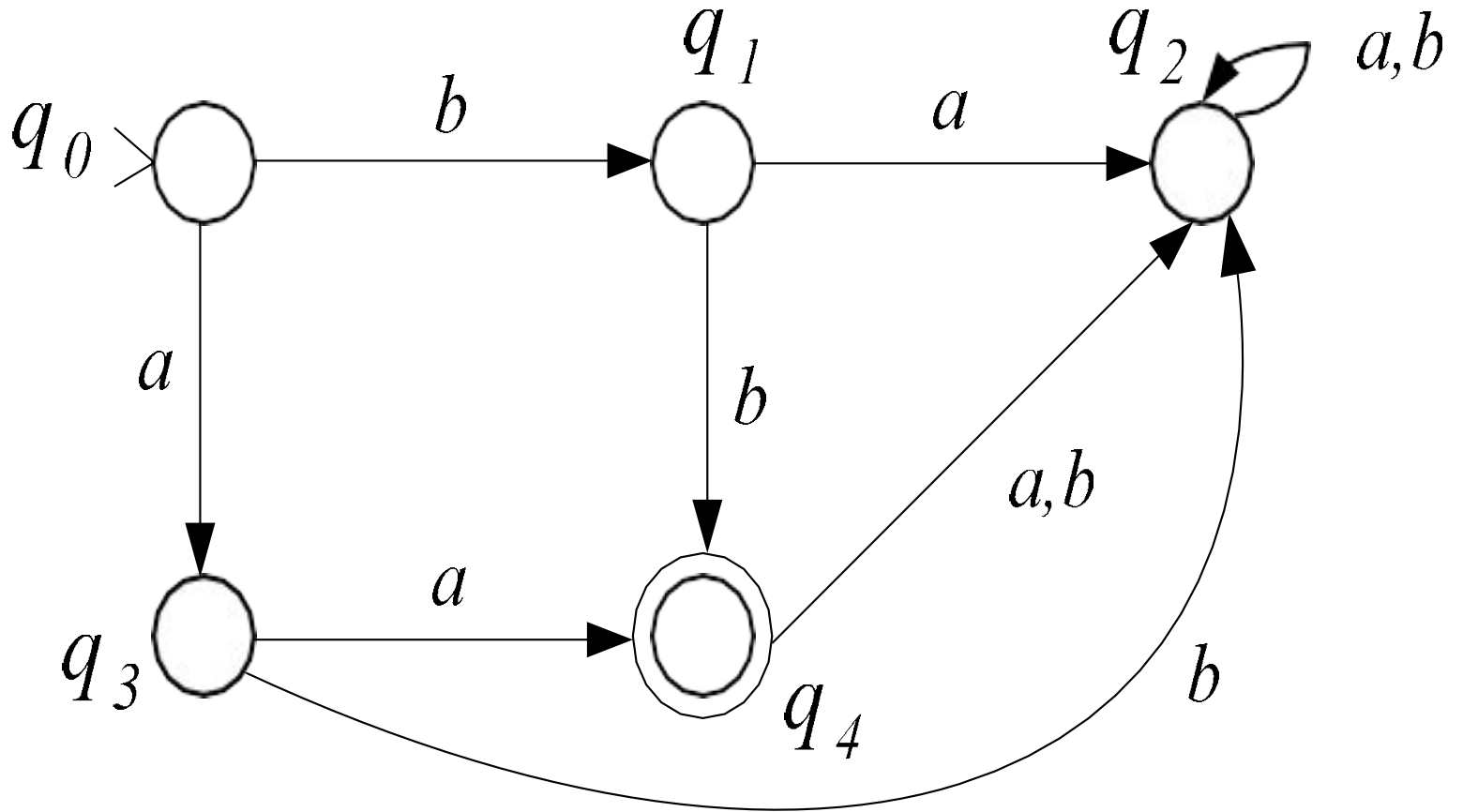
burada q_3 **dead state** olarak adlandırılır.

q	a	$\delta(q, a)$
q_0	a	q_0
q_0	b	q_1
q_1	a	q_0
q_1	b	q_2
q_2	a	q_0
q_2	b	q_3
q_3	a	q_3
q_3	b	q_3

Deterministic Finite Automata

Örnek:

Aşağıdaki otomatın tanıdığı dili regular expression ile ifade ediniz.



Deterministic Finite Automata

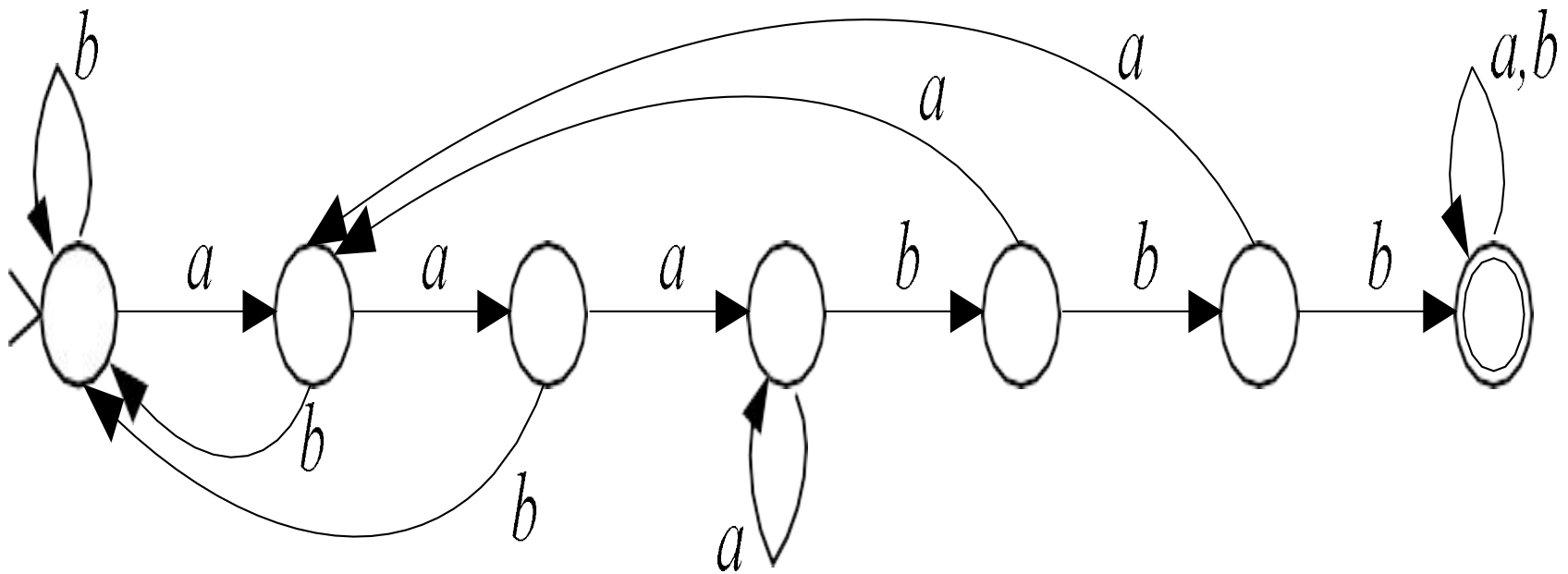
Örnek:

$L(M) = \{w \in \{a, b\}^* : w \text{ içerisinde } aaabbb \text{ substring' i bulunur}\}$ dilini sağlayan DFA'yı elde ediniz.

Deterministic Finite Automata

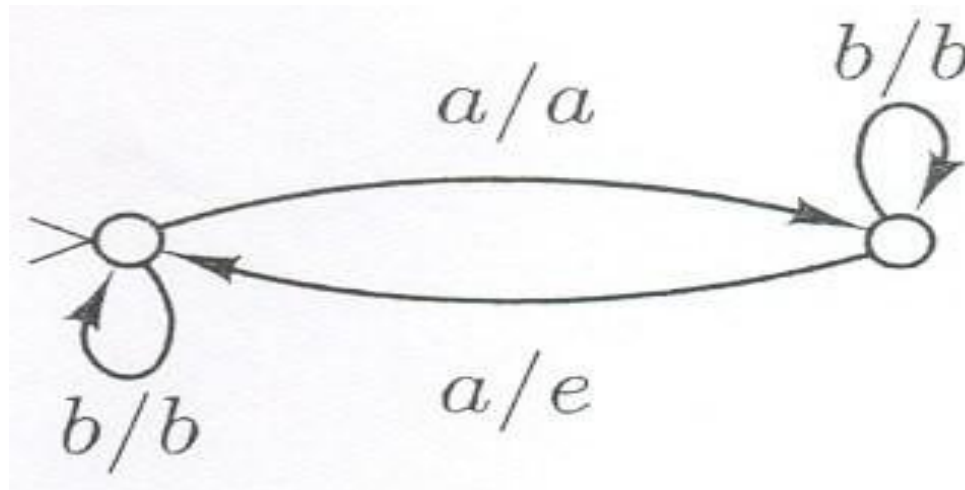
Örnek:

$L(M) = \{w \in \{a, b\}^* : w \text{ içerisinde } aaabbb \text{ substring'ı bulunur}\}$



Deterministic Finite-State Transducer

- **Deterministic finite-state transducer**, giriş string'ini çıkış string'ine çeviren bir sonlu otomattır.
- Transducer her durum geçişinde output tape üzerine bir sembol, boş sembol veya string yazar.
- a/w girişten a okur ve çıkışta w yazar.

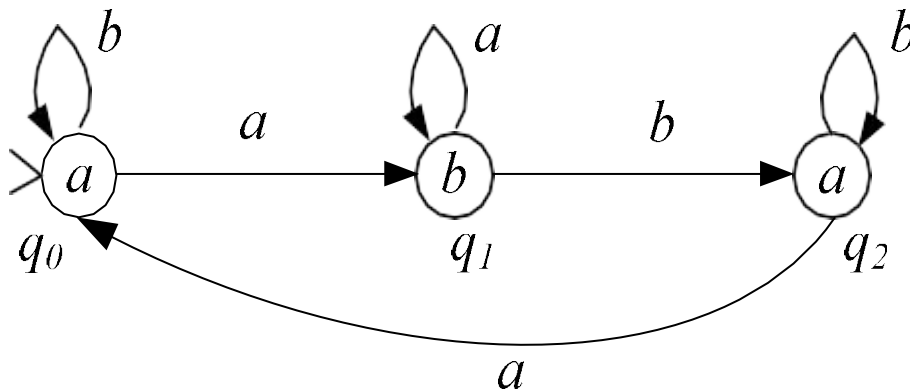


- Yukarıdaki otomat bütün b 'leri geçer ve her iki a 'dan ikincisinin yerine e yazar.

Deterministic Finite-State Transducer

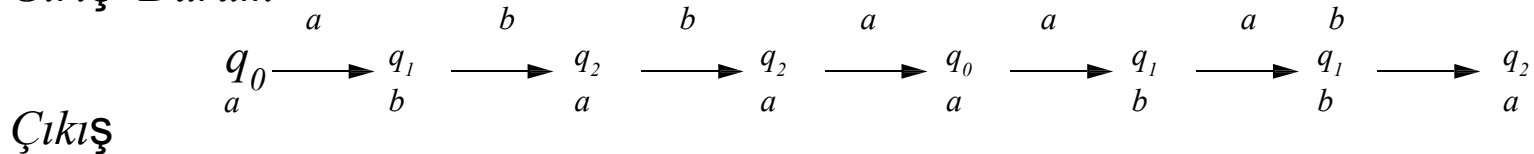
- Deterministic finite-state transducer, **MOORE** ve MEALY makinesi olarak iki türdedir.

Moore makinesi



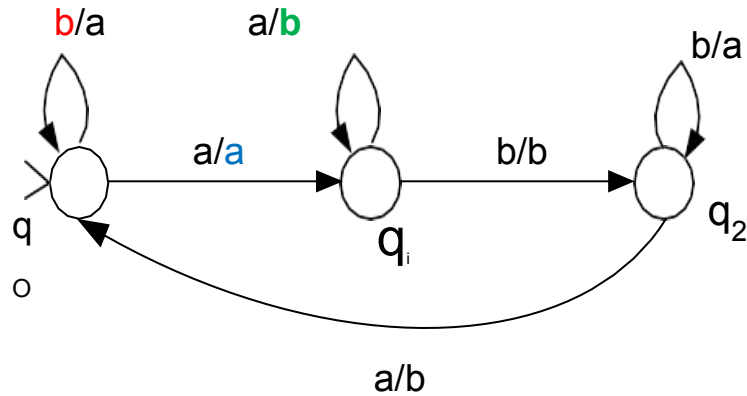
state	input	next state	output
q_0	a	q_1	a
q_0	b	q_0	a
q_1	a	q_1	b
q_1	b	q_2	b
q_2	a	q_0	a
q_2	b	q_2	a

Giriş Durum

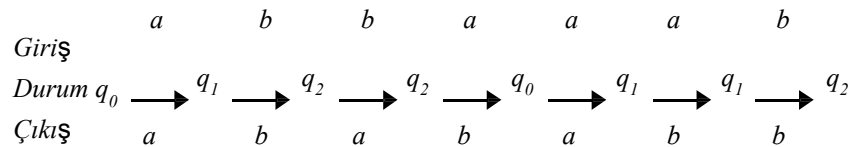


Deterministic Finite-State Transducer

Mealy makinesi



<i>state</i>	<i>input</i>	<i>next state</i>	<i>output</i>
q_0	a	q_1	a
q_0	b	q_0	a
q_1	a	q_1	b
q_1	b	q_2	b
q_2	a	q_0	b
q_2	b	q_2	a

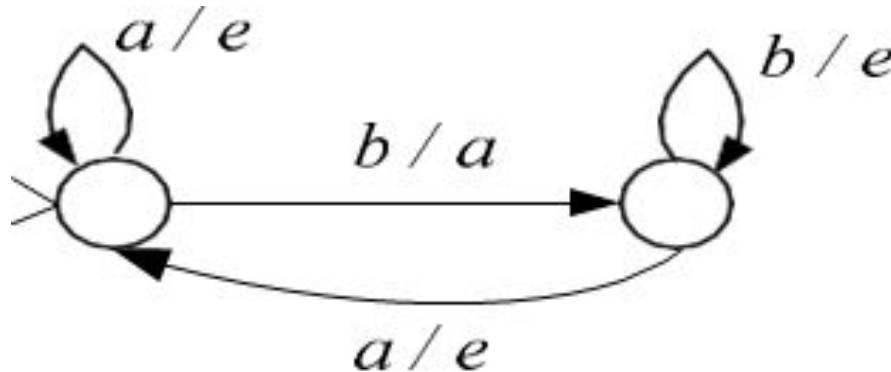


Deterministic Finite-State Transducer

Örnek: (2.1.4.a(i))

- w giriş için a^n üreten transducer durum çizeneğini oluşturunuz. n sayısı a 'nın tekrar sayısını gösterir ve w içinde ab substring'inin sayısına eşittir.

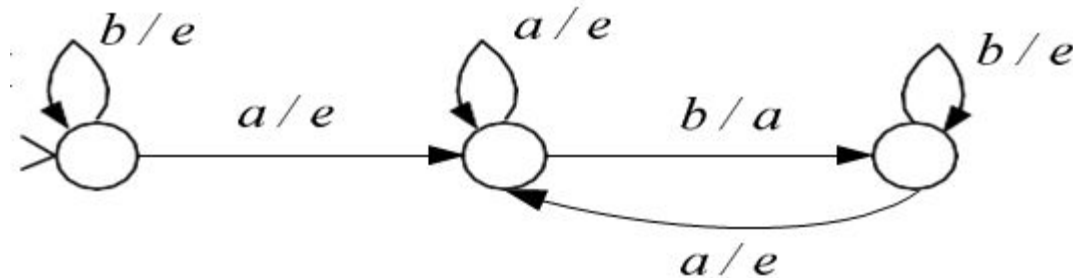
Hangi girişler için hatalı çıkış üretir ?



Deterministic Finite-State Transducer

Örnek: (2.1.4.a(i))

- w giriş için a^n üreten transducer durum çizeneğini oluşturunuz. n sayısı a 'nın tekrar sayısını gösterir ve w içinde ab substring'inin sayısına eşittir.

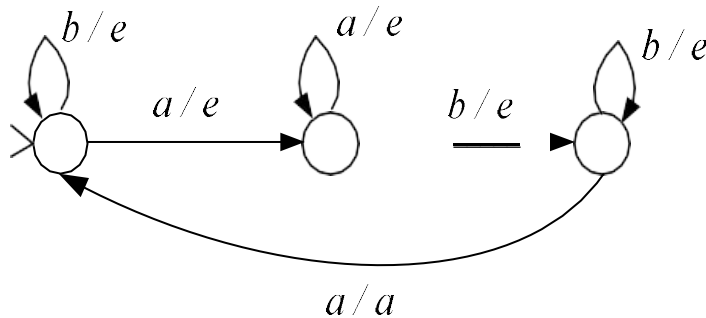


Deterministic Finite-State Transducer

Örnek: (2.1.4.a(ii))

- w giriş için a^n üreten transducer durumu çizeneğini oluşturunuz.

n sayısı a 'nın tekrar sayısını gösterir ve w içinde aba substring'inin sayısına eşittir.

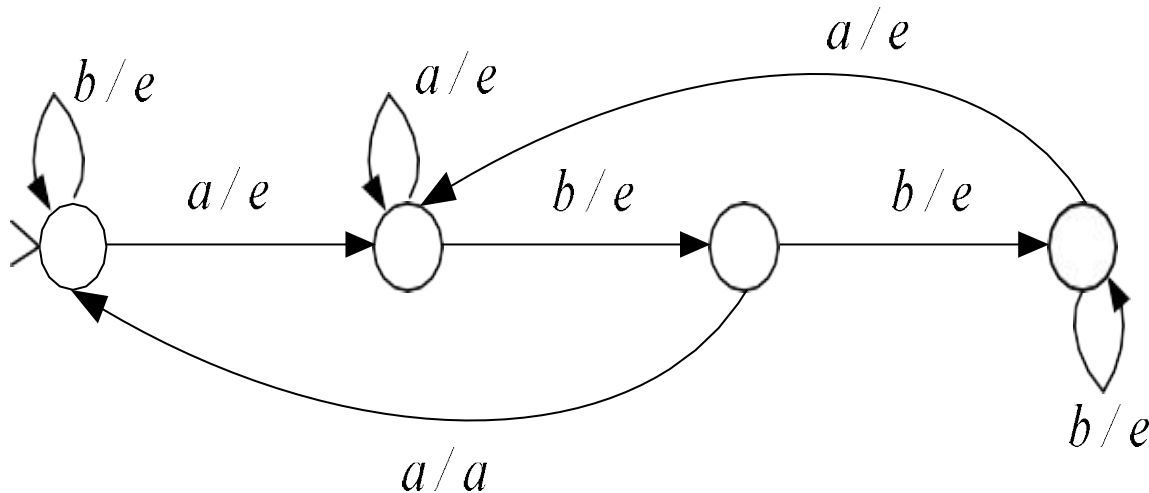


Hangi giriş için hatalı çıkış üretir ?

Deterministic Finite-State Transducer

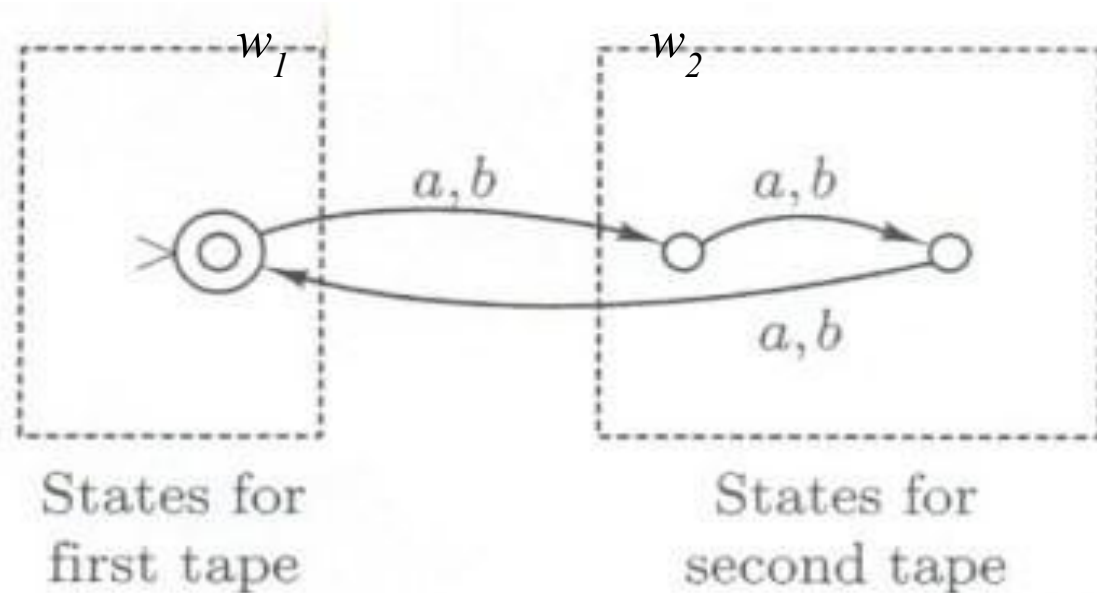
Örnek: (2.1.4.a(ii))

- w giriş için a^n üreten transducer durumu çizeneğini oluşturunuz.
 n sayısı a 'nın tekrar sayısını gösterir ve w içinde aba substring'inin sayısına eşittir.



Deterministic 2-Tape Finite Automata

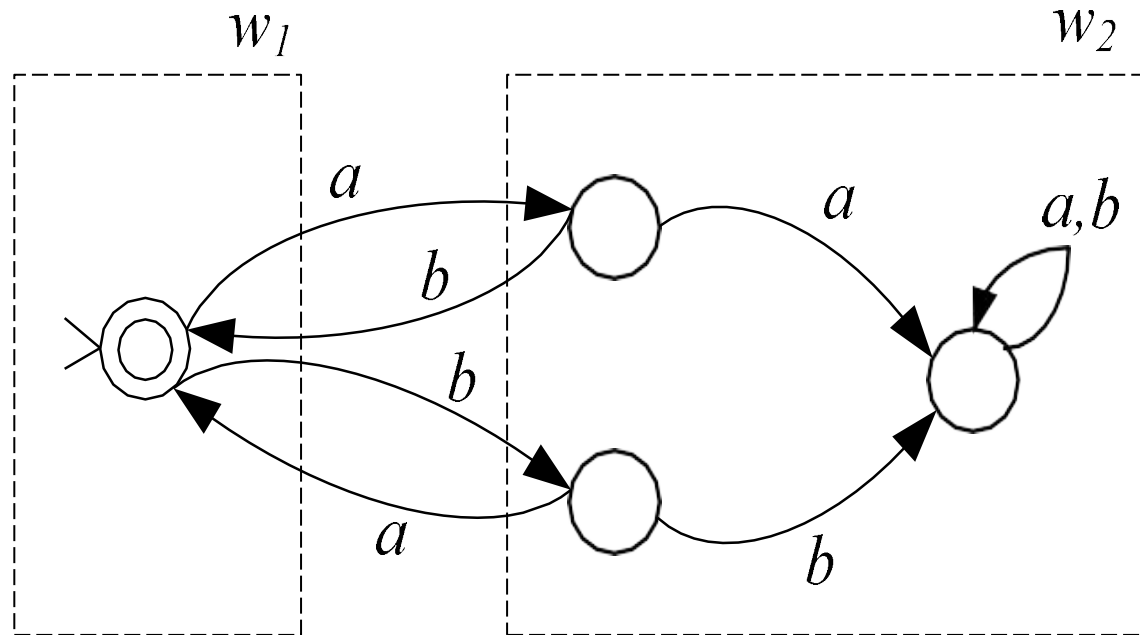
- **Deterministic 2-tape finite automaton**, string çiftlerini kabul eden ve iki girişe sahip olan sonlu otomattır.
- Transition function 1.tape ve 2.tape için ayrı ayrı tanımlıdır.



- $(w_1, w_2) \in \{a, b\}^* \times \{a, b\}^*$ stringlerini $|w_2| = 2 |w_1|$ olması koşuluyla kabul eder.

Deterministic 2-Tape Finite Automata

Örnek: Aşağıdaki makina Hangi (w_1, w_2) çiftlerini kabul eder?

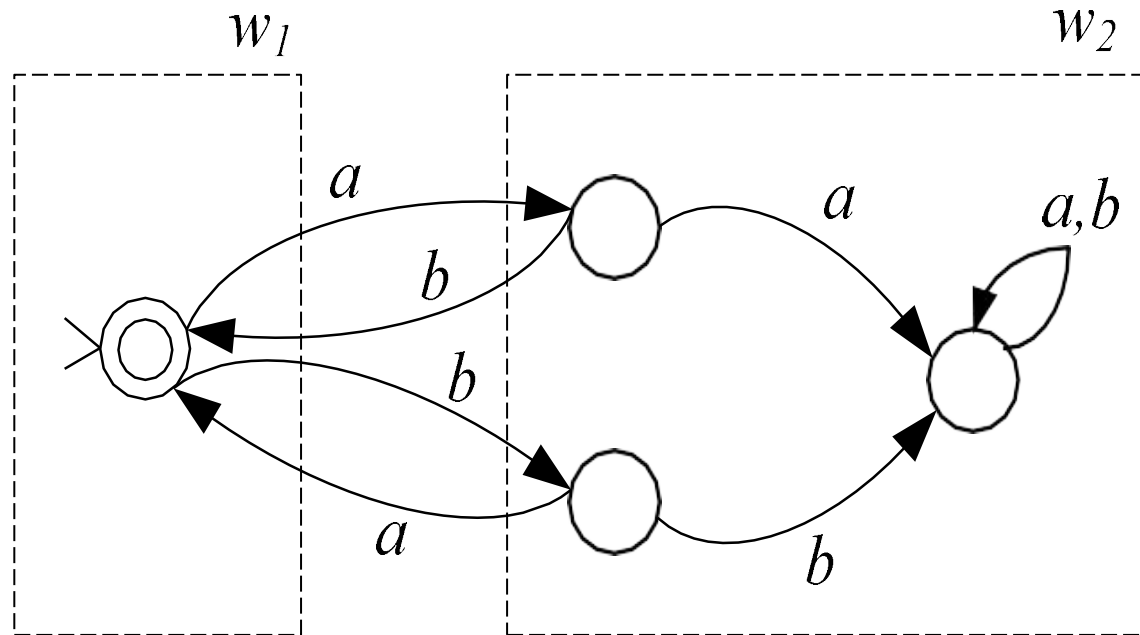


Deterministic 2-Tape Finite Automata

Örnek:

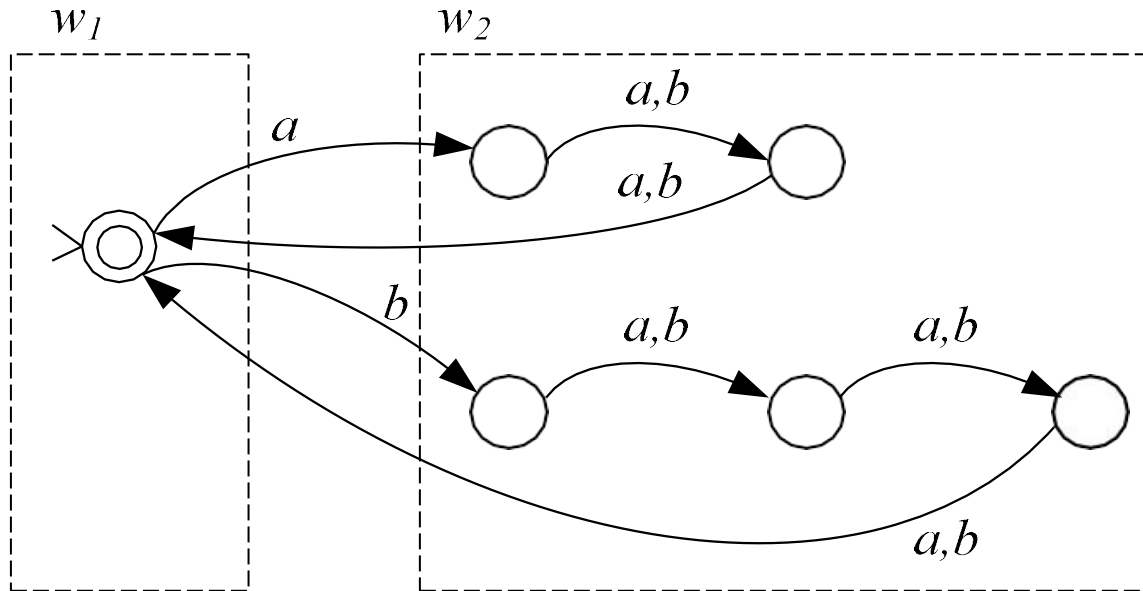
Bir 2-tape sonlu otomat, tüm $(w_1, w_2) \in \{a, b\}^* \times \{a, b\}^*$ string çiftlerini

$|w_1| = |w_2|$ olması ve tüm i 'ler için $w_1(i) \neq w_2(i)$ olması koşuluyla kabul eder.



Deterministic 2-Tape Finite Automata

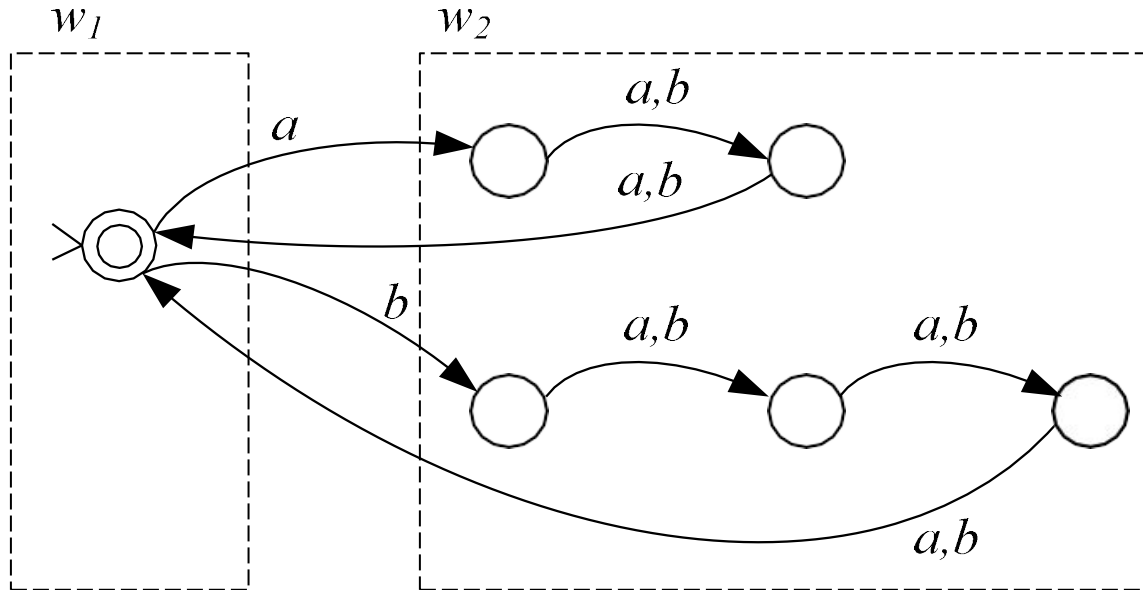
Örnek: Aşağıdaki makina Hangi (w_1, w_2) çiftlerini kabul eder?



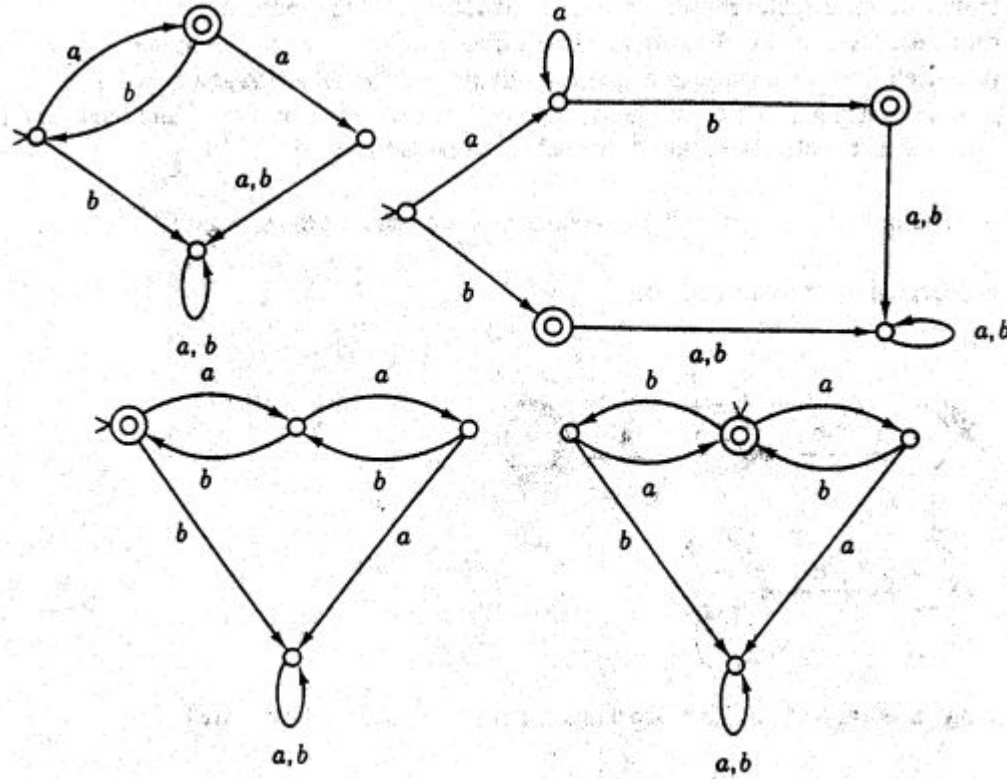
Deterministic 2-Tape Finite Automata

Örnek:

Bir 2-tape sonlu otomat, tüm $(w_1, w_2) \in \{a, b\}^* \times \{a, b\}^*$ string çiftlerini $|w_2|$ değerinin, w_1 içindeki a sayısının iki katı artı b sayısının üç katına eşit olması koşuluyla kabul eder.



Exercise



Yandaki herbir DFA ile hangi dilin kabul edildiğini sözel olarak ifade ediniz.

Exercise

$\{w \in \{a, b\}^* \mid w\text{'da tek sayıda a'lar ve çift sayıda b'ler olsun}\}$

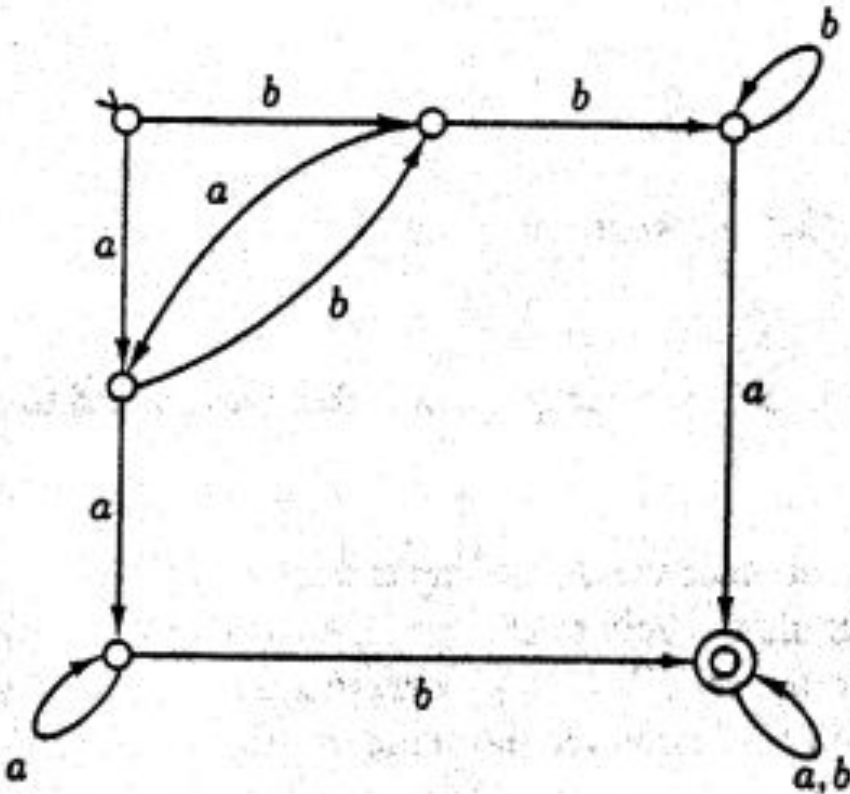
(even,even) start state

(even,odd)

(odd,even) final state

(odd,odd)

Ödev 3.1.



- Yandaki DFA ile hangi dilin kabul edildiğini sözel olarak ifade ediniz.

Ödev 3.2.

- Problemleri çözünüz 2.1.2, 2.1.3, 2.1.7 (sayfa 60-63)

Ödev 3.3.

- JFLAP indiriniz.

<https://www.jflap.org/> önce form doldurup sonra indirip kurunuz.

https://www.youtube.com/playlist?list=PLeaAjeNjt7tTAH3LvVMVeR_rOVOgLLx6D izleyerek

<https://www.jflap.org/jflapbook/> veya okuyarak öğreniniz.

- JFLAP kullanarak $\{0, 1\}$ alfabesi üzerinde

$$L(M) = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w| \text{ 5'in katıdır} \}$$

dilini tanıyan bir DFA oluşturun. JFLAP diyagramının yanı sıra, her bir durumun neden dahil edildiğine ve neden her bir durumu neden kabul edip veya etmediğinizi belirleyen kısa bir açıklama (Türkçe sözel olarak) ekleyin.