Hafta 1

20.02.2023

Mantık:

Örnek:

$\neg q \wedge (\neg r \Leftrightarrow p)$ bileşik önermesinin doğruluk tablosu. $2^3 = 8$ farklı durum.

	p	q	r	$\neg q$	$\neg r$	$\neg r \Leftrightarrow p$	$\neg q \wedge (\neg r \Leftrightarrow p)$
0	0	0	0	1	1	0	0
1	0	0	1	1	0	1	1
2	0	1	0	0	1	0	0
3	0	1	1	0	0	1	0
4	1	0	0	1	1	1	1
5	1	0	1	1	0	0	0
6	1	1	0	0	1	1	0
7	1	1	1	0	0	0	0

Örnek:

$$\left[(p \vee q) \vee \left((q \vee \neg r) \wedge (p \vee r)\right)\right] \overset{?}{\equiv} \neg(\neg p \wedge \neg q)$$

A B

özellikleri kullanarak bu iki ifadenin denk olduğunu gösteriniz.

dağılma

$$A \equiv \underbrace{\left((p \vee q) \vee (q \vee \neg r)\right]}_{A1} \wedge \left[(p \vee q) \vee \underbrace{(p \vee r)}_{A2}\right)$$

$$\boxed{A \equiv A_1 \wedge A_2}$$

$$A_1 \equiv \left[p \vee (q \vee (q \vee \neg r))\right]$$

birleşme

$$A_1 \equiv \left[p \vee (\underbrace{(q \vee q)}_{q} \vee \neg r)\right]$$

$$A1 \equiv \left[p \vee (q \vee \neg r)\right]$$

birleşme

$$A1 \equiv \boxed{\left[(p \vee q) \vee \neg r\right]}$$

$$A2 \equiv [(p \vee q) \vee (p \vee r)]$$

değ.

$$\equiv [(q \vee p) \vee (p \vee r)]$$

$$\equiv [q \vee (\underbrace{(p \vee p)}_{p} \vee r)]$$

eş güçlülük

$$\equiv [q \vee (p \vee r)]$$

değ.

$$\equiv [(q \vee p) \vee r]$$

değ.

$$\equiv \boxed{[(p \vee q) \vee r]}$$

$$A \equiv A_1 \wedge A_2$$

$$\equiv [\underline{(p \vee q)} \vee \neg r] \wedge [\underline{(p \vee q)} \vee r]$$

dağılma

$$A \equiv (p \vee q) \vee (\underbrace{\neg r \wedge r}_{0})$$

Ters olma kuralı
$\equiv (p \vee q) \vee 0$

özdeşlik
$\equiv p \vee q$

en sade biçimi

$\boxed{A \equiv p \vee q}$

$B \equiv \neg(\neg p \wedge \neg q)$

de morgan
$\equiv \neg(\neg p) \vee \neg(\neg q)$

çift değilme
$\equiv p \vee q$

$\boxed{B \equiv p \vee q}$

$\boxed{A \equiv B}$

denkliği gösterilmiş oldu.

Bir gerektirmenin Tersi, karşıtı ve karşıt tersi

Tanım: $p \Rightarrow q$ önermesi verilsin.
$(p \rightarrow q)$

$\neg p \Rightarrow \neg q$ önermesine $p \Rightarrow q$ önermesinin tersi

$q \Rightarrow p$ önermesine $p \Rightarrow q$ önermesinin karşıtı

$\neg q \Rightarrow \neg p$ önermesine $p \Rightarrow q$ önermesinin karşıt tersi dir.

Örn)

p: Ali futbol oynar.
q: Ali çalışkandır.

$p \Rightarrow q$: Eğer Ali futbol oynarsa çalışkandır.
(gerektirme)

Tersi $(\neg p \Rightarrow \neg q)$: Eğer Ali futbol oynamıyorsa çalışkan değildir.

Karşıtı $(q \Rightarrow p)$: Eğer Ali acıkken ise futbol oynuyordur.

Karşıt tersi $(\neg q \Rightarrow \neg p)$: Eğer Ali acıkken değilse futbol oynamıyordur.

Örnekler

① p, q, r ilkel önermeleri verilsin.

$$\underbrace{[p \vee (q \wedge r)]}_{A} \vee \neg \underbrace{[p \vee (q \wedge r)]}_{A} \equiv T_0 = 1$$

Totoloji.

olduğunu

i) Tablo ile

ii) Kurallar yardımı ile gösteriniz.

p	q	r	$q \wedge r$	$p \vee (q \wedge r)$ (A)	$\neg A$	$A \vee \neg A$
0	0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	1	1
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	1
1	0	0	0	1	0	1
1	0	1	0	1	0	1
1	1	0	0	1	0	1
1	1	1	1	1	0	1

T_0

Kurallar yardımıyla:

$$[p \vee (q \wedge r)] \veebar \neg [p \vee (q \wedge r)] \overset{?}{\equiv} T_0$$

demorgan

$$\equiv [p \vee (q \wedge r)] \vee [\neg p \wedge \neg (q \wedge r)]$$

dağılma

$$\equiv [p \vee (q \wedge r) \vee \neg p] \wedge [p \vee (q \wedge r) \vee \neg (q \wedge r)]$$

değişme

$$\equiv [(p \vee \neg p) \vee (q \wedge r)] \wedge [p \vee (q \wedge r) \vee \neg (q \wedge r)]$$

Ters alma kuralı

$$\equiv [T_0 \vee (q \wedge r)] \wedge [p \vee T_0]$$

eşgüçlülük

Baskın olma kuralı

$$\equiv T_0 \wedge T_0 \equiv T_0$$

$$\boxed{T_0 \equiv 1}$$

Örnek:

$$[[[(p\wedge q)\wedge r] \vee [(p\wedge q)\wedge \neg r]] \vee \neg q] \Rightarrow p$$

bileşik önermesinin en sade biçimi nedir?

$$\equiv [[(p\wedge q)\wedge (r\vee \neg r)] \vee \neg q] \Rightarrow p$$

ters alma özel.

$$\equiv [[(p\wedge q)\wedge T_0] \vee \neg q] \Rightarrow p$$

özdeşlik

$$\equiv [(p\wedge q) \vee \neg q] \Rightarrow p$$

dağılma

$$\equiv [(p\vee \neg q)\wedge (q\vee \neg q)] \Rightarrow p$$

tersalma

$$\equiv [(p\vee \neg q)\wedge T_0] \Rightarrow p$$

özdeşlik

$$\equiv (p \vee \neg q) \Rightarrow p$$

ise'nin denki

$$\equiv \neg(p \vee \neg q) \vee p$$

de morgan

$$\equiv (\neg p \wedge \neg\neg q) \vee p$$

çift değilleme

$$\equiv (\neg p \wedge q) \vee p$$

dağılma

$$\equiv (\underbrace{\neg p \vee p}_{\text{Totoloji}}) \wedge (q \vee p)$$

$$\equiv T_0 \wedge (q \vee p)$$

özdeşlik

$$\equiv q \vee p$$

değişme

$$\equiv p \vee q$$

Örnek: p ve q, ilk el önermeler olsun.

Aşağıdaki ifadelerin dualleri yazınız.

i) $r: q \Rightarrow p$ ise $r^d = ?$

$r: \neg q \vee p$ $\boxed{r^d: \neg q \wedge p}$

ii) $r: p \Rightarrow (q \vee r)$ ise $r^d = ?$

$r: \neg p \vee (q \vee r)$

$$\boxed{r^d: \neg p \wedge (q \wedge r)}$$