

# Sayısal Sistemler-H5CD1

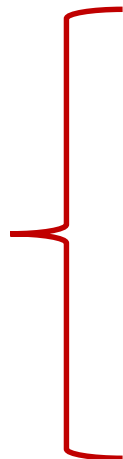
## Kombinasyonel (Birleşimsel) Devreler-1

Dr. Meriç Çetin  
versiyon161022

# Bu derste öğreneceklerimiz

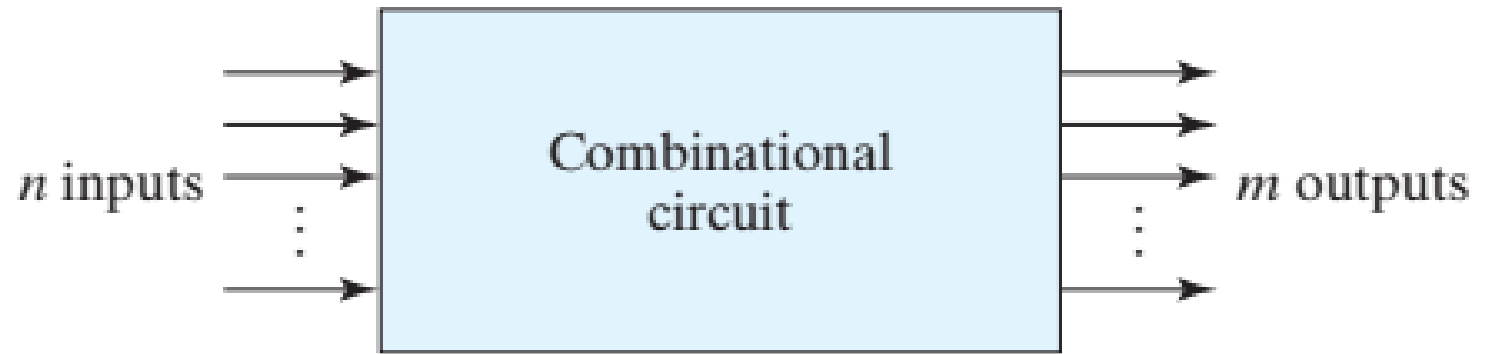
## 4 Combinational Logic

---

	4.1	Introduction	125
	4.2	Combinational Circuits	125
	4.3	Analysis Procedure	126
	4.4	Design Procedure	129
	4.5	Binary Adder–Subtractor	133
	4.6	Decimal Adder	144
	4.7	Binary Multiplier	146
	4.8	Magnitude Comparator	148
	4.9	Decoders	150
	4.10	Encoders	155
	4.11	Multiplexers	158
	4.12	HDL Models of Combinational Circuits	164

- Sayısal sistemler için mantık devreleri, **kombinasyonel** veya **sıralı** olabilir.
- Bir birleşimsel devre, herhangi bir zamanda çıktıları yalnızca mevcut girdi kombinasyonundan belirlenen mantık kapılarından oluşur.
- Bir **kombinasyonel** devre, bir dizi Boole fonksiyonu tarafından mantıksal olarak belirlenebilen bir işlemi gerçekleştirir.
- Bunun aksine, **sıralı** devreler mantık kapılarına ek olarak depolama elemanlarını kullanır. Çıktıları, girişlerin ve depolama elemanlarının durumunun bir fonksiyonudur.
- Depolama elemanlarının durumu önceki girişlerin bir fonksiyonu olduğu için, **sıralı** bir devrenin çıkışları sadece mevcut giriş değerlerine değil, aynı zamanda geçmiş girişlere de bağlıdır.
- **Kombinasyonel** mantık kapıları, girişlerindeki sinyallerin değerlerine tepki verir ve çıkış sinyalinin değerini üretir, ikili bilgiyi verilen giriş verilerinden gerekli bir çıkış verilerine dönüştürür.

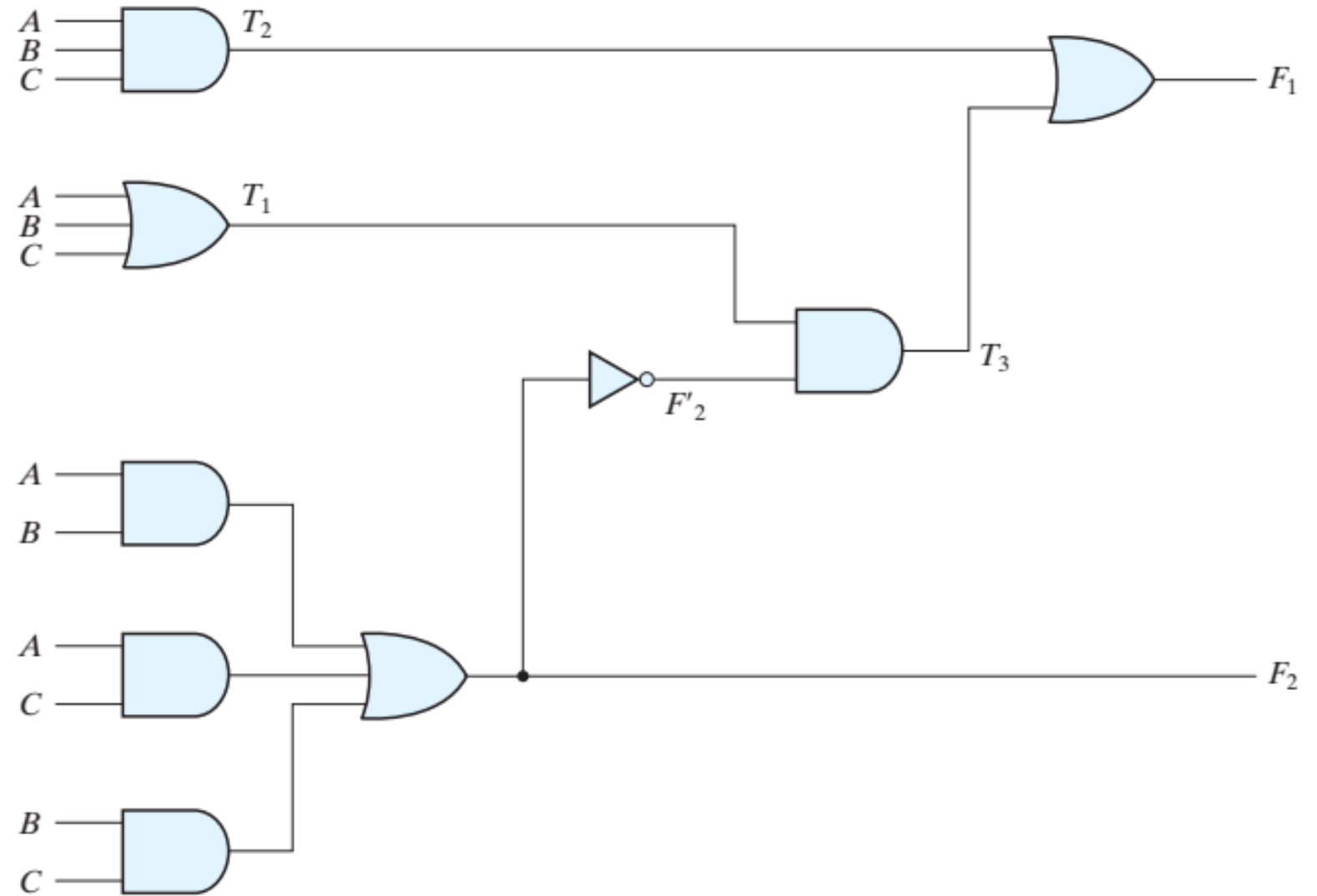
- Temel lojik kapılarından, giriş ve çıkış değişkenlerinden oluşan birleşimsel mantık devreleri; çıkışların değerinin girişlerin o anki değerlerine göre belirlenmesi mantığı ile çalışırlar. Bu devrelerde bellek ve geri besleme yoktur, bu sebeple daha önceki girişler ya da devrenin önceki şart ve çıkışları sonraki durumlarını etkileyemez. Bir birleşimsel devrenin blok diyagramı Şekil 4.1'de gösterilmektedir.



**FIGURE 4.1**

**Block diagram of combinational circuit**

# Bir örnek



**FIGURE 4.2**  
Logic diagram for analysis example

$$F_2 = AB + AC + BC$$

$$T_1 = A + B + C$$

$$T_2 = ABC$$

$$T_3 = F_2' T_1$$

$$F_1 = T_3 + T_2$$

$$\begin{aligned} F_1 &= T_3 + T_2 = F_2' T_1 + ABC = (AB + AC + BC)'(A + B + C) + ABC \\ &= (A' + B')(A' + C')(B' + C')(A + B + C) + ABC \\ &= (A' + B'C')(AB' + AC' + BC' + B'C) + ABC \\ &= A'BC' + A'B'C + AB'C' + ABC \end{aligned}$$

**Table 4.1**

*Truth Table for the Logic Diagram of Fig. 4.2*

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>F<sub>2</sub></b>	<b>F<sub>2</sub>'</b>	<b>T<sub>1</sub></b>	<b>T<sub>2</sub></b>	<b>T<sub>3</sub></b>	<b>F<sub>1</sub></b>
0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0	1	1
1	0	1	1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	0	1	0	0	0
1	1	1	1	0	1	1	0	1

- **Birleşimsel Mantık Devreleri;**

- Uygulama alanlarına göre gruplandırılabilir:

- Aritmetik işlem ve kıyaslama devreleri
- Tekilleyici (Veri-bilgi seçici-multiplexer) devreler
- Çoğullayıcı (Veri-bilgi dağıtıcı-demultiplexer) devreler
- Kodlama devreleri

# Aritmetik İşlem ve Kıyaslama Devreleri

- Bu tür devrelerin başlıcaları;
- **Toplayıcı** (adder) devreler
  - Yarı Toplayıcı
  - Tam Toplayıcı
- **Çıkarıcı** (subractor) devreler
  - Yarı Çıkarıcı
  - Tam Çıkarıcı
- **Çarpıcı** (multiplier) devreler
- **Karşılaştırmacı** (comparator) devreler



# Toplayıcı Devreleri

- En temel aritmetik işlem, iki ikili rakamın toplanmasıdır.
- Bu basit ekleme, dört olası temel işlemde oluşur:
  - **$0 + 0 = 0$ ,  $0 + 1 = 1$ ,  $1 + 0 = 1$  ve  $1 + 1 = 10$ .**
- İlk üç işlem bir rakamın toplamını üretir, ancak her iki toplanan bit 1'e eşit olduğunda ikili toplam (**sum**) iki basamaktan oluşur. Bu sonucun daha yüksek anlamlı bitine taşma (**carry**) denir.
- İki bitin eklenmesini gerçekleştiren bir birleşimsel devreye **yarım toplayıcı** denir.
- Üç bitin (iki önemli bit ve bir önceki taşma) toplamasını gerçekleştiren birleşimsel devre bir **tam toplayıcıdır**.
- Devrelerin adları, tam toplayıcı uygulamak için iki yarım toplayıcının kullanılabileceği gerçeğinden kaynaklanmaktadır.

# Toplayıcı Devreleri

- İkili toplayıcı-çıkarıcı devreler, ikili sayılarla toplama ve çıkarma işlemlerinin aritmetik işlemlerini gerçekleştiren birleşimsel devrelerdir.
- Bu devreyi hiyerarşik bir tasarımla geliştiririz.
- İlk olarak, tam toplayıcıyı geliştirdiğimiz yarım toplayıcı tasarımı gerçekleştirilir.
- N tam toplayıcının kademeli olarak bağlanması, iki n bitlik sayı için bir ikili toplayıcı üretir.

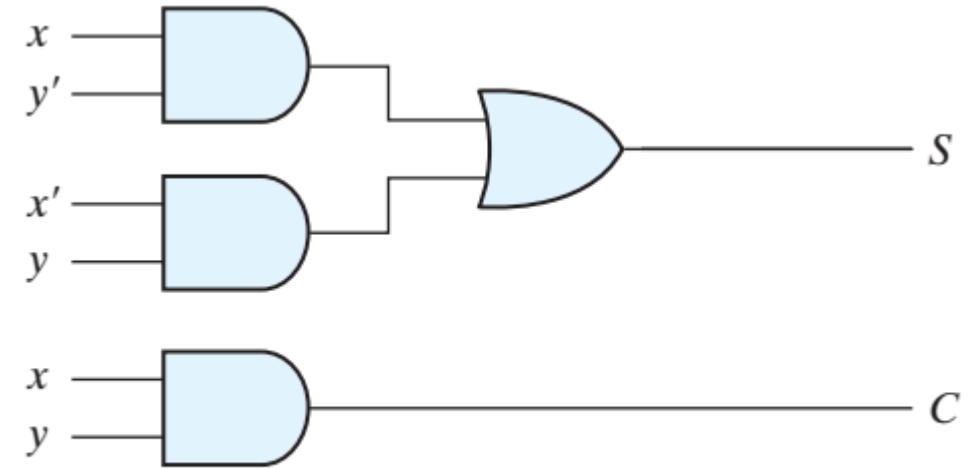
# Yarı Toplayıcı Devre

$$S = x'y + xy'$$

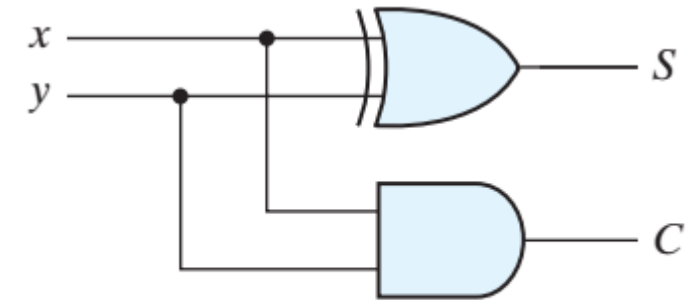
$$C = xy$$

**Table 4.3**  
*Half Adder*

<b>x</b>	<b>y</b>	<b>C</b>	<b>S</b>
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0



(a)  $S = xy' + x'y$   
 $C = xy$



(b)  $S = x \oplus y$   
 $C = xy$

**FIGURE 4.5**

Implementation of half adder

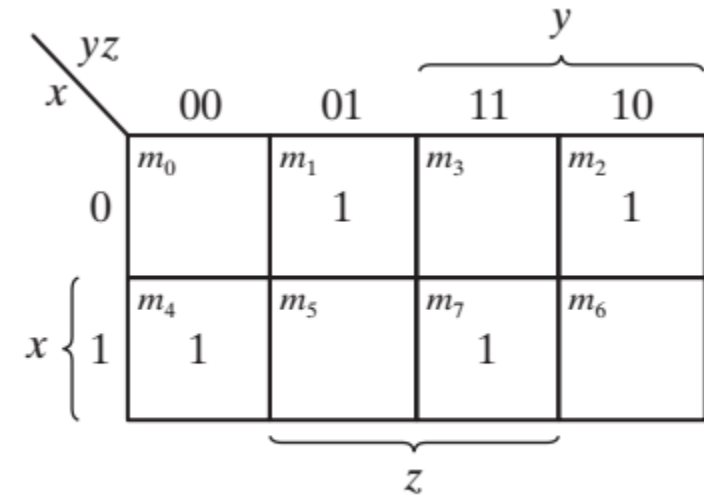
# Tam Toplayıcı Devre

$$S = x'y'z + x'yz' + xy'z' + xyz$$

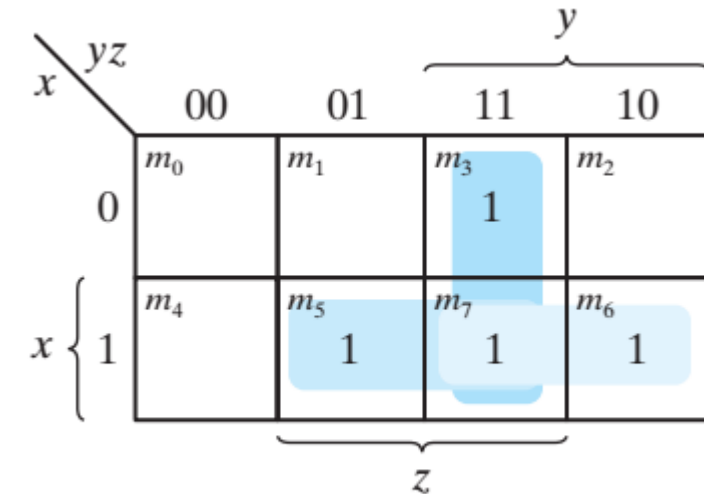
$$C = xy + xz + yz$$

**Table 4.4**  
*Full Adder*

<b>x</b>	<b>y</b>	<b>z</b>	<b>C</b>	<b>S</b>
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1



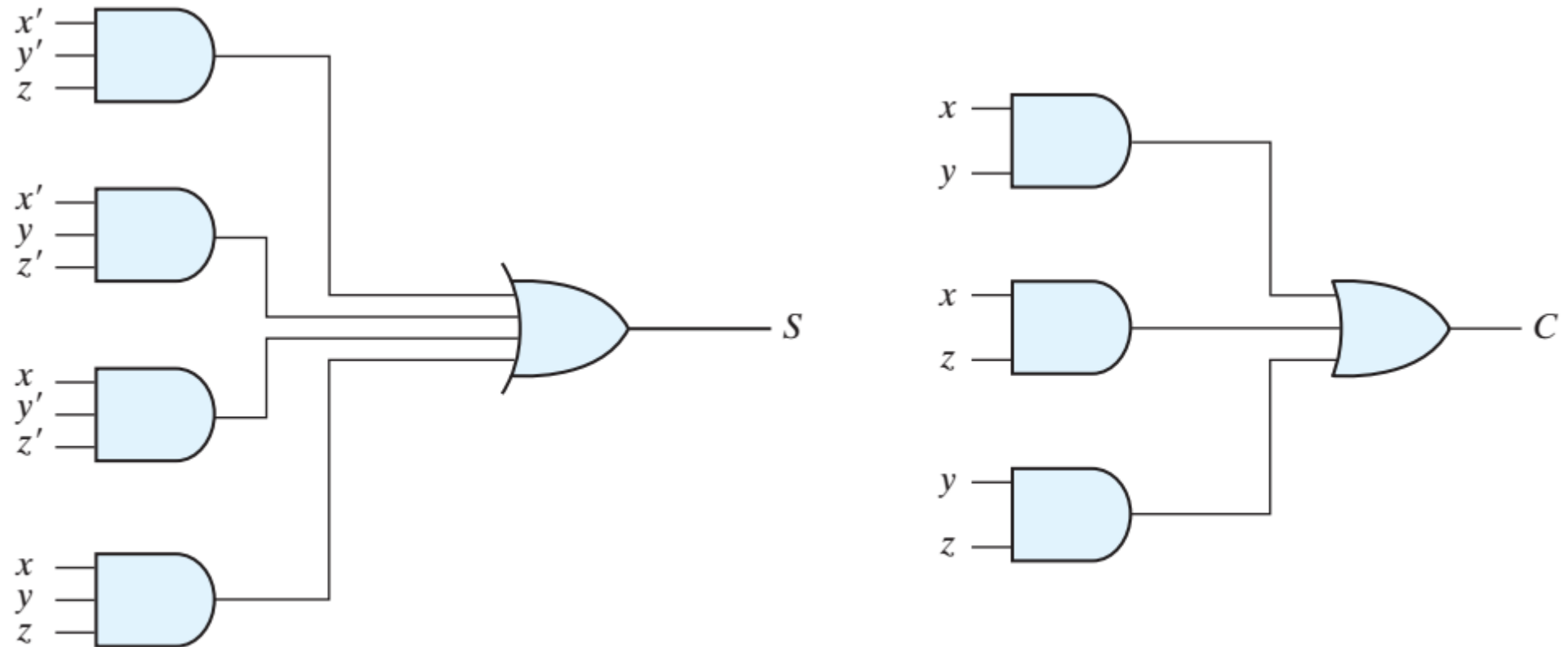
(a)  $S = x'y'z + x'yz' + xy'z' + xyz$



**FIGURE 4.6**

**K-Maps for full adder** (b)  $C = xy + xz + yz$

# Tam Toplayıcı Devre



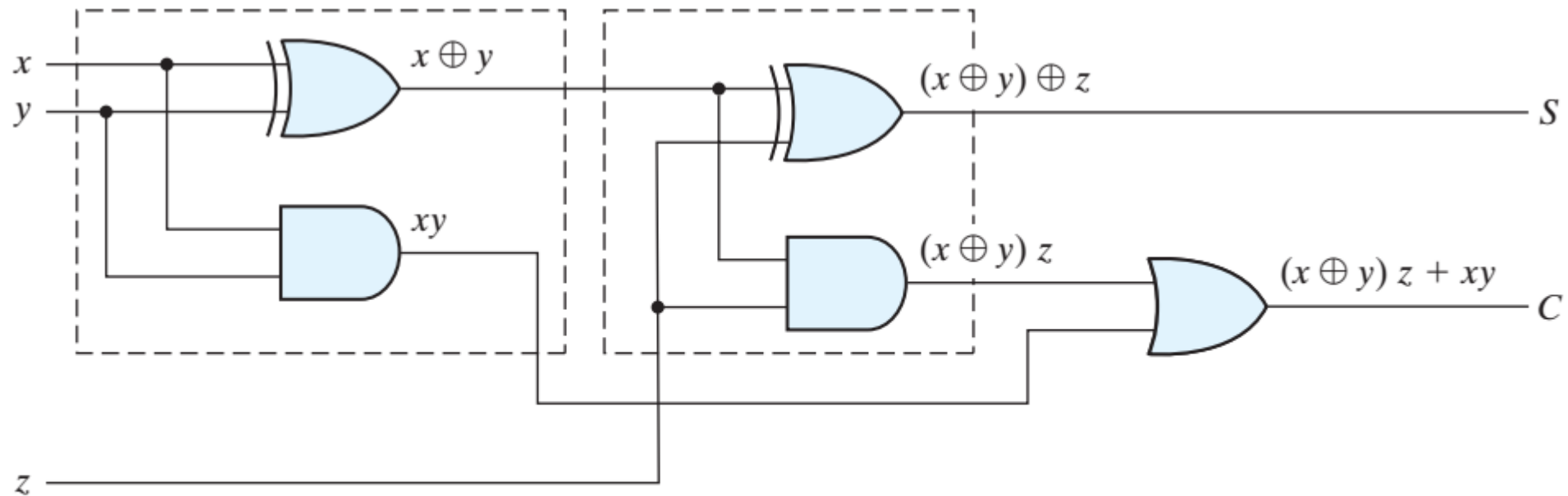
**FIGURE 4.7**

Implementation of full adder in sum-of-products form

# Tam Toplayıcı Devre

$$\begin{aligned} S &= z \oplus (x \oplus y) \\ &= z'(xy' + x'y) + z(xy' + x'y)' \\ &= z'(xy' + x'y) + z(xy + x'y') \\ &= xy'z' + x'yz' + xyz + x'y'z \end{aligned}$$

$$C = z(xy' + x'y) + xy = xy'z + x'yz + xy$$

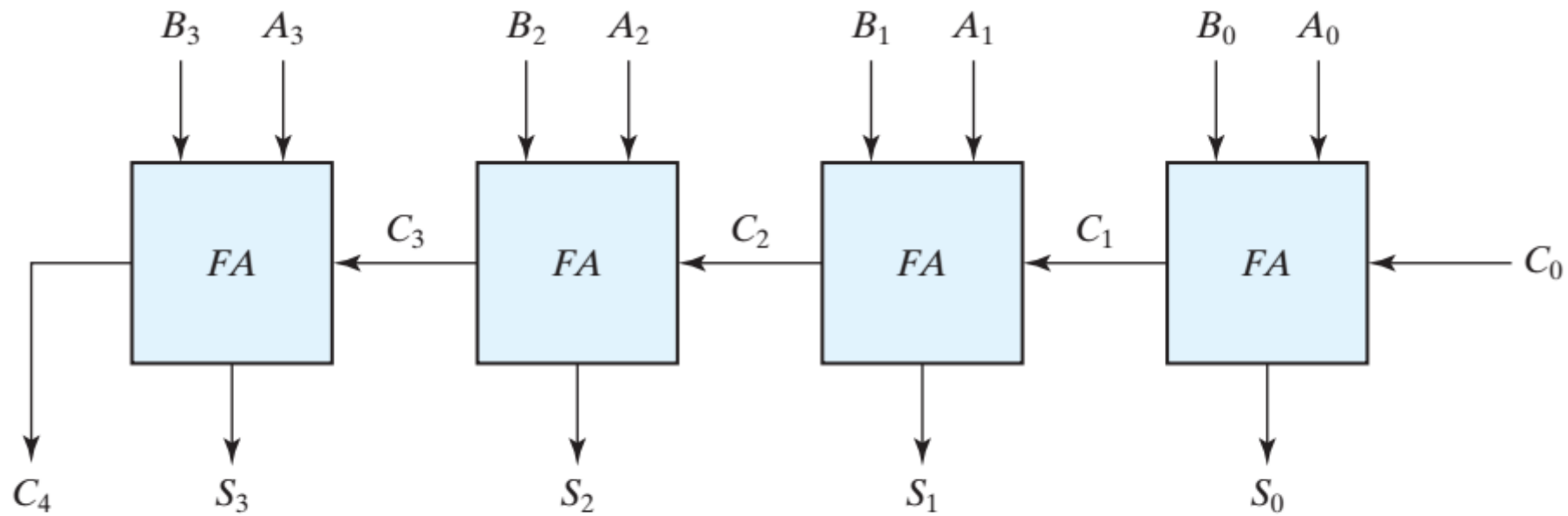


**FIGURE 4.8**

Implementation of full adder with two half adders and an OR gate

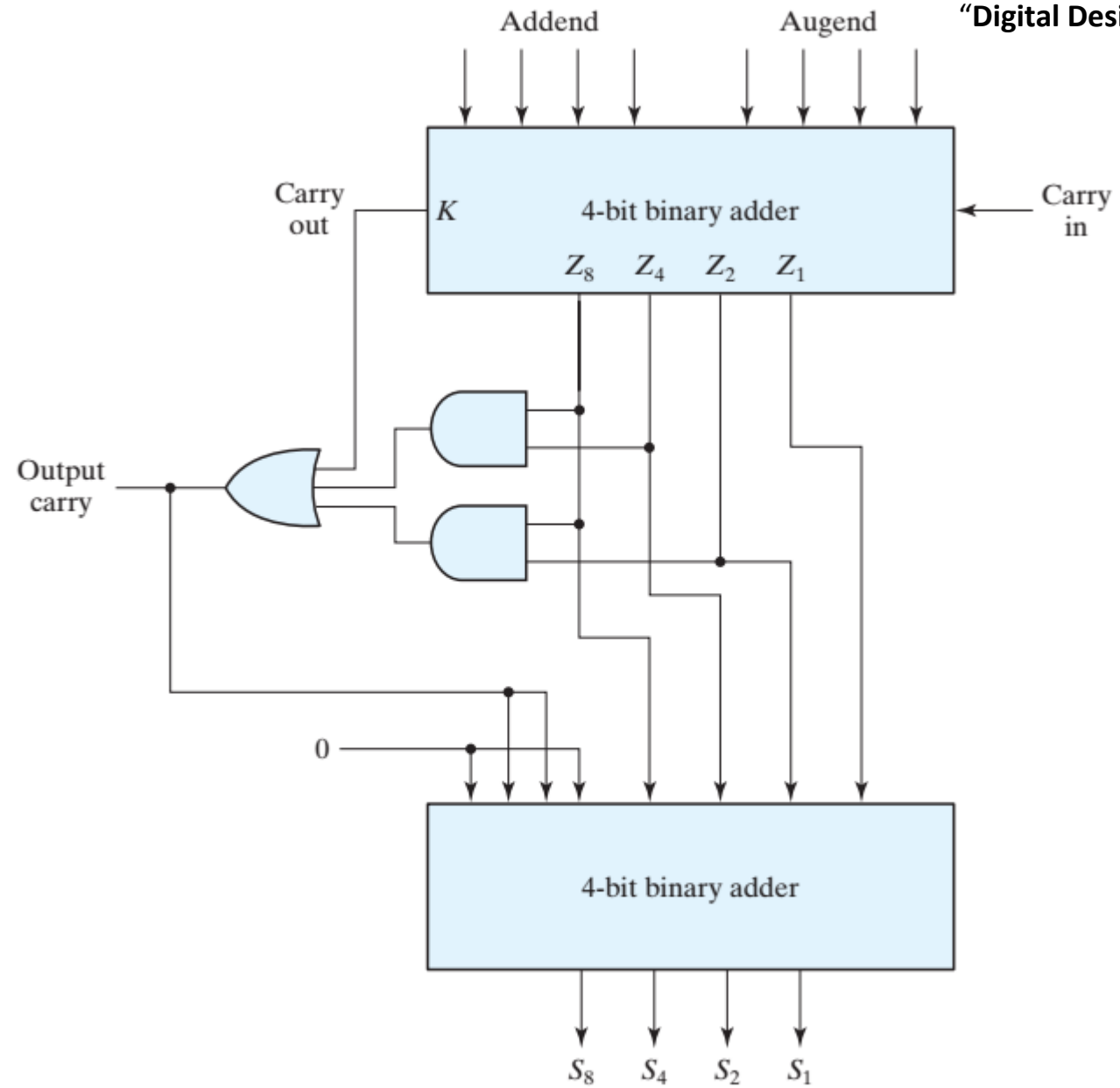
# İkili Toplayıcı

- İkili toplayıcı, iki ikili sayının aritmetik toplamını üreten dijital bir devredir. Zincirdeki bir sonraki tam toplayıcının giriş taşıyıcısına bağlanan her bir tam toplayıcıdan gelen çıkışın taşınması ile kademeli olarak bağlanmış tam toplayıcılarla inşa edilebilir.



**FIGURE 4.9**  
Four-bit adder

# BCD Toplayıcı



**FIGURE 4.14**  
Block diagram of a BCD adder



Örn  $n$  bitlik bir paralel toplama kullanarak istenil  $log_2 m$  de toplama ve istenil  $log_2 m$  de çıkarma işlemi yapabilen bir devre tasarlayınız. Çıkarma işlemini çıkan sayının ikize tümleyeninden faydalanarak yapınız (örn:  $X - Y = X + \bar{Y} + 1$ ) \*

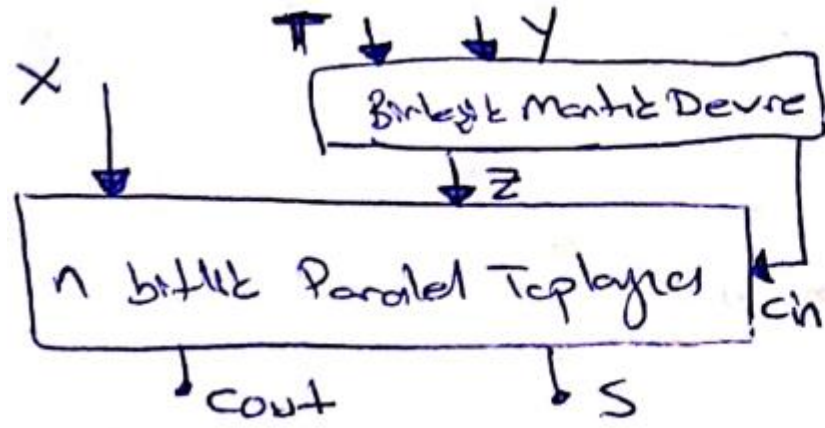
X	T = C <sub>in</sub>	Y	Z
0	0	0	0
0	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

T: kontrol sinyali

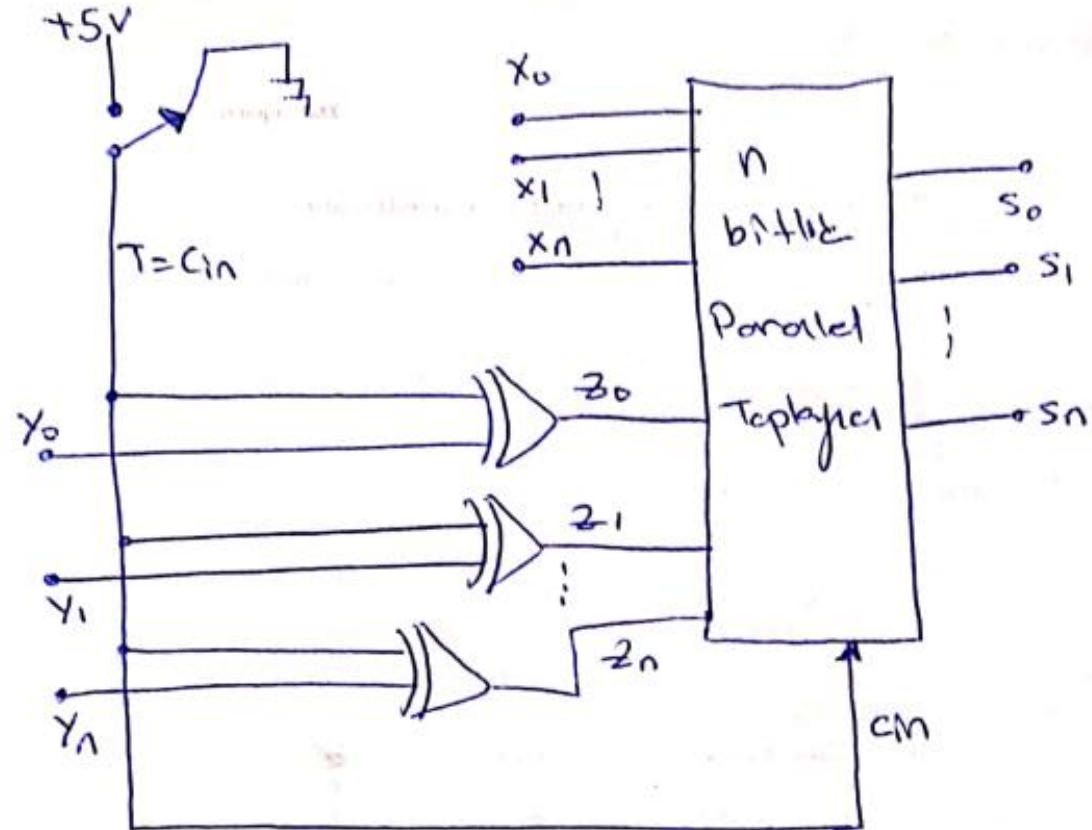
T = 0 ise toplama işlemi yapılır.

T = 1 ise çıkarma işlemi yapılır.

$$Z = \bar{T}Y + T\bar{Y} \Rightarrow Z = T \oplus Y \quad \begin{matrix} T \\ Y \end{matrix} \Rightarrow \triangle \rightarrow Z \quad \left\{ \text{Birelik mantık devresi?} \right\}$$



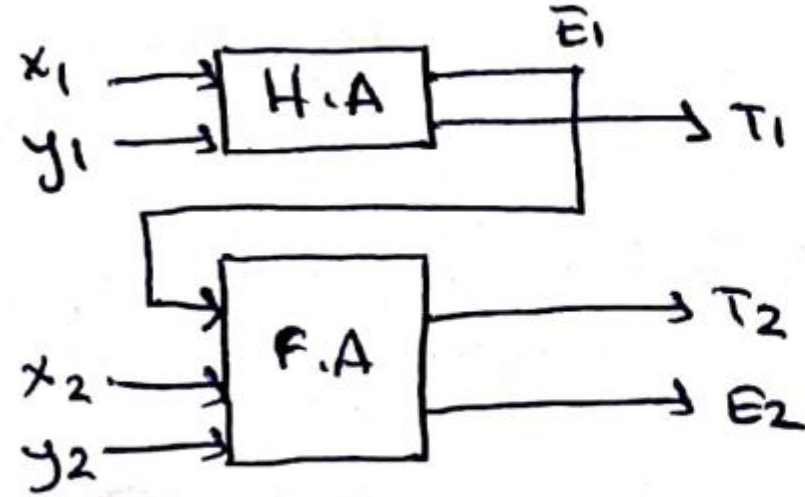
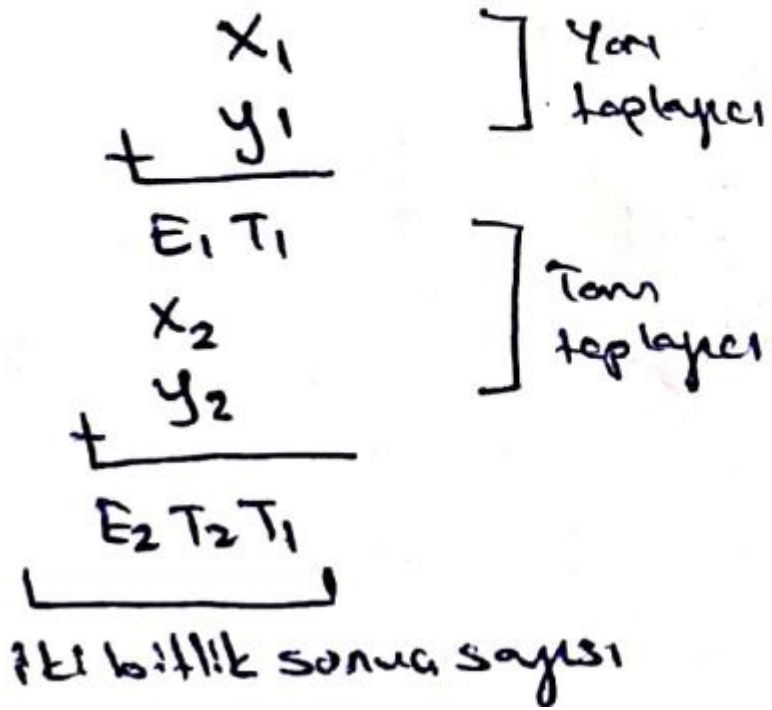
$T$  : Bir anahtar yandığında  
 üzerinden "1" yada "0"  
 olarak gönderilir.



$T=1$  iken anahtar  
 5 voltu getirir.  
 $C_{in}=1$  olur ve  
 çıkarma işlemi  
 yapılır.

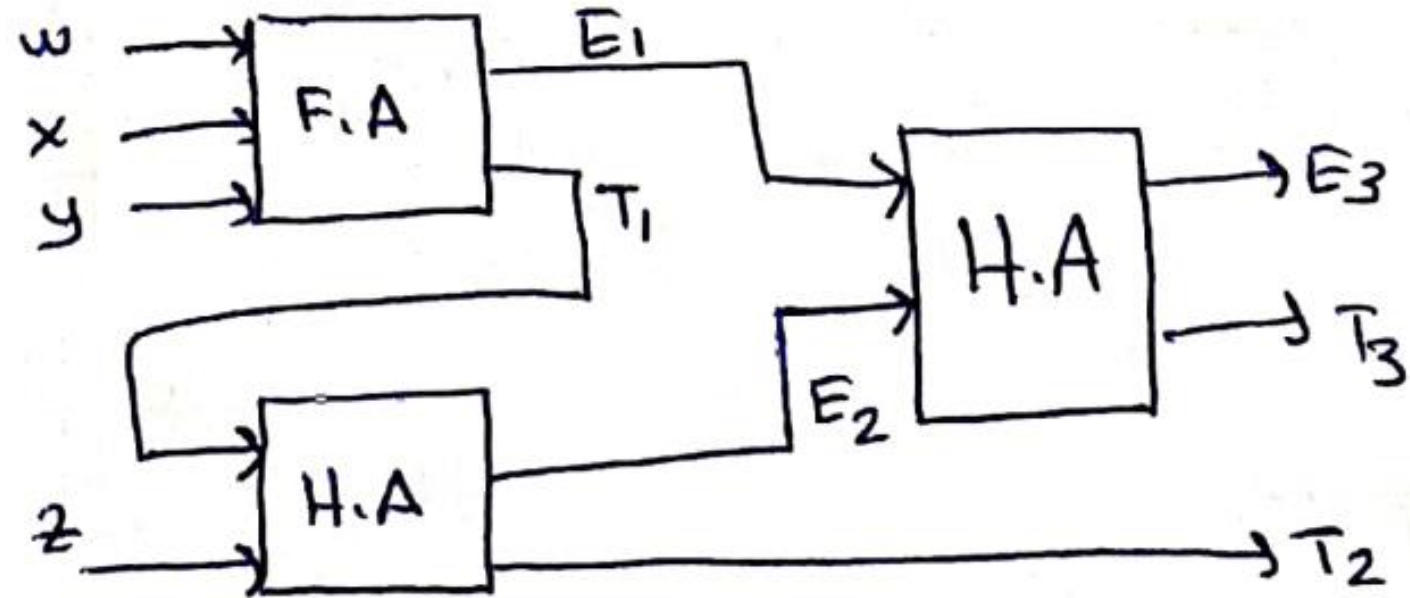
$T=0$  iken  
 anahtar toprak-  
 tandır.  $C_{in}=0$   
 olur ve toplama  
 işlemi yapılır.

iki bitlik sayılar  $x_2x_1$  ve  $y_2y_1$  olsun. Bu iki sayının toplamı iki aşamalı şekilde yarı ve tam toplayıcılar oluşturulduğunda,



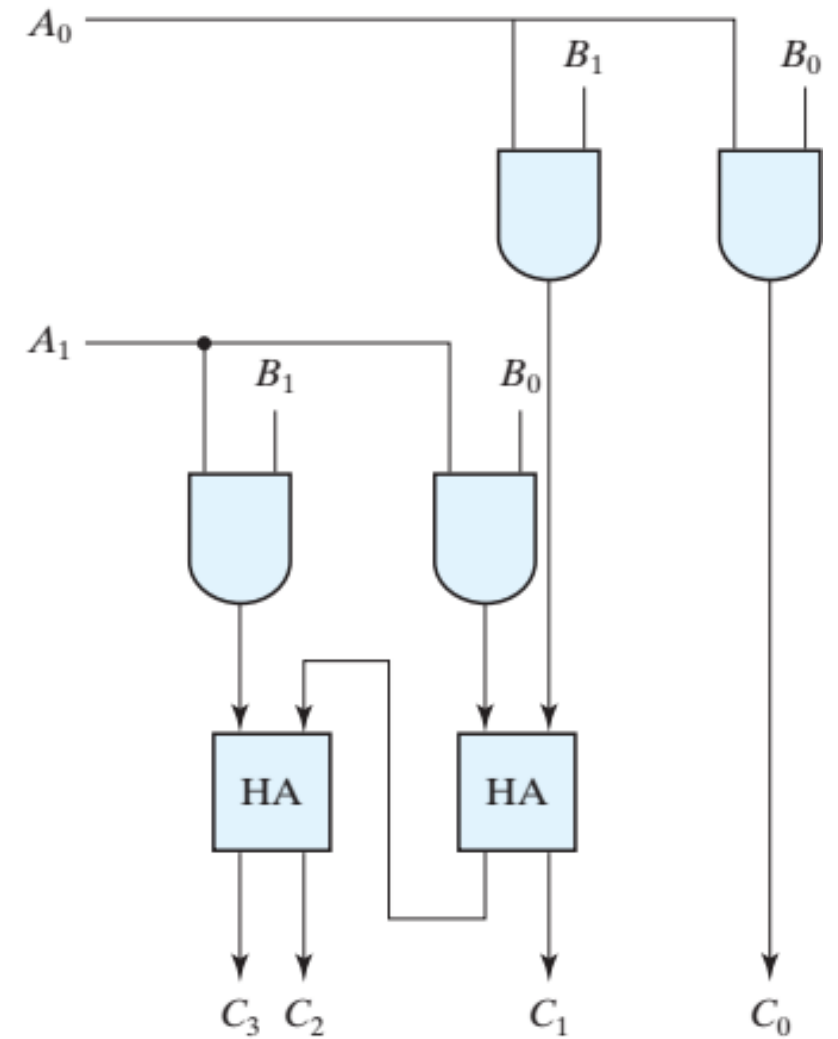
• Bir bitlik 4 adet sayının toplamını veren mantık devresi

$$\begin{array}{r}
 w \\
 x \\
 y \\
 \hline
 E_1 T_1 \\
 z \\
 \hline
 E_3 T_3 T_2
 \end{array}$$



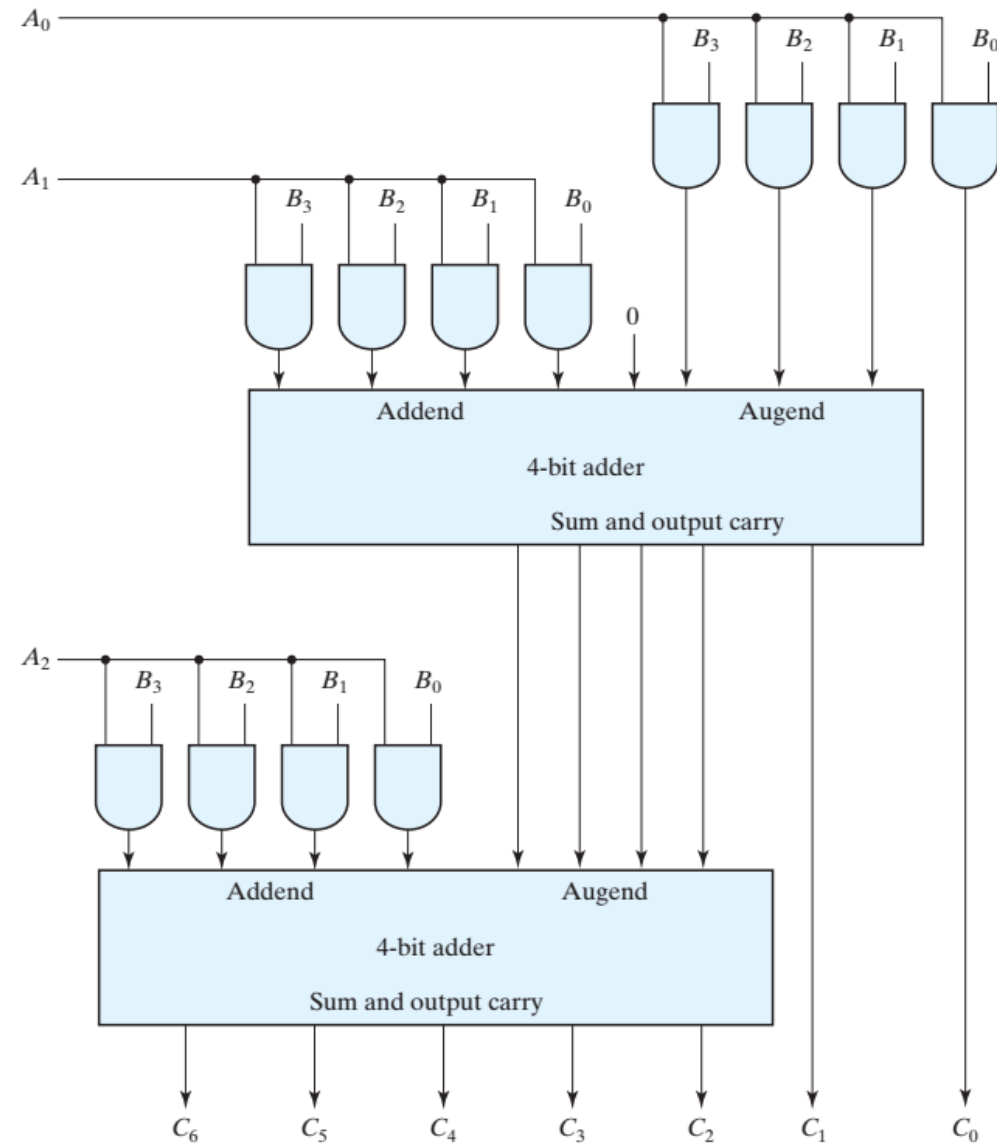
# Çarpıcı Devreler

	$B_1$	$B_0$	
$A_1$	$A_0$		
<hr/>			
	$A_0B_1$	$A_0B_0$	
$A_1B_1$	$A_1B_0$		
<hr/>			
$C_3$	$C_2$	$C_1$	$C_0$



**FIGURE 4.15**  
Two-bit by two-bit binary multiplier

# Çarpıcı Devreler



**FIGURE 4.16**  
Four-bit by three-bit binary multiplier