

GENEL MATEMATİK I FİNAL SINAVI ÇALIŞMA SORULARI

- $x = a \cdot (\cos t + t \cdot \sin t)$ ise $\frac{d^3 y}{dx^3}$ türevinin $t = \pi$ için değerini bulunuz. (Cevap: $\frac{-1}{a^2 \pi^3}$)
- $s(t) = t^{-t} 3^t t^2$ ise $\frac{ds}{dt}(1) = ?$ (Cevap: $3 \ln 3 + 3$)
- Bir çemberin uzunluğu 100cm olarak ölçülüyor. Bu ölçmenin, 0,001cm hata ile ölçüldüğü söylenirse çemberin belirttiği dairenin alanındaki yapılan hata yaklaşık kaç cm^2 olur. Cevap: $\frac{1}{20\pi} cm^2$
- $y = 4(x-a)(x-2a)$ fonksiyonuna X-eksenini kestiği noktalardan çizilen teğetler birbirine diktir. Buna göre a hangi değerleri alır. Cevap: $1/16$
- $x^3 y^3 + y^2 = x + y$ eğrisinin $(1,1)$ ve $(1,-1)$ noktalarındaki teğetinin eğimini bulunuz. Cevap: $-2/3, 1/2$
- $y = \frac{x}{2} + \frac{1}{2x-4}$ eğrisinin üzerinden teğet çizilsin. Teğetin eğiminin $-3/2$ olduğu eğrinin üzerinde bir nokta var mıdır. Varsa bulunuz. (Cevap: $(5/2, 9/4), (3/2, -1/4)$)
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} (Ln Cot x)^{\tan x} = 1$
- $\sqrt{18} - \sqrt{17}$, $\sqrt{17} - \sqrt{16}$ sayılarından hangisi daha büyüktür. Açıklayınız. ????
- Yüksekliği h , taban yarıçapı r olan koninin içine çizilen silindirlerin en büyük hacimlisini bulunuz? Cevap: $\frac{4\pi r^2 h}{27}$
- $y = \frac{x}{1+x^2}$ fonksiyonunun
 - Artan, azalan olduğu aralıkları ve ekstremum noktalarını bulunuz. Cevap: $-1, 1$ ekstremum noktalar, $(-\infty, -1]$ de azalan, $[-1, 1]$ de artan, $[1, \infty)$ da azalandır.
 - Varsa büküm noktalarını bulunuz. Cevap: $-\sqrt{3}, 0, \sqrt{3}$
- İkizkenar yamuğun alt köşeleri $(-6, 0)$ ve $(6, 0)$ noktalarındadır. Üst köşeleri ise $x^2 + 4y = 36$ parabolü üzerinde bulunuyor. Bu durumda parabolün altına yerleştirilen maksimum alanlı ikizkenar yamuğu bulunuz. Cevap: 64
- $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 18$ nın hem artan hem de konveks olduğu aralığı bulunuz. Cevap: $(3, \infty)$
- $y = x^3 - 4x^2$ fonksiyonunun grafiğinin hangi noktada teğet doğrusu minimum eğime sahiptir ve bu noktadan geçen minimum eğimli teğet doğru denklemini yazınız? Cevap: $(4/3, -128/27)$, $y + 128/27 = -16/3(x - 4/3)$

14. Aşağıdaki fonksiyonların grafiklerini gerekli incelemeleri yaparak çiziniz.

a. $f(x) = (\ln x)^2$ b. $y = 1 + (x^2 - 1)^2$ c. $y = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}$ ç. $f(x) = x.e^{1-x^2}$ d. $y = \frac{4x}{x^2 + 4}$

e. $f(x) = \frac{\ln x}{\ln(x-1)}$ f. $y = e^{\frac{x}{1+x}}$ g. $\phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}.e^{-1/2.t^2}$

15. $f(x) = \begin{cases} 5x^2 - 2x + 3 \sin x + x \cos x - x^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right) & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$ ise, $f'(0) = ?$ (Cevap: 2)

16. $\begin{cases} x = t^2 + t \\ y = \cos 2t \end{cases}$ fonksiyonunun (0,1) noktasındaki teğet doğru denklemini bulunuz.

(Cevap: $y=1$)

17. $y = xe^x \Rightarrow y^{(2022)}(1) = ?$ (Cevap: 2023e)

18. $(x+2)^y = y^{x+2} \Rightarrow y'(-1) = ?$ (Cevap: 1)

19. $\ln 3 = 1,0986$ ise, $\ln(2,97)$ sayısının yaklaşık değerini diferansiyel hesabı kullanarak hesaplayınız. (Cevap: 1,0886)

20. $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ fonksiyonuna

a) $x = -1$ de yerel maksimum ve $x = 3$ de yerel minimum

b) $x = 4$ de yerel minimum ve $x = 1$ de büküm noktası

özelliklerini veren a ve b değerlerini bulunuz.

(Cevap: a) $a = -3, b = -9$ b) $a = -3, b = -24$)

21. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}} = ?$ (Cevap: $e^{-\frac{1}{6}}$)

22. Yerden fırlatılan bir roketin yüksekliği, t saniye ve h metre cinsinden olmak üzere $h(t) = -16t^2 + 320t$ ile verilsin.

a) $h(t)$ sadece $[0,20]$ zaman aralığında tanımlanır, neden?

b) Roketin ulaşabileceği maksimum yüksekliği hesaplayınız. (Cevap: 1600 m.)

23. Çalıştığınız işyeri kare tabanlı, üstü açık, dikdörtgen şeklinde, hacmi 32 m^3 olan bir tank tasarlamak ve imal etmek için sözleşme imzalamıştır. Bu tank ince paslanmaz çeliktendir ve dikdörtgen plakalar kenarlar boyunca kaynak yapılacaktır. Üretim mühendisi olarak işiniz taban ve yükseklik boyutlarını bulmak ve tankı mümkün olduğunca hafif yapmaktır. (Cevap: 4 m., 4 m., 2 m.)

24. Dikdörtgen şeklinde bir tarım arazisinin bir tarafında nehir vardır ve diğer üç tarafı tek sıralı elektrikli çit ile çevrilecektir. Elinizdeki tel 800 metredir. Çevreleyebildiğiniz en büyük alanın boyutları nedir? (Cevap: 400 m., 200 m.)

25. Alanı 216 m^2 olan bir dikdörtgen bezelye tarlası çitle çevrilecektir, daha sonra kenarlardan birine paralel olacak şekilde başka bir çitle tarla eşit olarak ikiye bölünecektir. Kullanılacak en kısa çit için dış dikdörtgenin boyutları ne olmalıdır? (Cevap: 12 m., 18 m.)
26. $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x}$ eğrisini gerekli incelemeleri yaparak çiziniz.
27. $y = \cos x \Rightarrow y'$ türevini tanım yardımıyla bulunuz. (C: $-\sin x$)
28. $(\tan x)^{\cot y} = y^{e^x} \Rightarrow y'$ türevini bulunuz. (C: $y' = \frac{\frac{\cot y}{\sin x \cos x} - e^x \ln y}{\frac{e^x}{y} + \frac{\ln(\tan x)}{\sin^2 y}}$)
29. $\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}} (\tan x)^{\cos x}$ limitini hesaplayınız. (C: 1)
30. $y = 16 - 3x^2$ parabolü ile $y = 0$ doğrusu arasında kalan bölge içine çizilebilecek en büyük alanlı dikdörtgenin alanını ve boyutlarını bulunuz. (C: $A = 256/9br^2$ boyutları $(8/3, 32/3)$)
31. $\sqrt[4]{629}$ sayısının yaklaşık değerini diferansiyel yardımıyla bulunuz. (C: 5,008)
32. Yüksekliği 60 metre olan bir kulenin dibine doğru bir adam 5km/saat hızla yürüyor. Kuleden 80 metre uzakta olduğu zaman bu adamın kulenin tepesine olan hızını bulunuz. (C: 4)
33. $y = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$ fonksiyonunun grafiğini detaylı olarak çiziniz.
34. $f(x) = x^3 - 4\sqrt{x} + x \ln x + 2x - 6$ ise $f''(1) = ?$ (C: 8)
35. $\left. \begin{array}{l} x = -2 \cos t \\ y = 3 \sin 2t \end{array} \right\}$ için $\frac{d^2 y}{dx^2}$ türevinin $t = \frac{\pi}{4}$ deki değerini bulunuz. (C: -6)
36. $f(x) = \operatorname{sgn}(x^2 - 1) - |x^2 + 7x + 12|$ için $f'(2) = ?$ (C: -11)
37. $y = x^3 + mx^2 + nx - 4$ fonksiyonunun $x = 1$ apsisli noktada dönüm noktası olup, bu noktadaki teğetin eğimi 2 ise, $n = ?$ (C: 5)
38. $y = \frac{ax + 4}{bx - 6}$ eğrisinin yatay asimptotu $y = 3$ ve düşey asimptotu $x = -3$ ise, $a.b = ?$ (C: 12)
39. Alanı 64 br^2 olan dikdörtgenin çevresi en az kaç br olur, hesaplayınız. (C: 32)
40. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} \right)^{\sin x} = ?$ (C: 1)
41. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{x}{\ln x} \right) = ?$ (C: -1/2)
42. $y = \frac{x}{x^2 - 1}$ eğrisinin grafiğini çiziniz.
43. Yarıçapı 5 ve merkezi orijin olan yarım dairenin içine iki köşesi çapın üzerinde iki köşesi de çember yayının üzerinde olmak üzere ikizkenar yamuk yerleştirilecektir. Bu yamuklardan alanı maksimum olanın yüksekliğini bulunuz. (Cevap: $\frac{5}{2}$)

44. $x^2y^3 + 2y + x^3 = 6 + x$ fonksiyonu üzerinde $x = 0$ noktasından çizilen teğet denklemini bulunuz. (Cevap : $y = \frac{x}{2} + 3$)

45. $\sqrt{64,008}$ sayısının yaklaşık değerini diferansiyel hesabı yardımıyla hesaplayınız. (C:8,0005)

46. $y = e^{1+\frac{1}{x}}$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

47. Hipotenüsü $\sqrt{3}$ cm olan ABC dik üçgeni, dik kenarlarından biri etrafında döndürülüyor. Meydana gelen koninin hacminin maksimum değerini bulunuz. (Cevap: $\frac{2\pi}{3}$)

48. $y = \ln(x^2 + x - 2)$ fonksiyonunun n . mertebeden türevini hesaplayınız. (C: $y^{(n)} = (-1)^{n-1}(n-1)! \left(\frac{1}{(x+2)^n} + \frac{1}{(x-1)^n} \right)$)

49. $\begin{cases} x = \frac{3t}{1+t^3} \\ y = \frac{3t^2}{1+t^3} \end{cases}$ denklemleri ile tanımlanan $y = f(x)$ fonksiyonunun $t = 1$ noktasında birinci ve ikinci mertebeden türevlerini hesaplayınız. (C: $y' = -1, y'' = -\frac{32}{3}$)

50. Aşağıdaki limitleri hesaplayınız.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(e^{\frac{1}{x}} + \frac{1}{x} \right)^x$ (Cevap: e^2)

b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\cot x - \frac{1}{x} \right)$ (Cevap : 0)

51. $y^2 = 20x$ parabolüne çizilen teğet x -ekseninin pozitif yönü ile 45° lik açı yaptığına göre teğetin denklemini bulunuz. (Cevap: $y = x + 5$)

52. $y = e^{\frac{1}{x}}$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

53. $y = x + 4$, $y = -x + 4$ doğruları ve x -ekseni tarafından sınırlanan bölgede bulunan, iki köşesi verilen doğrular, iki köşesi de x -ekseni üzerinde olan dikdörtgenin alanı en fazla kaç br^2 olabilir? (Cevap: $8 br^2$)

54. $y = \frac{(1-u)^2}{(1+u)^3}$ ve $u = x\sqrt{1+x^2}$ olduğuna göre $\frac{dy}{dx}$ türevinin $x = 0$ noktasındaki değerini bulunuz. (Cevap : -5)

55. $x^2 - xy + y^2 = 7$ eğrisinin $(-1, 2)$ noktasındaki teğetin denklemini bulunuz. (Cevap: $5y = 4x + 14$)

56. $f(x) = \frac{2}{x-3}$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.