

Міністерство освіти і науки України  
Національний технічний університет  
України  
«Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського»  
Факультет інформатики та обчислювальної техніки  
Кафедра обчислювальної  
техніки

## **ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 2**

з дисципліни «Методи оптимізації та планування  
експерименту» на тему

### **«ПРОВЕДЕННЯ ДВОФАКТОРНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ З ВИКОРИСТАННЯМ ЛІНІЙНОГО РІВНЯННЯ РЕГРЕСІЇ»**

ВИКОНАВ:  
студент II курсу ФІОТ  
групи ІО-93

Ященко Євген

ПЕРЕВІРИВ:  
Регіда П. Г.

```

import itertools
import numpy as np
from random import *
import math
from functools import *

"""
constants
"""

y_max = (30 - 28)*10
y_min = (20 - 28)*10

x_table = [[-1,-1],
            [-1,+1],
            [+1,-1]]

p = 0.99

x1_min = -40
x1_max = 20
x2_min = 10
x2_max = 60

naturalized_x_table = [[x1_min, x2_min],
                        [x1_min, x2_max],
                        [x1_max, x2_min]]

"""
Romanovsky criteria start
"""

def romanovsky_criteria(y1: np.array, y2: np.array, y3: np.array):
    def sigma_theta(m):
        return math.sqrt(abs(2*(2*m-2)/(m*(m-4))))

    def f_uv(y_u: np.array, y_v: np.array):
        dev_u = np.var(y_u)
        dev_v = np.var(y_v)
        return dev_u/dev_v if dev_u > dev_v else dev_v/dev_u

    def theta_uv(m: int, fuv: float):
        return (m-2)/m * fuv

    def r_uv(s_t: float, s_uv: float):
        return abs(s_uv - 1)/s_t

    def check_criteria(R, m):
        romanovsky_criteria_table = [[None, 2, 6, 8, 10, 12, 15,
20],
                                     [0.99, 1.72, 2.16, 2.43, 2.62, 2.75,
2.90, 3.08],
                                     [0.98, 1.72, 2.13, 2.37, 2.54, 2.66,
2.80, 2.96],
                                     [0.95, 1.71, 2.10, 2.27, 2.41, 2.52,
2.64, 2.78],
                                     [0.90, 1.69, 2.00, 2.17, 2.29, 2.39,
2.49, 2.62]]
        column = romanovsky_criteria_table[0].index(sorted(filter(lambda el:
el >= m, romanovsky_criteria_table[0][1:]))[0])
        # in our case equals 1 (p = 0.99)

```

```

        trusted_probability_row = 1
        # defines necessary row depending of given p. Everything works,
        # but it's unnecessary to add so much functionality in this labwork
        # global p
        # trusted_probabilities = [row[0] for row in
romanovsky_criteria_table[1:]]
        # trusted_probability_row =
trusted_probabilities.index(min(filter(lambda el: el >= p,
trusted_probabilities)))
        # trusted_probability_row = 1 if trusted_probability_row == 0 else
trusted_probability_row
        return R < romanovsky_criteria_table[trusted_probability_row][column]

    global m
    sTheta = sigma_theta(m)
    accordance = True
    for combination in itertools.combinations((y1,y2,y3), 2):
        fUV = f_uv(combination[0], combination[1])
        sUV = theta_uv(m, fUV)
        R = r_uv(sTheta,sUV)
        accordance *= check_criteria(R,m)
    return accordance

# Romanovsky criteria was tested for these experiment values (all rows'
variations are drastically different)
# to ensure correctness of our romanovsky_criteria() function:
#
# m = 5
# y_table = [[-5,10000,1,1,1], [3,4,5,1,2], [4, -16,-20,3,8]]
# all deviations of rows in this y_table are drastically different, so
romanovsky_criteria(y_table) must be false
# result of test == false
# everything works correctly

"""
Romanovsky criteria end

Regression coefficients search start
"""

def experiment():
    global m
    return np.array([[randint(y_min, y_max) for _ in range(m)] for _ in
range(3)])

def normalized_regression_coeffs():
    def m_i(arr: np.array):
        return np.average(arr)

    def a_i(arr: np.array):
        return sum(arr**2)/len(arr)

    def a_jj(arr1: np.array, arr2: np.array):
        return reduce(lambda res, el: res+el[0]*el[1], list(zip(arr1,arr2)),
0)/len(arr1)

    global x_table
    global y_table
    y_vals = np.array([np.average(i) for i in y_table])
    x1_vals = np.array([i[0] for i in x_table])
    x2_vals = np.array([i[1] for i in x_table])

```

```

m_x1 = m_i(x1_vals)
m_x2 = m_i(x2_vals)
m_y = m_i(y_vals)
a1 = a_i(x1_vals)
a2 = a_jj(x1_vals, x2_vals)
a3 = a_i(x2_vals)
a11 = a_jj(x1_vals, y_vals)
a22 = a_jj(x2_vals, y_vals)
coeffs_matrix = [[1, m_x1, m_x2],
                  [m_x1, a1, a2],
                  [m_x2, a2, a3]]
vals_matrix = [m_y, a11, a22]
b_coeffs = list(map(lambda num: round(num, 2),
np.linalg.solve(coeffs_matrix, vals_matrix)))
return b_coeffs

def assert_normalized_regression():
    global b_coeffs
    global x_table
    global y_table
    y_average_experim_vals = np.array([np.average(i) for i in y_table])
    print("\nПеревірка правильності знаходження коефіцієнтів рівняння
регресії: ")
    print("Середні експериментальні значення y для кожного рядка матриці
планування: " +
          ", ".join(map(str, y_average_experim_vals)))
    y_theoretical = [b_coeffs[0] + x_table[i][0]*b_coeffs[1] +
x_table[i][1]*b_coeffs[2] for i in range(len(x_table))]
    print("Теоретичні значення y для кожного рядка матриці планування:
".ljust(74) + ", ".join(map(str, y_theoretical)))
    for i in range(len(x_table)):
        try:
            assert round(y_theoretical[i], 2) ==
round(y_average_experim_vals[i], 2)
        except:
            print("Неправильні результати пошуку коефіцієнтів рівняння
регресії")
            return
    print("Правильні результати пошуку коефіцієнтів рівняння регресії")

"""
Regression coefficients search end
"""

def naturalized_regression(b_coeffs: list):
    v = globals()
    global x1_max
    global x1_min
    global x2_max
    global x2_min
    x1 = abs(x1_max-x1_min)/2
    x2 = abs(x2_max-x2_min)/2
    x10 = (x1_max+x1_min)/2
    x20 = (x2_max+x2_min)/2
    a0 = b_coeffs[0]-b_coeffs[1]*x10/x1 - b_coeffs[2]*x20/x2
    a1 = b_coeffs[1]/x1
    a2 = b_coeffs[2]/x2
    return [a0, a1, a2]

def assert_naturalized_regression():

```

```

global y_table
global naturalized_x_table
global a_coeffs
y_average_experim_vals = np.array([np.average(i) for i in y_table])
print("\nПеревірка натуралізації коефіцієнтів рівняння регресії:")
print("Середні експериментальні значення у для кожного рядка матриці планування: " +
      ", ".join(map(str, y_average_experim_vals)))
y_theoretical = [a_coeffs[0] + naturalized_x_table[i][0]*a_coeffs[1]+
naturalized_x_table[i][1]*a_coeffs[2] for i in
range(len(naturalized_x_table))]
print("Теоретичні значення у для кожного рядка матриці планування:
".ljust(74) + ", ".join(
    map(str, y_theoretical)))
for i in range(len(naturalized_x_table)):
    try:
        assert round(y_theoretical[i],2) ==
round(y_average_experim_vals[i],2)
    except:
        print("Неправильні результати натуралізації")
        return
print("Правильні результати натуралізації")

m = 5
y_table = experiment()

while not romanovsky_criteria(*y_table):
    m += 1
    y_table = experiment()

labels_table = ["x1", "x2"] + ["y{}".format(i+1) for i in range(m)]
rows_table = [naturalized_x_table[i] + list(y_table[i]) for i in range(3)]
rows_normalized_table = [x_table[i] + list(y_table[i]) for i in range(3)]

print("Матриця планування:")
print((" " * 4).join(labels_table))
print("\n".join([" " .join(map(lambda j: "{:<+5}".format(j), rows_table[i]))
for i in range(len(rows_table))]))
print("\t")

print("Нормована матриця планування:")
print((" " * 4).join(labels_table))
print("\n".join([" " .join(map(lambda j: "{:<+5}".format(j),
rows_normalized_table[i])) for i in range(len(rows_normalized_table))]))
print("\t")

b_coeffs = normalized_regression_coeffs()
print("Рівняння регресії для нормованих факторів: y = {0} {1:+}*x1
{2:+}*x2".format(*b_coeffs))
assert_normalized_regression()
a_coeffs = naturalized_regression(b_coeffs)
print("\nРівняння регресії для натуралізованих факторів: y = {0} {1:+}*x1
{2:+}*x2".format(*a_coeffs))
assert_naturalized_regression()

```

```
C:\ProgramData\Anaconda3\python.exe "C:/Users/termi/Downloads/Telegram Desktop/main.py"
Матриця планування:
x1  x2  y1  y2  y3  y4  y5
-40  +10  -24  -51  -18  -35  +9
-40  +60  -42  -10  -76  -78  -40
+20  +10  -32  +14  -73  -55  -31

Нормована матриця планування:
x1  x2  y1  y2  y3  y4  y5
-1  -1  -24  -51  -18  -35  +9
-1  +1  -42  -10  -76  -78  -40
+1  -1  -32  +14  -73  -55  -31

Рівняння регресії для нормованих факторів:  $y = -42.3 - 5.8 \cdot x_1 - 12.7 \cdot x_2$ 

Перевірка правильності знаходження коефіцієнтів рівняння регресії:
Середні експериментальні значення y для кожного рядка матриці планування: -23.8, -49.2, -35.4
Теоретичні значення y для кожного рядка матриці планування: -23.8, -49.2, -35.399999999999999
Правильні результати пошуку коефіцієнтів рівняння регресії

Рівняння регресії для натуралізованих факторів:  $y = -26.453333333333326 - 0.19333333333333333 \cdot x_1 - 0.508 \cdot x_2$ 

Перевірка натуралізації коефіцієнтів рівняння регресії:
Середні експериментальні значення y для кожного рядка матриці планування: -23.8, -49.2, -35.4
Теоретичні значення y для кожного рядка матриці планування: -23.799999999999999, -49.199999999999999, -35.399999999999999
Правильні результати натуралізації

Process finished with exit code 0
```